

УДК 621.396.96

ОБЗОР АЛГОРИТМОВ СВЕРХРАЗРЕШЕНИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ДЛЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ В СИСТЕМАХ РАДИОВИДЕНИЯ

АСТРОВСКАЯ Д. Н., ЗАБЕНЬКОВ И. И.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
(г. Минск, Республика Беларусь)

E-mail: daryaastrovskaya@gmail.com

Аннотация. Статья содержит анализ алгоритмов сверхразрешения, используемых в системах радиовидения. В настоящее время наиболее часто используются следующие алгоритмы: Capon, ESPRIT, MUSIC, Root-MUSIC. Приводятся недостатки алгоритмов и возможные способы их применения.

Abstract. The main content of the article is the analysis of super-resolution algorithms used in radio imaging systems. Currently, the following algorithms are most commonly used: Capon, ESPRIT, MUSIC, Root-MUSIC. The article describes the disadvantages of the algorithms and possible ways of resolving them.

В системах радиовидения, работающих в режиме реального времени, восстановление изображений за достаточно короткий промежуток времени является основополагающим фактором их совершенствования.

Обработка сигналов в системах происходит при помощи таких алгоритмов, как *Capon*, *ESPRIT*, *MUSIC*, *Root-MUSIC*. Данные методы позволяют в разы увеличить разрешение, однако их применение на практике осложняется повышенными требованиями к элементной базе приемника и высокая вычислительная нагрузка при обработке сигнала.

Пусть имеется линейная эквидистантная антенная решетка, состоящая из N идентичных элементов, которая регистрирует суммарный сигнал от M узкополосных источников, расположенных под углом θ ; к ее нормали. Тогда модель сигналов, принимаемых от M источников в антенной решетке из N элементов:

$$X = AS + n, \quad (1)$$

где $A = [a(\theta_1), \dots, a(\theta_M)]$ – матрица направляющих векторов размерностью $N \times M$,
 $a(\theta_k) = [1, z^1, \dots, z^{N-1}]$ – направляющий вектор k -го источника сигнала размерностью N ,
 $z = \exp[-j(2\pi/\lambda)\sin(\theta)]$,
 $S = [s_1, \dots, s_M]$ – вектор сигналов размерностью M ,
 n – вектор шумов приемной аппаратуры антенной решетки размерностью N .
 X – вектор принятого сигнала размерностью N .

Предположим, что сигналы от отдельных источников и шум в приемных каналах антенной решетки не коррелированы между собой. Тогда получим следующую корреляционную матрицу сигнала R :

$$R = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K X_k X_k^H, \quad (2)$$

где X_k – k -ая выборка во временной реализации сигнала,
 H – оператор эрмитового сопряжения.

Метод *Capon* также называется методом минимизации дисперсии искажения характеристик сигнала. Данный метод сравнивает модель идеального отклика антенной решетки на сигнал с заданного направления с тем, что было получено при замерах. Выходной угловой спектр определяется следующим образом:

$$P_{\text{Capon}}(\theta) = \frac{1}{a^H(\theta) R^{-1} a(\theta)}. \quad (3)$$

Метод позволяет уменьшить влияние помех на характеристики сигнала за счет минимизации мощности, сохраняя выигрыш по направлению сигнала [1].

Использование в системах реального времени данного алгоритма затруднительно, так как для выбора максимумов необходим дополнительный алгоритм обработки сигналов потому, что в результате выполнения алгоритма вычисляется спектр сигнала. Необходимость в большом количестве обучающих выборок (вдвое больше, чем число элементов решетки) увеличивает объем вычислительных операций. Отметим также слабую эффективность метода при малых объемах выборки и исходных данных и невозможность пеленгации сигналов сильно коррелированных источников [2].

Алгоритм метода *MUSIC* следующий:

1. оценивается корреляционная матрица, используя формулу (2);
2. оцениваются матрицы собственных векторов и собственных значений корреляционной матрицы $R=QLQ^H$. Операция выполняется сингулярным разложением корреляционной матрицы сигнала;
3. разделяется Q так, чтобы получить Q_n . Для этого из матрицы Q выбрасывают первые M столбцов, которые соответствуют сигнальному подпространству;
4. строится функция $P_{MUSIC}(\theta)$:

$$P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{a^H(\theta)Q_nQ_n^H a(\theta)}, \quad (4)$$

где Q_n – матрицы собственных векторов, соответствующая шумовому подпространству;

5. оценке угловых координат предметов будут соответствовать M максимальных по уровню пиков.

Данный метод обладает таким же недостатком, как и метод *Capon*: для выбора максимумов необходим дополнительный алгоритм обработки сигналов, потому что в результате выполнения алгоритма вычисляется спектр сигнала.

Решением проблемы больших вычислительных затрат является решение приравнять знаменатель выражения (4) к нулю, что соответствует задаче поиска максимумов функции $P_{MUSIC}(\theta)$.

При достоверно известном количестве источников сигнала, метод *Root-MUSIC* (по принципу поиска корней полинома) обладает потенциально большей точностью и разрешающей способностью, чем при использовании обычного $P_{MUSIC}(\theta)$ [1].

Метод *MUSIC* является предельным случаем метода *Capon* при стремящемся к бесконечности отношении сигнал/шум. Но появляется необходимость предварительной оценки размерности сигнального и шумового подпространств. Он критичен к неопределенностям параметров математической модели и величине соотношения сигнал/шум, когда источники близко расположены. Отметим большую вычислительную сложность метода, определяемую вычислением сингулярного разложения ковариационной матрицы выходов элементов антенной решетки. Метод не дает результатов для коррелированных источников сигналов. *Root-MUSIC* позволяет осуществлять пеленгацию когерентных сигналов [2].

Алгоритм метода *Root-MUSIC* для оценки угловых координат следующий:

1. оценить корреляционную матрицу R используя формулу (2);
2. оцениваются матрицы собственных векторов и собственных значений корреляционной матрицы $R=QLQ^H$. Операция выполняется сингулярным разложением корреляционной матрицы сигнала;
3. разделяется Q так, чтобы получить Q_n . Для этого из матрицы Q выбрасывают первые M столбцов, которые соответствуют сигнальному подпространству;
4. получить C_l путём суммирования l -ой диагонали $C=Q_n Q_n^H$,
5. найти нули полученного полинома в количестве $(N - 1)$ пар;
6. из $(N - 1)$ корней внутри единичной окружности выбрать M расположенных наиболее близко к самой линии окружности;
7. получить оценку угловых координат цели, используя выражение (5)

$$\theta_m = \cos^{-1} \left(\frac{J \ln(z_m)}{(2\pi/\lambda)d} \right), m = 1, \dots, M. \quad (5)$$

где z_m – m -ый найденный корень.

Метод *ESPRIT* базируется на том факте, что вектор, определяющий направление прихода m -го сигнала, имеет один и тот же сдвиг на каждом элементе линейной эквидистантной антенной решетки. Антенная решетка разбивается на две пересекающиеся идентичные подрешетки. Число элементов в подрешетке должно быть больше либо равно M . Антенная решетка разбивается с шагом d_s .

Алгоритм оценки угловых координат с использованием метода *ESPRIT*, при заранее известном количестве источников сигнала следующий:

1. оценивается корреляционная матрица, используя формулу (2);
2. оцениваются матрицы собственных векторов и собственных значений корреляционной матрицы $R = QLQ^H$. Операция выполняется сингулярным разложением корреляционной матрицы сигнала;
3. разделяется Q так, чтобы получить Q_s . Для этого из матрицы Q выбрасывают первые M столбцов, которые соответствуют сигнальному подпространству;
4. вычисляются матрицы U_{s1} и U_{s2}

$$U_{s1} = [J_{N-ds} \ ; \ 0_{(N-ds) \times ds}], \quad (6)$$

$$U_{s2} = [0_{(N-ds) \times ds} \ ; \ J_{N-ds}], \quad (7)$$

где J_{N-ds} – это единичная квадратная матрица размером $N - ds$;

5. вычисляем матрицу C :

$$C = \begin{bmatrix} U_{s1}^H \\ U_{s2}^H \end{bmatrix} [U_{s1} \ U_{s2}]; \quad (8)$$

6. из матрицы C выделяем два массива: V_{12} и V_{22} . Для этого необходимо произвести сингулярное разложение матрицы C :

$$C = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{bmatrix} \Lambda \begin{pmatrix} V_{11}^H & V_{12}^H \\ V_{21}^H & V_{22}^H \end{pmatrix}; \quad (9)$$

7. оценить матрицу $\Psi = -V_{12}V_{22}^{-1}$;
8. вычислить собственные значения матрицы Ψ за счёт её сингулярного разложения;
9. определить угол прихода в соответствии с формулой (5).

Результатом выполнения алгоритма является не псевдоспектр, а оценки угловых координат предметов. Однако для выполнения алгоритма *ESPRIT* необходимо иметь априорную информацию о возможных положениях предмета относительно антенной решетки [1].

Список использованных источников

1. Манохин Г. О. Увеличение разрешающей способности радиолокационной системы за счет параметрических методов обработки сигналов / Г. О. Манохин, А. А. Гельцер, Е. В. Рогожников // Вестник СибГУТИ № 1 / Новосибирск, 2015. – 120 с.
2. Москалец Н. В. Сравнительный анализ методов оценки направления прихода сигналов / Н. В. Москалец // Радиотехника: Всеукраинский межведомственный науч.-техн. сборник № 188 / Харьков, 2017.