

ОБОБЩЕНИЯ КОДОВ ХЕММИНГА

А.В. Кушнеров, В.А. Липницкий

Коды Хемминга – это классика теории помехоустойчивого кодирования [1]. Данное семейство кодов хорошо изучено как с теоретической, так и практической точек зрения. Классический двоичный код Хемминга $C_{\chi,n}^1$ имеет длину $n = 2^m - 1$, задается проверочной матрицей, которая состоит из всех степеней примитивного элемента α конечного поля $GF(2^m)$, и имеет минимальное расстояние три, то есть способен исправлять ошибки весом 1.

Разработанная в [2], теория норм синдромов стимулировала систематические исследования непримитивных БЧХ-кодов, имеющих произвольную нечетную длину n , и их конструктивно предельно простой случай – непримитивных кодов Хемминга. У последних в проверочной матрице элемент α заменен непримитивным элементом β порядка n в поле $GF(2^m)$. Как показали исследования, примерно у трети таких кодов Хемминга минимальное расстояние d оказалось большим 3.

Последнее обстоятельство послужило побудительным мотивом к рассмотрению более широкого класса обобщенных (непримитивных) кодов Хемминга. Столбцы проверочной матрицы обобщенного кода Хемминга $C_{\chi,n}^k$ нечетной длины n представляют собой степени элемента β , предварительно возведенного в некоторую степень k . Спектр таких степеней ограничен следующим образом: $1 \leq k \leq n - 1$.

Установлено, что число различных кодов Хемминга заданной длины n не превосходит количества различных циклотомических классов по модулю n , на которые разбивается множество $T_n = (1, 2, \dots, n)$. Конкретные свойства и корректирующие возможности новых кодов требуют теоретических исследований и кропотливых компьютерных вычислений.

Литература

1. Мак-Вильямс Ф.Дж., Слоэн Н.Дж.А. Теория кодов, исправляющих ошибки. – М.: Связь, 1979. – 744 с.
2. Липницкий В.А., Конопелько В.К. Норменное декодирование помехоустойчивых кодов и алгебраические уравнения. – Мн.: Издательский центр БГУ, 2007. – 216 с.