УДК 621.313.13

АЛГОРИТМИЗАЦИЯ ФОРМИРОВАНИЯ ШАГОВЫХ ТРАЕКТОРИЙ ДЛЯ СИСТЕМ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ НА ШАГОВЫХ ДВИГАТЕЛЯХ

проф. **Карпович С.Е.,** маг. **Кузнецов В.В.**

УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», Минск

Введение. В управляющих устройствах мехатронных систем перемещений промышленного оборудования применяются два основных типа алгоритмов формирования шаговых траекторий [1, 2]. Это алгоритмы позиционного управления PTP (Point to point – от точки к точке) а также алгоритмы контурного управления CP (Continuous path – непрерывный путь). При реализации PTP-алгоритмов задается требуемое количество узловых точек траектории, через которые обязательно должна пройти траектория перемещения рабочего инструмента либо координатного стола. CP-алгоритмы применяются для управления по непрерывной траектории с обеспечением синхронной обработки отдельных координата в реальном времени.

Методы формирования шаговых траекторий. Для расчета промежуточный участков траекторий в устройствах управления применяется аппаратный либо программный блок-интерполятор. Выходные сигналы интерполяторов имеют вид распределенных во времени импульсов, поступающих на управляющие входы исполнительного устройства. Криволинейная траектория аппроксимируется отрезками прямых, число которых зависит от требуемой точности формирования траекторий. Существуют варианты отработки сложных траекторий по формулам полиномиальной интерполяции. В данном случае интерполяционные формулы аппроксимируют некоторую функцию $f(x)$ многочленом $P(x)$, который удовлетворяет условию $P(x) = y(x_k)$ в $(n + 1)$ точках интерполяции $x_k (k = \overline{0,n})$. Наиболее известной и широко используемой является интерполяционная формула Ньютона:

$$P(x) = f(x_0) + \sum_{k=1}^{n} \frac{\Delta^k f(x_0)}{k!h^k}(x - x_0)(x - (x_0 + h)) \\ ...(x - x_0 - (k-1)h), \tag{1}$$

где $\Delta^k f(x_0) = \sum_{i=0}^{n} (-1)^{k-i} C_i^k f(x + ih);\ x_i = x_0 + ih;\ i = 0,1,2,...,k;$

$C_i^k = \dfrac{k!}{i!(k-i)!}$ – число сочетаний из k элементов по i в каждом с учетом того, что $0! = 1$.

Так же используются методы приближения траектории сплайнами, но для них требуется большое время вычисления и объем памяти. На практике так же часто применяется способы формирования траекторий с постоянными приращениями координат. Но они требуют большого числа логических операций для определения условия перехода из одного октанта в другой и арифметических операций для вычисления значений в двух точках на каждом элементарном шаге отрабатываемой траектории.

Методы, основанные на интерполяторах [3], как правило, используют знак оценочной функции. При этом отсутствует накапливающаяся погрешность, производится сравнительно простой расчет и управление отработкой траектории. В первых интерполяторах, работающих с использованием оценочной функции, элементарные приращения по одной из координат выполнялись до тех пор, пока не изменится знак погрешности отклонения расчетной траектории от теоретической кривой. Однако такой метод не обеспечивает максимальной точности приближения расчетной траектории к теоретической кривой. Для уменьшения девиации рассчитываемых прямых был предложен метод выбора направлений элементарных шагов приращений согласно выражениям:

$$\nabla_1 = 2\Delta b - \Delta a,$$
$$\nabla_{i+1} = \begin{cases} \nabla_i + 2\Delta b - 2\Delta a, \textit{если } \Delta_i \geq 0, \\ \nabla_i + 2b, \textit{если } \Delta_i < 0, \end{cases} \tag{2}$$

где $\Delta a = x_{i+1} - x_i$; $\Delta b = y_{i+1} - y_i$;, причем если $\nabla_i < 0$, то в первом октанте выполняются элементарные шаги, если $\nabla_i \leq 0$, то – комбинированные. В других октантах это соотношение модифицируется с учетом направления движения при отработке траектории. Такой метод интерполирования обеспечивает максимальную точность расчета для выбранной величины квантования переменных при формировании прямолинейных траекторий. Близким к рассмотренному является метод интерполирования, который основан на представлении функции $F(x, y) = 0$ с помощью арифметических прогрессий или числовых последовательностей. Метод пригоден для генерирования функций широкого класса, однако недостатком его является наличие накапливающейся погрешности и необходимостью выполнения дополнительных операций, связанных со сравнением координат.

Метод формирования отрезков прямых и дуг окружностей, основанный на аппроксимации кривой $F(x, y) = 0$ рядом прямолинейных отрезков, характеризуется сложностью математического аппарата, узким классом аппроксимируемых функций и значительное количеством логических условий и др.

Метод формирования отрезков прямых, дуг окружностей и парабол, основанный на определении знака оценочной функции в дополнительных точках обладает высокой точностью, но большим объемом вычислений, неравномерностью вычислений, большим объемом аппаратных затрат.

Алгоритмы формирования шаговых траекторий. Траекторию движения управляемого в пространстве и времени объекта можно записать в виде $F(x, y, z, t) = 0$. Основное требование, предъявляемое к управлению движения такого объекта, состоит в том, что управляемый объект должен двигаться с минимально-возможным отклонением от желаемой траектории. Координаты являются дискретными, расчет шаговой траектории производит программирующее устройство согласно выражению:

$$F[x_i, y_j, z_k] = F_{ijk}, \tag{3}$$

где x_i, y_j, z_k – целочисленные значения переменных, характеризующие координаты узловых точек шаговой траектории; F_{ijk} – оценочная функция, характеризующая отклонение узловых точек рассчитываемой шаговой траектории от рассчитываемой кривой. Направление элементарного шага приращения выбирается в зависимости от знаков оценочной функции в узловых точках. Таким образом, оценочная функция представляет собой рассогласование теоретической кривой и шаговой траектории. Процесс формирования шаговой траектории характеризуется постоянным стремлением изменить знак и уменьшить величину оценочной функции. При отработке траекторий значение переменной в один момент времени может измениться только на одно элементарное приращение, вдоль одной из осей координат. Оценочная функция F_i при отработке шаговой траектории на плоскости для целочисленных значений координат имеет вид:

$$[y]-f[x_i]=F_i. \quad (4)$$

Для избегания сложных вычислений значений x на каждом шаге итерации используют следующее выражение:

$$\int_0^y y' dy - \int_0^x x' dx = F_i. \quad (5)$$

При переходе к целочисленным значениям интегралов в выражении (5) они заменяются интегральными суммами, а производные заменяются конечными разностями. С учётом этого, выражения для оценочной функции принимает следующий вид:

$$\sum_{j=0} \Delta F[y_i] - \sum_{i=0} \Delta F[x_i] = F_{ij}. \quad (6)$$

Данный метод в некоторых случаях позволяет создавать простые алгоритмы формирования шаговых траекторий с использованием конечно-разностных приращений. Однако без дополнительных преобразований он не обеспечивает максимально возможную точность формирования траекторий. На рис. 1 приведен отрезок круговой шаговой траектории, построенной с использованием знаков оценочной функции F_{ij}.

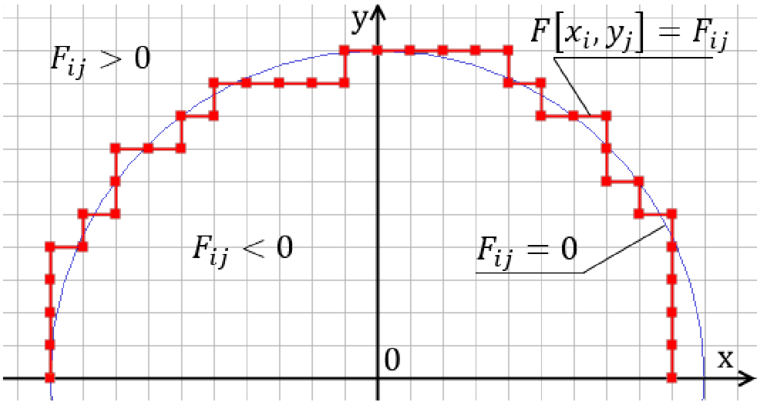

Рисунок 1. - Отрезок круговой шаговой траектории, построенной с использованием знаков оценочной функции F_{ij}

Алгоритм формирования траектории определяет узловые точки, наиболее близко расположенные к заданной линии $F(x, y) = 0$. Он основан на использовании экстраполированного значения оценочной функции F_{ij}^3. Значения функции вычисляются в точках $x_i \pm 0{,}5h$, $y_i \pm 0{,}5h$. Сущность алгоритма состоит в том, что направление элементарных шагов выбирается в зависимости от знака оценочной функции F_{ij}^3, вычисленной с экстраполяцией на половину шага сетки вперёд по обеим координатам. Таким образом как бы предугадываем поведение линии $F(x, y) = 0$ в области каждого пересекаемого этой линией элементарного квадрата с учётом того, что выбор направления шага осуществляется из узловой точки с координатами x_i, y_j.

Направление элементарных шагов (рис. 2) в близлежащей узловой точке выбирается в зависимости от знака разности величин ($F_{i,j+1} - F_{i+1,j}$). Если она положительная, то узловая точка B с координатами x_i, y_{j+1} дальше расположена от линии $F(x, y) = 0$, чем узловая точка C с координатами x_i, y_{j+1}, следовательно, элементарный шаг необходимо выполнять к узловой точке C. Сущность предложенного метода заключается в том, что выполнение элементарных шагов осуществляется в зависимости от знака оценочной функции, вычисленной в узловой точке D с координатами $x_i \pm 0{,}5h$, $y_i \pm 0{,}5h$.

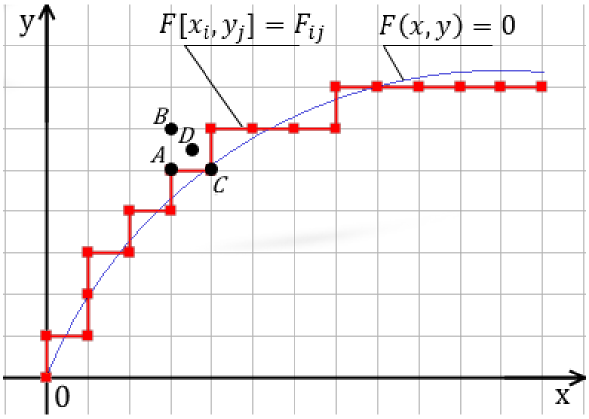

Рисунок 2. - Шаговая траектория, построенная соединением соседних узловых точек,
наиболее близко расположенных возле линии F(x, y) = 0

В этом случае формирования шаговых траекторий возможны различные направления пересечения линией $F(x, y) = 0$ элементарных квадратов, при этом направление элементарных приращений $\Delta x, \Delta y$ определяется знаками приращений переменных x_j и y_j.

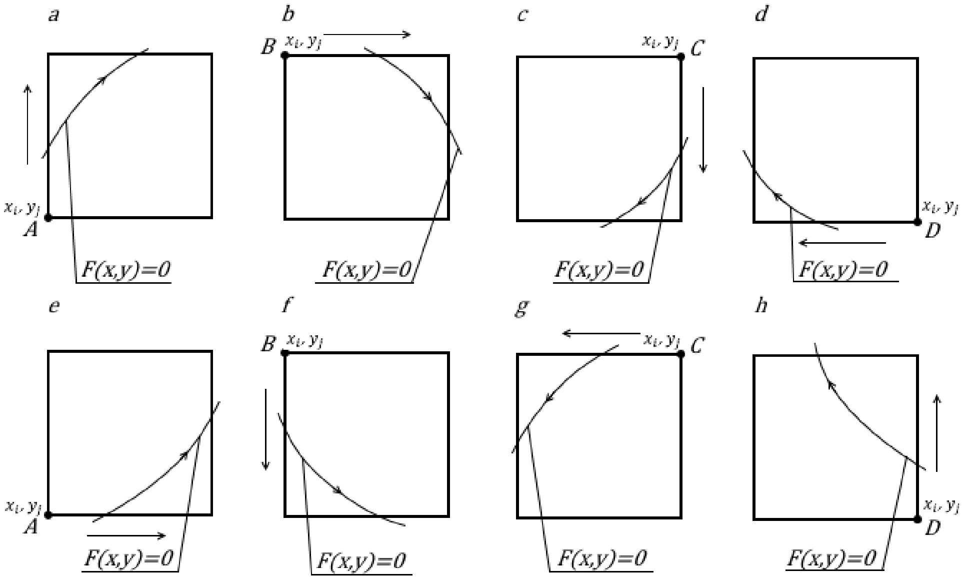

Рисунок 3.- Примеры выбора направлений элементарных шагов в зависимости от пересечения отрезком линии F(x, y) = 0 элементарного квадрата дискретной сетки

На рис. 3 представлены возможные варианты пересечения линией $F(x, y) = 0$ элементарных квадратов и указаны направления элементарных шагов к узловым точкам, наиболее близко расположенным к линии $F(x, y) = 0$. Эти варианты отличаются друг от друга направлением элементарных шагов и выбором начальной точки (*A*, *B*, *C* или *D*). Анализ возможных пересечений линией элементарных квадратов сетки позволяет обобщить процесс формирования шаговых траекторий и сформулировать алгоритм преобразования функции $F(x, y) = 0$ в сеточную функцию вида:

$$F[x_i + 0,5h; y_i + 0,5h] - F[x_i - 0,5h; y_i - 0,5h] = F_{ij}^3. \qquad (7)$$

Такая алгоритмизация позволяет переходить из области непрерывного изменения переменных в область дискретного их изменения и сформулировать числовой аналог с учетом краевых условий. Реализация предложенного алгоритма осуществляется путём замены непрерывных переменных их дискретными эквивалентами согласно выражению $x = x_i \pm 0{,}5h$, $y = y_i \pm 0{,}5h$, где h – шаг сетки, величину которого можно условно принять равной единице. Возможно также реализация этого алгоритма путём построения разностных уравнений – аналогов уравнения $F(x, y) = 0$ – и подстановки в них числовых начальных данных. В результате чего уравнение с непрерывно изменяющимися параметрами аппроксимируется соответствующим разностным уравнением.

Рассмотренные алгоритмы формирования шаговых траекторий для систем перемещений на шаговых двигателях являются достаточно простыми и позволяют получать шаговые траектории с высокой точностью. Они могут быть использованы распределенной системой управления, основанной на технологии EtherCAT.

ЛИТЕРАТУРА

1. Карпович, С.Е. Программируемые движения в прецизионных системах перемещений : моногр. / С.Е. Карпович, В.В. Жарский, И.В. Дайняк. – Минск : ФУАинформ, 2008. – 206 с.

2. Дайняк, И.В. Вычислительные алгоритмы формирования программных движений для привода прямого действия / И.В. Дайняк // Инженерный вестник. – 2006. – № 1(21)/3. – С. 55–62.3.

3. Ивоботенко, Б.А. Физические принципы и структуры электрического дробления шага в дискретном электроприводе / Б.А. Ивоботенко, Н.Ф. Ильинский, С.С. Кожин // Труды Моск. энерг. ин-та. – 1979. – Вып. 440. – С. 54–57.

4. Аппаратно-программное моделирование системы управления многокоординатной системы перемещений / Е.А. Литвинов [и др.] // Доклады БГУИР. – 2007. – № 6. – С. 50–55.

5. Boldea, I. Linear electric actuators and generators / I. Boldea, S. Nasar. – Cambridge University Press, 1997. – 236 p.

6. Chen, Ch.-T. Trajectory planning of parallel kinematic manipulators for the maximum dynamic load-carrying capacity / Ch.-T.Chen, T.-T.Liao // Meccanica. – 2016. – Vol. 51, Iss. 8. – P. 1653-1674.

7. Zentner, J. Zur optimalen Gestaltung von Parallelkinematikmaschinen mit Planarantrieben / J. Zentner. – Illmenau : ISLE, 2006. – 123 s.