

УДК 621.396.96

## ЭКОНОМИЧНЫЕ АЛГОРИТМЫ ДЛИТЕЛЬНОГО КОГЕРЕНТНОГО НАКОПЛЕНИЯ ОТРАЖЕННОГО СИГНАЛА ПРИ НАЛИЧИИ МИГРАЦИИ ПО ДАЛЬНОСТИ И ЕЕ ПРОИЗВОДНЫМ

КОЗЛОВ С. В., ЛЕ ВАН КЫОНГ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
(г. Минск, Республика Беларусь)

E-mail: kozlov@bsuir.by

**Аннотация.** Предложены два варианта экономичных в вычислительном плане алгоритмов длительного когерентного накопления (КН) сигналов при наличии миграции дальности (МД) и ее производным. Первый вариант предполагает вычисление сжатого сигнала для каждого периода повторения путем фильтровой обработки с коррекцией временного положения максимумов сжатых сигналов по всем производным дальности и коррекцией фаз сжатых сигналов, начиная со второй производной дальности, с последующим накоплением сигналов в фильтрах по скорости на основе быстрого преобразования Фурье. Второй вариант алгоритма предполагает вычисление сжатого сигнала для каждого периода повторения с коррекцией временного положения как максимумов, так и фаз сжатых сигналов, начиная со второй производной дальности, с последующим использованием преобразования замкового камня (ПЗК). Введено понятие и получено выражения для разрешающей способности по «грубой» скорости. Показана эквивалентность двух вариантов алгоритма и приведены оценки для требуемого числа каналов приемника.

**Abstract.** Two variants of computationally economical algorithms for long-term coherent accumulation of signals in the presence of distance migration and its derivatives are proposed. The first variant of the algorithm assumes the computation of the compressed signal for each repetition period by filter processing with the correction of the temporal position of the maxima of the compressed signals over all derivatives of the range and phase correction of the compressed signals, starting from the second derivative of the range, with the subsequent accumulation of signals in the filters in terms of velocity based on the fast Fourier transform. The second variant of the algorithm involves calculating the compressed signal for each repetition period with the correction of the temporal position of both the maxima and the phases of the compressed signals, starting from the second derivative of the range, with the subsequent use of the keystone transformation (KT). The concept is introduced and expressions for the "rough" speed resolution are obtained. The equivalence of two variants of the algorithm is shown and estimates are given for the required number of receiver channels.

### Постановка задачи

В [1] на основе математической модели отраженного сигнала [2] предложен базовый алгоритм длительного когерентного накопления отраженного от одиночной цели сигнала при наличии миграции по дальности и ее производным. Алгоритм предполагает вычисление спектров принимаемой реализации в каждом периоде повторения, коррекцию миграции по дальности и ее производным путем умножения спектров на фазовые функции, определяемые ожидаемыми параметрами движения цели, суммирование спектров, умножение результата на комплексную частотную характеристику (КЧХ) согласованного фильтра одиночного сигнала и получение выходного сигнала когерентного накопителя путем обратного преобразования Фурье суммарного взвешенного спектра. Однако число каналов обработки для приема сигнала в типовых диапазонах возможных значений производных дальности оказывается весьма большим, что снижает возможность его практического использования. Другие алгоритмы обработки, например [3-6], кратко проанализированные в [2], приводят к компенсации миграции дальности/частоты лишь для частных случаев и (или) характеризуются существенными энергетическими потерями.

Цель работы – обоснование экономных вариантов алгоритмов длительного когерентного накопления отраженных от точечной цели сигналов.

### Алгоритм обработки на основе компенсации миграции дальности и преобразования Фурье

Алгоритм разработан на основе математической модели отраженного от точечной цели сигнала [2] и базового алгоритма длительного когерентного накопления [1] и предполагает компенсацию всех видов миграции дальности (линейной, квадратичной и кубической) и миграции доплеровской частоты.

При этом происходит выравнивание времен задержки всех импульсов пачки отраженных сигналов и их доплеровских сдвигов частоты ко времени задержки и доплеровскому сдвигу частоты первого импульса пачки. В отличие от базового алгоритма фазы сжатых сигналов не выравниваются. Когерентное накопление отраженных сигналов для различных начальных доплеровских сдвигов частоты реализуется путем быстрого преобразования Фурье по «медленному» времени в матрице сжатых сигналов с выровненными временными задержками, что приводит к формированию матрицы «время задержки/доплеровский сдвиг частоты», которую можно трактовать как радиолокационное изображение (РЛИ) сцены в соответствующих координатах.

Алгоритм реализуется следующей последовательностью операций (исп. обозначения [1, 2]).

1. Вычисление спектров  $\dot{G}(F, t_k)$  по «быстрому» времени.

2. Компенсация ЛМД, КвМД, КубМД и МДЧ в каждом периоде повторения в спектральной области с одновременным умножением на КЧХ согласованного фильтра одиночного сигнала. В результате формируется спектр выходного сигнала СФ:

$$\dot{G}_1(F, t_k) = \dot{G}_{\text{сф}}(F) e^{j \frac{2\pi f_0}{c} a_s t_k^2} e^{j \frac{2\pi f_0}{3c} a_s^3 t_k^3} \times e^{j \frac{4\pi}{c} \left( F + \frac{2f_0(V_{0s} + a_s t_k + \frac{1}{2} a_s^2 t_k^2)}{c} \right) \left( \left( V_{0s} + \frac{f_0}{\mu c} a_s \right) t_k + \frac{1}{2} \left( a_s + \frac{f_0}{\mu c} a_s^2 \right) t_k^2 + \frac{1}{6} a_s^3 t_k^3 + \frac{c F_{\text{сф}}}{2\mu c} \right)} \dot{G}(F, t_k). \quad (1)$$

Отличием (1) от соответствующей спектральной функции в базовом алгоритме [1] является отсутствие фазового множителя, выравнивающего фазы сжатых сигналов для различных импульсов пачки.

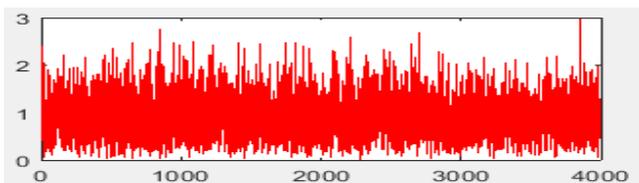
3. Вычисление обратного преобразования Фурье (ОПБФ) для  $\dot{G}_1(F, t_k)$  с формированием временного представления выходного сигнала в каждом периоде повторения

$$\dot{S}_1(t_m, t_k) = F^{-1} \{ \dot{G}_1(F, t_k) \}; \quad (2)$$

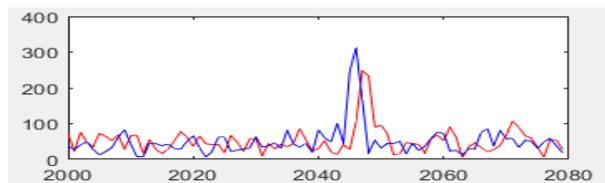
4. Выполнение БПФ над столбцами матрицы  $\dot{S}_1(t_m, t_k)$  с формированием матрицы  $\dot{G}_2(t_m, F_D)$ :

$$\dot{G}_2(t_m, F_D) = F \{ \dot{S}_1(t_m, t_k) \}. \quad (3)$$

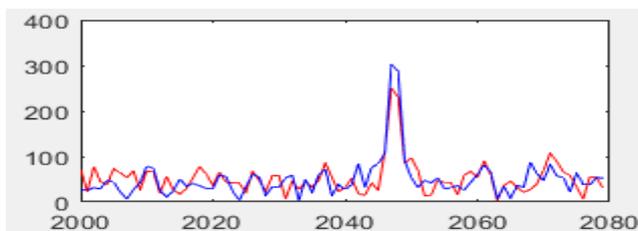
Модули  $|\dot{G}_2(t_m, F_D)|$  или их квадраты определяют решающую статистику для элементов разрешения по времени задержки/неоднозначной радиальной скорости.



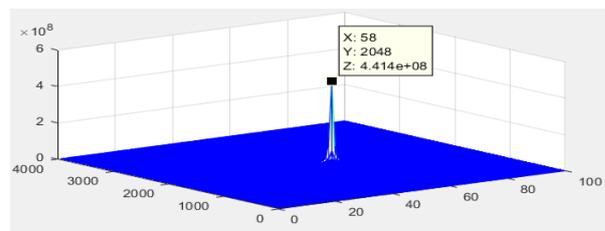
а) Принятый сигнал ( $k=0$ )



б) Сигналы на выходе фильтра сжатия ( $k=0$  и  $k=99$ ) без компенсации миграции по дальности



в) Сигналы на выходе фильтра сжатия ( $k=0$  и  $k=99$ ) при компенсации миграции по дальности



д) Результат когерентного накопления – матрица «время задержки – доплеровский сдвиг частоты»

Рис. 1. Иллюстрация процесса обработки сигнала для первого варианта экономичного алгоритма

На рис.1 приведена иллюстрация процесса обработки сигналов при длительном КН с использованием предлагаемого алгоритма. Расчеты проводились при  $V_{or} = -500$  м/с,  $a_r = -150$  м/с<sup>2</sup>,  $a_r' = 0$ ,  $\lambda = 0,1$  м;  $T_{кн} = 1$  с,  $T_0 = 1$  мс и ОСШ по пачке 30 дБ.

Требуемое число каналов обработки по «грубой» скорости, радиальному ускорению и производной ускорению совпадает с (10,[1]), (13,[1]), и (14,[1]) соответственно. Общее число каналов определяется выражением

$$N_{\Sigma 1} = N_{V_{Гр}} N_a N_{a'} = \frac{4V_{\max} \Delta f_0 T_{кн}}{c} \frac{2T_{кн}^2 a_{\max}}{\lambda} \frac{2T_{кн}^3 a'_{\max}}{\lambda} = \frac{16V_{\max} a_{\max} a'_{\max} \Delta f_0 T_{кн}^6}{c \lambda^2} \quad (4)$$

что в  $T_{кн} / T_r = K$  раз меньше, чем для базового алгоритма.

Отметим, что основными операциями являются операции поэлементного матричного перемножения и быстрого преобразования Фурье. Указанные операции эффективно реализуются с использованием программируемых логических матриц (FPGA) и с использованием параллельных вычислений на графических процессорах [7].

### Алгоритм обработки на основе частичной компенсации миграции дальности и преобразования замкового камня

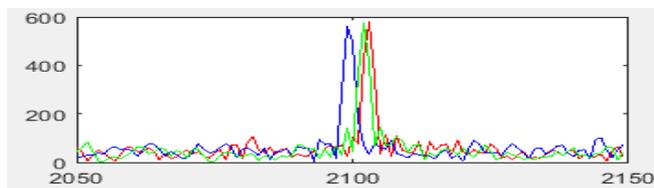
Преобразование замкового камня (ПЗК) [3] может быть использовано для обнаружения сигнала с неизвестным доплеровским сдвигом частоты в условиях наличия линейной миграции дальности. Поэтому для реализации алгоритма замкового камня необходимо компенсировать только квадратичную и кубическую миграцию дальности и миграцию доплеровской частоты.

Алгоритм обработки предусматривает подготовительные операции - вычисление спектров  $\dot{G}(F, t_k)$  по «быстрому» времени и компенсацию КвМД, КубМД и МДЧ в каждом периоде повторения в спектральной области.

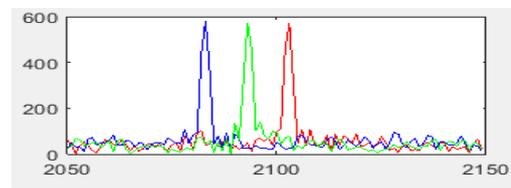
Спектр выходного сигнала СФ:

$$\begin{aligned} \dot{G}_2(F, t_k) = \dot{G}_{сф}(F) e^{j \frac{2\pi f_0}{c} a_s t_k^2} e^{j \frac{2\pi f_0}{3c} a_s' t_k^3} \times \\ \times e^{j \frac{4\pi}{c} \left( F + \frac{2f_0(a_s t_k + \frac{1}{2} a_s' t_k^2)}{c} \right) \left( \frac{f_0}{\mu_c} a_s t_k + \frac{1}{2} \left( a_s + \frac{f_0}{\mu_c} a_s' \right) t_k^2 + \frac{1}{6} a_s' t_k^3 + \frac{c F_{сф}}{2\mu_c} \right)} \dot{G}(F, t_k), \end{aligned} \quad (5)$$

где корректирующая спектральная функция не содержит начальной радиальной скорости цели. В результате максимумы сжатых сигналов на выходе СФ будут расположены на равных временных задержках друг от друга, что обеспечивает необходимое условие для преобразования замкового камня. Это наиболее очевидно при наблюдении на цели с большим ускорением. Указанный случай ( $V_{or} = -500$  м/с,  $a_r = -500$  м/с<sup>2</sup>) приведен на рис. 2.



а) Сигналы на выходе фильтра сжатия ( $k=0, k=49$  и  $k=99$ ) без компенсации миграции по дальности



б) Сигналы на выходе фильтра сжатия ( $k=0, k=49$  и  $k=99$ ) при компенсации КвМД

**Рис. 2.** Сигналы на выходе согласованного фильтра одиночного импульса до и после компенсации квадратичной миграции дальности

До компенсации миграции дальности максимумы расположены неравномерно, после компенсации квадратичной МД – равномерно с расстояниями между максимумами, определяемыми начальной радиальной скоростью цели.

Предположим, что КвМД, КубМД и МДЧ полностью скомпенсированы, т.е.  $a_s = a_{rc}$ ,  $a'_s = a'_{rc}$ , тогда выражение (5) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \dot{G}_2(F, t_k) &= A_F e^{-j \frac{4\pi(f_0+F)V_{0rc}t_k}{c}} e^{-j \frac{8\pi f_0 V_{0rc}}{c^2} \left( (V_{0rc} + \frac{f_0}{\mu_c} a_{rc}) t_k + \frac{1}{2} (3a_{rc} + \frac{f_0}{\mu_c} a'_{rc}) t_k^2 + \frac{2}{3} a'_{rc} t_k^3 + \frac{c F_{сф}}{2\mu_c} \right)} \approx \\ &\approx A_F e^{-j \frac{4\pi(f_0+F)V_{0rc}t_k}{c}} \end{aligned} \quad (6)$$

В (6) что частота  $F \in [-\Delta f_0 / 2, \Delta f_0 / 2]$  и скорость  $V_{0rc}$  связаны между собой и не появляются по отдельности. Поэтому спектр не будет правильно центрирован и хорошо сфокусирован в обоих измерениях. Для устранения связи между  $F$  и  $V_{0rc}$  выполняем масштабное преобразование временного масштаба

$$\tau_k = \frac{f_0 + F}{f_0} t_k \Rightarrow t_k = \frac{f_0}{f_0 + F} \tau_k \quad (7)$$

При изменении радиальной скорости в достаточно широком диапазоне фазовый выражение (6) окажется неоднозначным на интервале  $T_{кн}$ . Номер  $N_{\text{нод}}$  интервала неоднозначности определяется следующим образом

$N_{\text{нод}} = \text{trunc}(F_d - f_{\text{дн}})$ ;  $F_d = \frac{2V_{0rc}}{\lambda} T_r$ ;  $F_{\text{дн}} = F_d - \text{trunc}(F_d + 0,5) - 0,5$  (сдвиг фазы в диапазоне  $-0,5 \dots 0,5$ ). Где  $\text{trunc}(z)$  - наибольшее целое, не превосходящее  $z$ .

Влияние неопределенности в (6) проявляется следующим образом:

$$e^{-j \frac{4\pi(f_0+F)V_{0rc}t_k}{c}} \Rightarrow e^{-j 2\pi \left[ \frac{2V_{0rc}}{c} (f_0+F) - N_{\text{одн}} \left( \frac{1}{T_r} \right) \right] t_k} = e^{-j \frac{4\pi(f_0+F)V_{0rc}t_k}{c}} e^{j 2\pi \frac{N_{\text{одн}}}{T_r} t_k}, \quad (8)$$

поэтому фазовый выражение в (6) при использовании (7) и учете эффекта неопределенности примет вид

$$e^{-j \frac{4\pi(f_0+F)V_{0rc}t_k}{c}} e^{j 2\pi \frac{N_{\text{одн}}}{T_r} t_k} \xrightarrow{t_k = \frac{f_0}{f_0 + F} \tau_k} e^{-j \frac{4\pi f_0 V_{0rc} \tau_k}{c}} e^{j 2\pi N_{\text{одн}} \frac{f_0}{f_0 + F} \frac{\tau_k}{T_r}} \quad (9)$$

Таким образом, неопределенность может быть устранена путем учета дополнительного фазового сдвига

$$\dot{H} = e^{-j 2\pi N_{\text{одн}} \frac{f_0}{f_0 + F} \frac{\tau_k}{T_r}},$$

то есть

$$\dot{G}_{3К}(F, t_k) = \dot{G}_2(F, t_k) e^{-j 2\pi N_{\text{одн}} \frac{f_0}{f_0 + F} t_k}. \quad (10)$$

Физически, перебор параметра неоднозначности  $N_{\text{одн}}$  в (10) соответствует разным гипотезам о «грубой» радиальной скорости цели, что определяет практическую эквивалентность обработки на основе компенсации миграции дальности и преобразования Фурье и рассматриваемого варианта на основе на основе частичной (за исключением линейной) компенсации миграции дальности и преобразования замкового камня.

Следующими шагами алгоритма является выполнение ОБПФ для редактируемого спектра  $\dot{G}_{3К}(F, t_k)$

$$\dot{S}_{3К}(t_m, t_k) = F^{-1} \{ \dot{G}_{3К}(F, t_k) \} \quad (11)$$

и БПФ над столбцами матрицы  $\dot{S}_{3К}(t_m, t_k)$  с формированием матрицы  $\dot{G}_{ПЗК}(t_m, F_D)$ :

$$\dot{G}_{ПЗК}(t_m, F_D) = F \{ \dot{S}_{3К}(t_m, t_k) \} \quad (12)$$

Модули  $\dot{G}_{ПЗК}(t_m, F_D)$  определяют решающую статистику для элементов разрешения по времени задержки/неоднозначной радиальной скорости, как и  $|\dot{G}_2(t_m, F_D)|$ .

На рис. 3 для тех же исходных данных, что и для рис.1, приведены промежуточные и окончательные результаты обработки при использовании алгоритма замкового камня. Расчеты проводились при  $N_{\text{одн}} = 99$ .

Исходя из полученных результатов можно сделать вывод, что алгоритм обработки, основанный на ПЗК, полностью эквивалентен алгоритмы на основе компенсации миграции дальности и преобразования Фурье. Параметр  $N_{\text{одн}} = 99$  эквивалентен параметру «грубой» скорости указанного алгоритма. Требуемых каналов обработки может быть определено согласно (4).

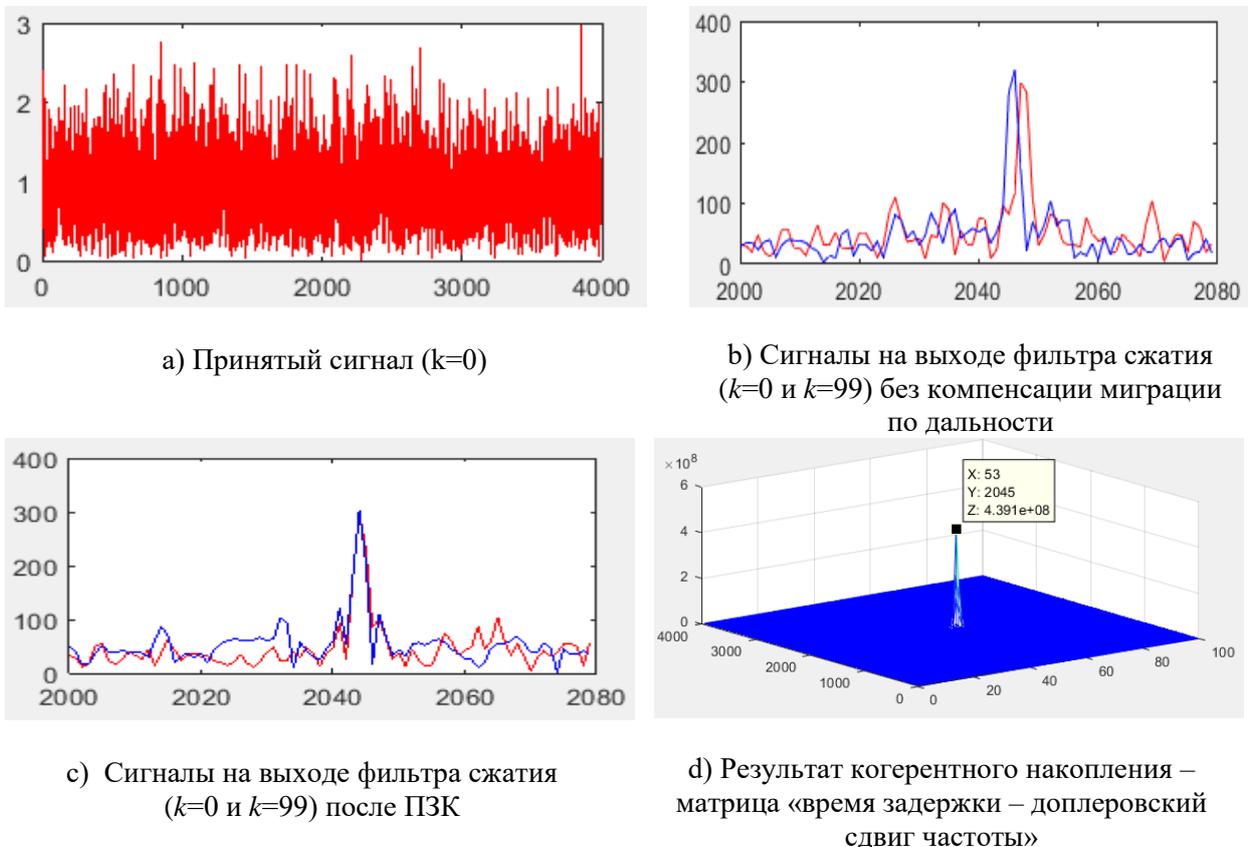


Рис. 3. Иллюстрация процесса обработки при использовании преобразования замкового камня

### Заключение

Предлагаемые быстрые алгоритмы основаны на сочетании полной или частичной коррекции миграции дальности и миграции частоты и преобразований Фурье и замкового камня, что делает их пригодными для реализации на ПЛИС или графических процессорах. Алгоритмы могут быть реализованы непосредственно или быть основой для разработки более экономичных алгоритмов при сочетании когерентного и некогерентного накопления отраженного сигнала.

### Список использованных источников

1. Козлов С. В., Ле Ван Кыонг. Базовый алгоритм длительного когерентного накопления отраженного сигнала при наличии миграции по дальности и ее производным. В настоящем сборнике.
2. Козлов С. В., Ле Ван Кыонг. Математические модели отраженного сигнала при наличии миграции по дальности и ее производным. В настоящем сборнике.
3. Mark A. R. The Keystone transformation for correcting range migration in range-Doppler processing available at <http://users.ece.gatech.edu/mrichard/Keystone.pdf>, March 2014.
4. Ильчук А. Р., Сеницын И.А. Алгоритмы обработки сигналов, отраженных от высокоскоростных летательных аппаратов, в бортовых радиолокационных системах // Радиотехника, 2014, № 7, с. 16-23.
5. Порсев В. И., Николаев А. П., Кривоножко И. С. Многоканальное накопление радиолокационных сигналов, отраженных от высокоскоростных целей, движущихся с ускорением. // Вестник Концерна ВКО «Алмаз – Антей», 2018, № 1, с. 23–34.
6. Perry R.P., Dipietro R.C., Fante R.L. Coherent integration with ranger migration using keystone forming // Published in 2007 IEEE Radar Conference 2007, с. 37–42.
7. Голутвин Р. И., Красилов А. А. Применение технологии CUDA для обработки радиолокационных данных // Информационные технологии и системы 2013 (ИТС 2013): материалы международной научной конференции, БГУИР, Минск, Беларусь, 23 октября 2013 г. – Information Technologies and Systems 2013 (ITS 2013) / редкол.: Л. Ю. Шилин [и др.]. - Минск : БГУИР, 2013. – С. 264–265.