УДК 621.391:514.174.6

ОБРАБОТКА ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ ЦЕЛОЧИСЛЕННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ МОДУЛЯРНЫХ РЕШЕТЧАТЫХ СТРУКТУР

САЛОМАТИН С. Б.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
(г. Минск, Республика Беларусь)

E-mail: salomatin@bsuir.by

Аннотация. Пространственно-временные сигналы позволяют получить максимально возможный порядок разнесения в многолучевых каналах передачи [1]. Уравнение модели системы передачи имеет вид $\mathrm{y} = \mathrm{Hx} + \mathrm{n}$, где y – вектор принимаемого сигнала; H – матрица модели канала; x – передаваемый сигнал; n – вектор шума приема. Оптимальный алгоритм приема строится на основе критерия максимального правдоподобия при заданной сложности обработки. Один из методов решения задач такого рода основан на применении алгоритмов сферического декодирования (задача CVP) на основе модулярной теории решеток.

Abstract. Space-time signals allow the highest possible diversity order in multipath transmission channels [1]. The equation of the transmission system model has the form y = Hx + n, where y is the vector of the received signal; H - channel model matrix; x - transmitted signal; n is the receive noise vector. The optimal reception algorithm is based on the maximum likelihood criterion for a given processing complexity . One of the methods for solving problems of this kind is based on the application of spherical decoding algorithms (CVP problem) based on modular lattice theory.

Метод исследования

Решетку Λ можно определить как дискретную, абелеву подгруппу действительного или комплексного векторного пространства V, т. е. $V = \mathbb{R}^n$. Пусть $n \le d$ и $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{d\times n}$ это матрица, столбцы которой представляют собой линейно независимые векторы $b_i \in \mathbb{R}^d$. Множество

$$\Lambda(\mathbf{B}) = \Lambda(\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_n) = \left\{ \sum_{i=1}^{n} a_i \mathbf{b}_i \, , a_i \in \mathbb{Z} \right\}$$

называется решеткой [2].

Матрица $\mathbf{B} = [\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_n]$ называется базисом решетки $\Lambda(\mathbf{B})$. Число линейно независимых векторов базиса определяют размерность решетки $\dim\{\Lambda(\mathbf{B})\}$. Одноразмерная решетка имеет ровно два базиса. Для $n > 1$ каждая решетка имеет бесконечное число базисов.

Структура решеток тесно связана со свойствами групп и колец. Целочисленная решетка может иметь структуру смежных классов вида

$$\Lambda = \Lambda' + \left[\frac{\Lambda}{\Lambda'}\right],$$

где $\left[\frac{\Lambda}{\Lambda'}\right]$ - система смежных классов, представляющая собой элементы частной группы Λ/Λ'.

Геометрически Λ' является подрешеткой Λ со своей фундаментальной областью. Число точек подрешетки, лежащих внутри фундаментальной области называется индексом подрешетки.

Терм $[\Lambda/\Lambda']$ содержит конечное множество число точек решетки, которые образуют семейства точек класса эквивалентности, определяемого отношением эквивалентности. Точки решетки в каждом таком семействе обладают следующим свойством. Любая точка соотносится с другой точкой семейства через сложение с вектором подрешетки Λ'. Такое представление обобщает концепцию модулярных операций в $\mathbb{Z}$. В частности, про элементы класса эквивалентности говорят, что они получены по модулю эквивалентности Λ'.

Сферическое декодирование на основе процедуры аппроксимации в целочисленной области

В основе процесса декодирования лежит метод целочисленного решения задачи наименьших квадратов [2]:

$$\min_{s \in \mathbb{Z}^m} \|\mathbf{Hs} - \mathbf{y}\|_2^2,$$

где $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$ и $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{n \times m}$.

Решением задачи является целочисленный вектор **s**, минимизирующий величину $\|\mathbf{Hs} - \mathbf{y}\|_2^2$. При этом координатами вектора s являются целые числа, а элементы матрицы H и вектора **y** принадлежат области действительных чисел. С точки зрения геометрии все векторы **s** формируют прямоугольную m-мерную решетку.

Решетка, имеющая циклы, может быть представлена модулярным линейным уравнением вида

$$\Lambda = \{y : \langle u_1, y \rangle = 0 \; mod \; k_1 \wedge \langle u_2, y \rangle = 0 \; mod \; k_2 \wedge \dots \langle u_d, y \rangle = 0 \; mod \; m \wedge \},$$

решения уравнения являются точками решетки.

Образующая решетка смежного класса Λ' может быть геометрически близка и решетки Λ, если близки координаты их точек.

Для оценки степени близости двух решеток вводится понятие меры близости $(\mathbf{H}, \varepsilon)$ и генераторной матрицы двух решеток $\mathbf{H} = [h_{i,j}]$ и $\mathbf{H}' = [h'_{i,j}]$

$$\|\mathbf{H}, \varepsilon\| \triangleq \max_{i,j} \{ |h_{i,j} - h'_{i,j}| \} < \varepsilon,$$

где ε – произвольное положительное действительное число.

Используя данные свойства, можно для заданной целочисленной решетки Λ построить близко расположенную циклическую решетку изменяя генераторную матрицу Λ с помощью отображения $\sigma(\Lambda)$, что решает задачу сферического декодирования пространственно-временного сигнала.

Любая решетка может быть аппроксимирована решеткой с t циклами. Все циклические решетки могут быть представлены в базисе в нормальной формы Эрмита (HNF) вида

$$\mathbf{H}_{HNF} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ h_{n,1} & h_{n,2} & \cdots & h_{n,n-1} & t \end{bmatrix}.$$

Применение базиса HNF позволяет упростить решение CVP-задачи в MIMO системах связи.

Заключение

Алгоритмы, использующие коды-решетки Λ, позволяют решить задачу аппроксимации сферического декодирования в целочисленной области.

Такой вид декодирования позволяет построить быстрые алгоритмы обработки, сложность которых пропорционально заданному количеству точек решетки.

Список использованных источников

1. Бакулин, М. Г. Технология MIMO: принципы и алгоритмы/ М. Г. Бакулин, Л. А. Варукина, В. Б. Крейнделин. – М.: Горячая линия. – Телеком, 2014. – 244 с.
2. Monteiro, F. Lattices in MIMO Spatial Multiplexing: Detection and Geometry/ F. Monteiro. – Department of Engineering University of Cambridge, 2012. – 196 p.