

# СТАТИСТИЧЕСКИЕ ЭКВИВАЛЕНТЫ КВАЗИОПТИМАЛЬНЫХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ УГЛОВЫХ КООРДИНАТ СО СКАНИРУЮЩЕЙ МНОГОКАНАЛЬНОЙ АНТЕННОЙ СИСТЕМОЙ

Ву Тхань Ха, С. В. Козлов

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь

**Аннотация.** Получены аналитические выражения для среднего квадратического отклонения (СКО) ошибок оценивания угловых координат цели для квазиоптимальных алгоритмов обработки флуктуирующих сигналов в радиолокационных измерителях со сканирующей многоканальной приемной системой в условиях внешних помех. Показана сходимость аналитических оценок с вычислением информационной матрицы Фишера, упрощенных выражений для СКО и результатов компьютерного моделирования. Приведены результаты исследования точности определения угловых координат для типовых пространственно-энергетических ситуаций.

**Ключевые слова:** пространственная компенсация помех, многоканальная антенная система, матрица Фишера, измеритель угловых координат, сканирование, статистические характеристики, функция отношения правдоподобия.

## STATISTICAL EQUIVALENTS OF QUASI-OPTIMAL RADAR DETECTOR- METER OF ANGULAR COORDINATES WITH SCANNING MULTI-CHANNEL ANTENNA SYSTEM

Vu Thanh Ha, S. V. Kozlov

Belarusian state university of informatics and radioelectronics, Minsk, Belarus

**Abstract.** Analytical expressions are obtained for the standard deviation of the error in estimating the angular coordinates of the target for quasi-optimal algorithms for processing fluctuating signals in radar meters with scanning multi-channel receiving system under external interference. The convergence of analytical estimates with the calculation of the Fisher information matrix, simplified expressions for standard deviations, and computer simulation results is shown. The results of the study of the accuracy of determining the angular coordinates for typical spatial-energy situations are presented.

**Keywords:** spatial interference compensation, multi-channel antenna system, Fisher matrix, angular coordinates meter, scanning, statistical characteristics, likelihood ratio function.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В [1, 2] для модельного случая нефлуктуирующего и реальных случаев дружно- и быстрофлуктуирующего отраженного сигнала (ОС) при отсутствии и наличии мешающих отражений (МО) обоснованы модификации квазиоптимальных алгоритмов оценивания пеленга цели в измерителе угловых координат обзорной радиолокационной станции (РЛС) с подсистемой пространственной компенсации помех (ПКП) на базе многоканальной антенной системы. Статистические характеристики пеленгации ОС для указанных алгоритмов не исследовались. Их получение и исследование является целью настоящей статьи.

## 2. МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ЭКВИВАЛЕНТОВ КВАЗИОПТИМАЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ

Для иллюстрации предлагаемого подхода ограничимся случаем отсутствия МО и реализации одноэтапного [2] алгоритма функционирования измерителя. Кроме того, будем полагать, что коэффициент  $r$  между периодической корреляции ОС известен с достаточной точностью.

Оцениваемыми является азимут  $\hat{\alpha}$  и средняя мощность  $\sigma_c^2$  ОС на выходе изотропной приемной антенны при облучении цели максимумом главного лепестка ДН передающей антенны. Корреляционная матрица  $\mathbf{K}$  ошибок оценки параметров сигнала определяется выражением [3] вида

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} D_\alpha & K_{\alpha P} \\ K_{\alpha P} & D_{\sigma_c^2} \end{pmatrix} = -\mathbf{I}_\Phi, \quad (1)$$

где  $D_\alpha$ ,  $D_{\sigma_c^2}$ ,  $K_{\alpha P}$  - дисперсии и корреляционный момент связи ошибок

оценивания азимута и мощности ОС;  $\mathbf{I}_\Phi = \begin{pmatrix} A & B \\ B & C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{\frac{\partial^2 \Psi(\mathbf{z} / \alpha, \sigma_c^2)}{\partial \alpha^2}} & \overline{\frac{\partial^2 \Psi(\mathbf{z} / \alpha, \sigma_c^2)}{\partial \alpha \partial \sigma_c^2}} \\ \overline{\frac{\partial^2 \Psi(\mathbf{z} / \alpha, \sigma_c^2)}{\partial \alpha \partial \sigma_c^2}} & \overline{\frac{\partial^2 \Psi(\mathbf{z} / \alpha, \sigma_c^2)}{(\partial \sigma_c^2)^2}} \end{pmatrix}$  -

матрица Фишера;  $\Psi(\mathbf{z} / \alpha, \sigma_c^2)$  - логарифм функции отношения правдоподобия (ФОР); верхняя черта означает операцию статистического усреднения по ансамблю реализаций векторов  $\mathbf{z} = (\dot{Z}_1, \dot{Z}_2, \dots, \dot{Z}_I)^T$  отсчетов обеленной по пространству и времени принимаемой реализации;  $I$  - число отсчетов (импульсов в пачке) на интервале наблюдения [2].

Для дружно флуктуирующего сигнала [2]

$$\Psi_1(\mathbf{z} / \alpha, \sigma_c^2) = \mathbf{z}^+ (\mathbf{E} - (\mathbf{E} + \sigma_c^2 \mathbf{R}_H(\alpha))^{-1}) \mathbf{z} - \ln |\mathbf{E} + \sigma_c^2 \mathbf{R}_H(\alpha)|, \quad (2)$$

где  $\mathbf{R}_H(\alpha)$  - КМ отсчетов ОС единичной мощности с учетом операции обеления с элементами

$$R_{H_{k,m}}(\alpha) = r^{|k-m|} \dot{Z}_{\text{оп}k}(\alpha) Z_{\text{оп}m}^*(\alpha), \quad (3)$$

$$\dot{Z}_{\text{оп}k}(\alpha) = \frac{\dot{F}_0(\alpha_{ak} - \alpha) e^{j2\pi F_{DS} T_r k} \boldsymbol{\omega}_k^+ \mathbf{s}(\alpha_{ak} - \alpha)}{\sqrt{\hat{P}_{\text{ш}+\text{п}k}}} - \text{отсчеты ожидаемого (опорного)}$$

сигнала;  $\alpha_{ak}$  - азимут антенны РЛС при приеме  $k$ -го импульса;  $\dot{F}_0(\alpha_{ak} - \alpha)$ ,  $F_{DS}$ ,  $T_r$ ,  $\boldsymbol{\omega}_k^+$ ,  $\mathbf{s}(\alpha_{ak} - \alpha)$ ,  $\hat{P}_{\text{ш}+\text{п}k} = \boldsymbol{\omega}_k^+ \boldsymbol{\Phi}_k \boldsymbol{\omega}_k$  - диаграмма направленности передающей антенны; доплеровский сдвиг частоты ОС; период повторения импульсов РЛС; вектор весовых коэффициентов приемных каналов, вектор-столбец диаграмм направленности приемных каналов и оценка мощности взвешенных шумов и нескомпенсированных остатков

помех после пространственной компенсации помех, соответственно;  $\Phi_k$  - корреляционная матрица помех на выходах приемных каналов; «+» - знак эрмитового сопряжения. Здесь и далее все обозначения, кроме оговариваемых, соответствуют использованным в [1, 2].

ФОП (2) приводит к максимально-правдоподобной оценке вида

$$(\hat{\alpha}, \hat{\sigma}_c^2) = \arg \max_{\alpha, \sigma_c^2} \Psi_1(\mathbf{z} / \alpha, \sigma_c^2), \quad (4)$$

для которой КМ ошибок оценивания параметров соответствует (1).

Заменив в ФОП (1) значение  $\sigma_c^2$  на его оценку по методу наименьших квадратов

$$\hat{\sigma}_c^2(\alpha) = \frac{\sum_{i=1}^I (|\dot{Z}_i|^2 - \sigma_{ш}^2) |\dot{Z}_{оп_i}(\alpha)|^2}{\sum_{i=1}^I |\dot{Z}_{оп_i}(\alpha)|^4}, \quad (5)$$

получим упрощенную модификацию решающей статистики вида

$$\Psi_2(\mathbf{z} / \alpha) = \mathbf{z}^+ (\mathbf{E} - (\mathbf{E} + \hat{\sigma}_c^2(\alpha) \mathbf{R}_H(\alpha))^{-1}) \mathbf{z} - \ln |\mathbf{E} + \hat{\sigma}_c^2(\alpha) \mathbf{R}_H(\alpha)|, \quad (6)$$

с оценкой азимута

$$\hat{\alpha} = \arg \max_{\alpha} \Psi_2(\mathbf{z} / \alpha). \quad (7)$$

Для МП оценки (4) может быть получена матрица Фишера вида (1). Для статистики (6) и оценки (7) нижняя граница Рао-Крамера для дисперсия оценивания азимута

$$\sigma_{\alpha}^2 = - \left( \left. \frac{\partial^2 \Psi_2(\mathbf{z} / \alpha)}{\partial \alpha^2} \right|_{\alpha=\alpha_c} \right)^{-1} = - \left( \left. \frac{\partial^2 \Psi_2(\alpha)}{\partial \alpha^2} \right|_{\alpha=\alpha_c} \right)^{-1}, \quad (8)$$

где  $\Psi_2(\alpha) = \overline{\Psi_2(\mathbf{z} / \alpha)}$  - средняя по ансамблю реализацией вектора  $\mathbf{z}$  решающая статистика (6). Изменение в (8) порядка операций статистического усреднения и дифференцирования правомочно ввиду их линейности.

Получим значение элементов матрицы Фишера и дисперсии (8) для максимально-правдоподобного и упрощенного алгоритма (7).

Для получения КМ ошибок оценок максимального правдоподобия обозначим в (2)

$$\mathbf{H} = (\mathbf{E} + \sigma_c^2 \mathbf{R}_H(\alpha))^{-1}; \quad \mathbf{D} = \ln |\mathbf{E} + \sigma_c^2 \mathbf{R}_H(\alpha)|, \quad (9)$$

где  $\mathbf{R}_H(\alpha) = \mathbf{b}(\alpha) \mathbf{b}^+(\alpha) \otimes \mathbf{R}_r$ ;  $\mathbf{b}(\alpha) = (\dot{Z}_{оп_1}(\alpha), \dots, \dot{Z}_{оп_I}(\alpha))^T$ ;  $\mathbf{R}_r$  - матрица, составленная из междупериодных коэффициентов корреляции ОС с элементами  $R_{r_{k,m}} = r^{|k-m|}$ ;  $\otimes$  - операция поэлементного перемножения матриц.

Используя правила матричного дифференцирования, получим:

$$\mathbf{H}'_{\alpha} = \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \alpha} = -\sigma_c^2 \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{R}_H(\alpha)}{\partial \alpha} \mathbf{H};$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}'_{\alpha} &= \frac{\partial \mathbf{H}'_{\alpha}}{\partial \alpha} = -\sigma_c^2 \left( \mathbf{H}'_{\alpha} \frac{\partial \mathbf{R}_H(\alpha)}{\partial \alpha} \mathbf{H} + \mathbf{H} \frac{\partial^2 \mathbf{R}_H(\alpha)}{\partial \alpha^2} \mathbf{H} + \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{R}_H(\alpha)}{\partial \alpha} \mathbf{H}'_{\alpha} \right); \\
\mathbf{H}'_{\sigma_c^2} &= \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \sigma_c^2} = -\mathbf{H} \mathbf{R}_H(\alpha) \mathbf{H}; \quad \mathbf{H}''_{\sigma_c^2} = \frac{\partial \mathbf{H}'_{\sigma_c^2}}{\partial \sigma_c^2} = - \left( \mathbf{H}'_{\sigma_c^2} \mathbf{R}_H(\alpha) \mathbf{H} + \mathbf{H} \mathbf{R}_H(\alpha) \mathbf{H}'_{\sigma_c^2} \right); \\
\mathbf{H}''_{\alpha \sigma_c^2} &= - \left[ \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{R}_H(\alpha)}{\partial \alpha} \mathbf{H} + \sigma_c^2 \left( \mathbf{H}'_{\sigma_c^2} \frac{\partial \mathbf{R}_H(\alpha)}{\partial \alpha} \mathbf{H} + \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{R}_H(\alpha)}{\partial \alpha} \mathbf{H}'_{\sigma_c^2} \right) \right]; \\
\mathbf{D}'_{\alpha} &= \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \alpha} = \sigma_c^2 \text{tr} \left( \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{R}_H(\alpha)}{\partial \alpha} \right); \quad \mathbf{D}''_{\alpha} = \frac{\partial \mathbf{D}'_{\alpha}}{\partial \alpha} = \sigma_c^2 \text{tr} \left( \mathbf{H}'_{\alpha} \frac{\partial \mathbf{R}_H(\alpha)}{\partial \alpha} + \mathbf{H} \frac{\partial^2 \mathbf{R}_H(\alpha)}{\partial \alpha^2} \right); \\
\mathbf{D}'_{\sigma_c^2} &= \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \sigma_c^2} = \text{tr}(\mathbf{H} \mathbf{R}_H(\alpha)); \quad \mathbf{D}''_{\sigma_c^2} = \frac{\partial \mathbf{D}'_{\sigma_c^2}}{\partial \sigma_c^2} = \text{tr} \left( \mathbf{H}'_{\sigma_c^2} \mathbf{R}_H(\alpha) \right); \\
\mathbf{D}''_{\alpha \sigma_c^2} &= \text{tr} \left( \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{R}_H(\alpha)}{\partial \alpha} \right) + \sigma_c^2 \text{tr} \left( \mathbf{H}'_{\sigma_c^2} \frac{\partial \mathbf{R}_H(\alpha)}{\partial \alpha} \right),
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{R}_H(\alpha)}{\partial \alpha} &= \left( \frac{\partial \mathbf{b}(\alpha)}{\partial \alpha} \mathbf{b}^+(\alpha) + \mathbf{b}(\alpha) \left( \frac{\partial \mathbf{b}(\alpha)}{\partial \alpha} \right)^+ \right) \otimes \mathbf{R}_r; \\
\frac{\partial^2 \mathbf{R}_H(\alpha)}{\partial \alpha^2} &= \left( \frac{\partial^2 \mathbf{b}(\alpha)}{\partial \alpha^2} \mathbf{b}^+(\alpha) + 2 \frac{\partial \mathbf{b}(\alpha)}{\partial \alpha} \frac{\partial \mathbf{b}^+(\alpha)}{\partial \alpha} + \mathbf{b}(\alpha) \left( \frac{\partial^2 \mathbf{b}(\alpha)}{\partial \alpha^2} \right)^+ \right) \otimes \mathbf{R}_r; \\
\frac{\partial \mathbf{b}(\alpha)}{\partial \alpha} \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 \mathbf{b}(\alpha)}{\partial \alpha^2} &\text{ - векторы с } i\text{-ми элементами вида} \\
\frac{1}{\sqrt{\hat{P}_{\text{ш}+\text{п}_i}}} &\left( \frac{\partial \dot{F}_0(\alpha_{ai} - \alpha)}{\partial \alpha} \boldsymbol{\omega}_i^+ \mathbf{s}(\alpha_{ai} - \alpha) + \dot{F}_0(\alpha_{ai} - \alpha) \boldsymbol{\omega}_i^+ \frac{\partial \mathbf{s}(\alpha_{ai} - \alpha)}{\partial \alpha} \right) \text{ и} \\
\frac{1}{\sqrt{\hat{P}_{\text{ш}+\text{п}_i}}} &\left( \frac{\partial^2 \dot{F}_0(\alpha_{ai} - \alpha)}{\partial \alpha^2} \boldsymbol{\omega}_i^+ \mathbf{s}(\alpha_{ai} - \alpha) + 2 \frac{\partial \dot{F}_0(\alpha_{ai} - \alpha)}{\partial \alpha} \boldsymbol{\omega}_i^+ \frac{\partial \mathbf{s}(\alpha_{ai} - \alpha)}{\partial \alpha} + \dot{F}_0(\alpha_{ai} - \alpha) \boldsymbol{\omega}_i^+ \frac{\partial^2 \mathbf{s}(\alpha_{ai} - \alpha)}{\partial \alpha^2} \right); \\
\frac{\partial \mathbf{s}(\alpha_{ai} - \alpha)}{\partial \alpha} &= \left( \frac{\partial \dot{F}_0(\alpha_{ai} - \alpha)}{\partial \alpha}, \frac{\partial \dot{F}_1(\alpha_{ai} - \alpha)}{\partial \alpha}, \dots, \frac{\partial \dot{F}_N(\alpha_{ai} - \alpha)}{\partial \alpha} \right)^T.
\end{aligned}$$

Тогда элементы матрицы Фишера в виде средних значений производных ФОП в точке  $\alpha = \alpha_c; \sigma_c^2 = P_c$  с учетом некоррелированности некомпенсированных остатков помех и внутренних шумов и нормировки их суммарной мощности к единице составят

$$\begin{aligned}
A &= -(\mathbf{z}^+ \mathbf{H}'_{\alpha} \mathbf{z} + \mathbf{D}'_{\alpha}) = -\sum_i \sum_j H''_{\alpha_{i,j}} \overline{Z_i Z_j^*} - \sigma_c^2 \text{tr} \left( \mathbf{H}'_{\alpha} \frac{\partial \mathbf{R}_H(\alpha)}{\partial \alpha} + \mathbf{H} \frac{\partial^2 \mathbf{R}_H(\alpha)}{\partial \alpha^2} \right) = \\
&= -\sum_i \sum_j H''_{\alpha_{i,j}} Q_{i,j} - \sigma_c^2 \text{tr} \left( \mathbf{H}'_{\alpha} \frac{\partial \mathbf{R}_H(\alpha)}{\partial \alpha} + \mathbf{H} \frac{\partial^2 \mathbf{R}_H(\alpha)}{\partial \alpha^2} \right);
\end{aligned}$$

$$Q_{i,j} = \begin{cases} 1 + \sigma_c^2 b_i(\alpha) b_j^*(\alpha), i = j \\ r^{|i-j|} \sigma_{ci}^2(\alpha) b_i(\alpha) b_j^*(\alpha), i \neq j \end{cases};$$

$$B = -\sum_i \sum_j H_{\alpha_{i,j}}'' Q_{i,j} - \left[ \text{tr} \left( \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{R}_H(\alpha)}{\partial \alpha} \right) + \sigma_c^2 \text{tr} \left( \mathbf{H}'_{\sigma_c^2} \frac{\partial \mathbf{R}_H(\alpha)}{\partial \alpha} \right) \right];$$

$$C = -\sum_i \sum_j H_{\alpha_{i,j}}'' Q_{i,j} - \text{tr} \left( \mathbf{H}'_{\sigma_c^2} \mathbf{R}_H(\alpha) \right).$$

Обращая матрицу Фишера и беря результат с обратным знаком, получим:

$$-\mathbf{I}_{\Phi}^{-1} = \frac{1}{B^2 - AC} \begin{pmatrix} C & -B \\ -B & A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{\alpha}^2 & r_{\alpha P} \sigma_{\alpha} \sigma_P \\ r_{\alpha P} \sigma_{\alpha} \sigma_P & \sigma_P^2 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Дисперсии оценивания азимута, мощности сигнала и коэффициент корреляции оценок:

$$\sigma_{\alpha}^2 = \frac{C}{B^2 - AC}; \quad \sigma_P^2 = \frac{A}{B^2 - AC}; \quad r_{\alpha P} = -\frac{B}{\sqrt{AC}}. \quad (11)$$

Получим выражения для дисперсии оценивания азимута для упрощенного алгоритма (7). Аппроксимируем ФОП (6) в окрестности точки  $\alpha = \alpha_c$  (окрестности максимума) параболой вида

$$\Psi_2(\alpha) = a\alpha^2 + b\alpha + c. \quad (12)$$

где вектор  $(a, b, c)^T$  коэффициентов является решением системы уравнений

$$\begin{cases} a(\alpha_c - \delta\alpha)^2 + b(\alpha_c - \delta\alpha) + c = \overline{\Psi_2(\alpha_c - \delta\alpha)} = \Psi_-; \\ a\alpha_c^2 + b\alpha_c + c = \overline{\Psi_2(\alpha_c)} = \Psi_0; \\ a(\alpha_c + \delta\alpha)^2 + b(\alpha_c + \delta\alpha) + c = \overline{\Psi_2(\alpha_c + \delta\alpha)} = \Psi_+, \end{cases} \quad (13)$$

а  $\overline{\Psi_2(\alpha_c - \delta\alpha)} = \Psi_-$ ,  $\overline{\Psi_2(\alpha_c)} = \Psi_0$ ,  $\overline{\Psi_2(\alpha_c + \delta\alpha)} = \Psi_+$  - средние значения ФОП в точках  $\alpha_c - \delta\alpha$ ;  $\alpha_c$ ;  $\alpha_c + \delta\alpha$ , соответственно.

Из (12), (13) имеем

$$a = \frac{\Psi_+ - 2\Psi_0 + \Psi_-}{2\delta\alpha^2}. \quad (14)$$

Так как  $\partial^2 \Psi_2(\alpha) / \partial \alpha^2 = 2a$ , то дисперсия ошибки пеленгации

$$\sigma_{\alpha}^2 = \frac{\delta\alpha^2}{-\Psi_+ + 2\Psi_0 - \Psi_-}. \quad (15)$$

Средние значения ФОП (6) в заданных точках составят

$$\Psi_{\pm} = \overline{\Psi_2(\mathbf{z} / \alpha_c \pm \delta\alpha)} = \overline{(\mathbf{z}_{\text{п+ш}} + \mathbf{z}_c)^+ \mathbf{H}^{(\pm)} (\mathbf{z}_{\text{п+ш}} + \mathbf{z}_c) - \ln |\mathbf{E} + \hat{\sigma}_c^2(\alpha_c \pm \delta\alpha) \mathbf{R}_H(\alpha_c \pm \delta\alpha)|} = \sigma_c^2 \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^I H_{i,j}^{(\pm)} r^{|i-j|} \dot{Z}_{\text{оп}i}(\alpha_c \pm \delta\alpha) Z_{\text{оп}j}^*(\alpha_c \pm \delta\alpha) +$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i=1}^I H_{i,i}^{(\pm)} - \ln |\mathbf{E} + \overline{\sigma_c^2}(\alpha_c \pm \delta\alpha) \mathbf{R}_H(\alpha_c \pm \delta\alpha)|; \\
\Psi_0 & = \sigma_c^2 \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^I H_{i,j}^{(0)} r^{|i-j|} \dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha_c) Z_{\text{оп}_j}^*(\alpha_c) + \sum_{i=1}^I H_{i,i}^{(0)} - \ln |\mathbf{E} + \overline{\sigma_c^2}(\alpha_c) \mathbf{R}_H(\alpha_c)|,
\end{aligned} \tag{16}$$

где

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}^{(\pm)} & = \mathbf{E} - (\mathbf{E} + \overline{\sigma_c^2}(\alpha_c \pm \delta\alpha) \mathbf{R}_H(\alpha_c \pm \delta\alpha))^{-1}; \\
\mathbf{H}^{(0)} & = \mathbf{E} - (\mathbf{E} + \overline{\sigma_c^2}(\alpha_c) \mathbf{R}_H(\alpha_c))^{-1}; \\
\overline{\sigma_c^2}(\alpha_c \pm \delta\alpha) & = \sigma_c^2 \frac{\sum_{i=1}^I |\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha_c)|^2 |\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha_c \pm \delta\alpha)|^2}{\sum_{i=1}^I |\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha_c \pm \delta\alpha)|^4}; \quad \overline{\sigma_c^2}(\alpha_c) = \sigma_c^2.
\end{aligned} \tag{17}$$

При выводе учтено, что с учетом некоррелированности остатков помехи и шума и нормировки по мощности  $\overline{\mathbf{z}_{\text{п+ш}} \mathbf{z}_{\text{п+ш}}^+} = \mathbf{E}$ .

Таким образом (15) совместно с (16), (17) определяет дисперсию результатов оценивания азимута ОС для упрощенного алгоритма с оценкой мощности ОС методом наименьших квадратов.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Проверка полученных аналитических соотношений проводилась путем компьютерного моделирования упрощенного алгоритма (7), получения выборочных математических ожиданий и СКО ошибок оценивания пеленга цели и их сравнения их аналитическими оценками (11) и (15). Моделирование проводилось для случая наличия одного мощного источника помех, угловое положение которого, нормированное к ширине  $\Delta\alpha_{0,5}$  главного лепестка ДН основной приемопередающей антенны, составляло величину 0,125...2,5. При расчетах принимались следующие исходные данные. По РЛС и измерителю: основная приемопередающая антенна прямоугольной формы с шириной главного лепестка по азимуту  $\Delta\alpha_{0,5} = 3,8^\circ$ , представляющая собой прямоугольную решетку из  $30 \times 5$  приемно-передающих элементов с межэлементным расстоянием, равным половине длины волны; четыре антенны компенсационных каналов в виде решеток из  $2 \times 5$  приемных элементов, размещаемые попарно справа и слева от основной антенны, амплитудное распределение поля на апертурах принималось равномерным, погрешности не учитывались; угловая скорость вращения антенны РЛС  $\Omega_a = 30$  град/с, частота повторения импульсов  $F_r = 1000$  Гц; импульсная мощность 100 кВт; зондирующий сигнал – когерентная пачка простых прямоугольных радиоимпульсов длительностью 1 мкс. По цели: эффективная площадь рассеяния принималась  $1 \text{ м}^2$ , интервал корреляции флуктуаций ОС  $\tau_c = 1...500$  мс. Источник прицельных по частоте помех воздействовал с дальности 100 км и имел мощность 1 кВт. При указанных параметрах отношение сигнал/шум без помех по одному импульсу пачки в максимуме ДН составляет 8,4 дБ, отношение помеха/шум при воздействии

помехи по максимуму ДН основного/компенсационного каналов 74/62 дБ. Корреляционная матрица помех на выходах приемных каналов при моделировании оценивалась по 40 отсчетам.

Таблица 1. Результаты аналитических оценок и компьютерного моделирования

Интервал корреляции ОС, с	Вид оценки	Нормированная СКО ошибок пеленгации $\times 100\%$ , при нормированном угловом отклонении источника помехи от источника сигнала				
		0,25	0,5	0,8	1,1	1,3
0,5	Ф	6,4	5,1	3,5	3,1	3,3
	У	6,5	5,1	3,6	3,2	3,6
	М	6,5	5,3	4,3	4,1	4,5
0,1	Ф	7,4	5,7	4,2	3,6	3,9
	У	7,4	5,7	4,1	3,6	4,1
	М	9,7	6,7	5,9	4,8	5,3
0,05	Ф	7,1	5,4	4	3,4	3,9
	У	7,1	5,4	4	3,4	4
	М	8,3	6,4	5,7	4,2	4,9
0,01	Ф	5,8	4,3	3,2	2,7	3,2
	У	5,8	4,2	3,2	2,7	3,2
	М	7,8	4,8	3,8	3	3,4
0,001	Ф	5	3,3	2,5	2	2,3
	У	4,9	3,2	2,5	2	2,3
	М	5,4	3,4	3	2,1	2,8

Таблица 2. Параметры выборочных распределений

Интервал корреляции ОС, с	Факт смещенности оценки или нормированная средняя ошибка (%)				
	коэффициенты асимметрии / эксцесса				
	0,25	0,5	0,8	1,1	1,3
0,5	<u>нет</u>	<u>нет</u>	<u>нет</u>	<u>нет</u>	<u>нет</u>
	2,6/0,48	3,2 / 0,23	5,9 / -0,41	7,3 / 0,32	3,9 / 0,9
0,1	<u>нет</u>	<u>-1,3</u>	<u>-1,3</u>	<u>нет</u>	<u>нет</u>
	1,3 / 0,26	1,3 / -0,23	1,1 / -0,58	2,5 / 0,48	1,7 / 0,56
0,05	<u>нет</u>	<u>нет</u>	<u>-1,3</u>	<u>нет</u>	<u>нет</u>
	1,2 / 0,1	3,2 / 0,23	4,1 / -1,1	2,3 / 0,53	1,8 / 0,35
0,01	<u>нет</u>	<u>-1,3</u>	<u>нет</u>	<u>нет</u>	<u>нет</u>
	0,3 / 0,23	0,4 / -0,38	1,1 / -0,37	-0,1 / -0,4	0,24 / 0,18
0,001	<u>-1,3</u>	<u>-1,6</u>	<u>нет</u>	<u>нет</u>	<u>нет</u>
	-0,1 / 0,16	-0,08 / 0,25	0,02 / 0	0,1 / 0,2	0,2 / 0,28

Результаты моделирования при достаточном (500) числе реализаций в виде нормированных СКО ошибок пеленгации (в процентах к ширине главного лепестка) приведены в таблице 1, где вид оценки «Ф» соответствует оценке (11), «У» - упрощенной оценке (15) и «М» - выборочным значениям СКО при компьютерном моделировании. В таблице 2 приведены данные по смещенности/несмещенности выборочных математических ожиданий (если доверительный интервал покрывал истинное значение, проставлялось «нет», иначе указывалось матожидание ошибки), коэффициентам асимметрии и эксцесса выборочных распределений.

На рис. 1 при нормированном угловом отклонении источника помехи от источника сигнала 0,5 для различных значений интервала флуктуаций ОС приведены выборочные (сплошная кривая) плотности вероятности (пунктирная кривая) ошибки оценивания

угловых координат и нормальная плотность вероятности с тем же математическим ожиданием и средним квадратическим отклонением, что и для выборочного распределения.

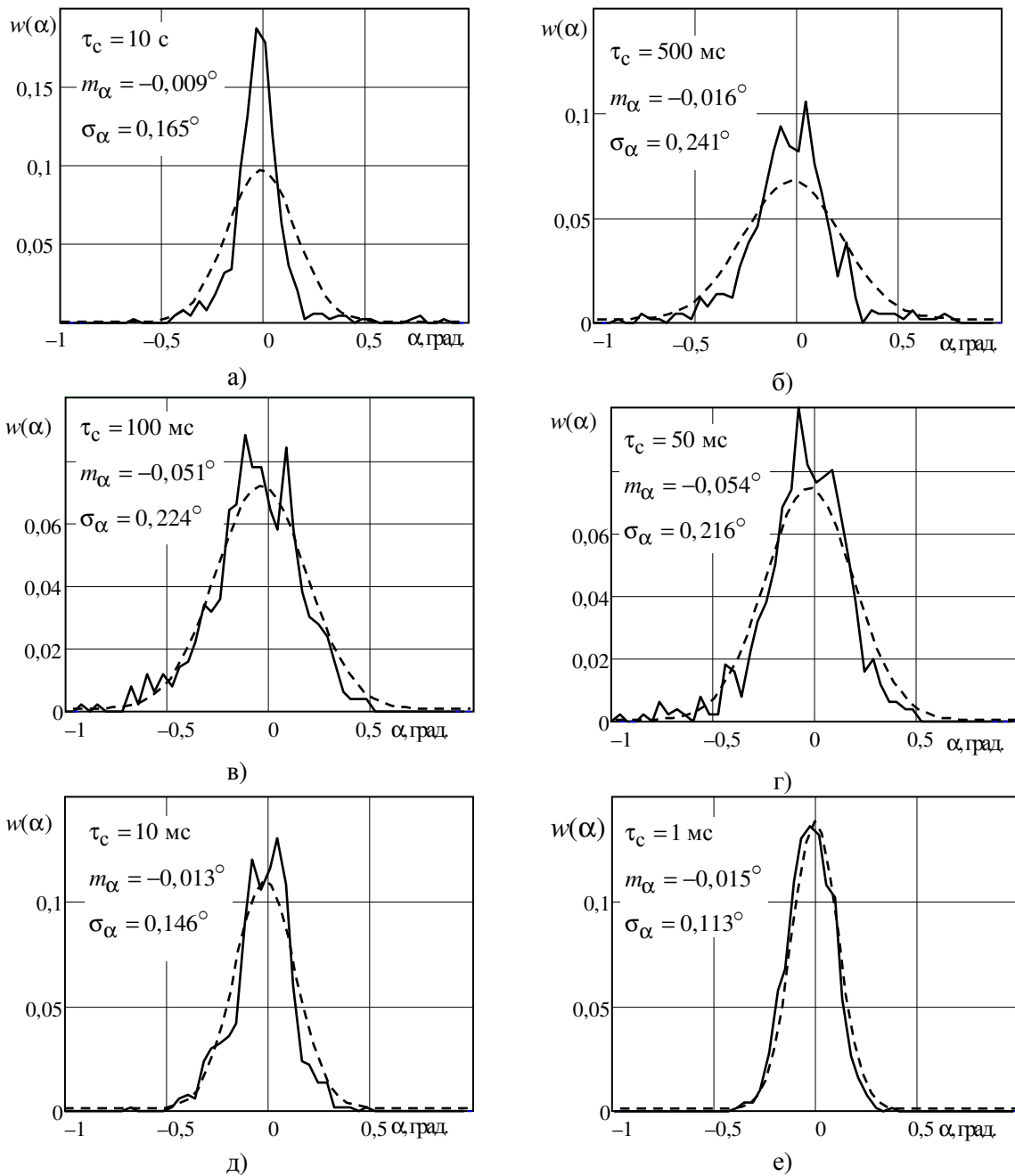


Рис. 1. Вид плотности вероятности ошибки оценивания угловых координат для различных значений интервала флуктуаций ОС при нормированном угловом отклонении источника помехи 0,5

Как следует из результатов расчетов и моделирования, СКО ошибок пеленгации (11), полученные с использованием матрицы Фишера для максимально правдоподобного алгоритма (4), предполагающего совместную максимизацию ФОП по направлению прихода и мощности ОС, практически совпадают с расчетными СКО ошибки (15) для упрощенного алгоритма (7). Расхождение оценок СКО не превышает 2...3%. Выборочные СКО по результатам моделирования больше расчетных в среднем на 22%. Это свидетельствует о том, что алгоритм (7) по крайней мере для



рассматриваемых значений отношений сигнал/шум практически эквивалентен алгоритму максимального правдоподобия (4). Различия теоретических и выборочных оценок объясняется влиянием на точность ограниченного объема выборки при оценивании корреляционной матрицы процессов на выходах приемных каналов, погрешностями при поиске максимума ФОП, а также отклонением выборочных распределений от нормального распределения.

Результаты моделирования в большинстве случаев свидетельствуют о несмещенности оценок пеленга. В ситуациях, когда доверительный интервал не покрывает истинное значение, смещение оценки не превышает 1,6% от ширины главного лепестка ДН антенны основного канала и им можно пренебречь. При больших интервалах корреляции ОС выборочные распределения заметно отличаются от нормального с большим положительным эксцессом. Значительная часть оценок пеленга группируется возле истинного значения, но одновременно возрастает вероятность значительного (более трех СКО) отклонения оценки от истинного значения.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенный подход и основные расчетные соотношения могут быть очевидным образом преобразованы для двухэтапного квазиоптимального алгоритма оценивания угловых координат при наличии мешающих отражений [4]. При этом мощность нескомпенсированных остатков МО после первого этапа алгоритма следует включить в мощность внутреннего шума и модифицировать расчетные соотношения (9)-(17) с учетом приема ОС и внешней помехи с учетом весовых коэффициентов устройства череспериодного вычитания.

Полученные выражения могут быть использованы для оценки эффективности квазиоптимальных радиолокационных измерителей в условиях внешних помех и для построения статистического эквивалента таких измерителей в комплексных моделях исследования эффективности радиолокационных средств со сканирующей многоканальной приемной системой.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Козлов С.В., Ву Тхань Ха. Оценивание угловых координат в радиолокационных станциях с подсистемами пространственной компенсации помех. Доклады БГУИР. 2019, № 4. - С. 48-56. <https://doklady.bsuir.by/jour/article/view/1093/1094>.
2. Ву Тхань Ха, Козлов С.В. Алгоритмы оценивания угловых координат в обзорных РЛС с многоканальными приемными системами // Радиолокация, навигация, связь : сборник трудов XXV Международной научно-технической конференции (г. Воронеж, 16–18 апреля 2019 г.) : в 6 т. / Воронежский государственный университет ; АО «Концерн «Созвездие». – Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019. Т.3. - С. 102-115.
3. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966. - 680 с.
4. Ву Тхань Ха, Козлов С.В. Квазиоптимальный двухэтапный алгоритм функционирования радиолокационного измерителя угловых координат со сканирующей многоканальной антенной системой при наличии мешающих отражений и внешних помех (в настоящем сборнике).

#### REFERENCES

1. Kozlov S.V., Vu Thanh Ha. Estimation of angular coordinates in radar stations with subsystems of spatial interference compensation. BSUIR reports. 2019, No. 4, p. 48-56.
2. <https://doklady.bsuir.by/jour/article/view/1093/1094>.
3. Vu Thanh Ha, Kozlov S.V. Algorithms for estimating angular coordinates in review radars with multichannel reception systems // Radar, navigation, communication: proceedings of the XXV International scientific and technical conference (Voronezh, April 16-18, 2019): 6 vol. / Voronezh state University; JSC "Concern "Constellation". - Voronezh: VSU Publishing house, 2019. Vol. 3. - Pp. 102-115.
4. Tikhonov V.I. Statistical radio engineering. M.: Owls. radio, 1966. 680 p.
5. Vu Thanh Ha, Kozlov S.V. Quasi-optimal two-stage algorithm for functioning radar detector-meter of angular coordinates with a scanning multi-channel antenna system in the presence of interfering reflections and external interference (in this collection).