УДК [621.391]:075.8

АНАЛИЗ И КОРРЕКЦИЯ МНОГОКРАТНЫХ ОШИБОК ПРИ ОДНОМЕРНОМ И ДВУМЕРНОМ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОМ КОДИРОВАНИИ ИНФОРМАЦИИ



С.Х. Жэнь
Аспирант БГУИР
Гражданин Китай

Ц. Ма
Аспирант БГУИР
Гражданин Китай

В.К. Конопелько
Профессор кафедрой инфокоммуникационных технологий БГУИР, доктор технических наук, профессор

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Республика Беларусь
E-mail: volos@bsuir.by

Аннотация. В монографиях по теории кодирования отмечается высокая эффективность использования методов коррекции ошибок. Однако генерируемые алгоритмы обработки обладают высокой сложностью из-за поиска соответствующих перестановок. Предложен алгоритм формирования библиотечных образов ошибок с использованием транспонирования матрицы. Показано, что алгоритм позволяет уменьшить количество генерируемых образов и увеличить быстродействие вычислений.

Ключевые слова: одномерное кодирование, двумерное кодирование, образы ошибок.

Введение. В настоящее время широко применяется помехоустойчивое кодирование для борьбы с ошибками в телекоммуникационных системах и компьютерных системах, вещательных, космических системах и разнообразных системах хранения информации [1-2]. В соответствии с тем, как избыточность вводится в информацию, коды исправления ошибок могут быть разделены на блочные и сверточные коды. Более того, наиболее известными ECC сегодня являются блочные коды. Блочные коды также делятся на два класса: систематические линейные и линейные циклические коды [3].

Систематические линейные блочные коды (СЛБК) позволяют представить информационные и кодовые слова в виде двоичных векторов, что позволяет описать процессы кодирования и декодирования с помощью аппаратуры линейной алгебры, с учетом того, что компонентами вводимых векторов и матриц являются символы «0» и «1». Операции над двоичными компонентами производятся по правилам двоичной арифметики [3].

В каналах передачи, хранения, обработки и распределения информации наблюдаются разнообразные помехи различной физической природы. Помехи проводят к ошибкам в принимаемой информации, которые делятся на случайные и зависимые. Случайные ошибки возникают независимо друг от друга. Зависимые ошибки делятся на пакетные и модульные (фазированный пакет ошибок, границы которого известны). Длина модуля ошибок обозначается через символ b.

Коррекция ошибок при одномерном кодирования информация. В современных инфокоммуникационных системах широко применяется байтное представление информации, когда кодовое слово разбивается на блоки длины. Кодер СЛБК (n,k) (рисунок 1.) отображает множество 2^k возможных двоичных информационных слов в множество 2^k, n мерных кодовых слов. Основным используемым методом коррекции ошибок при одномерном кодировании высокоскоростных помехоустойчивых кодов является синдромное декодирование. С ростом длины кодов и кратности, корректируемых ошибок t число селектируемых комбинаций резко возрастает и возникает так называемая «проблема селектора».

Рисунок *1.* – Кодер одномерного линейного блочного кода

В теории кодирования между этими множествами всегда существует однозначное соответствие. Вместо k бит информационного вектора в канал передается n бит кодового вектора. К каждому блоку данных кодирующее устройство прибавляет $r=n-k$ избыточных бит, которые также называют контрольными битами. Отношение числа избыточных бит к числу информационных бит, r/k называется избыточностью кода. Отношение числа бит данных к общему числу бит, k/n, называется степенью кодирования. Степень кодирования показывает долю кода, которая приходится на полезную информацию. Кодирование линейного блокового (n,k)- кода задается порождающей матрицей G размером $(k\times n)$. Таким образом, кодовое слово v и информационное слово u связаны соотношением $v=u\cdot G$ [1-3].

Цикличные коды являются подмножеством линейных кодов. Линейный (n,k)- код является циклическим, если циклический сдвиг любого кодового слова также является также кодовым словом этого кода. Циклический сдвиг соответствует сдвигу всех компонент на один разряд вправо, причем, освободившееся место слева занимает крайняя правая компонента [3]. Плодотворным и перспективным оказался перестановочный подход к декодированию однородных кодов [14], основанный на циклической классификации ошибок с выбором образующего вектора ошибок и сопоставлении ему параметра (нормы), вычисляемого по степеням элементов поля Галуа синдрома, что позволило в n-раз уменьшить сложность селектора. При этом для кодирования и декодирования используются различные проверочные матрицы. На основании исследований БЧХ-кодов в [6] разработана теория норм синдромов, использующая результаты современной алгебры, теории кодирования и цифровой обработки на СБИС. Экспериментальное исследование усеченных множеств норм синдромов БЧХ-кодов совместно с применением циклотомических классов, идентификацией образующих векторов ошибок с нулевыми компонентами синдрома показали возможность синтеза «хороших кодов» с малой избыточностью с коррекцией ошибок негарантированной кратности при невысокой сложности селектора.

Для борьбы с ошибками внутри модулей применяется целый ряд кодов, таких как коды Рида-Соломона (РС), Бартона и другие. Однако кодеки этих кодов достаточно сложны, обладают невысоким быстродействием при коррекции многократных ошибок.

Коррекция ошибок при двумерном кодирования информация Идея построения итеративных кодов принадлежит П. Элайесу [4]. Открытие двумерного (итеративного) кода дальше повышает возможности исправления ошибок. Это не только выполнять кодирование для исправления ошибок для каждой строки в чередующемся массиве, но и для исправления ошибок для каждого столбца. Каждая из отдельных последовательностей информационных символов кодируется определенным линейным кодом (групповым или циклическим).

Получаемый, таким образом, итеративный код также является линейным. На практике широко применяется двумерное кодирование информации с использованием итеративных, каскадных, турбо и других кодов – произведения. При двумерном кодирования информация представляется в виде таблицы и кодируется по строкам и столбцам. Кодом произведения двух исходных (базовых) помехоустойчивых кодов n_1 и n_2 называется такой многомерный помехоустойчивый код $n = n_1 \times n_2$, кодовыми последовательностями которого являются все двумерные таблицы со строками кода n_1 и столбцами кода n_2. При двумерном кодировании, когда каждая строка и столбец таблицы кодируется своим кодом, кодовое расстояние $d_\Sigma = d_1 \times d_2$ [3].

При небольших длинах составляющих кодов и их кодовых расстояний это приводит к небольшим вычислительным затратам на обработку кодов и вместе с тем позволяет исправить большое число ошибок. Итеративные коды, также как и матричные коды, могут быть представлены в виде квадратных $n_1 = n_2$ и прямоугольных $n_1 \neq n_2$ матриц или таблиц, при этом информационные символов записываемые по строкам и столбцам, могут кодироваться либо одним типом помехоустойчивого кода, либо разными. Например, итеративный код из двух линейных систематических кодов $C_1(n_1, k_1, d_1)$ и $C_2(n_2, k_2, d_2)$.

Обобщенная структурная схема формирования двумерного итеративного кода с параметрами исходных помехоустойчивых кодов C_1 и C_2 соответственно имеет следующее построение (рисунок 2.).

k_1				r_1				
$m_{1,1}$	$m_{1,2}$	…	m_{1,k_1}	p_{1,k_1+1}	…	p_{1,n_1-1}	p_{1,n_1}	k_2
$m_{2,1}$	$m_{2,2}$	…	m_{2,k_1}	p_{2,k_1+1}	…	p_{2,n_1-1}	p_{2,n_1}	
…				…				
$m_{k_2-1,1}$	$m_{k_2-1,2}$	…	m_{k_2-1,k_1}	p_{k_2-1,k_1+1}	…	p_{k_2-1,n_1-1}	p_{k_2-1,n_1}	
$m_{k_2,1}$	$m_{k_2,2}$	…	m_{k_2,k_1}	p_{k_2,k_1+1}	…	p_{k_2,n_1-1}	p_{k_2,n_1}	
$p_{k_2+1,1}$	$p_{k_2+1,2}$	…	p_{k_2+1,k_1}	p_{k_2+1,k_1+1}	…	p_{k_2+1,n_1-1}	p_{k_2+1,n_1}	r_2
$p_{n_2-1,1}$	$p_{n_2-1,2}$	…	p_{n_2-1,k_1}	p_{n_2-1,k_1+1}	…	p_{n_2-1,n_1-1}	p_{n_2-1,n_1}	
$p_{n_2,1}$	$p_{n_2,2}$	…	p_{n_2,k_1}	p_{n_2,k_1+1}	…	p_{n_2,n_1-1}	p_{n_2,n_1}	

Рисунок 2. – Структурная схема, формирующая двумерный итеративный код

$m_{11}, m_{12}, ..., m_{k_2,k_1}$ – информационные позиций , $p_{k_2+1,1}, p_{k_2+1,1}, ..., p_{n_2,k_1}$ – проверки по столбцам

$p_{1,k_1+1}, p_{1,k_1+2}, ..., p_{k_2,n_1}$ – проверки по строкам , $p_{k_2+1,k_1+1}, p_{k_2+1,k_1+2}, ..., p_{n_2,n_1}$ – проверки по проверкам.

Если кода C_1 и C_2 могут исправлять зависимые ошибки длиной не более b_1 и b_2, соответственно, итеративный код может исправлять длину зависимых ошибок $b \leq \max(b_1 n_2, b_2 n_1)$, если C_1 может исправлять случайные ошибки кратности t_1, а C_2 может исправлять случайные ошибки кратности t_2, Затем случайный код может исправить ошибку всплеска длины t1, которая не более n_2, или ошибка всплеска длины t_2, которая не более n_1, и позволяющий исправить различные образы ошибки, очевидный ,что итеративный код имеет глубокую возможность коррекции многократных ошибок [4].

В [7-8] исследовались табличные низкоплотные коды с формированием проверок четности по строкам и столбцам с кодовым расстоянием $d_1 \times d_2 = 4$. Показано, что при диагональном заполнении символами таблицы кодирования. В [9] исследуются подобные однородные коды, построенные на основе БЧХ-кодов, РС-кодов для совместного контроля случайных и модульных ошибок. Для контроля модульных ошибок в [10-12] предложено использовать реверсивные коды.

В [13-15] предлагаются методы и алгоритмы коррекции стираний с поэтапным декодированием, не требующие многократного вычисления синдромов. Устранить итерационную процедуру коррекции позволяют методы двухканального исправления стираний как ошибок для одномерного и двумерного кодирования информации с простыми схемами идентификации кратности ошибок.

В двумерном кодировании закодированные слова кода $A_{двy}$ представляют собой таблицу, состоящую из строк слов, которые возникают в таблице и могут характеризоваться номерами строк и столбцов. Поскольку число ошибок $t = N$ то образ двумерной ошибки образуется путем вычёркивания из исходного слова безошибочных строк и столбцов. Количество образов ошибок зависит от числа искаженных символов.

При коррекции многократных модульных и пакетных ошибок затраты на селектор значительно возрастают. На основе анализа кодирующих матриц (таблиц) модульных кодов в [7] предложен ряд эффективных декодеров по коррекции модульных и пакетных ошибок, сложность которых в 30 и более раз меньше известных. В [16-17] в отличие от норменной классификации векторов ошибок при одномерном кодировании информации предлагается для коррекции многократных ошибок при двумерном кодировании использовать библиотеку образов ошибок для классификации ошибок. Это позволяет для селекции случайных и зависимых ошибок применять ограниченное число образов. Поиск образов в зависимости от размерности матрицы относится к задачам по изучению подгрупп симметрической группы, интенсивно исследуемых алгебраистами во всем мире [18-22]. Показано, что для идентификации образов кодового расстояния $d_{\min} = 2t + 1$ недостаточно, необходимо увеличивать $d > d_{\min}$ и, следовательно, а также избыточность и сложность схем коррекции многократных ошибок. Задача уменьшения вводимой избыточности решается на практике путем введения понятия «стирания». Благодаря этому требуется в два раза меньше кодовой избыточности при итерационном алгоритме коррекции, что связано с низким быстродействием.

Итеративные коды, также как и матричные коды, могут быть представлены в виде квадратных $n_1 = n_2$, Поэтому ошибку можно представить, как таблицу размерности $N = t \times t$, в матрице порядок содержится $N - t$ пикселей «0» и t элементов «1», в дальнейшем все многообразие данных матриц будем обозначать символом P_t [20-23].

Известные методы генерирования образующих образов ошибок В [21] предложен переборный метод формирования образующих векторов ошибок. Множество образующих векторов по переборному методу формирования $A_n = C_{n^2}^n$. Как видно из A_n, если при $t = 2$

необходимо проанализировать 6 образующих векторов, то при t=7 – около девяноста миллионов.

В [18-19] предложен порядковый и позиционный метод формирования образующих векторов ошибок. Множество образующих векторов по порядковому методу формирования $A_n = (n-1)!/(t-1)!(n-t)!$, как видно из порядкового метода образующих векторов при кратности $t = 7$ уже 7 раз меньше переборного метода. Если количество векторов, используемых согласного порядкового метода, то для определения всех видов двумерных ошибок достаточно использовать вектора с порядковым номером при генерации 1, *x*/2+1...*x*/2+*x*/4(*x*-число векторов сокращаемого набора).

Из позиционного метода образующих векторов при кратности $t = 7$ около 4 раза меньше порядкового метода.

Синтетический алгоритм формирования образов ошибок В работе анализировались синтетический метод формирования образов кратность ошибок $t = 2:7$.

Правило формирования распределения образов подмножества:

I.Вычисление общих чисел для каждой строки s_t и столбца c_t и отсортированы результатов соответствующие с правилами $s_1 \geq s_2 \geq ... \geq s_t \cap c_1 \geq c_2 \geq ... \geq c_t$, если две матрицы у них величина строк $(s_1, s_2, ..., s_t)$ столбец $(c_1, c_2, ..., c_t)$ одинакова, также они принадлежат транспонированную матрицу. Таким образом, транспонирование – это перемена ролями строк и столбцов матрицы. Множеств матриц обозначают A и A^T. На первом этапе исследования объединиться все транспонирование матрицы как подмножество образ и выбирание соседней элементов «1» обозначающие лидеры образ подмножество, для того чтобы упростить сложность вычислений.

II. Из множества P_t вычисляется ранга – R .

III.Из множества P_t вычисляется количества пересечений по строкам и столбцам. Индексы элементов матрицы, которые расположены на пересечении строк и столбцов,

IV.Из множества P_t вычисляется координат суммы и разности пересечения.

Например, анализируются следующие две матрицы из множества P_6 (кратность ошибок $t = 6$).

$$
\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|}
\hline
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline
0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline
\end{array}
\qquad
\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|}
\hline
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \hline
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline
\end{array}
$$

(*A*) (*B*)

В соответствии с правилом I , II и III $s_A = s_B$, $c_A = c_B$, $R_A = R_B = 4$,очевидно, что у матрицы *A* существуют две точки пересечения – $П_A = 2$, а у матрицы *B* – $П_B = 1$, поэтому матрицы *A* и *B* принадлежат различным образом.

Из эксперимента мы обнаружили, что для кратности $t = 2$ и $t = 3$ использование правило I достоинства получили все библиотеки образов, а для кратности ошибок $t = 4$ если просто использовать уровень I невозможно распознавать все образы, на основе правил I, для того, чтобы каждый образ $t = 4$ отличался друг от друга, необходимы дополнительные условия II и получились 16 образов, для $t = 5$ дополним условия III и получим 34 образов и для $t = 6$ и $t = 7$ нужно дополнить условия IV и получился 90 $(t = 6)$ и 210 ($t = 7$) образов.

На основе этих определений приводим построения алгоритм сформирования образов ошибок приведено далее.

Алгоритм сформирования образов ошибок

Ввод: t

Выход: $P_{образ}$

Инициализация: $t = 2$

Если $t \leq N$ то цикл продолжает и дальше работать

While program do

Шаг 1: На основе матрицы $t \times t$, получаем общие суммарные множества $P_{общ} - (t+1) \times (t+1)$.

Шаг 2: В соответствии с правилами уменьшение набора и получение сокращенных образов $P_{сок}$.

Шаг 3: Вычисление транспонирования $P_{сок}$ и получение множество $P_{сок}^{T}$.

Шаг 4: Получение набора ошибочных образов $-P_{образ}$, $P_{образ} = P_{сок} \cup P_{сок}^{T}$.

Шаг 5: $t = t + 1$.

Конец цикла

Возвращение $P_{образ}$

Затем в эксперименте мы сравним свойства переборного, позиционного алгоритма и нашего синтетического алгоритма сформирования образующих образов.

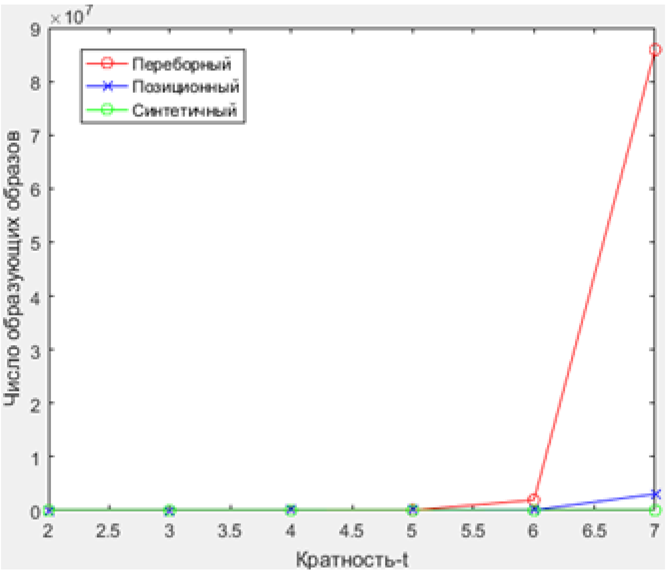

Рисунок *4*. – Число образующих векторов ошибок в зависимости от кратности ошибки $t = 2:7$ при применении разных методов формирования $e_{обр}$

Результаты. По сравнению с приведенным выше алгоритмом, наш алгоритм намного раз уменьшение количества образующих образов ошибок, в первых, мы формируем образующих образов из сокращения предыдущих образов, значит не нужно анализ всех случайных образов и на много раз уменьшает вычислительную сложность; во вторых, оставление только транспонирования матрицы подмножества, также уменьшает вычислительную сложность.

Заключение. Проведенный анализ одномерного и двумерного кодирования показал, что при применении одномерного кодирования для борьбы с ошибками, возникающими при обработке, хранении и передаче информации возникает - проблема селектора. Установлено, что применение двумерного кодирования позволяет уменьшить “ проблема селектора ” из-за коррекции на первом этапе ошибок малой кратности и исправления оставшихся ошибок как стираний на втором этапе декодирования. Очевидно, что двумерное кодирование имеет возможность коррекции многократных ошибок. В данной работе анализируются различные методы формирования библиотеки образов ошибок на основе двухмерного кодирования. Результатом предварительной работы образов ошибок является библиотека сжатых образов двумерных ошибок. Новый метод позволил сократить время генерации библиотеки ошибок. Результаты эксперимента показывают, что новый метод имеет хорошую производительность.

Список литературы

[1] Вильямс, М.Ф. Теория кодов, исправляющих ошибки // М.: Связь. – 1979.

[2] Блейхут, Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. // М.: Мир. – 1986.

[3] Daniel, J.C. Error Control Coding, Second Edition // SHU L, Daniel. J.C, Jr. (ISBN 0–13–042672-5). – 2004. – P44-P 89.

[4] Блох, Э.Л. Линейные каскадные коды. / Э.Л.Блох, В.В.Зяблов. // М.:Связь. – 1982. – С.229.

[5] Ekroot, L. A Decoding of Block Codes. / L .Ekroot , Dolinar S // IEEE Transaction Inform Theory. – 1993. P.1052-1056.

[6] Конопелько, В.К. Классы эквивалентности и нормы синдромов для БЧХ-кодов / В.К.Конопелько, В.А. Липницкий // Современные средства и связи: материалы 2-й Междунар. Науч. конф, Беларусь,22-26 сент. – 1997. – №1. – С. 82-85.

[7] Конопелько, В.К. Табличные низкоплотные коды, исправляющие модуль и пакет ошибок // Автоматика и телемеханика . – 1992. – №4. – С. 155-163.

[8] Конопелько, В.К. Праграммная обработка кодов, независимые и пакетные ошибки // Минск: Ротапринт МРТИ. – 1992. – №4. – С. 24.

[9] Конопелько, В.К. Коды для БИС, контролирующих двойную и модульную ошибки / В.К.Конопелько, С.А.Тар1асов // Известия вузов. Приборостроение. – 1991. – №9. – С. 36-41.

[10] Конопелько, В.К. Помехоустойчивое кодирование в радиотехнических системах передачи информации. однородные коды. // Минск: Ротапринт МРТИ . – 1993. – С. 28.

[11] Конопелько, В.К. Декодирующие возможности реверсивных кодов с минимальным расстоянием 5/ В.К.Конопелько, В.А. Липницкий кодирование // радиотехника и электроника . – 1999. – С. 70-74.

[12] Конопелько, В.К. Устройство декодирования для коррекции двойных ошибок // Патент SU 1833968.

[13] Конопелько, В. К. Двухэтапное декодирование табличных кодов и идентификация кратности ошибок / В. К. Конопелько, Фам Хак Хоан // Доклады БГУИР. – 2007. – № 1 (17). – С. 55 - 60.

[14] Теория норм синдромов и перестановочное декодирование помехоустойчивых кодов / Липницкий В.А., Конопелько В.К // Мн.: Изд. центр БГУ. – 2007.

Поиск образов двумерных зависимых ошибок[15] Смолякова, О.Г. Поиск образов двумерных зависимых ошибок / О.Г. Смолякова, Е.Г. Макейчик, В.К. Конопелько // Доклады БГУИР. – 2009. – № 5 (43). – С. 57-64.

[16] Конопелько, В.К. Классификация точечных образов и классическая проблема разбиения чисел / В.К.Конопелько.В.А.Липницкий, Н.В.Спичекова // Доклады БГУИР. – 2010. – №5. – С.112-117.

[17] Салас, Н.А. Коррекция стираний кодами с общей проверкой четности на основе идентификации кратности ошибок в прямом и инверсом каналах декодирования / Н.А.Салас. В.К.Конопелько,А.И.Королев // Доклады БГУИР. – 2013. – С. 33-38.

[18] Салас, Н.А. Коррекция стираний при двумерном кодировании информации / Н.А.Салас. В.К.Конопелько // Междунар.науч.тех.конф, Москва . – 2013. – С. 139-142.

[19] Конопелько, В.К. Классификация векторов ошибок при двумерном кодировании информации / О.Г.Смолякова, В.К.Конопелько // Доклады БГУИР. – 2008. – С.19-28.

[20] Конопелько, В.К. Коррекция ошибок и стираний при двумерном кодировании информации / О.Г.Смолякова, В.К.Конопелько // Доклады БГУИР.– 2008. – С.142-153.

[21] Конопелько, В.К. Действие квадрата симметрической группы на специальном классе (0;1)–матриц. Отсутствие полных орбит // В.К.Конопелько.В.А.Липницкий, Н.В.Спичекова // Доклады БГУИР. – 2010. – №6. – С.40-46.

[22] Конопелько, В.К. Общие семейства в орбитальной классификации точечных образов / В.К.Конопелько, В.А.Липницкий, Н.В.Спичекова // Доклады БГУИР. – 2011. – С.17-25.

ANALYSIS CORRECTION OF MULTIPLE ERRORS IN ONE-DIMENSIONAL AND TWO-DIMENSIONAL CODING

REN XUN HUAN.
Postgraduate student of the BSUIR

MA JUN.
Postgraduate student of the BSUIR

V.K.KONOPELKO
Doctor of Engineering Sciences
Professor of Infocommunication Technologies Department
BSUIR, professor

Belarusian State University of Informatics and Radio Electronics, Republic of Belarus
E-mail: volos@bsuir.by

Abstract. In monographs on coding theory has mentioned the efficient using the method of error pattern library to correct errors. However, the generated processing algorithms are highly complex due to the search for the corresponding permutations. A new algorithm for forming library patterns using the transpose of the matrix is proposed. It is shown that the algorithm allows reducing the number of generated patterns and increased the speed of the computation.

Keywords: one-dimensional encoding, two-dimensional encoding, error patterns.