

# КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЙ ДВУХЭТАПНЫЙ АЛГОРИТМ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ РАДИОЛОКАЦИОННОГО ИЗМЕРИТЕЛЯ УГЛОВЫХ КООРДИНАТ СО СКАНИРУЮЩЕЙ МНОГОКАНАЛЬНОЙ АНТЕННОЙ СИСТЕМОЙ ПРИ НАЛИЧИИ МЕШАЮЩИХ ОТРАЖЕНИЙ И ВНЕШНИХ ПОМЕХ

Ву Тхань Ха, С. В. Козлов

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь

**Аннотация.** Приведен квазиоптимальный двухэтапный алгоритм обработки флуктуирующего отраженного сигнала (ОС) в радиолокационном обнаружителе-измерителе угловых координат в условиях внешних маскирующих помех и при наличии мешающих отражений (МО) с неизвестными параметрами. Алгоритм основан на операциях пространственной компенсации помех (ПКП) в каждом периоде повторения, оценивании доплеровского сдвига частоты МО, их когерентной компенсации (КК), обеления результатов обработки во временной области, оценивании средней мощности и коэффициента междупериодной корреляции ОС с последующим построением и максимизацией логарифма функции отношения правдоподобия (ФОР). Приведены результаты моделирования предлагаемого алгоритма, свидетельствующие об их работоспособности и эффективности.

**Ключевые слова:** пространственная компенсация помех, радиолокационный измеритель, угловые координаты, мешающие отражения, отраженный сигнал, многоканальная антенная система, функция отношения правдоподобия.

## QUASI-OPTIMAL TWO-STAGE ALGORITHM FOR FUNCTIONING RADAR DETECTOR- METER OF ANGULAR COORDINATES WITH SCANNING MULTI-CHANNEL ANTENNA SYSTEM IN THE PRESENCE OF INTERFERING REFLECTIONS AND EXTERNAL

Vu Thanh Ha, S. V. Kozlov

Belarusian state university of informatics and radioelectronics, Minsk, Belarus

**Abstract.** Quasi-optimal two-stage algorithm for processing a fluctuating reflected signal in a radar detector-meter of angular coordinates in the presence of external masking interference and in the presence of interfering reflections with unknown parameters is presented. The algorithm is based on the operations of spatial interference compensation in each repetition period, estimation of the Doppler frequency shift of the interfering reflections, their coherent compensation, whitening of the processing results in the time domain, estimation of the average power and the inter-period correlation coefficient of the reflected signal with the subsequent construction and maximization of the logarithm of the function likelihood relations. The simulation results of the proposed algorithm are presented, testifying to their efficiency and effectiveness.

**Keywords:** spatial interference compensation, radar meter, angular coordinates that interfere with reflection, reflected signal, multi-channel antenna system, likelihood ratio function.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время актуальными остаются вопросы обеспечения требуемой помехоустойчивости радиолокационных средств обнаружения в условиях мощных внешних помех, воздействующих с направлений главного и боковых лепестков диаграмм направленности (ДН) антенны. В качестве основного средства повышения помехоустойчивости рассматривается использование подсистем адаптивной ПКП на базе многоканальных приемных систем. Основное внимание исследователей сосредоточено на обосновании практически реализуемых алгоритмов адаптации, обеспечивающих заданное качество подавления внешних помех и обеспечения точного измерения угловых координат отраженного сигнала [1-6].

В частности, в работе [4] предложен алгоритм разрешения-измерения угловых координат множества нефлуктуирующих сигналов при воздействии активных шумовых помех по основному и ближним боковым лепесткам ДН неподвижной в пределах интервала наблюдения антенной системы РЛС. В [5] применительно к обзорной РЛС с многоканальной антенной системой синтезированы вариант оптимального и модификации квазиоптимальных алгоритмов оценивания азимута радиолокационной цели для базовой модели нефлуктуирующего ОС при наличии внешних активных помех. Полученные в [5] результаты свидетельствуют о возможности обнаружения цели и точного оценивания ее угловых координат при угловом расстоянии между целью и источником помех существенно меньшим, чем ширина главного лепестка (ГЛ) ДН антенны основного канала. В то же время рассмотренные в [4, 5] ситуации далеко не всегда имеет место на практике. Во-первых, отраженный сигнал является флуктуирующим. Во-вторых, наряду с внешними активными помехами и внутренними шумами приемных каналов в принимаемой реализации будет присутствовать МО с неизвестными параметрами. Устранение влияния МО путем их когерентной компенсации может оказать существенное влияние на процесс и результат оценивания угловых координат.

Цель статьи – синтез квазиоптимального адаптивного алгоритма оценивания угловых координат радиолокационных целей в измерителе со сканирующей многоканальной приемной системой с учетом флуктуаций ОС и когерентной компенсации МО.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОБОСНОВАНИЕ АЛГОРИТМА

Аналогично [5] будем рассматривать радиолокационный измеритель угловых координат со сканирующей в одной (для определенности - азимутальной) плоскости многоканальной антенной системой, включающей основную приемопередающую антенну с ДН по напряжению  $\dot{F}_0(\alpha)$ , коэффициентом усиления по мощности  $G_0$  и шириной ГЛ в азимутальной плоскости  $\Delta\alpha_{0,5}$  и  $\ell = \overline{1, L}$  дополнительных (компенсационных) антенн с ДН  $\dot{F}_\ell(\alpha)$ , коэффициентами усиления по мощности  $G_\ell \ll G_0$  и значениями ширины ГЛ  $\Delta\alpha_{0,5}^k \gg \Delta\alpha_{0,5}$ . Фазы всех ДН рассматриваются относительно фазового центра основной антенны. Длина волны равна  $\lambda$ .

Радиолокационная цель находится на азимуте  $\alpha_c$  и дальности  $r_{ц}$ . Принимаемый ОС имеет заданный доплеровский сдвиг частоты  $F_{DC}$ , экспоненциальную корреляционную функцию флуктуаций с интервалом корреляции и мощностью на выходе изотропной приемной антенны после внутривысочастотной обработки (ВПО), предполагающей выполнение оптимальной фильтрации одиночного сигнала,  $\tau_c$  и  $P_c$ , соответственно, причем мощность  $P_c$  определена для случая облучения цели максимумом главного лепестка ДН передающей антенны. МО являются пространственно-изотропными по крайней мере, в некоторой окрестности цели, с радиальной протяженностью  $\Delta r_{МО}$  и протяженностью в поперечном направлении  $\Delta L_{МО} > (2...3)\Delta\alpha_{0,5}r_{ц}$ , и характеризуются корреляционной функцией флуктуаций  $R_{МО}(t) = \sigma_{МО}^2 r_{МО}(t)$ , где  $\sigma_{МО}^2$  – мощность МО на выходе изотропной приемной антенны после ВПО;  $r_{МО}(t)$  – нормированная корреляционная функция флуктуаций МО, и доплеровским сдвигом частоты  $F_{DP}$ , определяемым радиальной составляющей скорости ветра  $F_{DP} = \frac{2V_B \cos \gamma_B}{\lambda}$ ,  $\gamma_B$  – угол между направлением на РЛС и направлением вектора ветра в точке наблюдения.

На измеритель воздействуют  $m = \overline{1, M}$  источников внешних помех с азимутами  $\alpha_{п_m}$  и мощностями на выходе изотропной приемной антенны после ВПО  $P_{п_m}$ .

Азимутальное положение антенны РЛС в начальный момент времени  $t = 0$  равно  $\alpha_a^0$ , угловая скорость вращения антенны  $\Omega_a$ , при этом  $\alpha_a^0 \leq \alpha_{ц} - \Delta\alpha_{0,5}$ , где  $\Delta\alpha_{0,5}$  – ширина главного лепестка ДН основного канала РЛС в азимутальной плоскости по уровню 0,5 от максимальной мощности.

Наблюдению при цифровой обработке для моментов времени  $t_{i,q} = (i-1)T_r + \tau_z + t_{сф} - (Q-q)\Delta t$ , где  $i = \overline{1, I}$ ,  $I = \lceil 2\Delta\alpha_{0,5} / (\Omega_a T_r) \rceil$  – число периодов повторения на длительности обрабатываемой реализации;  $Q$  – число анализируемых отсчетов по дальности на каждом периоде повторения;  $\Delta t$  – интервал снятия отсчетов с выхода согласованного фильтра (интервал дискретизации);  $T_r$  – период повторения импульсов РЛС,  $\tau_z = 2r_{ц} / c$  – время задержки отраженного сигнала;  $t_{сф}$  – постоянная задержка в согласованном фильтре, доступны векторы  $y_{i,q} = (\dot{Y}_0(t_{i,q}), \dot{Y}_1(t_{i,q}), \dots, \dot{Y}_L(t_{i,q}))^T$  отсчетов результатов ВПО выходных сигналов основного (0) и  $\ell = \overline{1, L}$  дополнительных (компенсационных) приемных каналов.

Для векторов-столбцов отсчетов сигналов на выходах основной и компенсационных антенн запишем

$$y_{i,q} = y_{сш_{i,q}} + y_{п_{i,q}} + y_{МО_{i,q}} + y_{с_{i,q}}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{y}_{\text{ш},i,q}, \mathbf{y}_{\text{п},i,q}, \mathbf{y}_{\text{мо},i,q}, \mathbf{y}_{\text{с},i,q}$  – векторы-столбцы отсчетов собственных шумов, внешних помех, МО и ОС;  $\mathbf{y}_{\text{ш},i,q} = (\xi_{\text{ш},i,q}^{(0)}, \xi_{\text{ш},i,q}^{(1)}, \dots, \xi_{\text{ш},i,q}^{(L)})^T$  – вектор-столбцы отсчетов собственных шумов;  $\xi_{\text{ш},i,q}^{(\ell)}$  – отсчеты внутреннего шума  $\ell$ -го приемного канала для  $q$ -го отсчета по дальности  $i$ -го импульса ОС;

$$\mathbf{y}_{\text{с},i,q} = \begin{cases} 0, & q < Q; \\ \xi_{\text{с},i} \sqrt{P_{\text{с}}} \dot{F}_0(\alpha_{\text{а}i} - \alpha_{\text{с}}) \mathbf{s}(\alpha_{\text{а}i} - \alpha_{\text{с}}) e^{j2\pi F_{\text{DS}} T_r i}, & q = Q; \end{cases} \quad (2)$$

$$\mathbf{y}_{\text{п},i} = \sum_{m=1}^M \xi_{\text{п},i,q}^{(m)} \sqrt{P_m} \mathbf{s}(\alpha_{\text{а}i} - \alpha_{\text{п}m}); \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{\text{мо},i,q} &= A r_{\text{ц}} e^{j2\pi F_{\text{DP}} T_r i} \times \\ &\times \int_{\Delta\alpha_{\text{мо}}} \xi_{\text{мо},q}(\alpha_{\text{мо}}, \alpha_{\text{а}i}) \rho_{\text{мо}}(\alpha_{\text{мо}}) \dot{F}_0(\alpha_{\text{а}i} - \alpha_{\text{мо}}) \mathbf{s}(\alpha_{\text{а}i} - \alpha_{\text{мо}}) d\alpha_{\text{мо}} \end{aligned} \quad (4)$$

– вектор-столбцы отсчетов ОС, внешних помех и МО;  $\xi_{\text{п},i,q}^{(m)}$  – независимые (для индексов источника помех, периода повторения и отсчета по дальности в периоде повторения) центрированные комплексные гауссовы случайные величины с единичной дисперсией;  $\xi_{\text{с},i}$  – последовательность центрированных гауссовых случайных величин с корреляционной функцией, определяемой моделью флуктуации ОС;  $\dot{F}_0(\alpha)$  – диаграмма направленности основного приемопередающего канала РЛС по напряжению;  $\alpha_{\text{а}i} = \alpha_{\text{а}}^0 + \Omega_{\text{а}} t_i$  – угловое положение антенны РЛС в  $i$ -й момент времени;  $\mathbf{s}(\alpha) = (\dot{F}_0(\alpha), \dot{F}_1(\alpha), \dots, \dot{F}_L(\alpha))^T$  – вектор-столбец, составленный из диаграмм направленности основной и компенсационных антенн РЛС;  $\xi_{\text{мо},q}(\alpha_{\text{мо}}, \alpha_{\text{а}i})$  – последовательности комплексных гауссовых случайных величин с единичной дисперсией и корреляционной функцией вида

$$\overline{\xi_{\text{мо},q_1}(x_1, \alpha_{\text{а}i_1}) \xi_{\text{мо},q_2}^*(x_2, \alpha_{\text{а}i_2})} = \delta(x_1 - x_2, q_1 - q_2) r_{\text{мо}}(T_r(i_1 - i_2));$$

$\delta(x, i)$  – дельта-функция;  $\rho_{\text{мо}}(\alpha_{\text{мо}})$  – угловая плотность МО;  $\Delta\alpha_{\text{мо}}$  – угловая область существования МО;  $A$  – коэффициент, определяемый энергетическими параметрами и разрешающей способностью РЛС, при этом для изотропных ( $\rho_{\text{мо}}(\alpha_{\text{мо}}) = \text{const}$ ) мешающих отражений  $A r_{\text{ц}} \rho_{\text{мо}} \Delta\alpha_{0,5} = P_{\text{мо}}$  – мощность МО на выходе изотропной приемной антенны;  $r_{\text{мо}}(T_r(i_1 - i_2))$  – нормированная корреляционная функция флуктуаций МО.

В соответствии с моделью (1) с учетом (2) ОС присутствует только в  $Q$ -ом отсчете каждого периода повторения. Эти вектора  $\mathbf{y}_{i,Q}$  будем называть сигнальными. Боковыми лепестками ОС на выходе ВПО по времени задержки, которые могут оказаться в

предыдущих отсчетах, пренебрегаем. Типовые [7] модели флуктуаций ОС при синтезе алгоритмов приведены в табл. 1.

Таблица 1. Модели флуктуация отраженного сигнала

Наименование модели	Характеристики последовательности $\xi_{c_i}$
Когерентная пачка дружно флуктуирующих сигналов (M1)	последовательность центрированных гауссовых случайных величин с корреляционной функцией вида $r_{\xi}(\tau) = e^{-\tau/\tau_c}$ , где $\tau_c$ – интервал корреляции отраженного сигнала
Некогерентная пачка быстро флуктуирующих сигналов (M2)	$\xi_{c_i}$ – последовательность независимых центрированных гауссовых случайных величин с единичной дисперсией

Отметим, что модель M1 соответствуют общему случаю наблюдения типовых аэродинамических целей при длительности пачки  $\tau_{п} = \alpha_a^0 / \Omega_a \approx \tau_c$ . Модель M2 характерна для РЛС при наличии перестройки частоты от импульса к импульсу.

В соответствии с общими принципами первичной обработки радиолокационной информации рассмотрим два случая:

обнаружение ведется в свободном пространстве, что предполагает реализацию операций ПКП, когерентного и некогерентного накопления ОС;

обнаружение ведется в присутствии МО, что предполагает (в варьируемой последовательности) реализацию операций ПКП, ККМО и когерентного и некогерентного накопления ОС.

При синтезе алгоритмов примем дополнительно допущение, что ККМО осуществляется путем череспериодного вычитания (ЧПВ) принимаемых сигналов с кратностью  $m_{\text{ЧПВ}} = \overline{1,3}$  с предварительной адаптацией к неизвестному доплеровскому сдвигу частоты  $F_{DP}$  МО, а адаптация к форме междупериодного энергетического спектра МО не проводится.

Кроме того, полагаем, что суммарная мощность внешних помех и мощность МО на выходе основного приемного канала достаточно большие, поэтому для обнаружения цели и оценивания ее угловых координат необходимы как ПКП, так и КК МО.

### 3. ДВУХЭТАПНЫЙ АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ ФЛУКТУИРУЮЩИХ СИГНАЛОВ ПРИ НАЛИЧИИ МЕШАЮЩИХ ОТРАЖЕНИЙ И ВНЕШНИХ ПОМЕХ

При оценивании азимута радиолокационной цели при наличии МО дополнительная априорная неопределенность включает доплеровский сдвиг частоты  $F_{DP}$  и мощность мешающих отражений. Кроме того, весьма существенным является отмеченное в [7] резкое снижение скорости сходимости алгоритмов адаптивной ПКП и достижимого коэффициента их подавления при заданном объеме обучающей выборки.

Обоснование алгоритма проведем для наиболее характерного для практики случая, когда мощность внешних помех является подавляющей и точное оценивание неизвестного доплеровского сдвига МО невозможно. Обработку разделим на два этапа,

реализующих, в усеченном виде для сканирующих по углу измерителей, идею [7] поочередной адаптивной настройки отдельных систем компенсации МО и внешних помех в условиях априорной неопределенности.

Целью первого этапа является оценивание доплеровского сдвига МО и проведением ККМО в каждом приемном канале, для чего выполняются операции:

1.1) формирования оценки  $\hat{\Phi}_{1i}$  КМ внешних помех, МО и внутренних шумов

$$\hat{\Phi}_{1i} = \frac{1}{Q-1} \sum_{q=1}^{Q-1} y_{i,q} y_{i,q}^+; \quad (5)$$

1.2) регуляризации [11] оценки КМ путем добавления к полученной оценке диагональной матрицы  $\mu_p \mathbf{E}$

$$\Phi_{pi} = \hat{\Phi}_{1i} + \mu_p \mathbf{E}, \quad (6)$$

где  $\mu_p$  – параметр регуляризации;  $\mathbf{E}$  – единичная матрица.

1.3) вычисления ВВК на первом этапе обработки

$$\omega_{1i} = \Phi_{pi}^{-1} \mathbf{s}(0) \quad (7)$$

и отсчетов адаптированного канала

$$\dot{U}_{i,q} = \omega_{1i}^+ y_{i,q}, \quad q = \overline{1, Q-1}; \quad (8)$$

1.4) формирования оценки межпериодного набега фазы мешающих отражений

$$\Delta \hat{\Phi}_{DP} = \arg \left( \sum_{i=1}^{I-1} \sum_{q=1}^{Q-1} \frac{\dot{U}_{i,q} e^{-j \cdot \arg(\omega_i^+ \mathbf{s}(0))} \dot{U}_{i+1,q}^* e^{j \cdot \arg(\omega_{i+1}^+ \mathbf{s}(0))}}{|\dot{U}_{i,q}| |\dot{U}_{i+1,q}|} \right); \quad (9)$$

1.5) выполнения КК МО в каждом приемном канале и на каждом отсчете по дальности в соответствии с выражением

$$\mathbf{u}_{i,q} = \sum_{k=1}^K h_k y_{i-k+1,q}, \quad i = \overline{K, I}; \quad q = \overline{1, Q}, \quad (10)$$

где  $h_k$  – весовые коэффициенты схемы ЧПК.

В выражении (9) множители  $e^{-j \cdot \arg(\omega_i^+ \mathbf{s}(0))}$  и  $e^{j \cdot \arg(\omega_{i+1}^+ \mathbf{s}(0))}$  компенсируют изменение фазы ДН адаптированного канала для соседних периодов повторения в процессе ПКП.

Таким образом, в результате выполнения (5)-(10) формируется последовательность векторов  $\mathbf{u}_{m,q}$ , содержащих векторы-столбцы отсчетов сигналов многоканальной приемной системы при компенсированных в результате ЧПК мешающих отражениях.

Целью второго этапа является компенсация внешних помех в реализации с устраненными МО и когерентное и некогерентное накопление ОС с оцениванием угловой координаты. Второй этап обработки включает операции:

2.1) формирования оценок  $\hat{\Phi}_i$  КМ измененных внешних помех и внутренних шумов

$$\hat{\Phi}_{2i} = \frac{1}{Q-1} \sum_{q=1}^{Q-1} \mathbf{u}_{i,q} \mathbf{u}_{i,q}^+; \quad (11)$$

2.2) вычисления ВВК на втором этапе обработки

$$\boldsymbol{\omega}_{2i} = \Phi_{2i}^{-1} \mathbf{s}(0), \quad (12)$$

оценок мощности нескомпенсированных внешних помех, МО и взвешенных внутренних шумов на каждом периоде повторения

$$\hat{P}_{\text{ш+п}_i} = \boldsymbol{\omega}_{2i}^+ \hat{\Phi}_{2i} \boldsymbol{\omega}_{2i} \quad (13)$$

и адаптированных сигнальных отсчетов с учетом операции обеления

$$\dot{Z}_i = \frac{\boldsymbol{\omega}_{2i}^+ \mathbf{u}_{i,Q}}{\sqrt{\hat{P}_{\text{ш+п}_i}}}. \quad (14)$$

2.3) построения логарифма ФОП и максимизации.

С учетом преобразования (14) логарифм функции отношения правдоподобия (ФОП)  $\Psi(\mathbf{z} / \alpha, r, \sigma_c^2) = \ln w_{\text{сн}}(\mathbf{z} / \alpha, r, \sigma_c^2) - \ln w_{\text{п}}(\mathbf{z})$ , где  $w_{\text{сн}}(\mathbf{z} / \alpha, r, \sigma_c^2)$ ,  $w_{\text{п}}(\mathbf{z})$  – плотности вероятности вектора  $\mathbf{z}$  при наличии и отсутствии ОС, запишется в виде

$$\Psi(\mathbf{z} / \alpha, r, \sigma_c^2) = \mathbf{z}^+ (\mathbf{E} - (\mathbf{E} + \mathbf{R}(\alpha, r, \sigma_c^2))^{-1}) \mathbf{z} - \ln |\mathbf{E} + \mathbf{R}(\alpha, r, \sigma_c^2)|, \quad (15)$$

Использование логарифма функции отношения правдоподобия вместо логарифма функции правдоподобия определяется необходимостью синтеза алгоритма, пригодного для решения единой задачи обнаружения-измерения.

Тогда максимально правдоподобные оценки азимута цели, а также междупериодного коэффициента корреляции и мощности ОС

$$(\hat{\alpha}, \hat{r}, \hat{\sigma}_c^2) = \arg \max_{\alpha, r, \sigma_c^2} \Psi(\mathbf{z} / \alpha, r, \sigma_c^2), \quad (16)$$

где  $\alpha \in [\alpha_a^0, \alpha_a^0 + 2\Delta\alpha_{0,5}]$ ;  $r \in [0; 1]$ ;  $\sigma_c^2 > 0$ .

Оценки (11), (13), (16) в соответствии с общими свойствами оценок максимального правдоподобия [1, 7] являются состоятельными и асимптотически эффективными. С учетом априорной центрированности  $\mathbf{u}_{i,q}$  оценки (11), (13) являются несмещенными. Факт несмещенности оценок (13) анализируется по результатам моделирования ниже.

Задача (16) является весьма сложной. Для ее упрощения найдем оптимальные оценки мощности  $\hat{\sigma}_c^2(\alpha)$  и коэффициента  $\hat{r}(\alpha)$  междупериодной корреляции ОС, считая его угловое положение  $\alpha$  известным.

Воспользуемся методом наименьших квадратов. Так как  $|\dot{Z}_i|^2 = \sigma_c^2(\alpha) |\dot{Z}_{\text{оп}_i}|^2 + \sigma_{\text{ш}}^2$ , где  $\sigma_{\text{ш}}^2 = 1$  – мощность нескомпенсированных остатков помех и взвешенных шумов после операции обеления, в соответствии с методом наименьших квадратов запишем

$$\hat{\sigma}_c^2(\alpha) = \arg \min_{\sigma_c^2} \sum_{i=1}^I (|\dot{Z}_i|^2 - \sigma_c^2 |\dot{Z}_{оп_i}|^2 - \sigma_{ш}^2)^2. \quad (17)$$

Вычислим в (17)

$$\begin{aligned} Q &= \sum_{i=1}^I (|\dot{Z}_i|^2 - \sigma_c^2 |\dot{Z}_{оп_i}|^2 - \sigma_{ш}^2)^2 = \\ &= \sum_{i=1}^I (|\dot{Z}_i|^4 + \sigma_c^4 |\dot{Z}_{оп_i}|^4 + \sigma_{ш}^4 - 2\sigma_c^2 |\dot{Z}_i|^2 |\dot{Z}_{оп_i}|^2 + 2\sigma_c^2 \sigma_{ш}^2 |\dot{Z}_{оп_i}|^2 - 2\sigma_{ш}^2 |\dot{Z}_{оп_i}|^2). \end{aligned}$$

Проводим дифференцирование и приравниваем к нулю:

$$\frac{\partial Q}{\partial \sigma_c^2} = \sum_{i=1}^I (2\sigma_c^2 |\dot{Z}_{оп_i}|^4 - 2|\dot{Z}_i|^2 |\dot{Z}_{оп_i}|^2 + 2\sigma_{ш}^2 |\dot{Z}_{оп_i}|^2) = 0,$$

откуда оптимальная по методу средних квадратов оценка мощности ОС

$$\hat{\sigma}_c^2(\alpha) = \frac{\sum_{i=1}^I (|\dot{Z}_i|^2 - \sigma_{ш}^2) |\dot{Z}_{оп_i}|^2}{\sum_{i=1}^I |\dot{Z}_{оп_i}|^4}. \quad (18)$$

Отметим, что при достаточно малых отношениях сигнал/помеха+шум после ПКП и обеления может возникнуть физически невозможная ситуация, что  $\hat{\sigma}_c^2(\alpha) < 0$ . Это является следствием использования не строго метода оценивания мощности ОС, допускающего, в отличие от метода максимального правдоподобия, указанную ситуацию. В этом случае оценка  $\alpha$  оказывается, по крайней мере, с использованием предлагаемого алгоритма, невозможной.

Аналогично оценки мощности вычислим модуль и фазу коэффициента корреляции полезного сигнала. Так как

$$\overline{\dot{Z}_i Z_{i+1}^*} = r e^{j\varphi_r} \sigma_c^2(\alpha) \dot{Z}_{оп_i} Z_{оп_{i+1}}^*,$$

где  $\varphi_r = 2\pi F_{DS} T_r$  – набег фазы полезного сигнала за период повторения, то в соответствии с методом наименьших квадратов

$$(\hat{r}, \hat{\varphi}_r) = \arg \min_{r, \varphi_r} \sum_{i=1}^{I-1} \left| \dot{Z}_i Z_{i+1}^* - r e^{j\varphi_r} \sigma_c^2(\alpha) \dot{Z}_{оп_i} Z_{оп_{i+1}}^* \right|^2.$$

Преобразуя минимизируемую функцию к виду

$$\begin{aligned} Q_1 &= \sum_{i=1}^{I-1} |\dot{Z}_i|^2 |Z_{i+1}|^2 + r^2 \sigma_c^4(\alpha) \sum_{i=1}^{I-1} |\dot{Z}_{оп_i}|^2 |\dot{Z}_{оп_{i+1}}|^2 - \\ &- 2r \sigma_c^2(\alpha) \sum_{i=1}^{I-1} |\dot{Z}_i Z_{i+1} \dot{Z}_{оп_i} \dot{Z}_{оп_{i+1}}| \cos(-\varphi_i + \varphi_{i+1} + \varphi_{оп_i} - \varphi_{оп_{i+1}} + \varphi_r), \end{aligned}$$

где  $\varphi_i = \arg \dot{Z}_i$ ,  $\varphi_{оп_i} = \arg \dot{Z}_{оп_i}$ , вычисляя производную  $\partial Q_1 / \partial r$  и приравнивая ее к нулю, получим:



$$\hat{r}(\alpha) = \frac{\sum_{i=1}^{I-1} |\dot{Z}_i Z_{i+1} \dot{Z}_{\text{оп}_i} \dot{Z}_{\text{оп}_{i+1}}| \cos(-\varphi_i + \varphi_{i+1} + \varphi_{\text{оп}_i} - \varphi_{\text{оп}_{i+1}} + \varphi_r)}{\hat{\sigma}_c^2(\alpha) \sum_{i=1}^{I-1} |\dot{Z}_{\text{оп}_i}|^2 |\dot{Z}_{\text{оп}_{i+1}}|^2}. \quad (19)$$

Заменяя в (15) неизвестные параметры их оценками, получим решающую статистику (логарифм ФОП) при дружно флуктуирующем ОС вида

$$\Psi_{\text{ДФ}}(\mathbf{z} / \alpha) = \mathbf{z}^+ (\mathbf{E} - (\mathbf{E} + \mathbf{R}(\alpha, \hat{r}(\alpha), \hat{\sigma}_c^2(\alpha)))^{-1}) \mathbf{z} - \ln |\mathbf{E} + \mathbf{R}(\alpha, \hat{r}(\alpha), \hat{\sigma}_c^2(\alpha))| \quad (20)$$

с максимально правдоподобной оценкой азимута радиолокационной цели

$$\hat{\alpha} = \arg \max_{\alpha} \Psi(\mathbf{z} / \alpha). \quad (21)$$

Выражения (20), (21) совместно с (11)-(14), (18), (19) являются квазиоптимальным алгоритмом оценивания азимута в условиях априорной неопределенности. Квазиоптимальность определяется формированием ВВК приемных каналов безотносительно к угловому положению цели, что резко сокращает требования к производительности процессора обработки, а также использованием нестрогого метода наименьших квадратов при оценке неизвестных параметров распределений. Отметим, что при замене в (7) ВВК  $\omega_i$  на  $\omega_i(\alpha) = \Phi_i^{-1} \mathbf{s}(\alpha_{a_i} - \alpha)$ , что соответствует максимуму отношения сигнал/помеха+шум для предполагаемого углового положения сигнала  $\alpha$ , получим алгоритм оценивания угловых координат, близкий к оптимальному.

Для некогерентной пачки быстро флуктуирующих сигналов, с учетом того, что

$$R_{k,m}(\alpha, r=0, \hat{\sigma}_c^2) = \begin{cases} \hat{\sigma}_c^2 |\dot{Z}_{\text{оп}_k}(\alpha)|^2, & k = m \\ 0, & k \neq m \end{cases}$$

решающая статистика примет вид

$$\Psi_{\text{БФ}}(\mathbf{z} / \alpha) = \sum_{i=1}^I \ln \frac{1}{1 + \hat{\sigma}_c^2(\alpha) |\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha)|^2} + \sum_{i=1}^I \frac{\hat{\sigma}_c^2(\alpha) |\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha)|^2}{1 + \hat{\sigma}_c^2(\alpha) |\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha)|^2} |\dot{Z}_i|^2, \quad (22)$$

где  $\hat{\sigma}_c^2(\alpha)$  по прежнему определяется (18).

Элементы входящей в (20) корреляционной матрицы ОС для двухэтапного алгоритма будут определяться как

$$R_{k,m}(\alpha, \hat{r}, \hat{\sigma}_c^2) = \overline{\dot{Z}_k Z_m^*} = \frac{\overline{\omega_k^+ \mathbf{u}_k \underline{Q} \mathbf{u}_m^+ \underline{Q} \omega_m}}{\sqrt{\hat{P}_{\text{ш}+\text{п}_k}} \sqrt{\hat{P}_{\text{ш}+\text{п}_m}}} = \frac{\hat{\sigma}_c^2}{\sqrt{\hat{P}_{\text{ш}+\text{п}_k}} \sqrt{\hat{P}_{\text{ш}+\text{п}_m}}} \times \left[ \sum_{i_1=1}^K \sum_{i_2=1}^K \left[ h_{i_1} h_{i_2} \hat{r}^{|k-m-i_1+i_2|} \dot{F}_0(\alpha_{a_{k+1-i_1}} - \alpha) F_0^*(\alpha_{a_{m+1-i_2}} - \alpha) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \mathbf{s}(\alpha_{a_{k+1-i_1}} - \alpha) \mathbf{s}^+(\alpha_{a_{m+1-i_2}} - \alpha) e^{j2\pi(k-m-i_1+i_2)(F_{DS} - F_{DP})T_r} \right] \omega_m \right] \quad (23)$$

где  $\hat{\sigma}_c^2 = \hat{\sigma}_c^2(\alpha)$ ,  $\hat{r} = \hat{r}(\alpha)$ .

При этом оценка мощности полезного сигнала соответствует (18) при

$$\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha) = \frac{\omega_i^+ \sum_{k=1}^K h_k \dot{F}_0(\alpha_{a_{i+1-k}} - \alpha) s(\alpha_{a_{i+1-k}} - \alpha) e^{j2\pi(i+1-k)(F_{DS} - F_{DP})T_r}}{\sqrt{\hat{P}_{\text{ш}+\text{п}_i}}}. \quad (24)$$

Оценку коэффициента корреляции на втором этапе найдем с учетом того, что активные помехи некоррелированы от периода к периоду и считая МО полностью компенсированными на первом этапе обработки:

$$\overline{\dot{Z}_k Z_{k+1}^*} = R_{k,k+1} = \frac{\sigma_c^2(\alpha)}{\sqrt{\hat{P}_{\text{ш}+\text{п}_k}} \sqrt{\hat{P}_{\text{ш}+\text{п}_{k+1}}}} \times \\ \times \omega_k^+ \sum_{i_1=1}^K \sum_{i_2=1}^K \left[ h_{i_1} h_{i_2} r^{|-1-i_1+i_2|} \dot{F}_0(\alpha_{a_{k+1-i_1}} - \alpha) F_0^*(\alpha_{a_{k+2-i_2}} - \alpha) \times \right. \\ \left. \times s(\alpha_{a_{k+1-i_1}} - \alpha) s^+(\alpha_{a_{k+2-i_2}} - \alpha) e^{j2\pi(-1-i_1+i_2)(F_{DS} - F_{DP})T_r} \right] \omega_{k+1}.$$

Величины  $\omega_k^+ s(\alpha_{a_{k+1-i_1}} - \alpha)$  и  $\omega_{k+1}^+ s(\alpha_{a_{k+2-i_2}} - \alpha)$  представляют собой ДН адаптированного канала на втором этапе обработки при приеме соответственно  $\overline{k-K+1, k}$  импульсов пачки и  $\overline{k-K+2, k+1}$  импульсов пачки. Так как при  $K = 2 \dots 4$  указанные ДН существенно не изменяются, то есть

$$\omega_k^+ s(\alpha_{a_{k+1-i_1}} - \alpha) \approx \dot{F}_a(\alpha_{a_k} - \alpha) \text{ и } \omega_{k+1}^+ s(\alpha_{a_{k+2-i_2}} - \alpha) \approx \dot{F}_a(\alpha_{a_{k+1}} - \alpha),$$

то предыдущее выражение можно переписать в виде

$$\overline{\dot{Z}_k Z_{k+1}^*} = \sigma_c^2 \frac{\dot{F}_a(\alpha_{a_k} - \alpha) F_a^*(\alpha_{a_{k+1}} - \alpha)}{\sqrt{\hat{P}_{\text{ш}+\text{п}_k}} \sqrt{\hat{P}_{\text{ш}+\text{п}_{k+1}}}} \sum_{i_1=1}^K \sum_{k_2=1}^K h_{i_1} h_{i_2} r^{|-1-i_1+i_2|} e^{j2\pi(F_{DS} - F_{DP})T_r(-1-i_1+i_2)}.$$

Рассмотрим величину

$$\dot{U}_T = \sum_{i_1=1}^K \sum_{k_2=1}^K h_{i_1} h_{i_2} r^{|-1-i_1+i_2|} e^{j2\pi(F_{DS} - F_{DP})T_r(-1-i_1+i_2)}.$$

Для случаев однократной ЧПК ( $h_1 = 1, h_2 = -1$ ), двукратной ЧПК ( $h_1 = 1, h_2 = -2, h_3 = 1$ ) и трехкратной ЧПК ( $h_1 = 1, h_2 = -3, h_3 = 3, h_4 = -1$ ) при  $r = 0,9 \dots 0,999$ , то есть для практически важных случаев коэффициента междупериодной корреляции для дружно флуктуирующего сигнала и  $2\pi(F_{DS} - F_{DP})T_r = (1/2 \dots 3/2)\pi$ , то есть, в диапазоне доплеровских скоростей цели в окрестности оптимальной, с достаточно высокой точностью выполняется

$$\dot{U}_T \approx r \sum_{i_1=1}^K \sum_{i_2=1}^K h_{i_1} h_{i_2} e^{j2\pi(F_{DS} - F_{DP})T_r(-1-i_1+i_2)},$$

то есть

$$\overline{\dot{Z}_k Z_{k+1}^*} = r \sigma_c^2 \frac{\dot{F}_a(\alpha_{a_k} - \alpha) F_a^*(\alpha_{a_{k+1}} - \alpha)}{\sqrt{\hat{P}_{\text{ш}+\text{п}_k}} \sqrt{\hat{P}_{\text{ш}+\text{п}_{k+1}}}} \sum_{i_1=1}^K \sum_{k_2=1}^K h_{i_1} h_{i_2} e^{j2\pi(F_{DS} - F_{DP})T_r(-1-i_1+i_2)}.$$

Используя метод наименьших квадратов находим

$$\hat{r}(\alpha) = \frac{\operatorname{Re} \left( \sum_{k=1}^{I-1} \dot{Z}_k Z_{k+1}^* S_k^* \right)}{\hat{\sigma}_c^2(\alpha) \sum_{i=1}^{I-1} |\dot{S}_k|^2}, \quad (25)$$

где

$$\dot{S}_k = \frac{\sum_{i_1=0}^K \sum_{i_2=0}^K H_{i_1} H_{i_2} e^{j2\pi(F_{DS} - F_{DP})T_r(-1-i_1+i_2)} \omega_k^+ \mathbf{s}(\alpha_{a_{k+1-i_1}} - \alpha) \mathbf{s}^+(\alpha_{a_{k+2-i_2}} - \alpha) \omega_{k+1}}{\sqrt{\hat{P}_{\Pi+\Psi_k}} \sqrt{\hat{P}_{\Pi+\Psi_{k+1}}}}.$$

Отметим, что коэффициент  $r$  между периодной корреляции ОС для типовых радиолокационных целей с достаточной для практики точностью может быть оценен исходя из условий (дальности) наблюдения и типа радиолокационной цели. В этой связи от достаточно трудоемкой его оценки согласно (25) для двухэтапного алгоритма в некоторых случаях можно отказаться.

Анализ математических соотношений для двухэтапного алгоритма показывает, что наиболее трудоемкой является операции обращения входящей в (20) матрицы вида  $\mathbf{R}_{\text{обр}} = \mathbf{E} + \mathbf{R}(\alpha, \hat{r}(\alpha), \hat{\sigma}_c^2(\alpha))$ . Размерность указанной матрицы определяется числом импульсов на интервале радиолокационного наблюдения и для измерителей типовых РЛС может составлять десятки-сотни.

Для снижения вычислительных затрат при обработке может использоваться приведение матрицы  $\mathbf{R}_{\text{обр}}$  к блочно-диагональному виду с размерностью матриц  $\mathbf{H}_\ell$ ,  $\ell = \overline{1, L}$  на главной диагонали  $B \times B$  ( $B$  – нечетное,  $B = 1, 3, 5, \dots$ ) и числом указанных матриц  $L = I/B$  (число  $I$  обрабатываемых отсчетов подбирается таким образом, чтобы отношение  $I/B$  было целым):

$$\mathbf{R}_{\text{обр}} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_2 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{H}_L \end{pmatrix}, \quad (26)$$

где элементы блочных матриц на главной диагонали

$$H_{\ell k, m} = \dot{R}_{\text{обр} k+(\ell-1)B, m+(\ell-1)B}, \quad k = \overline{1, B}; \quad m = \overline{1, B}. \quad (27)$$

В этом случае вычисление обратной матрицы сводится к вычислению  $L$  обратных матриц уменьшенной размерности  $B \times B$  и упрощается вычисление определителя:

$$\mathbf{R}_{\text{обр}}^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_1^{-1} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_2^{-1} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{H}_L^{-1} \end{pmatrix}; \quad |\mathbf{R}_{\text{обр}}| = \prod_{\ell=1}^L |\mathbf{H}_\ell|.$$

Отметим, что переход к блочно-диагональной матрице обработки физически соответствует уменьшению времени когерентного накопления ОС.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДВУХЭТАПНОГО АЛГОРИТМА

Предлагаемый алгоритм проводился методом компьютерного моделирования. Рассматривался измеритель угловой координаты в составе обзорной РЛС с механическим вращением антенной системы. Моделируемая антенная система включала основную приемопередающую антенну прямоугольной формы размерами  $15 \times 2,5$  длин волн и четыре компенсационные антенны размерами  $1 \times 2,5$  длин волн, попарно пристыкованных справа и слева к основной апертуре. Амплитудное распределение поля на апертурах принималось равномерным, погрешности распределения на апертурах не учитывались. Параметры измерителя следующие:  $\Omega_a = 30$  град/с,  $T_r = 1$  мс;  $\Delta\alpha_{0,5} = 3,8^\circ$ ; число обрабатываемых импульсов  $I = 254$  (при длительности наблюдаемой реализации, определяемой угловым расстоянием между первыми нулями ДН основного канала).

Энергетические и сигнальные характеристики измерителя и параметры пространственной ситуации таковы, что отношения  $q_c^2$  сигнал/шум,  $q_{MO}^2$  мешающие отражения/шум и  $q_{\Pi}^2$  помеха/шум на выходе изотропной приемной антенны после внутривычислительной обработки составляли  $q_c^2 = 0 \dots 20$  дБ,  $q_{MO}^2 = 10 \dots 30$  дБ и  $q_{\Pi}^2 = 30 \dots 50$  дБ. Дополнительно принимались следующие исходные данные: по МО –  $\tau_{MO} = 200$  мс (экспоненциальная корреляционная функция флуктуаций);  $F_{DP} = 20$  Гц;  $q_{MO}^2 = 40$  дБ; по алгоритму обработки – однократная ЧПК (достижимый коэффициент подавления мешающих отражений около 20 дБ); параметр регуляризации  $\mu_p = 10$ . Рассматриваемая ситуация является достаточно «тяжелой» ввиду наличия как мощных МО, так и внешних помех, воздействующих по главному лепестку ДН антенны основного канала.

В ходе моделирования двухэтапного алгоритма был установлен факт невозможности достижения достаточно высокой точности оценивания коэффициента междупериодной корреляции ОС согласно (25) на основе метода наименьших квадратов. При этом мощность ОС согласно (18) с учетом (24) оценивалась с приемлемой точностью. В частности, наблюдался парадоксальный факт, когда при близко расположенном источнике внешних помех ( $|\alpha_{\Pi} - \alpha_c| / \Delta\alpha_{0,5} < 0,5$ ) коэффициент  $r$  оценивался достаточно точно (среднеквадратическое отклонение оценки  $\sigma_r = 0,01 \dots 0,02$  при  $r = 0,98 \dots 0,999$ ), а при смещении источника помех в область боковых лепестков основного канала ( $|\alpha_{\Pi} - \alpha_c| / \Delta\alpha_{0,5} > 1,0$ ) типовые ошибки определения коэффициента  $r$  дружнофлуктуирующего сигнала составляли  $r - \hat{r}(\alpha_c) = 0,2 \dots 0,5$ . Это обстоятельство обусловлено снижением качества компенсации внешних помех в присутствии МО [7] и приводило, фактически, к тому, что

принимаемый дружнофлуктуирующий ОС неправильно обрабатывался как быстрофлуктуирующий. Ввиду этого обстоятельства для двухэтапного алгоритма коэффициент  $r$  не оценивался, а принимался равным (для рассматриваемого сигнала)  $r=0,95$ , то есть интервал корреляции ОС в алгоритме обработки искусственно уменьшался в сравнении с истинным значением.

На рис. 1, 2 для одной из принимаемых реализаций приведены квадраты модулей отсчетов  $\dot{U}_{п+ш_i}$ ,  $\dot{U}_{мо_i}$ ,  $\dot{U}_{с_i}$  суммы внешней помехи и внутренних шумов, мешающих отражений и отраженного сигнала в элементе разрешения, соответствующем времени задержки отраженного сигнала после первого (рис. 1) и второго (рис. 2) этапов обработки. На рис. 3а для этой реализации приведен вид логарифма ФОП, а на рис. 3б – вид ФОП при воздействии внешней помехи по первому боковому лепестку ДН основного канала.

Как следует из анализа характера зависимостей, после первого этапа компенсации внешней помехи среднее отношение мешающие отражения/нескомпенсированная внешняя помеха+взвешенный шум составляет около 20 дБ, что является вполне достаточным для точного оценивания доплеровского сдвига частоты мешающих отражений.

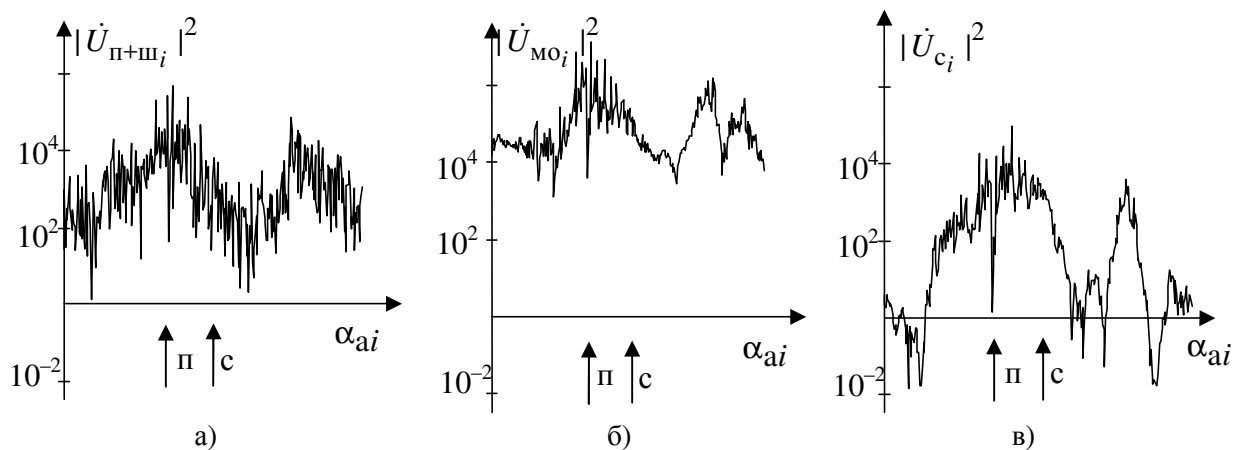


Рис. 1. Квадраты отсчетов внешней помехи и взвешенных внутренних шумов (а), мешающих отражений (б) и полезного сигнала (в) после первого этапа обработки

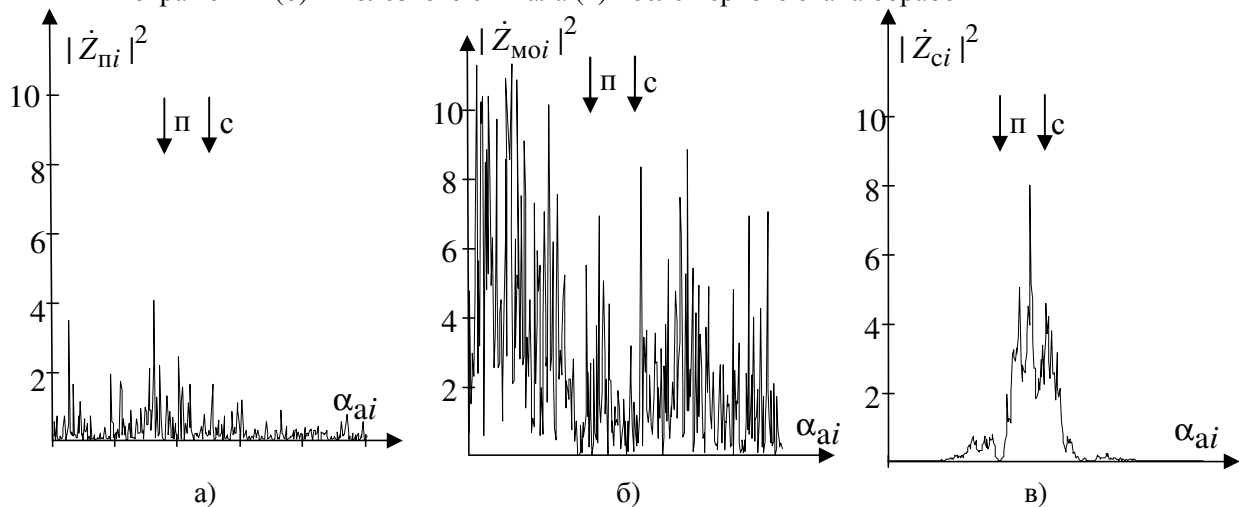


Рис. 2. Квадраты отсчетов внешней помехи и взвешенных внутренних шумов (а), мешающих отражений (б) и полезного сигнала (в) после второго этапа обработки

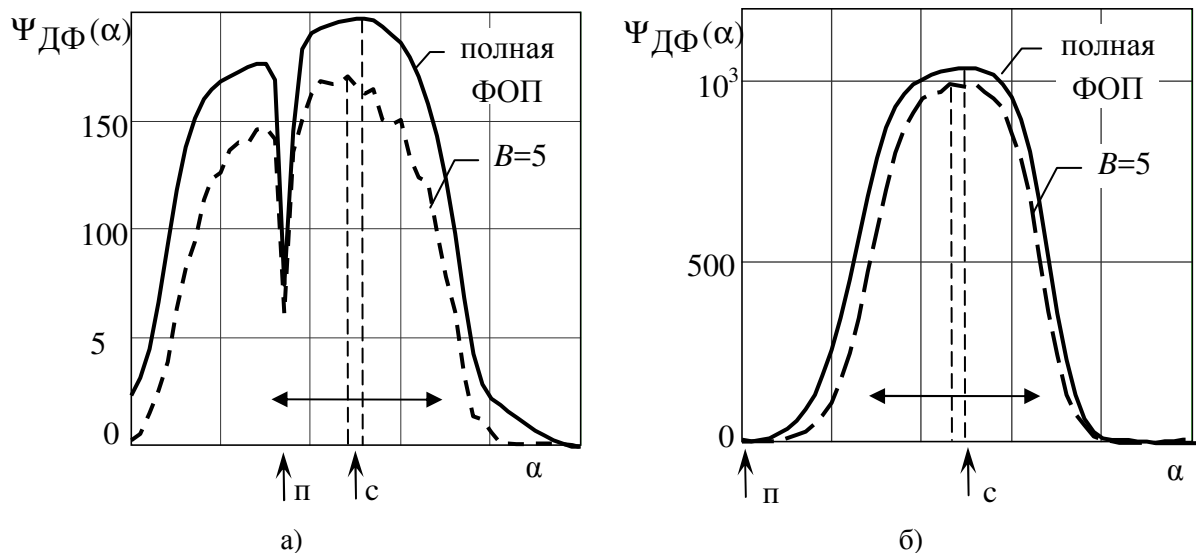


Рис. 3. Вид логарифма ФОП при нормированном угловом отклонении помехи от сигнала  $-0,4$  (а) и  $1,25$  (б)

В рассматриваемой реализации оценка (9) доплеровского сдвига частоты МО составила 20,2 Гц при истинном значении 20 Гц. Степень компенсации внешней помехи ограничена присутствием в обучающей выборке мощных МО [7]. В то же время среднее отношение полезный сигнал/нескомпенсированная помеха+шум (по одному импульсу пачки) составляет около 0 дБ, что недостаточно для надежного обнаружения и оценивания угловых координат цели.

После второго этапа обработки: отношение сигнал/нескомпенсированная внешняя помеха + взвешенный внутренний шум составляет около 5 дБ; отношение сигнал/нескомпенсированные МО на интервале углов вблизи направления на цель в пределах главного лепестка ДН основного канала составляет, как и следовало ожидать с учетом степени компенсации МО, около 0 дБ, однако так как остатки МО не коррелированы и при построении решающей статистики будут накапливаться некогерентно, а ОС – когерентно, этого оказывается достаточно для точного измерения угловых координат.

Формируемая оценка  $\hat{\alpha}$  координаты полезного сигнала является достаточно точной: несмотря на воздействие близкорасположенного мощного источника внешней помехи ошибка составляет  $0,2^\circ$  или 5,3% от ширины главного лепестка ДН основного канала. Как и в случае одноэтапного алгоритма, использование усеченной оценки КМ блочно-диагонального вида приводит к снижению максимума ФОП, но степень снижения для двухэтапного алгоритма больше и может составить до 10...15%. Влияние коэффициента регуляризации  $\mu_p$  оказалось для изотропных МО с учетом временного обеления по результатам моделирования незначительным.

При увеличении углового отклонения источника мощной помех от полезного сигнала среднее значение максимума логарифма ФОП возрастает. Указанное возрастание наблюдается также при уменьшении мощности МО или увеличении степени их компенсации (увеличении интервала корреляции флуктуаций МО). При воздействии внешних помех по скату главного лепестка ДН основного канала ошибка

оценки азимута цели ввиду снижения результирующего отношения сигнал/помеха+шум при «вырезании» близко расположенной по углу помехи в отдельных реализациях может быть сравнима с шириной главного лепестка ДН основного канала. При смещении помехи в первый и второй лепесток ДН основного канала максимальные и средние квадратические значения ошибки оценки азимута, как и следовало ожидать, уменьшаются.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обоснованный квазиоптимальный алгоритм является относительно простым в реализации и обеспечивает высокоточное оценивание азимута радиолокационной цели при быстрых и дружных флуктуациях ОС при наличии МО с априори неизвестными параметрами и источников внешних помех. Он может быть использован при построении измерителей-обнаружителей обзорных радиолокационных станций с многоканальными приемными системами при круговом и секторном механическом сканировании в том числе, при различиях угловых положений цели и источников помех существенно меньших, чем разрешающая способность измерителя по углу.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Robert A. Monzingo, Thomas W. Miller. Introduction to Adaptive Arrays. SciTech Publishing, Inc., Raleigh, NC 27615, 2004, 552 p.
2. Торбин С.А., Григорян Д.С. Способ защиты моноимпульсного радиопеленгатора от активной шумовой помехи по основным лепесткам диаграмм направленности антенн // Антенны, 2014, № 7, с. 54-61.
3. Григорян Д.С., Торбин С.А., Герасимов В.В. Защита моноимпульсного радиопеленгатора от активной шумовой помехи, действующей по основным лепесткам диаграмм направленности // Вестник Концерна ПВО «Алмаз-Антей», 2014, № 2, с. 103-112.
4. Чижов А.А. Сверхразрешение радиолокационных целей при воздействии активных шумовых помех по основному и ближним боковым лепесткам диаграммы направленности антенны РЛС // Информационно-управляющие системы. 2016, № 1, с. 88-92. DOI:10.15217/issn1684-8853.2016.1.88.
5. Козлов С.В., Ву Тхань Ха. Оценивание угловых координат в радиолокационных станциях с подсистемами пространственной компенсации помех. Доклады БГУИР. 2019, № 4, с. 48-56. <https://doklady.bsuir.by/jour/article/view/1093/1094>.
6. Тихонов Р. С., Родзивилов В. А., Голосов П. В. Эффективность пространственно-временной обработки в бортовых радиолокационных станциях // Наука и образование. Электронный научно-технический журнал. 2013, № 04. DOI: 10.7463/0413.0547801.
7. Козлов С.В., Ву Тхань Ха. Алгоритмы обработки сигналов в радиолокационных измерителях угловых координат со сканирующей многоканальной антенной системой. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2019. № 11. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/nov19/10/text.pdf> DOI 10.30898/1684-1719.2019.11.10

## REFERENCES

1. Robert A. Monzingo, Thomas W. Miller. Introduction to Adaptive Arrays. SciTech Publishing, Inc., Raleigh, NC 27615, 2004, 552 p.
2. Torbin S.A., Grigoryan D.S. A method for protecting a monopulse direction finder from active noise interference along the main lobes of antenna patterns // Antennas, 2014, No. 7, p. 54-61.
3. Grigoryan D.S., Torbin S.A., Gerasimov V.V. Protection of a single-pulse direction finder from active noise interference acting on the main lobes of radiation patterns // Bulletin of the Almaz-Antey Air Defense Concern, 2014, No. 2, p. 103-112.

4. Chizhov A.A. Super-resolution of radar targets when exposed to active noise interference along the main and near side lobes of the radiation pattern of the radar antenna // Information and control systems. 2016, No. 1, p. 88-92. DOI: 10.15217 / issn1684-8853.2016.1.88.
5. Kozlov SV, Vu Thanh Ha. Estimation of angular coordinates in radar stations with subsystems of spatial interference compensation. BSUIR reports. 2019, No. 4, p. 48-56.  
<https://doklady.bsuir.by/jour/article/view/1093/1094>.
6. Tikhonov R. S., Rodzivilov V. A., Golosov P. V. Efficiency of space-time processing in airborne radar stations // Science and Education. Electronic scientific and technical journal. 2013, No. 04. DOI: 10.7463 / 0413.0547801.
7. Kozlov S.V., Vu Thanh Ha. Signal processing algorithms in the radar detector-meter of angular coordinates with scanning multi-channel antenna system. Journal of Radio Electronics [electronic journal]. 2019. No. 11. Access mode: <http://jre.cplire.ru/jre/nov19/10/text.pdf>. DOI 10.30898 / 1684-1719.2019.11.10.