

АНАЛИЗ ВЕРОЯТНОСТИ ОШИБКИ СИГНАЛОВ QPSK И BPSK**Ку Х.Н.***Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь**Карпушкин Э.М. – К.т.н., Доцент*

В статье представлены аддитивный белый гауссовский шум, отношение сигнал/шум и анализ влияния аддитивного белого гауссовского шума на сигнал BPSK и QPSK.

Аддитивный белый гауссовский шум (AWGN) происходит по следующим причинам:

– шум является аддитивным. Это означает, принятый сигнал равен передаваемому сигналу плюс некоторый шум, где шум не зависит от сигнала

$$r(t) = s_i(t, \varphi_i) + n(t), \quad (1)$$

где $r(t)$ – входной сигнал приемника; $s(t)$ – информационный сигнал с неизвестной начальной фазой, $i = \overline{1, m}$; m – количество сигналов переносчиков; $n(t)$ – белый шум;

– шум является белым, то есть спектральная плотность мощности белого шума является постоянной для всех частот в диапазоне от $-\infty$ до $+\infty$. Поэтому автокорреляция шума во временной области равна нулю для любого ненулевого смещения времени;

– гауссово, это означает шума имеют гауссово распределение.

Отношение сигнал/шум – это соотношение мощности сигнала и мощности шума, как описано в математической форме

$$SNR = \frac{P_{\text{сигнал}}}{P_{\text{шум}}} = \frac{A_{\text{сигнал}}^2}{A_{\text{шум}}^2}. \quad (2)$$

Вероятность ошибки сигнала BPSK в процессе AWGN определяется по формуле

$$P(e) = Q\left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}}\right), \quad (3)$$

где функция Q определяется как $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} \exp\left[-\frac{y^2}{2}\right] dy = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)$, $x > 0$; E – энергия сигнала; N_0 – однополосная спектральная плотность шума.

Вероятность ошибки сигнала QPSK в процессе AWGN определяется по формуле

$$P(e) = 2Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) - \left[Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right)\right]^2 = 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) - \left[Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)\right]^2, \quad (4)$$

где E_s – энергия символа, $E_s = 2 \cdot E_b$; E_b – энергия бита.

При использовании кода Грея вероятность ошибки следующей:

$$P(b) \approx \frac{P(e)}{\log_2 M} \quad (\text{для } P(e) \ll 1), \quad (5)$$

где $P(e)$ – вероятность символьной ошибки; $P(b)$ – вероятность битовой ошибки; M – размер множества символов, $M = 2$ (BPSK) и $M = 4$ (QPSK).

Мы имеем: $SNR_{\text{дб}} = 10 \log(SNR) \Leftrightarrow SNR = 10^{\frac{SNR_{\text{дб}}}{10}}$, $SNR = E_b/N_0$. Из данных построим график зависимости вероятности ошибки BPSK и QPSK от отношения энергии бита к спектральной плотности шума представлена на рисунке 2.

Мы моделируем влияние аддитивного белого гауссовского шума на сигнал BPSK и QPSK в среде SIMULINK. С параметром : длительность информационного бита: $\tau_b = 0.0005\text{c}$; длительность информационного символа: $\tau_c = 2 \cdot \tau_b = 0.001\text{c}$. Схема моделирования BPSK и QPSK представлена на рисунке 1.

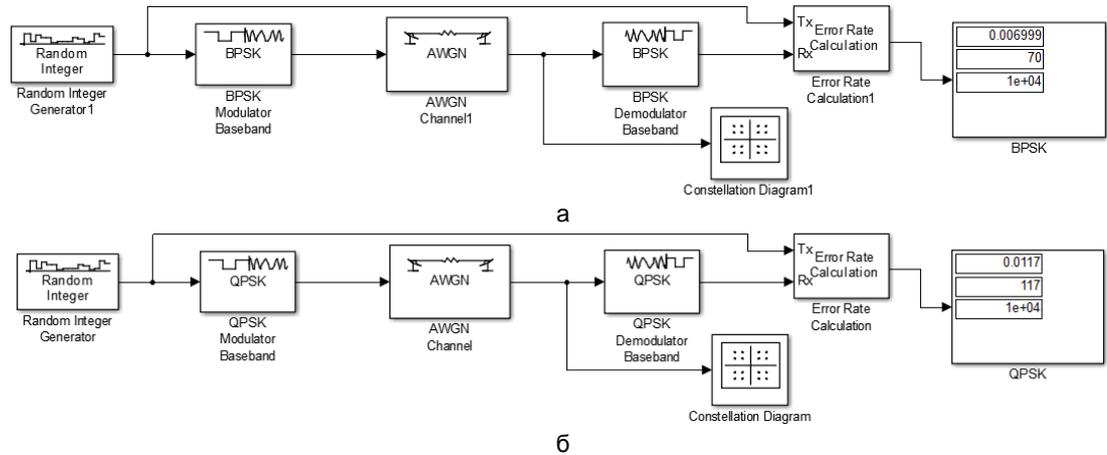


Рисунок 1 – Схема моделирования анализа вероятности ошибки сигналов BPSK и QPSK
а – BPSK, б – QPSK

График зависимости вероятности ошибки QPSK и BPSK от отношения сигнал/шум моделируются программным обеспечением SIMULINK представлена на рисунке 2.

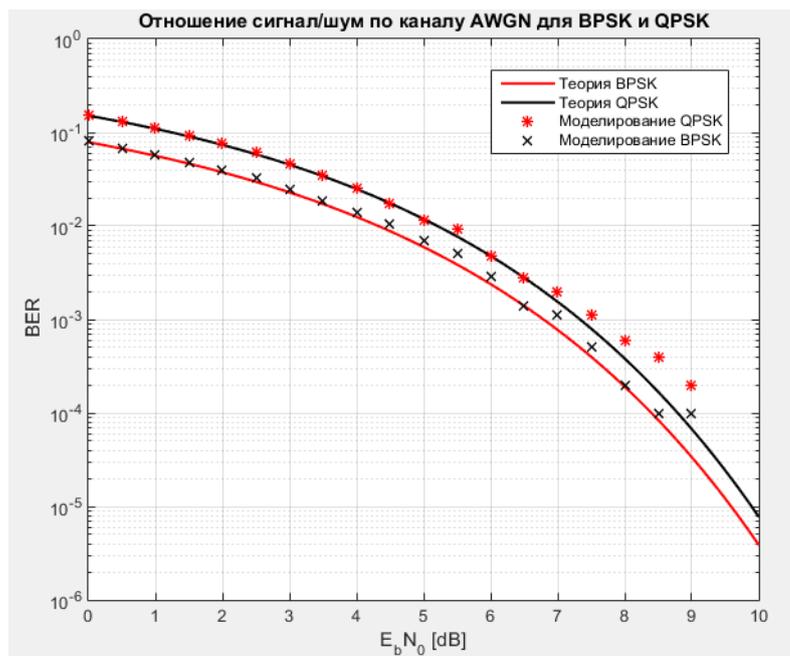


Рисунок 2 – Зависимость вероятности ошибки QPSK и BPSK от отношения сигнал/шум

Вывод:

- из формулы (4) и (5) можно сказать, что вероятность ошибки QPSK в два раза выше, чем вероятность ошибки BPSK и вероятность битовой ошибки сигнала QPSK равна сигналу BPSK;
- чем выше отношение сигнал/шум, тем ниже вероятность ошибки QPSK. BPSK имеет более низкую вероятность ошибки, даже с небольшой отношением сигнал/шум;
- вероятность ошибки появляются при моделировании SIMULINK приближается к ошибке расчета в теории.

Список использованных источников:

1. Бернанд Скляр. Перевод с английского Грозы, Е.Г.; Марченко, В.В.; Назаренко, А.В. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Пер. С англ – М.: 2003. - 1106 с.
2. Oussama Damen. ECE 414 - Wireless Communications – University of Waterloo, 2012.