# ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ КВАЗИОПТИМАЛЬНЫХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ УГЛОВЫХ КООРДИНАТ СО СКАНИРУЮЩЕЙ МНОГОКАНАЛЬНОЙ АНТЕННОЙ СИСТЕМОЙ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники*
*г. Минск, Республика Беларусь*

*Ву Тхань Ха*

*Козлов С.В. – д.т.н., доцент*

Получены аналитические выражения для среднего квадратического отклонения (СКО) ошибок оценивания угловых координат цели для квазиоптимальных алгоритмов обработки флуктуирующих сигналов в радиолокационных измерителях со сканирующей многоканальной приемной системой в условиях внешних помех. Показана сходимость аналитических оценок с вычислением информационной матрицы Фишера с результатами имитационного моделирования.

В [1, 2] для модельного случая нефлуктуирующего и реальных случаев дружно- и быстрофлуктуирующего отраженного сигнала (ОС) при отсутствии и наличии мешающих отражений (МО) обоснованы модификации квазиоптимальных алгоритмов оценивания пеленга цели в измерителе угловых координат обзорной радиолокационной станции (РЛС) с подсистемой пространственной компенсации помех (ПКП) на базе многоканальной антенной системы. Статистические характеристики пеленгации ОС для указанных алгоритмов не исследовались.

Для алгоритмов [1,2] оцениваемыми параметрами является азимут $\hat{\alpha}$ и средняя мощность $\sigma_{\text{c}}^2$ ОС на выходе изотропной приемной антенны при облучении цели максимумом главного лепестка ДН передающей антенны. Коэффициент $r$ междупериодной корреляции ОС полагается известным с достаточной точностью. Корреляционная матрица $\mathbf{K}$ ошибок оценки параметров сигнала определяется выражением вида

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} D_\alpha & K_{\alpha P} \\ K_{\alpha P} & D_{\sigma_{\text{c}}^2} \end{pmatrix} = -\mathbf{I}_\text{ф}, \tag{1}$$

где $D_\alpha$, $D_{\sigma_{\text{c}}^2}$, $K_{\alpha P}$ - дисперсии и корреляционный момент связи ошибок оценивания азимута и мощности ОС; $\mathbf{I}_\text{ф} = \begin{pmatrix} A & B \\ B & C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{\dfrac{\partial^2\Psi(\mathbf{z}/\alpha,\sigma_{\text{c}}^2)}{\partial\alpha^2}} & \overline{\dfrac{\partial^2\Psi(\mathbf{z}/\alpha,\sigma_{\text{c}}^2)}{\partial\alpha\partial\sigma_{\text{c}}^2}} \\ \overline{\dfrac{\partial^2\Psi(\mathbf{z}/\alpha,\sigma_{\text{c}}^2)}{\partial\alpha\partial\sigma_{\text{c}}^2}} & \overline{\dfrac{\partial^2\Psi(\mathbf{z}/\alpha,\sigma_{\text{c}}^2)}{(\partial\sigma_{\text{c}}^2)^2}} \end{pmatrix}$ - матрица Фишера; $\Psi(\mathbf{z}/\alpha,\sigma_{\text{c}}^2)$ - логарифм функции отношения правдоподобия (ФОП); верхняя черта означает операцию статистического усреднения по ансамблю реализаций векторов $\mathbf{z} = (\dot{Z}_1, \dot{Z}_2, ..., \dot{Z}_I)^\text{T}$ отсчетов обеленной по пространству и времени принимаемой реализации; $I$ - число отсчетов (импульсов в пачке) на интервале наблюдения [2].

Для дружно флуктуирующего сигнала [2]

$$\Psi_1(\mathbf{z}/\alpha,\sigma_{\text{c}}^2) = \mathbf{z}^+(\mathbf{E} - (\mathbf{E} + \sigma_{\text{c}}^2\mathbf{R}_\text{н}(\alpha))^{-1})\mathbf{z} - \ln|\mathbf{E} + \sigma_{\text{c}}^2\mathbf{R}_\text{н}(\alpha)|, \tag{2}$$

где $\mathbf{R}_\text{н}(\alpha)$ - КМ отсчетов ОС единичной мощности с учетом операции обеления с элементами, $R_{\text{н}_{k,m}}(\alpha) = r^{|k-m|}\dot{Z}_{\text{оп}_k}(\alpha)Z^*_{\text{оп}_m}(\alpha)$; $\dot{Z}_{\text{оп}_k}(\alpha) = \dot{F}_0(\alpha_{\text{a}k} - \alpha)e^{j2\pi F_{DS}T_r k}\boldsymbol{\omega}_k^+\mathbf{s}(\alpha_{\text{a}k} - \alpha)/\sqrt{\hat{P}_{\text{ш+п}_k}}$ – отсчеты ожидаемого (опорного) сигнала; $\alpha_{\text{a}k}$ - азимут антенны РЛС при приеме $k$-го импульса; $\dot{F}_0(\alpha_{\text{a}k} - \alpha)$, $F_{DS}$, $T_r$, $\boldsymbol{\omega}_k^+$, $\mathbf{s}(\alpha_{\text{a}k} - \alpha)$, $\hat{P}_{\text{ш+п}_k} = \boldsymbol{\omega}_k^+\boldsymbol{\Phi}_k\boldsymbol{\omega}_k$ - диаграмма направленности передающей антенны; доплеровский сдвиг частоты ОС; период повторения импульсов РЛС; вектор весовых коэффициентов приемных каналов, вектор-столбец диаграмм направленности приемных каналов и оценка мощности взвешенных шумов и нескомпенсированных остатков помех после ПКП, соответственно; $\boldsymbol{\Phi}_k$ - КМ помех на выходах приемных каналов; «+» - знак эрмитового сопряжения.

ФОП (2) приводит к максимально-правдоподобной (МП) оценке вида

$$(\hat{\alpha}, \hat{\sigma}_{\text{c}}^2) = \arg\max_{\alpha,\sigma_{\text{c}}^2} \Psi_1(\mathbf{z}/\alpha,\sigma_{\text{c}}^2), \tag{3}$$

для которой КМ ошибок оценивания параметров соответствует (1). Заменив в ФОП (1) значение $\sigma_c^2$ на его оценку по методу наименьших квадратов, $\hat{\sigma}_c^2(\alpha) = \sum_{i=1}^{I}(|\dot{Z}_i|^2 - \sigma_ш^2)|\dot{Z}_{оп_i}(\alpha)|^2 / \sum_{i=1}^{I}|\dot{Z}_{оп_i}(\alpha)|^4$, получим упрощенную модификацию решающей статистики вида

$$\Psi_2(\mathbf{z}/\alpha) = \mathbf{z}^+(\mathbf{E} - (\mathbf{E} + \hat{\sigma}_c^2(\alpha)\mathbf{R}_н(\alpha))^{-1})\mathbf{z} - \ln|\mathbf{E} + \hat{\sigma}_c^2(\alpha)\mathbf{R}_н(\alpha)|, \quad (4)$$

с оценкой азимута

$$\hat{\alpha} = \arg\max_{\alpha} \Psi_2(\mathbf{z}/\alpha). \quad (5)$$

Для МП оценки (3) может быть получена матрица Фишера вида (1). Для статистики (4) и оценки (5) нижняя граница Рао-Крамера для дисперсия оценивания азимута

$$\sigma_\alpha^2 = -\left(\overline{\frac{\partial^2\Psi_2(\mathbf{z}/\alpha)}{\partial\alpha^2}}\Bigg|_{\alpha=\alpha_c}\right)^{-1} = -\left(\frac{\partial^2\overline{\Psi_2(\alpha)}}{\partial\alpha^2}\Bigg|_{\alpha=\alpha_c}\right)^{-1}, \quad (6)$$

где $\Psi_2(\alpha) = \overline{\Psi_2(\mathbf{z}/\alpha)}$ - средняя по ансамблю реализацией вектора $\mathbf{z}$ решающая статистика (4).

Получим выражения для КМ ошибок оценок МП. Обозначив в (2) $\mathbf{H} = (\mathbf{E} + \sigma_c^2\mathbf{R}_н(\alpha))^{-1}$, $\mathbf{D} = \ln|\mathbf{E} + \sigma_c^2\mathbf{R}_н(\alpha)|$; где $\mathbf{R}_н(\alpha) = \mathbf{b}(\alpha)\mathbf{b}^+(\alpha) \otimes \mathbf{R}_r$; $\mathbf{b}(\alpha) = \left(\dot{Z}_{оп_1}(\alpha), ..., \dot{Z}_{оп_I}(\alpha)\right)^T$; $\mathbf{R}_r$ - матрица, оставленная из междупериодных коэффициентов корреляции ОС с элементами $R_{r_{k,m}} = r^{|k-m|}$; $\otimes$ - операция поэлементного перемножения матриц и используя правила матричного дифференцирования, запишем

$$A = -(\overline{\mathbf{z}^+\mathbf{H}_\alpha^{//}\mathbf{z} + \mathbf{D}_\alpha^{//}}) = -\sum_i\sum_j H_{\alpha_{i,j}}^{//} Q_{i,j} - \sigma_c^2 tr\left(\mathbf{H}_\alpha^{/}\frac{\partial\mathbf{R}_н(\alpha)}{\partial\alpha} + \mathbf{H}\frac{\partial^2\mathbf{R}_н(\alpha)}{\partial\alpha^2}\right);$$

$$B = -\sum_i\sum_j H_{\alpha_{i,j}}^{//} Q_{i,j} - \left[tr\left(\mathbf{H}\frac{\partial\mathbf{R}_н(\alpha)}{\partial\alpha}\right) + \sigma_c^2 tr\left(\mathbf{H}_{\sigma_c^2}^{/}\frac{\partial\mathbf{R}_н(\alpha)}{\partial\alpha}\right)\right]; \quad C = -\sum_i\sum_j H_{\alpha_{i,j}}^{//} Q_{i,j} - tr\left(\mathbf{H}_{\sigma_c^2}^{/}\mathbf{R}_н(\alpha)\right);$$

где $\overline{\mathbf{z}^+\mathbf{H}_\alpha^{//}\mathbf{z}} = \sum_i\sum_j H_{\alpha_{i,j}}^{//}\overline{Z_i Z_j^*} = \sum_i\sum_j H_{\alpha_{i,j}}^{//} Q_{i,j}$; $Q_{i,j} = \begin{cases} 1 + \sigma_c^2 b_i(\alpha)b_j^*(\alpha), i = j; \\ r^{|i-j|}\sigma_{ci}^2(\alpha)b_i(\alpha)b_j^*(\alpha), i \neq j. \end{cases}$

Обращая матрицу Фишера и беря результат с обратным знаком, получим:

$$-\mathbf{I}_Ф^{-1} = \frac{1}{B^2 - AC}\begin{pmatrix} C & -B \\ -B & A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_\alpha^2 & r_{\alpha P}\sigma_\alpha\sigma_P \\ r_{\alpha P}\sigma_\alpha\sigma_P & \sigma_P^2 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Дисперсии оценивания азимута, мощности сигнала и коэффициент корреляции оценок:

$$\sigma_\alpha^2 = \frac{C}{B^2 - AC}; \quad \sigma_P^2 = \frac{A}{B^2 - AC}; \quad r_{\alpha P} = -\frac{B}{\sqrt{AC}}. \quad (8)$$

В результате прямого имитационного моделирования оптимального алгоритма (3) и квазиоптимального (5) и расчета среднеквадратического отклонения (СКО) оценок азимута согласно (8) установлено, что выборочные СКО для алгоритма (3) совпадают с (8). Выборочные СКО для квазиоптимального алгоритма (5) больше расчетных (8) в среднем на 22%. Таким образом квазиоптимальный алгоритм (5) практически эквивалентен алгоритму максимального правдоподобия (3). Для оценки точности оптимального и квазиоптимального (с учетом поправочного коэффициента) алгоритма могут быть использованы выражения (6)-(8).

Список использованных источников

1. Козлов С.В., Ву Тхань Ха. Оценивание угловых координат в радиолокационных станциях с подсистемами пространственнойкомпенсации помех. Доклады БГУИР. 2019, № 4, с. 48-56. https://doklady.bsuir.by/jour/article/view/1093/1094.
2. Ву Тхань Ха. Двухэтапный алгоритм оценивания угловых координат для РЛС со сканирующей многоканальной антенной системой. В настоящем сборнике.