

УДК 519.711.74

### СЕТЕВАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ АКТИВНОСТИ В СРЕДЕ ГЕТЕРОГЕННЫХ АВТОМАТОВ

Жилякова Л.Ю.

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,  
г. Москва, Россия*

**zhilyakova.ludmila@gmail.com**

В работе описываются принципы распространения нескольких видов активности в сети, вершины которой представлены автоматами. Автоматы неоднородны – они имеют различную внутреннюю структуру и отличаются множеством состояний. Задана формальная модель с  $m$  видами активности и  $2^m - 1$  классами автоматов, которые ее реализуют. Построена модель пороговых взаимодействий в социальной сети с двумя видами активности и пятью типами агентов с разными порогами активации.

**Ключевые слова:** ресурсная сеть, сеть автоматов, социальная сеть, активность в сетях.

#### Введение

Работа посвящена формальному описанию пороговой сетевой модели, в которой распространяется несколько видов целочисленного ресурса (фишек). Вершины сети представлены автоматами, имеющими различное количество специализированных слотов, каждый из которых способен хранить один тип ресурса. В особых случаях, описанных отдельно, некоторые слоты могут принимать и генерировать разные типы ресурса в зависимости от типа автомата и от его текущего состояния.

Предлагаемая модель является разновидностью моделей рассеяния на графах. Это большой класс моделей, описывающих распространение активности в разнообразных предметных областях. Описанию математического аппарата и обзорам приложений этих моделей посвящено большое количество работ (см., например, [Blanchard et al., 2011] и [Lovasz et al., 1995]).

В более узком смысле, модель можно назвать модификацией ресурсной сети, предложенной О.П. Кузнецовым и описанной в [Кузнецов и др., 2010], [Жилякова, 2013а-с] и др. Однако у нее имеется ряд основополагающих отличий от ресурсной сети. Первое из них – целочисленность. В этом смысле модель наследует свойства целочисленной пороговой игры выстреливания фишек (chip-firing game), описанной в [Biggs, 1999a, 1999b], [Bjorner et al., 1991, 1992], а также в работах Л. Ловаса, П. Уинклера и других исследователей.

Таковыми пороговыми моделями, в частности, описываются явления самоорганизующейся критичности «лавина» или «абелева куча» [Bak et al., 1988] [Bak, 1996] [Dhar, 1999], [Speer, 1993] и др.

С другой стороны, в приведенных выше моделях рассматривается распространение однородного ресурса (делимого или неделимого). В них состояние каждой вершины сети определяется только количеством ресурса в ней на данном такте времени. В модели, предлагаемой нами, вершины могут содержать несколько видов ресурса и при этом находиться в ряде состояний. В зависимости от состояния вершина может по-разному реагировать на приход ресурсов разного вида. Такие модели наиболее близки к генным сетям [Ананько и др. 1999]. Генная сеть задается ориентированным помеченным графом, вершины которого трактуются как некие биологические элементы, имеющие разную степень концентрации, изменяющуюся во времени. При этом сеть может быть разнородной в том смысле, что различные ее фрагменты, называемые регуляторными контурами, могут функционировать в соответствии с различными правилами. Процессы в генных сетях могут быть описаны не только с помощью аппарата дифференциальных уравнений, но и дискретными автоматными моделями [Евдокимов и др., 2011]. Вершинам сети сопоставляются некоторые функции, которые описывают изменение концентрации во времени. Функционирование регуляторного контура генной сети определяется изменением показателей концентрации в вершинах в зависимости от структуры всей сети и свойств этих функций. Таким образом, динамику сети

можно рассматривать как последовательность состояний, переходы между которыми определяются ее структурой. В [Евдокимов и др., 2011] для алгоритмического исследования дискретных моделей генных сетей, в том числе для поиска неподвижных точек автоматных отображений «нерегулярной природы», используются логические (булевы) уравнения.

В настоящей работе предлагаются целочисленные мультиресурсные сети автоматов, не сводимые к булевым уравнениям. Каждой вершине сопоставлен набор слотов и набор функций, в соответствии с которыми изменяется количество того или иного ресурса. Кроме того, на типах ресурсов заданы отношения, в зависимости от которых слоты могут увеличивать или уменьшать (и в пределе прекращать) активность.

## 1. Описание автоматной модели

### 1.1. Основные определения

Сеть задается ориентированным графом  $G = (V, E)$ ,  $|V| = n$ .

Кроме того, задано множество типов (цветов) фишек  $C = \{\circ, \bullet, \ominus, \dots, \odot\}$ .  $|C| = m$ . Будем называть эти цвета 1, 2, ...  $m$ . Тогда  $C = \{1, 2, \dots, m\}$ .

Пусть вершины сети  $i \in V$  – автоматы, содержащие некоторое количество слотов для хранения фишек. Слот типа  $k$  может хранить фишки типа  $k$ ,  $k \in [1, \dots, m]$ .

Вершины сети представлены на рисунке 1.

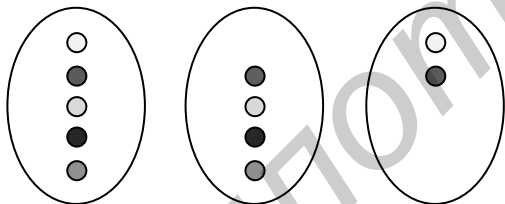


Рисунок 1 – Автоматы с разными наборами слотов

Слоты в вершине на каждом такте времени  $t$  могут иметь фишки своего типа или оставаться пустыми.

Однако пустые слоты потенциально способны иметь фишки. Если вершина не имеет слота для данного цвета, то эти фишки она принять не может.

Количества фишек в каждом слоте задают состояние вершины на такте  $t$ . Состояние вершины – упорядоченный вектор длины  $m$ , в котором для каждого типа с имеющимся слотом указывается количество фишек (если фишек нет, то 0); для несуществующих у данной вершины типов – значения типа null.

Количество фишек типа  $c_i$  в вершине  $i$  – соответственно  $q_{ii}(t)$ ; состояние вершины – вектор  $Q_i(t)$  длины  $m$ .

Состояние сети – матрица  $(Q(t))_{n \times m}$ .

Вершины обмениваются фишками в дискретном времени  $t$  по ребрам, имеющим различные пропускные способности.

Слоты могут иметь разную глубину. Глубина слота – это порог активности вершины. Если слот имеет нулевую глубину, вершина становится активной, получив единственную фишку соответствующего цвета.

Пропускные способности – целочисленные переменные величины, изменяющиеся в дискретном времени. Каждое ребро имеет  $m$  пропускных способностей: по каждому типу они могут различаться. Если ребро не может проводить фишки определенного типа, пропускная способность его по этому типу равна нулю.

Фрагмент сети представлен на рисунке 2.

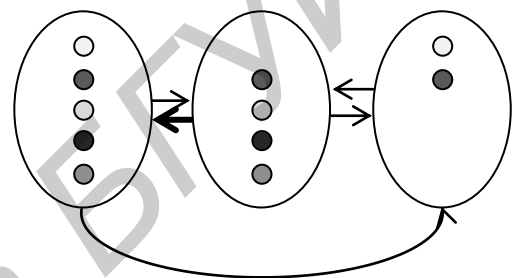


Рисунок 2 – Фрагмент сети с ребрами различных типов («желтое ребро» обозначено желтой фишкой на нем; черные ребра – нейтральны, они могут проводить фишки всех типов)

### 1.2. Отношения между типами фишек

Между типами фишек существуют разные отношения, поэтому ребра могут существовать не только между вершинами, имеющими одинаковые слоты. Т.е. сеть не распадается на  $m$  одноцветных сетей, наложенных друг на друга.

1. *Отношение эквивалентности:*  $\bullet = \bullet$ . Каждый тип эквивалентен сам себе. Вершины с одинаковыми слотами могут обмениваться фишками одинакового типа, если они смежны.

2. *Отношение заменимости:*  $\bullet \rightarrow \circ$  ( $l \rightarrow r$ ). Если в вершину  $v_i$ , связанную с вершиной  $v_j$  ребром  $e_{ij}$ , на такте  $t$  пришли фишки типа  $l$ , а в вершине  $j$  нет слота  $l$ , но имеется слот  $r$ , то она получит ресурс типа  $l$ , «чужой» для нее с некоторой вероятностью  $p_{lrij}$ , зависящей от типов  $l$  и  $r$  и от пропускной способности ребра. Если в вершине более одного подходящего слота, возможно несколько вариантов поведения, реализуемых в разных моделях:

- каждый слот получит фишки со своей вероятностью (может быть, все, а может быть, ни один);
- между слотами есть конкуренция, и победитель забирает всё.

Фишки, попадая не в свой слот, изменяют цвет на цвет слота.

3. *Отношение склеивания:*  $\bullet + \circ = \bullet$  ( $r + l = k$ ). Если в вершине нет слотов типа  $r$  и  $l$ , но есть слот

типа  $k$ , то получив по фишке типов  $r$  и  $l$ , она положит в свой слот фишку  $k$ .

4. *Отношение расщепления:*  $\circ + \bullet = \bullet + \circ$  ( $r + l = k + s$ ).

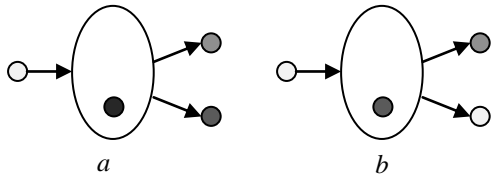


Рисунок 3 – Два типа отношения расщепления

Если в слоте  $l$  есть фишка, и к нему приходит фишка  $r$ , то фишка  $l$  исчезает, а на выход передаются фишки  $k$  и  $s$  (рисунок 3a). При этом возможны случаи, когда  $k = l$  (т.е. фишка на входе совпадает с одной из фишек на выходе) (рисунок 3b). «Сложение» слева от знака равенства некоммутативно. Так, если выполняется  $r + l = k + s$ , равенство  $l + r = k + s$  может не выполняться, так как оно соответствует конфигурации, представленной, на рисунке 4, которая не эквивалентна конфигурации на рисунке 3a.

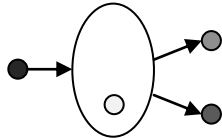


Рисунок 4 – Двойственное расщепление

5. *Отношение катализа:* в вершину приходят фишки типа  $r$ , и это запускает внутреннюю реакцию, в результате которой возникают фишки в слоте  $l$ .

#### Блокирующие и отрицательные отношения

6. *Отношение блокировки:*  $\bullet \geq \circ$  ( $r \geq l$ ). Не все типы сравнимы по этому отношению (как и по отношению заменимости), но если один тип превосходит другой, то вершина, имеющая фишки большего типа выше порогового значения (активная по большему типу), не может активизироваться по меньшему типу, даже если смежные с ней вершины активны по меньшему типу. Это отношение является частичным порядком.

7. *Отношение вытеснения:*  $\bullet \lceil \circ$  ( $r \lceil k$ ). Если вершина  $v_i$ , имеющая слоты типов  $r$  и  $k$ , на такте  $t$  получила фишки типа  $r$ , на такте  $t+1$  из слота  $k$  исчезнут все фишки, которые там были.

Это отношение может быть симметричным и несимметричным.

## 2. Функционирование сети

### 2.1. Генерирование фишек

Некоторые вершины сети способны генерировать фишки определенного типа (рисунок 5).

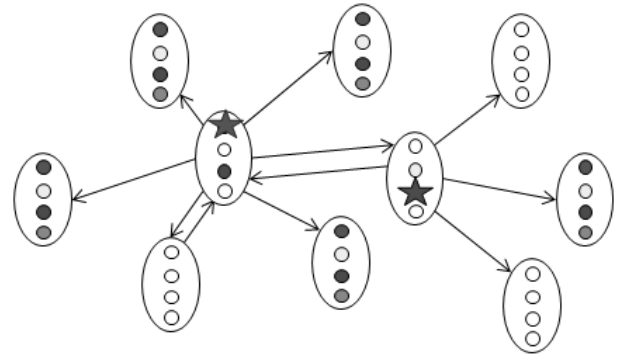


Рисунок 5 – Сеть с вершинами-источниками

В сети автоматов генерация фишек определенного цвета происходит в выделенных вершинах не на каждом такте. Генерация ресурса происходит стохастически – с некоторой вероятностью  $p$ .

### 2.2. Распространение фишек

Если количество фишек данного типа в вершине  $v_i$  в момент  $t$  не превосходит глубину слота, то на данном такте вершина по этому типу не активна. Если в вершине на такте  $t$  количество фишек определенного типа превысило пороговое значение, она активизируется по этому типу.

Активность в сети может быть *постоянной* и *переменной*.

*Постоянная активность* – активность такого рода, когда тип фишек остается неизменным, то есть фишки не вступают в отношения заменимости, склеивания, расщепления и катализа. Постоянная активность, в свою очередь, может быть чистой, смешанной (по нескольким не конкурирующим типам).

*Переменная активность* – это активность, в которой хотя бы раз произошла смена цвета фишек.

Модель параллельна. Все вершины, способные выстрелить в момент времени  $t$ , выстреливают.

Глубина слота для каждого типа фишек задается петлей того же типа.

По способу распространения существует два типа фишек: тиражируемые и нетиражируемые фишки.

*Тиражируемые фишки* сверх порогового значения передаются по исходящим ребрам по следующему правилу. В каждое исходящее ребро уходит  $\min\{q_{ijl}(t) - r_{iil}, r_{ijl}\}$ , где  $q_{ijl}(t)$  – количество фишек типа  $l$  на такте  $t$ ,  $r_{iil}$  – пропускная способность петли типа  $l$  (т.е. пороговое значение или глубина слота),  $r_{ijl}$  – пропускная способность ребра типа  $l$ , соединяющего вершину  $v_i$  с вершиной  $v_j$ . В вершине не остается фишек;  $r_{iil}$  фишек возвращаются в нее назад по петле, и вершина находится в пред-активном состоянии по этому типу.

Для *не тиражируемых фишек* выполняется закон сохранения. Они отдаются в ребра в

очередности, соответствующей пропускным способностям: в каждое ребро поочередно отдается по полной пропускной способности, начиная с наибольшей. Процесс завершается, когда фишки сверх порогового значения заканчиваются. Очередность может изменяться для конкретных моделей.

Также в зависимости от модели в сети могут быть только тиражируемые или только не тиражируемые фишки.

### 3. Модель социальной сети с разными типами агентов

Пусть  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  – множество агентов, входящих в социальную сеть, описываемую ориентированным графом  $G = (V, E)$ , где  $E \subseteq V \times V$  – множество взвешенных ребер. Агенты в сети влияют друг на друга – наличие дуги  $e_{ij}$  от вершины  $v_i$  к вершине  $v_j$  соответствует влиянию  $i$ -го агента на  $j$ -го, а ее вес  $r_{ij} \in \mathbb{N}$  обозначает степень влияния.

Вершины сети неоднородны: каждая вершина представляет собой автомат, который может находиться в счетном множестве состояний. На каждом шаге дискретного времени  $t$  вершина выбирает одно из трех действий: два вида активности и бездействие. Активности считаются антагонистическими по отношению друг к другу.

В сети передаются фишки двух типов. Третий тип фишек отвечает за внутреннее состояние вершин. Будем называть эти типы 1, 2 и 3. Типы 1 и 2 – два вида противоположной активности (революционная/реакционная, созидательная/разрушительная и т.п.). Тип 3 – «внутренние фишки», которые являются показателем степени когнитивного консонанса/диссонанса вершины, то есть того, насколько активность агента, представленного вершиной, соответствует его внутренним принципам. Фишки типа 3 – виртуальные внутренние фишки. Их количество может быть не только положительным, но и отрицательным, а также нецелым. Чем больше фишек этого типа имеет вершина, тем в большем согласии с собой находится агент. Наличие когнитивного диссонанса выражается в отрицательных значениях у вершины фишек типа 3.

#### 3.1. Внутренняя структура агентов и их состояния

Агенты в сети представлены автоматными вершинами, имеющими три слота: по одному для каждого типа фишек. Состояние вершины – количество фишек каждого типа. Вершины могут обмениваться фишками только первых двух типов.

Будем подразумевать, что каждый такт времени в сети состоит из двух полутактов. На первом полутакте вершины принимают фишки из других вершин; в конце первого полутакта вершина изменяет свое состояние (рассчитывает величину когнитивного диссонанса). На втором полутакте в

зависимости от этого состояния вершина либо молчит, либо активируется по заданному типу.

Обозначим через  $c_{ji}(t)$  количество фишек типа  $i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , в вершине  $v_j$  на первом полутакте  $t$ . Это количество соответствует состоянию, в котором вершина уже получила фишки типов 1 и 2, вышедшие из смежных вершин на предыдущем такте, и пересчитала количество фишек типа 3, но еще не выполняла никаких действий на этом такте.

Пусть  $c_{ji}^{in}(t)$  – количество фишек типа  $i$ , пришедших в вершину  $v_j$ ,  $c_{ji}^{out}(t)$  – количество фишек типа  $i$ , вышедших из вершины  $v_j$  на такте  $t$ ,  $i = 1, 2$ . Тогда:

$$c_{j1}(t) = c_{j1}(t-1) - c_{j1}^{out}(t-1) + c_{j1}^{in}(t);$$

$$c_{j2}(t) = c_{j2}(t-1) - c_{j2}^{out}(t-1) + c_{j2}^{in}(t).$$

Когнитивный диссонанс рассчитывается по формуле:

$$c_{j3}(t) = c_{j3}(t-1) - [|x_{j1}|c_{j1}^{in}(t) + |x_{j2}|c_{j2}^{in}(t)], \quad (1)$$

где  $x_{j1}, x_{j2} \in [-1, 1]$ .

$c_{j3}(0) = c_{j3}^* > 0$  – показатель начального «довольства жизнью».

Величины  $x_{j1}, x_{j2}$  – индивидуальные параметры агента, по которым он оценивает два вида активности.

*Своей* активностью агента  $v_j$  на такте  $t$  будем называть ту из них, для которой выполняется:

$$i_j(t) = \arg \max \{x_{j1}c_{j1}^{in}(t), x_{j2}c_{j2}^{in}(t)\}$$

Если  $x_{j1}, x_{j2}$  имеют разные знаки, свой тип фишек остается неизменным:

$$i_j(t) = i_j = \arg \max \{x_{j1}, x_{j2}\}$$

Если для агента  $x_{j1}, x_{j2}$  одного знака, он может поддаться «очарованию толпы» и последовать за большинством.

#### 3.2. Порог активности

Вершины становятся активными по типу 1 или по типу 2, если на такте  $t$  величина  $c_{j3}(t)$  достигнет сверху порогового значения  $T_{ja} < 0$ .

$$T_{ja} = -k_j(1 - |x_{j1}|)(1 - |x_{j2}|) \quad (2)$$

где  $k_j > 0$  – некоторый коэффициент пропорциональности.

При этом считается, что вершина активизируется в конкретный момент только по *своему* типу, и фишки противоположного типа изменяют свой цвет.

Если вершина на данном такте не достигла порога активации, она складывает пришедшие фишки в слотах соответствующих цветов.

Если вершина активна на такте  $t$ , все ее фишки сверх порогового значения пропадают. Величина  $c_{j3}(t)$  принимает значение по умолчанию:

$$c_{j3}(t) = c_{j3}(0) = c_{j3}^* > 0.$$

Если вершина не получает фишек на такте  $t$ , ее слоты 1 и 2 теряют по одной фишке данного типа. Так происходит постепенное забывание и угасание активности.

### 3.3. Типы агентов

Любая вершина задается четверкой:  $v_j = \{x_{j1}, x_{j2}, c_{j3}^*, k_j\}$ , а ее состояние определяется набором  $c_i(t)$ ,  $i = 1, 2, 3$ . По значениям параметров  $x_{j1}, x_{j2}, c_{j3}^*, k_j$  каждая вершина представляет агента одного из попарно непересекающихся классов:

$$V = V_{R1} \cup V_{R2} \cup V_A \cup V_C \cup V_P,$$

где  $V_{R1}$  – агенты-революционеры;

$V_{R2}$  – агенты-реакционеры;

$V_A$  – рациональные агенты;

$V_C$  – агенты-конформисты;

$V_P$  – пассивные агенты.

Каждый класс характеризуется своим набором состояний и правилами выбора действия.

#### 3.3.1. Революционеры и реакционеры

Количество вершин в классах  $V_{R1}$  и  $V_{R2}$  относительно мало. Это те пассионарные агенты, которые начинают или поддерживают любую активность «своего цвета».

Эти вершины имеют фишки в слотах только двух типов: 1 и 3 – для революционеров; и 2 и 3 для реакционеров.

Для агентов-революционеров выполняется:

$$x_{j1} = 1, x_{j2} = -1, x_{j4} = 0, c_{j3}^* = 0, k_j = 0.$$

**Первый полутакт (прием фишек и расчет диссонанса):**

$c_1(t) = c_1^{in}(t) + c_2^{in}(t)$  – фишки типа 2 трансформируются в тип 1;

$$c_3(t) = -[c_1^{in}(t) + c_2^{in}(t)].$$

**Второй полутакт (после выстреливания фишек):**

$$c_1(t + 1/2) = 0; c_3(t + 1/2) = 0.$$

Из формулы (2) порог активности:  $T_{ja}(t) = 0$ . Вершина активна, если она обладает хотя бы одной фишкой типа 1.

В каждое исходящее ребро на такте  $t$  вершина  $v_j$  посылает ресурс, равный  $\min(c_{j1}(t), r_j^{out})$ .

Считается, что за такое «выстреливание» вершина расходует все фишки типа 1.

Реакционеры действуют аналогично, выполняя при этом действие типа 2.

#### 3.3.2. Рациональные агенты

Рациональные агенты склонны оценивать свои действия. Для каждого из них значения параметров:  $x_{j1}, x_{j2}, c_{j3}^*, k_j$  могут варьироваться, задавая разных агентов внутри одного типа.

$x_{j1}, x_{j2} \in [-1, 1]$ ;  $c_{j3}^*, k_j > 0$ , где  $x_{j1}, x_{j2}$  задают устойчивость агента к окружающей внешней активности,  $c_{j3}^*$  – уровень «устойчивости недеяния».

#### 3.3.3. Конформисты

Конформисты также задействуют все типы слотов, однако значения параметров у них фиксированы. Они не отдают предпочтения виду активности.

$$x_{j1} = x_{j2} = 0.5, c_{j3}^* > 0.$$

$$c_{j3}(t) = c_{j3}(t-1) - 0.5k_j [c_{j1}(t) + c_{j2}(t)].$$

Их готовность к действию отличается постоянными порогами, задаваемыми величиной  $T_{ja}$ . Если их диссонанс перешел пороговую величину, они действуют по типу  $i$ , такому, что

$$i = \arg \max \{c_{j1}^{in}(t), c_{j2}^{in}(t)\}.$$

#### 3.3.4. Пассивные агенты

Пассивные агенты всегда имеют  $T_{ja} = -\infty$ , и никакая активность соседних вершин не в состоянии вовлечь эти вершины в активность.

### 3.4. Функционирование сети

Каждой вершине поставлен в соответствие набор ее характеристик.

Состояние вершины будем называть «преднагруженным» по типу  $i$ , ( $i = 1, 2$ ) на такте  $t$ , если достаточно хотя бы одной фишки этого типа, чтобы активироваться (по этому типу).

Задается матрица начального состояния  $C(0) = (c_{ij}(0))_{n \times 3}$ , где первые два столбца  $C_1(0), C_2(0)$  – векторы с неотрицательными компонентами. Задается вектор начального возбуждения  $C_{1a}(0)$ , который активирует некоторые преднагруженные по типу 1 вершины и некоторых агентов-революционеров. Далее по сети распространяются активности одного или двух видов в соответствии с правилами распространения и параметрами вершин.

### Заключение

В работе описаны основные организационные признаки сети гетерогенных автоматов со счетным множеством состояний, в которой распространяется несколько видов целочисленного ресурса (фишек). Заданы отношения на ресурсах в общем виде. Рассмотрен пример применения данного аппарата к описанию распространения активности в социальной сети. Функционирование и свойства модели социальной сети, распространение в ней двух видов активности, зависимость распространения и загухания активности от доли вершин того или иного типа, изменение топологии под влиянием этих процессов и многие другие вопросы планируется исследовать в дальнейших работах.

## Библиографический список

[Ананько и др., 1999] Ананько Е.А., Колпаков Ф.А., Подколдная О.А., Игнатъева Е.В., Горячковская Т.Н., Степаненко И.Л., Колчанов Н.А. Генные сети. 1999. – [Электронный ресурс] – URL: [http://www.bionet.nsc.ru/ICIG/session/1999/rus/part1/1\\_18.pdf](http://www.bionet.nsc.ru/ICIG/session/1999/rus/part1/1_18.pdf) (дата обращения 01.12.2014).

[Базенков и др., 2013] Базенков Н. И., Губанов Д. А. Обзор информационных систем анализа социальных сетей / Управление большими системами. Выпуск 41. М.: ИПУ РАН, 2013. С.357-394.

[Бреер и др., 2014] Бреер В.В., Новиков Д.А., Рогаткин А.Д. Стохастические модели управления толпой // Управление большими системами. 2014. № 52. С. 85 – 117.

[Губанов и др., 2010] Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства. – М.: Физматлит. – 2010. – 228 с.

[Жилякова, 2013а] Жилякова Л.Ю. Эргодические циклические ресурсные сети. I. Колебания и равновесные состояния при малых ресурсах / Управление большими системами. Выпуск 43. М.: ИПУ РАН, 2013. С. 34 – 54.

[Жилякова, 2013б] Жилякова Л.Ю. Эргодические циклические ресурсные сети. II. Большие ресурсы / Управление большими системами. Выпуск 45. М.: ИПУ РАН, 2013. С.6-29.

[Жилякова, 2013с] Жилякова Л.Ю. Управление предельными состояниями в поглощающих ресурсных сетях // Проблемы управления, 2013, № 3. С. 51 – 59.

[Евдокимов и др., 2011] Евдокимов А.А., Кочемазов С.Е., Семенов А.А. Применение символьных вычислений к исследованию дискретных моделей некоторых классов генных сетей // Вычислительные технологии. 2011. Т. 16. № 1. С. 30-47.

[Кузнецов и др., 2010] Кузнецов О.П., Жилякова Л.Ю. Двусторонние ресурсные сети – новая потоковая модель // Доклады Академии Наук, 2010, том 433, № 5. – С. 609 – 612.

[Семенов и др., 2013] Семёнов А.А., Кочемазов С.Е. О дискретно-автоматных моделях конформного поведения / Управление большими системами. Выпуск 46. М.: ИПУ РАН, 2013. С.266-292.

[Bak et al., 1988] Bak, P., Tang, C. and Wiesenfeld, K. Self-organized criticality, *Physical Review A* 38. 1988, P. 364 – 374.

[Bak, 1996] Bak, P. *How Nature Works: The Science of Self-Organized Criticality*. New York: Copernicus. 1996. (Рус. пер. Как работает природа: Теория самоорганизованной критичности. – М.: УРСС: Книжный дом «Либроком», 2013. – 276 с.)

[Biggs, 1999a] Biggs, N.L. Chip-Firing and the Critical Group of a Graph // *Journal of Algebraic Combinatorics* 9 (1999), pp. 25–45. Kluwer Academic Publishers. Netherlands. 1999.

[Biggs, 1999b] Biggs, N. The Tutte-polynomial as a growth function // *J. Algebraic Combinatorics* 10. 1999, pp. 115–133.

[Björner et al., 1991] A. Björner, L. Lovasz and P. Shor, Chip-firing games on graphs, *Eur. J. Comb.* 12 (1991), 283–291.

[Björner et al., 1992] A. Björner and L. Lovasz, Chip-firing games on directed graphs, *J. Algebraic Combinatorics* 1 (1992), 305–328.

[Blanchard et al., 2011] Blanchard, Ph., Volchenkov, D. *Random Walks and Diffusions on Graphs and Databases: An Introduction* (Springer Series in Synergetics). Springer-Verlag – Berlin–Heidelberg. 2011.

[Dhar, 1999] Dhar, D. The abelian sandpile and related models // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. Volume 263, Issues 1–4, 1 February 1999, pp. 4 – 25.

[Kempe et al., 2003] Kempe D., Kleinberg J., Tardos E. Maximizing the Spread of Influence through a Social Network / Proceedings of the 9-th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. 2003. P. 137-146.

[Li et al., 2013] Li Y., Chen W., Wang Y., Zhang Z.-L. Influence diffusion dynamics and influence maximization in social networks with friend and for relationships. In. Proc. 6-th ACM Int. Conf. Web Search and Data Mining. P. 657-666. 2013.

[Liu et al., 2012] Liu H., Tang L., Yu P.S. Modeling blogger influence in a community. *Social Network Analysis and Mining*, June 2012, Volume 2, Issue 2, pp 139-162.

[Lovasz et al., 1995] L. Lovasz and P. Winkler. Mixing of Random Walks and Other Diffusions on a Graph // *Surveys in Combinatorics*, 1995 (ed. P. Rowlinson), London Math. Soc. Lecture Notes Series 218, Cambridge Univ. Press, 119–154.

[Speer, 1993] Speer, E. R. Asymmetric abelian sandpile models // *Journal of Statistical Physics*. April 1993, Volume 71, Issue 1-2, pp. 61 – 74.

## NETWORK MODEL OF ACTIVITY PROPAGATION AMONG HETEROGENEOUS AUTOMATA

Zhilyakova L. Yu.

*Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian  
Academy of Sciences, Moscow, Russia*

[zhilyakova.ludmila@gmail.com](mailto:zhilyakova.ludmila@gmail.com)

In work the main principles of propagation of several different kinds of activity in a network with complex vertices are described. The vertices of a network are heterogeneous automata (finite or infinite) – they have a different internal structure and different set of states. The formal model with  $m$  kinds of activity and  $2^m - 1$  class of automata is defined and described. A model of threshold interactions in social networks with two types of activity and five types of agents with different activation thresholds is built.

## Introduction

The work is devoted to the formal description of the threshold network model, which applies several types of integer resource (chips). Vertices of the network represented automata having a different number of specialized slots, each of which is capable of storing one type of resource. The proposed model is a special kind of diffusion on graphs – a large class of models describing the propagation of activity in a variety of domains. But our model has a number of features that make it original and give it greater expressive power. Some of them are the existence of many kinds of interacting chip resources and the complex structure of vertices.

## Main Part

A network is based on an oriented graph  $G = (V, E)$ ,  $|V| = n$ . There are  $m$  types of integer resources (chips) in the network. Let vertices  $i \in V$  be automata, each of them has some number of slots for chips  $k \in [1, \dots, m]$ . The state of automaton is defined by the quantity of every kind of chips. So, the state of a vertex is described by integer vector of length  $m$ . The types of chips are not independent, because of that the heterogeneous network is not a simple combination of several homogeneous ones. There are such kinds of relationships between some types of chips as equivalence, substitutability, gluing, splitting, catalysis, locking, and displacement.

The social network with some of described properties is presented. There are two kinds of opposite activities in this network and one kind of chips responsible for internal state of automata.