http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2020-18-3-5-13

Оригинальная статья
Original paper

УДК 621.396

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ТОЧНОСТЬ КВАЗИОПТИМАЛЬНЫХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ УГЛОВЫХ КООРДИНАТ СО СКАНИРУЮЩЕЙ МНОГОКАНАЛЬНОЙ АНТЕННОЙ СИСТЕМОЙ

КОЗЛОВ С.В., ВУ ТХАНЬ ХА

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
(г. Минск, Республика Беларусь)

Поступила в редакцию 17 декабря 2019

Аннотация. Получены аналитические выражения для среднего квадратического отклонения ошибок оценивания угловых координат цели для квазиоптимальных алгоритмов обработки флуктуирующих сигналов в радиолокационных измерителях со сканирующей многоканальной приемной системой в условиях внешних помех. Аналитические оценки базируются на построении и обращении информационной матрицы Фишера при совместной оценке направления прихода и мощности флуктуирующего отраженного сигнала на выходе изотропной приемной антенны и параболической аппроксимации среднего значения решающей статистики в окрестности направления на цель для алгоритма обработки, предусматривающей оценку средней мощности отраженного сигнала методом наименьших квадратов. Показана сходимость точных и приближенных аналитических оценок и результатов компьютерного моделирования. Приведены результаты исследования точности определения угловых координат отраженного сигнала для типовых пространственно-энергетических ситуаций. Показано, что ошибки оценивания угловых координат отраженного сигнала являются несмещенными, причем при малых интервалах корреляции отраженного сигнала плотность вероятности ошибок оценивания азимута цели имеет нормальное распределение, а при больших интервалах корреляции распределение существенно отличается от нормального и приобретает большой положительный эксцесс и асимметрию, значения которых зависят от угловых различий источника помех и цели. Полученные выражения могут быть использованы для оценки эффективности квазиоптимальных радиолокационных измерителей в условиях внешних помех и при комплексном моделировании радиолокационных средств, включающих такие измерители.

Ключевые слова: пространственная компенсация помех, матрица Фишера, статистические характеристики, функция отношения правдоподобия, асимметрия, эксцесс.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Козлов С.В., Ву Тхань Ха. Потенциальная точность квазиоптимальных радиолокационных измерителей угловых координат со сканирующей многоканальной антенной системой. Доклады БГУИР. 2020; 18(3): 5-13.

POTENTIAL ACCURACY OF QUASI-OPTIMAL RADAR METERS OF ANGULAR COORDINATES WITH SCANNING MULTI-CHANNEL ANTENNA SYSTEM

SERGEI V. KOZLOV, VU THANH HA

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (Minsk, Republic of Belarus)

Submitted 17 December2020

Abstract. We obtained the analytical expressions for the mean square deviation of errors in estimating the angular coordinates of the target for quasi-optimal algorithms of processing the fluctuating signals in radar meters with a scanning multichannel receiving system under external interference. Analytical estimates are based on the construction and circulation of the Fisher information matrix with a joint estimation of the direction of arrival and power of the fluctuating reflected signal at the output of the isotropic receiving antenna and a parabolic approximation of the mean value of the decisive statistic in the vicinity of the target direction for the processing algorithm, which provides for an estimate of the average power of the reflected signal by the least square method. The research demonstrates the convergence of exact and approximate analytical estimates and the results of computer modeling. We present the results of studying the accuracy of determining the angular coordinates of the reflected signal for typical space-energy cases. It is shown that the estimation error of the angular coordinates of the reflected signal are unbiased, and at small intervals of the correlation of the reflected signal the probability density of estimation error of the target azimuth exhibits normal distribution. In case of large correlation intervals, the distribution significantly differs from normal and acquires a large positive kurtosis and asymmetry with their values depending on the angular differences of the interference source and the target. The obtained expressions can be used to evaluate the effectiveness of quasi-optimal radar meters in the conditions of external interference and in the complex modeling of radar facilities with such meters included.

Keywords: spatial interference compensation, Fisher matrix, statistical characteristics, likelihood ratio function, asymmetry, kurtosis.

Conflict of interests. The authors declare no conflict of interests.

For citation. Kozlov S.V., Vu Thanh Ha. Potential accuracy of quasi-optimal radar meters of angular coordinates with scanning multi-channel antenna system. Doklady BGUIR. 2020; 18(3): 5-13.

Введение

В [1, 2] для модельного случая нефлуктуирующего и реальных случаев дружно- и быстрофлуктуирующего отраженного сигнала (ОС) при отсутствии и наличии мешающих отражений (МО) обоснованы модификации квазиоптимальных алгоритмов оценивания пеленга цели в измерителе угловых координат обзорной радиолокационной станции (РЛС) с подсистемой пространственной компенсации помех на базе многоканальной антенной системы [3]. Статистические характеристики пеленгации ОС для указанных алгоритмов не исследовались. Их получение и исследование является целью настоящей статьи.

Методика исследования потенциальных точностей квазиоптимальных алгоритмов

Для иллюстрации предлагаемого подхода ограничимся случаем отсутствия МО и реализации одноэтапного [2] алгоритма функционирования измерителя. Кроме того, будем полагать, что коэффициент r междупериодной корреляции ОС известен с достаточной точностью.

Оцениваемыми являются азимут $\hat{\alpha}$ и средняя мощность $\sigma_{\text{с}}^2$ ОС на выходе изотропной приемной антенны при облучении цели максимумом главного лепестка диаграммы направленности (ДН) передающей антенны [4]. Корреляционная матрица (КМ) $\mathbf{K}$ ошибок оценки параметров сигнала определяется выражением [5] вида

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} D_\alpha & K_{\alpha P} \\ K_{\alpha P} & D_{\sigma_{\text{с}}^2} \end{pmatrix} = -\mathbf{I}_{\text{ф}}, \tag{1}$$

где D_α, $D_{\sigma_{\text{с}}^2}$, $K_{\alpha P}$ – дисперсии и корреляционный момент связи ошибок оценивания азимута и мощности ОС; $\mathbf{I}_{\text{ф}} = \begin{pmatrix} A & B \\ B & C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{\dfrac{\partial^2 \Psi(\mathbf{z}/\alpha, \sigma_{\text{с}}^2)}{\partial \alpha^2}} & \overline{\dfrac{\partial^2 \Psi(\mathbf{z}/\alpha, \sigma_{\text{с}}^2)}{\partial \alpha \partial \sigma_{\text{с}}^2}} \\ \overline{\dfrac{\partial^2 \Psi(\mathbf{z}/\alpha, \sigma_{\text{с}}^2)}{\partial \alpha \partial \sigma_{\text{с}}^2}} & \overline{\dfrac{\partial^2 \Psi(\mathbf{z}/\alpha, \sigma_{\text{с}}^2)}{(\partial \sigma_{\text{с}}^2)^2}} \end{pmatrix}$ – матрица Фишера; $\Psi(\mathbf{z}/\alpha, \sigma_{\text{с}}^2)$ – логарифм функции отношения правдоподобия (ФОП); верхняя черта означает операцию статистического усреднения по ансамблю реализаций векторов $\mathbf{z} = (\dot{Z}_1, \dot{Z}_2, ..., \dot{Z}_I)^{\text{T}}$ отсчетов обеленной по пространству и времени принимаемой реализации; I – число отсчетов (импульсов в пачке) на интервале наблюдения [2].

Для дружно флуктуирующего сигнала [2]

$$\Psi_1(\mathbf{z}/\alpha, \sigma_{\text{с}}^2) = \mathbf{z}^+(\mathbf{E} - (\mathbf{E} + \sigma_{\text{с}}^2 \mathbf{R}_{\text{н}}(\alpha))^{-1})\mathbf{z} - \ln|\mathbf{E} + \sigma_{\text{с}}^2 \mathbf{R}_{\text{н}}(\alpha)|, \tag{2}$$

где $\mathbf{R}_{\text{н}}(\alpha)$ – КМ отсчетов ОС единичной мощности с учетом операции обеления с элементами

$$R_{\text{н}k,m}(\alpha) = r^{|k-m|} \dot{Z}_{\text{оп}_k}(\alpha) Z^*_{\text{оп}_m}(\alpha), \tag{3}$$

$\dot{Z}_{\text{оп}_k}(\alpha) = \dfrac{\dot{F}_0(\alpha_{\text{а}k} - \alpha) e^{j 2\pi F_{DS} T_r k} \boldsymbol{\omega}_k^+ \mathbf{s}(\alpha_{\text{а}k} - \alpha)}{\sqrt{\hat{P}_{\text{ш+п}_k}}}$ – отсчеты ожидаемого (опорного) сигнала; $\alpha_{\text{а}k}$ – азимут антенны РЛС при приеме k-го импульса; $\dot{F}_0(\alpha_{\text{а}k} - \alpha)$; F_{DS}; T_r: $\boldsymbol{\omega}_k^+$, $\mathbf{s}(\alpha_{\text{а}k} - \alpha)$; $\hat{P}_{\text{ш+п}_k} = \boldsymbol{\omega}_k^+ \boldsymbol{\Phi}_k \boldsymbol{\omega}_k$ – ДН передающей антенны; доплеровский сдвиг частоты ОС; период повторения импульсов РЛС; вектор весовых коэффициентов приемных каналов, вектор-столбец диаграмм направленности приемных каналов и оценка мощности взвешенных шумов и нескомпенсированных остатков помех после пространственной компенсации помех соответственно; $\boldsymbol{\Phi}_k$ – КМ помех на выходах приемных каналов; «+» – знак эрмитового сопряжения. Здесь и далее все обозначения, кроме оговариваемых, соответствуют использованным в [1, 2].

ФОП (2) приводит к максимально правдоподобной (МП) оценке вида

$$(\hat{\alpha}, \hat{\sigma}_{\text{с}}^2) = \arg\max_{\alpha, \sigma_{\text{с}}^2} \Psi_1(\mathbf{z}/\alpha, \sigma_{\text{с}}^2), \tag{4}$$

для которой КМ ошибок оценивания параметров соответствует (1).

Заменив в ФОП (1) значение $\sigma_{\text{с}}^2$ на его оценку по методу наименьших квадратов

$$\hat{\sigma}_{\text{с}}^2(\alpha) = \sum_{i=1}^{I} (|\dot{Z}_i|^2 - \sigma_{\text{ш}}^2) |\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha)|^2 / \sum_{i=1}^{I} |\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha)|^4, \tag{5}$$

получим упрощенную модификацию решающей статистики вида

$$\Psi_2(\mathbf{z}/\alpha) = \mathbf{z}^+(\mathbf{E} - (\mathbf{E} + \hat{\sigma}_\text{c}^2(\alpha)\mathbf{R}_\text{н}(\alpha))^{-1})\mathbf{z} - \ln|\mathbf{E} + \hat{\sigma}_\text{c}^2(\alpha)\mathbf{R}_\text{н}(\alpha)|\,, \tag{6}$$

с оценкой азимута

$$\hat{\alpha} = \arg\max_{\alpha} \Psi_2(\mathbf{z}/\alpha)\,. \tag{7}$$

Для МП оценки (4) может быть получена матрица Фишера вида (1). Для статистики (6) и оценки (7) нижняя граница Рао – Крамера для дисперсии оценивания азимута:

$$\sigma_\alpha^2 = -\left(\overline{\frac{\partial^2\Psi_2(\mathbf{z}/\alpha)}{\partial\alpha^2}}\Bigg|_{\alpha=\alpha_\text{c}}\right)^{-1} = -\left(\frac{\partial^2\overline{\Psi_2(\alpha)}}{\partial\alpha^2}\Bigg|_{\alpha=\alpha_\text{c}}\right)^{-1}, \tag{8}$$

где $\Psi_2(\alpha) = \overline{\Psi_2(\mathbf{z}/\alpha)}$ – средняя по ансамблю реализацией вектора $\mathbf{z}$ решающая статистика (6). Изменение в (8) порядка операций статистического усреднения и дифференцирования правомочно ввиду их линейности.

Выражения для КМ ошибок оценок максимального правдоподобия

Обозначим в (2)

$$\mathbf{H} = (\mathbf{E} + \sigma_\text{c}^2\mathbf{R}_\text{н}(\alpha))^{-1},\ \mathbf{D} = \ln|\mathbf{E} + \sigma_\text{c}^2\mathbf{R}_\text{н}(\alpha)|\,, \tag{9}$$

где $\mathbf{R}_\text{н}(\alpha) = \mathbf{b}(\alpha)\mathbf{b}^+(\alpha) \otimes \mathbf{R}_r$; $\mathbf{b}(\alpha) = \left(\dot{Z}_{\text{оп}_1}(\alpha), ..., \dot{Z}_{\text{оп}_I}(\alpha)\right)^\text{T}$; $\mathbf{R}_r$ – матрица, составленная из междупериодных коэффициентов корреляции ОС с элементами $R_{\eta_{k,m}} = r^{|k-m|}$; $\otimes$ – операция поэлементного перемножения матриц.

Используя правила матричного дифференцирования, получим:

$$\mathbf{H}'_\alpha = \frac{\partial\mathbf{H}}{\partial\alpha} = -\sigma_\text{c}^2\mathbf{H}\frac{\partial\mathbf{R}_\text{н}(\alpha)}{\partial\alpha}\mathbf{H};\ \mathbf{H}''_\alpha = \frac{\partial\mathbf{H}'_\alpha}{\partial\alpha} = -\sigma_\text{c}^2\left(\mathbf{H}'_\alpha\frac{\partial\mathbf{R}_\text{н}(\alpha)}{\partial\alpha}\mathbf{H} + \mathbf{H}\frac{\partial^2\mathbf{R}_\text{н}(\alpha)}{\partial\alpha^2}\mathbf{H} + \mathbf{H}\frac{\partial\mathbf{R}_\text{н}(\alpha)}{\partial\alpha}\mathbf{H}'_\alpha\right);$$

$$\mathbf{H}'_{\sigma_\text{c}^2} = \frac{\partial\mathbf{H}}{\partial\sigma_\text{c}^2} = -\mathbf{H}\mathbf{R}_\text{н}(\alpha)\mathbf{H};\ \mathbf{H}''_{\sigma_\text{c}^2} = \frac{\partial\mathbf{H}'_{\sigma_\text{c}^2}}{\partial\sigma_\text{c}^2} = -\left(\mathbf{H}'_{\sigma_\text{c}^2}\mathbf{R}_\text{н}(\alpha)\mathbf{H} + \mathbf{H}\mathbf{R}_\text{н}(\alpha)\mathbf{H}'_{\sigma_\text{c}^2}\right);$$

$$\mathbf{H}''_{\alpha\sigma_\text{c}^2} = -\left[\mathbf{H}\frac{\partial\mathbf{R}_\text{н}(\alpha)}{\partial\alpha}\mathbf{H} + \sigma_\text{c}^2\left(\mathbf{H}'_{\sigma_\text{c}^2}\frac{\partial\mathbf{R}_\text{н}(\alpha)}{\partial\alpha}\mathbf{H} + \mathbf{H}\frac{\partial\mathbf{R}_\text{н}(\alpha)}{\partial\alpha}\mathbf{H}'_{\sigma_\text{c}^2}\right)\right];$$

$$\mathbf{D}'_\alpha = \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial\alpha} = \sigma_\text{c}^2 tr\left(\mathbf{H}\frac{\partial\mathbf{R}_\text{н}(\alpha)}{\partial\alpha}\right);\ \ \mathbf{D}''_\alpha = \frac{\partial\mathbf{D}'_\alpha}{\partial\alpha} = \sigma_\text{c}^2 tr\left(\mathbf{H}'_\alpha\frac{\partial\mathbf{R}_\text{н}(\alpha)}{\partial\alpha} + \mathbf{H}\frac{\partial^2\mathbf{R}_\text{н}(\alpha)}{\partial\alpha^2}\right);$$

$$\mathbf{D}'_{\sigma_\text{c}^2} = \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial\sigma_\text{c}^2} = tr\left(\mathbf{H}\mathbf{R}_\text{н}(\alpha)\right);\mathbf{D}''_{\sigma_\text{c}^2} = \frac{\partial\mathbf{D}'_{\sigma_\text{c}^2}}{\partial\sigma_\text{c}^2} = tr\left(\mathbf{H}'_{\sigma_\text{c}^2}\mathbf{R}_\text{н}(\alpha)\right);\ \mathbf{D}''_{\alpha\sigma_\text{c}^2} = tr\left(\mathbf{H}\frac{\partial\mathbf{R}_\text{н}(\alpha)}{\partial\alpha}\right) + \sigma_\text{c}^2 tr\left(\mathbf{H}'_{\sigma_\text{c}^2}\frac{\partial\mathbf{R}_\text{н}(\alpha)}{\partial\alpha}\right),$$

где $\dfrac{\partial\mathbf{R}_\text{н}(\alpha)}{\partial\alpha} = \left(\dfrac{\partial\mathbf{b}(\alpha)}{\partial\alpha}\mathbf{b}^+(\alpha) + \mathbf{b}(\alpha)\left(\dfrac{\partial\mathbf{b}(\alpha)}{\partial\alpha}\right)^+\right) \otimes \mathbf{R}_r$;

$$\frac{\partial^2\mathbf{R}_\text{н}(\alpha)}{\partial\alpha^2} = \left(\frac{\partial^2\mathbf{b}(\alpha)}{\partial\alpha^2}\mathbf{b}^+(\alpha) + 2\frac{\partial\mathbf{b}(\alpha)}{\partial\alpha}\frac{\partial\mathbf{b}^+(\alpha)}{\partial\alpha} + \mathbf{b}(\alpha)\left(\frac{\partial^2\mathbf{b}(\alpha)}{\partial\alpha^2}\right)^+\right) \otimes \mathbf{R}_r\,;$$

$\dfrac{\partial\mathbf{b}(\alpha)}{\partial\alpha}$ и $\dfrac{\partial^2\mathbf{b}(\alpha)}{\partial\alpha^2}$ – векторы с i-ми элементами вида

$$\frac{1}{\sqrt{\widehat{P}_{\text{ш+п}_i}}}\left(\frac{\partial \dot{F}_0(\alpha_{ai}-\alpha)}{\partial\alpha}\boldsymbol{\omega}_i^{+}\mathbf{s}(\alpha_{ai}-\alpha)+\dot{F}_0(\alpha_{ai}-\alpha)\boldsymbol{\omega}_i^{+}\frac{\partial \mathbf{s}(\alpha_{ai}-\alpha)}{\partial\alpha}\right) \text{ и}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\widehat{P}_{\text{ш+п}_i}}}\left(\frac{\partial^2 \dot{F}_0(\alpha_{ai}-\alpha)}{\partial\alpha^2}\boldsymbol{\omega}_i^{+}\mathbf{s}(\alpha_{ai}-\alpha)+2\frac{\partial \dot{F}_0(\alpha_{ai}-\alpha)}{\partial\alpha}\boldsymbol{\omega}_i^{+}\frac{\partial \mathbf{s}(\alpha_{ai}-\alpha)}{\partial\alpha}+\dot{F}_0(\alpha_{ai}-\alpha)\boldsymbol{\omega}_i^{+}\frac{\partial^2 \mathbf{s}(\alpha_{ai}-\alpha)}{\partial\alpha^2}\right);$$

$$\frac{\partial \mathbf{s}(\alpha_{ai}-\alpha)}{\partial\alpha}=\left(\frac{\partial \dot{F}_0(\alpha_{ai}-\alpha)}{\partial\alpha},\frac{\partial \dot{F}_1(\alpha_{ai}-\alpha)}{\partial\alpha},\ldots,\frac{\partial \dot{F}_N(\alpha_{ai}-\alpha)}{\partial\alpha}\right)^{\text{T}}.$$

Тогда элементы матрицы Фишера в виде средних значений производных ФОП в точке $\alpha=\alpha_{\text{c}}\,;\sigma_{\text{c}}^2=P_{\text{c}}$ с учетом некоррелированности нескомпенсированных остатков помех и внутренних шумов и нормировки их суммарной мощности к единице составят

$$A=-(\overline{\mathbf{z}^{+}\mathbf{H}_{\alpha}^{//}\mathbf{z}+\mathbf{D}_{\alpha}^{//}})=-\sum_i\sum_j H_{\alpha_{i,j}}^{//}\overline{Z_iZ_j^{*}}-\sigma_{\text{c}}^2 tr\left(\mathbf{H}_{\alpha}^{/}\frac{\partial \mathbf{R}_{\text{н}}(\alpha)}{\partial\alpha}+\mathbf{H}\frac{\partial^2\mathbf{R}_{\text{н}}(\alpha)}{\partial\alpha^2}\right)=$$

$$=-\sum_i\sum_j H_{\alpha_{i,j}}^{//}Q_{i,j}-\sigma_{\text{c}}^2 tr\left(\mathbf{H}_{\alpha}^{/}\frac{\partial \mathbf{R}_{\text{н}}(\alpha)}{\partial\alpha}+\mathbf{H}\frac{\partial^2\mathbf{R}_{\text{н}}(\alpha)}{\partial\alpha^2}\right);$$

$$Q_{i,j}=\begin{cases}1+\sigma_{\text{c}}^2 b_i(\alpha)b_j^{*}(\alpha), i=j\\ r^{|i-j|}\sigma_{\text{c}i}^2(\alpha)b_i(\alpha)b_j^{*}(\alpha), i\neq j\end{cases};$$

$$B=-\sum_i\sum_j H_{\alpha_{i,j}}^{//}Q_{i,j}-\left[tr\left(\mathbf{H}\frac{\partial \mathbf{R}_{\text{н}}(\alpha)}{\partial\alpha}\right)+\sigma_{\text{c}}^2 tr\left(\mathbf{H}_{\sigma_{\text{c}}^2}^{/}\frac{\partial \mathbf{R}_{\text{н}}(\alpha)}{\partial\alpha}\right)\right];\ C=-\sum_i\sum_j H_{\alpha_{i,j}}^{//}Q_{i,j}-tr\left(\mathbf{H}_{\sigma_{\text{c}}^2}^{/}\mathbf{R}_{\text{н}}(\alpha)\right).$$

Обращая матрицу Фишера и беря результат с обратным знаком, получим:

$$-\mathbf{I}_{\Phi}^{-1}=\frac{1}{B^2-AC}\begin{pmatrix}C & -B\\ -B & A\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\sigma_{\alpha}^2 & r_{\alpha P}\sigma_{\alpha}\sigma_P\\ r_{\alpha P}\sigma_{\alpha}\sigma_P & \sigma_P^2\end{pmatrix}. \quad (10)$$

Дисперсии оценивания азимута, мощности сигнала и коэффициент корреляции оценок:

$$\sigma_{\alpha}^2=\frac{C}{B^2-AC};\quad \sigma_P^2=\frac{A}{B^2-AC};\quad r_{\alpha P}=-\frac{B}{\sqrt{AC}}. \quad (11)$$

Дисперсия оценивания азимута для упрощенного алгоритма

Аппроксимируем ФОП (6) в окрестности точки $\alpha=\alpha_{\text{c}}$ (окрестности максимума) параболой вида

$$\Psi_2(\alpha)=a\alpha^2+b\alpha+c, \quad (12)$$

где вектор $(a,b,c)^{\text{T}}$ коэффициентов является решением системы уравнений

$$\begin{cases}a(\alpha_{\text{c}}-\delta\alpha)^2+b(\alpha_{\text{c}}-\delta\alpha)+c=\overline{\Psi_2(\alpha_{\text{c}}-\delta\alpha)}=\Psi_{-};\\ a\alpha_{\text{c}}^2+b\alpha_{\text{c}}+c=\overline{\Psi_2(\alpha_{\text{c}})}=\Psi_0;\\ a(\alpha_{\text{c}}+\delta\alpha)^2+b(\alpha_{\text{c}}+\delta\alpha)+c=\overline{\Psi_2(\alpha_{\text{c}}+\delta\alpha)}=\Psi_{+},\end{cases} \quad (13)$$

а $\overline{\Psi_2(\alpha_{\text{c}}-\delta\alpha)}=\Psi_{-}$, $\overline{\Psi_2(\alpha_{\text{c}})}=\Psi_0$, $\overline{\Psi_2(\alpha_{\text{c}}+\delta\alpha)}=\Psi_{+}$ – средние значения [3] ФОП в точках $\alpha_{\text{c}}-\delta\alpha,\ \alpha_{\text{c}},\ \alpha_{\text{c}}+\delta\alpha$ соответственно.

Из (12), (13) имеем

$$a = \frac{\Psi_+ - 2\Psi_0 + \Psi_-}{2\delta\alpha^2}. \tag{14}$$

Так как $\partial^2\Psi_2(\alpha)/\partial\alpha^2 = 2a$, то дисперсия ошибки пеленгации

$$\sigma_\alpha^2 = \frac{\delta\alpha^2}{-\Psi_+ + 2\Psi_0 - \Psi_-}. \tag{15}$$

Средние значения ФОП (6) в заданных точках составят [4]:

$$\Psi_\pm = \overline{\Psi_2(\mathbf{z}/\alpha_\text{с} \pm \delta\alpha)} = \overline{(\mathbf{z}_{\text{п+ш}} + \mathbf{z}_\text{с})^+ \mathbf{H}^{(\pm)}(\mathbf{z}_{\text{п+ш}} + \mathbf{z}_\text{с})} - \overline{\ln|\mathbf{E} + \hat{\sigma}_\text{с}^2(\alpha_\text{с} \pm \delta\alpha)\mathbf{R}_\text{н}(\alpha_\text{с} \pm \delta\alpha)|} =$$
$$= \sigma_\text{с}^2 \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{I} H_{i,j}^{(\pm)} r^{|i-j|} \dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha_\text{с} \pm \delta\alpha) Z^*_{\text{оп}\,j}(\alpha_\text{с} \pm \delta\alpha) + \sum_{i=1}^{I} H_{i,i}^{(\pm)} - \ln|\mathbf{E} + \overline{\sigma_\text{с}^2}(\alpha_\text{с} \pm \delta\alpha)\mathbf{R}_\text{н}(\alpha_\text{с} \pm \delta\alpha)|; \tag{16}$$
$$\Psi_0 = \sigma_\text{с}^2 \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{I} H_{i,j}^{(0)} r^{|i-j|} \dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha_\text{с}) Z^*_{\text{оп}\,j}(\alpha_\text{с}) + \sum_{i=1}^{I} H_{i,i}^{(0)} - \ln|\mathbf{E} + \overline{\sigma_\text{с}^2}(\alpha_\text{с})\mathbf{R}_\text{н}(\alpha_\text{с})|,$$

где $\mathbf{H}^{(\pm)} = \mathbf{E} - (\mathbf{E} + \overline{\sigma_\text{с}^2}(\alpha_\text{с} \pm \delta\alpha)\mathbf{R}_\text{н}(\alpha_\text{с} \pm \delta\alpha))^{-1}$; $\mathbf{H}^{(0)} = \mathbf{E} - (\mathbf{E} + \overline{\sigma_\text{с}^2}(\alpha_\text{с})\mathbf{R}_\text{н}(\alpha_\text{с}))^{-1}$;

$$\overline{\sigma_\text{с}^2}(\alpha_\text{с} \pm \delta\alpha) = \sigma_\text{с}^2 \sum_{i=1}^{I} |\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha_\text{с})|^2 |\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha_\text{с} \pm \delta\alpha)|^2 \Big/ \sum_{i=1}^{I} |\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha_\text{с} \pm \delta\alpha)|^4; \ \overline{\sigma_\text{с}^2}(\alpha_\text{с}) = \sigma_\text{с}^2. \tag{17}$$

При выводе учтено, что с учетом некоррелированности остатков помехи и шума и нормировки по мощности $\overline{\mathbf{z}_{\text{п+ш}}\mathbf{z}_{\text{п+ш}}^+} = \mathbf{E}$.

Таким образом, (15) совместно с (16), (17) определяет дисперсию результатов оценивания азимута ОС для упрощенного алгоритма с оценкой мощности ОС методом наименьших квадратов.

Результаты компьютерного моделирования

Проверка полученных аналитических соотношений проводилась путем компьютерного моделирования упрощенного алгоритма (7), получения выборочных математических ожиданий и среднего квадратического отклонения (СКО) ошибок оценивания пеленга цели и их сравнения аналитическими оценками (11) и (15). Моделирование проводилось для случая наличия одного мощного источника помех, угловое положение которого, нормированное к ширине $\Delta\alpha_{0,5}$ главного лепестка ДН основной приемопередающей антенны, составляло величину 0,125…2,5. Исходные данные [3] по РЛС, антенной системе и параметрам зондирующих сигналов принимались в соответствии с [3, 4]. Эффективная площадь рассеяния цели принималась 1 м^2, интервал корреляции флуктуаций ОС $\tau_\text{с} = 1...500$ мс. Источник прицельных по частоте помех воздействовал с дальности 100 км и имел мощность 1 кВт. При указанных параметрах отношение сигнал/шум без помех по одному импульсу пачки в максимуме ДН составляет 8,4 дБ, отношение помеха/шум при воздействии помехи по максимуму ДН основного/компенсационного каналов – 74/62 дБ. Корреляционная матрица помех на выходах приемных каналов при моделировании оценивалась по 40 отсчетам.

Результаты моделирования при достаточном (500) числе реализаций в виде нормированных СКО ошибок пеленгации (в процентах к ширине главного лепестка) приведены в табл. 1, где вид оценки «Ф» соответствует оценке (11), «У» – упрощенной оценке (15) и «М» – выборочным значениям СКО при компьютерном моделировании. В табл. 2 приведены данные по смещенности/несмещенности выборочных математических ожиданий (если доверительный интервал накрывал истинное значение, проставлялось «нет», иначе – указывалось математическое ожидание ошибки), коэффициентам асимметрии и эксцесса выборочных распределений.

Таблица 1. Результаты аналитических оценок и компьютерного моделирования
Table 1. Results of analytical estimates and computer modeling

Интервал корреляции ОС, с	Вид оценки	Нормированная СКО ошибок пеленгации × 100 %, при нормированном угловом отклонении источника помехи от источника сигнала				
		0,25	0,5	0,8	1,1	1,3
0,5	Ф	6,4	5,1	3,5	3,1	3,3
	У	6,5	5,1	3,6	3,2	3,6
	М	6,5	5,3	4,3	4,1	4,5
0,1	Ф	7,4	5,7	4,2	3,6	3,9
	У	7,4	5,7	4,1	3,6	4,1
	М	9,7	6,7	5,9	4,8	5,3
0,05	Ф	7,1	5,4	4	3,4	3,9
	У	7,1	5,4	4	3,4	4
	М	8,3	6,4	5,7	4,2	4,9
0,01	Ф	5,8	4,3	3,2	2,7	3,2
	У	5,8	4,2	3,2	2,7	3,2
	М	7,8	4,8	3,8	3	3,4
0,001	Ф	5	3,3	2,5	2	2,3
	У	4,9	3,2	2,5	2	2,3
	М	5,4	3,4	3	2,1	2,8

Как следует из результатов расчетов и моделирования, СКО ошибок пеленгации (11), полученные с использованием матрицы Фишера для максимально правдоподобного алгоритма (4), предполагающего совместную максимизацию ФОП по направлению прихода и мощности ОС, практические совпадают с расчетными СКО ошибки (15) для упрощенного алгоритма (7). Расхождение оценок СКО не превышает 2…3 % Выборочные СКО по результатам моделирования больше расчетных в среднем на 22 %. Это свидетельствует о том, что алгоритм (7) по крайней мере для рассматриваемых значений отношений сигнал/шум практически эквивалентен алгоритму максимального правдоподобия (4). Различия теоретических и выборочных оценок объясняется влиянием на точность ограниченного объема выборки при оценивании корреляционной матрицы процессов на выходах приемных каналов, погрешностями при поиске максимума ФОП, а также отклонением выборочных распределений от нормального распределения.

Таблица 2. Параметры выборочных распределений
Table 2. Sample distribution parameters

Интервал корреляции ОС, с	Факт смещенности оценки или нормированная средняя ошибка (%) коэффициенты асимметрии / эксцесса				
	0,25	0,5	0,8	1,1	1,3
0,5	нет 2,6 / 0,48	нет 3,2 / 0,23	нет 5,9 / –0,41	нет 7,3 / 0,32	нет 3,9 / 0,9
0,1	нет 1,3 / 0,26	–1,3 1,3 / –0,23	–1,3 1,1 / –0,58	нет 2,5 / 0,48	нет 1,7 / 0,56
0,05	нет 1,2 / 0,1	нет 3,2 / 0,23	–1,3 4,1 / –1,1	нет 2,3 / 0,53	нет 1,8 / 0,35
0,01	нет 0,3 / 0,23	–1,3 0,4 / –0,38	нет 1,1 / –0,37	нет –0,1 / –0,4	нет 0,24 / 0,18
0,001	–1,3 –0,1 / 0,16	–1,6 –0,08 / 0,25	нет 0,02 / 0	нет 0,1 / 0,2	нет 0,2 / 0,28

Результаты моделирования в большинстве случаев свидетельствуют о несмещенности оценок пеленга. В ситуациях, когда доверительный интервал не накрывает истинное значение, смещение оценки не превышает 1,6 % от ширины главного лепестка ДН антенны основного канала, и им можно пренебречь. При больших интервалах корреляции ОС выборочные распределения заметно отличаются от нормального с большим положительным эксцессом. Значительная часть оценок пеленга группируется возле истинного значения, но одновременно возрастает вероятность значительного (более трех СКО) отклонения оценки от истинного значения.

Заключение

Приведенный подход и основные расчетные соотношения могут быть очевидным образом преобразованы для двухэтапного квазиоптимального алгоритма оценивания угловых координат при наличии мешающих отражений. При этом мощность нескомпенсированных остатков МО после первого этапа алгоритма следует включить в мощность внутреннего шума и модифицировать основные расчетные соотношения с учетом приема ОС и внешней помехи с учетом весовых коэффициентов устройства череспериодного вычитания.

Полученные выражения могут быть использованы для оценки эффективности квазиоптимальных радиолокационных измерителей в условиях внешних помех и при комплексном моделировании радиолокационных средств с такими измерителями.

Список литературы

1. Козлов С.В., Ву Тхань Ха. Оценивание угловых координат в радиолокационных станциях с подсистемами пространственной компенсации помех. *Доклады БГУИР*. 2019;4:48-56.
2. Козлов С.В., Ву Тхань Ха. Алгоритмы обработки сигналов в радиолокационных измерителях угловых координат со сканирующей многоканальной антенной системой. *Журнал радиоэлектроники*. 2019;11:1-29. DOI 10.30898/1684-1719.2019.11.10.
3. Ву Тхань Ха, Козлов С.В. Статистические характеристики обнаружения и оценивания угловых координат целей в обзорных РЛС с многоканальными приемными системами. *Радиолокация, навигация и связь. Сборник трудов XXV Международной научно-технической конференции*. 2019;3:345-355.
4. Ву Тхань Ха, Козлов С.В. Алгоритмы оценивания угловых координат в обзорных РЛС с многоканальными приемными системами. *Радиолокация, навигация и связь. Сборник трудов XXV Международной научно-технической конференции*. 2019;3:102-115.
5. Тихонов В.И. *Статистическая радиотехника*. Москва: Сов. радио; 1966.

References

1. Kozlov S.V., Vu Thanh Ha. [Estimation of angular coordinates in radar stations with subsystems of spatial interference compensation]. *Doklady BGUIR = Doklady BGUIR*. 2019;4:48-56. (In Russ.)
2. Kozlov S.V., Vu Thanh Ha. [Algorithms of signal processing in the radar meters of angular coordinates with scanning multi-channel antenna system]. *Zhurnal Radioelektroniki =Journal of Radio Electronics*. 2019;11:1-29. DOI 10.30898/1684-1719.2019.11.10. (In Russ.)
3. Vu Thanh Ha, Kozlov S.V. [Statistical characteristics of the detection and estimation of angular coordinates targets in surveillance radars with multichannel reception systems]. *Radar, navigation and communication-2019. Proceedings XXV International Scientific and Technical Conference*. 2019;3:345–355. (In Russ.)
4. Vu Thanh Ha, Kozlov S.V. [Algorithms for estimating angular coordinates in review radars with multichannel reception systems]. *Radar, navigation and communication-2019. Proceedings of the XXV International Scientific and Technical Conference*. 2019;3:102–115 (In Russ.)
5. Tikhonov V.I. [*Statistical radio engineering*]. Moscow: Sov. radio, 1966. (In Russ.)

Вклад авторов

Козлов С.В. разработал постановку задачи и выполнил анализ полученных результатов.

Ву Тхань Ха разработал методики оценки потенциальной точности пеленгации, получил аналитические выражения для средних квадратических оценок ошибок оценивания угловых координат и выполнил компьютерное моделирование.

Authors' contribution

Kozlov S.V. has developed the problem statement and analyzed the obtained results.

Vu Thanh Ha has developed the techniques for estimating the potential accuracy of direction finding, obtained the analytical expressions for mean quadratic estimates of estimation errors of angular coordinates, and performed computer simulations.

Сведения об авторах

Козлов С.В., д.т.н., доцент, профессор кафедры информационных радиотехнологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

Ву Тхань Ха, аспирант кафедры информационных радиотехнологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. П. Бровки, 6,
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
тел. +375-17-293-89-11;
e-mail: kozlov@bsuir.by
Козлов Сергей Вячеславович

Information about the authors

Kozlov S.V., D.Sci, Associate Professor, Professor of Information Radioengineering Department of Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics.

Vu Thanh Ha, PG student of Information Radioengineering Department of Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics.

Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,
Minsk, P. Brovka str., 6,
Belarusian State University
of Informatics and Radioelectronics
tel. +375-17-293-89-11;
e-mail: kozlov@bsuir.by
Kozlov Sergei Vyacheslavovich