

# СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ СИСТЕМ С ФАЗОВЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

Русак Л. В., Капанов Н. А.

Кафедра информационных систем и технологий, Международный институт дистанционного образования  
Белорусский национальный технический университет

Кафедра систем управления, Белорусский государственный университет информатики и  
радиоэлектроники

Минск, Республика Беларусь

E-mail: kapanov.nikolay@gmail.com

*Рассматривается задача параметрической идентификации непрерывной линейной части системы с фазовым управлением на основе имеющейся априорной информации об уравнениях объекта в пространстве состояний и статистического анализа входных и выходных сигналов.*

## Введение

Среди множества актуальных задач синтеза систем с фазовым управлением (СФУ) следует особо выделить задачу идентификации. Под идентификацией в широком смысле понимается получение или уточнение по экспериментальным данным модели реального объекта (процесса), выраженной в тех или иных терминах (описанной на том или ином языке).

Среди различных задач идентификации и различных содержательных формулировок условий наблюдения рассмотрим задачу параметрической идентификации (оценки параметров) непрерывной линейной части (НЛЧ) СФУ на основе имеющейся априорной информации об уравнениях объекта в пространстве состояний и статистического анализа входных и выходных сигналов. Важность и актуальность выделения данной задачи обусловлены тем, что в настоящее время все большая часть исследований технических объектов проводится на основе использования их математических моделей [1].

## Основной раздел

Пусть состояние НЛЧ СФУ описывается уравнением в форме Ланжевена со случайными параметрами

$$\dot{X}^{(s)}(t) = \varphi(X, D, s, t) + \sigma(X, D, s, t)U(t) + H(X, D, t)\xi(t) \quad (1)$$

при начальных условиях  $X(t_0) = X_0$ .

В данном случае  $X^{(s)}(t)$  – вектор фазовых координат;  $D = D^{(s)}(t)$  –  $n$ -мерный вектор в общем случае случайных параметров системы;  $\sigma(X, D, s, t) = \sigma^{(s)}(X, t)$  – векторная функция;  $H(X, D, s, t) = H^{(s)}(X, t)$  – матричная функция;  $\xi(t)$  – вектор случайных возмущений;  $U(t)$  – вектор детерминированных управлений. Уравнение измерителя следующее:

$$Z^{(l)}(t) = C^{(l)}(X, t) + q^{(l)}(t)\zeta(t) \quad (2)$$

Входящие в (1), (2) функции  $\varphi(\dots)$ ,  $C(\dots)$ , а также характеристики шумов  $\xi(t)$ ,  $\zeta(t)$  считаются известными.

Области эксплуатации (работоспособности) системы и измерителя заданы в виде функциональных пространств:

$$X(t) \in X_{ex}, U(t) \in U_{ex}, Z(t) \in Z_{ex} \quad (3)$$

В результате проведения идентификационных экспериментов (натурных или моделированием) получены множества функций  $X_u(t)$ ,  $U_u(t)$ ,  $Z_u(t)$ , таких как

$$\begin{aligned} X_u(t) \in X_{exu} \subset X_{ex}, U_u(t) \in U_{exu} \subset U_{ex} \\ Z_u(t) \in Z_{exu} \subset Z_{ex} \end{aligned} \quad (4)$$

где  $X_{exu}$ ,  $U_{exu}$ ,  $Z_{exu}$  – пространства фазовых координат, управлений и измерений реальной системы при идентификационных экспериментах.

Задача идентификации состоит в том, чтобы на основе экспериментальных данных  $X_u(t), U_u(t), Z_u(t)$  определить значение вектора параметров  $\hat{D}^{(s)}(t)$ , при котором разность  $\hat{D}^{(s)}(t) = D^{(s)}(t) - \hat{D}^{(s)}(t)$  принимает наименьшее в определенной мере значение (обеспечить достаточную малость нормы разности). Для применения полученной в предыдущих подразделах теории необходимо случайный вектор  $D^{(s)}(t)$  представить в соответствующем виде. Для широкого круга технических систем номинальные значения параметров  $D_n(t)$  известны, а их фактические значения имеют малые отклонения от номиналов. Исходя из этого, на интервале наблюдения  $[t_0, t]$  вектор  $D^{(s)}(t)$  представим в виде

$$D^{(s)}(t) = D_n(t) + a_D^{(s)}(t) \quad (5)$$

где  $a_D^{(s)}(t)$  – вектор малых отклонений параметров системы размерностью  $n_D$ .

В зависимости от модели реального объекта и условий исследований стохастическая модель вектора  $a_D(t)$  может иметь различный вид: от  $(\partial a_D / \partial t) = 0$  до  $(\partial a_D / \partial t)$  – белый шум. Для широкого круга задач удобно применять модель

параметрических шумов, в которой компоненты вектора  $a_D(t)$  описываются уравнением типа формирующего фильтра:

$$\dot{a}_D^{(s)}(t) = \frac{1}{\tau_D} a_D^{(s)}(t) + h_D \xi_D(t), \quad a_D(t_0) = a_{D0} \quad (6)$$

где  $\xi_D(t)$  – вектор белого шума с единичной матрицей интенсивностью  $E$ .

В данном случае  $\tau_D$  – постоянная времени, характеризующая частоту флуктуаций параметров; матрица  $h_D$  характеризует величину отклонений параметров от номиналов.

Для идентифицируемой ПЛЧ СФУ введем расширенный вектор состояний

$$X_p^{(s)T}(t) = \| X^{(s)}(t), a_D^{(s)}(t) \| \quad (7)$$

размерностью  $n + n_D$ , для которого уравнения состояния имеют вид

$$\dot{X}_p^{(s)}(t) = \varphi_p(X_p, D, s, t) + \sigma_p(X_p, D, s, t)U(t) + H_p(X_p, D, s, t)\xi_p(t) \quad (8)$$

при начальных условиях  $X_p^{(s)}(t_0) = X_{p0}$ .

$$Z_p^{(l)}(t) = C_p^{(l)}(X_p, t) + q^{(l)}(t)W(t). \quad (9)$$

В (8) входят блочные векторы

$$X_p^{(s)}(t) = \begin{Bmatrix} X^{(s)}(t) \\ a_D^{(s)}(t) \end{Bmatrix}, \quad \xi_p(t) = \begin{Bmatrix} \xi(t) \\ \xi_D(t) \end{Bmatrix}.$$

При такой постановке задачи производится совместное оценивание и идентификация процесса (объекта) на основе использования в общем случае уравнений фильтрации вида:

$$-\Gamma_x(X, Z, t) + \Pi_x(X, Z, t) \quad (10)$$

$\Gamma_x(X, Z, t)$  и  $\Pi_x(X, Z, t)$  характеризуют дискретную составляющую оценки процесса  $X(t)$ . Необходимо заменить  $\hat{X}(t)$  на  $\hat{X}_p^{(sl)}(t)$ , а вектор оценки параметров в соответствии с определится следующим образом:

$$\hat{D}^{(sl)}(t) = D_n(t) + \hat{a}_D^{(sl)}(t). \quad (11)$$

Вектор оценки состояния и корреляционная матрица оценки точности в данном случае имеют вид

$$\hat{X}_p^{(sl)}(t) = \begin{Bmatrix} \hat{X}^{(sl)}(t) \\ \hat{a}_D^{(sl)}(t) \end{Bmatrix}, \quad \hat{R}_p^{(sl)}(t) = \begin{Bmatrix} \hat{R}_{xx}^{(sl)}(t) & \hat{R}_{xa}^{(sl)}(t) \\ \hat{R}_{ax}^{(sl)}(t) & \hat{R}_{aa}^{(sl)}(t) \end{Bmatrix}.$$

В частном случае при непосредственном наблюдении вектора состояния и его точном измерении  $X(t)$  может быть исключен из процесса оценивания (отнесен к детерминированному управлению). Следовательно, при неизменной структуре системы уравнения для оценки идентифицируемых параметров подсистемы в соответствии с используемым уравнением фильтрации имеют вид

$$\hat{X}_p^{(sl)}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_p(X_p, t) f^T X_p, t dX_p - \Gamma_x X_p, Z, t + \Pi_x X_p, Z, t - \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} X_p - \hat{X}_p, \rho X_p, Z, t f^T X_p, t dX_p. \quad (12)$$

$$\hat{R}_p^{(sl)}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \text{div} [X(t) - \hat{X}(t)][X(t) - \hat{X}(t)]^T \hat{\Pi}(X_p, t) dX + \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{\Pi}^T(X_p, t) \text{grad} [X(t) - \hat{X}(t)][X(t) - \hat{X}(t)]^T dX_p - \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} [X(t) - \hat{X}(t)][X(t) - \hat{X}(t)]^T - R, \rho X_p, Z, t dX_p - \Gamma_R X_p, Z, t + \Pi(X_p, Z, t). \quad (13)$$

Для вычисления функций  $\Gamma_x(X_p, Z, t)$ ,  $\Pi_x(X_p, Z, t)$ ,  $\Gamma_R(X_p, Z, t)$  и  $\Pi_R(X_p, Z, t)$  и практической реализации алгоритмов идентификации (12)–(13), как и при решении задач фильтрации, необходимо функцию  $f^T(X_p, t)$  аппроксимировать нормальным или усеченным нормальным распределением и использовать известные расчетные формулы [2]. При исследовании параметрической топологии (взаимного влияния параметров элементов систем с фазовым управлением) необходимо произвести идентификацию СФУ как сложной системы в целом, что для реальных систем в настоящее время может представлять неразрешимую задачу. Однако в перспективе актуальность данной задачи может возрасти по мере повышения возможностей измерителей и средств обработки информации.

1. Батура, М. П. Дискретные системы с фазовым управлением / М. П. Батура // Минск: Институт технической кибернетики НАН Беларуси, 2002. – 152 с.
2. Казаков, И. Е. . Методы оптимизации стохастических систем / И. Е. Казаков, Д. И. Гладков // Минск: Наука, 1987. – 304 с.