ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РАЗРЕЖЕННОГО БПФ ДЛЯ ОБРАБОТКИ ЗВУКОВЫХ СИГНАЛОВ НА МОБИЛЬНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ПЛАТФОРМАХ

Бессмертный Н.А.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Лихачев Д.С. – к.т.н.,доцент

Преобразование Фурье является базовым алгоритмом обработки данных и имеет применения во многих инженерных областях. Алгоритм Кули и Тьюки для вычисления разреженного БПФ считается одним из десяти важнейших алгоритмов двадцатого столетия — его открытие в 1965 г. привело к революции в алгоритмах обработки сигналов, и этот алгоритм применяется повсеместно на сегодняшний день.

Дискретное преобразование Фурье является одной из наиболее важных и широко используемых вычислительных задач. Его область применения широка и включает в себя обработку сигналов, коммуникацию и сжатие аудио/изображений/видео. Следовательно, быстрые алгоритмы для DFT очень ценны. В настоящее время самым быстрым таким алгоритмом является быстрое преобразование Фурье (FFT), которое вычисляет DFT n-мерного сигнала за O(n log n) время.

Алгоритм БПФ используется со случайными сигналами, однако сигналы, встречающиеся в реальной жизни, зачастую обладают некоторыми свойствами, позволяющими ускорить вычисление. Одно из этих свойств – это разреженность спектра: спектр Фурье сигналов, встречающихся в реальной жизни, часто хорошо приближается малым количеством коэффициентов, это свойство лежит в основе многих схем сжатия звука, изображений и видео, например JPEG. Рассмотрим сжатие JPEG, мы представляем картинку как двумерный сигнал, вычисляем БПФ сигнала и так как мы хотим достичь сжатия, мы сохраняем малое количество k доминирующих компонент Фурье. Сложность такого сжатия будет O(N*log N) при применение БПФ и потом за линейное время O(N) мы можем найти доминантные k компоненты. Если применить алгоритм разреженного БПФ то он будет вычислять k доминантные компоненты напрямую и сложность будет O(k*log N). Более того, в данном случае время работы алгоритма сублинейно по N, т.е. алгоритм даже не считывает все N элементов сигнала во временной области.

Рассмотрим сигнал x размера n, ДПФ которого $x^{\wedge}$ определено как:

$$x^{\wedge} = \sum_{t=0}^{n-1} x(t) * e^{-j2\pi ft/n} \qquad (1),$$

$x^{\wedge}$ считается k-разреженным, если он имеет k отличных от нуля частотных коэффициентов, а оставшиеся n коэффициентов равны нулю. Задача разреженного БПФ: точное восстановление x^ с целью нахождения частотных положений f и значений $x^{\wedge}$ (f) для k ненулевых коэффициентов. Для общих сигналов разреженное БПФ вычисляют как k-разреженное приближение $x^{\wedge'}$ от $x^{\wedge}$. Наилучшее k разреженное приближение можно получить, определив все, кроме наибольших k, коэффициентов $x^{\wedge}$ равными 0. Целью является расчет приближения $x^{\wedge'}$, в котором ошибка приближения ограничена ошибкой на лучшем k-разреженном приближении. Формально должно удовлетворять следующим условиям:

$$\|x^{\wedge} - x^{\wedge\prime}\|_2 \leq C \min_{k-sparse\ y} \|x^{\wedge} - y\|_2 \qquad (2),$$

где C - некоторый фактор приближения, минимизация по точности k-разреженных сигналов.

Применяя алгоритм разреженного БПФ были получены следующие тестовые результаты в сравнении с математической моделью БПФ:

- при размере сигнала N=65536 и разреженности k=1, время выполнения разреженного БПФ составило 0.001440 секунды, время выполнения БПФ – 0.004964 секунды.
- при размере сигнала N=65536 и разреженности k=50, время выполнения разреженного БПФ составило 0.002796 секунды, время выполнения БПФ - 0.004118 секунды.
- при размере сигнала N=1048576 и разреженности k=50, время выполнения разреженного БПФ составило 0.012571 секунды, время выполнения БПФ – 0.169344 секунды.

Можно сделать вывод, что чем больше N и чем N>k, тем быстрее алгоритм разреженного БПФ в сравнении с БПФ.

Список использованных источников:

1. FFTW[Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.fftw.org//..– Дата доступа: 09.03.2020.
2. SFFT: Sparse Fast Fourier Transform [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://groups.csail.mit.edu/netmit/sFFT/..– Дата доступа: 09.03.2020.
3. Computer Science Center[Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://compscicenter.ru/courses/sparsefft/2015-autumn/ Дата доступа: 10.03.2020.