

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники»

Кафедра микро- и наноэлектроники

В.А. Петрович, С.А. Волчѐк

ФИЗИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Методическое пособие
по курсу «Физика твердого тела»
для студентов специальностей «Микро- и наноэлектронные
технологии и системы», «Квантовые информационные системы»
всех форм обучения

Минск 2005

УДК 539.2(075.8)

ББК 22.379 я 73

П 30

Рецензент:

чл.-кор. НАН Беларуси,
д-р техн. наук, проф. Ф.П. Коршунов

Петрович В.А.

П 30 Физика полупроводников: Метод. пособие по курсу «Физика твердого тела» для студ. спец. «Микро- и нанoeлектронные технологии и системы», «Квантовые информационные системы» всех форм обуч. / В.А. Петрович, С.А. Волчѣк. – Мн.: БГУИР, 2005. – 59 с.: ил.

ISBN 985-444-840-1

Методическое пособие содержит сведения, достаточные для самостоятельной подготовки студентов к выполнению экспериментальной части лабораторной работы по одному из разделов курса «Физика твердого тела». Рассматриваются понятия дрейфовой и диффузионной скоростей движения носителей заряда в полупроводниках, анализируется зависимость подвижности носителей заряда от температуры и концентрации примеси. Излагаются принципы построения уникальной лабораторной установки и порядок ее использования при изучении скорости движения носителей заряда в полупроводниках.

УДК 539.2 (075.8)

ББК 22.379 я 73

ISBN 985-444-840-1

© Петрович В.А., Волчѣк С.А., 2005

© БГУИР, 2005

СОДЕРЖАНИЕ

1. Указания по подготовке к выполнению лабораторной работы «Изучение особенностей движения носителей заряда в твердых телах».....
 2. Теоретическая часть.....
 - 2.1. Взаимосвязь между временем движения носителей заряда и током в твердых телах.....
 - 2.2. Диффузионная и дрейфовая скорости движения носителей заряда.....
 - 2.3. Подвижность носителей заряда.....
 - 2.3.1. Макроскопический смысл подвижности носителей заряда.....
 - 2.3.2. Зависимость подвижности носителей заряда от напряженности электрического поля. Критическое поле, $E_{кр}$
 - 2.3.3. Общие особенности рассеяния носителей заряда в полупроводниках.....
 - 2.3.4. Подвижность носителей заряда, обусловленная тепловыми колебаниями кристаллической решетки, μ_{ϕ}
 - 2.3.5. Подвижность носителей заряда, обусловленная рассеянием на ионизованных примесях, μ_i
 - 2.3.6. Практические примеры и выводы.....
 3. Принципы построения лабораторной установки.....
 - 3.1. Роль операций умножения и деления в физике.....
 - 3.2. Роль операции дифференцирования в физике.....
 - 3.3. Роль операции интегрирования в физике.....
 - 3.4. Реализация процессов умножения, дифференцирования и интегрирования простейшими радиотехническими устройствами.....
 - 3.5. Радиотехнические методы «синтеза» плавнорегулируемого времени, Δt ..
 - 3.6. Сравнительный анализ свойств последовательной и параллельной R-C-цепи.....
 - 3.7. Мост. Условие баланса моста.....
 - 3.8. Мостовой метод измерения комплексных физических величин.....
 - 3.9. Мостовая схема для регистрации времени движения носителей заряда в твердых телах.....
 - 3.10. Описание лабораторной установки.....
 4. Порядок проведения экспериментальных исследований и обработки полученных первичных данных.....
 - 4.1. Методика проведения эксперимента по предмету «Физика твердого тела».....
 - 4.2. Определение коэффициента передачи тока эмиттера в схеме с общей базой.....
 - 4.3. Определение номиналов емкости и сопротивлений.....
- Контрольные вопросы.....
- Литература.....

1. Указания по подготовке к выполнению лабораторной работы «Изучение особенностей движения носителей заряда в твердых телах»

Цель работы:

- 1) определение скорости направленного движения носителей заряда в полупроводниках (\bar{V}) при различных плотностях тока j ;
- 2) определение дрейфовой ($V_{др}$) и диффузионной ($V_{диф}$) компоненты скорости;
- 3) определение максимально возможной скорости движения носителей заряда в полупроводниках (V_{max}) и соответствующей этой скорости величины критической напряженности электрического поля ($E_{кр}$);
- 4) изучение температурной зависимости подвижности носителей заряда.

Задание к выполнению экспериментальной и расчетной частей лабораторной работы: на основе регистрации времени движения носителей заряда через образец известных геометрических размеров:

- 1) определить предельно достигнутую в эксперименте и достижимую теоретически (при $j \rightarrow \infty$) скорость движения носителей;
- 2) определить численное значение критической напряженности электрического поля $E_{кр}$ для изучаемого материала и сравнить это значение с теоретически рассчитанным; расхождениям дать объяснение;

3) проверить выполнимость соотношения Эйнштейна $\mu = \frac{eD}{kT}$ и объяснить причины возможно возникшего несоответствия;

- 4) зарегистрировать и объяснить зависимость подвижности носителей заряда от температуры.

Настоящее методическое пособие условно можно разделить на следующие части:

Первая часть – теоретическая. Она включает в себя разд. 2.1, 2.2 и 2.3. В разд. 2.1 устанавливается взаимосвязь между величиной тока, протекающего через твердое тело, и временем движения носителей заряда от одного конца твердого тела до другого.

В разд. 2.2 весьма кратко, но достаточно полно для осознанного анализа результатов эксперимента, вводятся понятия дрейфовой и диффузионной скоростей движения носителей заряда.

В разд. 2.3 анализируются механизмы рассеяния носителей заряда и вводится понятие подвижности последних. Конечная величина подвижности приводит к конечной величине скорости носителей заряда в твердых телах.

На основании полученного результата (конечного значения максимальной дрейфовой скорости носителей заряда) корректируется зависимость \bar{V} от величины плотности тока в твердом теле. Вводится также одна из важнейших характеристик твердого тела – критическая напряженность электрического поля ($E_{кр}$) и дается ее физическое толкование с использованием понятия времени релаксации (среднего времени между двумя актами рассеяния носителей заряда), а также понятия «эффективная масса носителей заряда».

Вторая часть (разд. 3.1 – 3.10) посвящена аппаратному обеспечению экспериментальных исследований. Здесь рассматриваются не совсем привычные возможности, вытекающие из нестандартного анализа процедур умножения (деления), дифференцирования и интегрирования физических величин. Показывается, что применительно к величинам, меняющимся во времени по синусоидальному закону, операции умножения и деления обеспечивают мгновенный, без временной задержки, переход от одной физической величины к другой либо мгновенное изменение масштаба при определении соответствующей физической величины. «Синтезируемое» при этом время равно нулю.

В случае использования операций дифференцирования (интегрирования) по времени также осуществляется преобразование одной физической величины в другую. При этом характерно преобразование ускоренное (при реализации операции дифференцирования) либо замедленное (при реализации операции интегрирования). Часто эти операции целесообразно трактовать как методы получения (синтеза) положительного или отрицательного времени.

После краткого рассмотрения мостовых методов измерения элементов радиотехнических цепей полученные результаты распространяются на мостовые методы измерения физических величин, в том числе и на мостовые методы измерения времени.

После этого становится логически и физически обоснованным конструирование установки для измерения времени движения носителей заряда через твердое тело.

Затем приводится краткое описание реально использованной в лабораторной работе установки мостовой схемы; записываются амплитудное и фазовое уравнения для условия баланса моста. Как следствие – получается базовое уравнение для определения времени движения носителей заряда при различных экспериментальных условиях.

Третья часть (разд. 3.1 – 3.10) содержит информацию о наиболее целесообразном порядке работы на установке. Этот порядок обеспечивает быстрое и главное осмысленное проведение экспериментальной части лабораторной работы, последующих расчетов и понимание итоговых результатов. Здесь же приводится таблица, которую необходимо полностью заполнить информацией, так как это является обязательным условием выполнения первой части эксперимента – получения реальной зависимости времени движения носителей заряда от величины тока через образец. Итоговый результат должен быть обязательно отобращен графически.

Как следует из вышеизложенного, первая часть настоящего пособия содержит основной объем информации о физике изучаемых явлений. Она может быть самостоятельно изучена как до, так и после проведения экспериментальной части работы. При этом можно пользоваться не только данным методическим пособием, но и рекомендуемой литературой.

Вторая часть данного пособия не имеет прямого отношения к предмету «Физика твердого тела». Она является в значительной степени общеобразовательной и не требует глубоких знаний ни по общей физике, ни по математике, ни по электро- и радиотехнике. Вместе с тем комбинация отдельных положений этих наук приводит к неожиданным результатам: по существу выявляется возможность с помощью весьма «грубой» аппаратуры отличать в твердом теле одни электроны от других!

Тем не менее ознакомиться с данной частью методического пособия целесообразно не только тем, кто будет выполнять (или уже выполнил) рекомендуемую лабораторную работу. Причина заключается в следующем.

Как следует из приведенного в конце второй части материала, лабораторная установка позволяет определять не только время движения носителей заряда в твердом теле. Например, при использовании в качестве исследуемых образцов биполярных транзисторов можно:

- 1) определять коэффициент передачи тока эмиттера (α) и его зависимость от тока эмиттера и напряжения «коллектор-база»;
- 2) определять предельную частоту f_α при различных режимах работы транзисторов;
- 3) определять профиль распределения электрически активной примеси в базе транзистора на границе с коллектором;
- 4) измерять величину сопротивлений и емкостей, в том числе и низкой добротности, на частоте 1 МГц, а также параметры эквивалентных схем замещения реальных конденсаторов.

Указанные возможности установки позволяют использовать ее в качестве базового узла при проведении лабораторных и практических занятий не только по предмету «Физика твердого тела», но и по «Материалам электронной техники», «Физике активных элементов интегральных схем», «Радиоизмерениям», а также для проведения различных научных исследований.

По этим причинам вторая часть данного методического пособия представляет практический интерес не только для студентов, но и магистрантов, аспирантов, научных и инженерных работников.

Небезынтересна эта часть пособия и с точки зрения методики получения новых знаний на основе «гибридизации» отдельных положений различных наук. Эта особенность настоящего пособия может быть полезной иллюстрацией тем, кто работает (или готовится работать) на стыке различных областей знаний, к которым, в частности, относится и микроэлектроника.

Третья часть методического пособия по существу является инструкцией по выполнению экспериментальной части лабораторной работы «Изучение осо-

бенностей движения носителей заряда в твердых телах» по предмету «Физика твердого тела».

Используя имеющуюся здесь информацию, можно выполнить только часть задания к лабораторной работе: определить скорость направленного движения носителей заряда в полупроводниках \bar{V} при различных плотностях тока. Все последующие пункты задания возможно выполнить только после детального ознакомления с теоретической частью методического пособия, но уже не обязательно в лаборатории.

Особенностью третьей части является то, что здесь нет ссылок на конкретные соотношения и справочные данные, необходимые при расчетах и построении графиков. Выполняя задание предлагается осуществить *самостоятельный поиск и обоснование применимости* тех соотношений, которые позволят достичь все поставленные цели.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

В этой части пособия приводится минимальный объем информации, без знания которого невозможно достичь второй, третьей и четвертой целей лабораторной работы (см. разд. 4.1, вводный текст). Для достижения первой цели достаточно, не изучая теоретическую часть, сразу же перейти к выполнению экспериментов в соответствии с инструкциями четвертой части данного методического пособия.

2.1. Взаимосвязь между временем движения носителей заряда и током в твердых телах

Обратимся к рис. 1.

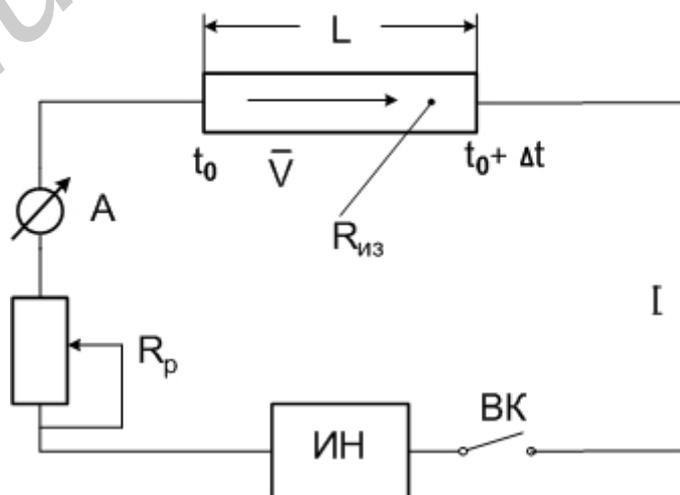


Рис. 1. Схема установки для определения времени движения носителей заряда через образец $R_{из}$:

ИН – источник напряжения; R_p – регулировочный элемент, позволяющий изменять величину тока через изучаемый образец $R_{из}$; A – измеритель тока; $R_{из}$ – изучаемый образец правильных геометрических размеров (длина образца – L , площадь поперечного сечения – S); BK – выключатель

Пусть в какой-то момент времени t_0 ранее разомкнутый выключатель BK замыкается. При этом в цепи возникает ток I , не меняющийся во времени. Для простоты будем полагать, что носителями заряда в образце $R_{из}$ являются только электроны. Тогда величина тока I может быть определена следующим образом:

$$I = en\bar{V}, \quad (1)$$

где e – заряд одного электрона ($e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл);

n – концентрация электронов, принимающих участие в переносе электрического заряда через $R_{из}$;

\bar{V} – скорость направленного движения этих электронов.

По истечении отрезка времени Δt электроны, начавшие свое движение у одного конца элемента $R_{из}$, дойдут до его противоположного конца. Это произойдет в момент времени $t_0 + \Delta t$. Отрезок времени Δt и определим как время движения носителей заряда через твердое тело длиной L . Если концентрация электронов n постоянна, то при постоянной величине тока I будет постоянна и скорость направленного движения электронов \bar{V} (см. формулу (1)):

$$\bar{V} = \frac{I}{en} = const. \quad (2)$$

С другой стороны, величина \bar{V} может быть определена с использованием рис. 1 следующим образом:

$$\bar{V} = \frac{L}{\Delta t}. \quad (3)$$

Объединяя формулы (2) и (3), получим следующее:

$$\frac{I}{en} = \frac{L}{\Delta t}; \quad \Delta t = enL \cdot \left(\frac{1}{I}\right). \quad (4)$$

Таким образом, зависимость Δt от I – обратно пропорциональная. В координатах $(\Delta t; 1/I)$ эта зависимость представляет собой прямую линию, выходящую из нуля (рис. 2).

На этой зависимости отмечены два значения тока: I_1 и I_2 . Это те крайние значения тока, в пределах которых в соответствии с рис. 1 экспериментально осуществляется регистрация соответствующей зависимости. Значения $1/I = 0$ недостижимы, поскольку при этом $I \rightarrow \infty$.

Рис. 2 и соответствующая формула (4) были получены при допущении (по умолчанию), что на величину скорости направленного движения \bar{V} не распространяются ограничения. В случае вакуума ограничением на величину \bar{V} будет являться релятивистское ограничение $\bar{V} \ll c$, где c – скорость распространения света.

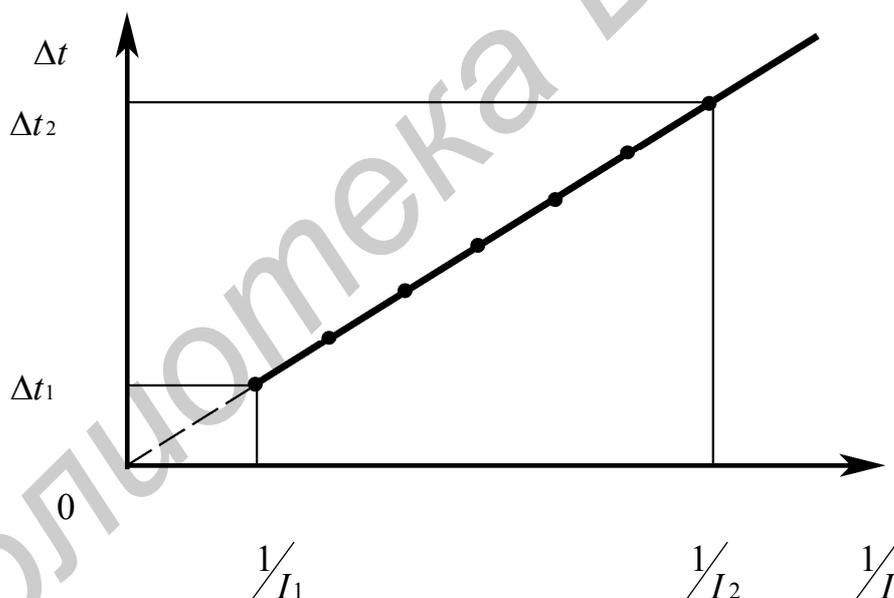


Рис. 2. Общая зависимость изменения времени движения носителей заряда при изменении тока через образец

В случае твердых тел (металлов, проводников и диэлектриков) \bar{V} всегда на много порядков меньше c . Но и в этом случае \bar{V} имеет ограничения, связанные с механизмами движения носителей заряда в твердых телах, а также с понятием «эффektivная масса» носителей заряда. Эти ограничения рассматриваются ниже. А пока следует отметить самое главное. Для твердых тел зависимость по рис. 2 в целом сохраняется, но при $I \rightarrow \infty$ (т.е. $1/I \rightarrow 0$) получается ко-

нечное значение минимального теоретического времени движения носителей заряда Δt_0 (рис. 3).

При этом возможны два базовых варианта.

Первый вариант (рис. 3, а) соответствует линейной во всем диапазоне токов $(1/I)$ зависимости. Экстраполяция линейного, полученного экспериментально участка зависимости в область $1/I = 0$ даст достоверную информацию о величине Δt ($\Delta t = \Delta t_{10}$).

При этом, воспользовавшись формулой (3), легко определить достоверное значение максимальной скорости движения носителей заряда в твердом теле:

$$\bar{V}_{\max} = \frac{L}{\Delta t_{10}}. \quad (5)$$

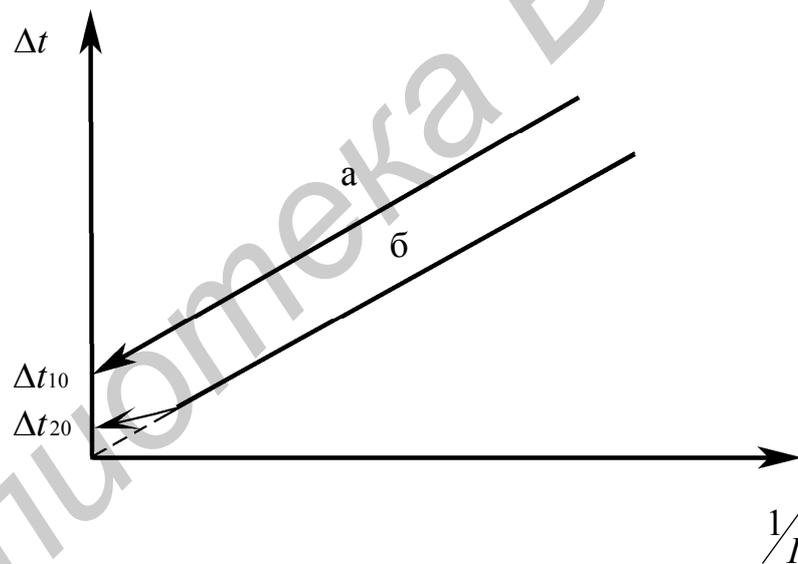


Рис. 3. Возможные экспериментально наблюдаемые зависимости Δt от $1/I$ для твердых тел

Для второго варианта (рис. 3, б) возможно отклонение характера зависимости $(\Delta t - 1/I)$ от линейного. При этом экстраполяция в область $1/I \rightarrow 0$ затруднена и может дать ошибку в величине Δt_{20} , а следовательно, и в величине

$$\bar{V}_{\max}.$$

Рассмотрим теперь причины, вызывающие отклонение характера зависимости $(\Delta t - 1/I)$ от линейного, а также причины конечного значения \bar{V}_{\max} в твердых телах (не равенства нулю времен Δt_0 на рис. 3).

2.2. Диффузионная и дрейфовая скорости движения носителей заряда

Электрический ток обусловлен направленным движением носителей заряда. Плотность тока – это количество электричества, переносимое через единицу площади в единицу времени.

Направленное движение носителей заряда может возникнуть в следующих основных случаях.

Во-первых, тогда, когда на носитель заряда (положительный или отрицательный) действует кулоновская сила. Иными словами, направленное движение носителей заряда стимулируется электрическим полем с напряженностью E . При этом величина плотности тока будет равна

$$j_{др} = \sum_i q_i n_i \mu_i E = \sum_i q_i n_i |\bar{V}_{др}|, \quad (6)$$

где q_i – численное значение заряда i -го вида; при этом знак заряда (положительный он или отрицательный) для определения величины $j_{др}$ учитывать не надо;

n_i и μ_i – концентрация и подвижность носителей заряда i -го вида.

О подвижности речь пойдет в разд. 2.3 и 2.4 настоящего пособия. Здесь отметим, что произведение $\mu_i E$ имеет размерность скорости и является *дрейфовой* скоростью движения, а соответствующий ток – дрейфовым током.

Во-вторых, когда вдоль какого-либо направления в твердом теле существует градиент (не обязательно постоянный) концентрации носителей заряда. В соответствии с законом Фика будет наблюдаться тенденция к исчезновению градиентов концентрации носителей заряда. При этом начнется их движение из области с большей концентрацией в область с меньшей концентрацией. Это движение носителей заряда носит название диффузионного движения (или диффузионного потока). Переносимый при этом заряд обуславливает диффузионную компоненту электрического тока (1):

$$j_{диф} = \sum_i q_i D_i \frac{\partial n_i}{\partial x} = \sum_i q_i n_i \left(\frac{D_{ni}}{n_i} \frac{\partial n_i}{\partial x} \right) = \sum_i q_i n_i \bar{V}_{диф,i}. \quad (7)$$

Величина, взятая в скобки, носит название *диффузионной* скорости i -го носителя заряда. В отличие от формулы (6) при суммировании диффузионных компонент тока необходимо учитывать знак как градиентов концентрации $\frac{\partial n_i}{\partial x}$,

так и знак заряда i -х носителей. Эти величины могут быть как положительными, так и отрицательными. Так что в частном случае, даже если все компоненты уравнения (7) будут отличны от нуля, сумма этих компонент может оказаться равной нулю.

В микроэлектронике для обеспечения работы активных и пассивных элементов используются как дрейфовые, так и диффузионные токи носителей заряда.

В данной лабораторной работе основной акцент делается на изучение дрейфовых токов. Поэтому ниже остановимся на понятиях «подвижность носителей заряда», а также «критическая напряженность электрического поля» $E_{кр}$.

2.3. Подвижность носителей заряда

Рассмотрение понятия «подвижность» проведем вначале макроскопически. Затем рассмотрим те физические процессы, которые определяют величину подвижности носителей заряда.

2.3.1. Макроскопический смысл подвижности носителей заряда

Для анализа обратимся к формуле (8), полученной из формулы (6) в предположении, что имеется только один вид носителей заряда:

$$j = \sigma_0 E = e \frac{en\tau}{m^*} E = en\mu E = en\bar{V}. \quad (8)$$

В этой формуле по прежнему использовано общезначимое определение плотности тока: это количество электричества, пересекающее единицу площади в выбранном направлении за единицу времени.

Таким образом, макроскопический смысл подвижности носителей заряда соответствует следующей записи:

$$\mu = \frac{\bar{V}}{E}. \quad (9)$$

Подвижность – это скорость направленного движения носителей заряда под действием электрического поля единичной напряженности.

Используя формулу (9), получаем единицы измерения подвижности:

$$[\mu] = [\bar{V}] : [E] = \frac{см}{с} : \frac{В}{см} = \frac{см^2}{В \cdot с}.$$

Скорость носителей, возникшая под действием внешнего электрического поля и численно равная μE , носит название дрейфовой скорости носителей заряда.

Примечание: при определении единиц измерения подвижности использованы единицы измерения длины – сантиметры (а не метры, или не микрометры (микроны) и т.п.). Дело в том, что в микроэлектронике общепринято измерять подвижность с использованием именно сантиметров. Во всех справочниках, учебниках и технологической литературе численное значение подвижности приводится именно в этих единицах.

2.3.2. Зависимость подвижности носителей заряда от напряженности электрического поля. Критическое поле, $E_{кр}$

На рис. 4, а представлена экспериментально наблюдаемая зависимость μ от E . Как видно из этого рисунка, на зависимости ярко выражены две области.

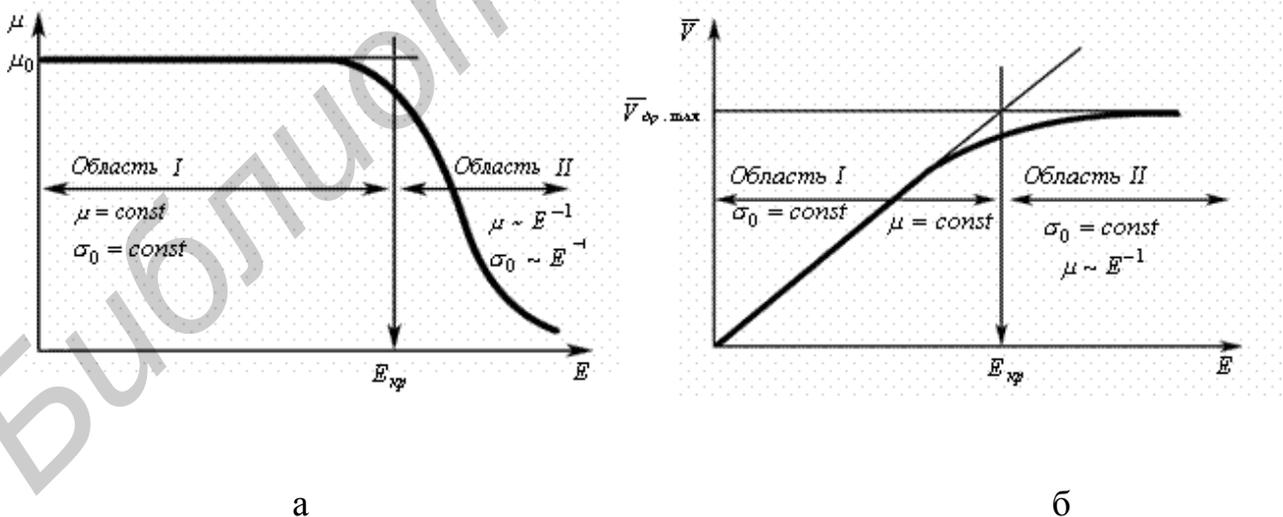


Рис. 4. Зависимость подвижности (а) и скорости движения носителей заряда от напряженности электрического поля (б)

Область I соответствует постоянству подвижности носителей заряда. При этом если воспользоваться формулой (9), легко получить зависимость скорости

движения носителей от величины E (рис. 4, б). Поскольку $\mu = \text{const}$, то $\bar{V} = \mu_0 E$, т.е. растет линейно с ростом E . Область I носит название либо области слабых полей, либо просто линейной области. В этой области постоянство подвижности в сочетании с постоянством концентрации носителей заряда (см. формулу (8)) обеспечивает постоянство проводимости (и удельного сопротивления) твердого тела.

Область II носит название либо области закритических полей, либо нелинейной области. Здесь, поскольку с ростом E сохраняется постоянное значение скорости движения носителей заряда, происходит уменьшение проводимости твердого тела (увеличение удельного сопротивления). При этом, как и в области I, концентрация носителей заряда остается неизменной.

Напряженность поля $E_{кр}$, разделяющая эти две области, носит название *критической напряженности* электрического поля.

Следует особо подчеркнуть, что поле $E_{кр}$ не имеет ни малейшего отношения к электрической прочности твердых тел $E_{проб}$ ни качественно, ни количественно.

Поле $E_{кр}$ является характеристикой и проводников, и полупроводников, и диэлектриков. В то же время электрическая прочность является характеристикой диэлектриков, в меньшей степени – полупроводников; она совершенно неприменима для проводников (металлов).

Количественно $E_{кр} \ll E_{проб}$ (примерно на 1–2 порядка). $E_{кр}$ и $E_{проб}$ описывают совершенно различные физические процессы. При электрических полях $E \geq E_{кр}$ проводимость материала уменьшается, в то время как при $E \geq E_{проб}$ – возрастает.

Для оценки величины поля $E_{кр}$ можно пользоваться критерием равенства скорости броуновского движения носителей заряда и их дрейфовой скорости:

$$\mu E_{кр} = \sqrt{\frac{3kT}{m^*}} \Rightarrow E_{кр} = \frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{3kT}{m^*}}. \quad (10)$$

При полях $E < E_{кр}$ внешнее электрическое поле не изменяет распределения носителей заряда по скоростям и энергиям: скорость броуновского движения при этом остается намного больше скорости направленного движения, т.е. дрейфовой скорости (область I на рис. 4). При $E > E_{кр}$ ситуация обратная: дрейфовая скорость превышает броуновскую, тем самым изменяется распределение носителей заряда и по скоростям, и по энергиям. Последний момент необходимо учитывать при математическом описании процессов в твердых телах.

Расчеты и практика показывают, что $E_{кр} \sim 10^4$ В/см, в то время как $E_{проб} \sim 10^6$ В/см.

2.3.3. Общие особенности рассеяния носителей заряда в полупроводниках

При изучении раздела «Физика металлов» было получено следующее выражение для проводимости:

$$\sigma_0 = \frac{e^2 n \tau}{m_e}, \quad (11)$$

где e – заряд,
 n – концентрация,
 m_e – масса и τ – время релаксации свободных электронов.

При этом электроны были единственным видом носителей заряда.

Формула (11) применима не только для металлов. Она обладает универсальностью и применима для любых твердых тел. Проводники, полупроводники и диэлектрики отличаются лишь численным значением величин, стоящих в формуле (11) справа.

При этом получается различное численное значение проводимости σ_0 , позволяющее относить конкретный материал к проводникам, полупроводникам или к диэлектрикам.

В общем случае в качестве носителей заряда в конкретном материале могут выступать не только свободные электроны (как это было в модели металлов Друде и Зоммерфельда), но и другие частицы. Эти частицы обладают индивидуальными значениями q_i , n_i , m_i и τ_i . Так, при изучении «Физики диэлектриков» отмечалось, что проводимость последних обусловлена не только и не столько электронами и дырками, сколько движением ионов различного вида.

С использованием принципа суперпозиции при описании движения частиц, соотношение (11) в общем случае для любого твердого тела может быть представлено следующим образом:

$$\sigma_0 = \sum_i \frac{q_i^2 n_i \tau_i}{m_i^*} = \sum_i q_i n_i \frac{q_i \tau_i}{m_i^*} = \sum_i q_i n_i \mu_i. \quad (12)$$

В этом соотношении значок i означает рассмотрение конкретного вида носителей заряда: электронов, дырок, того или иного вида ионов; q_i – это величина заряда, переносимого частицей вида i ; n_i – концентрация, τ_i – время релак-

сации, m_i – эффективная масса носителей заряда. Величина μ_i , как уже отмечалось выше (см. формулу (6)) – это подвижность носителей заряда.

Проанализируем физический смысл подвижности $\mu_i = \frac{q_i \tau_i}{m_i^*}$ более подробно.

Прежде всего вспомним, что в разделе «Физика металлов» время релаксации означало среднее время между двумя соударениями носителя заряда (электрона) с положительными неподвижными ионами. При этом уже первое столкновение заканчивалось полной потерей электроном скорости, возникшей под действием электрического поля E . Других столкновений, ограничивающих скорость движения электронов, в модели не было.

При изучении процесса электропроводности реальных твердых тел следует анализировать более сложную картину: *частичную* потерю скорости носителем заряда при отдельном столкновении.

Для полупроводников с ковалентным характером связей атомов кристаллической решетки (таких, как германий и кремний) существуют два основных механизма столкновений, в процессе реализации которых носители заряда, теряя часть своей скорости, стремятся к равновесному распределению по скоростям (и энергиям).

Первый механизм – это рассеяние на тепловых колебаниях кристаллической решетки. Иногда, рассматривая этот механизм, говорят о рассеянии на акустических фононах кристаллической решетки. Акустические фононы – это один из типов дефектов кристаллической решетки твердых тел.

Второй механизм – это рассеяние на ионизованных примесях, введенных в твердое тело с целью, например, изменения концентрации носителей заряда.

Для полупроводников с ионным характером связей атомов кристаллической решетки (например $GaAs$) имеется дополнительный, очень важный механизм рассеяния: рассеяние на оптических фононах кристаллической решетки.

Кроме этого, имеются и специфические механизмы рассеяния, в некоторых случаях исключительно сильно влияющие на величину подвижности.

Прежде всего это внутридолинное рассеяние, при котором носители заряда (электроны и дырки) рассеиваются внутри эллипсоида энергий и при этом взаимодействуют только с длинноволновыми фотонами.

Далее следует упомянуть междолинное рассеяние, когда носители заряда рассеиваются из одного минимума энергий внутри разрешенной зоны в другой и при этом взаимодействуют с фононами высокой энергии.

Важным принципом при расчетах различных физических величин является принцип суперпозиции. Применительно к подвижности он звучит следующим образом: каждый механизм рассеяния протекает независимо друг от друга. При этом результирующая подвижность определяется линейной комбинацией частных подвижностей, обусловленных конкретным механизмом рассеяния:

$$\mu^{-1} = \sum_k \mu_k^{-1} \quad \text{или} \quad \mu = \left(\sum_k \mu_k^{-1} \right)^{-1}. \quad (13)$$

Здесь индекс k нумерует конкретный механизм рассеяния.

Общие закономерности, определяющие большее или меньшее значение μ , видны из анализа формулы (8) или (12):

- с увеличением заряда, переносимого одним носителем (q_i), подвижность прямо пропорционально возрастает;
- с увеличением времени релаксации носителя заряда (τ_i) подвижность прямо пропорционально возрастает;
- с увеличением эффективной массы носителя заряда (m_i^*) его подвижность убывает.

Эти три закономерности очень важны для анализа характера движения носителей заряда в пределах разрешенных одно- или многодолинных зон, когда m_i^* может меняться:

- от $+\infty$ до $-\infty$ скачком;
- от конкретного значения до $+\infty$ или $-\infty$ плавно;
- от одного квазиустойчивого значения до другого и т.д.

Еще одной специфической особенностью рассеяния носителей заряда в полупроводниках является то, что (в отличие от металлов) носители заряда в единичном акте рассеяния не полностью теряют свою скорость направленного движения. Для полной потери этой скорости носитель должен в общем случае несколько раз повторить акт рассеяния. Обозначим это число актов большой буквой N .

Если среднее расстояние между точками кристаллической решетки, в которых осуществляются отдельные акты рассеяния, обозначить буквой ℓ , то путь, который пройдет носитель заряда до полной остановки, составит

$$L = \ell N = V\tau, \quad (14)$$

где V – средняя скорость движения носителя заряда, а τ – время его релаксации, т.е. то время, в течение которого носитель заряда полностью потеряет скорость \bar{V} . Расстояние L называется также средней транспортной длиной свободного пробега, а N^{-1} – эффективностью столкновений.

Вид формул, определяющих величину подвижности для невырожденного и вырожденного газа носителей заряда, практически идентичен:

$$\text{- для невырожденного газа} \quad \mu_i = \frac{q_i}{m_i^*} \cdot \frac{\ell_i N_i}{V_i},$$

(15)

- для вырожденного газа
$$\mu_{if} = \frac{q_i}{m_i^*} \cdot \frac{\ell_{if} N_i}{V_{if}} .$$

(16)

В формуле (16) появился индекс f , который означает введение соответствующих фермиевских параметров.

Ниже проведен анализ зависимости подвижности носителей заряда от температуры и концентрации ионизованных примесей для двух важнейших механизмов рассеяния: рассеяния на тепловых колебаниях кристаллической решетки и рассеяния на ионизованных примесях.

2.3.4. Подвижность носителей заряда, обусловленная тепловыми колебаниями кристаллической решетки, μ_ϕ

Для ответа на вопрос о зависимости μ_ϕ от температуры при рассеянии на акустических фононах рассмотрим зависимость от температуры параметров ℓ , N и V , входящих в формулы (15) и (16).

Расстояние ℓ для вырожденного и невырожденного газа носителей заряда должно быть одинаковым, поскольку оно определяется только концентрацией акустических фононов n_ϕ : $\ell \sim n_\phi^{-1}$, что очевидно.

Поскольку большинство изделий микроэлектроники функционирует при температурах больших, чем характеристическая температура Дебая, то $n_\phi \sim T$; при этом

$$\ell_\phi \sim T^{-1} . \quad (17)$$

Для оценки величин N_i и N_{if} учтем, что при температурах, больших температуры Дебая, импульс акустических фононов примерно равен импульсу носителей заряда. В соответствии с законами классической механики при столкновении двух частиц (в данном случае носителя заряда и фонона) одна из них уже при первом же столкновении может полностью потерять свой импульс. Говоря языком физики полупроводников, носитель заряда может полностью рассеяться уже при

$$N_i = N_{if} = N_\phi \sim 1 . \quad (18)$$

Для невырожденного газа носителей заряда

$$V_i \sim \sqrt{T} , \quad (19)$$

а для вырожденного газа

$$V_{if} = const \quad (20)$$

и от температуры практически не зависит.

Объединяя в соответствии с формулами (15) и (16) соответствующие зависимости от температуры $l_{\phi} = F(T)$, $N_{\phi} = F(T)$, и $V_{\phi} = F(T)$, получаем для невырожденного газа носителей заряда

$$\mu_{\phi} \sim T^{-\frac{3}{2}} \quad (21)$$

и для вырожденного газа

$$\mu_{\phi f} \sim T^{-1}. \quad (22)$$

Конечно, проведенная в данном разделе процедура анализа не дает возможности точно рассчитать значение μ_{ϕ} . Однако она приводит к правильному качественному результату.

Более сложный и детальный анализ, учитывающий тепловые и другие свойства твердых тел, для случая невырожденного газа носителей заряда дает следующее выражение для μ_{ϕ} : $\mu_{\phi i} = \frac{\sqrt{8\pi} q_i h^4 C_{11}}{3 E_S m_i^{*5/2} (kT)^{3/2}} \sim m_i^{*-5/2} T^{-3/2}$ и носит название «закона трех вторых» (см. также формулу (22)).

2.3.5. Подвижность носителей заряда, обусловленная рассеянием на ионизованных примесях, μ_i

Основная причина, вызывающая рассеяние носителей заряда при рассматриваемом механизме, – это кулоновское взаимодействие носителей заряда и заряженного центра в кристаллической решетке твердого тела.

С проблемой рассеяния (и торможения) движущихся заряженных частиц другими, неподвижными частицами, столкнулся Эрнест Резерфорд (1871–1937 г.) при разработке модели и теории рассеяния альфа-частиц ядрами элементов. Основные положения этой теории верны и для интересующего нас случая.

Так, количество столкновений, необходимых для полного рассеяния носителя заряда, составляет

$$N_i = V_i^4 \left(\frac{\varepsilon_r}{ze} \right)^2 m_i^* , \quad (23)$$

где ε_r – относительная диэлектрическая проницаемость твердого тела, ze – величина заряда ионизованной примеси (центра рассеяния).

Для невырожденного газа носителей заряда $V_i = \sqrt{\frac{3kT}{m_i^*}}$. Тогда и

$$N_i \sim T^2 \text{ и } \mu_{iI} \sim T^{3/2} . \quad (24)$$

Для вырожденного газа носителей заряда $V_{if} = \text{const}$ и от температуры не зависит. При этом

$$\mu_{if} = \text{const} \quad (25)$$

и также от температуры не зависит.

Длины l_i и l_{if} от температуры в первом приближении не зависят и определяются в основном концентрацией примеси.

Примечание. Случаи, когда l_i и l_{if} являются температурно-зависимыми величинами, а также случаи зависимости величины ze , входящей в формулу (23), студентам предлагается проанализировать самостоятельно.

В области истощения примеси для практически важных случаев применительно к германию и кремнию: $N_d \approx N_d^+$; $N_a \approx N_a^+$. При этом $(ze)^2 = e^2$ и от температуры не зависит. В этом случае

$$l_i = l_{if} \sim \frac{1}{N_d} \left(\frac{1}{N_a} \right) \neq F(T) . \quad (26)$$

Объединяя формулы (23), (24) и (26), а также (23), (25) и (26), получаем для невырожденного газа носителей заряда

$$\mu_{iI} \sim m_i^* T^{\frac{3}{2}} (N^*)^{-1} \quad (27)$$

и для вырожденного газа

$$\mu_{iI} \sim m_i^* (N^*)^{-1} . \quad (28)$$

В последних формулах N^* означает концентрацию доноров N_d для случая n -полупроводников, концентрацию акцепторов N_a для p -полупроводников и $(N_d + N_a)$ для полупроводников, содержащих донорную и акцепторную примеси одновременно. Причины, объясняющие справедливость этой записи, студентам предлагается выявить самостоятельно.

Закон (27), так же, как и закон (21), носит название «закона трех вторых».

Квантово-механическое рассмотрение задачи рассеяния носителей заряда на ионизованных примесях дает следующий результат:

$$\mu_{iI} = \frac{8 \cdot \sqrt{2} \varepsilon_r^2 (kT)^{3/2}}{\pi^{3/2} e^3 m_i^* N_I} \left\{ \ln \left[1 + \left(\frac{3\varepsilon_r}{e^2} \right)^2 \frac{(kT)}{N_I^{2/3}} \right] \right\}^{-1}, \quad (29)$$

где N_I – концентрация ионизованной примеси. Эта формула хорошо описывает поведение μ_I в области, далекой от вырождения полупроводника (при N_d и N_a порядка 10^{15} см^{-3}). При больших концентрациях примеси члены формулы (29), содержащие N_I , нуждаются в коррекции.

2.3.6. Практические примеры и выводы

В соответствии с принципом суперпозиции (формула 13), теперь можно записать для невырожденного газа носителей заряда:

$$\mu_k = \left(\frac{1}{\mu_{kf}} + \frac{1}{\mu_{kI}} \right)^{-1}. \quad (30)$$

Подставляя сюда формулы для μ_{kf} и μ_{kI} , можно получить соответствующие выражения для зависимости μ_k от температуры и концентрации примеси. Аналогичную операцию можно осуществить и для вырожденного газа.

Для инженерного анализа в формулу (30) подставляют упрощенные выражения для определения μ_{kf} и μ_{kI} : (21) и (27) для невырожденного, (27) и (28) для вырожденного газа. После этого строят графические зависимости $\mu = F(T)$ при различных температурах. Так поступили и мы (рис. 5 и рис. 6).

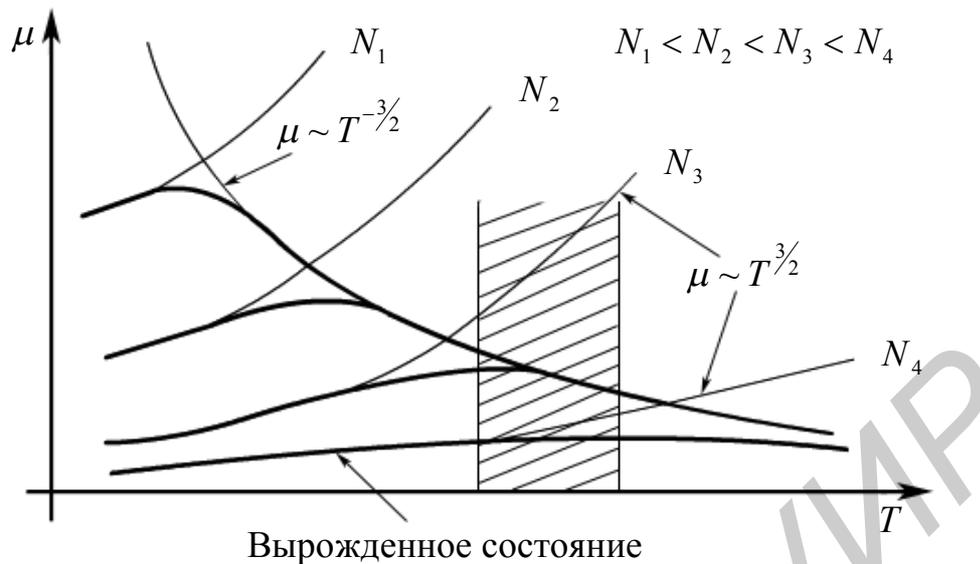


Рис.5. Зависимость подвижности носителей заряда от температуры при различной концентрации примеси

Как видно из рис. 5, зависимость подвижности носителей заряда от температуры носит экстремальный характер. При этом с увеличением концентрации примеси численное значение μ уменьшается во всем диапазоне температур; максимум в значении μ становится все меньше, вплоть до его полного исчезновения у сильнолегированного полупроводника. Положение максимума μ на оси температур с ростом N сдвигается в область более высоких температур: чем больше концентрация примеси, тем меньше μ зависит от температуры.

На рис. 5 применительно к кремнию штриховкой примерно отмечен диапазон температур 300 ± 100 К, т.е. рабочий диапазон изделий микроэлектроники. Как видно, при увеличении температуры, независимо от концентрации примеси, величина подвижности носителей заряда уменьшается, оставаясь для вырожденного полупроводника практически неизменной.

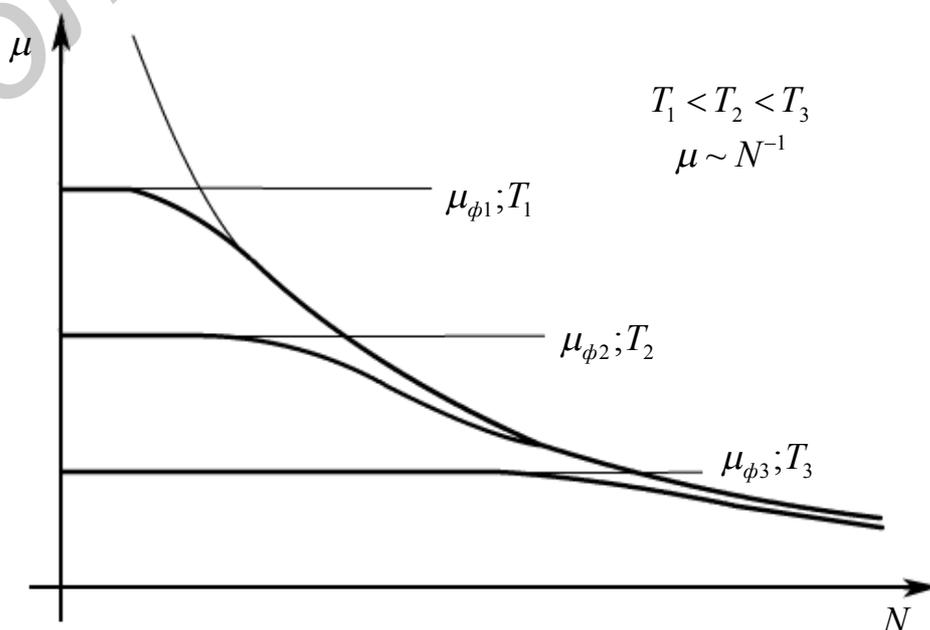


Рис. 6. Зависимость подвижности носителей заряда от концентрации примеси при различной температуре

Из анализа рис. 6 можно сделать следующие выводы.

Независимо от температуры, при увеличении концентрации примеси подвижность носителей заряда уменьшается. При фиксированной концентрации примеси подвижность возрастает с уменьшением температуры. Все зависимости носят неэкстремальный характер.

В чистых полупроводниках ($N_I = 0$) подвижность имеет максимальное значение, поскольку рассеяние носителей заряда осуществляется не двумя, а одним механизмом: рассеянием на акустических фононах. На рис. 6 эти значения обозначены как μ_0 . В справочной литературе по электрофизическим свойствам твердых тел приводятся именно эти значения подвижности и, если не оговорено специально, то для температуры $T = 300$ К (табл. 1).

Библиотека БГУИР

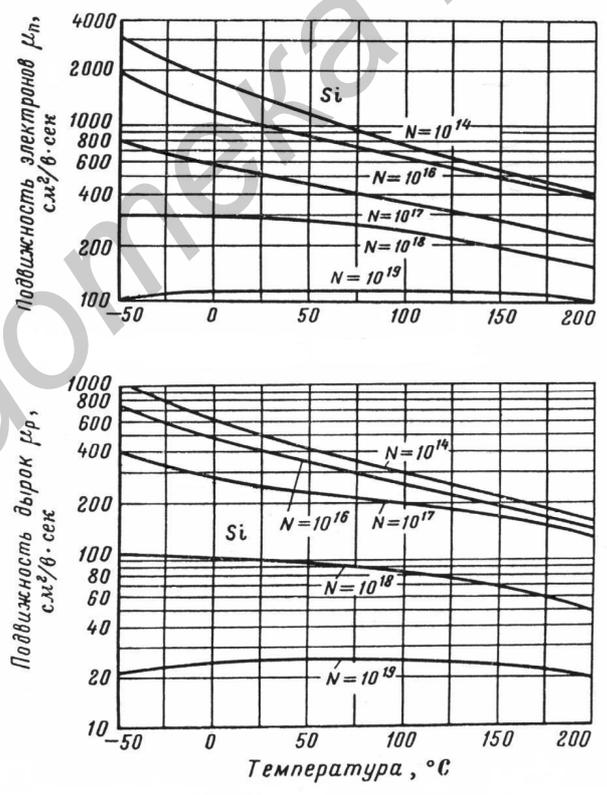
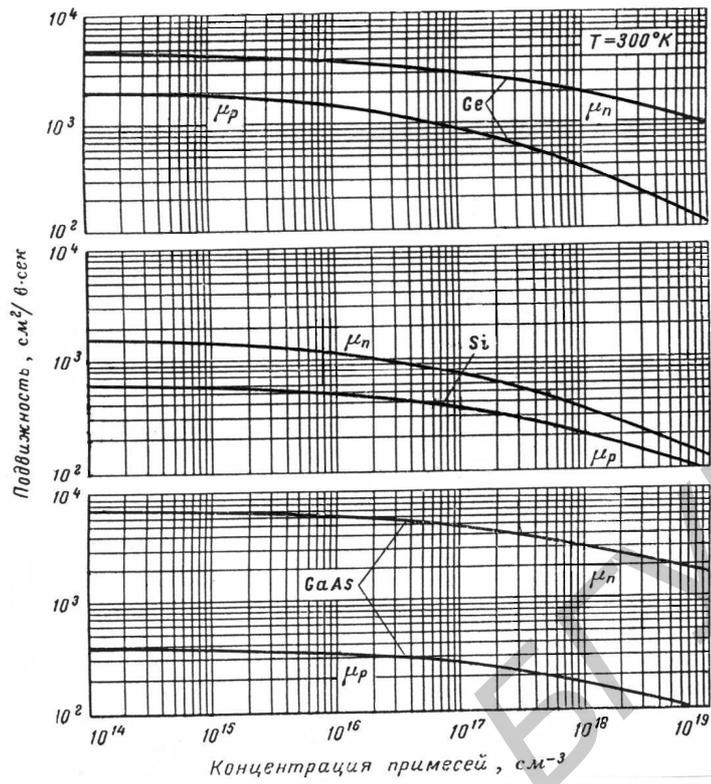


Рис.7. Зависимость подвижностей электронов и дырок в кремнии, германии и арсениде галлия от температуры и концентрации примесей в слабых электрических полях

Таблица 1

Подвижность электронов и дырок в германии, кремнии, арсениде галлия

| Подвижность носителей заряда при 300 К, μ_0 , $\text{см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ | <i>Ge</i> | <i>Si</i> | <i>GaAs</i> |
|---|-----------|-----------|-------------|
| для электронов (μ_{0n}) | 3900 | 1500 | 8500 |
| для дырок (μ_{0p}) | 1800 | 600 | 400 |

Иногда удобными для практического использования являются графические зависимости подвижности носителей заряда от концентрации примеси (рис.7).

Примечание. При осуществлении точных количественных расчетов или постановке «тонких» и ответственных экспериментов следует учесть, что эффективность однозарядных доноров и акцепторов в отношении рассеяния носителей заряда несколько различна. Изменяется и численное значение N_1 в формуле (29) с изменением концентрации примеси N_d и N_a (на рис. 7 – горизонтальная ось). Причем для *n*-полупроводника и для *p*-полупроводника подвижность электронов будет отличаться друг от друга.

В качестве примера приведем данные: при 300 К подвижность электронов μ_n в *n*-германии при $N_d = 5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ составляет $3500 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$, а в *p*-германии при $N_a = 5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $\mu_n = 2800 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$, т.е. меньше в 1,25 раза. В причинах этого явления студентам предлагается разобраться самостоятельно.

3. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Обратимся к рис. 1 и поставим задачу по определению времени Δt экспериментально.

Как следует из разд. 2.1, величина тока через образец $R_{из}$ будет меняться в некотором диапазоне от I_{\min} до I_{\max} (см. рис. 2). Этому диапазону токов будет отвечать и некоторый диапазон значений Δt .

Но совершенно непонятно, каким методом можно зафиксировать момент «вхождения» носителей заряда (например электронов) в левый торец образца, а затем обнаружить *эти же* носители заряда при их появлении на правом торце образца. По существу ставится задача отличить одни электроны от других! Или, говоря бытовым языком, «покрасить» отдельные электроны в какой-либо цвет и в дальнейшем отмечать их появление и исчезновение на торцах образца.

На первый взгляд, ставится невыполнимая задача. Ведь электроны, если у них одинаковая энергия и эффективная масса, неотличимы друг от друга. По-

кажем, как эта вроде бы нерешаемая задача находит весьма остроумное решение.

Для этого необходимо несколько необычно взглянуть на хорошо известные вам положения математики, а затем использовать полученную информацию в элементарной электротехнике и радиотехнике. При этом согласно цели лабораторной работы нас будут интересовать операции со временем, что и учтено в материале, изложенном ниже.

3.1. Роль операций умножения и деления в физике

Возьмем какую-нибудь физическую величину в качестве базовой. Пусть это будет скорость V в обычной классической ньютоновской механике, которая изменяется по синусоидальному закону $V = V_0 \sin \omega t$ (рис. 8, а) и при этом $V_0 = 10$ м/с.

Для построения соответствующего графика на вертикальной оси необходимо выбрать соответствующий численный масштаб с соответствующими *единицами измерения*. Так, например, вполне очевидно, что для $V_0 = 10$ м/с численный масштаб по вертикали должен быть в районе чисел 1–10 единиц, а измеряться в м/с. Если выбрать численный масштаб (например 1000) при тех же единицах измерений, то график по рис. 8, а «сожмется» по вертикали и будет представлять собой горизонтальную линию, т.е. ось времен, и при этом информация о характере $V(t)$ будет потеряна (рис. 8, б).

Если по вертикали выбрать масштаб 0,001 с сохранением тех же единиц измерения, то зависимость $V(t)$ на рис. 8 будет выглядеть в виде практически вертикальных линий в точках, где $V(t)$ равна нулю. И в этом случае информация в зависимости скорости от времени будет утеряна (рис. 8, в).

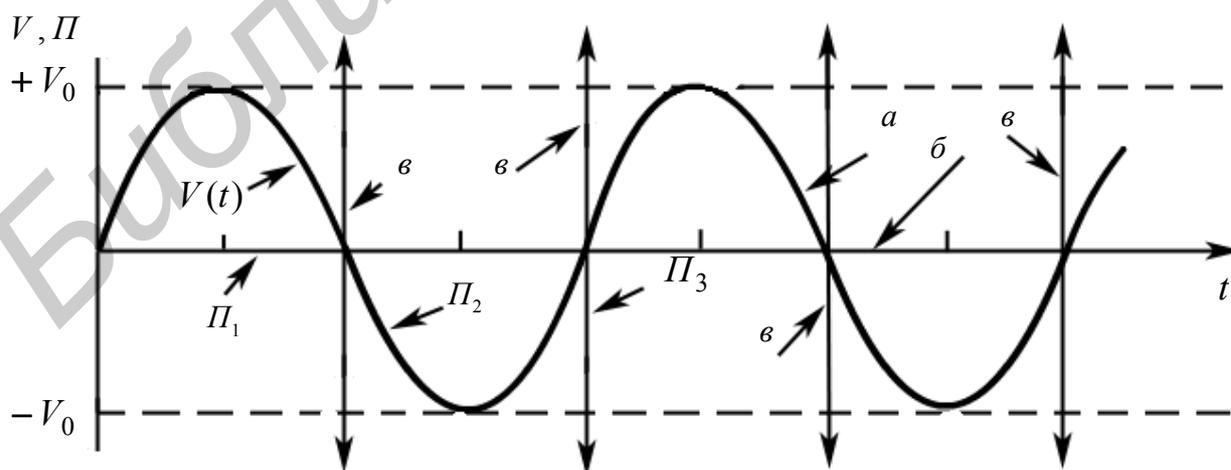


Рис. 8. Закономерности преобразования физических величин при их умножении на другую физическую величину

Аналогичные проблемы возникнут и в том случае, когда скорость будет умножаться (или делиться) на любое безразмерное число.

Вывод при этом следующий: при умножении (или делении) физической величины на число (безразмерную величину) или другую физическую величину (со своим численным значением и своими единицами измерения) осуществляется как *мгновенный* переход к иному масштабу по вертикали, так и *мгновенное* появление новой физической величины со своими единицами измерения.

Например, если скорость постоянна и равна 10 м/с, то после умножения ее на время (пусть $t = 100$ с) получится новая физическая величина – путь:

$$S = Vt = 10 \text{ м/с} \cdot 100 \text{ с} = 1000 \text{ м} \quad (31)$$

Для сохранения информативности о физической величине S на прежнем графике нужен соответствующий численный масштаб по вертикали при новых единицах измерения (метрах).

Для примера, изображенного на рис. 8, а, после умножения скорости $V = 10 \sin \omega t$ (м/с) на другую физическую величину (например длину $L = 10$ м), получится некая новая физическая величина Π с единицами измерения $\text{м}^2/\text{с}$ и амплитудным значением 100 ед.: $\Pi = LV = LV_0 \sin \omega t = 100 \sin \omega t$ ($\text{м}^2/\text{с}$).

Для того чтобы изобразить $\Pi(t)$ на рис. 8 с сохранением информативности графика, следует, например, по вертикали «сжать» масштаб в 10 раз, а по горизонтали – оставить неизменным. При этом график $\Pi(t)$ точно впишется в зависимость $S(t)$.

Отсутствие сдвига графика $\Pi(t)$ относительно графика $V(t)$ на рис. 8 по оси времен означает для нас самое главное: время, «затраченное» на преобразование V в Π (и наоборот), равно нулю. Отметим эту мысль кратко следующей констатирующей фразой: *при операциях умножения и деления физических величин друг на друга «синтезируемое» время равно нулю.*

3.2. Роль операции дифференцирования в физике

Как и в разд. 3.1, в качестве исходной физической величины возьмем скорость движения материального тела V .

Первая производная от скорости (по времени) – это новая физическая величина (ускорение), имеющая новые единицы измерения. Операция дифференцирования так же, как и операции умножения и деления, позволяет преобразовать одну физическую величину в другую и одновременно изменить масштаб измерений.

В том случае, когда $V = V_0 \sin \omega t$, появляется дополнительная возможность при операции дифференцирования по времени. Для выявления этой возможности обратимся к графической иллюстрации операции дифференцирования (рис. 9).

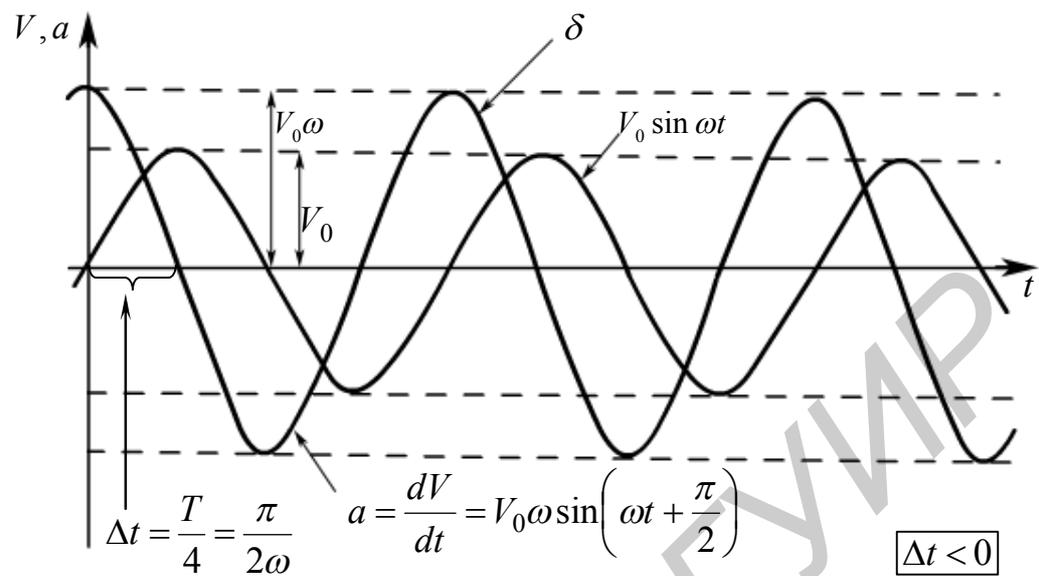


Рис. 9. Закономерности преобразования физических величин при их дифференцировании

Из сравнения зависимости а и б (не акцентируя внимание на единицах измерения и масштабах) следует, что конфигурация зависимостей скорости и ускорения идентичны – это синусоиды. Характерно, что зависимость $a(t)$ сдвинута влево по оси времен относительно зависимости $V(t)$ на четверть периода, т.е. на время $\frac{\pi}{2\omega} = \Delta t$. Абсолютное значение временного сдвига Δt можно плавно регулировать частотой ω .

Как и в случае рис. 8, сделаем вывод, что «синтезируемое» при операции дифференцирования время Δt отлично от нуля и может плавно изменяться за счет изменения частоты ω , характеризующей исходную физическую величину.

Условимся считать, что Δt для операции дифференцирования – величина отрицательная.

3.3. Роль операции интегрирования в физике

Как и в разд. 3.1 и 3.2, с использованием аналогичных рассуждений легко прийти к следующему выводу: «синтезируемое» при операции интегрирования время Δt отлично от нуля и может плавно изменяться за счет частоты ω , характеризующей исходную физическую величину (рис. 10).

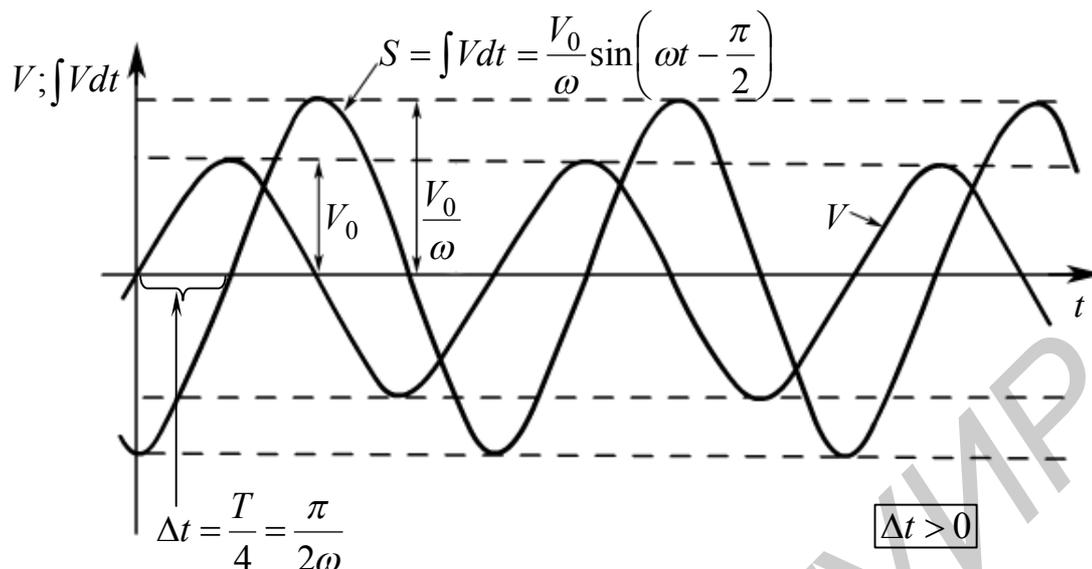


Рис. 10. Закономерности преобразования физических величин при их интегрировании

В отличие от результатов анализа, приведенных в разд. 3.2, здесь следует признать «синтезируемое» время Δt величиной положительной: сдвиг зависимости $V(t)$ для получения зависимости $\int V dt$ на рис. 10 осуществляется вправо, а не влево.

Следует, конечно, отметить, что выбор положительных и отрицательных «синтезируемых» времен для рис. 9 и рис. 10 осуществлен субъективно и может быть заменен на обратный.

Однако необходимо подчеркнуть исключительно важные для последующего анализа заключения: операция дифференцирования осуществляет преобразование одной физической величины в другую с опережением, а операция интегрирования – с задержкой на некоторое время Δt .

Примечание: Автор настоящего методического пособия не претендует на математическую и логическую безупречность предложенного выше материала. Например, совершенно очевидно, что при операции дифференцирования в получаемой физической величине исчезает информация о неизменяющихся компонентах исходной физической величины. При дифференцировании негармонических сигналов появится искажение не только амплитуды и фазы сигнала, но и его формы, и т.д.

Приводимый материал претендует на доступность широкой массе студентов, имеющих даже весьма слабую общеобразовательную подготовку, с одной стороны. А с другой – является примером оригинального сочетания

отдельных простейших положений физики, математики, радиотехники и логики, дающих неожиданно простое решение сложнейшей технической задачи. Это важно для магистрантов, аспирантов, начинающих ученых. Автор убежден, что затрагиваемые вопросы являются небезынтересными для тех, кто мечтает «заглядывать» и передавать информацию в прошлое и будущее.

3.4. Реализация процессов умножения, дифференцирования и интегрирования простейшими радиотехническими устройствами

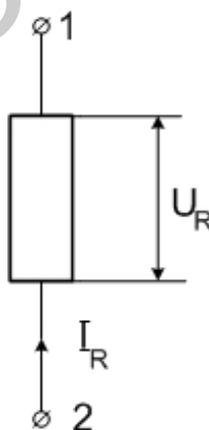
Простейшими, базовыми элементами в радиотехнических устройствах являются линейные элементы: резисторы, конденсаторы и индуктивности. Их схемотехническое изображение приведено на рис. 11.

Покажем, что с помощью только этих элементов возможна реализация упомянутых выше математических операций с физическими величинами «ток» и «напряжение», а также «синтез» положительных и отрицательных времен.

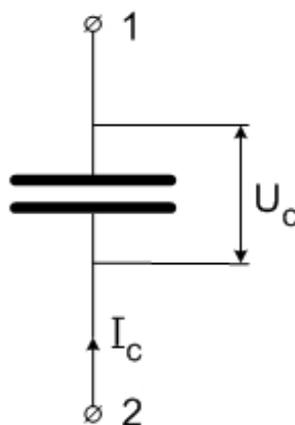
Реализация операций умножения и деления с помощью резистора

Пусть к сопротивлению R (рис. 11, а) приложено напряжение U_R . Тогда величина тока в цепи будет получена за счет операции деления:

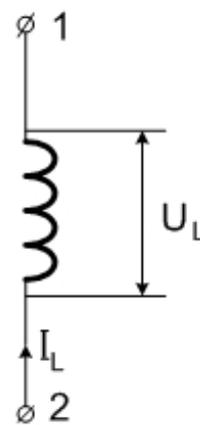
$$I_R = \frac{U_R}{R}. \quad (32)$$



а



б



в

Рис. 11. Схемотехническое изображение базовых радиотехнических элементов

При этом, поскольку R – величина действительная, фаза тока I_R всегда совпадает с фазой напряжения U_R и от характера последнего не зависит. При этом вполне очевидно, что преобразование напряжения U_R в ток I_R осуществляется мгновенно.

Аналогичный вывод последует, если для рис. 11, а будет задан ток I_R . Тогда напряжение U_R будет получено мгновенно за счет операции умножения:

$$U_R = I_R R. \quad (33)$$

Вывод: резистор осуществляет преобразование тока в напряжение и наоборот без временной задержки ($\Delta t = 0$).

Реализация операций дифференцирования и интегрирования с помощью конденсатора

Пусть для схемы рис. 11, б задан входной ток I_C . Тогда напряжение на конденсаторе U_C запишется следующим образом:

$$U_C = \frac{1}{C} \int I_C dt. \quad (34)$$

Таким образом, конденсатор преобразует ток в напряжение с помощью операции интегрирования. Если ток I_C синусоидален, то вывод, полученный в разд. 3.3 (он выделен), применим и здесь: $\Delta t < 0$, преобразование идет с задержкой.

Примечание. Если $I_C = \text{const}$ (т.е. не зависит от времени), то

$$U_C = \frac{I_C}{C} \int dt \quad (35)$$

и напряжение на конденсаторе увеличивается пропорционально времени. Другими словами, обычный конденсатор может служить в качестве простейшего линейного счетчика времени, т.е. часов.

Пусть теперь для схемы рис. 11, б задан не ток, а напряжение U_C . Тогда ток I_C будет определяться следующим образом:

$$I_C = C \frac{dU_C}{dt}. \quad (36)$$

Таким образом, конденсатор преобразует напряжение в ток с помощью операции дифференцирования, т.е. с опережением времени на величину Δt .

Реализация операций дифференцирования и интегрирования с помощью индуктивности

Обратившись к рис. 11, в и используя известные формулы элементарной электротехники, легко сделать следующие выводы.

1. Так как

$$U_L = L \frac{dI_L}{dt}, \quad (37)$$

то индуктивность ускоренно, с опережением на величину $\Delta t = \frac{T}{4}$ преобразует ток в напряжение.

2. Так как

$$I_L = \frac{1}{L} \int U_L dt, \quad (38)$$

то индуктивность преобразует напряжение в ток с задержкой на величину $\Delta t = \frac{T}{4}$.

Еще раз следует подчеркнуть следующий момент. Здесь и ниже, если это не оговорено отдельно, речь идет об использовании токов и напряжений, меняющихся по гармоническому, синусоидальному закону. При этом форма преобразованного сигнала не отличается от формы исходного сигнала. Так, если ток в формулах (33), (34) и (37) синусоидален, то и напряжения U_R , U_C , U_L также синусоидальны.

3.5. Радиотехнические методы «синтеза» плавнорегулируемого времени, Δt

В разд. 3.2 и 3.3 отмечалось, что за счет операций дифференцирования и интегрирования «синтезируемое» время Δt численно, без учета знака равно следующему значению:

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2\omega} = \frac{1}{4f}. \quad (39)$$

В этом выражении T – период исходного сигнала (он же период преобразованного сигнала), а $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ – частота этого сигнала.

При этом следует первый вывод: для обеспечения плавно меняющейся величины Δt необходимо обеспечить плавное изменение частоты ω (или f). Однако этот вывод и вытекающий отсюда аппаратный метод – формальные. Метод редко применим на практике, поскольку неудобен.

Явным недостатком для такого варианта решения задачи является сильная зависимость амплитуды преобразовательного сигнала ($V_0\omega$ для рис. 9 и V_0/ω для рис. 10) от частоты.

Преимущества метода появляются при использовании *постоянной* частоты исходного сигнала. Но при этом в качестве преобразователей нужно использовать параллельно или последовательно соединенные элементы $R - C$ или $R - L$ (рис. 12).

Вследствие того, что в лабораторной установке использованы по ряду причин (оговорены ниже) $R-C$ -цепи, остановимся именно на них.

В целях удобств и облегчения дальнейшего восприятия информации перейдем к комплексной форме записи формул (33, 34, 37, 38), описывающих преобразователи по рис. 11, а и б:

$$I_R = \frac{U_R}{R} = \frac{U_R}{Z_R}; U_R = I_R \cdot R = I_R \cdot Z_R, \quad (40)$$

$$U_C = \frac{1}{C} \int I_C dt = I_C \cdot Z_C = I_C \frac{1}{j\omega C} = -i \frac{I_C}{\omega C}, \quad (41)$$

$$I_C = C \frac{dU_C}{dt} = \frac{U_C}{Z_C} = \frac{U_C}{\frac{1}{j\omega C}} = +iU_C\omega C. \quad (42)$$

В этих формулах Z_R и Z_C – комплексная форма записи полного сопротивления Z между точками 1 и 2 на рис. 11. $Z = \pm a \pm jb$.

Анализ этих формул позволяет сделать следующие заключения.

Операции умножения и деления эквивалентны домножению исходной величины тока или напряжения на действительный положительный множитель (формула 40).

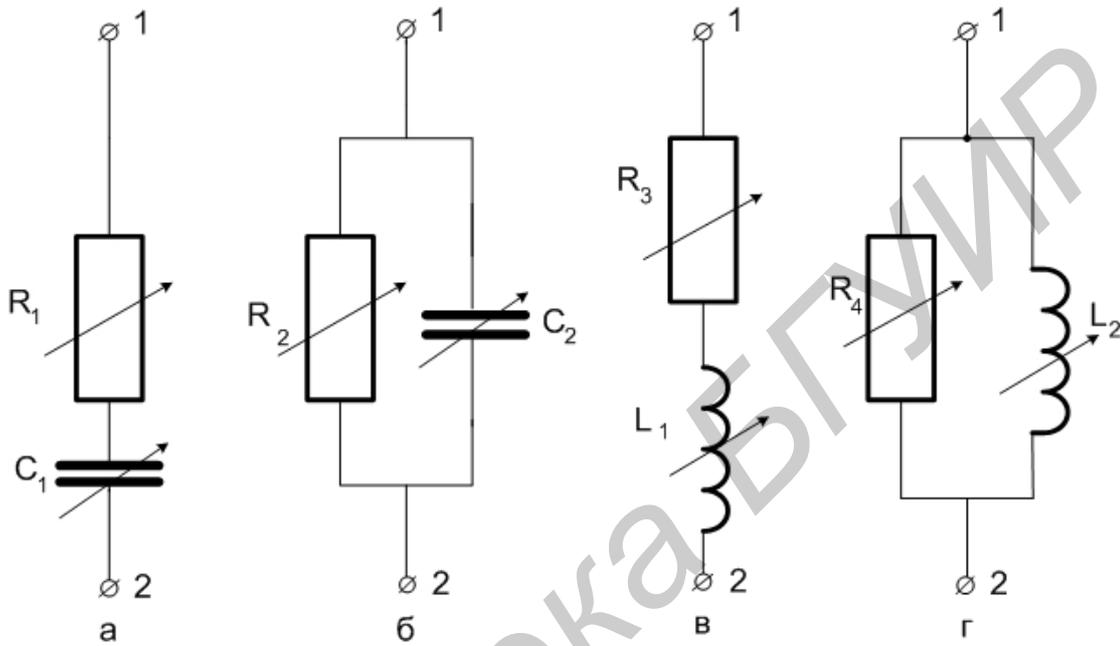


Рис. 12. Схемы простейших преобразователей тока и напряжения друг в друга с плавно меняющимся временем преобразования Δt

Операция интегрирования эквивалентна домножению исходной величины тока или напряжения на *отрицательный мнимый* множитель (формула 41).

Операция дифференцирования эквивалентна домножению исходной величины тока или напряжения на *положительный мнимый* множитель (формула 42).

Проиллюстрируем преобразования (40–42) графически.

Пусть величина I_C – действительная положительная величина. Поэтому отложим численное значение I_C на горизонтальной оси с учетом выбранного масштаба (рис. 13).

После умножения действительной величины I_C на отрицательное мнимое число $-ib$ ($b = \frac{1}{\omega C}$) получим отрицательное мнимое число $-I_C b$. Это число и отложено на вертикальной оси в соответствующем масштабе и единицах измерения.

Если же величину тока I_C домножить на положительную ($+a$) или отрицательную ($-a$) действительную величину, то полученная величина в соответствующем масштабе будет отложена на горизонтальной оси справа и слева от нуля: aI_C и $-aI_C$ соответственно.

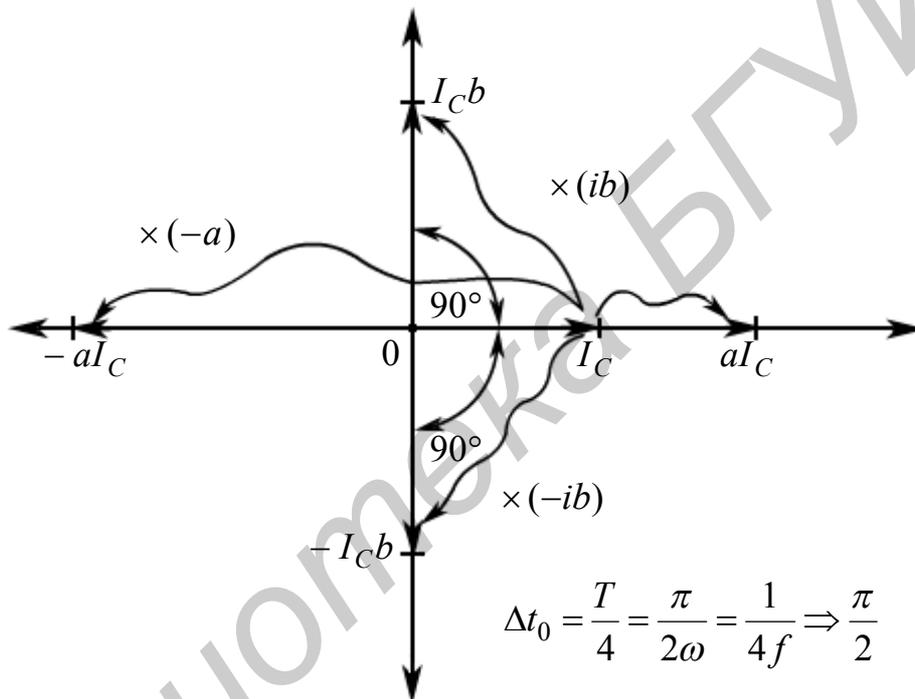


Рис. 13. Графическая иллюстрация операций умножения, дифференцирования и интегрирования на комплексной плоскости

Общим для вышеописанных операций является то, что их результатом является *поворот* исходного вектора на угол, кратный величине $\frac{\pi}{2}$.

При фиксированной величине частоты ω получается величина Δt , равная $\frac{\pi}{2\omega}$.

Особо следует подчеркнуть, что при изменении номинала (численного значения) сопротивления или емкости изменяется только масштаб (численное значение) получаемой физической величины. Величина же времени Δt остается неизменной.

В том случае, когда необходимо получить плавно изменяемую величину Δt , достаточно воспользоваться простейшими схемами, представленными на рис. 12.

Действительно, обратимся к схеме, изображенной на рис. 12, а. Комплексное сопротивление изображенного элемента

$$Z = R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \equiv R_1 - \frac{i}{\omega C_1}. \quad (43)$$

Если входной функцией для этой схемы является ток вида $I = I_0 \sin \omega t$, то величина напряжения на зажимах этой схемы будет иметь как действительную, так и мнимую компоненту:

$$U_{12} = I(R_1 - \frac{i}{\omega C_1}) = IR_1 - i \frac{I}{\omega C_1} = U_R - iU_C. \quad (44)$$

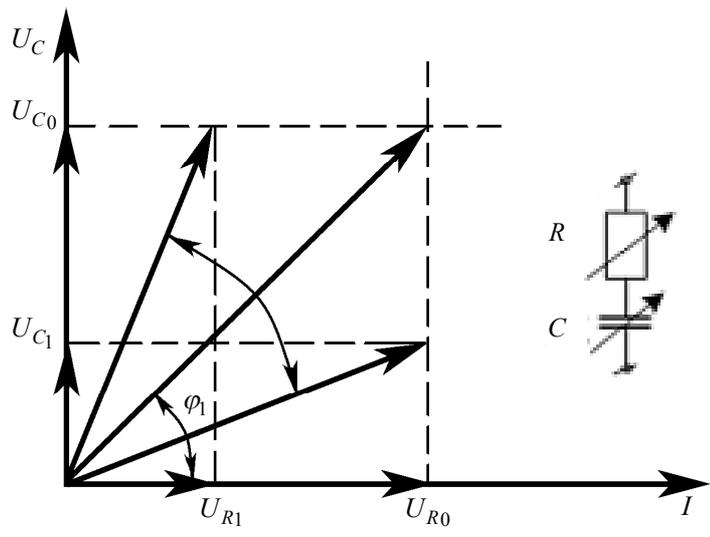
Следовательно, вектор напряжения U_{12} на комплексной плоскости будет повернут относительно вектора тока I на некоторый угол φ_1 , меньший или равный $\frac{\pi}{2}$, но больший 0. Это очевидно, поскольку

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \left| \frac{U_C}{U_R} \right| = + \frac{1}{R_1 \omega C_1}. \quad (45)$$

$|U_C|$ всегда больше нуля, так как только при $C \rightarrow \infty$ $U_C \rightarrow 0$, что практически невыполнимо. В то же время величина U , равная бесконечности, также недостижима практически: это означает обрыв цепи по рис. 12, а. Величина U_R , равная бесконечности, также означает обрыв цепи. А величина $U_R \rightarrow 0$ достигается легко путем уменьшения номинала элемента R_1 . По этим причинам

$$0 < \operatorname{tg} \varphi_1 \leq \infty, \quad \text{а} \quad 0 < \varphi_1 \leq \frac{\pi}{2}$$

В зависимости от величин номиналов R_1 и C_1 будет изменяться и угол φ_1 , поскольку R_1 и C_1 определяют $\operatorname{tg} \varphi_1$ (рис. 14).



Библиотека БГУИР

Рис. 14. Векторная диаграмма токов и напряжений для схемы рис.12, а, обеспечивающая плавно меняющуюся величину угла φ_1 путем интегрирования тока
 Поворот вектора напряжения U_{12} относительно вектора тока I на угол

$$\varphi_1 = \operatorname{arctg} \frac{1}{R_1 \omega C_1} \quad (46)$$

эквивалентен временному отрезку

$$\Delta t_1 = \frac{\varphi_1}{\omega} = \frac{\operatorname{arctg} \frac{1}{R_1 \omega C_1}}{\omega} \quad (47)$$

Величина Δt_1 может меняться при следующих условиях:

- при неизменной величине номинала C_1 можно менять только номинал R_1 : при этом конец вектора U_{12} будет «скользить» по горизонтали: $U_C = \text{const}$;
- при неизменной величине номинала R_1 можно менять только номинал C_1 : при этом конец вектора U_{12} будет «скользить» по вертикали $U_R = \text{const}$;
- при одновременном изменении номиналов R_1 и C_1 .

В последнем случае достижима и ситуация, когда вектор U_{12} не будет поворачиваться на плоскости, а будет меняться лишь его длина. При этом угол φ_1 , а следовательно, и Δt_1 будут неизменны.

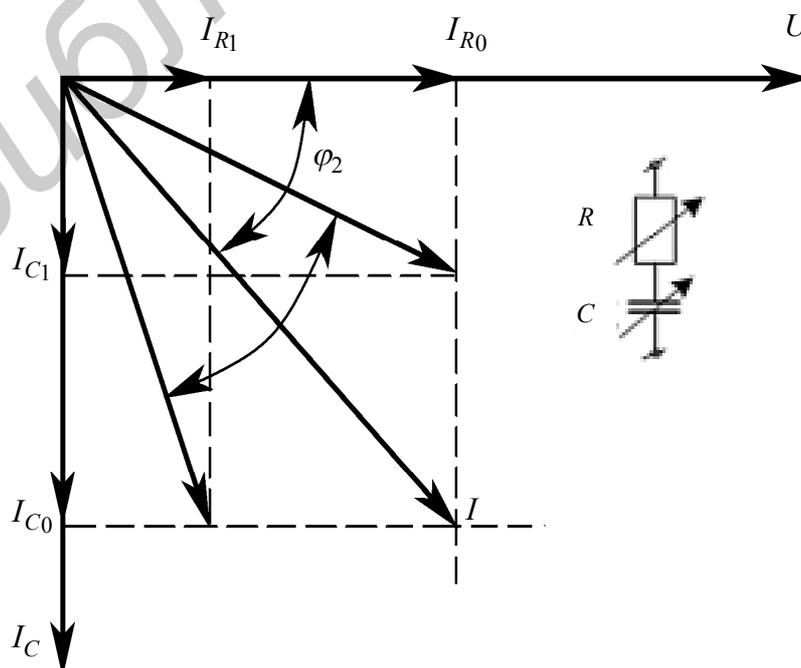


Рис. 15. Векторная диаграмма токов и напряжений для схемы рис. 12, а, обеспечивающая плавно меняющуюся величину угла φ_1 путем дифференцирования напряжения

В заключение следует отметить, что схема по рис. 12, а осуществляет «неполную» операцию интегрирования тока, поданного на эту схему (угол $\varphi_1 < \frac{\pi}{2}$).

Пусть теперь для той же схемы (рис. 12, а) входной первичной величиной является напряжение (рис. 15).

Ток I , протекающий в цепи, будет определен следующим образом:

$$I = \frac{U}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} = U \underbrace{\left(\frac{\omega^2 C_1^2 R_1}{1 + \omega^2 R_1^2 C_1^2} \right)}_{I_R} + iU \underbrace{\left(\frac{\omega C_1}{1 + \omega^2 R_1^2 C_1^2} \right)}_{I_C}. \quad (48)$$

В этом уравнении (его правой части) содержатся две компоненты тока:

$$I_R = U \frac{\omega^2 C_1^2 R_1}{1 + \omega^2 R_1^2 C_1^2} \quad \text{— активный ток;}$$

$$I_C = U \frac{\omega C_1}{1 + \omega^2 R_1^2 C_1^2} \quad \text{— емкостной реактивный} \quad (49)$$

ток.

Поворот вектора тока I относительно вектора напряжения U осуществлен на угол φ_2 :

$$\varphi_2 = \arctg \frac{I_C}{I_R} = \arctg \frac{1}{R_1 \omega C_1}. \quad (50)$$

Путем сравнения формул (50) и (46) легко сделать вывод, что $|\varphi_1| = |\varphi_2|$. Поэтому и $|\Delta t_1| = |\Delta t_2|$ (см. формулу (47)). И в то же время знак Δt_1 обратен знаку Δt_2 . Как и Δt_1 , величина Δt_2 может меняться по вариантам, идентичным с

вариантами изменения Δt_1 (см. текст, расположенный непосредственно после формулы (47)).

Обратимся теперь к параллельно соединенным конденсатору и сопротивлению (см. рис. 12, б).

Пусть для этой схемы заданным является напряжение U (рис. 16). В этом случае ток в ветви с сопротивлением I_R и в ветви с конденсатором I_C определяются следующим образом:

$$I_R = \frac{U}{R_2} \text{ — активный ток;} \quad (51)$$

$$I_C = \frac{U}{Z_C} = iU\omega C_2 \text{ — емкостный, реактивный ток.} \quad (52)$$

При этом суммарный ток между клеммами 1 и 2 на рис. 12, б равен следующей величине:

$$I = I_R + I_C = \frac{U}{R_2} + iU\omega C_2. \quad (53)$$

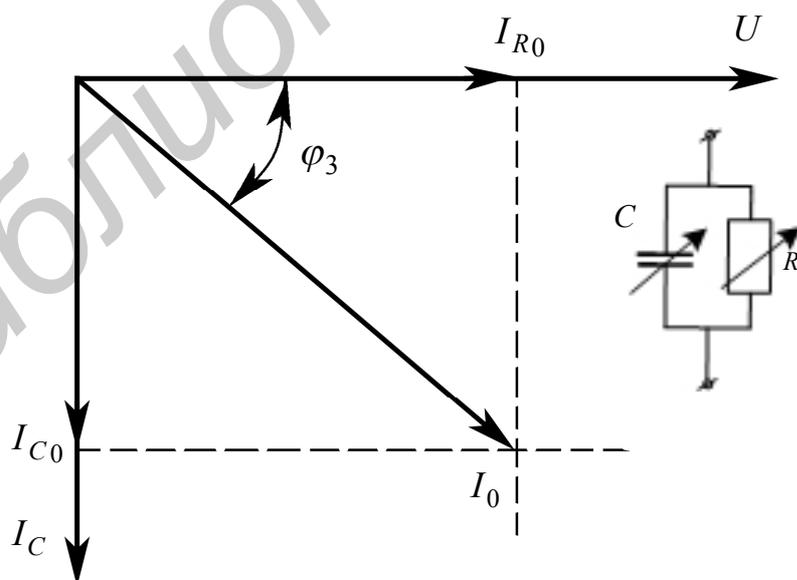


Рис.16. Векторная диаграмма токов и напряжений для схемы рис. 12, б, обеспечивающая плавно меняющуюся величину угла φ_3 путем дифференцирования напряжения

Величина угла φ_3 и соответствующий отрезок времени Δt_3 определяются следующими формулами:

$$\varphi_3 = \arctg R_2 \omega C_2 ; \quad (54)$$

$$\Delta t_3 = \frac{\arctg R_2 \omega C_2}{\omega} . \quad (55)$$

Если же для схемы рис. 12, б заданным является ток, то путем несложных преобразований можно построить диаграмму токов и напряжений (рис. 17), а также получить формулы для определения соответствующего угла φ_4 и отрезка времени Δt_4 :

$$\varphi_4 = \arctg R_2 \omega C_2 , \quad (56)$$

$$\Delta t_4 = \frac{\arctg R_2 \omega C_2}{\omega} . \quad (57)$$

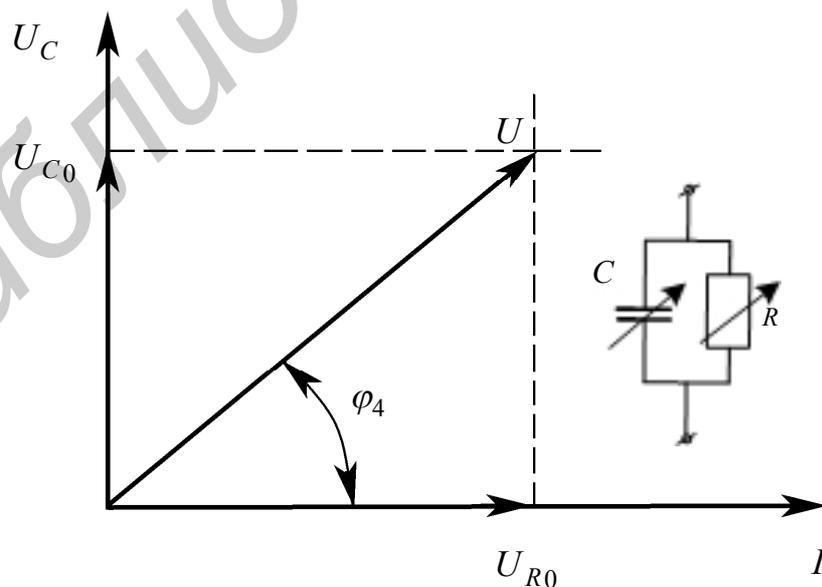


Рис.17. Векторная диаграмма токов и напряжений для схемы рис. 12,б, обеспечивающая плавно меняющуюся величину угла φ_4 путем

интегрирования тока

Сравнительный анализ рис. 16 и рис. 17, а также формул (54), (55), (56) и (57) позволяет сделать следующие выводы:

- численные значения углов φ_3 и φ_4 одинаковы и отличаются знаком;
- отрезки времени Δt_3 и Δt_4 одинаковы и отличаются знаком.

Сравнение тангенсов углов (последняя строчка табл. 2) указывает на то, что φ_1 (или φ_2) + φ_3 (или φ_4) = 90° . Кроме этого, из этой же строчки табл. 2 видно, что для увеличения временного отрезка Δt для последовательной схемы требуется уменьшение, а для параллельной схемы – увеличение номинального значения как резистора, так и конденсатора.

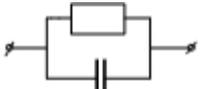
Кроме этого, следует иметь в виду и следующее важное обстоятельство. При наличии в заданном входном сигнале постоянной составляющей последовательная схема эту составляющую «уничтожает», так как конденсатор для такого случая представляет обрыв цепи. В то же время постоянная составляющая входного сигнала через параллельную схему может без особых проблем передаваться в последующие цепи. Кроме этого, для параллельной схемы постоянная составляющая входного сигнала создает на сопротивлении R постоянную же величину напряжения или тока, содержащуюся в неискаженном виде в преобразованном сигнале. Эти выводы и будут использованы в дальнейшем для конструирования лабораторной установки.

3.6. Сравнительный анализ свойств последовательной и параллельной R-C- цепей

Для наглядности основные свойства последовательной и параллельной схем сведены в табл.2.

Из этой таблицы видно, что по отношению к основным выполняемым функциям обе схемы идентичны качественно. Так, и характер выполняемой операции (третья строка табл.2), и знак «синтезируемого» времени (четвертая строка табл.2).

Таблица 2
Основные свойства R-C-цепей

| Входная величина | Ток | Напряжение | Ток | Напряжение |
|----------------------|---|---|--|---|
| Схема |  |  |  |  |
| Выполняемая операция | Умножение и интегрирование | Умножение и дифференцирование | Умножение и интегрирование | Умножение и дифференцирование |
| Знак «синте- | | | | |

| | | | | |
|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|-------------|-------------|
| зируемого» времени Δt | > 0 | < 0 | > 0 | < 0 |
| $tg\varphi$ | $\frac{1}{R\omega C}$ | $\frac{1}{R\omega C}$ | $R\omega C$ | $R\omega C$ |

В то же время для постоянной составляющей тока или напряжения последовательная схема представляет собой в конечном итоге обрыв цепи. Параллельная схема этим свойством не обладает.

Кроме этого, величина «синтезируемого» времени (эквивалентно – величина $tg\varphi$) для последовательной и параллельной схем взаимно обратны.

Все эти обстоятельства следует учитывать при конструировании реальных установок (см. разд. 3.9).

3.7. Мост. Условие баланса моста

На рис. 18 представлена радиотехническая цепь, которая носит название моста.

Различают следующие элементы моста: между точками 1 и 3 расположена входная диагональ моста, а между точками 2 и 4 – выходная диагональ моста.

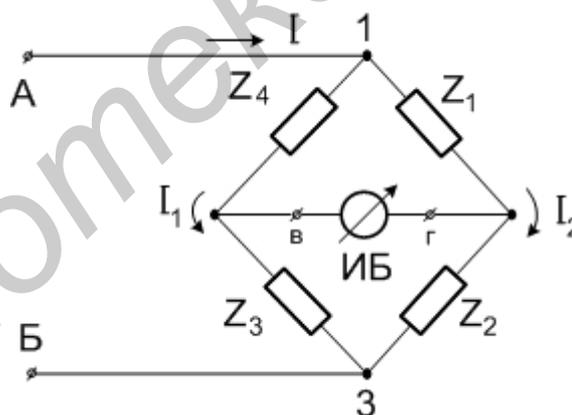


Рис. 18. Схематическое изображение мостовой схемы (моста)

В качестве элементов Z могут выступать любые двухполюсники: активные или пассивные, любой сложности.

Во входную диагональ моста может быть подано либо напряжение, либо ток. В выходную диагональ моста в принципе может быть подключен любой двухполюсник. Однако для последующих целей примем, что в выходной диагонали моста находится измеритель разности потенциалов (вольтметр).

Мост может быть выполнен так, что реализуется условие его баланса, когда потенциалы точек 4 и 2 одинаковы. При этом неважно, какая разница потенциалов обеспечивается во входной диагонали моста (между точками 1 и 3).

Покажем, каким требованиям должны отвечать свойства плеч моста для обеспечения его баланса. Для этого воспользуемся одним из законов Киргхофа.

Если между точками А и Б создана разница потенциалов U_{13} , то по контуру $(Z_4 - Z_3)$ протекает ток I_1 . Величина этого тока

$$I_1 = \frac{U_{13}}{Z_3 + Z_4}, \quad (58)$$

где Z_3 и Z_4 – эквивалентное сопротивление двух левых плеч моста.

Каждое из этих сопротивлений может быть записано в следующем виде:

$$Z = \pm a \pm ib. \quad (59)$$

В этой записи и действительная (a), и мнимая (b) величины могут быть как положительными, так и отрицательными. Величина потенциала точки 4 запишется через потенциал точки 3 следующим образом:

$$\varphi_4 = \varphi_3 + I_1 Z_3 = \varphi_3 + \frac{U_{13} Z_3}{Z_{13} + Z_4}. \quad (60)$$

Аналогичным образом можно записать потенциал точки 2:

$$\varphi_2 = \varphi_3 + I_2 Z_2 = \varphi_3 + \frac{U_{13} Z_2}{Z_1 + Z_2}. \quad (61)$$

Разница потенциалов между точками 2 и 4

$$\varphi_2 - \varphi_4 = \frac{U_{13} Z_2}{Z_1 + Z_4} - \frac{U_{13} Z_3}{Z_3 + Z_4}. \quad (62)$$

При балансе моста $\varphi_2 - \varphi_4 = 0$. Поэтому

$$\frac{U_{13}Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{U_{13}Z_3}{Z_3 + Z_4}. \quad (63)$$

Проводя несложные преобразования, получим условие баланса моста в следующем виде:

$$Z_1Z_3 = Z_2Z_4. \quad (64)$$

Словесно условие баланса моста звучит следующим образом: если попарные произведения комплексных сопротивлений противоположных плеч моста равны друг другу, то независимо от величины и формы напряжения во входной диагонали в выходной диагонали напряжение равно нулю.

3.8. Мостовой метод измерения комплексных физических величин

В принципе любая физическая величина может быть преобразована в ток, напряжение или сопротивление. Причем и ток, и напряжение, и сопротивление в общем случае будут иметь действительную и мнимую части.

Основные закономерности таких преобразователей отмечены в разд. 3.1 – 3.3 настоящего методического пособия.

Устройства, обеспечивающие такие преобразования, вы будете изучать на 4-м курсе БГУИР.

В качестве примера рассмотрим, как с помощью мостовой схемы (см. рис.18) можно измерять комплексные сопротивления.

Для этого положим, что один из элементов моста неизвестен, и его характеристики нужно найти. Пусть это будет элемент $Z_1 \equiv Z_x$. Тогда в соответствии с формулой (64)

$$Z_x = \frac{Z_2Z_4}{Z_3} = Z_2 \cdot \frac{Z_4}{Z_3} = Z_4 \frac{Z_2}{Z_3} = \frac{1}{Z_3} \cdot Z_2 \cdot Z_4 \quad (65)$$

В этой записи п/ж шрифтом выделены те величины, которые могут изменяться *плавно* и обеспечивать при этом знак равенства. Черточками выделены пары величин, которые обеспечивают изменение *порядка* измеряемой величин-

ны Z_x . Величины $\frac{Z_4}{Z_3}$, $\frac{Z_2}{Z_3}$ и $Z_2 \cdot Z_4$ могут изменяться дискретно. Зачастую – это ряд целых чисел: $\dots 10^{-2}$; 10^{-1} ; 1 ; 10^1 ; $10^2 \dots$. Эти числа иногда носят название «диапазон», «множитель», «сдвиг запятой» и т.п.

Рассмотрим конкретный пример, поясняющий суть вышесказанного.

Пусть $Z_x = Z_2 \cdot \frac{Z_4}{Z_3}$, причем $\frac{Z_4}{Z_3} = K = 1$; величина Z_2 изменяется от 0 до

$Z_{2\max}$. Кроме этого предположим, что Z_3 и Z_4 – только действительные части комплексного сопротивления (мнимые их части равны нулю).

В частности, пусть Z_2 плавно изменяется от 0 до 10 Ом. Тогда, если Z_x будет равно 2,5 Ом, то мостовая схема может быть приведена в состояние баланса:

$$Z_x = 2,5 \text{ Ом} = 2,5 \cdot 1 \text{ Ом.}$$

Если $Z_x = 25 \text{ Ом}$, то ни при каких значениях Z_2 условие баланса моста достигнуть не удастся. Даже при $Z_2 = \max = 10 \text{ Ом}$ получим следующее:

$$Z_x = 25 \text{ Ом} = 2,5 \cdot 10 \text{ Ом.}$$

Для обеспечения равенства левой и правой части этого уравнения достаточно изменить величину $\frac{Z_4}{Z_3} = K$ до 10 единиц. Тогда при $Z_2 = 2,5 \text{ Ом}$ условие баланса моста будет достигнуто:

$$Z_x = 25 \text{ Ом} = 2,5 \cdot 10 \text{ Ом.}$$

Изменение величины Z_2 плавно от 0 до 10 Ом может осуществляться либо вращательным, либо поступательным перемещением регулирующего элемента конструкции Z_2 . Пусть это будет элемент с вращательным (угловым) перемещением регулирующего элемента, причем угол поворота регулирующего элемента составляет 360° . При угле поворота, равном нулю, величина $Z_2 = 0 \text{ Ом}$, а при угле поворота 360° $Z_2 = 10 \text{ Ом}$. Пусть также величина Z_2 линейно связана с углом поворота регулирующего элемента ψ (рис. 19, а).

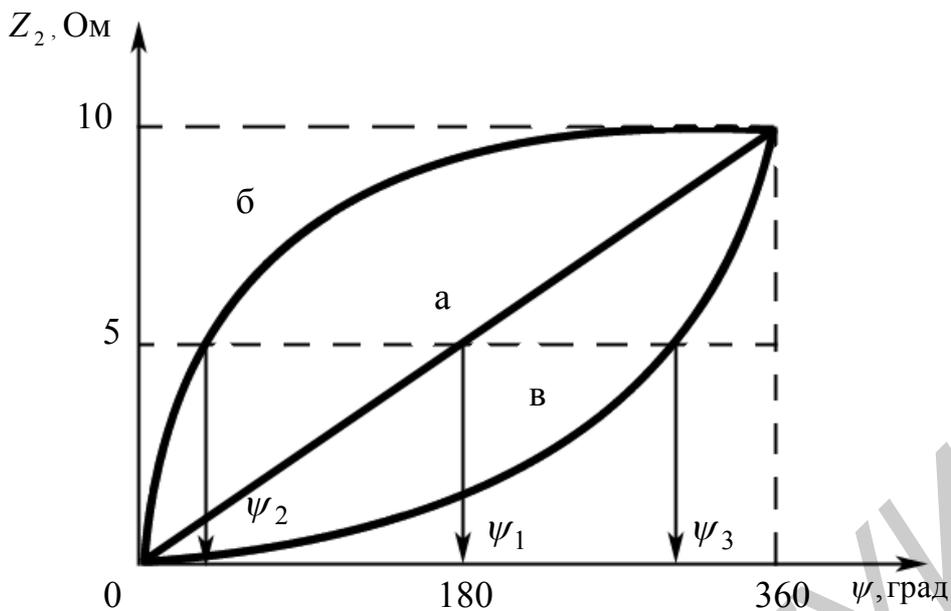


Рис. 19. Возможные характеристики регулируемого элемента мостового измерителя: а – линейная, б – логарифмическая; в – экспоненциальная

В этом случае при $\psi_1 = 90^\circ$ будет легко достигнуто условие баланса моста.

Однако при $Z_x = 0,01 \text{ Ом}$ возникнут затруднения. Действительно, хотя $0,01 \text{ Ом} = 0,01 \text{ Ом} \cdot 1$, получить это равенство возможно при угле поворота регулирующего элемента:

$$\psi_{10} = \frac{360^\circ \cdot 0,01 \text{ Ом}}{10 \text{ Ом}} = 0,36^\circ.$$

Такое значение угла поворота регулирующего элемента установить весьма затруднительно. Целесообразнее изменить численное значение $\frac{Z_4}{Z_3}$ до 10^{-2} . Тогда

условие баланса моста будет получено при угле поворота регулирующего элемента $\psi_{10} = 36^\circ$, что гораздо проще сделать практически.

Вполне очевидно, что характеристика регулирующего элемента, отвечающего рис. 19, б, дает некоторые преимущества при определении максимальных значений Z_x . Действительно, относительно узкий диапазон изменения величины Z_2 при больших его значениях отвечает относительно большому диапазону углов поворота регулирующего элемента (от ψ_2 до 360° – на рис. 19, б).

Для характеристики рис. 18, б преимущества в точности определения Z_x реализуются в основном при малых углах поворота (от 0 до ψ_3).

В заключение данного раздела отметим следующее. В том случае, если измеряемая физическая величина представлена как действительной, так и мнимой частью, то в качестве регулирующего элемента, также нужно использовать

элемент (Z_2 , Z_4 или Z_3 – см. формулу (65), содержащий действительную и мнимую части.

При создании реальной установки следует учитывать и следующие обстоятельства.

В качестве элемента с комплексным характером полного сопротивления можно использовать любой из элементов, изображенных на рис. 12. Вместе с тем, если R_1 (см. рис. 12, а) будет равно нулю, то изменение величины C_1 будет изменять мнимую величину сопротивления от максимального значения $(j\omega C_{\min})^{-1}$ до минимального значения $(j\omega C_{\max})^{-1}$. В этих записях C_{\max} и C_{\min} – максимальное и минимальное значение емкости конденсатора C_1 , которое можно реализовать практически.

В то же время при $R_2 = 0$ (см. рис. 12, б) изменение емкости конденсатора не приводит к изменению мнимой части проводимости. Следовательно, эта схема обладает «мертвой зоной» при попытке установить баланс моста.

3.9. Мостовая схема для регистрации времени движения носителей заряда в твердых телах

После ознакомления с разд. 3.1 – 3.8 не представляет серьезной проблемы предложить мостовую схему для реализации задачи, поставленной в разд. 2.1 и поясненной рисунком 1.

Для этого достаточно дополнить схему на рис. 1 до мостовой (см. рис. 18) недостающими элементами. Изобразим рядом несколько видоизмененные рис. 1 и рис. 18.

При этом схема на рис. 20, б получена из схемы рис. 20, а путем следующих рассуждений.

В точке 1 (рис. 20,а) должен быть создан узел для токов так, чтобы ток I_1 был направлен через элементы Z_3 и Z_4 (на рис. 20, а их нет) в узел 3. Ток I_2 должен быть направлен через элемент $Z_x = Z_1$ в узел 3 через элемент Z_2 (на рис. 20, а его также нет). Элементы $Z_2 - Z_4$ изображены на рис. 20, а пунктирными линиями и перенесены на рис. 20, б по необходимости.

Прибор, подключенный к точкам 2 и 4 (это клеммы В и Г), должен измерять разницу потенциалов этих точек.

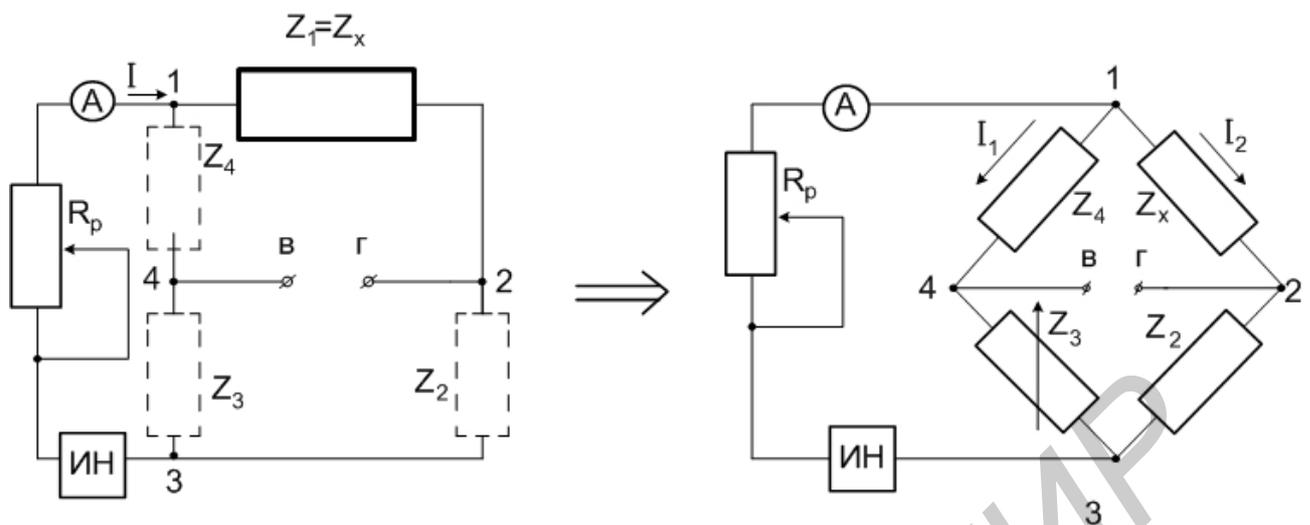


Рис. 20. Трансформация схемы для измерения времени (а) в мостовую схему (б)

Таким образом, ток I в точке 1 на рис. 20, б разветвляется так, что

$$I_{\mathcal{E}} = I = I_1 + I_2 \equiv I_B + I_K. \quad (66)$$

В этой формуле произведено переобозначение токов. Ток I обозначим как $I_{\mathcal{E}}$ (ток эмиттера); ток I_1 – как ток I_B (ток базы); ток I_2 – как I_K (ток коллектора).

Это сделано по нескольким причинам. Главная из них та, что в качестве образцов для исследований использованы обычные биполярные транзисторы. При этом:

- нет необходимости готовить образцы микронных размеров для лабораторной работы – это практически невыполнимая задача в стенах университета, так как она требует использования сложных технологических процессов и соответствующего специализированного оборудования;
- образцы для исследований защищены от внешних воздействий, что обеспечивает возможность их длительного хранения и многократного использования;
- практическое выполнение лабораторной работы становится многовариантным;
- студенты исследуют реальные объекты, используемые в микроэлектронике и радиоэлектронике.

С учетом вышесказанного мостовую установку для измерения времени движения носителей заряда можно изобразить следующим образом (рис. 21).

В отличие от рис. 20, здесь использованы два источника напряжения $ИН_1$ и $ИН_2$. Роль источника $ИН_1$ (и измерителя тока $I_{\mathcal{E}}$) аналогична роли приборов, изображенных на рис. 20, а.

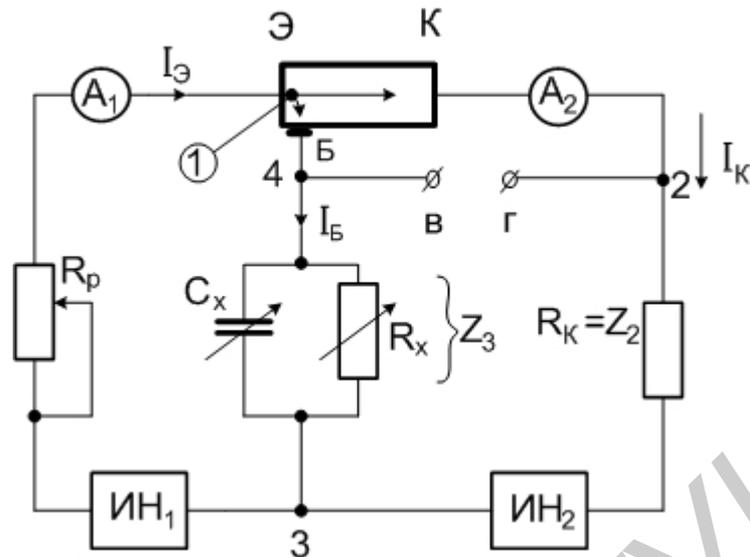


Рис. 21. Функциональная схема для измерения времени движения носителей заряда в твердых телах

Прибор ИН₂ на рис. 21 необходим для обеспечения нормальных условий работы исследуемого образца. Он обеспечивает смещение р-п - перехода «база-коллектор» исследуемого образца в обратном направлении. Прибор А₂ при этом измеряет величину тока в цепи коллектора I_K .

Точка 1 входной диагонали моста расположена в толще образца и физически недоступна.

Носители заряда, создавшие ток I_B , появляются в точке 4 схемы. Носители заряда, создавшие ток I_K , появятся в точке 2 спустя Δt , где Δt – время движения носителей заряда от точки 1 до точки 2 (т.е. до вывода коллектора исследуемого транзистора).

Для того чтобы потенциал точки 4 был равен потенциалу точки 2, нужно:

- а) моментально ток I_K превратить в потенциал точки 2;
- б) ток I_B превратить в потенциал точки 2 с задержкой, равной Δt ;
- в) уравнять потенциалы точек 4 и 2 численно, т.е. по амплитудам.

Эти три условия необходимо выполнить одновременно.

Выполнение первого условия обеспечивается путем умножения тока I_K на активную, действительную компоненту комплексного сопротивления Z_2 , т.е. на R_K . Здесь R_K – сопротивление чисто активное. Его численное значение должно быть как можно меньше, чтобы не оказывать влияния на величину тока I_K , а следовательно, – и на скорость движения носителей в цепи коллектора (см. формулы (2) и (4)). При этом следует помнить, что ток I_K «задерживается» во времени при прохождении от точки 1 до точки 2 схемы рис. 21 на величину Δt изучаемым образцом (см. разд. 2.1 и соответствующий рисунок).

Задержка по времени при превращении I_B в потенциал точки 4 осуществляется с помощью параллельной $R_x C_x$ -цепочки (см. разд. 3.6).

Эти две операции обеспечивают фазовое равенство потенциалов в точках 2 и 4. Равенство амплитуд потенциалов в точках 2 и 4 обеспечивается величиной сопротивления R_K и модулем комплексного сопротивления цепочки $R_x C_x$.

3.10. Описание лабораторной установки

В отличие от ранее приведенных схем на рис. 22 появились два новых элемента.

Во-первых, в явном виде показан переключатель «Диапазон», обеспечивающий дискретное изменение величины сопротивления R_K .

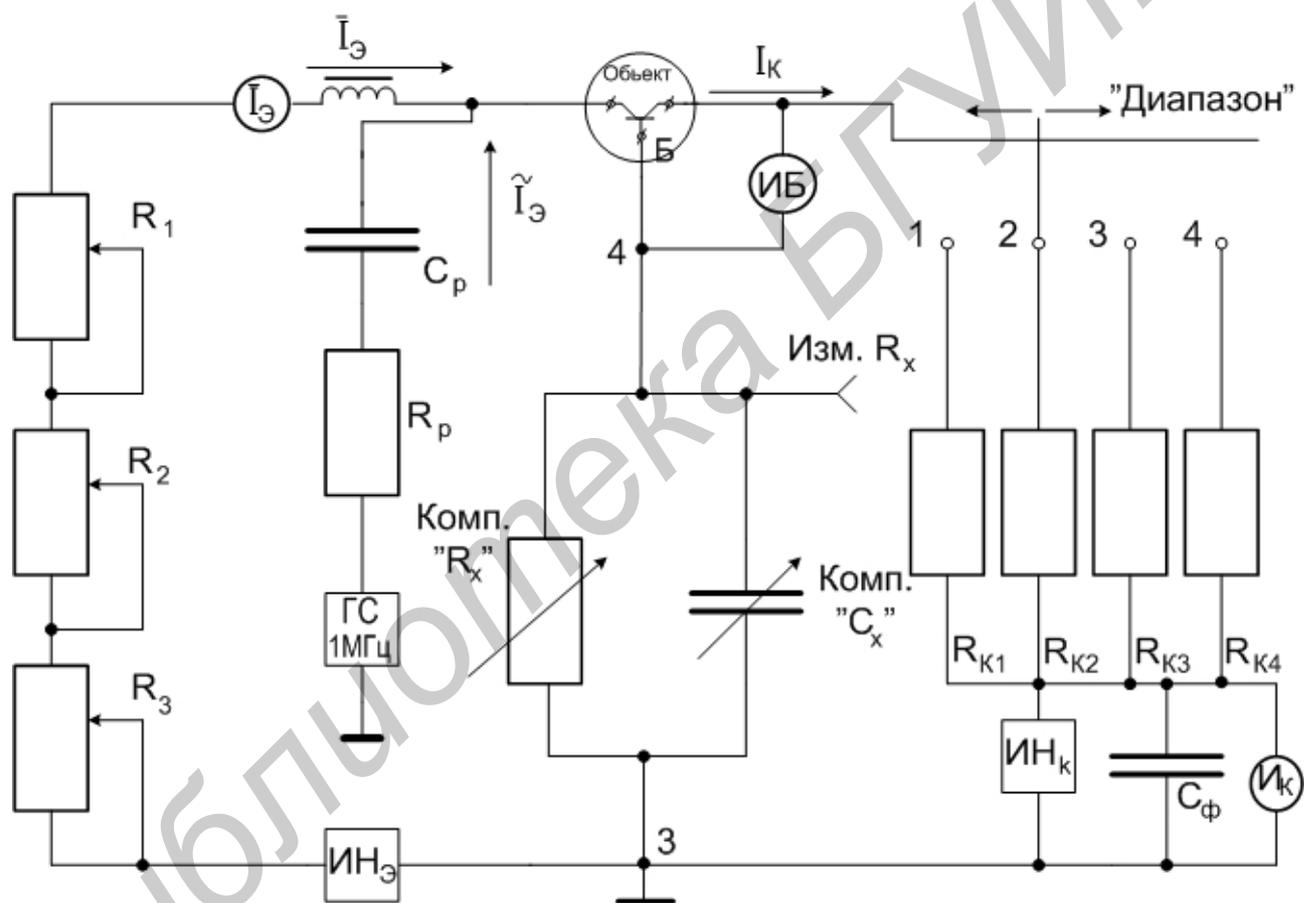


Рис. 22. Принципиальная схема лабораторной установки (упрощенная)

Во-вторых (и это самое главное), из анализа схемы видно, что ток эмиттера I_3 состоит из двух компонент. Первый – постоянный ток \bar{I}_3 , который формируется от источника напряжения $ИН_3$ с помощью резисторов R_1 , R_2 и R_3 . Ток \bar{I}_3 в конечном итоге задает величину скорости движения носителей заряда. Однако в процедуре определения этой скорости, а следовательно, и ве-

личины Δt (см. рис. 1) ток \overline{I}_3 не участвует. Эту роль выполняет вторая компонента тока (\tilde{I}_3), получаемая от генератора сигналов ГС и имеющая частоту 1 МГц.

В точке Б \overline{I}_3 и \tilde{I}_3 токи суммируются;

$$\begin{aligned} I_3 &= \overline{I}_3 + \tilde{I}_3; \\ I_B &= \overline{I}_B + \tilde{I}_B; \\ I_K &= \overline{I}_K + \tilde{I}_K; \\ I_3 &= I_B + I_K. \end{aligned} \quad (67)$$

Амплитудное значение тока \tilde{I}_3 намного меньше тока \overline{I}_3 . Такое соотношение их величин позволяет с помощью тока \tilde{I}_3 измерять амплитудно-фазовое соотношение между потенциалами точек 2 и 4. Следовательно, ток \tilde{I}_3 позволяет определить скорость движения носителей заряда через исследуемый образец и в конечном варианте – величину Δt .

Покажем, как это осуществляется практически.

Если обратиться к формулам (54) и (55), а также рис. 16, то следует отметить следующее обстоятельство. При малых величинах угла φ_3 ($\varphi_3 \rightarrow 0$) численное значение угла φ_3 равно его тангенсу, т.е.

$$\varphi_3 = \omega R_2 C_2 \equiv \omega R_x C_x. \quad (68)$$

Тогда «синтезируемое» время Δt определяется следующим образом:

$$\Delta t = \frac{\varphi_3}{\omega} = \frac{\omega R_x C_x}{\omega} = R_x C_x \quad (69)$$

и от частоты ω не зависит.

При этом вектор тока I на рис. 16 по направлению и величине совпадает с вектором тока: $I_R: I = I_R$.

С учетом формул (67) можно записать следующие формулы для условия баланса моста по рис. 22 (равенство амплитуд потенциалов в точках 2 и 4):

$$\tilde{I}_B R_x = \tilde{I}_K R_K ; \quad (70, \text{а})$$

$$\tilde{I}_B R_x = (\tilde{I}_\Delta - \tilde{I}_B) R_K ; \quad (70, \text{б})$$

$$\tilde{I}_B = \frac{\tilde{I}_\Delta r_K}{R_x + r_K} . \quad (70, \text{в})$$

Равенство фаз этих потенциалов в точках 2 и 4 можно отразить следующими формулами:

$$\tilde{I}_B R_x C_x = \tilde{I}_K \Delta t , \quad (71, \text{а})$$

$$\tilde{I}_B R_x C_x = (\tilde{I}_\Delta - \tilde{I}_B) \Delta t . \quad (71, \text{б})$$

Уравнения (70) и (71) должны выполняться одновременно, т.е. представляют собой систему уравнений. Решить эту систему уравнений можно двумя методами и тем самым получить разную информацию.

Разделив уравнение (70, а) на уравнение (71, а), получим

$$\frac{\tilde{I}_B R_x}{\tilde{I}_B R_x C_x} = \frac{\tilde{I}_K R_K}{\tilde{I}_K \Delta t} \Rightarrow \Delta t = R_K C_x . \quad (72)$$

Осуществив подстановку уравнения (70, в) только в левую часть уравнения (71, б), получим

$$\frac{\tilde{I}_{\text{Э}} R_K R_x C_x}{R_x + R_K} = (\tilde{I}_{\text{Э}} - \tilde{I}_B) \Delta t = \tilde{I}_K \Delta t, \quad (73)$$

поскольку в соответствии с формулами (67) $\tilde{I}_{\text{Э}} - \tilde{I}_B = \tilde{I}_K$. Производя перегруппировку членов уравнения (73), получим

$$\Delta t = \frac{\tilde{I}_{\text{Э}}}{\tilde{I}_K} \cdot \left(\frac{R_x}{R_x + R_K} \right) \cdot R_K C_x \equiv \frac{\tilde{I}_{\text{Э}}}{\tilde{I}_K} \cdot \left(\frac{R_x}{R_x + R_K} \right) \Delta t. \quad (74)$$

Из этого уравнения с очевидностью следует, что

$$\frac{R_x}{R_x + R_K} = \frac{\tilde{I}_K}{\tilde{I}_{\text{Э}}}. \quad (75)$$

Полученные итоговые уравнения (72) и (75) лежат в основе методики работы на экспериментальной установке, а также однозначно диктуют наиболее целесообразный вариант получения первичных экспериментальных данных и их последующей обработки.

4. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ОБРАБОТКИ ПОЛУЧЕННЫХ ПЕРВИЧНЫХ ДАННЫХ

В настоящем разделе приведены сведения, позволяющие провести экспериментальные исследования с помощью лабораторной установки. Упрощенная схема этой установки приведена на рис. 22.

В разд. 4.1 приведен перечень операций и их целесообразная последовательность, которые позволяют достичь цели работы по предмету «Физика твердого тела».

В разд. 4.2 рассмотрен вопрос использования лабораторной установки для решения прикладных задач, непосредственно не связанных с «Физикой твердого тела»:

1) измерения коэффициента передачи тока эмиттера для р-п-р- и п-р-п-транзисторов в схеме с общей базой при различных токах эмиттера и напряжении на коллекторе; частота измерений – 1 МГц;

2) определения предельной рабочей частоты биполярных транзисторов при различных токах эмиттера и напряжении на коллекторе;

3) определения величины емкостей р-n-переходов, МДП-структур (металл-диэлектрик-полупроводник), МДМ-структур (металл-диэлектрик-металл), в том числе и низкодобротных, с большими токами утечки конденсаторов;

4) определения величины сопротивлений (активной и реактивной составляющей полного комплексного сопротивления) дискретных тонко- и толсто- пленочных, полупроводниковых резисторов.

Тем самым показано, как использовать лабораторную установку при проведении соответствующих лабораторных работ по предметам «Материалы и компоненты электронной техники», «Физика активных элементов интегральных схем», технологических предметов, проведении научных исследований.

4.1. Методика проведения эксперимента по предмету

«Физика твердого тела»

В соответствии с заданием к выполнению лабораторной работы следует определить величину времени движения носителей заряда Δt через образец известных геометрических размеров.

Для проведения эксперимента необходимо знать тип электропроводности изучаемого материала. Это обусловлено тем, что в работе изучается скорость движения *неосновных* носителей заряда: электронов в n-типе материала и дырок в p-типе материала.

Путем нажатия клавиши на лицевой панели установки выбирается тип изучаемого материала. При этом к исследуемому образцу осуществляется правильное (по полярности) подключение всех вспомогательных приборов, изображенных на рис. 22.

Рассмотрим, как конкретно определить величину времени Δt .

1. Подключив исследуемый образец к клеммам «объект», нужно с помощью ручек регулировки тока $\overline{I_{\mathcal{E}}}$ «грубо», «плавно» и «точно» установить нужную величину этого тока, затем требуемую величину напряжения U_K в цепи коллектора.

Осуществляя плавное изменение величин номиналов элементов R_x и C_x , добиваются минимальных показаний индикатора баланса (ИБ). В том случае, если это не удается, осуществляют дискретное изменение величины номинала резистора R_K путем соответствующих коммутаций переключателем «Диапазон», после чего опять пытаются осуществить балансировку моста.

Величину номинала элемента R_K определяют по таблице, прилагаемой к лабораторной установке. Величина номинала элемента R_x определяется путем

подключения к разъему «Изм. R_x » внешнего измерительного прибора *после отключения исследуемого образца* от установки.

Регулирующий элемент конденсатора C_x отградуирован в градусах. Сняв соответствующий отсчет в градусах, по калибровочной кривой (придается к лабораторной установке) определяется величина C'_x . Прибавив к этим значениям 80 пФ, получают то значение C_x , которое и используется в расчетах величины Δt по формуле (72).

Как следует из рис. 2 и 3, полученное значение времени Δt будет отвечать только одной из точек графика $\Delta t = F(1/\bar{I}_\Omega)$. Для получения полного графика необходимо установить несколько значений тока \bar{I}_Ω и при каждом из них определить величину Δt . При этом следует помнить, что значения (частные) $1/\bar{I}_\Omega$ должны отстоять друг от друга на примерно равные отрезки (шаг аргумента). Это облегчит последующую экстраполяцию графика в область $1/\bar{I}_\Omega = 0$, а также оценку в определении погрешности величины Δt_0 (см. рис. 3), \bar{V}_{\max} (формула 5) и достоверности последующих расчетов и заключений.

2. Для систематизации результатов измерений и расчетов целесообразно использовать табл. 3.

Для каждого из исследуемых образцов нужно выбрать тот диапазон тока \bar{I}_Ω , в пределах которого нужно будет осуществлять экспериментальные исследования: $\bar{I}_1 \dots \bar{I}_{\max}$. Эти крайние значения тока записаны условно в первой строке табл. 3.

3. Поскольку требуется построить график, аналогичный рис. 2, то на горизонтальной оси графика нужно будет откладывать величины, обратные току \bar{I}_Ω . Для записи этих значений аргумента служит вторая строка табл. 3. Крайние значения $1/\bar{I}_\Omega$ получаются на основе уже выбранных крайних значений тока \bar{I}_{\min} и \bar{I}_{\max} , что указано в таблице стрелками, направленными сверху вниз между первой и второй строками.

Таблица 3

Таблица экспериментальных результатов

| | | | | | | | |
|---|------------------------|--------------------|---------------|---------------|---------------|-----|--------------------|
| 1 | \bar{I}_Ω , мкА | \bar{I}_{\min} ↓ | \bar{I}_2 ↑ | \bar{I}_3 ↑ | \bar{I}_4 ↑ | ⋮ ↑ | \bar{I}_{\max} ↓ |
| 2 | $1/\bar{I}_\Omega$ | $1/\bar{I}_{\min}$ | | | | | $1/\bar{I}_{\max}$ |
| 3 | R_K , Ом | | | | | | |
| 4 | C_x , дел | | | | | | |
| 5 | C'_x , пФ | | | | | | |

| | | | | | | | |
|----|-----------------|--|--|--|--|--|--|
| 6 | C_x , пФ | | | | | | |
| 7 | R_x , Ом | | | | | | |
| 8 | $\Delta t'$, с | | | | | | |
| 9 | Δt , с | | | | | | |
| 10 | V , м/с | | | | | | |

Затем осуществляется разбиение интервала $(1/\overline{I_{\min}} - 1/\overline{I_{\max}})$ на 8 – 10 интервалов с учетом замечаний настоящего раздела (см. текст позиции 1 перед таблицей). Затем осуществляют расчет токов $\overline{I_2}$, $\overline{I_3}$, $\overline{I_4}$, что обозначено в таблице стрелками, направленными по вертикали от второй строки к первой.

Полученные таким образом токи $\overline{I_3}$ и нужно в дальнейшем использовать для проведения экспериментальных исследований.

4. После этого, установив заданное преподавателем значение U_K , начинают заполнять столбцы табл. 3 по вертикали сверху вниз, не оставляя пустых клеток. Восьмая строка табл. 3 получится (в соответствии с формулой 72) путем умножения данных третьей строки на данные шестой строки. Переход от восьмой строки к девятой осуществляется по формуле

$$\Delta t_0 = \Delta t' + \kappa R_K. \quad (76)$$

где величина $\kappa = 3,65 \cdot 10^{-11}$ с/Ом, а значение R_K берется из третьей строки табл. 3.

После заполнения девятой строки таблицы, используя формулу (3), можно определить величины соответствующих скоростей \overline{V} . Однако эту операцию можно сделать и позже, за пределами лаборатории.

5. Экспериментальная часть работы считается выполненной после того, как на основе данных таблицы экспериментальных данных (вторая и девятая строки табл.3) будет получен график, аналогичный рис. 3. Точки графика, «выскочившие» за пределы ожидаемой прямой, подлежат перепроверке путем повторения эксперимента при соответствующем токе $\overline{I_3}$. Следует также проверить правильность соответствующих расчетов.

6. Дальнейшее выполнение задания к лабораторной работе можно осуществить вне лаборатории «Физика твердого тела». При этом необходимо ознакомиться с теоретической частью работы (разд. 2). При необходимости следует самостоятельно и углубленно изучить вопросы, изложенные в настоящем методическом пособии конспективно, с использованием дополнительной литературы.

Формулы, необходимые для расчетов критической напряженности поля $E_{кр}$, условия применимости соотношения Эйнштейна, теоретическое определение максимальной скорости движения носителей заряда – выполняющие лабораторную работу должны найти самостоятельно.

4.2. Определение коэффициента передачи тока эмиттера в схеме с общей базой

Обратимся к формуле (75)

$$\frac{R_x}{R_x + R_K} = \frac{\bar{I}_K}{\bar{I}_Э} = \alpha .$$

(77)

Для биполярного транзистора отношение тока коллектора к току эмиттера (правая часть уравнения) по определению – коэффициент передачи тока эмиттера α (альфа).

1. Для определения величины α при различных значениях тока эмиттера $\bar{I}_Э$ достаточно воспользоваться третьей и седьмой строчками табл. 3 и провести соответствующие расчеты. При этом получится зависимость коэффициента α от тока эмиттера $\bar{I}_Э$ при фиксированном значении коллекторного напряжения.

2. Зарегистрировав баланс моста при фиксированном токе $\bar{I}_Э$, но при различных значениях коллекторного напряжения, получают зависимость α от U_K .

Следует иметь в виду, что определение величин α осуществляется на частоте $f = 1$ МГц.

Кроме этого, для определения величины α нет необходимости в значении величин $1/\bar{I}_Э$, C'_x , C_x , $\Delta t'$, Δt и V . Поэтому соответствующая таблица первичных экспериментальных данных будет содержать только первую, третью и седьмую строки, а также строку значений коэффициента α .

4.3. Определение номиналов емкостей и сопротивлений

Прежде всего следует помнить, что измерения осуществляются на частоте 1 МГц.

Другой существенный момент – это величина измерительного напряжения на изучаемом образце.

Промышленные приборы для измерения величин R и C обычно используют измерительные величины напряжений в десятки и сотни милливольт. В большинстве случаев такие напряжения на образце нельзя применять для измерений в микроэлектронике. Это связано с тем, что при малых (микрометры) и сверхмалых (нанометры) размерах элементов напряжения, измеряемые даже милливольтами, создают в элементах микроэлектроники значительные электрические поля. В результате получаемые количественные данные настолько искажаются, что в малой степени отвечают истинным значениям.

По этой причине при проведении научных исследований в микроэлектронике разрабатывают и используют приборы узкоспециального применения. К таким приборам относится и мостовой измеритель, описанный в настоящем методическом пособии (разд. 3.10). Измерительное напряжение на образце, имеющее частоту 1 МГц, не превышает 1 мкВ даже в том случае, когда измеряемая емкость имеет номинал всего 1–10 пФ.

На лицевой панели лабораторной установки расположено гнездо «Изм. R_x ». Если к этому гнезду подключить измеряемое комплексное сопротивление $Z = \pm a \pm ib$, то появляется возможность измерить величину и знак действительной части Z (активное сопротивление), а также мнимой части (номинальное значение емкости или индуктивности). Делается это следующим образом.

1. При отсутствии Z в гнезде «Изм. R_x » осуществляется балансировка моста при подключенном к гнездам «объект» любом биполярном транзисторе. При этом записываются численные значения соответствующих величин C_x^0 и R_x^0 .

2. Затем исследуемый образец Z подключается к гнезду «Изм. R_x » и мост балансируется заново. Затем опять фиксируются численные значения C_x^1 и R_x^1 .

3. Численное значение емкости исследуемого образца C_x равно разности величин C_x^0 и C_x^1 . Если при этом получится положительное значение, то исследуемый образец обладает емкостным характером, а если отрицательное – то индуктивным характером. При этом величина индуктивности образца может быть определена:

$$L = \frac{1}{\omega^2 C_x}.$$

4. Действительная часть сопротивления определяется

$$R_x = \frac{R_0 R_x^1}{R_0 - R_x^1}. \quad (79)$$

Как и в случае с реактивной составляющей полного комплексного сопротивления, знак R_x может оказаться и положительным, и отрицательным.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Каков физический смысл понятий: дрейфовая и диффузионная скорости движения носителей заряда?
2. Каков макроскопический и микроскопический смысл понятия – подвижность носителей заряда?
3. В чем заключается сущность принципа суперпозиции при определении подвижности носителей заряда?
4. Почему скорость движения носителей заряда в твердых телах – величина ограниченная?
5. По каким причинам при больших электрических полях подвижность носителей заряда уменьшается?
6. Как определяется величина критической напряженности электрического поля?
7. При каких условиях выполняется соотношение Эйнштейна $\mu = \frac{eD}{kT}$?
8. Как теоретически подвижность носителей заряда зависит от температуры?

ЛИТЕРАТУРА

1. Петрович В.А. Методическое пособие к лабораторным работам по курсу «Физика твердого тела» для студентов специальности «Микроэлектроника». – Мн.: БГУИР, 1997. – 74 с.
2. Зеегер К. Физика полупроводниковых приборов /Под ред. Ю.К. Пожелы. – М.: Мир, 1977. – 616 с.
3. Епифанов Г.И. Физические основы микроэлектроники. – М.: Сов. радио, 1971. – 376 с.
4. Шалимова К.В. Физика полупроводников. Изд. 2. – М.: Энергия, 1976. – 416 с.
5. Павлов В.П., Хохлов А.Ф. Физика твердого тела. – Н. Новгород: НГУ, 1993. – 490 с.

Учебное издание

**Петрович Владимир Алексеевич,
Волчѣк Светлана Анатольевна**

Физика полупроводников

Методическое пособие
по курсу «Физика твердого тела»
для студентов специальностей «Микро- и наноэлектронные
технологии и системы», «Квантовые информационные системы»
всех форм обучения

Редактор Н.А. Бебель
Корректор Н.В. Гриневич

Подписано в печать 17.05.2005. Формат 60x84 1/16.

Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».

Печать ризо-

графическая. Усл. печ. л. 3,6.

Уч.-изд. л. 3,0.

Тираж 150 экз.

Заказ 231.

Издатель и полиграфическое исполнение: Учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектрони-
ки»

Лицензия на осуществление издательской деятельности №02330/0131518 от
01.04.2004.

Лицензия на осуществление полиграфической деятельности №02330/0133108
от 30.04.2004.

220013, Минск, П. Бровка, 6