

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники»

Инженерно-экономический факультет

Кафедра экономики

**А. Г. Кулак**

## **ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ**

*Рекомендовано УМО по образованию в области информатики  
и радиоэлектроники в качестве учебно-методического пособия  
для специальности 1-28 01 02 «Электронный маркетинг»*

Минск БГУИР 2020

УДК 311.3(076)  
ББК 60.6я73  
К90

**Рецензенты:**

кафедра экономики, организации строительства и управления недвижимостью  
Белорусского национального технического университета  
(протокол №10 от 25.03.2020);

доцент кафедры управления финансами и недвижимостью  
государственного учреждения образования «Институт бизнеса  
Белорусского государственного университета»  
кандидат экономических наук, доцент Н. Н. Бондаренко

**Кулак, А. Г.**

К90      **Общая теория статистики : учеб.-метод. пособие / А. Г. Кулак. –**  
Минск : БГУИР, 2020. – 252 с. : ил.  
ISBN 978-985-543-584-7.

Излагаются краткие теоретические сведения по каждой теме, приводятся расчетные формулы, примеры решения типовых задач, тестовые задания, темы индивидуальных работ, а также задачи для самостоятельного решения, вопросы и задания для самоконтроля.

**УДК 311.3(076)**  
**ББК 60.6я73**

**ISBN 978-985-543-584-7**

© Кулак А. Г., 2020  
© УО «Белорусский государственный  
университет информатики  
и радиоэлектроники», 2020

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	6
1. Объект, предмет, задачи и основные методы общей теории статистики .....	8
1.1. Теоретические сведения.....	8
1.2. Темы индивидуальных работ .....	14
1.3. Вопросы и задания для самоконтроля.....	14
1.4. Тестовые задания.....	14
1.5. Задачи.....	15
2. Статистические наблюдения .....	16
2.1. Теоретические сведения.....	16
2.2. Темы индивидуальных работ .....	23
2.3. Вопросы и задания для самоконтроля.....	24
2.4. Тестовые задания.....	24
2.5. Примеры решения типовых задач.....	25
2.6. Задачи.....	26
3. Группировка и сводка данных наблюдения.....	28
3.1. Теоретические сведения.....	28
3.2. Темы индивидуальных работ .....	32
3.3. Вопросы и задания для самоконтроля.....	33
3.4. Тестовые задания.....	33
3.5. Примеры решения типовых задач.....	34
3.6. Задачи.....	35
4. Ряды распределения статистических данных .....	36
4.1. Теоретические сведения.....	36
4.2. Темы индивидуальных работ .....	43
4.3. Вопросы и задания для самоконтроля.....	43
4.4. Тестовые задания.....	44
4.5. Примеры решения типовых задач.....	45
4.6. Задачи.....	46
5. Обобщающие статистические показатели .....	50
5.1. Теоретические сведения.....	50
5.2. Темы индивидуальных работ .....	54
5.3. Вопросы и задания для самоконтроля.....	54
5.4. Тестовые задания.....	54
5.5. Примеры решения типовых задач.....	55
5.6. Задачи.....	57
6. Статистические таблицы и графики .....	61
6.1. Теоретические сведения.....	61
6.2. Темы индивидуальных работ .....	65
6.3. Вопросы и задания для самоконтроля.....	66
6.4. Тестовые задания.....	66
6.5. Примеры решения типовых задач.....	67
6.6. Задачи.....	70

7. Средние величины и показатели вариации в статистике .....	72
7.1. Теоретические сведения .....	72
7.2. Темы индивидуальных работ .....	83
7.3. Вопросы и задания для самоконтроля .....	84
7.4. Тестовые задания .....	84
7.5. Примеры решения типовых задач .....	85
7.6. Задачи .....	92
8. Ряды динамики статистических показателей .....	102
8.1. Теоретические сведения .....	102
8.2. Темы индивидуальных работ .....	110
8.3. Вопросы и задания для самоконтроля .....	110
8.4. Тестовые задания .....	110
8.5. Примеры решения типовых задач .....	112
8.6. Задачи .....	117
9. Основная тенденция, тренд рядов динамики .....	124
9.1. Теоретические сведения .....	124
9.2. Темы индивидуальных работ .....	129
9.3. Вопросы и задания для самоконтроля .....	129
9.4. Тестовые задания .....	129
9.5. Примеры решения типовых задач .....	130
9.6. Задачи .....	132
10. Индексы в статистике .....	136
10.1. Теоретические сведения .....	136
10.2. Темы индивидуальных работ .....	147
10.3. Вопросы и задания для самоконтроля .....	147
10.4. Тестовые задания .....	147
10.5. Примеры решения типовых задач .....	148
10.6. Задачи .....	152
11. Выборочный метод в статистике. Ошибка выборки .....	160
11.1. Теоретические сведения .....	160
11.2. Темы индивидуальных работ .....	167
11.3. Вопросы и задания для самоконтроля .....	167
11.4. Тестовые задания .....	168
11.5. Примеры решения типовых задач .....	168
11.6. Задачи .....	171
12. Корреляционный анализ в статистике. Множественная и частная корреляция, корреляция рангов .....	175
12.1. Теоретические сведения .....	175
12.2. Темы индивидуальных работ .....	186
12.3. Вопросы и задания для самоконтроля .....	186
12.4. Тестовые задания .....	186
12.5. Примеры решения типовых задач .....	187
12.6. Задачи .....	192

13. Функция регрессии .....	197
13.1. Теоретические сведения.....	197
13.2. Темы индивидуальных работ .....	203
13.3. Вопросы и задания для самоконтроля.....	203
13.4. Тестовые задания.....	204
13.5. Примеры решения типовых задач.....	205
13.6. Задачи.....	207
14. Статистика рынка товаров и услуг .....	213
14.1. Теоретические сведения.....	213
14.2. Темы индивидуальных работ .....	228
14.3. Вопросы и задания для самоконтроля.....	228
14.4. Тестовые задания.....	229
14.5. Примеры решения типовых задач.....	230
14.6. Задачи.....	233
15. Статистика маркетинговых исследований.....	237
15.1. Теоретические сведения.....	237
15.2. Темы индивидуальных работ .....	243
15.3. Вопросы и задания для самоконтроля.....	243
15.4. Тестовые задания.....	244
15.5. Задачи.....	244
Приложение. Статистико-математические таблицы .....	246
Список использованных источников.....	251

## ВВЕДЕНИЕ

В современном мире важную роль в структуре управления экономикой играет статистика. Качество и достоверность статистической информации является важной основой эффективных управленческих решений. Актуальность и значимость статистики особенно возрастает в условиях перехода на международные стандарты учета и статистики. Поэтому в системе экономического образования особое место отводится изучению статистики.

*Цель учебно-методического пособия* – формирование у студентов теоретических знаний и практических навыков работы с информацией, без которых невозможно ни полноценно участвовать в формировании баз данных и потоков числовой информации, ни быть грамотным пользователем социально-экономической информации.

У будущих маркетологов-программистов формируются навыки проведения статистического наблюдения, сбора информации, ее систематизации, группировки, осуществления глубокого статистического анализа, развивается аналитическое мышление, вырабатывается способность самостоятельного принятия решений.

Содержание и структура учебно-методического пособия позволяют последовательно освоить методологию реализации основных этапов любого статистического исследования (статистическое наблюдение, сводка и группировка статистических материалов, анализ обобщающей статистической информации с помощью средних величин и показателей вариации, рядов динамики, индексов, корреляционно-регрессионного метода и др.).

В издании приведены методические указания по вычислению статистических показателей, примерный перечень тем для подготовки студентами индивидуальных работ, контрольные вопросы (для самопроверки), тестовые задания и задачи для самостоятельного решения, а также методические рекомендации по решению типовых задач, которые помогают усвоить и применить теоретические положения статистики.

**Методические рекомендации по подготовке индивидуальных работ.** Индивидуальные практические работы (творческие проекты) студентов могут быть направлены на проведение микроисследований, осуществление сравнительного статистического анализа социально-экономического развития отдельных регионов (предприятий), исследование динамики отдельных статистических показателей Республики Беларусь, оценку взаимосвязей факторных и результативных показателей на основе фактических статистических данных и др.

Для подготовки индивидуального задания по каждой теме предлагается примерный перечень тем исследования. По согласованию с преподавателем студент может проводить исследование по интересующей его теме.

Одним из основных условий (требований) является использование фактических официальных статистических данных (в работе должны быть указаны ссылки на использованную в расчетах и анализе статистическую информацию).

Необходимо провести теоретический анализ по выбранной теме, собрать необходимые статистические данные, осуществить расчеты (с использованием методов статистики) и проанализировать полученные результаты.

При подготовке индивидуальной работы студентом должны быть соблюдены следующие требования:

- ознакомление с литературой и ее анализ;
- обоснование актуальности и значимости темы исследования;
- отбор необходимого статистического материала для исследования;
- систематизация и статистический анализ собранных данных;
- формирование и формулирование точки зрения по дискуссионным вопросам темы исследования;
- оформление выводов по результатам проведенного исследования.

Оформление результатов исследования осуществляется в виде реферата или доклада (не менее 15 страниц) и презентации (не менее 10 слайдов). Возможно использование звукового сопровождения, анимации (аудио-, видеоматериалов).

В работе необходимо обязательно указать перечень использованных литературных источников, оформить ссылки на них.

Индивидуальная работа должна быть оформлена в соответствии с СТП 01–2017.

Предоставленная индивидуальная работа оценивается по следующим критериям:

- 1) полнота предоставленного материала;
- 2) оформление;
- 3) представление (презентация) и защита.

Работа должна быть подготовлена в установленный срок. Прежде чем приступить к ее выполнению, необходимо ознакомиться с соответствующими разделами программы курса, изучить рекомендованную литературу. Общее количество литературных источников, включая материалы из Интернета (публикации в журналах), должно составлять не менее 10 наименований.

Работа должна быть подписана студентом с указанием даты ее оформления.

# 1. ОБЪЕКТ, ПРЕДМЕТ, ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ СТАТИСТИКИ

## 1.1. Теоретические сведения

**Статистика как наука. Объект и предмет статистики.** Статистические методы анализа применяются в различных областях исследований. Наличие систематической, полной, достоверной и своевременной информации о происходящих явлениях и процессах является важным условием эффективности принятых управленческих решений на государственном уровне.

Как наука статистика возникла в XVII в., однако статистический учет осуществляли уже в глубокой древности. Так, известно, что еще в XXIII в. до н. э. проводились переписи населения в Китае, а в Древнем Риме осуществлялся учет имущества граждан, для организации налогообложения населения проводился учет земель, изучалось имущественное положение граждан и др.

Зарождение статистики как науки связано с именами представителей школы политических арифметиков Уильяма Петти и Джона Граунта (середина XVII в.). Они занимались изучением явлений не в статике, а в динамике и определяли предметом статистики массовые общественные явления. Свой вклад в развитие статистики внесли такие ученые, как Э. Галлей, П. Лаплас, Г. Ахенваль, А. Кетле, К. Гаусс, К. Пирсон и др.

Сам термин «статистика» (от лат. *status* – состояние, положение вещей) введен в научный обиход в середине XVIII в. и изначально употреблялся в значении «государствоведение».

Термин «статистика» в настоящее время используется в нескольких значениях (рис. 1.1).

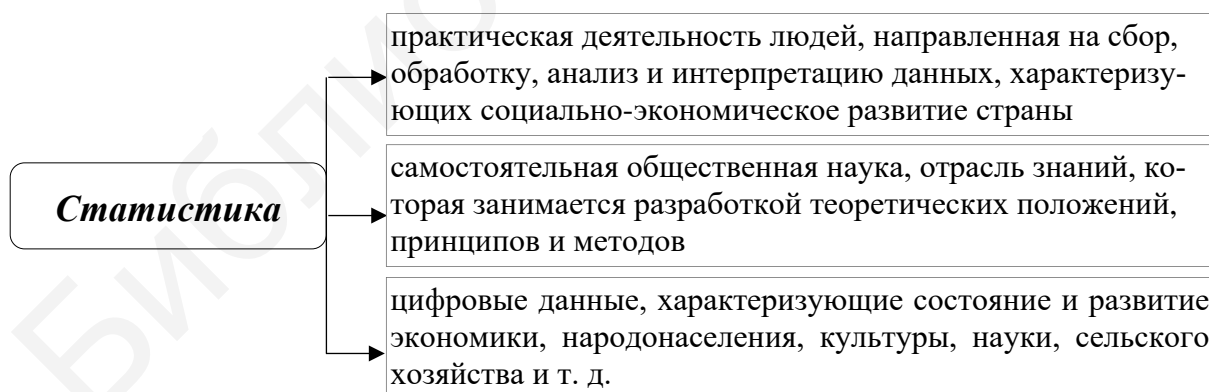


Рис. 1.1. Значения термина «статистика»

Теоретические особенности статистической науки проявляются в ее объекте, предмете, методологии, основных понятиях и категориях.

**Объектом изучения** статистики выступает общество и все многообразие происходящих в нем процессов и явлений, т. е. *совокупность социально-экономических явлений*.



**Предметом статистики** является количественная сторона массовых социально-экономических явлений в неразрывной связи с их качественной стороной в конкретных условиях места и времени, которая характеризуется с помощью обобщающих статистических показателей.

В определении предмета статистики подчеркивается несколько особенностей статистики как науки (рис. 1.2).

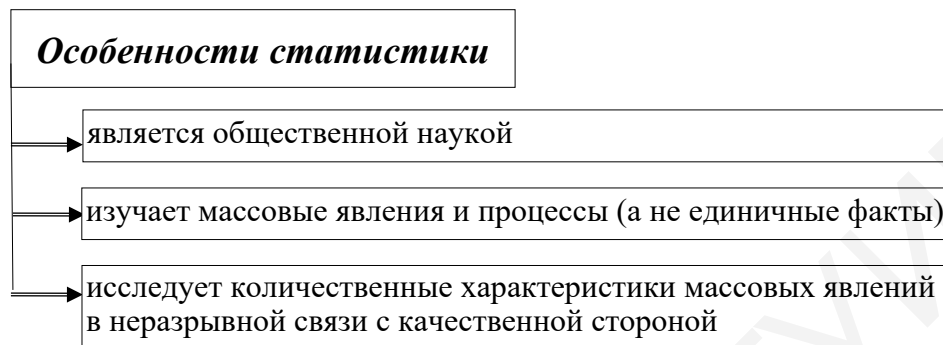


Рис. 1.2. Характерные черты (особенности) статистики

Статистика как учебная дисциплина состоит из трех разделов:

1) *общая теория статистики* включает разработку общих принципов, правил и способов получения и обработки информации; в рамках общей теории статистики разработан понятийный аппарат и система категорий статистической науки, создаются и описываются статистические методы, алгоритмы и др.;

2) *социально-экономическая статистика* изучает международную систему национальных счетов, состав национального богатства страны, уровень жизни населения, трудовые ресурсы и т. д.;

3) *статистика видов деятельности* позволяет разрабатывать и изучать статистические показатели развития соответствующих видов деятельности (статистика промышленности, торговли, цен, платежного баланса, финансовая и банковская статистика и др.).

**Основные понятия и категории, используемые в статистике.** Основная задача статистики заключается в выявлении статистических закономерностей развития социально-экономических явлений. При этом статистика изучает не отдельные явления, а массовые, т. е. совокупность явлений или статистическую совокупность.

**Статистическая совокупность** – это совокупность единиц, которые имеют один или несколько общих признаков, а другими признаками различаются между собой. Любая статистическая совокупность должна обладать двумя основными чертами:

1) *качественная однородность*: все единицы совокупности обладают одинаковыми существенными признаками, объединены общим качеством и представляют собой проявления одной и той же закономерности, например, предприятия, которые относятся к одной форме собственности;

2) *вариация признака*: колеблемость отдельных признаков у разных единиц совокупности, *например*, предприятия, однородные по форме собственности, являются разнородными по численности персонала, объему произведенной продукции и др.

Каждая единица статистической совокупности обладает набором определенных признаков.

**Признак** – это характерная черта, свойство, качество или особенность изучаемого явления. Значения признаков регистрируются в процессе сбора первичных данных. *Например*, при изучении человека признаками выступают пол, возраст, образование, семейное положение и т. д.; при изучении коммерческого банка – величина уставного фонда, численность работников и др.

Одной из задач статистики выступает изучение вариации признака.

**Вариация признака** – это различия в значениях признака при переходе от одной единицы статистической совокупности к другой, т. е. колеблемость величины признака. *Например*, величина уставного фонда у коммерческих банков неодинакова, т. е. она колеблется, варьирует.

**Статистический показатель** – это обобщенная количественно-качественная характеристика социально-экономических явлений и процессов, относящаяся к конкретным условиям места и времени.

Одной из важнейших задач статистики является выявление статистических закономерностей.

**Статистическая закономерность** – это повторяемость, последовательность, общая черта, которая проявляется в характере изменений значений признака у большинства единиц совокупности (*например*, на большинстве предприятий рост затрат на рекламу влечет увеличение прибыли).

Статистические закономерности обнаруживаются при массовом наблюдении благодаря действию закона больших чисел.

Согласно **закону больших чисел** несущественные случайные отклонения, которые наблюдаются в отдельных случаях, взаимопогашаются при изучении большого числа случаев. Вследствие этого проявляется та или иная статистическая закономерность, определяемая сущностью и внутренними законами развития самого явления и процесса.

**Этапы статистического исследования. Методы статистики.** Любое статистическое исследование состоит из трех этапов:

- 1) статистическое наблюдение;
- 2) сводка и группировка результатов статистического наблюдения;
- 3) получение и анализ обобщающих статистических показателей.

Каждому этапу статистического исследования соответствуют специфические статистические методы (табл. 1.1).

**Статистическая методология** представляет собой систему специальных способов, приемов и методов, которые направлены на исследование и анализ количественных закономерностей социально-экономических явлений.

Кроме перечисленных, для изучения предмета в статистике широко используются методы философии (в частности, диалектический метод), теории вероятностей, экономической теории, математической статистики.

Таблица 1.1

Этапы статистического исследования

Этап статистического исследования	Характеристика этапа	Методы
1. <i>Статистическое наблюдение</i>	Производится научно организованный сбор первичной статистической информации. В результате наблюдения получают данные, которые характеризуют каждую единицу в отдельности	– Метод массовых статистических наблюдений
2. <i>Сводка и группировка результатов статистического наблюдения</i>	Осуществляется систематизация и подсчет сводных итогов собранной первичной информации	– Метод статистических группировок; – табличный метод; – графический метод
3. <i>Получение и анализ обобщающих показателей</i>	Проводится вычисление статистических величин, которые позволят выявить закономерности в развитии явлений, изучать взаимосвязи между явлениями, получить модели для прогнозирования и др.	– Метод обобщающих статистических показателей; – индексный метод; – методы изучения рядов динамики; – метод корреляционно-регрессионного анализа и др.

**Организация статистики в Республике Беларусь. Основные задачи статистики на современном этапе.** Статистика играет важную роль в механизме управления экономикой страны и является главным ресурсом при принятии управленческих решений как на национальном, так и на региональном уровне.

В основе организации статистики в нашей стране лежит Закон Республики Беларусь «О государственной статистике», принятый Палатой Представителей 29 октября 2004 г., который устанавливает правовые основы государственной статистики, соответствующие международным принципам официальной статистики, и направлен на создание условий для удовлетворения потребности общества, государства и международного сообщества в официальной статистической информации. В законе определяются:

- а) порядок организации и ведения государственной статистики в стране;
- б) регулирование отношений, связанных с осуществлением государственной статистической деятельности;
- в) основные задачи и принципы государственной статистики;
- г) система органов государственной статистики, их права и обязанности;
- д) ответственность за нарушение законодательства Республики Беларусь в области государственной статистики и др.

**Производителями государственной статистики** в Республике Беларусь являются:

1) органы государственной статистики, которые ведут государственную статистику по формам *централизованных* государственных статистических наблюдений и (или) с использованием административных данных, в соответствии с методиками по формированию и расчету статистических показателей и др.;

2) государственные организации, уполномоченные на ведение государственной статистики, ведущие государственную статистику в пределах их компетенции по формам *нецентрализованных* государственных статистических наблюдений и (или) с использованием административных данных, в соответствии с методиками по формированию и расчету статистических показателей и др.

При этом порядок представления нецентрализованных форм государственных статистических наблюдений, согласование методик по формированию и расчету статистических показателей устанавливается Национальным статистическим комитетом Республики Беларусь.

Структура органов государственной статистики соответствует административно-территориальному делению страны (рис. 1.3).



Рис. 1.3. Производители государственной статистики в Республике Беларусь

Удельный вес в общем объеме производимой официальной статистики органов государственной статистики составляет 72 %, других производителей – 28 %.

Кроме того, поставщиками административных данных являются Министерство энергетики, Министерство юстиции, Верховный суд, Министерство экономики, Министерство информации, Национальная академия наук Беларуси, Государственный таможенный комитет и др.

Национальный статистический комитет Республики Беларусь (Белстат) является республиканским органом государственного управления, который реализует государственную политику в области государственной статистики, осуществляет регулирование и управление, а также координацию других государственных органов, иных организаций в этой области.

Официальный сайт Национального статистического комитета Республики Беларусь: <https://www.belstat.gov.by>.

**Основными задачами государственной статистики** на современном этапе ее развития являются:

- 1) формирование научно обоснованной официальной статистической методологии, соответствующей международным стандартам в области статистики;
- 2) осуществление государственной статистической деятельности с соблюдением принципов государственной статистики;
- 3) удовлетворение потребности общества, государства и международного сообщества в официальной статистической информации.

В своей деятельности органы государственной статистики придерживаются принципов, приведенных на рис. 1.4.

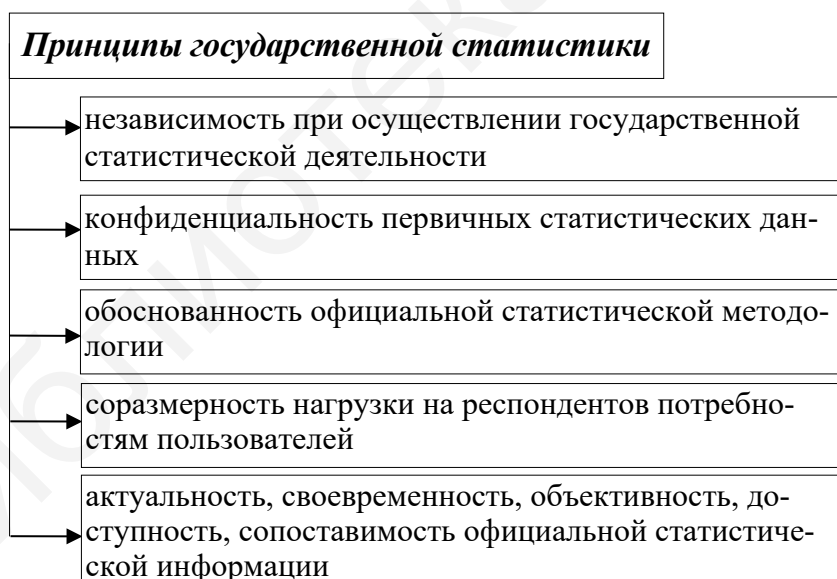


Рис. 1.4. Принципы государственной статистики

Одной из важнейших задач государственной статистики является максимальное удовлетворение потребностей в актуальной и объективной официальной статистической информации всех групп пользователей. Ежегодно органами государственной статистики производится:

- выпуск около 40 годовых сборников по разным отраслям статистики, более 9000 бюллетеней и экспресс-информации;

- публикация более 5000 материалов на официальных сайтах на русском, белорусском и английском языках;
- подготовка более 2000 актуальных материалов для СМИ, обзоров и др.

### **1.2. Темы индивидуальных работ**

1. Сущность статистики и основные исторические этапы ее развития.
  2. Становление русской статистической научной школы.
  3. Теоретические и методологические основы статистики.
  4. Статистика и современность.
  5. Организационная структура органов статистики в Республике Беларусь.
- Функции и задачи.
6. Правовые основы статистической деятельности в Республике Беларусь (Закон Республики Беларусь «О государственной статистике»).
  7. Уполномоченные на ведение статистической деятельности государственные организации: основная характеристика.

### **1.3. Вопросы и задания для самоконтроля**

1. Что является объектом статистики?
2. Охарактеризуйте предмет статистики.
3. Назовите год, когда впервые был употреблен термин «статистика».
4. В чем заключается сущность статистики как области практической деятельности людей?
5. Что означает термин «статистика»?
6. Перечислите основные особенности (характерные черты) статистики как науки.
7. Назовите основные задачи статистики на современном этапе развития страны.
8. Какова организация статистики в Республике Беларусь? Назовите орган республиканского уровня, осуществляющий руководство в сфере статистики.
9. Что такое признак?
10. Дайте определение статистической совокупности. Приведите пример.
11. Что такое статистическая закономерность?
12. В чем проявляется действие закона больших чисел?
13. Назовите составные части статистики.
14. Что такое вариация? Приведите примеры.
15. Дайте определение статистическому показателю.
16. Перечислите этапы любого статистического исследования.

### **1.4. Тестовые задания**

1. Укажите, какими чертами обладает любая статистическая совокупность:
  - а) качественная однородность;
  - б) количественное выражение;
  - в) вариация признака;
  - г) наличие статистической закономерности.

2. Укажите, что в переводе означает термин «статистика»?

- а) состояние, положение вещей;
- б) цифровой материал;
- г) вычислительные действия;
- д) научная деятельность.

3. Последовательность, повторяемость, которая проявляется в характере изменений значений признака у большинства единиц совокупности, носит название:

- а) вариация признака;
- б) статистическая закономерность;
- в) сводка результатов статистического наблюдения;
- г) статистическая методология.

4. Укажите первый этап любого статистического исследования:

- а) статистическая сводка и группировка;
- б) получение и анализ обобщающих статистических показателей;
- в) статистическое наблюдение;
- г) регулирование отношений, связанных с осуществлением государственной статистической деятельности.

### 1.5. Задачи

**Задача 1.1.** Изучите Закон «О государственной статистике» и *заполните* табл. 1.2.

Таблица 1.2

Принципы государственной статистики

Принцип государственной статистики	Сущность

**Задача 1.2.** Изучите и *отразите* схематично основные исторические этапы развития статистики как науки.

**Задача 1.3.** *Приведите* примеры статистических совокупностей (используя официальные статистические сборники). *Укажите* признаки, позволяющие описать отобранные статистические совокупности, дайте их характеристику.

**Задача 1.4.** *Укажите*, какие статистические совокупности можно выделить для статистического изучения в высшем учебном заведении.

**Задача 1.5.** *Укажите*, с помощью каких статистических показателей можно охарактеризовать совокупность жителей г. Минска.

## 2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ НАБЛЮДЕНИЯ

### 2.1. Теоретические сведения

**Сущность статистического наблюдения.** Первым этапом любого статистического исследования выступает статистическое наблюдение.

**Статистическое наблюдение** представляет собой планомерный, научно организованный сбор данных о явлениях и процессах общественной жизни путем регистрации их существенных признаков у единиц, вошедших в статистическую совокупность, по заранее установленной программе.

Получение исходных первичных данных является одной из наиболее сложных задач статистики. От качества организации и проведения статистического наблюдения зависит достоверность сформулированных выводов и рекомендаций.

Статистическое наблюдение может проводиться органами государственной статистики, научно-исследовательскими институтами, экономическими службами предприятий, учреждений, но во всех случаях учет фактов и сбор первичных статистических данных должен быть массовым и научно организованным и проводиться по заранее разработанным плану и программе [1].

От качества информации, собранной в результате статистического наблюдения, зависят результаты всей статистической работы, поэтому она должна отвечать следующим *требованиям*:

1) *достоверность*, т. е. полученные первичные статистические данные должны соответствовать фактическим; достоверность полученной информации зависит от многих причин: профессиональная подготовка специалистов, программа наблюдения, качество подготовленных статистических формуляров и инструкций и др.;

2) *полнота данных*, которая обеспечивается, во-первых, охватом всех единиц исследуемой совокупности; во-вторых, охватом наиболее существенных сторон явления;

3) *сопоставимость данных*, когда используются единые стоимостные оценки, территориальные границы, единая методика регистрации данных и расчета показателей, временные рамки и т. д.;

4) в условиях рыночной экономики возрастает значение еще одного требования – *своевременности*.

**Виды статистического наблюдения.** Статистическое наблюдение подразделяется на виды по нескольким классификационным признакам (рис. 2.1).

По времени регистрации фактов выделяют непрерывное (текущее) и прерывное наблюдение. Наблюдение, которое осуществляется систематически, постоянно, т. е. факты регистрируются по мере их свершения, называется *непрерывным* или *текущим* (например, учет рождений и смертей, браков и разводов в органах ЗАГС; учет дорожно-транспортных происшествий; поступление денег в кассы банков и др.). При *прерывном* наблюдении регистрация фактов производится с перерывами, время от времени.





Рис. 2.1. Виды статистического наблюдения

Прерывное наблюдение бывает двух видов:

а) *периодическое*, при котором регистрация фактов осуществляется через определенные промежутки времени (*например*, перепись населения проводится 1 раз в 10 лет);

б) *единовременное*, которое осуществляется по мере возникновения потребности в сборе данных (*например*, учет потерь в результате стихийных бедствий).

В зависимости от полноты охвата единиц совокупности статистическое наблюдение бывает сплошным и несплошным. При *сплошном* наблюдении обследованию подлежат все единицы изучаемой статистической совокупности (*например*, при переписи населения). Если же обследованию подвергается лишь часть единиц совокупности, такое наблюдение является *несплошным*.

Несплошное наблюдение делится на три вида:

а) *выборочное*, при котором характеристика генеральной совокупности дается по некоторой части единиц, отобранных в случайном порядке (*например*, выборочное обследование домашних хозяйств в Республике Беларусь, выборочное обследование покупателей магазина и др.);

б) *метод основного массива*, при котором обследуется «основной массив», имеющий наибольший удельный вес по изучаемым фактам (*например*, при регистрации потребительских цен изучаются крупные населенные пункты, в которых проживает основной удельный вес жителей);

в) *монографическое*, позволяющее провести детальное и углубленное статистическое обследование отдельных единиц совокупности или характерных типов явления (лучших, худших или типичных), *например*, исследование передовых предприятий с целью распространения опыта, изучение образа жизни семьи в рамках этнографического обследования и др.

В любом статистическом обследовании источником сведений может быть непосредственное наблюдение, документы или опрос.

При *непосредственном наблюдении* все необходимые сведения регистраторы получают путем осмотра, подсчета, измерения, взвешивания единиц совокупности либо на основе показаний приборов (*например*, регистрация цен на потребительские товары и услуги, регистрация температуры воздуха при метеорологических наблюдениях и др.). *Документальное (документированное) наблюдение* предполагает получение всех необходимых сведений о единицах совокупности с различных документов предприятий, организаций, учреждений и др. (*например*, счета клиентов коммерческого банка, свидетельства о рождении и др.). При *опросе* все необходимые сведения получают со слов опрашиваемого (*например*, при переписи населения).

Могут быть использованы различные способы сбора данных:

а) *отчетный*, при котором сведения в статистические органы поступают в результате обязательного представления юридическими лицами статистической отчетности;

б) *экспедиционный*, заключающийся в том, что специально подготовленные регистраторы на основе опроса заполняют формуляры и одновременно контролируют правильность ответов (*например*, при переписи населения);

в) *саморегистрации*, при котором сами работники организации, которая проводит обследование, раздают опросные листы или анкеты респондентам, инструктируют их по заполнению формуляров, а затем их собирают, одновременно контролируя полноту и правильность заполнения бланков;

г) *явочный*, при котором опрашиваемые являются в органы, проводящие наблюдение, и сообщают все необходимые сведения (*например*, при регистрации рождений);

д) *корреспондентский*, основанный на том, что статистические или другие организации рассылают специально разработанные бланки (и инструкции по их заполнению) отдельным организациям или специально отобранным лицам (корреспондентам), давшим согласие периодически заполнять их и пересылать обратно в установленные сроки;

е) *анкетный*, при котором необходимые сведения получают из специальных анкет, рассылаемых определенному кругу лиц или публикуемых в печати и заполняемых анонимно. Главное отличие анкетного способа от саморегистрации заключается в том, что при саморегистрации интервьюер сам раздает формуляры, следит за правильностью их заполнения и затем собирает их, а при анкетном способе формуляры могут не возвращаться.

**Формы статистического наблюдения.** В статистике используются две основные формы статистического наблюдения:

- 1) статистическая отчетность;
- 2) специально организованные статистические обследования.

**Статистическая отчетность** – это основная форма статистического наблюдения, при которой предприятия, организации, учреждения в определенные сроки предоставляют в статистические органы сведения, характеризующие

их экономическое состояние или результаты деятельности за отчетный период, путем заполнения установленных в законном порядке отчетных документов.

Статистическая отчетность имеет обязательный характер и юридическую силу. Этот документ подписывается руководителем, который несет ответственность за предоставление отчетности в строго установленные сроки и за достоверность указанных сведений.

Формуляры статистической отчетности (формы) утверждаются органами государственной статистики. По небольшой форме отчетности инструкция по ее заполнению дается в самом формуляре, по годовым формам – оформляется в виде отдельных брошюр.

Каждый формуляр отчетности имеет следующие *обязательные реквизиты*: название отчетности, номер формы, кем утверждена форма и подчиненность, периодичность и срок предоставления, коды предприятий, сама программа отчетности, подписи ответственных лиц.

Статистическая отчетность подразделяется на виды в зависимости от различных классификационных признаков (рис. 2.2).



Рис. 2.2. Классификация статистической отчетности

Наиболее подробной является программа *годовой* формы отчетности. *Текущая* отчетность разделяется на полугодовую, квартальную, месячную и недельную.

*Общегосударственная* статистическая отчетность носит обязательный характер для всех организаций и предоставляется в органы государственной статистики, в то время как *внутриведомственная* статистическая отчетность действует в пределах отдельного министерства (ведомства) и в органы государственной статистики не предоставляется.

В *типовой (общей) отчетности* содержится единая программа для всех организаций, в то время как в *специализированной отчетности* содержатся специфические показатели отдельных видов деятельности промышленности, сельского хозяйства и др.

В дополнение к статистической отчетности проводятся специально организованные статистические наблюдения.

**Специально организованные статистические обследования** – это форма статистического наблюдения, которое проводится с целью получения информации, отсутствующей в статистической отчетности, для проверки ее данных, а также для решения отдельных самостоятельных научно-практических задач. К ним относятся:

- переписи;
- единовременные учеты;
- выборочные обследования;
- мониторинг;
- обследования сплошного и несплошного характера.

*Перепись* – это крупное единовременное специально организованное обследование, повторяющееся, как правило, через равные промежутки времени с целью получения данных о численности, составе и состоянии объекта статистического наблюдения по ряду признаков (*например*, перепись населения, посевных площадей, многолетних насаждений и др.).

*Характерными особенностями* любой переписи являются [8]:

- 1) одновременность проведения ее на всей территории, которая должна быть охвачена обследованием;
- 2) единство программы наблюдения (по каждой единице наблюдения регистрируются одни и те же признаки);
- 3) регистрация всех единиц наблюдения по состоянию на один и тот же момент времени.

Из всех переписей наибольшее распространение получили переписи населения. Согласно Закону Республики Беларусь №144-З от 13.07.2006 *перепись населения* представляет собой систематическое сплошное государственное статистическое наблюдение, при проведении которого осуществляется сбор персональных данных на установленную дату в целях формирования и распространения итоговых данных, характеризующих демографическое и социально-экономическое положение населения Республики Беларусь.

В Республике Беларусь последняя перепись населения была проведена с 4 по 30 октября 2019 г. (вся информация собиралась по состоянию на 4 октября 2019 г.). Отличительной особенностью данной кампании являлось то, что сбор персональных данных осуществлялся не только с участием переписчика, но и путем заполнения респондентами переписных листов посредством специализированного программного обеспечения в глобальной компьютерной сети Интернет.

Кроме переписей населения статистика проводит и другие специально организованные наблюдения – выборочное обследование занятости, выборочное обследование домашних хозяйств по уровню жизни и др.

**План статистического наблюдения.** Статистическое наблюдение должно проводиться по заранее разработанному плану, в котором выделяют два раздела (рис. 2.3).

### План статистического наблюдения

Раздел 1	Раздел 2
<p style="text-align: center;"><i>Программно-методологические вопросы:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– постановка цели и задач наблюдения;</li> <li>– определение объекта;</li> <li>– обозначение единицы наблюдения;</li> <li>– определение территории наблюдения;</li> <li>– установление времени наблюдения;</li> <li>– разработка программы наблюдения;</li> <li>– разработка инструментария наблюдения и др.</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><i>Организационные вопросы:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выбор органа, ответственного за проведение наблюдения;</li> <li>– выбор места, времени, способа сбора и источников регистрации данных;</li> <li>– разработка программного обеспечения;</li> <li>– инструктаж кадров для проведения обследования;</li> <li>– подготовительные мероприятия и др.</li> </ul>

Рис. 2.3. Программно-методологические и организационные вопросы плана статистического наблюдения

Подготовка статистического наблюдения начинается с формулировки цели наблюдения. *Цель наблюдения* – это основная познавательная идея статистического исследования, указание на ту статистическую информацию, которую планируется получить в результате наблюдения. После установления цели наблюдения разрабатываются конкретные *задачи*, которые более детально устанавливают характер собираемых данных.

*Объект наблюдения* представляет собой статистическую совокупность, которая подвергается изучению в процессе статистического наблюдения. Под *единицей наблюдения* понимается единичный, неделимый элемент объекта наблюдения, который является носителем информации о подлежащих регистрации признаках. *Например*, при изучении успеваемости студентов отдельного факультета объектом наблюдения выступает совокупность студентов факультета, а единицей – отдельный студент; если объектом наблюдения является совокупность коммерческих банков Республики Беларусь, то единицей наблюдения будет один коммерческий банк.

*Территория наблюдения* – это пространство, относительно которого должны быть учтены все единицы наблюдения. *Например*, при опросе населения на предмет качества обслуживания в столичном метрополитене территорией наблюдения является г. Минск.

Период, в течение которого проводится сбор статистических данных, называется *временем наблюдения*. Тот момент времени, по отношению к которому регистрируются данные, называется *критическим моментом*.

Важным и трудоемким методологическим вопросом, решаемым на этапе подготовки статистического наблюдения, является разработка программы статистического наблюдения. *Программа наблюдения* представляет собой перечень признаков, подлежащих регистрации в ходе наблюдения по каждой единице. На основе таких признаков формулируются вопросы, которые заносятся в *статистический формуляр* (анкету или опросный лист), и разрабатывается инструкция о порядке его заполнения. *Например*, программа переписи населения содержит

вопросы о поле, возрасте, семейном положении, образовании респондента, источниках средств к существованию и т. д.

*Инструментарий наблюдения* включает статистические формуляры и инструкции по проведению статистического наблюдения.

В организационной части плана отражаются все вопросы организации и проведения статистического наблюдения: подготовка наблюдения, предварительное обучение и инструктаж кадров, распределение их по участкам работы, тиражирование в необходимом количестве бланков формуляров и др.

**Ошибки статистического наблюдения и методы их контроля.** Получение точной, полной и достоверной информации является важнейшей задачей статистики, однако в ходе проведения наблюдения могут возникать различные ошибки и погрешности.

**Ошибки статистического наблюдения** – это расхождения между полученными в ходе наблюдения и реальными (действительными) значениями изучаемых величин. В зависимости от причин возникновения различают две группы ошибок (рис. 2.4).

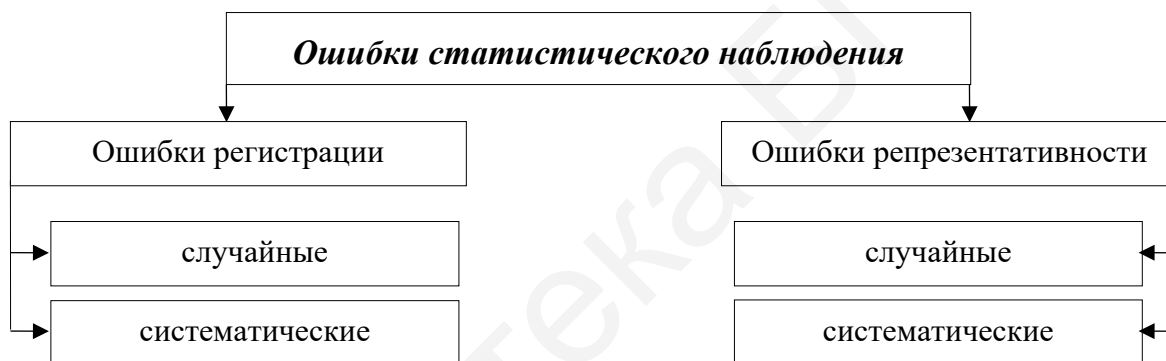


Рис. 2.4. Ошибки статистического наблюдения

**Ошибки регистрации** свойственны любому статистическому наблюдению и возникают в результате ошибочной регистрации ответов на вопросы статистического формуляра. В свою очередь, они делятся на два вида:

а) *случайные ошибки регистрации* возникают в результате ошибки регистратора (экономиста), представляющего данные (*например*, описки, перевертыши цифр, сдвиги полей в формуляре), или под действием других случайных факторов (*например*, искажения в показаниях приборов, ошибки в ответах респондента и др.). Эти ошибки не имеют какой-либо направленности и в силу действия закона больших чисел при обобщении материала они взаимопогашаются и не искажают результаты общего анализа;

б) *систематические ошибки регистрации* возникают в результате определенных умышленных действий (а именно приписки, утаивание информации). Такие ошибки являются, как правило, преднамеренными, имеют определенную направленность и приводят к искажению общих результатов статистического исследования.

**Ошибки репрезентативности (представительности)** возникают только при проведении несплошного наблюдения и представляют собой расхождения между значениями изучаемого признака в выборочной и генеральной совокупностях. Они бывают двух видов:

а) *случайные ошибки репрезентативности* возникают в результате того, что обследованию подвергается не вся генеральная совокупность, а только ее часть, поэтому выборочная совокупность недостаточно точно воспроизводит генеральную совокупность (такая ошибка при несплошном наблюдении присутствует всегда и может быть рассчитана по специальным формулам);

б) *систематические ошибки репрезентативности* возникают, если при несплошном обследовании нарушаются принципы случайности отбора единиц из генеральной совокупности в выборочную. Такие ошибки не поддаются количественной оценке.

Даже высокий уровень подготовительных и организационных мероприятий не позволяет избежать ошибок, поэтому после сбора статистическая информация должна быть тщательно проверена на предмет полноты и качества данных. Для этого используются различные виды контроля информации (табл. 2.1).

Таблица 2.1

Виды контроля данных наблюдения

Вид контроля данных	Сущность и направления	Пример
1. <i>Контроль полноты</i>	Проводится по двум основным направлениям: а) оценивается полнота охвата единиц наблюдением; б) проверяется полнота заполнения каждого формуляра	При анализе показателей доходности банков оценивается: а) о всех ли банках собрана информация; б) даны ли ответы на все вопросы в ходе наблюдения (доходы, прибыль, рентабельность и др.)
2. <i>Контроль качества (достоверности)</i>	Охватывает: а) <i>логический контроль</i> – основан на логической связи между признаками; б) <i>арифметический контроль</i> – основан на жесткой связи между признаками, которую можно проверить с помощью математических действий. Арифметический контроль совершенно точно устанавливает наличие ошибки, а логический контроль может лишь поставить под сомнение правильность данных	Если при переписи населения выявлено, что респонденту 10 лет и в то же время он женат и имеет троих детей, очевидно, что допущены ошибки при заполнении формуляра.  Объем произведенной продукции за январь – март текущего года не может быть меньше объема продукции за январь – февраль (показатель считается нарастающим итогом)

## 2.2. Темы индивидуальных работ

1. Формы статистического наблюдения: характеристика, отличительные черты, сфера применения в Республике Беларусь.
2. Применение несплошного наблюдения на практике.
3. Ошибки статистического наблюдения и методы борьбы с ними.
4. Специфика переписи населения в различных странах.

5. Сравнительная характеристика переписи населения в Республике Беларусь в разные годы (1999, 2009, 2019).

6. Перепись населения 2019 г. в Республике Беларусь: особенности организации, программа наблюдения.

### **2.3. Вопросы и задания для самоконтроля**

1. Что такое статистическое наблюдение?
2. Назовите и охарактеризуйте основные требования, которые предъявляются к информации, полученной в результате статистического наблюдения.
3. Назовите формы статистического наблюдения.
4. Дайте определение статистической отчетности, охарактеризуйте ее виды.
5. Какие виды несплошного статистического наблюдения вы знаете?
6. Объясните отличия объекта наблюдения от единицы наблюдения.
7. Что представляет собой территория наблюдения?
8. Приведите примеры непрерывного (текущего) наблюдения.
9. Назовите обязательные реквизиты статистического формуляра.
10. Что такое перепись населения?
11. Охарактеризуйте программно-методологическую часть плана статистического наблюдения.
12. Какие вопросы охватывает организационная часть статистического наблюдения?
13. Что представляет собой программа статистического наблюдения?
14. Что такое ошибки репрезентативности?
15. Какие виды контроля вы знаете?
16. Что такое критический момент в статистическом наблюдении?

### **2.4. Тестовые задания**

1. Укажите, какие виды статистического наблюдения различают по полноте охвата единиц совокупности:
  - а) полное, неполное;
  - б) сплошное, несплошное;
  - в) периодическое, текущее;
  - г) текущее, единовременное.
2. Укажите, по какой причине возникают ошибки репрезентативности:
  - а) из-за неправильной записи в формуляре ответов на вопросы программы наблюдения;
  - б) в результате того, что выборочная совокупность недостаточно точно воспроизводит генеральную совокупность;
  - в) в результате неправильной регистрации статистических данных;
  - г) из-за неправильного расчета статистических показателей.
3. Укажите, какое статистическое наблюдение называют единовременным:
  - а) наблюдение, при котором регистрация фактов производится по мере их свершения;



б) наблюдение, при котором факты регистрируются по мере надобности, без соблюдения периодичности;

в) наблюдение, при котором факты регистрируются через равные промежутки времени.

4. Укажите, к какому виду наблюдения относится перепись населения по полноте охвата единиц совокупности:

а) монографическое;

б) сплошное;

в) выборочное.

5. Несплошное наблюдение предусматривает обследование:

а) всех единиц изучаемой статистической совокупности;

б) наиболее мелких единиц статистической совокупности;

в) отдельных единиц изучаемой статистической совокупности.

## 2.5. Примеры решения типовых задач

**Пример 2.1.** Укажите, что является объектом и единицей статистического наблюдения при переписи населения.

### *Решение*

Объектом наблюдения являются все люди, проживающие на территории страны, а единицей наблюдения – отдельный человек.

**Пример 2.2.** Охарактеризуйте программно-методологические вопросы, возникающие при организации статистического исследования эффективности функционирования коммерческих банков г. Минска.

### *Решение*

Выделим отдельные программно-методологические вопросы наблюдения:

1. *Цель наблюдения* – собрать первичную информацию, позволяющую оценить эффективность функционирования коммерческих банков г. Минска.

2. *Объект наблюдения* – коммерческие банки г. Минска.

3. *Единица наблюдения* – отдельный коммерческий банк г. Минска.

4. *Территория наблюдения* – г. Минск.

5. *Время наблюдения* – временной промежуток, в течение которого предполагается проводить сбор данных.

6. *Программа наблюдения* – перечень вопросов, позволяющих оценить эффективность работы банков: доходы и расходы банка, уставный фонд, прибыль банка, число филиалов, число вкладчиков и т. д.

7. *Разработка инструментария наблюдения* – подготовка и тиражирование статистических формуляров и инструкций по их заполнению.

## 2.6. Задачи

**Задача 2.1.** Для эффективного размещения студентов, проживающих в общежитии УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», необходимо провести статистическое обследование их по составу.

Для этого необходимо:

- 1) *определить* перечень вопросов, которые вы считали бы нужным включить в программу обследования;
- 2) *сформулировать* вопросы;
- 3) *спроектировать* статистический формуляр обследования;
- 4) *подготовить* инструкцию по его заполнению;
- 3) *назвать* мероприятия организационного раздела плана обследования.

**Задача 2.2.** Менеджер супермаркета «Корона» решил провести обследование с целью определения резервов и разработки направлений улучшения работы его отделов.

Требуется:

- 1) *определить* объект и единицу наблюдения;
- 2) *выбрать* вид наблюдения и разработать его программу;
- 3) *подготовить* статистический формуляр и разработать краткую инструкцию.

**Задача 2.3.** Укажите, какими наиболее существенными признаками можно охарактеризовать следующие единицы статистического наблюдения:

- а) высшее учебное заведение;
- б) маркетинговое агентство;
- в) преподаватель вуза;
- г) студент вуза;
- д) домашнее хозяйство (семья);
- е) коммерческий банк;
- ж) библиотека.

**Задача 2.4.** Обозначьте цель и разработайте программу:

- а) для выборочного обследования читателей библиотеки университета;
- б) выборочного обследования студентов инженерно-экономического факультета;
- в) статистического обследования промышленных предприятий города;
- г) выборочного обследования покупателей гипермаркета.

**Задача 2.5.** Укажите оптимальную форму, вид и способ статистического наблюдения, проводимого с целью:

- а) изучения спроса на питьевую воду в летнее время (сотрудниками крупной торговой сети в течение августа на основе анкетирования был проведен опрос 500 покупателей при численности жителей региона 7500 чел.);

- б) изучения обеспеченности семей города жильем;
- в) оценки пассажиропотока в столичном метро (обследование проводилось в течение января на основе показаний пунктов пропуска).

**Задача 2.6.** В деканат поступили результаты текущей аттестации студентов факультета, которая проходила в период с 15 по 19 марта: ведомости всех групп, в которых отражены отметки (в баллах) для каждого студента по каждой учебной дисциплине.

*Определите:*

- 1) форму статистического наблюдения;
- 2) вид статистического наблюдения (по времени регистрации, полноте охвата единиц, источнику сведений и способу сбора информации).

**Задача 2.7.** *Разработайте* глоссарий (перечень терминов и их определений) по теме.

**Задача 2.8.** Продумайте и *запишите* мероприятия, которые позволят повысить точность статистического наблюдения.

**Задача 2.9.** *Укажите*, что является объектом и единицей следующих статистических наблюдений:

- а) обследование, проводимое для оценки эффективности работы городского транспорта;
- б) изучение деятельности товарных бирж страны;
- в) статистическое изучение доходов и расходов домашних хозяйств республики.

**Задача 2.10.** *Охарактеризуйте* программно-методологические вопросы, возникающие при организации статистического исследования эффективности рекламы, разрабатываемой разными рекламными компаниями.

**Задача 2.11.** Администрация города заказала социологической компании проведение опроса среди граждан для уточнения их мнения по поводу строительства крупного спортивного центра в центральной части города.

*Определите* границы объекта наблюдения, единицу наблюдения, вид наблюдения, способ сбора информации.

### 3. ГРУППИРОВКА И СВОДКА ДАННЫХ НАБЛЮДЕНИЯ

#### 3.1. Теоретические сведения

**Сводка статистических данных.** Собранная в результате статистического наблюдения информация характеризует каждую единицу наблюдения в отдельности, поэтому сформулировать выводы и выявить важнейшие статистические закономерности затруднительно. Для этого на втором этапе любого статистического исследования осуществляется сводка и группировка полученных материалов.

*Статистическая сводка* представляет собой первичную обработку и систематизацию результатов статистического наблюдения с целью получения итоговых или упорядоченных характеристик совокупности.

Основной целью статистической сводки является получение обобщающих статистических показателей.

Сводка, как правило, сопровождается группировкой собранного материала по разработанной системе признаков и позволяет перейти к обобщающим показателям совокупности в целом и отдельных ее частей, осуществлять анализ и прогнозирование изучаемых процессов и явлений.

В процессе сводки первичные данные о единицах совокупности располагают в определенном виде (в порядке возрастания или убывания, по алфавиту, статусу и др.).

Для успешного проведения разрабатываются программа и план статистической сводки.

**Программа статистической сводки** определяется основными задачами исследования:

- а) выбор группировочных признаков, позволяющих провести разграничение изучаемой совокупности;
- б) выделение групп, на которые может быть расчленена изучаемая совокупность;
- в) обозначение границ интервалов групп при классификации по количественным признакам;
- г) разработка системы статистических показателей для характеристики выделенных групп и объекта статистической сводки в целом;
- д) подготовка макета статистических таблиц для представления результатов сводки.

**План статистической сводки** включает все организационные мероприятия, связанные с проведением сводки:

- указания о последовательности и сроках выполнения сводки;
- техническое обеспечение сводки;
- разработка системы выходных статистических таблиц, оформляющих результаты сводки;
- источники публикации результатов сводки и др.

Статистическая сводка может быть классифицирована по различным признакам (рис. 3.1).



Рис. 3.1. Виды статистической сводки

*Централизованная сводка* предполагает обработку данных одним, как правило, центральным органом статистики (*например*, при обработке первичных данных единовременных статистических обследований). *Децентрализованная сводка* проводится поэтапно: сначала местными, потом областными, а затем центральными органами статистики (*например*, при обработке данных статистической отчетности).

Сводка, направленная на получение только общих итогов по изучаемой совокупности единиц, называется *простой*. В то время как *групповая сводка* представляет собой комплекс операций, включающих как группировку единиц наблюдения, так и подсчет итогов по каждой группе и по всей совокупности.

По технике или способу выполнения статистическая сводка бывает *ручной* (результаты которой обрабатываются вручную) либо *компьютерной* (с помощью компьютера и использования специального программного обеспечения).

**Сущность и виды статистических группировок.** Часто статистическая сводка информации осуществляется на основе проведения статистической группировки.

Группировки помогают анализировать типы социально-экономических явлений, изучать структуру совокупности, выявлять взаимосвязи между показателями. Кроме того, группировки лежат в основе всей дальнейшей работы с собранной информацией.

*Статистическая группировка* – это процесс разбиения единиц изучаемой совокупности на качественно однородные группы по одному или нескольким существенным признакам.

Признаки, по которым производится распределение единиц на группы, называют *группировочными* (или *основанием группировки*).

Классификация статистических признаков приведена в табл. 3.1.

Группировки делятся по нескольким классификационным признакам на виды, представленные на рис. 3.2.

Таблица 3.1

## Классификация признаков

Виды признаков	Сущность	Примеры
<b>По характеру вариации (по возможности количественного выражения)</b>		
1. Вариационные	Признаки, которые имеют количественное выражение	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Стаж работника;</li> <li>• возраст человека;</li> <li>• прибыль предприятия и др.</li> </ul>
1.1. Дискретные	Признаки, которые принимают только целые значения	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Количество детей в семье;</li> <li>• количество этажей в здании;</li> <li>• число мест в самолете и др.</li> </ul>
1.2. Непрерывные	Признаки, которые могут принимать как целые, так и дробные значения	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Зарботная плата;</li> <li>• рентабельность;</li> <li>• процентная ставка по кредиту и др.</li> </ul>
2. Атрибутивные	Признаки, не имеющие количественного выражения (качественные признаки)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Пол человека;</li> <li>• семейное положение;</li> <li>• форма собственности предприятия и др.</li> </ul>
<b>По содержанию</b>		
1. Существенные	Признаки, которые определяют сущность (содержание) изучаемого явления	При изучении успеваемости студентов факультета: <ul style="list-style-type: none"> <li>• средний балл, полученный в рамках последней сессии, – существенный признак;</li> <li>• число часов пропусков занятий – существенный признак;</li> <li>• пол – второстепенный признак</li> </ul>
2. Второстепенные	Важные для характеристики изучаемого явления признаки, но не отнесенные к существенным	
<b>В зависимости от причинно-следственной связи</b>		
1. Факторные	Признаки причины, которые определяют изменения другого (результативного) признака	При оценке зависимости заработной платы работника от его стажа: <ul style="list-style-type: none"> <li>• стаж работника – факторный признак;</li> <li>• заработная плата – результативный признак</li> </ul>
2. Результативные	Признаки, которые изменяются под влиянием факторных признаков	



Рис. 3.2. Виды статистических группировок

Группировка, которая образована по одному признаку, называется *простой* (например, распределение населения по возрастным группам), а группировка, выполненная по двум или более признакам, взятым в сочетании, – *комбинационной* (например, группировка населения по полу и возрасту).

Применение метода статистических группировок позволяет решить три основные задачи, возникающие в ходе статистического исследования:

- 1) выявление социально-экономических типов явлений;
- 2) изучение структуры статистической совокупности, оценка структурных сдвигов, происходящих в ней;
- 3) исследование взаимосвязей и зависимостей между явлениями.

В соответствии с перечисленными задачами выделяют три вида группировок (рис. 3.2): типологическая, структурная и аналитическая.

*Типологическая группировка* представляет собой распределение единиц совокупности по социально-экономическим типам (классам, однородным группам). Основная задача данной группировки заключается в идентификации и описании типов исследуемого явления.

Примером типологической группировки является распределение совокупности малых организаций Республики Беларусь по формам собственности (табл. 3.2).

Таблица 3.2

Распределение малых организаций Республики Беларусь по формам собственности в 2018 г. (на конец года)

Форма собственности	Число малых организаций, ед.
Государственная	652
Частная	10 120
Иностранная	756
<i>Всего</i>	11 528

*Примечание.* Малыми организациями являются зарегистрированные в Республике Беларусь коммерческие организации со средней численностью работников за календарный год от 16 до 100 чел. включительно.

*Структурная группировка* предполагает разделение единиц совокупности на группы для характеристики ее структуры (состава) по какому-либо варьирующему признаку, например, распределение денежных доходов населения по источникам поступления, представленное в табл. 3.3.

Таблица 3.3

Денежные доходы населения Республики Беларусь в 2018 г.

Источники денежных доходов	Денежные доходы	
	сумма, млн руб.	в процентах к итогу
Денежные доходы населения, всего	72 787,3	100,0
В том числе:		
оплата труда	46 848,0	64,3
доходы от предпринимательской и иной деятельности, приносящей доход	5949,8	8,2
трансферты населению	16 597,6	22,8
доходы от собственности	1585,8	2,2
прочие доходы	1806,1	2,5

*Аналитическая группировка* предназначена для выявления и изучения взаимосвязей между факторными и результативными признаками.

В основу аналитической группировки всегда кладется факторный признак, а значения результативного признака рассчитывают в среднем на одну единицу по группе. *Например*, оценивается зависимость между прибылью компании (результативный признак) и затратами на рекламу (факторный признак).

*Первичной* является группировка, образованная на основе первичных данных, собранных в результате статистического наблюдения. *Вторичная* группировка выполняется на основе первичной группировки.

Особой разновидностью типологической группировки выступает *классификация*, которая представляет собой устойчивую группировку, систематизированные распределения явлений и объектов на определенные группы, классы на основании их сходства и различия. В основе классификаций всегда лежит качественный (атрибутивный, описательный) признак.

*Например*, в системе национальных счетов (СНС) применяются два типа классификации экономических (хозяйственных) единиц: секторная и по видам экономической деятельности.

В Республике Беларусь действуют Общегосударственный классификатор видов экономической деятельности (ОКЭД), Общегосударственный классификатор форм собственности (ОКФС) и др.

**Сущность и способы вторичной группировки.** На практике часто возникают ситуации, когда по уже имеющейся группировке, которая не удовлетворяет требованиям проводимого анализа, необходимо построить новую группировку. Если массив первичных данных оказывается недоступным, используют особую, вторичную, группировку.

*Вторичная группировка* представляет собой операцию образования новых групп на основании уже имеющейся группировки для более четкого выявления характера распределения единиц совокупности либо для приведения двух или более группировок с различными интервалами к единому виду с целью их сопоставимости. Различают два способа вторичной группировки [1]:

- 1) непосредственного укрупнения интервалов групп;
- 2) пропорционального дробления групп (долевая перегруппировка).

*Способ непосредственного укрупнения интервалов* предполагает изменение размера интервала первичной группировки таким образом, чтобы в новой группировке лежали более крупные относительно первичной группировки интервалы.

*Долевая перегруппировка* базируется на принципе равномерности распределения единиц наблюдения внутри границ интервала и подразумевает дробление интервалов с последующей перегруппировкой данных пропорционально длине дробимого первичного интервала.

### **3.2. Темы индивидуальных работ**

1. Централизованная и децентрализованная статистическая сводка: сущность, преимущества и недостатки.



2. Статистические группировки – научная основа сводки.
3. Методология построения типологических группировок.
4. Использование метода статистических группировок в социально-демографической статистике.
5. Роль классификаций в статистике.
6. Система международных, европейских и национальных классификаторов.
7. МСОК (Международный стандартный отраслевой классификатор) и ОКЭД: сущность классификаторов, особенности построения и применения.

### **3.3. Вопросы и задания для самоконтроля**

1. Что такое статистическая сводка?
2. Что такое план статистической сводки?
3. Назовите преимущества и недостатки централизованной и децентрализованной статистической сводки.
4. В чем сущность статистической группировки?
5. Назовите виды группировочных признаков по возможности количественного выражения. Приведите примеры.
6. Приведите примеры факторных и результативных признаков.
7. Что такое аналитическая группировка? Для чего она используется?
8. Какая задача решается с помощью построения типологической группировки?
9. Для решения какой задачи в статистике используют структурные группировки?
10. Что такое классификация? Назовите примеры статистических классификаций.
11. Какие способы вторичной группировки вы знаете?
12. Приведите примеры дискретных и атрибутивных признаков.

### **3.4. Тестовые задания**

1. Укажите, какие из приведенных группировок являются типологическими:
  - а) домашних хозяйств по размеру среднедушевого дохода;
  - б) специалистов коммерческого банка по уровню образования;
  - в) депозитов банка по сроку их привлечения;
  - г) населения региона по социальному статусу;
  - д) группировка, позволяющая оценить взаимосвязь заработной платы менеджеров отдела и их стажа.
2. Укажите способы, которые позволяют провести вторичную группировку:
  - а) доленая перегруппировка;
  - б) способ основного массива;
  - в) метод наименьших квадратов;
  - г) непосредственное укрупнение интервалов групп.

3. В зависимости от решаемых задач статистические группировки делятся:

- а) на первичные и вторичные;
- б) простые и комбинационные;
- в) атрибутивные и вариационные;
- г) типологические, структурные и аналитические.

4. Укажите, какие из перечисленных признаков относятся к атрибутивным:

- а) заработная плата работника;
- б) форма собственности;
- в) пол;
- г) семейное положение;
- д) прибыль предприятия;
- е) уровень образования сотрудника.

5. Выберите, какие из перечисленных признаков относятся к количественным:

- а) рентабельность;
- б) цвет глаз;
- в) национальность;
- г) выработка в расчете на одного работника;
- д) стоимость основных средств предприятия;
- е) этажность зданий.

### 3.5. Примеры решения типовых задач

**Пример 3.1.** Укажите, какие из перечисленных признаков относятся к атрибутивным:

- а) территориальное расположение предприятия;
- б) доходы гостиничного комплекса;
- в) число детей в семье;
- г) профессия;
- д) размер посевной площади.

#### *Решение*

Атрибутивные признаки отражают свойства изучаемых явлений и не имеют количественного выражения. Среди перечисленных такими признаками являются:

- а) территориальное расположение предприятия;
- г) профессия.

Все остальные признаки являются количественными.

**Ответ: а; г.**

**Пример 3.2.** Укажите, какие из приведенных группировок являются типологическими:

- а) сотрудников министерства по классу госслужащего;
- б) занятого населения страны по видам экономической деятельности;
- в) задолженности банка по срокам погашения (краткосрочная и долгосрочная);

- г) группировка, позволяющая оценить зависимость прибыли промышленного предприятия от среднегодовой стоимости основных средств;
- д) безработного населения по возрастным группам.

**Решение**

Типологические группировки представляют собой распределение единиц наблюдения по социально-экономическим типам, классам, однородным группам.

Среди перечисленных такими группировками являются:

- а) сотрудников министерства по классу госслужащего;
- б) занятого населения страны по видам экономической деятельности;
- в) задолженности банка по срокам погашения (краткосрочная и долгосрочная).

**Ответ: а; б; в.**

**3.6. Задачи**

**Задача 3.1.** Изучите итоги переписи населения Республики Беларусь 2019 года. *Проанализируйте*, какие группировки использованы при разработке материалов переписи.

**Задача 3.2.** Изучите статистический ежегодник Республики Беларусь и *выпишите* примеры структурных и типологических группировок.

**Задача 3.3.** *Укажите*, какими количественными и качественными признаками можно охарактеризовать следующие совокупности:

- а) студентов факультета;
- б) коммерческих банков Республики Беларусь;
- в) рекламных компаний;
- г) домашних хозяйств, отобранных для обследования уровня жизни.

**Задача 3.4.** В табл. 3.4 представлено распределение специалистов рекламного агентства по заработной плате.

Для обеспечения сопоставимости данных по нескольким рекламным компаниям требуется *перегруппировать* имеющиеся данные и образовать новые интервалы: 700–1000; 1000–1300; 1300–1600; 1600–1900.

*Укажите*, какие способы вторичной группировки были использованы.

Таблица 3.4

Распределение работников рекламного агентства по размеру заработной платы

Группы работников по размеру заработной платы, руб.	Численность работников, чел.
700–900	10
900–1100	15
1100–1300	20
1300–1500	24
1500–1700	18
1700–1900	13
<i>Всего</i>	100

## 4. РЯДЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

### 4.1. Теоретические сведения

**Ряды распределения, их виды и правила построения.** Результатом первичной сводки и группировки собранных статистических данных является построение ряда распределения.

*Ряд распределения* представляет собой упорядоченное распределение единиц изучаемой совокупности на группы по определенному варьирующему признаку.

Построение рядов распределения позволяет охарактеризовать структуру (состав) изучаемого явления, делать выводы об однородности совокупности, закономерностях развития явления, границах варьирования признаков и др.

Любой ряд распределения всегда состоит из двух элементов:

- 1) *варианта* – это значение признака, по которому построен ряд распределения;
- 2) *частота* – это количество значений признака по каждой группе.

Сумма всех частот всегда равна объему совокупности. Если частоты выражаются относительными величинами (в долях единиц или в процентах), их называют *частотями*. Сумма всех частостей равна единице (или 100 %).

Ряды распределения могут быть образованы как по количественным, так и по атрибутивным признакам, соответственно выделяют следующие виды рядов:

- 1) ***атрибутивные ряды распределения***, в основе которых лежит атрибутивный (качественный) признак, *например*, распределение предприятий по форме собственности или распределение всех жителей республики в зависимости от места жительства;

- 2) ***вариационные ряды распределения***, в основе которых лежит вариационный (количественный) признак, *например*, распределение банков по размеру полученной прибыли или распределение населения по возрасту. Вариационные ряды бывают двух видов:

– *дискретный ряд распределения*, в котором значения группировочного признака выражены целым числом;

– *интервальный ряд распределения*, в котором значения группировочных признаков выражены в виде интервалов.

Под *величиной интервала* понимается разность между наибольшим и наименьшим значениями признака в каждой группе.

Виды интервалов показаны на рис. 4.1.

Если вариация (колеблемость) признака проявляется в сравнительно узких границах и распределение единиц является практически равномерным, используют группировки с равными интервалами.

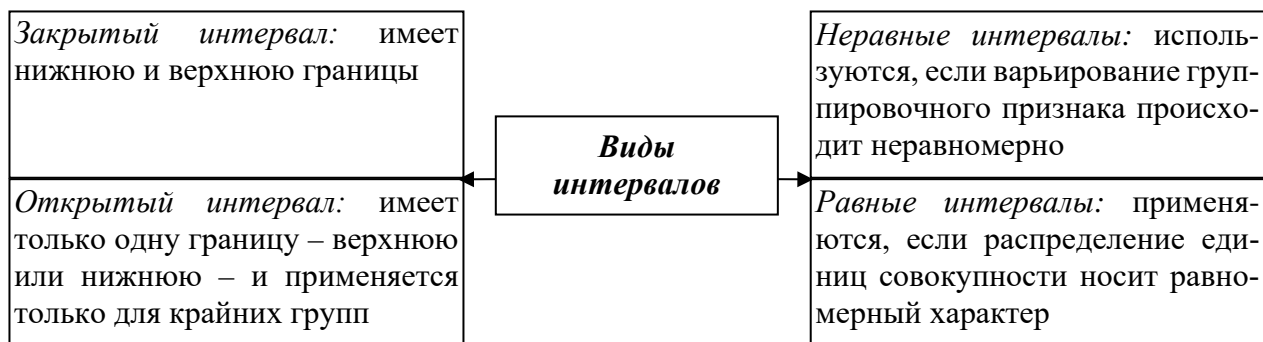


Рис. 4.1. Виды интервалов

Величина *равного интервала* определяется по следующей формуле

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}, \quad (4.1)$$

Где  $x_{\max}$  и  $x_{\min}$  – соответственно максимальное и минимальное значения признака в совокупности;

$n$  – число групп.

Количество групп и величина интервала связаны между собой: чем больше образовано групп, тем меньше интервал, и наоборот. Число групп зависит от числа единиц изучаемой совокупности и вариации (колеблемости) изучаемого группировочного признака.

При определении числа групп можно использовать формулу Стерджесса, тогда формула для расчета величины равного интервала примет вид

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,322 \cdot \lg N}, \quad (4.2)$$

где  $N$  – число единиц совокупности.

При построении рядов распределения и распределении единиц совокупности по интервалам необходимо соблюдать следующие правила:

- 1) если группировочный признак является атрибутивным или количественным дискретным, то число групп равняется числу значений признака;
- 2) если ряд распределения строится по непрерывному признаку, то интервалы записывают, как правило, следующим образом: верхняя граница первого интервала является одновременно нижней границей следующего;
- 3) для исключения попадания одной и той же единицы в две разные группы условно принимают, что нижнюю границу считают включительно, а верхнюю – исключительно.

**Графическое изображение рядов распределения.** Ряды распределения удобно анализировать, когда они представлены в графическом виде.

Для изображения различных видов рядов распределения в статистике используют следующие виды статистических графиков:

1. *Секторная* или *прямоугольная диаграмма* используется, как правило, для изображения атрибутивных рядов распределения. Эти графики позволяют отразить структуру или масштабы явления.

В табл. 4.1 показан атрибутивный ряд распределения населения Республики Беларусь по возрастным группам.

Таблица 4.1

Распределение населения Республики Беларусь по возрастным группам  
(на начало 2019 года)

Возрастная группа	Численность, тыс. чел.
Общая численность населения	9475
В том числе:	
моложе трудоспособного возраста	1691
в трудоспособном возрасте	5434
старше трудоспособного возраста	2350

Для изучения структуры населения Беларуси построим секторную диаграмму (рис. 4.2).

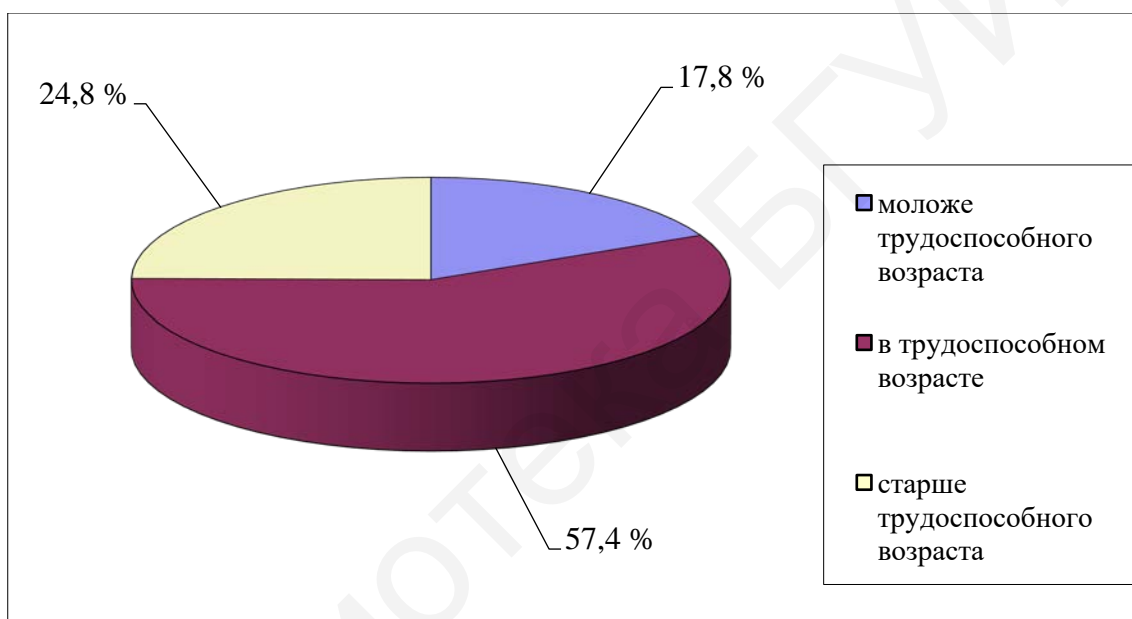


Рис. 4.2. Распределение населения Республики Беларусь по возрасту  
(на начало 2019 г.), %

2. *Полигон распределения* используется преимущественно для графического представления дискретного вариационного ряда распределения (возможно построение на основе середин интервалов интервального ряда).

Для его построения на оси абсцисс откладываются значения вариантов, а на оси ординат – соответствующие им частоты (частоты). Полученные таким образом точки соединяют отрезками в ломаную кривую.

В табл. 4.2 показаны условные данные о реализации женских деловых костюмов в фирменной секции магазина в течение недели.

Так как ряд распределения, показанный в табл. 4.2, является дискретным вариационным рядом распределения (значение признака  $x$  выражено целым числом), построим полигон распределения (рис. 4.3).

Таблица 4.2

Распределение реализованных женских костюмов  
в течение недели

Размер костюма, $x$	Число продаж, $f$ , ед.
42	2
44	6
46	8
48	5
50	1
<i>Итого</i>	22

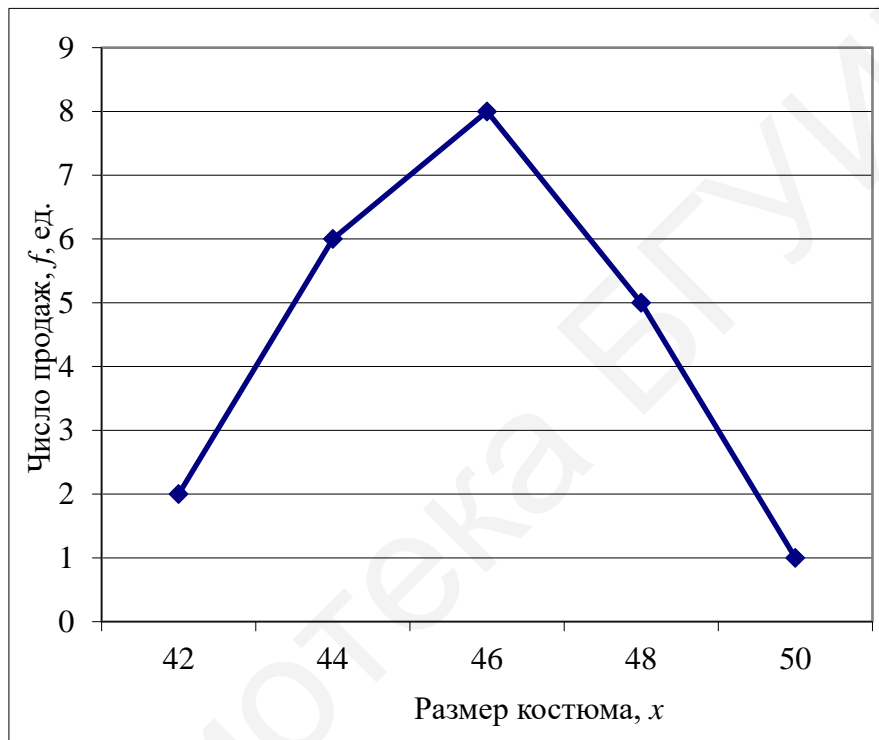


Рис. 4.3. Полигон распределения реализованных женских костюмов в фирменной секции

3. *Гистограмма* применяется для изображения интервального ряда распределения и строится как ряд сомкнутых прямоугольников, основанием которых является величина интервалов значений  $x$  (откладываются по оси абсцисс), а высотой прямоугольников – частота  $f$  (или частость), значения которой откладывают по оси ординат.

При неравных интервалах в ряду распределения у гистограммы распределения высотами прямоугольников будут выступать показатели плотности распределения (количество единиц каждой группы, приходящееся на единицу величины интервала).

В табл. 4.3 представлены данные о распределении числа родившихся в Республике Беларусь в 2018 г. по возрасту матери.

Построим по данным табл. 4.3 гистограмму и представим на рис. 4.4. Если соединить отрезками середины верхних сторон прямоугольников, можно получить полигон распределения (на рисунке показан пунктирной линией).

Таблица 4.3

Распределение родившихся в Республике Беларусь в 2018 г.  
по возрасту матери

Возрастная группа, $x$ , лет	Число родившихся, $f$ , чел.
До 20	2564
20–24	17 961
25–29	31 530
30–34	27 421
35–39	12 197
40–44	2247
45–49	90
<i>Всего</i>	94 010

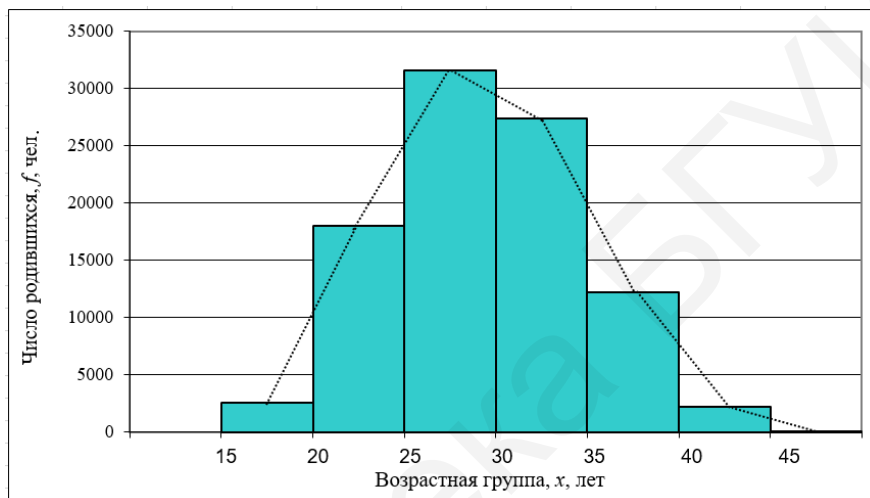


Рис. 4.4. Гистограмма распределения числа родившихся в Республике Беларусь по возрасту матери

Данные табл. 4.3 и рис. 4.4 показывают характерную для многих признаков форму распределения: чаще встречаются значения средних интервалов, реже – крайние значения.

По накопленным частотам (или частотам) строят особые статистические графики: кумулята (кумулятивная кривая) и огива.

*Кумулята* (кумулятивная кривая) показывает характер нарастания частот (или частостей) от группы к группе и позволяет отразить зависимость между значениями признака и накопленными частотами. В дискретном ряду распределения по оси абсцисс откладывают значения вариант ряда, а по оси ординат – накопленные частоты. Полученные точки соединяют ломаной линией. При построении кумуляты нижней границе первого интервала соответствует частота, равная 0, а верхней – частота данного интервала.

Если вместо частот взять значения накопленных частостей, тогда верхняя точка на кумулятивной кривой по оси ординат будет соответствовать значению 100 %.

Использование кумулят удобно при сравнении вариационных рядов, анализе концентрации производства и др.



По данным, представленным в табл. 4.3, построим кумюляту распределения для интервального ряда (рис. 4.5).

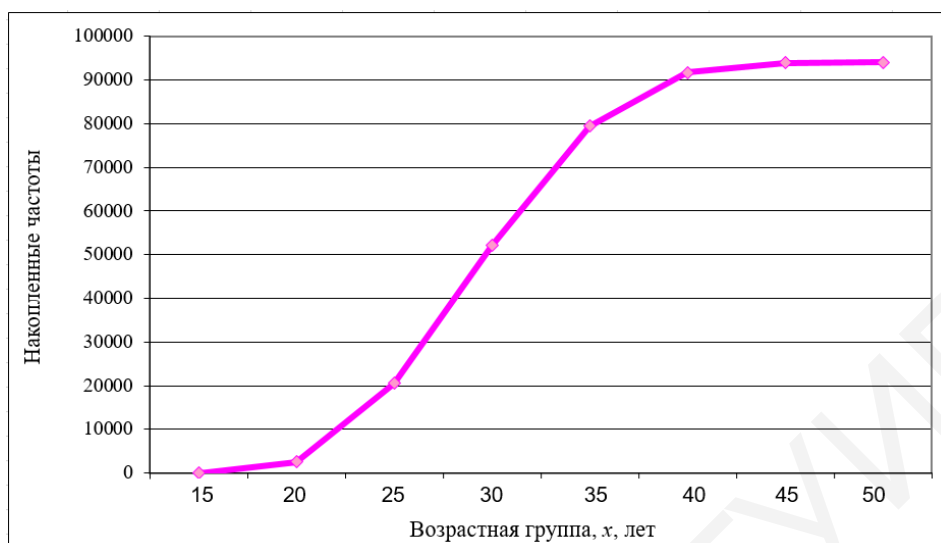


Рис. 4.5. Кумюлята распределения

Если у кумюляты поменять местами ось абсцисс и ось ординат, получают график, который называется *огивой*.

**Нормальное распределение в статистике.** Выравнивание вариационных рядов распределения предполагает замену эмпирического распределения близким к нему по характеру теоретическим распределением.

**Теоретическими распределениями** являются достаточно хорошо изученные в теории статистики распределения, которые представляют собой зависимости между плотностями распределения и значениями признака. Данные зависимости отражают закономерности распределения.

Кривая, выражающая закономерность такого типа распределения, называется *теоретической кривой распределения*.

Теоретические кривые распределения можно описать статистическими функциями, параметры которых рассчитывают по статистическим характеристикам изучаемой совокупности.

В статистике наиболее часто используют следующие теоретические распределения:

– *биномиальное распределение* применяется для описания распределения альтернативного признака и представляет собой распределение вероятности только двух исходов событий: отрицательного или положительного;

– *распределение Пуассона* – это распределение числа появления редких случайных событий, которые могут принимать только два противоположных значения (возникает, когда число испытаний  $n$  значительное, а вероятность наступления одного из признаков – невысока); используется для изучения маловероятных событий в большой серии независимых испытаний;

– *нормальное распределение* образуется в том случае, если на варьирующую переменную влияет большое число независимых или мало зависимых факторов, ни один из которых не имеет преобладающего влияния.

График плотности нормально распределенной случайной величины выражается формулой

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}, \quad (4.3)$$

где  $x$  – индивидуальные значения признака;  
 $\bar{x}$  – среднее значение признака;  
 $\sigma$  – среднее квадратическое отклонение;  
 $\sigma^2$  – дисперсия;  
 $\pi \approx 3,1415$ .

Случайная величина, которая имеет нормальное распределение, называется *нормальной (гауссовской) случайной величиной*.

График *нормального (гауссовского) распределения* имеет форму симметричного относительно  $\bar{x}$  колокола и иначе называется колоколообразной кривой (рис. 4.6).

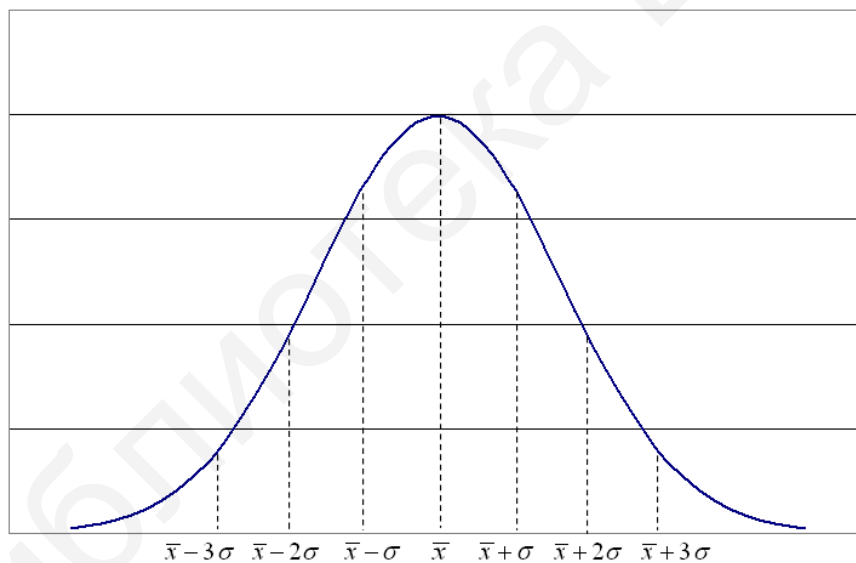


Рис. 4.6. Кривая нормального распределения

*Симметричное распределение* – это распределение, в котором частоты любых двух вариантов, находящиеся на одном расстоянии по обе стороны от центра распределения, равны между собой.

Основные свойства, которыми характеризуется стандартное нормальное распределение, следующие:

- при всех значениях  $x$  плотность  $f(x)$  является положительной;
- при возрастании модуля аргумента  $x$  функция  $f(x)$  сколь угодно близко приближается к оси абсцисс, не пересекая ее;

– при изменении  $\sigma$  центр распределения остается неизменным, а форма распределения изменяется;

– максимальную плотность нормальное распределение имеет при  $\bar{x}$  и имеет максимум, равный  $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ . Таким образом, при нормальном распределе-

нии значение средней арифметической совпадает с модальным ( $Mo$ ) и медианным ( $Me$ ) значениями:  $\bar{x} = Mo = Me$ ;

– при нормальном распределении в пределах  $\bar{x} \pm \sigma$  лежит 68,26 % всех значений исследуемой переменной, в пределах  $\bar{x} \pm 2\sigma$  находится 95,44 % всех вариантов ряда, в пределах  $\bar{x} \pm 3\sigma$  лежит 99,72 % всех значений признака. Таким образом, в пределах  $\pm 3\sigma$  находится большинство всех данных – это свойство нормального распределения носит название «правило трех сигм».

Полученные эмпирические распределения, как правило, сравнивают с кривой нормального распределения и рассчитывают показатели формы распределения: коэффициенты асимметрии и эксцесса.

**Расчет показателей вариационного ряда в MS EXCEL.** В MS EXCEL возможно рассчитать основные показатели вариационного ряда распределения с помощью *Мастера функций* и категории *Статистические*.

В этой категории представлены функции мода (**МОДА**), медиана (**МЕДИАНА**), средняя арифметическая (**СРЗНАЧ**), среднее квадратическое отклонение (**СТАНДОТКЛОН**).

Чтобы отобразить дискретный ряд распределения, полигон распределения строится с помощью *Мастера диаграмм*, где выбирают *Стандартные* → *Точечная диаграмма*. Для изображения интервального ряда распределения строят гистограмму с помощью *Мастера диаграмм*.

С помощью функции **НОРМ.РАСП.()** в MS EXCEL возможно построить и произвести анализ графиков функции распределения и плотности вероятности.

## 4.2. Темы индивидуальных работ

1. Статистические ряды распределения: сущность, виды и особенности построения.
2. Графическое изображение рядов распределения.
3. Использование кривой Лоренца и коэффициента Джини при изучении неравномерности распределения доходов населения.
4. Нормальное распределение в статистике.
5. Статистические способы оценки асимметрии рядов распределения.

## 4.3. Вопросы и задания для самоконтроля

1. Что такое ряд распределения?
2. Назовите принципы образования групп и интервалов.
3. Назовите элементы ряда распределения.
4. Что собой представляет частота?
5. По какой формуле возможно рассчитать величину равного интервала?

6. Какие виды рядов распределения вы знаете?
7. Приведите примеры атрибутивных и количественных признаков.
8. В каких случаях используют формулу Стерджесса?
9. С помощью каких графиков возможно изобразить дискретный и интервальный ряды распределения?
10. Что такое варианта в ряду распределения?
11. Что собой представляет полигон распределения?
12. С какой целью строят кумулятивную кривую?
13. Назовите свойства, которыми характеризуется стандартное нормальное распределение.

#### 4.4. Тестовые задания

1. Ряд распределения представляет собой:
  - а) распределение предприятий промышленности по формам собственности;
  - б) ряд значений признака, приведенных по регионам страны;
  - в) ряд значений признака, расположенных в хронологической последовательности;
  - г) упорядоченное распределение единиц совокупности по какому-либо варьирующему признаку.
  
2. Укажите, какие из перечисленных рядов распределения являются атрибутивными:
  - а) распределение населения по национальности;
  - б) группировка специалистов банка по заработной плате;
  - в) распределение депозитов населения по процентной ставке;
  - г) распределение занятого населения по видам экономической деятельности;
  - д) распределение рекламных агентств по величине прибыли за отчетный период.
  
3. Укажите, какие элементы содержатся в любом ряде распределения:
  - а) варианта и частота;
  - б) моменты (периоды) времени и уровни ряда;
  - в) подлежащее и сказуемое;
  - г) сводка и группировка.
  
4. Укажите, с помощью какого графика производят анализ накопленных частот (или частостей):
  - а) секторная диаграмма;
  - б) полигон распределения;
  - в) гистограмма;
  - г) кумулята.

## 4.5. Примеры решения типовых задач

**Пример 4.1.** Имеются данные о количестве членов семьи в 45 обследованных домашних хозяйствах региона (чел.):

1	4	2	4	3	3	2	2	1	1	5	4	4	4	4
2	2	3	6	4	3	3	4	4	4	4	4	4	3	3
2	3	3	4	3	5	5	6	1	1	2	3	3	3	4

Необходимо *построить* ряд распределения семей региона по количеству членов семьи.

### Решение

Для построения вариационного ряда распределения расположим значения признака  $x$  (количество членов семьи) в порядке возрастания и подсчитаем число семей по каждой группе. Результаты представим в виде табл. 4.4.

Таблица 4.4

Распределение семей региона по количеству членов

Количество членов в семье, $x$ , чел.	Число семей, $f$
1	5
2	7
3	13
4	15
5	3
6	2
<i>Всего</i>	45

Полученный вариационный ряд является дискретным, в котором вариантами  $x$  выступают значения количества членов в семье, а частотами  $f$  – число семей.

Число семей можно выразить и в долях, тогда они будут представлять собой частоты.

**Пример 4.2.** Имеются данные о времени, затрачиваемом специалистами отдела продаж на обслуживание одного клиента (мин):

15	20	15	13	22	25	12	27	16	15	13	19,5
12	19	17	16	24	23	21	18	16,5	14	26	14,5

Необходимо *построить* интервальный ряд распределения, выделив четыре группы с равными интервалами. Сделайте вывод.

### Решение

Определим величину равного интервала по формуле, учитывая, что  $n = 4$  (количество выделяемых групп):

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} = \frac{28 - 12}{4} = 4,0 \text{ мин.}$$

Выделим четыре группы с равными интервалами 4,0 мин и подсчитаем число специалистов по каждой группе. Результаты показаны в табл. 4.5.

При такой записи непрерывного признака (нижняя граница одного интервала является верхней границей следующего за ним интервала) необходимо ниж-

ную границу считать включительно, верхнюю – исключительно. Например, специалист, затрачивающий на обслуживание клиента 16 мин, относится ко второй группе (а не к первой).

Таблица 4.5

Распределение специалистов отдела по времени, затрачиваемом на обслуживание одного клиента

Затраты времени на обслуживание одного клиента, $x$ , мин	Число специалистов, $f$
12,0–16,0	9
16,0–20,0	7
20,0–24,0	4
24,0–28,0	4
<i>Всего</i>	24

Как видно из результатов распределения, наиболее многочисленными группами являются первая и вторая, т. е. большинство сотрудников затрачивает на обслуживание клиентов от 12 до 20 мин.

#### 4.6. Задачи

**Задача 4.1.** Имеются данные о численности персонала в консалтинговых компаниях города (чел.):

25	52	20	53	68	90	58	21
36	49	62	71	39	51	67	100
86	40	59	57	64	82	85	79

Необходимо:

- 1) *построить* ряд распределения, выделив пять групп консалтинговых компаний по численности персонала с равными интервалами;
  - 2) *изобразить* графически полученный ряд распределения.
- Сделайте выводы.

**Задача 4.2.** В табл. 4.6 представлены данные об инвестициях и размере полученной прибыли по 20 крупным промышленным предприятиям.

Таблица 4.6

Данные о размере инвестиций и прибыли

№ п/п	Инвестиции, тыс. руб.	Прибыль, тыс. руб.	№ п/п	Инвестиции, тыс. руб.	Прибыль, тыс. руб.
1	70	128	14	102	185
2	115	195	15	78	145
3	108	182	16	160	229
4	96	175	17	92	170
5	103	195	18	114	200
6	138	220	19	130	204
7	99	183	20	85	150
8	127	205	21	129	214
9	81	140	22	86	148
10	110	196	23	87	146

С целью изучения зависимости между инвестициями и размером полученной прибыли необходимо *произвести* группировку предприятий по величине инвестиций, образовав шесть групп предприятий с равными интервалами.

По каждой группе и совокупности предприятий в целом *рассчитайте*:

- а) число предприятий;
- б) инвестиции – всего по группе и в среднем на одно предприятие;
- в) прибыль – всего по группе и в среднем на одно предприятие.

Результаты оформите в виде таблицы и сделайте выводы.

**Задача 4.3.** Имеются данные о размере процентной ставки и объеме предоставленных кредитов по 26 коммерческим банкам страны (табл. 4.7).

Таблица 4.7

Данные о процентной ставке и объеме кредитования коммерческих банков

№ п/п	Процентная ставка, %	Объем предоставленных кредитов, тыс. руб.	№ п/п	Процентная ставка, %	Объем предоставленных кредитов, тыс. руб.
1	16,8	580	14	16,1	750
2	15,0	800	15	18,0	720
3	18,3	481	16	18,8	545
4	18,5	498	17	15,6	800
5	22,0	380	18	20,0	390
6	21,5	410	19	17,1	752
7	15,5	640	20	19,4	495
8	18,6	650	21	14,0	820
9	15,8	760	22	19,2	510
10	14,5	770	23	15,7	760
11	18,7	390	24	14,8	790
12	16,9	770	25	17,4	748
13	14,2	740	26	17,0	765

С целью изучения зависимости между размером процентной ставки и объемом предоставленных кредитов необходимо *произвести* группировку банков по размеру процентной ставки, образовав пять групп коммерческих банков с равными интервалами. По каждой группе и совокупности банков в целом *рассчитайте*:

- а) число коммерческих банков;
- б) объем предоставленных кредитов – всего по группе и в среднем на один банк.

Результаты оформите в виде таблицы и сделайте выводы.

**Задача 4.4.** Известны данные о размере стажа 20 работников предприятия (лет):

24	15	9	4	16	22	16,5	5	23	18
5,5	11	20	17	13	15,5	21	18,5	12	23

Необходимо:

- 1) *построить* ряд распределения, выделив четыре группы работников предприятия с равными интервалами по стажу;

2) *изобразить* полученный ряд распределения с помощью графика.  
Сделайте выводы.

**Задача 4.5.** Имеются данные о продолжительности срока службы мультиварок без ремонта (лет):

7	6	8	8	9	5	4	8	5	7	9	6
6	7	8	7	6	5	9	7	6	8	5	4

Необходимо:

1) *построить* ряд распределения мультиварок по числу лет работы без ремонта, *указать* вид ряда распределения;

2) *изобразить* полигон распределения.

Сделайте вывод.

**Задача 4.6.** Имеются данные о квалификации сотрудников маркетингового управления промышленного предприятия (табл. 4.8).

Таблица 4.8

Данные о квалификации 50 молодых сотрудников маркетингового управления

Профессия	Квалификационный разряд	Стаж работы на предприятии, лет	Профессия	Квалификационный разряд	Стаж работы на предприятии, лет
1. Маркетолог	4	4	26. Логистик	4	3
2. Аналитик	4	3	27. Маркетолог	4	3
3. Аналитик	3	5	28. Маркетолог	4	2
4. Маркетолог	5	1	29. Маркетолог	4	4
5. Маркетолог	3	2	30. Аналитик	3	2
6. Пиарщик	4	5	31. Аналитик	4	2
7. Маркетолог	4	4	32. Маркетолог	3	1
8. Логистик	5	4	33. Маркетолог	3	1
9. Маркетолог	5	3	34. Логистик	5	4
10. Логистик	4	3	35. Маркетолог	4	5
11. Логистик	5	4	36. Аналитик	5	5
12. Пиарщик	4	5	37. Пиарщик	5	5
13. Аналитик	3	3	38. Пиарщик	4	0
14. Маркетолог	3	2	39. Маркетолог	4	1
15. Маркетолог	4	3	40. Маркетолог	4	2
16. Маркетолог	4	2	41. Аналитик	4	3
17. Логистик	4	3	42. Аналитик	3	0
18. Пиарщик	3	3	43. Аналитик	4	4
19. Пиарщик	4	4	44. Маркетолог	5	4
20. Логистик	3	2	45. Аналитик	5	5
21. Маркетолог	4	4	46. Логистик	4	3
22. Маркетолог	3	2	47. Пиарщик	4	2
23. Пиарщик	5	5	48. Логистик	4	3
24. Пиарщик	4	5	49. Маркетолог	3	1
25. Маркетолог	5	4	50. Маркетолог	4	5



Необходимо:

1) *построить* ряды распределения молодых специалистов: а) по профессии; б) квалификационному разряду; в) стажу работы на предприятии;

2) *изобразить* графически ряд распределения специалистов: а) по квалификационному разряду; б) стажу.

Сделайте выводы.

Библиотека БГУИР

## 5. ОБОБЩАЮЩИЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ

### 5.1. Теоретические сведения

**Сущность и виды обобщающих статистических показателей.** Статистические показатели содержатся в формах государственных статистических наблюдений и представляют результаты сводки статистических данных.

Являясь обобщенной количественно-качественной характеристикой социально-экономических явлений и процессов в конкретных условиях места и времени, статистический показатель всегда имеет атрибуты, представленные на рис. 5.1.

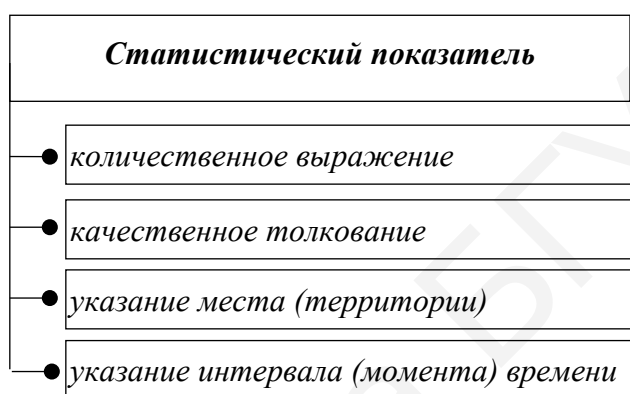


Рис. 5.1. Атрибуты статистического показателя

*Например*, по данным выборочного обследования, уровень фактической безработицы в Республике Беларусь в 2019 г. составил 4,2 % (от численности рабочей силы):

- количественное выражение: 4,2 % (указание числа и единиц измерения);
- качественное толкование: уровень фактической безработицы, который отражает число безработных от численности рабочей силы (отражение объекта и его свойств);
- указание территории: Республика Беларусь;
- указание времени: в 2019 г.

Обобщающие статистические показатели подразделяются на три группы:

- 1) абсолютные показатели;
- 2) относительные показатели;
- 3) средние величины.

**Абсолютные величины: их виды и единицы измерения.** Исходной, первичной формой выражения статистических показателей выступают абсолютные величины.

**Абсолютные величины** – это обобщающие статистические показатели, которые выражают объемы, размеры, уровни социально-экономических явлений.

Абсолютные показатели получают в результате подсчета единиц совокупности или измерения какого-либо свойства единицы статистической совокупности.

Различают следующие **виды абсолютных величин**:

1) по способу выражения размеров общественных явлений абсолютные величины делятся:

- на *индивидуальные абсолютные величины*, выражающие размеры признаков у отдельных единиц совокупности и получающиеся непосредственно в процессе статистического наблюдения (*например*, объем произведенной продукции одного промышленного предприятия, заработная плата одного работника маркетингового отдела, количество проданных акций одного вида и др.);

- *суммарные (итоговые) абсолютные величины*, характеризующие размер признака у всех единиц изучаемой совокупности и являющиеся результатом статистической сводки (*например*, объем промышленной продукции по совокупности промышленных предприятий, заработная плата всех работников отдела, суммарное количество проданных акций и др.).

2) в зависимости от способа подсчета данных абсолютные величины отражают:

- численность единиц совокупности (*перечневый подсчет*);
- объем признака по всем единицам совокупности (*итоговый подсчет*).

*Например*, при обследовании результатов деятельности туристических компаний города их число является перечневым подсчетом, а размер полученной прибыли, численность туристов за год – итоговым.

Абсолютные показатели всегда являются *именованными величинами*, т. е. имеют какие-либо единицы измерения.

В зависимости от задач исследования и характера изучаемых явлений единицы измерения абсолютных величин могут относиться к одной из представленных в табл. 5.1 групп.

Таблица 5.1

Единицы измерения абсолютных величин

Виды единиц измерения	Сущность	Примеры
1	2	3
1. <i>Натуральные</i>	Применяют, когда единица измерения отражает потребительские свойства продукта: это единицы измерения объема, массы, протяженности, площади	<i>Тонны, тыс. штук, кубические метры, литры, километры и др.</i>
2. <i>Сложные (комбинированные)</i>	Являются комбинацией нескольких разноименных величин и отражают сочетание двух различных сторон явлений	<i>Тонно-километры, киловатт-часы и др.</i>
3. <i>Условно-натуральные</i>	Применяются при сопоставлении или подсчете общих итогов объемов однородной, но разнокачественной продукции (разновидности мясных продуктов, разные виды топлива и др.)	<i>Условные единицы молочной продукции, условное поголовье скота, условное топливо и др.</i>

1	2	3
4. <i>Стоимостные</i>	Используются для денежной оценки социально-экономических явлений (выражается выпуск продукции, доходы населения и др.)	<i>Рубли, доллары, евро, форинты и др.</i>
5. <i>Трудовые</i>	Применяются для оценки затрат труда на производство продукции и трудоемкости отдельных операций производственного цикла	<i>Человеко-часы, человеко-дни и др.</i>

**Относительные величины, область их применения и форма выражения.** В статистике не ограничиваются использованием в анализе только абсолютных величин. В данной науке измеряются и характеризуются соотношения разных абсолютных величин, их изменение во времени, их взаимосвязи между собой и т. д.

**Относительные статистические величины** – это обобщающие статистические показатели, которые характеризуют количественные соотношения общественных явлений и процессов.

Их получают путем сравнения абсолютных величин или относительных величин в пространстве (между объектами), во времени (по одному и тому же объекту), по отношению к плановому заданию или сопоставлением разных свойств изучаемого объекта.

Величина, с которой производится сравнение, называется *базисной (основанием, базой сравнений)*, а сравниваемая величина – *текущей (отчетной)*.

Форма выражения относительных величин зависит от того, какие величины участвуют в сопоставлении (табл. 5.2).

Таблица 5.2

Единицы измерения относительных величин

Условие	Форма выражения
<i>При сопоставлении одноименных показателей:</i> – если база сравнения равна 1 (единице); – если база сравнения равна 100; – если база сравнения равна 1000; – если база сравнения равна 10 000	<i>Коэффициент, процент, промилле, продецимилле</i>
<i>При сопоставлении разноименных величин</i>	Применяют <i>единицы измерения, получаемые как сочетание наименований сравниваемых числителя и знаменателя (например, плотность населения выражается в чел./км<sup>2</sup>)</i>

Относительная величина, выраженная в коэффициентах, покажет во сколько раз сравниваемый показатель больше принятого за базу сравнения уровня, если же относительная величина представлена в процентах – на сколько процентов сравниваемый показатель больше (меньше) уровня, принятого за базу сравнения.

**Виды относительных величин.** По своему содержанию относительные величины подразделяются на виды, представленные в табл. 5.3.

Таблица 5.3

## Виды относительных величин

Вид относительной величины	Способ расчета, условные обозначения	Характеристика
1. <i>Относительная величина динамики, или темп роста</i> ( $i_{\text{дин}}$ )	Отношение фактически достигнутого уровня показателя в отчетном периоде к уровню за предшествующий (базисный) период: $i_{\text{дин}} = \frac{Y_1}{Y_0},$ где $Y_0$ – показатель базисного периода; $Y_1$ – показатель отчетного периода	Показывает, во сколько раз показатель текущего периода больше показателя базисного периода (если выражен в коэффициенте) или сколько процентов он составляет по отношению к показателю базисного периода (если выражен в процентах)
2. <i>Относительная величина планового задания</i> ( $i_{\text{пл.зад}}$ )	Отношение уровня показателя, предусмотренного планом, к фактически достигнутому уровню за предшествующий (базисный) период: $i_{\text{пл.зад}} = \frac{Y_{\text{план}}}{Y_0},$ где $Y_{\text{план}}$ – планируемый уровень показателя на отчетный период	Характеризует, во сколько раз или на сколько процентов должен увеличиться (или уменьшиться) уровень показателя по плану в отчетном периоде по сравнению с его уровнем в предшествующем периоде
3. <i>Относительная величина выполнения планового задания</i> ( $i_{\text{вып.пл.зад}}$ )	Отношение фактически достигнутого уровня показателя в отчетном периоде к уровню показателя на этот же период, предусмотренного планом: $i_{\text{вып.пл.зад}} = \frac{Y_1}{Y_{\text{план}}}$	Показывает, во сколько раз или на сколько процентов был перевыполнен (недовыполнен) планируемый уровень показателя в отчетном периоде
4. <i>Относительная величина структуры</i>	Отношение части какого-либо явления к целому (общему объему признака по совокупности)	Характеризует долю, которую составляет каждая часть совокупности в общем ее объеме
5. <i>Относительная величина координации</i>	Соотношение отдельных частей целого между собой	Характеризует число единиц одной части на 100 либо 1000 единиц другой части и позволяет анализировать пропорции между отдельными элементами совокупности
6. <i>Относительная величина сравнения</i>	Сопоставление одноименных уровней, относящихся к различным объектам или территориям, взятым за один и тот же период времени	Позволяет производить сравнительный анализ
7. <i>Относительная величина интенсивности</i> ( $i_{\text{инт}}$ )	Сопоставление абсолютных величин, относящихся к различным совокупностям, но находящимся между собой в определенной связи	Характеризует степень распространения изучаемого явления в определенной среде

Относительные величины динамики, планового задания и выполнения плана связаны между собой следующим соотношением: относительная величина динамики равна произведению относительных величин планового задания и выполнения плана:

$$i_{\text{дин}} = i_{\text{пл.зад}} \cdot i_{\text{вып.пл.зад}} . \quad (5.1)$$

Разновидностью относительных величин интенсивности являются относительные показатели уровня экономического развития, характеризующие размеры производства или потребления различных видов продукции, доходов и других показателей на душу населения (*например*, валовой внутренний продукт на душу населения или реальные располагаемые доходы на душу населения).

## 5.2. Темы индивидуальных работ

1. Статистическое исследование возрастной структуры населения Республики Беларусь.
2. Направления использования относительных величин структуры для оценки социально-экономических явлений.
3. Сфера применения относительных величин интенсивности.
4. Обобщающие показатели структурных сдвигов: сущность, виды и сфера применения.

## 5.3. Вопросы и задания для самоконтроля

1. Что такое абсолютные статистические величины? Приведите примеры.
2. В каких единицах измерения выражаются абсолютные статистические величины? Приведите примеры.
3. В чем заключается особенность применения условно-натуральных единиц измерения?
4. В какой форме могут быть выражены относительные величины?
5. Какие виды относительных величин вы знаете? Приведите примеры.
6. В каких случаях применяются проценты, промилле и продецимилле?
7. Как рассчитывается и что отражает относительная величина планового задания?
8. Какова взаимосвязь между относительными величинами динамики, планового задания и выполнения плана?
9. Назовите способ расчета относительных величин координации.
10. Как рассчитываются относительные величины структуры?
11. В чем заключается особенность расчета относительных величин интенсивности?

## 5.4. Тестовые задания

1. Укажите, что представляет собой относительная величина структуры:
  - а) соотношение частей целого между собой;
  - б) отношение частей целого к итогу;
  - в) отношение целого к отдельным частям;

- г) отношение меньшего показателя к большему;
- д) отношение большего показателя к меньшему.

2. В Республике Беларусь общий коэффициент рождаемости (численность родившихся на 1000 человек населения) составил в 2018 г. 9,9 ‰. Этот показатель является:

- а) относительной величиной сравнения;
- б) относительной величиной координации;
- в) относительной величиной интенсивности;
- г) относительной величиной динамики.

3. В Республике Беларусь на начало 2019 г. удельный вес (доля) женщин в общей численности населения составил 53,4 ‰. К какому виду относительных величин принадлежит данный показатель:

- а) относительная величина сравнения;
- б) относительная величина координации;
- в) относительная величина интенсивности;
- г) относительная величина структуры.

4. Укажите, каким образом можно вычислить относительную величину динамики:

- а) как деление относительной величины выполнения планового задания на относительную величину планового задания;
- б) как произведение относительной величины выполнения планового задания и относительной величины планового задания;
- в) как произведение относительной величины структуры и относительной величины координации.

### 5.5. Примеры решения типовых задач

**Пример 5.1.** Выручка от размещения иностранных туристов по гостиницам города составила 2400 тыс. руб. в I квартале. По плану во II квартале предусматривалось получить выручку в размере 2460 тыс. руб. Фактически во II квартале получено 2583 тыс. руб.

*Определите:*

- 1) относительную величину планового задания;
- 2) относительную величину выполнения плана;
- 3) относительную величину динамики.

Поясните смысл рассчитанных показателей.

#### **Решение**

- 1) Относительная величина планового задания вычисляется по формуле

$$i_{\text{план.зад}} = \frac{Y_{\text{пл}}}{Y_0} = \frac{2460}{2400} = 1,025 \text{ или } 102,5 \%$$

Это значит, что во II квартале по сравнению с I кварталом запланировано увеличить выручку от размещения туристов на 2,5 %.

2) Относительная величина выполнения планового задания составит:

$$i_{\text{вып.пл.зад}} = \frac{Y_1}{Y_{\text{план}}} = \frac{2583}{2460} = 1,050 \text{ или } 105,0 \%$$

То есть во II квартале по сравнению с I кварталом план по увеличению выручки был перевыполнен на 5 %.

3) Относительную величину динамики можно вычислить двумя способами:

$$i_{\text{дин}} = \frac{Y_1}{Y_0} = \frac{2583}{2400} = 1,07625 \text{ или } 107,625 \%$$

Это же значение можно получить, исходя из взаимосвязи относительных величин:

$$i_{\text{дин}} = i_{\text{пл.зад}} \cdot i_{\text{вып.пл.зад}} = 1,025 \cdot 1,050 = 1,07625.$$

Это значит, что во II квартале по сравнению с I кварталом выручка от размещения иностранных туристов возросла на 7,625 %.

**Пример 5.2.** В туристической компании планировалось увеличить в отчетном году затраты на рекламу на 2,5 % по сравнению с базисным годом, в отчетном году план был перевыполнен на 1,0 %.

Известно, что затраты на рекламу в отчетном году составили 4141 руб.

*Определите:*

1) относительную величину динамики;

2) затраты на рекламу в базисном году и по плану на отчетный год.

Поясните смысл рассчитанных показателей.

### **Решение**

1) Вычислим исходя из взаимосвязи относительную величину динамики по формуле

$$i_{\text{дин}} = i_{\text{пл.зад}} \cdot i_{\text{вып.пл.зад}} = 1,025 \cdot 1,010 = 1,035 \text{ или } 103,5 \%$$

То есть в отчетном году по сравнению с базисным годом затраты на рекламу возросли на 3,5 %.

2) Затраты на рекламу по плану ( $Y_{\text{пл}}$ ) рассчитаем на основе формулы расчета относительной величины выполнения плана:

$$i_{\text{вып.пл.зад}} = \frac{Y_1}{Y_{\text{пл}}}, \text{ следовательно } Y_{\text{пл}} = \frac{Y_1}{i_{\text{вып.пл.зад}}} = \frac{4141}{1,010} = 4100 \text{ руб.}$$

Затраты на рекламу в базисном году ( $Y_0$ ) рассчитаем на основе формулы расчета относительной величины планового задания:

$$i_{\text{план.зад}} = \frac{Y_{\text{пл}}}{Y_0}, \text{ следовательно } Y_0 = \frac{Y_{\text{пл}}}{i_{\text{план.зад}}} = \frac{4141}{1,025} = 4040 \text{ руб.}$$



**Пример 5.3.** Внешнеторговый оборот Республики Беларусь за 2018 г. составил 72 348,1 млн дол. США, в том числе экспорт 33 907,0 и импорт 38 441,1 млн дол. США.

*Определите:*

- 1) относительные величины структуры (удельный вес экспорта и импорта в общей величине внешнеторгового оборота);
- 2) относительную величину координации (процент покрытия импорта экспортом).

### Решение

1. Относительные величины структуры ( $d_i$ ) представляют собой отношения размеров отдельных частей изучаемой совокупности ( $m_i$ ) ко всей совокупности в целом ( $\sum m_i$ ):  $d_i = \frac{m_i}{\sum m_i}$ .

$$d_i = \frac{m_i}{\sum m_i}$$

Таким образом, удельный вес (доля) экспорта в общей величине внешнеторгового оборота составил:

$$d_{\text{Э}} = \frac{33\,907,0}{72\,348,1} = 0,469 \text{ или } 46,9 \%$$

Удельный вес импорта равен:

$$d_{\text{И}} = \frac{38\,441,1}{72\,348,1} = 0,531 \text{ или } 53,1 \%$$

2. Относительные величины координации представляют собой соотношение отдельных частей целого между собой. Относительная величина координации (процент покрытия импорта экспортом) составит:

$$K_{\text{Э}} = \frac{\text{Э}}{\text{И}} \cdot 100 = \frac{33\,907,0}{38\,441,1} \cdot 100 = 90,6 \%$$

## 5.6. Задачи

**Задача 5.1.** По данным, представленным в табл. 5.4, *определите* общий объем поставок молочной продукции в гипермаркет за отчетный период (за эталонное значение используется молоко 3,2 %).

Таблица 5.4

Объем поставок молочной продукции

Вид молочной продукции	Объем поставки, т	Коэффициент пересчета
Молоко 6,0 % жирности	80,0	2,0
Молоко 3,2 % жирности	140,0	1,0
Молоко 1,5 % жирности	100,0	0,6
Кефир 3,2 % жирности	74,5	1,0
Кефир 2,0 % жирности	60,0	0,7
Сметана 30,0 % жирности	34,2	8,5
Сметана 25,0 % жирности	49,0	7,1
Творог 7,0 % жирности	32,0	3,3
Творог 5,0 % жирности	38,5	3,2

**Задача 5.2.** Приведите показатели объема произведенной продукции по различным видам экономической деятельности Республики Беларусь, используя официальные статистические сборники. Покажите примеры единиц измерения абсолютных величин (натуральные, условно-натуральные, стоимостные).

**Задача 5.3.** Имеются данные о численности населения Республики Беларусь на начало 2020 г. (табл. 5.5).

Таблица 5.5

Численность населения Республики Беларусь  
в 2010–2019 гг. (на начало года), тыс. чел.

Показатель	Год		
	2010	2015	2019
Численность населения, всего	9500,0	9480,9	9475,2
В том числе:			
городское население	7077,1	7325,0	7429,2
сельское население	2422,9	2155,9	2046,0

*Определите:*

- 1) относительные величины структуры за каждый год (удельный вес городского и сельского населения);
- 2) относительные величины координации за каждый год;
- 3) относительные величины динамики всех показателей, представленных в табл. 5.5.

Результаты оформите в виде таблицы. Сделайте выводы.

**Задача 5.4.** Имеются данные о коэффициенте брачности в регионах Республики Беларусь (табл. 5.6).

Таблица 5.6

Коэффициент брачности в регионах Республики Беларусь (число браков на 1000 чел. населения)

Регион	Коэффициент брачности	
	в 2010 г.	в 2018 г.
Республика Беларусь	8,1	6,4
Брестская обл.	7,9	6,0
Витебская обл.	7,8	6,0
Гомельская обл.	8,0	6,2
Гродненская обл.	7,8	6,2
г. Минск	8,6	7,3
Минская обл.	8,2	6,2
Могилевская обл.	8,1	6,5

*Определите:*

- 1) относительные величины сравнения за каждый год (приняв за базу сравнения показатели по стране в целом);
- 2) относительные величины динамики всех показателей, представленных в табл. 5.6.

Сделайте выводы.

**Задача 5.5.** Имеются данные о естественном движении населения в Республике Беларусь (табл. 5.7).

Таблица 5.7

Данные об естественном движении в Республике Беларусь за 2016–2018 гг.

Показатель	Год		
	2016	2017	2018
Число родившихся, чел.	117 779	102 556	94 042
В том числе:			
мальчики	60 647	52 712	48 240
девочки	57 132	49 844	45 802
Среднегодовая численность населения, тыс. чел.	9501,6	9498,3	9483,5

*Определите:*

- 1) относительные величины структуры за каждый год (удельный вес родившихся мальчиков и девочек);
- 2) относительные величины координации за каждый год (число родившихся мальчиков на 100 родившихся девочек);
- 3) относительные величины интенсивности за каждый год (общий коэффициент рождаемости);
- 4) относительные величины динамики всех показателей, представленных в табл. 5.7.

Сделайте выводы.

**Задача 5.6.** Инвестиции в развитие кондитерской фабрики составили 20 тыс. руб. в I квартале. По плану во II квартале предусматривалось вложить инвестиции в развитие фабрики в размере 20,5 тыс. руб. Фактически во II квартале инвестировано 21,2 тыс. руб.

*Определите:*

- 1) относительную величину планового задания;
- 2) относительную величину выполнения плана;
- 3) относительную величину динамики.

Поясните смысл рассчитанных показателей.

**Задача 5.7.** Фактическая производительность рабочего промышленного предприятия в январе составила 10 изделий в час, в феврале предусмотрено повысить ее на 2 изделия в час.

Необходимо *определить:*

- 1) относительную величину планового задания;
- 2) относительную величину выполнения планового задания, если производительность рабочего в феврале по сравнению с январем выросла на 15 %.

Сделайте выводы.

**Задача 5.8.** *Определите,* на сколько процентов возросло по стране число субъектов агротуризма в 2019 г. по сравнению с 2010 г., если план по открытию таких объектов был перевыполнен на 5,6 %, учитывая, что планировалось увеличить число таких объектов на 4,5 %.

**Задача 5.9.** Планом было предусмотрено повысить в регионе число абонентов крупного телевизионного оператора на 5,0 %. В отчетном году число абонентов услуг телевизионного оператора составило 2100 тыс., что на 45 тыс. больше запланированного уровня.

*Определите:*

- 1) относительную величину выполнения планового задания;
- 2) относительную величину динамики;
- 3) фактический уровень базисного года.

Сделайте выводы.

**Задача 5.10.** На 2019 г. руководство коммерческого банка запланировало увеличить объем кредитования физических лиц до 85 млн руб. Фактически же в 2019 г. объем выданных банком кредитов населению возрос по сравнению с 2018 г. на 16,875 %, при этом план был перевыполнен на 10 %.

*Определите:*

- 1) относительную величину планового задания;
- 2) фактический размер кредитования населения банком в 2018 и 2019 г.

#### **Ответы**

**5.1.** 1343,9 т; **5.6.** 1) 102,5 %; 2) 103,4 %; 3) 106,0 %; **5.7.** 1) 120,0 %; 2) 95,8 %; **5.8.** 110,4 %; **5.9.** 1) 102,2 %; 2) 107,3 %; 3) 1957,1 тыс.; **5.10.** 1) 106,25 %; 2) 80 млн руб.; 93,5 млн руб.

## 6. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ И ГРАФИКИ

### 6.1. Теоретические сведения

**Статистические таблицы, их виды и правила построения.** Обобщение информации и представление ее в виде статистических таблиц позволяет проанализировать состав, структуру и динамику изучаемых явлений.

**Статистическая таблица** представляет собой способ рационального, последовательного изложения результатов статистической сводки или группировки, или другого статистического материала.

Выделяют следующие содержательные элементы статистической таблицы [6]:

1) *подлежащее таблицы*, в котором указывается объект изучения (единицы либо группы единиц статистической совокупности) (*например*, группы специалистов банка по профессиям);

2) *сказуемое таблицы*, в котором с помощью системы статистических показателей дается количественная характеристика подлежащего (*например*, средняя заработная плата, средний стаж, уровень образования специалистов банка и т. д.).

Подлежащее таблицы, как правило, показывается в левой части таблицы (в строках таблицы), а сказуемое – в правой (в столбцах таблицы).

Если из статистической таблицы изъять все слова и цифры, оставшаяся сетка называется *скелетом таблицы* (*остовом таблицы*).

Таблица, в которой приведен ее контур, заголовки граф и строк, но отсутствуют числовые данные, называется *макетом*.

В зависимости от характера и структуры подлежащего статистические таблицы делятся на виды, представленные на рис. 6.1.

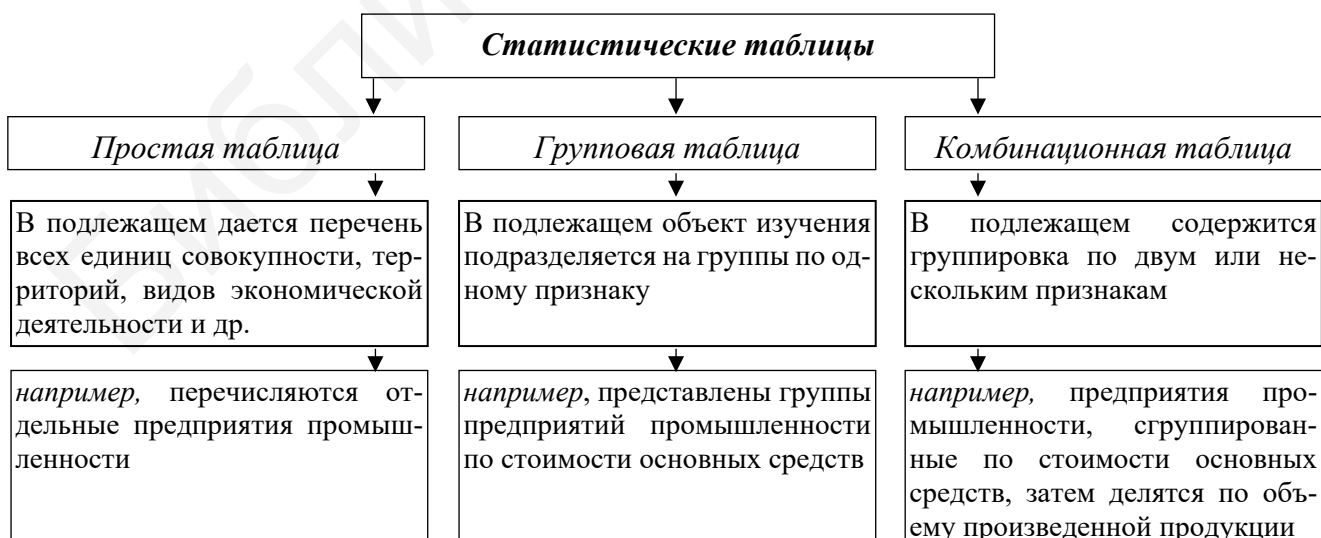


Рис. 6.1. Виды статистических таблиц (в зависимости от структуры подлежащего)

Простые статистические таблицы, в которых приводится перечень единиц совокупности, называются *перечневыми таблицами*, перечень территорий – *территориальными*, перечень периодов времени (дат) – *хронологическими* или *динамическими*.

Существует простая и сложная разработка сказуемого статистической таблицы. В таблицах с *простой разработкой сказуемого* все его показатели располагаются независимо друг от друга. При *сложной разработке сказуемого* его показатели сочетаются друг с другом (комбинируются).

**Правила построения статистических таблиц.** При построении статистической таблицы необходимо руководствоваться следующими **общими правилами**:

1. Обязательной частью таблицы является общий **заголовок**, в котором формулируется общая аналитическая цель таблицы.

Заголовок таблицы, как правило, должен отвечать на вопросы: что? где? когда? *Например*, численность населения Республики Беларусь на начало 2020 г.

2. **Заголовки граф** содержат названия показателей и их *единицы измерения*. Единицы измерения можно указать в заголовке таблицы (или над таблицей), если все показатели таблицы выражены в одних и тех же единицах измерения.

3. Объекты изучения, признаки и показатели располагают в **логической последовательности**. Если приводятся данные за многие месяцы или годы, они должны располагаться в хронологической последовательности. Если приводятся абсолютные и относительные показатели, то сначала помещают абсолютные, затем относительные.

4. Если таблица имеет много граф, то они нумеруются следующим образом:

- графы подлежащего – заглавными буквами («А», «Б» и т. д.);
- графы сказуемого – арабскими цифрами (1, 2, 3 и т. д.).

5. Таблицы должны быть замкнутыми, т. е. иметь *итоговые строки*.

6. Необходимо соблюдать следующие **правила записи данных** в таблице:

- цифровые данные записывают с одной и той же степенью точности в пределах каждой графы (при этом разряды чисел располагаются под разрядами);
- целая часть числа отделяется от дробной запятой;
- в поле таблиц не должно быть пустых ячеек;
- если явление отсутствует или данные равны 0, ставится тире («–»);
- если пересечение графы и строки не имеет осмысленного содержания, ставится «х»;

– если нет сведений об изучаемом явлении, ставится многоточие («...») или делается запись «Нет сведений»;

– если величина показателя дается с десятыми, а его фактическое значение не превышает 0,05, то записывают 0,0.

7. Таблица может сопровождаться текстовыми приложениями в виде примечаний (относятся к таблице в целом) или сносок (относятся к отдельным графам или строкам).

8. Если таблица основана на заимствованных данных, то под таблицей указывается *источник данных*.

9. В случае переноса таблицы на следующую страницу после слова «Продолжение» повторяют нумерацию граф.

**Понятие и основные виды статистических графиков.** Графики являются эффективной формой представления данных. С их помощью достигается наглядность структуры, динамики, взаимосвязей показателей и основной тенденции в развитии общественных явлений и процессов, сравнения по территориям и объектам, оценки динамики и выполнения плана и др. [1].

**Статистический график** представляет собой схематичное изображение статистической информации с помощью различных геометрических образов (линии, точки, плоскостные или объемные фигуры, символы и др.).

В основе классификации графиков лежит несколько признаков, представленных на рис. 6.2.

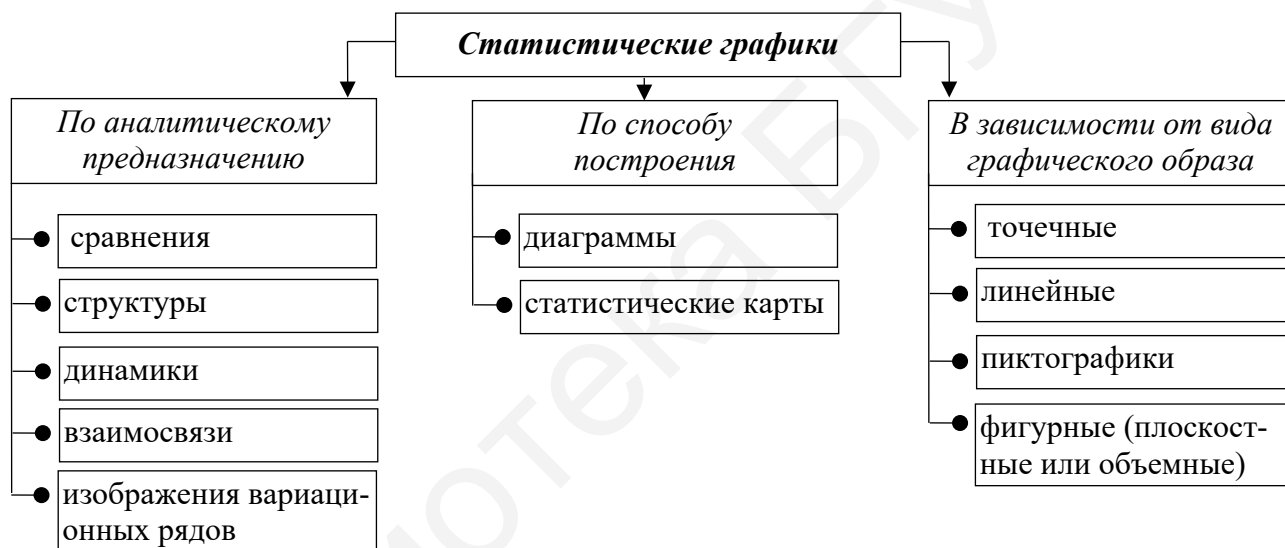


Рис. 6.2. Виды статистических графиков

Для *сравнения* одноименных показателей (относящихся к различным объектам или территориям) используют линейный график и различные виды диаграмм (столбиковые, ленточные, фигурные, пиктографики). *Структуру* и *структурные сдвиги* процессов и явлений хорошо отображает секторная диаграмма, которая имеет вид круга, разделенного радиусами на секторы, пропорциональные удельному весу отображаемых частей изучаемой совокупности. Для графического отображения *динамики* строят линейные графики (по оси абсцисс откладывается временной период, по оси ординат – значения рассматриваемого показателя). Прямую или обратную *взаимосвязь* между признаками можно изучать на основе специального графика – поле корреляции (диаграмма рассеяния). Для изображения дискретных *вариационных рядов* используют полигон распределения, для отображения интервальных вариационных рядов – гистограмму.

По способу построения графики делятся на диаграммы и статистические карты. Диаграммы являются одним из самых распространенных способов представления данных.

Среди плоскостных диаграмм наибольшее распространение получили *столбиковые диаграммы*, на которых показатель представлен в виде столбиков, высота которых соответствует значению показателя. *Ленточные диаграммы* отражают показатели в виде горизонтально вытянутых прямоугольников. Столбиковые и ленточные диаграммы используют при сравнительном анализе самих величин, а также их частей. Один из видов плоскостных диаграмм – *секторная* – применяется для иллюстрации структуры исследуемой совокупности. При этом вся совокупность принимается за 100 % и ей соответствует общая площадь круга, в то время как площади секторов соответствуют частям изучаемой совокупности. *Радиальные диаграммы* используют, как правило, в динамических сравнениях (особенно, если приводятся данные по месяцам года и в них присутствуют ритмически повторяющиеся сезонные колебания). *Биржевая диаграмма* предназначена для анализа финансовой информации. *Диаграмма «Знак Варзара»* представляет собой прямоугольник, в котором основанием выступает один показатель, высотой другой, а площадь прямоугольника характеризует величину третьего показателя, являющегося произведением двух других.

*Статистические карты* являются особым видом графиков. Основная задача статистических карт – наглядное отображение результатов статистического наблюдения в статистико-географическом разрезе (по территории района, страны, региона и др.). Статистические карты подразделяются на картограммы и картодиаграммы.

При построении *точечных графиков* в качестве графических изображений применяются совокупности точек, при построении *линейных графиков* – совокупности линий. *Линейные графики* используют для представления количественных переменных (отражения динамики и вариации их значений, характеристики взаимосвязи между переменными и др.).

В современных статистических пакетах прикладных программ для графического представления статистической информации используется особый вид графиков – *пиктографики*. Они составляются для каждого наблюдения и имеют вид графических объектов (определенных символов) со многими элементами. При изменении значений показателей у одной единицы наблюдения по сравнению с другой внешний вид пиктограммы меняется. «*Лица Чернова*» – это тип пиктографика, в котором каждое наблюдение представляет собой схематичное изображение лица, чертам которого соответствуют относительные значения отобранных переменных.

*Фигурные графики* усиливают наглядность изображения, т. к. включают рисунок изображаемого показателя (в них геометрические фигуры в виде столбиков, кругов, квадратов заменяются фигурами или рисунками, которые символизируют образ отображаемых явлений).

Любой статистический график содержит следующие основные структурные элементы:



- *графический образ*, включающий совокупность выбранных для изображения конкретной статистической информации точек, столбиков, секторов, линий, фигур и т. д.;
- *поле графика*, охватывающее место (пространство), где располагается графический образ;
- *пространственные ориентиры* (оси абсцисс и ординат, круговые поля и т. д.);
- *масштабные ориентиры* (условная мера перевода числовой величины в графическую);
- *экспликация графика*, которая включает название графика, подписи на осях координат с названием показателей и единиц их измерения, пояснения условных обозначений к графику.

На рис. 6.3 показаны основные элементы любого статистического графика.

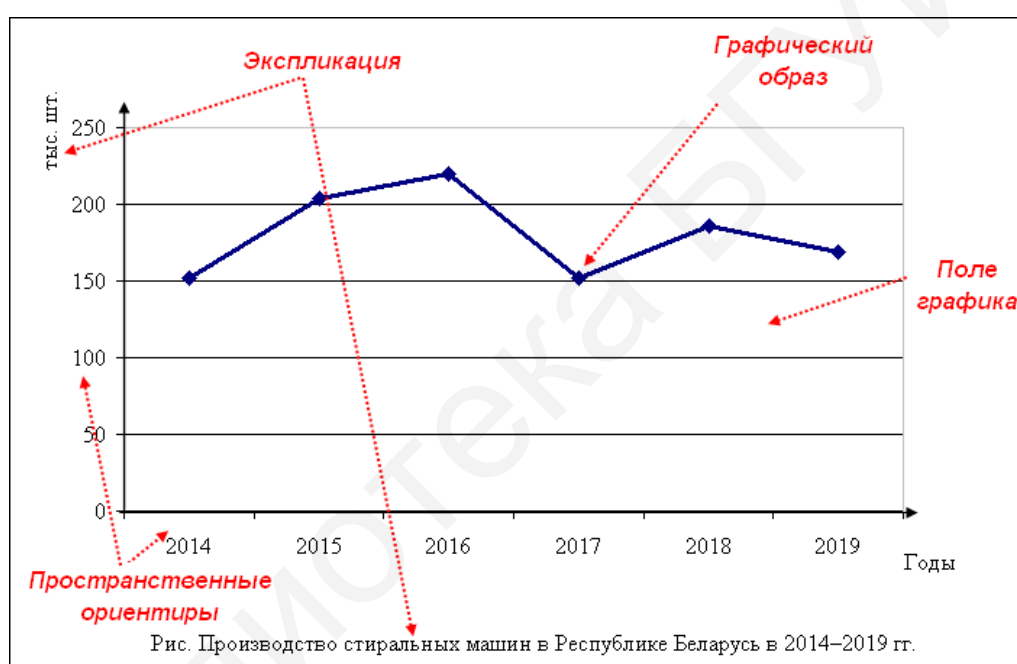


Рис. 6.3. Структурные элементы статистического графика

На рис. 6.3 масштабным ориентиром по оси абсцисс выступает 1 год, а по оси ординат – 50 тыс. шт.

## 6.2. Темы индивидуальных работ

1. Статистические таблицы: сущность, виды и правила построения.
2. Роль графического метода в статистике.
3. История графического метода в статистике.
4. Основные биржевые статистические графики: сущность и правила построения.
5. Статистические таблицы (графики) в профессиональной деятельности маркетолога.

### 6.3. Вопросы и задания для самоконтроля

1. Что такое статистическая таблица?
2. Что такое макет статистической таблицы?
3. Поясните, что такое остов статистической таблицы.
4. Назовите виды статистических таблиц и дайте пояснения.
5. Каковы основные правила построения статистических таблиц?
6. В чем отличие простой таблицы от комбинационной?
7. Что такое подлежащее статистической таблицы?
8. Что такое сказуемое таблицы?
9. Для чего используются статистические графики?
10. Назовите элементы статистического графика.
11. Укажите цель построения столбиковой и ленточной диаграмм.
12. Что такое экспликация графика?
13. Как можно охарактеризовать графический образ?

### 6.4. Тестовые задания

1. Таблица, в которой приведен ее контур, заголовки граф и строк, но отсутствуют числовые данные, называется:

- а) скелетом таблицы;
- б) макетом таблицы;
- в) подлежащим таблицы;
- г) сказуемым таблицы.

2. Если в подлежащем статистической таблицы содержится группировка по двум или более признакам, то такая таблица носит название:

- а) комбинационной;
- б) простой;
- в) групповой;
- г) хронологической;
- д) перечневой.

3. В статистическом графике пространство, в котором располагается графический образ, называется:

- а) пространственными ориентирами;
- б) масштабом графика;
- в) полем графика;
- г) экспликацией.

4. Для отображения динамики показателей, представляющих ритмически повторяющиеся, сезонные колебания по месяцам (кварталам), удобнее использовать следующий вид графика:

- а) секторная диаграмма;
- б) пиктографики;
- в) фигурные графики;

- г) радиальная диаграмма;
- д) статистические карты.

### 6.5. Примеры решения типовых задач

**Пример 6.1.** Приведите примеры каждого вида статистической таблицы: простая, групповая, комбинационная.

#### Решение

Примером простой перечневой таблицы является табл. 6.1.

В подлежащем таблицы представлен перечень регионов Республики Беларусь, в сказуемом – показатели числа браков и разводов.

Таблица 6.1

Число браков и разводов в регионах Республики Беларусь в 2018 г.

Регион	Число браков	Число разводов
Брестская обл.	8337	4193
Витебская обл.	7025	4182
Гомельская обл.	8763	4878
Гродненская обл.	6469	3484
г. Минск	14 425	7547
Минская обл.	8881	5041
Могилевская обл.	6814	3827

Групповой таблицей является табл. 6.2 – в ней представлено распределение родившихся в Республике Беларусь по возрастным группам матерей.

Таблица 6.2

Распределение родившихся в Республике Беларусь в 2018 г. по возрасту матери

Возрастная группа, лет	Родившиеся	
	численность, чел.	в процентах к итогу
Всего	94 042	100,0
Из них у матерей в возрасте, лет:		
до 20	2564	2,7
20–24	17 961	19,1
25–29	31 530	33,5
30–34	27 421	29,2
34–39	12 197	13,0
40–44	2247	2,4
45–49	90	0,1

В подлежащем комбинационной табл. 6.3 население сгруппировано по месту жительства (городское и сельское) и по возрасту.

Таблица 6.3

## Численность населения Республики Беларусь на начало 2019 г., чел.

Категория населения	Мужчины и женщины	Мужчины	Женщины
Численность населения, всего	9 475 174	4 415 745	5 059 429
В том числе:			
городское население:	7 429 213	3 425 601	4 003 612
моложе трудоспособного возраста	1 332 412	684 744	647 668
в трудоспособном возрасте	4 393 864	2 256 449	2 137 415
старше трудоспособного возраста	1 702 937	484 408	1 218 529
сельское население:	2 045 961	990 144	1 055 817
моложе трудоспособного возраста	358 217	184 829	173 388
в трудоспособном возрасте	1 040 024	604 617	435 407
старше трудоспособного возраста	647 720	200 698	447 022

**Пример 6.2.** Имеются данные о численности работников, принятых на работу и уволенных с работы в Республике Беларусь по месяцам 2019 г. (табл. 6.4).

Таблица 6.4

## Численность принятых и уволенных работников в Республике Беларусь в 2019 г., чел.

Месяц	Число работников, принятых на работу	Число уволенных работников
Январь	44 139	47 416
Февраль	44 382	44 612
Март	46 839	52 073
Апрель	54 380	69 772
Май	46 368	59 659
Июнь	59 165	63 205
Июль	75 087	74 197
Август	84 794	92 246
Сентябрь	73 733	64 401
Октябрь	63 162	59 785
Ноябрь	50 276	56 944
Декабрь	43 914	49 153

Для изучения динамики численности принятых и уволенных работников *подберите* виды графиков, которые позволяют отразить колебания изучаемых показателей в течение года.

**Решение**

Используем радиальную диаграмму, которая позволит проводить динамические сопоставления показателей о численности принятых и уволенных работников по месяцам 2019 г. и увидеть сезонность, ритмичность исследуемых процессов (рис. 6.4).

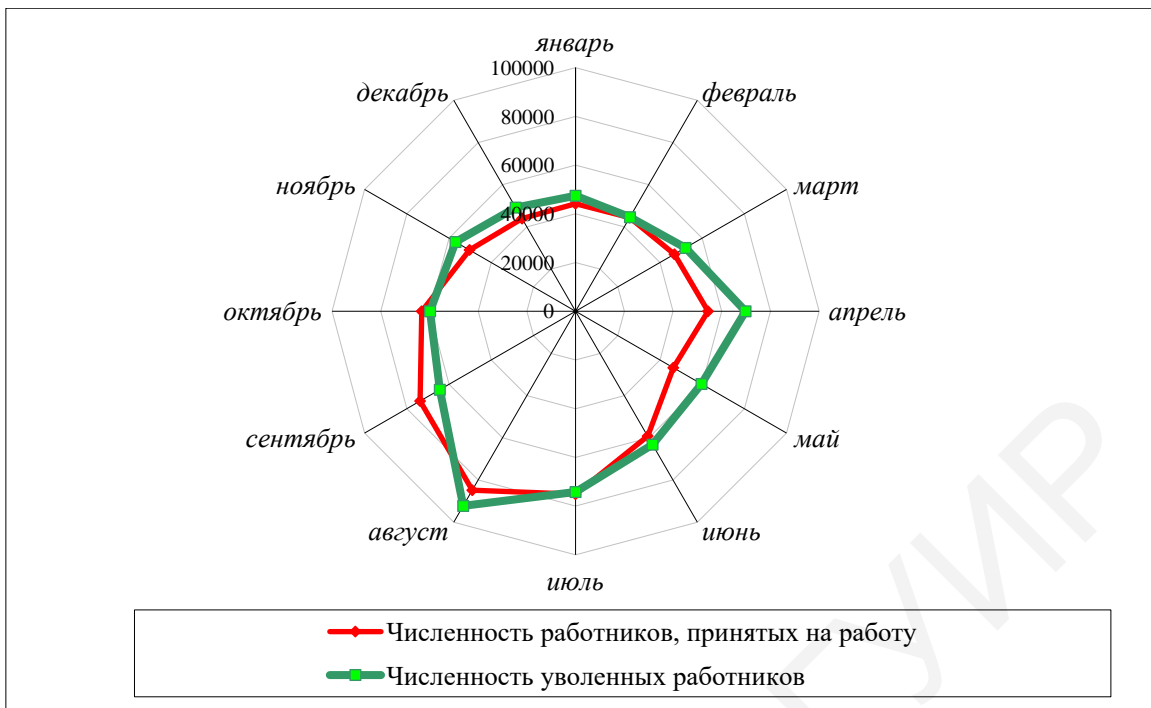


Рис. 6.4. Сезонные колебания численности принятых и уволенных работников в Республике Беларусь в 2019 г., чел.

Данные табл. 6.4 можно представить и в виде линейного графика, который позволяет охарактеризовать изменения явлений во времени, выявить зависимость между исследуемыми показателями и др. (рис. 6.5).

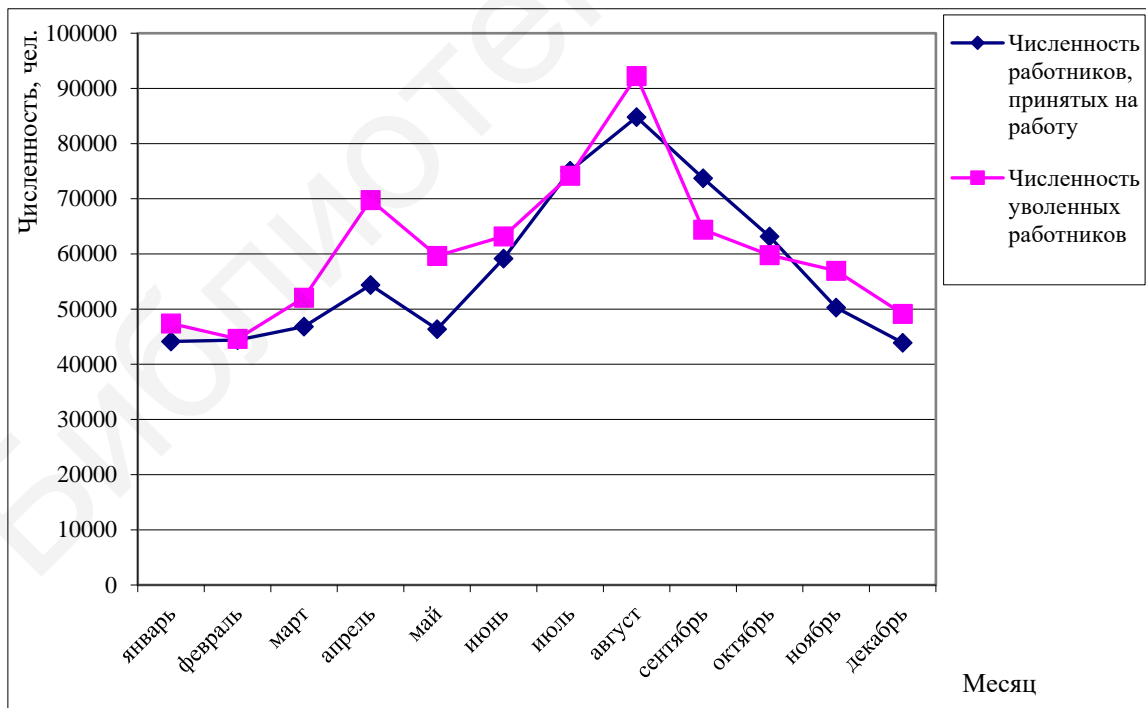


Рис. 6.5. Сезонные колебания численности принятых и уволенных работников в Республике Беларусь в 2019 г., чел.

## 6.6. Задачи

**Задача 6.1.** *Разработайте* макет статистической таблицы, характеризующей зависимость успеваемости студентов вашей группы от посещаемости учебных занятий и времени самостоятельной, внеаудиторной работы.

*Укажите:*

- а) к какому виду таблицы относится макет;
- б) вид таблицы в зависимости от подлежащего;
- в) группировочные признаки.

**Задача 6.2.** В табл. 6.5 представлены данные о трудовых ресурсах Республики Беларусь.

Таблица 6.5

Трудовые ресурсы Республики Беларусь в 2016–2018 гг. в среднем за год,  
тыс. чел.

Регион	2016 г.	2017 г.	2018 г.
Республика Беларусь	5797,6	5745,6	5730,1
Брестская обл.	800,5	798,1	798,9
Витебская обл.	705,8	692,0	690,7
Гомельская обл.	822,2	815,6	805,7
Гродненская обл.	614,6	605,9	603,8
г. Минск	1405,3	1392,2	1394,9
Минская обл.	827,5	821,7	827,1
Могилевская обл.	621,7	620,1	609,0

Выберите виды графиков, оптимально отражающих приведенные данные.  
*Постройте их*, соблюдая правила построения.

Сделайте выводы.

**Задача 6.3.** *Изучите*, какие виды пиктограмм могут применяться для изображения при статистическом анализе финансовой сферы.

**Задача 6.4.** *Разработайте* глоссарий (перечень терминов и их определений) по теме.

**Задача 6.5.** На основе официальной статистической информации, представленной в статистических сборниках, выберите информацию и *постройте* различные виды статистических графиков.

**Задача 6.6.** Изучите статистические сборники и *приведите* примеры разных видов статистических таблиц.

**Задача 6.7.** Разработайте макет статистической таблицы, позволяющей отразить:

- а) распределение населения по полу и возрасту;
- б) прибыль и рентабельность совокупности коммерческих банков;

- в) показатели естественного движения (общие коэффициенты рождаемости, смертности, брачности и разводимости) по регионам Республики Беларусь;
- г) динамику валового внутреннего продукта Республики Беларусь по источникам образования за 2015–2020 гг.

**Задача 6.8.** Имеются данные о заболеваемости населения Республики Беларусь (табл. 6.6).

Таблица 6.6

Заболеваемость населения Республики Беларусь по основным группам болезней в 2017–2018 гг. (число зарегистрированных случаев заболеваний с впервые в жизни установленным диагнозом)

Показатель	2017 г.	2018 г.
Все заболевания	8156,8	8116,6
Из них:		
некоторые инфекционные и паразитарные болезни	310,6	311,8
новообразования	133,0	146,8
болезни крови, кроветворных органов и отдельные нарушения, вовлекающие иммунный механизм	23,4	23,8
болезни эндокринной системы, расстройства питания и нарушения обмена веществ	96,6	104,5
психические расстройства и расстройства поведения	138,4	130,7
болезни нервной системы	53,5	57,0
болезни глаза и его придаточного аппарата	311,9	324,7
болезни уха и сосцевидного отростка	245,5	244,7
болезни системы кровообращения	312,3	313,3
болезни органов дыхания	4243,7	4159,3
болезни органов пищеварения	227,7	227,7
болезни кожи и подкожной клетчатки	415,7	430,1
болезни костно-мышечной системы и соединительной ткани	404,0	403,2
болезни мочеполовой системы	334,1	336,5
врожденные аномалии (пороки развития), деформации и хромосомные нарушения	20,4	19,7
травмы, отравления и некоторые другие последствия воздействия внешних причин	694,4	703,5

Выберите виды графиков, оптимально отражающих приведенные данные. Постройте их, соблюдая правила построения.

Сделайте выводы.

## 7. СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ И ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ В СТАТИСТИКЕ

### 7.1. Теоретические сведения

**Сущность и значение средних величин. Основные научные положения теории средних величин.** Наряду с абсолютными и относительными величинами важное место в статистическом анализе занимают средние величины.

**Средняя величина в статистике** является обобщающей характеристикой количественного (варьирующего) признака, исчисленной на единицу изучаемой качественно однородной совокупности.

**Значение средней величины** заключается в том, что она одним числом отражает то общее, что характерно (типично) для всех единиц исследуемой совокупности.

*Основные положения теории средних величин:*

1) средняя величина отражает типичный уровень признака в совокупности, когда она рассчитана по *качественно однородной* совокупности; неоднородную в качественном отношении совокупность необходимо разделять на однородные группы;

2) при выборе формулы для средних величин необходимо исходить из *экономического содержания* показателей;

3) *определяющее свойство средней величины* заключается в следующем: итог признака по совокупности не изменится, если все индивидуальные значения признака заменить на среднее значение.

Средние величины используются в статистике для решения различных задач:

а) обобщающей характеристики типичного уровня признака по совокупности;

б) сравнения уровней признака по совокупностям с различным объемом;

в) выявления закономерностей развития и взаимосвязи признаков и др.

Признак, по значениям которого рассчитывается средняя величина, называется *осредняемым* (его значение обозначается условным символом –  $x$ ).

**Виды средних величин.** Форма, вид и методика расчета средней величины зависят от поставленной цели исследования, вида и взаимосвязи изучаемых признаков, а также от характера исходных данных.

Средние величины делятся на два основных класса (рис. 7.1).

Все степенные средние величины бывают *простые* и *взвешенные*, формулы их расчета определяются значением степени и выводятся из общей формулы степенной:

– для средней степенной взвешенной:

$$\bar{x} = \sqrt[k]{\frac{\sum x^k \cdot f}{\sum f}}; \quad (7.1)$$

– для средней степенной простой:



$$\bar{x} = \sqrt[k]{\frac{\sum x^k}{n}}. \quad (7.2)$$



Рис. 7.1. Виды средних величин

В зависимости от значения степени  $k$  выражение данной функции (формулы (7.1) и (7.2)) меняется, и в каждом отдельном случае мы приходим к определенному виду средней (табл. 7.1).

Таблица 7.1

Виды степенных средних величин

Вид средней степенной в зависимости от степени $k$	Простая	Взвешенная
Средняя гармоническая (при $k = -1$ )	$\bar{x} = \frac{n}{\sum 1/x}$	$\bar{x} = \frac{\sum M}{\sum \frac{M}{x}}$
Средняя геометрическая (при $k = 0$ )	$\bar{x} = \sqrt[k]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$	$\bar{x} = \sqrt[k]{x_1^{f_1} \cdot x_2^{f_2} \cdot \dots \cdot x_n^{f_n}}$
Средняя арифметическая (при $k = 1$ )	$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$	$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f}$
Средняя квадратическая (при $k = 2$ )	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2 \cdot f}{\sum f}}$
Средняя кубическая (при $k = 3$ )	$\bar{x} = \sqrt[3]{\frac{\sum x^3}{n}}$	$\bar{x} = \sqrt[3]{\frac{\sum x^3 \cdot f}{\sum f}}$

Условные обозначения:

$\bar{x}$  – среднее значение признака;

$x$  – индивидуальные значения признака у каждой единицы совокупности;

$n$  – число единиц совокупности;

$f$  – частоты (веса) для каждого из вариантов признака;

$M$  – итоговые (суммарные) результаты:  $M = x \cdot f$ .

*Средняя арифметическая и средняя гармоническая* применяются при расчете средней заработной платы, среднего уровня рентабельности, средней урожайности, средней производительности труда и др. *Средняя геометрическая* используется, как правило, при расчете среднегодовых темпов роста и в тех случаях, когда минимальное и максимальное значения признака резко отличаются друг от друга. *Средняя квадратическая и средняя кубическая* применяются, когда вместо индивидуальных значений признака представлены их квадраты (например, в одном из способов расчета дисперсии) или кубические единицы измерения (например, при определении средней длины  $n$  кубов).

Средние, рассчитанные на основе одних и тех же данных, но по различным формулам, будут различаться: чем больше показатель степени  $k$ , тем больше и величина соответствующей средней:

$$\bar{x}_{\text{гарм}} < \bar{x}_{\text{геом}} < \bar{x}_{\text{ариф}} < \bar{x}_{\text{кв}} < \bar{x}_{\text{куб}}. \quad (7.3)$$

Это свойство степенных средних называется *правилом мажорантности средних*.

**Средняя арифметическая, ее основные математические свойства.** Наиболее распространенным видом средних степенных является средняя арифметическая.

*Средняя арифметическая величина* представляет собой такое среднее значение признака, при вычислении которого общий объем признака по всей совокупности образуется как сумма его значений у отдельных единиц изучаемой совокупности. Она *бывает простая и взвешенная*:

– если исходные значения осредняемого признака представлены в несгруппированном виде, то среднее значение рассчитывается по формуле арифметической простой:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}; \quad (7.4)$$

– если исходные данные представлены в сгруппированном виде, то используется средняя арифметическая взвешенная:

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f}. \quad (7.5)$$

Если в средней арифметической взвешенной все частоты ( $f$ ) окажутся одинаковыми ( $f = \text{const}$ ), то средняя арифметическая взвешенная преобразуется в среднюю арифметическую простую.

Если частоты ряда распределения ( $f$ ) в средней арифметической взвешенной заменить относительными удельными весами (частостями:  $d_i = \frac{f_i}{\sum f_i}$ ), то

формула средней арифметической взвешенной примет вид:

а) если  $d$  представлены удельными весами:

$$\bar{x} = \sum x \cdot d; \quad (7.6)$$

б) если  $d$  выражены в процентах:

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot d}{100}. \quad (7.7)$$

Средняя арифметическая обладает рядом *математических свойств*, которые могут быть использованы для ее расчета упрощенным способом (табл. 7.2).

Таблица 7.2

Основные математические свойства средней арифметической

№ п/п	Математическое свойство	Сущность
1	Для сгруппированных данных: $\sum (x_i - \bar{x}) = 0$ ; для несгруппированных данных: $\sum (x_i - \bar{x}) \cdot f = 0$	Алгебраическая сумма отклонений отдельных значений признака от средней равна 0
2	$\overline{x_i \pm A} = \frac{\sum (x_i \pm A) \cdot f_i}{\sum f_i} = \bar{x} \pm A$	Если от каждого значения признака вычесть (прибавить) какую-то постоянную величину $A$ , то среднее значение уменьшится (увеличится) на эту же величину $A$
3	$\overline{x_i \cdot A} = \frac{\sum x_i \cdot A \cdot f_i}{\sum f_i} = \bar{x} \cdot A$ $\overline{\frac{x_i}{A}} = \frac{\sum \frac{x_i}{A} \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{\bar{x}}{A}$	Если каждое значение признака разделить (умножить) на некоторое постоянное число $A$ , то новая средняя соответственно уменьшится (увеличится) во столько же раз
4	$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f} = \frac{\sum x \cdot \frac{f}{k}}{\sum \frac{f}{k}} = \frac{\sum x \cdot f \cdot k}{\sum f \cdot k} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f} = \bar{x}$	Если веса (частоты) умножить или разделить на какое-то постоянное число $k$ , то величина средней не изменится
5	$\bar{A} = A$ , если $A = \text{const}$	Средняя арифметическая постоянной величины равна этой постоянной
6	$\sum (x_i - \bar{x})^2 < \sum (x_i - A)^2$	Сумма квадратов отклонений значений признака от средней меньше суммы квадратов отклонений от любой произвольной величины $A$

**Расчет средней арифметической по данным вариационного интервального ряда.** По интервальному вариационному ряду среднее значение признака рассчитывается по следующему алгоритму:

1. Интервальные значения по каждой группе необходимо преобразовать в *дискретный вид*:

а) открытые границы интервалов (в первом и последнем интервалах) следует закрыть (по величине примыкающих к ним интервалов);

б) за значения осредняемого признака берут середины интервалов – простая средняя между верхней и нижней границами каждого интервала:

$$x' = \frac{x_{\text{н.гр}} + x_{\text{в.гр}}}{2}. \quad (7.8)$$

При таких расчетах допускается некоторая неточность, т. к. делается предположение о равномерности распределения единиц признака внутри группы.

2. Рассчитать среднее значение признака по всей совокупности с помощью *средней арифметической взвешенной* (7.5).

**Средняя гармоническая, обусловленность выбора средней характером исходной информации.** Вид используемой в расчетах средней определяется характером взаимосвязи определяющего показателя с осредняемым. При расчете средних показателей кроме средней арифметической широко используется средняя гармоническая.

Средняя гармоническая может быть *простой и взвешенной*:

– *средняя гармоническая взвешенная* применяется, когда известны варианты признака ( $x$ ) и итоговые значения ( $M$ ), т. е. произведения вариант на их частоту, а частота признака неизвестна:

$$\bar{x} = \frac{\sum M}{\sum \frac{M}{x}}; \quad (7.9)$$

– средняя гармоническая взвешенная преобразуется в *среднюю гармоническую простую*, когда итоговые значения являются одинаковыми величинами ( $M = \text{const}$ ):

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}. \quad (7.10)$$

Если в средней гармонической взвешенной вместо абсолютных значений ( $M$ ) вычислить их удельные веса – частоты ( $d_M = \frac{M_i}{\sum M_i}$ ), то формула расчета средней гармонической примет вид:

а) если  $d$  представлены удельными весами:

$$\bar{x} = \frac{1}{\sum \frac{d_M}{x}}; \quad (7.11)$$

б) если  $d$  выражены в процентах:

$$\bar{x} = \frac{100}{\sum \frac{d_M}{x}}. \quad (7.12)$$

При выборе формулы средней величины необходимо придерживаться следующего алгоритма:

1) записать логическую формулу расчета осредняемого признака, исходя из его экономического содержания;

2) использовать при расчете **среднюю арифметическую**, если известен знаменатель логической формулы; выбрать **среднюю гармоническую**, если известен числитель логической формулы.

**Структурные средние и способы их вычисления.** Для характеристики структуры совокупности применяют *структурные средние*, из которых применяемыми являются мода, медиана и квартили.

**Мода** ( $M_o$ ) – это значение признака (варианта), которое встречается в ряду распределения с наибольшей частотой.

Порядок нахождения моды зависит от того, в какой форме представлены исходные данные:

1) для *дискретных вариационных рядов* мода рассчитывается согласно определению, т. е. это варианта с наибольшей частотой;

2) для *интервальных вариационных рядов* находят модальный интервал (т. е. интервал, который имеет наибольшую частоту) и используют формулу

$$M_o = x_{M_o} + i_{M_o} \cdot \frac{f_{M_o} - f_{M_o-1}}{(f_{M_o} - f_{M_o-1}) + (f_{M_o} - f_{M_o+1})}, \quad (7.13)$$

где  $x_{M_o}$  – нижняя граница модального интервала;

$i_{M_o}$  – величина модального интервала;

$f_{M_o-1}$  – частота домодального интервала;

$f_{M_o}$  – частота модального интервала;

$f_{M_o+1}$  – частота послемодального интервала.

**Медиана** ( $Me$ ) – это значение признака (варианта) у единицы совокупности, которая находится в середине ранжированного (упорядоченного) ряда распределения.

Медиана не зависит от значений признака на краях ранжированного ряда, поэтому данный показатель часто используют как более надежный показатель типичного значения признака (по сравнению со средней арифметической).

Порядок расчета моды обусловлен характером имеющихся данных:

1) для *дискретных вариационных рядов* медиана находится в соответствии с определением, т. е. как значение признака, расположенное в середине ранжированного ряда распределения;

2) в *интервальном вариационном ряду* распределения медиана рассчитывается по формуле

$$Me = x_{Me} + i_{Me} \cdot \frac{\sum f - S_{Me-1}}{f_{Me}}, \quad (7.14)$$

где  $x_{Me}$  – нижняя граница медианного интервала;

$i_{Me}$  – величина медианного интервала;

$\sum f$  – сумма всех частот ряда;

$S_{Me-1}$  – сумма частот (накопленные частоты) до медианного интервала;

$f_{Me}$  – частота медианного интервала.

Структурные средние можно определить не только по формулам, но и с помощью графиков: для нахождения моды строят *гистограмму*, для нахождения медианы – *кумуляту*.

Мода и медиана, как правило, отличаются от значения средней величины (эти три показателя равны между собой в случае симметричного распределения частот ряда распределения). Если распределение по форме близко к нормальному закону, то медиана находится между модой и средней величиной.

Поэтому часто соотношения моды, медианы и средней используют для оценки *асимметрии* ряда распределения.

При правосторонней асимметрии соблюдается соотношение  $\bar{x} > Me > Mo$ , при левосторонней асимметрии – соотношение  $\bar{x} < Me < Mo$ .

Аналогично медиане рассчитывают значения признака, которые делят ряд распределения на четыре равные по числу единиц части (*квартили*).

Первый квартиль рассчитывается по формуле

$$Q_1 = x_{Q_1} + i_{Q_1} \cdot \frac{\sum f - S_{Q_1-1}}{f_{Q_1}}, \quad (7.15)$$

где  $x_{Q_1}$  – нижняя граница интервала, в котором находится первый квартиль;

$i_{Q_1}$  – величина квартильного интервала;

$S_{Q_1-1}$  – сумма частот (накопленные частоты) до интервала, содержащего первый квартиль;

$f_{Q_1}$  – частота интервала, содержащего первый квартиль.

Второй квартиль равен медиане ( $Q_2 = Me$ ), а третий квартиль вычисляют по формуле

$$Q_3 = x_{Q_3} + i_{Q_3} \cdot \frac{3\sum f - S_{Q_3-1}}{f_{Q_3}}, \quad (7.16)$$

где  $x_{Q_3}$  – нижняя граница интервала, в котором находится третий квартиль;

$i_{Q_3}$  – величина квартильного интервала;

$S_{Q_3-1}$  – сумма частот (накопленные частоты) до интервала, содержащего третий квартиль;

$f_{Q_3}$  – частота интервала, содержащего третий квартиль.

Значения признака (варианты), которые делят упорядоченный ряд распределения по сумме частот на пять равных частей, называют *квинтилями*, на десять равных частей – *децилями*.

**Понятие вариации признака. Система показателей вариации и порядок их расчета.** Вариация количественного признака характеризуется наличием различий в его значениях у отдельных единиц изучаемой статистической совокупности.

**Вариация** – это изменение (колеблемость) значений признака в пределах изучаемой совокупности при переходе от одной единицы к другой. *Например*, сотрудники отдела различаются по доходам, по росту, весу и т. д.

Вариация возникает в результате того, что индивидуальные значения признака складываются под совокупным влиянием множества факторов, которые по-разному сочетаются в каждом конкретном случае. *Например*, успеваемость

отдельного студента зависит от затрат времени на подготовку к занятиям, способностей к обучению, возраста и др.

Слишком большая вариация признака указывает на то, что совокупность качественно неоднородна, следовательно, рассчитанная по ней средняя не может служить обобщающей характеристикой.

Для измерения степени вариации признака по совокупности используют абсолютные и относительные показатели вариации.

В табл. 7.3 показаны способы расчета и условия использования абсолютных показателей вариации.

Таблица 7.3

Абсолютные показатели вариации

Показатель	Способ расчета		Сущность
	для негруппированных данных	для сгруппированных данных	
Размах вариации	$R = x_{\max} - x_{\min}$		Затрагивает крайние значения признака и не отражает отклонения всех вариантов в ряду; характеризует только общую колеблемость признака
Среднее линейное отклонение	$\bar{l} = \frac{\sum  x - \bar{x} }{n}$	$\bar{l} = \frac{\sum  x - \bar{x}  \cdot f}{\sum f}$	Показывает, на какую величину в среднем отклоняются значения признака в изучаемой совокупности от средней величины признака
Дисперсия	$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$	$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f}$	Представляет собой средний квадрат отклонений значений признака от их средней величины
Среднее квадратическое отклонение	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f}}$	Показывает, насколько в среднем отклоняются варианты от их среднего значения; дает не только количественную оценку колеблемости признака, но и отражает направление отклонений

Условные обозначения:

$x_{\max}$  – максимальное значение признака;

$x_{\min}$  – минимальное значение признака;

$x$  – значение признака у отдельных единиц совокупности;

$\bar{x}$  – среднее значение признака;

$n$  – число единиц совокупности;

$f$  – частота (вес) отдельных вариантов значений признака.

При изучении интенсивности вариации и для сравнительного анализа по разным совокупностям используют *относительные показатели вариации*, которые вычисляются как отношение абсолютных показателей вариации к средней арифметической величине признака и измеряются в процентах:

1) *коэффициент осцилляции* отражает относительную колеблемость крайних значений признака вокруг средней и рассчитывается по формуле

$$K_R = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100; \quad (7.17)$$

2) коэффициент среднего линейного отклонения характеризует долю усредненного значения абсолютных отклонений от средней величины и рассчитывается по формуле

$$K_{\bar{l}} = \frac{\bar{l}}{\bar{x}} \cdot 100; \quad (7.18)$$

3) коэффициент вариации вычисляют, используя формулу

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100. \quad (7.19)$$

Коэффициент вариации является наиболее распространенным показателем, позволяющим оценить интенсивность вариации признака.

Он используется при решении следующих задач:

1) при сопоставлении колеблемости, изменчивости признака по различным совокупностям или для различных признаков;

2) для характеристики однородности совокупности и надежности средней величины.

Если коэффициент вариации не превышает 33 %, то совокупность считается качественно однородной. Если наблюдается обратное соотношение, изучаемая совокупность признается качественно неоднородной и обобщающие выводы по ней некорректны.

**Дисперсия, ее основные математические свойства.** Дисперсия играет важную роль в экономико-статистическом анализе:

– при оценке степени колеблемости признака: чем меньше значение дисперсии и среднего квадратического отклонения, тем однороднее исследуемая совокупность и тем более типичной является средняя величина;

– в математической статистике она используется для оценки качества статистических параметров;

– в исследованиях взаимосвязей широко используется правило сложения дисперсии;

– в выборочном методе дисперсия лежит в основе расчета предельных и средних ошибок выборки;

– в корреляционном анализе дисперсия используется при расчете показателей тесноты связи и др.

Дисперсия обладает рядом *математических свойств*, которые позволяют упростить способы ее вычисления (табл. 7.4).

Таблица 7.4

Основные математические свойства дисперсии

№ п/п	Математическое свойство	Сущность
1	2	3
1	$\sigma^2(A) = 0$	Дисперсия постоянной величины $A$ равна нулю



1	2	3
2	$\sigma^2(x+A) = \frac{[(x_i - A) - (\bar{x} - A)]^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \sigma^2(x)$	Если все варианты признака увеличить (уменьшить) на одно и то же число $A$ , то дисперсия не изменится
3	$\sigma^2(x \cdot k) = \frac{\sum (x_i \cdot k - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = k^2 \cdot \sigma^2(x)$ <p style="text-align: center;">или</p> $\sigma^2\left(\frac{x}{k}\right) = \frac{\sum \left(\frac{x_i}{k} - \bar{x}\right)^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{\sigma^2(x)}{k^2}$	Если все варианты признака уменьшить (увеличить) в одно и то же число раз (умножить или разделить на $k$ ), то дисперсия уменьшится (увеличится) в $k^2$ раз, а среднее квадратическое отклонение – в $k$ раз
4	$\sigma^2(x-A) > \sigma^2(x-\bar{x}), \text{ следовательно,}$ $\sigma_A^2 = \sigma_{\bar{x}}^2 + (\bar{x} - A)^2, \text{ а значит,}$ $\sigma_{\bar{x}}^2 = \sigma_A^2 - (\bar{x} - A)^2$	Если исчислить дисперсию от любой постоянной величины $A$ (отличной от средней арифметической $\bar{x}$ ), то она всегда будет больше дисперсии, рассчитанной от средней арифметической, на величину $(A - \bar{x})^2$

Если в свойстве 4 (см. табл. 7.4) постоянную величину приравнять к 0 ( $A = 0$ ), то дисперсия может быть представлена как разность между средним квадратом вариантов и квадратом их средней величины:

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2. \quad (7.20)$$

**Дисперсии альтернативного признака.** Статистика изучает вариацию не только количественных, но и качественных признаков, в частности альтернативных.

**Альтернативный признак** – тот, который может принимать только два противоположных значения: наступление или ненаступление события. В этом случае каждая единица совокупности или обладает каким-либо свойством, или нет (*например*, все изготовленные детали либо соответствуют стандарту, либо не соответствуют; студенты, обучающиеся в университете, либо минчане, либо нет; способ денежных расчетов является либо наличным, либо безналичным).

Наличие признака принято обозначать через «1», а его отсутствие через «0», тогда долю единиц совокупности (частость), обладающих исследуемым признаком, обозначим  $p$ , а не обладающих признаком, –  $q$ .

Соответственно для альтернативного признака будет справедливо следующее равенство:

$$p + q = 1. \quad (7.21)$$

Тогда среднее значение альтернативного признака составит:

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f} = \frac{0 \cdot q + 1 \cdot p}{q + p} = \frac{p}{1} = p. \quad (7.22)$$

Учитывая все особенности изучения альтернативного признака, его дисперсия будет рассчитываться по формуле

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f} = \frac{(0 - p)^2 \cdot q + (1 - p)^2 \cdot p}{p + q} = q \cdot p = (1 - p) \cdot p. \quad (7.23)$$

Таким образом, дисперсия альтернативного признака равна произведению доли единиц, обладающих исследуемым признаком, и доли единиц, не обладающих признаком:

$$\sigma^2 = p \cdot q. \quad (7.24)$$

Тогда среднее квадратическое отклонение альтернативного признака будет высчитываться по формуле

$$\sigma = \sqrt{p \cdot q}. \quad (7.25)$$

**Правило сложения дисперсий и его использование в анализе связи.** Вариация признака может быть вызвана различными факторами. Некоторые из этих факторов можно выделить, разбив исследуемую статистическую совокупность на группы по какому-либо признаку (в данной задаче является факторным). Это позволит оценить не только общую вариацию признака по всей совокупности, но и изучить колеблемость признака для каждой из выделенных групп.

Для измерения колеблемости результативного признака под влиянием разных факторов, действующих в данной совокупности, вычисляют *следующие виды дисперсий*:

1) *Общая дисперсия* рассчитывается в целом по всей совокупности и измеряет вариацию результативного признака, сложившуюся под воздействием всех факторов. Для расчета общей дисперсии используют исходные формулы, представленные в табл. 7.3, или упрощенный способ расчета (7.20).

2) *Межгрупповая дисперсия* характеризует вариацию результативного признака, которая возникает под влиянием факторного признака, положенного в основу группировки, т. е. показывает ту часть общей дисперсии, которая обусловлена делением совокупности на группы:

$$\delta^2_{\text{межгр}} = \frac{\sum (\bar{x}_j - \bar{x})^2 \cdot n_j}{\sum n_j}, \quad (7.26)$$

где  $\bar{x}_j$  – средние значения признака по отдельным группам;

$\bar{x}$  – среднее значение признака по всей совокупности;

$n_j$  – численность отдельных групп.

3) *Средняя из групповых дисперсий (внутригрупповая дисперсия)* характеризует остаточную (случайную) вариацию результативного признака под влиянием всех неучтенных группировкой факторов и вычисляется как средняя из групповых дисперсий по формуле

$$\bar{\sigma}^2_{\text{внутр}} = \frac{\sum \sigma_j^2 \cdot n_j}{\sum n_j}. \quad (7.27)$$

При этом *групповая дисперсия* ( $\sigma_j^2$ ) рассчитывается по каждой группе и учитывает вариацию результативного признака, происходящую под влиянием других, не связанных с группировкой факторов:

$$\sigma_j^2 = \frac{\sum (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}{n_j}, \quad (7.28)$$

где  $x_{ij}$  – индивидуальные значения признака.

Согласно *правилу сложения дисперсий* общая дисперсия представляет собой сумму межгрупповой дисперсии и средней из групповых дисперсий:

$$\sigma^2_{\text{общая}} = \delta^2_{\text{межгр}} + \bar{\sigma}^2_{\text{внутр}}. \quad (7.29)$$

Правило сложения дисперсий используют в следующих направлениях анализа:

- 1) в дисперсионном анализе при измерении тесноты связи результативного признака с признаками-факторами;
- 2) в выборочном методе при определении степени точности типической выборки.

Чем больше удельный вес межгрупповой дисперсии в общей дисперсии, тем сильнее влияние группировочного (факторного) признака на изучаемый результативный признак. Для оценки этой взаимосвязи на основе правила сложения дисперсий рассчитывают два коэффициента:

1. *Коэффициент детерминации* характеризует долю вариации результативного признака, обусловленную вариацией факторного признака, положенного в основу группировки, и рассчитывается по формуле

$$\eta^2 = \frac{\delta^2_{\text{межгр}}}{\sigma^2_{\text{общая}}}. \quad (7.30)$$

2. *Коэффициент эмпирического корреляционного отношения* характеризует тесноту связи между результативным и факторным признаками и рассчитывается как корень квадратный из коэффициента детерминации:

$$\eta = \sqrt{\eta^2} = \sqrt{\frac{\delta^2_{\text{межгр}}}{\sigma^2_{\text{общая}}}}. \quad (7.31)$$

Эмпирическое корреляционное отношение принимает значения от 0 до 1. Если связь между факторным и результативным признаками отсутствует или очень мала, то корреляционное отношение близко к 0. Следовательно, группировочный (факторный) признак не оказывает существенного влияния на вариацию результативного признака. Чем ближе значение корреляционного отношения к 1, тем теснее связь между изучаемыми признаками.

## 7.2. Темы индивидуальных работ

1. Роль метода средних величин в статистике.
2. Особенности расчета структурных средних (мода, медиана, квартили).
3. Роль структурных средних в анализе социально-экономического развития страны.
4. Использование средних в биржевых индексах.

5. Исследование вариации социально-экономических показателей (демографических показателей) в Республике Беларусь (по выбору студента).

6. Правило сложения дисперсий и его роль в изучении взаимосвязей показателей.

### 7.3. Вопросы и задания для самоконтроля

1. Что понимается под средней величиной?
2. Назовите виды средних величин и приведите их формулы.
3. Перечислите свойства средней арифметической величины.
4. Назовите правила выбора формул средних величин.
5. Что собой представляет мода?
6. Поясните сущность медианы. Как ее возможно рассчитать по интервальному ряду распределения?
7. Что такое квартили? Покажите способы их расчета.
8. Назовите абсолютные показатели вариации.
9. Перечислите свойства дисперсии.
10. Для каких целей используется коэффициент вариации?
11. Что представляет собой дисперсия альтернативного признака и по какой формуле ее рассчитывают?
12. Что характеризует и по какой формуле рассчитывается межгрупповая дисперсия?
13. В чем заключается правило сложения дисперсий?
14. Что показывает коэффициент детерминации?
15. Для чего используют коэффициент корреляционного отношения?

### 7.4. Тестовые задания

1. Укажите, какие из перечисленных средних относятся к группе степенных средних:
  - а) мода;
  - б) средняя геометрическая;
  - в) средняя квадратическая;
  - г) медиана;
  - д) средняя кубическая;
  - е) децили;
  - ж) средняя гармоническая.
2. Укажите правильный ответ. Если каждое значение признака увеличить в 5 раз, то средняя величина:
  - а) не изменится;
  - б) возрастет на 5 единиц;
  - в) возрастет в 5 раз;
  - г) уменьшится в 5 раз;
  - д) уменьшится на 5 единиц.

3. Укажите, какой показатель используют для сравнения вариации признака по разным совокупностям:

- а) коэффициент осцилляции;
- б) дисперсию;
- в) среднее линейное отклонение;
- г) коэффициент вариации;
- д) коэффициент детерминации;
- е) эмпирическое корреляционное отношение.

4. Укажите правильный ответ. Медиана в ряду распределения – это:

- а) варианта у единицы совокупности, которая находится в середине упорядоченного ряда распределения;
- б) варианта, которая встречается в ряду распределения с наибольшей частотой;
- в) наибольшая варианта;
- г) наименьшая варианта.

5. Укажите, какой вид степенной средней получают при подстановке в формулу степени  $k = 1$ :

- а) средняя гармоническая;
- б) средняя арифметическая;
- в) средняя квадратическая;
- г) средняя геометрическая;
- д) средняя кубическая.

6. Дисперсия альтернативного признака рассчитывается как:

- а) доля единиц, не обладающих альтернативным признаком;
- б) доля единиц, обладающих альтернативным признаком;
- в) сумма удельных весов противоположных событий;
- г) произведение весов альтернативных событий.

7. Укажите правильный ответ. Если каждое значение признака увеличить на 7 единиц, то дисперсия:

- а) не изменится;
- б) возрастет на 7 единиц;
- в) возрастет в 7 раз;
- г) уменьшится на 7 единиц;
- д) уменьшится в 7 раз.

### 7.5. Примеры решения типовых задач

**Пример 7.1.** По совокупности кредитных организаций имеются следующие данные (табл. 7.5):

Таблица 7.5

## Распределение кредитных организаций по величине активов

Группы организаций по величине активов, млн руб.	Число кредитных организаций
До 50	6
50–70	9
70–90	13
90–110	21
110–130	19
130–150	17
150 и выше	15

Необходимо *определить*:

- 1) среднюю величину активов по всей совокупности кредитных организаций;
  - 2) моду;
  - 3) медиану.
- Сделайте выводы.

**Решение**

1. Так как данные представлены в виде интервального ряда распределения, то на начальном этапе найдем середины интервалов (величины открытых интервалов приравняем к величинам примыкающих к ним интервалов – 20 млн руб.) и покажем результаты в графе 3 расчетной табл. 7.6.

Таблица 7.6

## Исходные и расчетные показатели для определения средней величины активов

Группы организаций по величине активов, $x$ , млн руб.	Число кредитных организаций, $f$	Середины интервалов, $x$	$x \cdot f$	Накопленные частоты, $S$
До 50	6	40	240	6
50–70	9	60	540	15
70–90	13	80	1040	28
90–110	21	100	2100	49
110–130	19	120	2280	68
130–150	17	140	2380	85
150 и выше	15	160	2400	100
<i>Итого</i>	100	$x$	10 980	$x$

Используя итоговую сумму из графы 4, вычислим среднюю величину активов по всей совокупности кредитных организаций по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f} = \frac{10\,980}{100} = 109,8 \text{ млн руб.}$$

2. Для нахождения моды в данном ряду определим наибольшую частоту – 21. Этому значению соответствует интервал 90–110, следовательно, это и есть модальный интервал. В соответствии с формулой (7.13) мода будет равняться:

$$M_o = x_{M_o} + i_{M_o} \cdot \frac{f_{M_o} - f_{M_o-1}}{(f_{M_o} - f_{M_o-1}) + (f_{M_o} - f_{M_o+1})} = 90 + 20 \cdot \frac{21 - 13}{(21 - 13) + (21 - 19)} = 106,0 \text{ млн руб.}$$

То есть наиболее часто в данной совокупности встречаются кредитные организации с активами в размере 106,0 млн руб.

Для графического определения моды построим гистограмму распределения 100 кредитных организаций по величине активов (рис. 7.2). Внутри столбца с наибольшей высотой (соответствует наибольшей частоте) проведем две линии, соединяющие верхние углы столбца с углами примыкающих к нему столбцов. Значение  $x$  на оси абсцисс в точке пересечения этих прямых и является модой ( $M_o=106,0$  млн руб.).

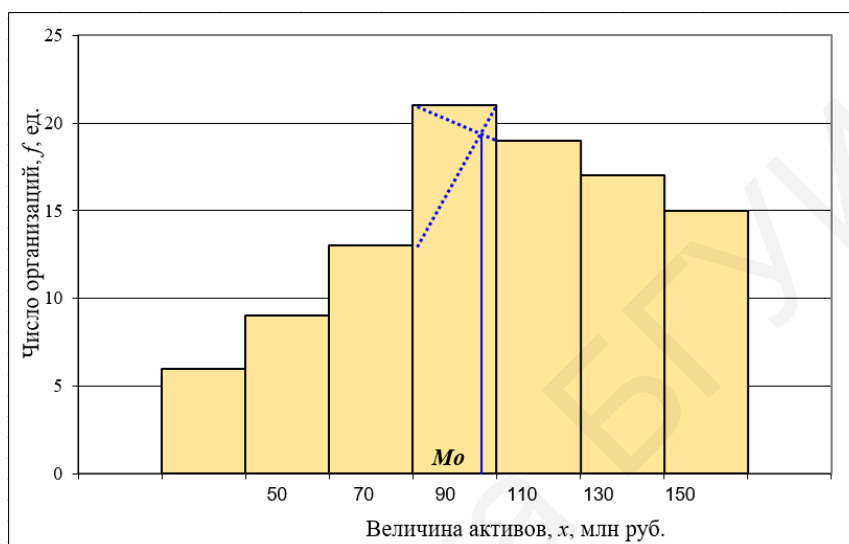


Рис. 7.2. Графическое представление моды на гистограмме распределения

3. Для нахождения медианы на начальном этапе определим ее порядковый номер  $N_{Me} = \frac{\sum f}{2} = \frac{100}{2} = 50$ . По накопленным частотам в табл. 7.6 видно, что 50-я кредитная организация находится в интервале 110–130.

Рассчитаем значение медианы по формуле (7.14):

$$Me = x_{Me} + i_{Me} \cdot \frac{\frac{\sum f}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}} = 110 + 20 \cdot \frac{\frac{100}{2} - 49}{19} = 111,1 \text{ млн руб.}$$

Таким образом, в половине кредитных организаций активы меньше 111,1 млн руб., а во второй половине – выше 111,1 млн руб.

Для того чтобы определить медиану, по накопленным частотам построим кумуляту (рис. 7.3).

Из точки на оси ординат, соответствующей половине всех частот (50), проводим прямую, параллельную оси абсцисс, до пересечения ее с кумулятой и опускаем из этой точки перпендикуляр на ось абсцисс. Это и есть медиана ( $Me$ ).

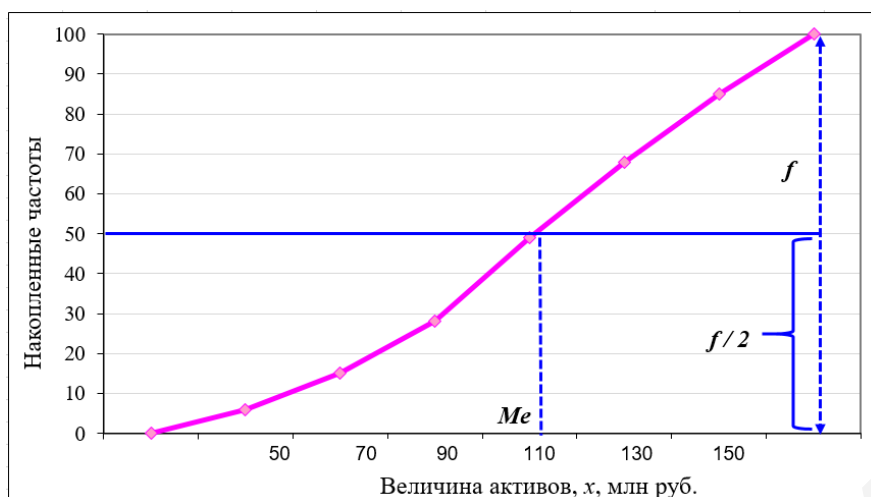


Рис. 7.3. Графическое представление медианы на кумуляте распределения

**Пример 7.2.** Имеются данные о вкладах населения в коммерческом банке (табл. 7.7).

Таблица 7.7

Вклады населения в коммерческом банке

Вид вкладов	I полугодие		II полугодие	
	Общая сумма вкладов, тыс. руб.	Средний размер вклада, руб.	Число вкладов, тыс.	Средний размер вклада, руб.
Переводные	117 600	9800	10	8450
Срочные	349 600	15 200	20	13 100

Определите средний размер вклада в целом по банку для I и II полугодия в отдельности. Обоснуйте выбор формулы средней.

**Решение**

Расчет среднего размера вклада по каждому виду вкладов определяется соотношением:

$$\text{Средний размер вклада} = \frac{\text{Сумма вкладов}}{\text{Число вкладов}}.$$

Обозначим сумму вкладов через  $B$ , число вкладов – через  $N$ , тогда для вычисления среднего размера вклада по каждому виду вкладов можно использовать формулу вида  $x = \frac{B}{N}$ .

В этом случае по совокупности вкладов (по двум группам вкладов вместе) средний размер вклада будет рассчитываться по формуле

$$\bar{x} = \frac{\sum B}{\sum N}. \quad (7.32)$$

Формула (7.32) представляет собой логическую формулу расчета осредненного признака.

По условию для I полугодия известна общая сумма вкладов (т. е. числитель логической формулы), следовательно, расчет среднего размера вклада осуществим по формуле средней гармонической взвешенной:



$$\bar{x}_I = \frac{\sum B}{\sum N} = \frac{\sum B}{\sum \frac{B}{x}} = \frac{117\,600 + 349\,600}{\frac{117\,600}{9800} + \frac{349\,600}{15200}} = \frac{467\,200}{35} = 13\,348,6 \text{ руб.}$$

Для II полугодия известно число вкладов (т. е. знаменатель логической формулы), поэтому расчет среднего размера вклада осуществим по формуле средней гармонической взвешенной:

$$\bar{x}_{II} = \frac{\sum B}{\sum N} = \frac{\sum x \cdot N}{\sum N} = \frac{8450 \cdot 10 + 13\,100 \cdot 20}{10 + 20} = \frac{346\,500}{30} = 11\,550 \text{ руб.}$$

**Пример 7.3.** В отделе логистической компании оформлением договоров с юридическими лицами заняты три специалиста, имеющие одинаковый рабочий день.

Первый работник затрачивает на оформление договора 15 мин, второй – 24 мин, третий – 20 мин.

Необходимо *определить* средние затраты времени на оформление одного договора по всему отделу.

### **Решение**

Осредняемым признаком в этом случае является показатель затраты времени на оформление одного договора одним сотрудником, вычислить который можно с помощью соотношения:

$$\text{Затраты времени на оформление одного договора} = \frac{\text{Время работы специалиста}}{\text{Число договоров}}.$$

Обозначим время работы специалиста через  $T$ , число договоров – через  $N$ , тогда для вычисления затрат времени на оформление одного договора можно использовать формулу  $x = \frac{T}{N}$ .

В этом случае по всему отделу средние затраты времени на оформление одного договора будут рассчитываться по формуле

$$\bar{x} = \frac{\sum T}{\sum N}. \quad (7.33)$$

Известно, что все специалисты отдела имели одинаковый рабочий день, т. е.  $T = \text{const}$  (числитель в логической формуле), при этом неизвестно число договоров, оформленных каждым из работников, поэтому будем использовать формулу среднюю гармоническую простую:

$$\bar{x} = \frac{\sum T}{\sum N} = \frac{\sum T}{\sum \frac{T}{x}} = \frac{T \cdot n}{T \cdot \sum \frac{1}{x}} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}} = \frac{3}{\frac{1}{15} + \frac{1}{24} + \frac{1}{20}} = 18,95 \text{ мин.}$$

То есть в среднем один специалист отдела тратит на оформление договора 18,95 мин.

**Пример 7.4.** Вычислите по примеру 7.1 абсолютные и относительные показатели вариации.

**Решение**

Расчет абсолютных показателей вариации удобно производить в таблице (табл. 7.8).

Таблица 7.8

Расчетная таблица для вычисления показателей вариации

Группы организаций по величине активов, $x$ , млн руб.	Число кредитных организаций, $f$	Средины интервалов, $x$	$x - \bar{x}$	$ x - \bar{x}  \cdot f$	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^2 \cdot f$	$x^2$	$x^2 \cdot f$
До 50	6	40	-69,8	418,8	4872,04	29 232,24	1600	9600
50-70	9	60	-49,8	448,2	2480,04	22 320,36	3600	32 400
70-90	13	80	-29,8	387,4	888,04	11 544,52	6400	83 200
90-110	21	100	-9,8	205,8	96,04	2016,84	10 000	210 000
110-130	19	120	10,2	193,8	104,04	1976,76	14 400	273 600
130-150	17	140	30,2	513,4	912,04	15 504,68	19 600	333 200
150 и выше	15	160	50,2	753,0	2520,04	37 800,60	25 600	384 000
<i>Итого</i>	100	$x$	$x$	2920,4	$x$	120 396,00	$x$	1 326 000

Абсолютные показатели вариации составят:

- размах вариации:  $R = x_{\max} - x_{\min} = 170 - 30 = 140$  млн руб.;

- среднее линейное отклонение:

$$\bar{l} = \frac{\sum |x - \bar{x}| \cdot f}{\sum f} = \frac{2920,4}{100} = 29,204 \text{ млн руб.};$$

- дисперсия:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f} = \frac{120 396}{100} = 1203,96.$$

Расчет дисперсии упрощенным способом:

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = \frac{\sum x^2 \cdot f}{\sum f} - \left( \frac{\sum x \cdot f}{\sum f} \right)^2 = \frac{1 326 000}{100} - (109,8)^2 = 1203,96.$$

- среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f}} = \sqrt{1203,96} = 34,7 \text{ млн руб.}$$

Расчитанные показатели позволяют сформулировать выводы: величина активов кредитных организаций варьирует в пределах 140 млн руб. (от 30 до 170 млн руб.). Отклонение индивидуальных значений активов от среднего значения составляет в среднем 34,7 млн руб.

Относительные показатели вариации составят:

- коэффициент осцилляции:

$$K_R = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{140}{109,8} \cdot 100 = 127,5 \%,$$

т. е. разница между крайними значениями на 27,5 % превышает среднюю величину активов;

– коэффициент среднего линейного отклонения:

$$K_{\bar{l}} = \frac{\bar{l}}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{29,204}{109,8} \cdot 100 = 26,6 \%,$$

следовательно, доля усредненного значения абсолютных отклонений величины активов от их средней величины составляет 26,6 %;

– коэффициент вариации:

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{34,7}{109,8} \cdot 100 = 31,6 \%,$$

т. е. совокупность является однородной по изучаемому признаку.

**Пример 7.5.** Имеются выборочные данные о вкладах населения региона (табл. 7.9).

Таблица 7.9

Вклады населения региона

Место жительства населения	Число вкладов, $n_j$	Средний размер вклада, $\bar{x}_j$ , тыс. руб.	Среднее квадратическое отклонение размера вклада, $\sigma_j$ , тыс. руб.
Города и поселки городского типа	60	28,0	3,2
Сельские населенные пункты	40	10,0	2,9

*Определите:*

- 1) средний размер вклада для всей совокупности вкладчиков;
- 2) межгрупповую дисперсию, среднюю из групповых (внутригрупповую) дисперсию;
- 3) общую дисперсию;
- 4) коэффициент детерминации и эмпирическое корреляционное отношение.

Сделайте выводы.

### Решение

1) Средний размер вклада для всей совокупности вкладчиков вычислим по формуле

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_j \cdot n_j}{\sum n_j} = \frac{28,0 \cdot 60 + 10 \cdot 40}{60 + 40} = \frac{2080}{100} = 20,8 \text{ тыс. руб.}$$

2) Межгрупповую дисперсию рассчитаем по формуле

$$\delta_{\text{межгр}}^2 = \frac{\sum (\bar{x}_j - \bar{x})^2 \cdot n_j}{\sum n_j} = \frac{(28,0 - 20,8)^2 \cdot 60 + (10,0 - 20,8)^2 \cdot 40}{100} = \frac{7776}{100} = 77,76.$$

То есть вариация среднего размера вклада в обследованной совокупности вкладчиков, обусловленная различиями в факторном признаке, положенном в основу группировки (место жительства вкладчиков), составила 77,76.

Средняя из групповых дисперсий (внутригрупповая) составила:

$$\bar{\sigma}_{\text{внутр}}^2 = \frac{\sum \sigma_j^2 \cdot n_j}{\sum n_j} = \frac{(3,6)^2 \cdot 60 + (2,9)^2 \cdot 40}{60+40} = \frac{1114,0}{100} = 11,14.$$

То есть вариация размера вклада, обусловленная влиянием всех прочих факторов, кроме места жительства вкладчиков, равняется 11,14.

3) Согласно правилу сложения дисперсий общая дисперсия составит:

$$\sigma_{\text{общая}}^2 = \delta_{\text{межгр.}}^2 + \bar{\sigma}_{\text{внутр}}^2 = 77,76 + 11,14 = 88,9.$$

Общая дисперсия отражает вариацию размера вклада, складывающуюся под влиянием всех факторов.

4) Коэффициент детерминации составит:

$$\eta^2 = \frac{\delta_{\text{межгр.}}^2}{\sigma_{\text{общая}}^2} = \frac{77,76}{88,9} = 0,875 \text{ или } 87,5 \%$$

То есть вариация размера вклада на 87,5 % зависит от места жительства вкладчиков, а на 12,5 % обусловлена влиянием всех прочих факторов.

Эмпирическое корреляционное отношение равняется:

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta_{\text{межгр.}}^2}{\sigma_{\text{общая}}^2}} = \sqrt{0,875} = 0,935.$$

Данный коэффициент подтверждает тесную связь между факторным (место жительства вкладчика) и результативным (размер вклада) показателем.

## 7.6. Задачи

**Задача 7.1.** По управлениям промышленной ассоциации имеются данные, представленные в табл. 7.10.

Таблица 7.10

Заработная плата по трем управлениям промышленной ассоциации

Управление	Январь		Февраль	
	Число работников, чел.	Средняя заработная плата за месяц, руб.	Фонд заработной платы, руб.	Средняя заработная плата за месяц, руб.
Управление маркетинга	20	1150	26 400	1200
Логистическое управление	45	1400	59 200	1480
Планово-финансовое управление	30	1480	42 000	1500

Определите среднюю заработную плату работников по трем управлениям вместе в январе и феврале. Обоснуйте выбор формулы средней.

**Задача 7.2.** Имеются данные по заводам, изготавливающим ковровые изделия (табл. 7.11).

Таблица 7.11

## Производство ковровых изделий по трем заводам

Номер завода	Базисный год		Отчетный год	
	Затраты на производство ковровых изделий, тыс. руб.	Себестоимость 1 м <sup>2</sup> , руб.	Произведено ковровых изделий, тыс. м <sup>2</sup>	Себестоимость 1 м <sup>2</sup> , руб.
1	5500	50	120	52
2	6960	48	150	45
3	3200	40	100	44

*Определите* для каждого года среднюю себестоимость 1 м<sup>2</sup> по трем заводам вместе. Обоснуйте выбор формулы средней.

**Задача 7.3.** Имеются данные по трем филиалам мебельной фабрики (табл. 7.12).

Таблица 7.12

## Выпуск продукции по трем филиалам мебельной фабрики

Филиал	Фактический выпуск продукции, тыс. руб.	Выполнение задания по плану, %	Продукция, соответствующая стандарту качества, %
1	1435	102,5	98,0
2	832	104,0	95,0
3	980	98,0	97,5

Необходимо *рассчитать* по трем филиалам фабрики вместе:

- 1) средний процент выполнения планового задания выпуска продукции;
- 2) средний процент продукции, соответствующей стандарту качества.

Обоснуйте выбор формулы средних.

**Задача 7.4.** Для изучения стажа сотрудников банка проведена 19%-я механическая выборка, в результате которой получены данные, представленные в табл. 7.13.

Таблица 7.13

## Распределение сотрудников банка по стажу работы

Стаж, лет	Количество сотрудников, чел.
До 3	12
3–5	13
5–7	22
7–9	20
9–11	15
11–13	10
Свыше 13	8

*Определите:*

- 1) средний стаж сотрудников;
- 2) моду и медиану стажа сотрудников банка;
- 3) абсолютные показатели вариации (размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсию, среднее квадратическое отклонение);
- 4) относительные показатели вариации.

Сделайте выводы.

**Задача 7.5.** В порядке 36%-й механической выборки была изучена обеспеченность населения региона жильем (табл. 7.14).

Таблица 7.14

Распределение семей региона по размеру общей жилой площади

Размер общей жилой площади на одного члена семьи, м <sup>2</sup>	Число семей
До 10	20
10–12	27
12–14	18
14–16	14
16–18	10
18–20	6
Свыше 20	5

*Определите:*

- 1) средний размер жилплощади по всем обследованным семьям;
  - 2) моду и медиану;
  - 3) первый и третий квартили;
  - 4) абсолютные показатели вариации (размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсию, среднее квадратическое отклонение);
  - 5) относительные показатели вариации.
- Сделайте выводы.

**Задача 7.6.** Имеются данные по 200 продовольственным магазинам области (табл. 7.15).

Таблица 7.15

Распределение магазинов по размеру товарооборота

Размер товарооборота на один магазин, тыс. руб.	Число магазинов
До 10	13
10–20	32
20–30	46
30–40	38
40–50	28
50–60	26
60 и более	17

*Определите:*

- 1) средний размер товарооборота на один магазин;
  - 2) моду и медиану;
  - 3) абсолютные показатели вариации (размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсию, среднее квадратическое отклонение);
  - 4) относительные показатели вариации.
- Сделайте выводы.

**Задача 7.7.** Для изучения размера вкладов в коммерческом банке проведена 10%-я случайная бесповторная выборка, в результате которой получены данные, представленные в табл. 7.16.

Таблица 7.16

## Распределение вкладчиков по среднему размеру вклада

Средний размер остатка вклада, руб.	Число вкладчиков
До 4000	13
4000–5000	32
5000–6000	46
6000–7000	38
7000–8000	28
8000–9000	26
9000 и более	17

*Определите:*

- 1) средний размер остатка вкладов по коммерческому банку;
  - 2) моду и медиану;
  - 3) квартили;
  - 4) абсолютные показатели вариации (размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсию, среднее квадратическое отклонение);
  - 5) относительные показатели вариации.
- Сделайте выводы.

**Задача 7.8.** *Определите* средний процент бракованной продукции по трем заводам вместе при одинаковом объеме бракованной продукции на каждом из трех заводов, если процент брака составил: на первом заводе – 7, на втором – 9, и на третьем – 4.

Обоснуйте выбор формулы средней.

**Задача 7.9.** *Определите* средний процент бракованной продукции по четырем заводам вместе, если имеются данные о проценте брака по каждому заводу при одинаковом объеме производства продукции: по первому – 3, по второму – 6, по третьему – 4 и четвертому – 5.

Обоснуйте выбор формулы средней.

**Задача 7.10.** Имеются данные по трем филиалам банка (табл. 7.17).

Таблица 7.17

Средняя процентная ставка и число выданных кредитов по трем филиалам коммерческого банка

Номер филиала	Средняя процентная ставка по выданным кредитам, %	Число выданных кредитов
1	15,0	300
2	16,2	200
3	14,4	500

*Определите:*

- 1) среднюю процентную ставку по выданным кредитам по банку в целом (по трем филиалам);
- 2) среднее квадратическое отклонение (двумя способами);
- 3) коэффициент вариации.

Сделайте выводы.

**Задача 7.11.** Имеются данные по группе банков (табл. 7.18).

Таблица 7.18

Исходные данные для характеристики вариации отобранных показателей

Показатель	Среднее значение признака	Дисперсия признака
Средняя заработная плата на одного сотрудника, руб.	1200	32 400,0
Средний размер уставного капитала, тыс. руб.	600,0	5184,0
Средняя списочная численность работников, чел.	4000,0	102 400,0

*Дайте* сравнительную характеристику вариации по каждому из статистических показателей.

Сделайте выводы.

**Задача 7.12.** *Определите* среднее квадратическое отклонение стажа сотрудников коммерческого банка, если известно, что средний стаж сотрудников равняется 12 лет, а коэффициент вариации составляет 15,0 %.

**Задача 7.13.** Дисперсия выручки от реализации продукции равна 1600, а коэффициент вариации – 25,0 %.

*Определите* средний размер выручки от реализации продукции (в тыс. руб.).

**Задача 7.14.** Среди поступивших в 2020 г. абитуриентов на первую ступень получения высшего образования 18,0 % являлись медалистами.

*Определите* дисперсию доли поступивших медалистов.

**Задача 7.15.** В поступившей партии мобильных телефонов из 1200 шт. 72 оказались с дефектами (бракованными).

*Определите* дисперсию доли бракованных телефонов.

**Задача 7.16.** Имеются данные о распределении продавцов торговой сети по величине товарооборота: у 115 продавцов розничный товарооборот составляет 860 тыс. руб. в день, у 93 продавцов – 700 тыс. руб., у 52 продавцов – 950 тыс. руб.

*Определите:*

1) средний торговый оборот в расчете на одного продавца по всей торговой сети; обоснуйте выбор формулы средней;

2) как изменится средний торговый оборот, если для каждого из продавцов его величина уменьшится на 7 тыс. руб.; ответ обоснуйте.

**Задача 7.17.** Имеются данные по трем станкостроительным заводам (табл. 7.19).



Таблица 7.19

## Выпуск продукции по трем станкостроительным заводам

Номер завода	I квартал		II квартал	
	Объем произведенной продукции, млн руб.	Процент бракованной продукции	Объем бракованной продукции, млн руб.	Процент бракованной продукции
1	1200	2,5	36	3,0
2	900	1,0	14	1,4
3	1250	4,0	63	4,5

Определите средний процент бракованной продукции на трех станкостроительных заводах вместе в I и II кварталах.

Обоснуйте выбор формул.

**Задача 7.18.** Имеются данные по трем бригадам крупного завода (табл. 7.20).

Таблица 7.20

## Расход сырья на производство готовой продукции

Номер бригады	I полугодие		II полугодие	
	Расход сырья на 1 единицу готовой продукции, кг	Фактический выпуск продукции, тыс. ед.	Расход сырья на 1 единицу готовой продукции, кг	Количество израсходованного сырья, тыс. кг
1	1,6	180	1,7	289,0
2	1,8	200	2,0	420,0
3	1,9	240	1,9	475,0

Определите средний расход сырья на производство единицы продукции для трех бригад вместе в I и II полугодиях.

Обоснуйте выбор формулы средней.

**Задача 7.19.** По трем цехам книжного издательства известны данные, представленные в табл. 7.21.

Таблица 7.21

## Результаты работы трех цехов книжного издательства

Номер цеха	Сентябрь		Октябрь	
	Выполнение плана, %	План издательства литературы, экз.	Выполнение плана, %	Фактический выпуск литературы, экз.
1	104,5	4400	101,0	5050
2	103,0	6800	99,4	6958
3	98,0	5000	103,5	4968

Определите средний процент выполнения плана по всему издательству в целом в сентябре и октябре.

Обоснуйте выбор формулы средней.

**Задача 7.20.** В табл. 7.22 представлены результаты 19%-го выборочного обследования работы фондовой биржи за один торговый день.

Таблица 7.22

## Распределение числа проданных акций по цене

Цена акции, ден. ед.	Число проданных акций, единиц
До 10	8
10–15	12
15–20	29
20–25	25
25–30	20
Свыше 30	6

Определите:

- 1) среднюю цену проданной акции;
- 2) моду и медиану;
- 3) дисперсию и среднее квадратическое отклонение;
- 4) коэффициент вариации.

Сделайте выводы.

**Задача 7.21.** В табл. 7.23 представлено распределение числа зарегистрированных безработных по возрастным группам в регионе.

Таблица 7.23

## Распределение безработных по возрастным группам

Группы безработных по возрасту, лет	Численность безработных, в % к итогу
До 20	3
20–24	6
24–28	9
28–32	22
32–36	20
36–40	18
40–44	12
44 и более	10

Определите:

- 1) средний возраст безработных;
- 2) моду и медиану.

Сделайте выводы.

**Задача 7.22.** По группе студентов имеются результаты контрольной работы по дисциплине «Общая теория статистики» (табл. 7.24).

Таблица 7.24

## Распределение студентов по полученному баллу

Балл	Число студентов
2	1
3	2
4	2
5	4
6	5
7	7
8	3
9	2
10	1
<i>Всего</i>	27

*Определите:*

- 1) средний балл по группе студентов;
- 2) моду;
- 3) медиану.

Сделайте выводы.

**Задача 7.23.** Получены результаты о сдаче экзаменационной сессии на первом и втором курсах факультета: на первом курсе 84 % студентов сдали экзамены на положительные отметки, на втором курсе – 89 %.

*Определите* дисперсию доли студентов, успешно сдавших экзамены, на каждом курсе.

**Задача 7.24.** *Определите* средний процент выполнения плана по объему операций с ценными бумагами при одинаковом количестве выполненных операций на каждом из трех филиалов коммерческого банка, если процент выполнения плана таких работ составил: в первом филиале – 102,8 %, во втором – 106,5 %, в третьем – 110,0 %.

*Обоснуйте* выбор формулы средней.

**Задача 7.25.** Имеются данные выборочного обследования результатов централизованного тестирования по математике (табл. 7.25).

Таблица 7.25

## Результаты централизованного тестирования по математике

Группы абитуриентов	Количество обследованных абитуриентов	Средний балл по тестированию	Дисперсия среднего балла по каждой группе
Абитуриенты, посещавшие репетитора	90	57,0	22,2
Абитуриенты, не посещавшие репетитора	60	28,0	51,0

*Определите:*

- 1) средний балл по итогам тестирования для всех абитуриентов вместе;
- 2) межгрупповую и общую дисперсии;
- 3) коэффициент детерминации и эмпирическое корреляционное отношение.

Поясните полученные результаты.

**Задача 7.26.** Распределение работников маркетинговой компании по занимаемой должности характеризуется данными, представленными в табл. 7.26.

Таблица 7.26

Заработная плата работников маркетинговой компании

Должность	Число работников	Средняя заработная плата, руб.	Среднее квадратическое отклонение заработной платы, руб.
Консультант	10	1600	105
Маркетолог	15	1280	90
Аналитик	25	1800	75

Определите:

- 1) среднюю заработную плату по всей компании;
- 2) межгрупповую дисперсию и среднюю из групповых дисперсий;
- 3) общую дисперсию (применяйте правило сложения дисперсий);
- 4) коэффициенты детерминации и эмпирического корреляционного отношения.

Поясните полученные результаты.

**Задача 7.27.** Имеются следующие данные по трем школам города (табл. 7.27).

Таблица 7.27

Обучающиеся в трех школах города

Номер школы	Общая численность учащихся, чел.	Доля обучающихся в выпускных классах, %	Среднее число учащихся в одном классе, чел.
1	700	10,0	28
2	840	12,0	30
3	650	11,4	25

На основании приведенных в таблице данных *рассчитайте*:

- 1) долю обучающихся в выпускных классах в среднем по трем школам;
- 2) среднее число учащихся в одном классе по трем школам вместе.

Обоснуйте выбор формулы средней.

**Задача 7.28.** Имеются результаты выборочного обследования 40 предприятий, занимающихся экспортом мебели (табл. 7.28).

Таблица 7.28

Экспорт мебели по типам предприятий

Тип предприятий в зависимости от формы собственности	Количество предприятий	Средний объем экспорта мебели за год, млн руб.
Государственные	15	94,0
Частные	25	160,0

Средняя из групповых дисперсий (внутригрупповая) равняется 370,1245.

Определите:

- 1) средний уровень экспорта мебели за год по всем предприятиям;
- 2) межгрупповую и общую дисперсии;
- 3) коэффициенты детерминации и эмпирического корреляционного отношения.

Сделайте выводы.

### Ответы

**7.1.** 1372,6 руб.; 1417,8 руб.; **7.2.** 46,7 руб.; 47,0 руб.; **7.3.** 101,5 %; 97,1 %; **7.4.** 1) 7,5 г.; 2) 6,125 г.; 7,3 г.; 3) 14 лет; 2,89 г.; 12,11; 3,48 г.; 3) 186,7 %; 38,5 %; 46,4 %; **7.5.** 1) 13,1 м<sup>2</sup>; 2) 10,875 м<sup>2</sup>; 12,33 м<sup>2</sup>; 3) 10,4 м<sup>2</sup>; 15,4 м<sup>2</sup>; 4) 14 м<sup>2</sup>; 2,81 м<sup>2</sup>; 11,79; 3,43 м<sup>2</sup>; 5) 106,9 %; 21,5 %; 26,2 %; **7.6.** 1) 34,1 тыс. руб.; 2) 26,4 тыс. руб.; 32,4 тыс. руб.; 3) 70 тыс. руб.; 14,1 тыс. руб.; 287,19; 16,9 тыс. руб.; 4) 205,3 %; 41,3 %; 49,6 %; **7.7.** 1) 6410 руб.; 2) 5636,4 руб.; 6236,8 руб.; 3) 5108,7 руб.; 7750 руб.; 4) 7000 руб.; 1408,1 руб.; 2 871 900; 1694,7 руб.; 5) 109,2 %; 22,0 %; 26,4 %; **7.8.** 5,95 %; **7.9.** 4,5 %; **7.10.** 1) 14,94 %; 2) 0,681; 3) 4,6 %; **7.12.** 1,8 г.; **7.13.** 160 тыс. руб.; **7.14.** 0,1476; **7.15.** 0,0564; **7.16.** 1) 820,8 тыс. руб.; 2) вырастет на 7 тыс. руб.; **7.17.** 2,6 %; 3,1 %; **7.18.** 1,78 кг; 1,88 кг; **7.19.** 101,9 %; 101,0 %; **7.20.** 1) 20,25 ден. ед.; 2) 19,0 ден. ед.; 20,2 ден. ед.; 3) 43,1875; 6,6 ден. ед.; 3) 32,6 %; **7.21.** 1) 34,08 лет; 2) 31,5 лет; 34,0 лет; **7.22.** 1) 6,2 балла; 2) 7 баллов; 3) 6 баллов; **7.23.** 0,1344; 0,0979; **7.24.** 106,4 %; **7.25.** 1) 45,4 балла; 2) 201,84; 235,56; 3) 85,7 %; 92,6 %; **7.26.** 1) 1604 руб.; 2) 50 704; 7 447,5; 3) 58 151,5; 4) 87,2 %; 93,4 %; **7.27.** 1) 10,6 %; 2) 27,7 чел.; **7.28.** 1) 135,25 млн руб.; 2) 1020,9375; 1391,062; 3) 73,4 %; 85,7 %.

## 8. РЯДЫ ДИНАМИКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

### 8.1. Теоретические сведения

**Статистические ряды динамики, их виды.** Социально-экономические показатели находятся в постоянном развитии и движении. Если эти явления можно измерить с помощью статистических показателей, то их можно изучать посредством построения и анализа рядов динамики.

Изучение динамики социально-экономических явлений является одной из важнейших задач статистики.

**Ряд динамики (динамический ряд, временной ряд)** – это ряд расположенных в хронологической последовательности статистических величин, которые отражают состояние и изменение общественных явлений во времени.

Любой ряд динамики состоит из двух элементов:

1) *моменты (периоды) времени*, в качестве которых выступают определенные даты или отдельные периоды (годы, кварталы, месяцы, сутки);

2) *уровни ряда*: значения отдельных статистических показателей (размеры социально-экономических явлений), которые относятся к отдельным моментам.

Существуют различные классификации рядов динамики (рис. 8.1).

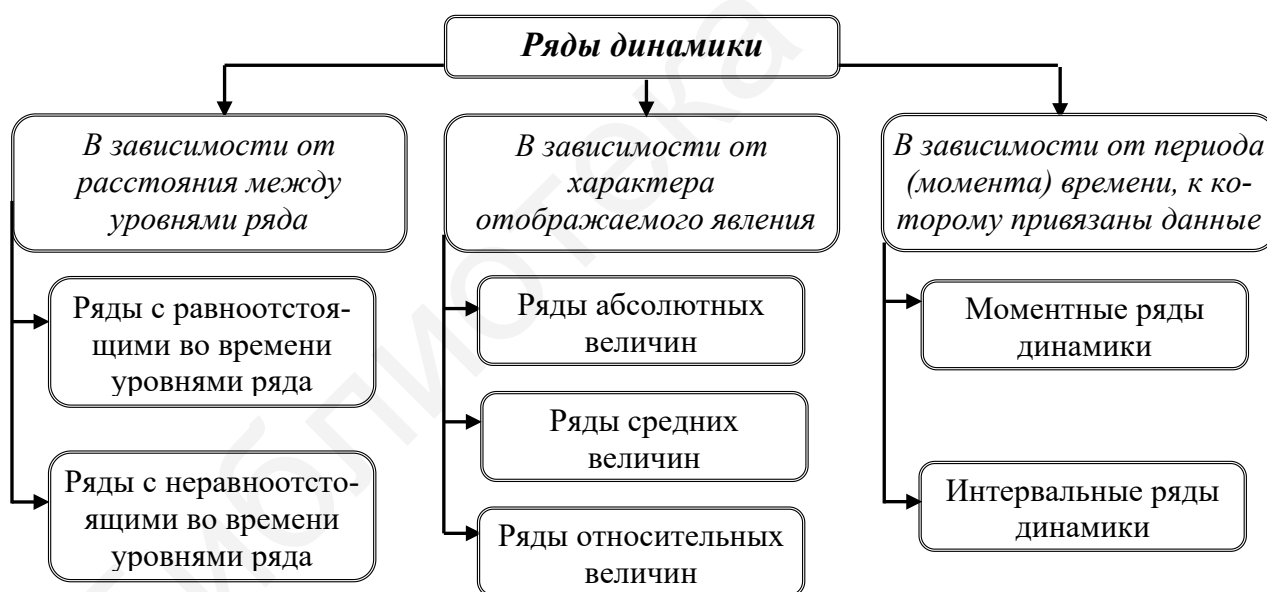


Рис. 8.1. Виды рядов динамики

В рядах с равноотстоящими во времени уровнями ряда (с равными отрезками времени) периоды или моменты времени следуют друг за другом или через определенные промежутки.

Ряды с неравноотстоящими во времени уровнями ряда (с неравными отрезками времени) содержат данные через прерывающиеся или неравномерные промежутки.

В зависимости от вида статистических показателей, которые использованы при изучении социально-экономических явлений, различают ряды динамики абсолютных, средних и относительных величин.

*Ряды динамики абсолютных величин* являются исходными (первоначальными): их получают в результате сводки материалов статистического наблюдения (*например*, производство телевизоров в Республике Беларусь за 2010–2019 гг.; число разводов в Брестской обл. за каждый месяц 2020 г.; затраты на рекламу за каждый квартал 2020 г. и др.).

С помощью *рядов динамики относительных величин* дают характеристику темпов роста исследуемого явления, изменение структуры, интенсивности и т. д. (*например*, уровень безработицы в г. Минске в 2000–2019 гг.; удельный вес иностранных студентов первого курса в 2005–2019 гг. и др.).

*Ряды динамики средних величин* позволяют охарактеризовать средние значения показателей за определенные периоды времени (*например*, средняя процентная ставка по выданным кредитам за январь – декабрь 2020 г.; средний валютный курс в 2015–2020 гг. и др.).

Важная классификация, которая оказывает влияние на выбор формул и методов анализа, – деление рядов динамики на моментные и интервальные. Их характеристика представлена в табл. 8.1.

Таблица 8.1

Характеристика рядов динамики

Виды рядов динамики	Характерные черты (особенности)	Примеры
<i>Моментный ряд динамики</i> – ряд динамики, уровни которого выражают состояние изучаемого явления на определенную дату (момент времени)	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. В его уровни могут входить одни и те же единицы совокупности (повторный счет).</li> <li>2. Уровни не отражают период, за который они приведены.</li> <li>3. Суммирование уровней моментного ряда не имеет смысла</li> </ol>	<p>Численность занятых в экономике на начало 2015–2020 гг.</p> <p>Вклады населения в банке на начало 2010–2020 гг.</p>
<i>Интервальный ряд динамики</i> – ряд динамики, уровни которого отражают размеры изучаемого явления за определенный период времени (месяц, квартал, год и т. д.)	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Уровни не повторяются друг в друге.</li> <li>2. Уровни отражают период, за который они приведены.</li> <li>3. Уровни можно суммировать</li> </ol>	<p>Валовой внутренний продукт в Республике Беларусь за 2005–2019 гг.</p> <p>Число родившихся в регионе за 2015–2019 гг.</p>

Для наглядного представления развития явлений и процессов во времени используют графический метод: для отображения моментных показателей, как правило, применяют линейные диаграммы; для представления интервальных показателей – столбиковые диаграммы.

**Правила построения рядов динамики.** Для того чтобы получить достоверное представление о развитии явления, при построении рядов динамики необходимо соблюдать несколько основных правил [5]:

1. Если ряды динамики строятся за достаточно длительный период времени, необходимо осуществлять периодизацию ряда.

*Периодизация ряда динамики* представляет собой выделение однокачественных (однородных) этапов (периодов) в развитии изучаемого явления.

2. Важным условием правильного построения ряда динамики является обеспечение сопоставимости уровней ряда динамики по нескольким направлениям:

- территории: т. е. использование одних и тех же территориальных границ для анализа статистических показателей за несколько периодов (моментов) времени;

- кругу охватываемых объектов: т. е. для каждого из изучаемых периодов (моментов) времени должны быть учтены одни и те же объекты (без пропусков);

- времени регистрации: т. е. использование равных периодов времени, за которые приводятся данные; для приведения рядов к сопоставимому виду исчисляют среднедневные уровни по месяцам, кварталам;

- ценам: т. е. при изучении динамики стоимостных показателей используют неизменные, сопоставимые цены (цены базисного периода);

- методологии расчета или учета уровней ряда: т. е. при вычислении уровней рядов динамики необходимо использовать единую методику вычисления;

- единицам измерения: т. е. показатели ряда динамики должны быть пересчитаны в одни и те же единицы измерения.

3. Уровни ряда динамики должны располагаться в хронологической последовательности.

**Аналитические показатели рядов динамики, их взаимосвязь.** Особенности развития явлений в течение определенного периода времени и изменение уровней показателей внутри динамического ряда могут быть охарактеризованы с помощью *системы аналитических показателей*, к которым относятся:

- абсолютный прирост;
- темп роста;
- темп прироста;
- абсолютное значение 1 % прироста.

В зависимости от базы сравнения аналитические показатели ряда динамики могут быть рассчитаны двумя способами:

1) *цепные показатели* представляют собой результат сравнения текущего уровня с предыдущим;

2) *базисные показатели* – это результат сравнения текущего уровня с уровнем, принятым за базу сравнения (как правило, за базу сравнения принимают начальный уровень).

Способы расчета аналитических показателей рядов динамики (базисных и цепных) показаны в табл. 8.2.

Абсолютные приросты, как и темпы прироста, могут быть как положительной, так и отрицательной величиной: в первом случае говорят о положительной динамике показателя (росте), во втором случае – об отрицательной динамике показателя (снижении).



Таблица 8.2

## Аналитические показатели ряда динамики

Название показателя, способ расчета	Формула		Единица измерения	Смысл
	Цепной способ	Базисный способ		
1. <i>Абсолютный прирост</i> – разность двух уровней ряда динамики	$\Delta y^u = y_i - y_{i-1}$	$\Delta y^b = y_i - y_0$	Та же, что у уровней ряда динамики	Показывает, на сколько абсолютных единиц текущий уровень больше (меньше) уровня, принятого за базу сравнения
2. <i>Темп роста</i> – соотношение двух уровней ряда динамики	$T^u = \frac{y_i}{y_{i-1}}$	$T^b = \frac{y_i}{y_0}$	Коэффициенты	Показывает, во сколько раз больше (меньше) текущий уровень по отношению к уровню, принятому за базу сравнения
			Проценты	Показывает, сколько процентов составляет текущий уровень по отношению к уровню, принятому за базу сравнения
3. <i>Темп прироста</i> – отношение абсолютного прироста к уровню, принятому за базу сравнения	$\Delta T^u = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100$ или $\Delta T^u = T^u - 100$	$\Delta T^b = \frac{y_i - y_0}{y_0} \cdot 100$ или $\Delta T^b = T^b - 100$	Проценты	Показывает, на сколько процентов изменился (возрос или снизился) текущий уровень по сравнению с уровнем, принятым за базу сравнения
4. <i>Абсолютное значение 1 % прироста (снижения)</i> – отношение цепного абсолютного прироста к цепному темпу прироста, выраженному в процентах	$A \% = \frac{y_i - y_{i-1}}{\Delta T^u \cdot 100} =$ $= \frac{y_i - y_{i-1}}{(y_i - y_{i-1}) / y_{i-1} \cdot 100} =$ $= \frac{y_{i-1}}{100}$	–	Та же, что у уровней ряда динамики	Показывает, какая абсолютная величина скрывается за относительной, т. е. какое количественное содержание имеется в 1 % прироста

Между базисными и цепными аналитическими показателями динамики имеется взаимосвязь, показанная на рис. 8.2.

**Для абсолютных приростов:**

- ✓ сумма цепных абсолютных приростов за определенный период времени равна базисному абсолютному приросту за этот период времени;
- ✓ разность между текущим и предыдущим базисными абсолютными приростами дает соответствующий цепной абсолютный прирост.

**Для темпов роста:**

- ✓ произведение цепных темпов роста (выраженных в коэффициентах) за определенный период времени дает базисный темп роста за этот период времени;
- ✓ отношение текущего темпа роста к предыдущему темпу роста дает соответствующий цепной темп роста.

Рис. 8.2. Взаимосвязь аналитических показателей динамики

**Средние показатели ряда динамики.** Для обобщающей характеристики динамики социально-экономических явлений и процессов используют средние показатели. Они могут быть рассчитаны по абсолютным и относительным показателям динамики и делятся на две группы:

1. *Средний уровень ряда* характеризует типичную величину абсолютных уровней. Его также называют *средняя хронологическая, временная средняя*.
2. *Средние показатели изменения уровней ряда* отражают абсолютную и относительную скорость и интенсивность изменения уровней ряда динамики.

Способы расчета *среднего уровня ряда* для различных видов рядов динамики показаны в табл. 8.3.

Таблица 8.3

Формулы для расчета среднего уровня ряда

Вид ряда динамики	Формула для расчета
1	2
<p>Для интервального ряда: – с равными отрезками времени</p>	$\bar{y} = \frac{\sum y}{n},$ <p>где <math>y</math> – уровни интервального ряда динамики; <math>n</math> – число уровней ряда</p>
<p>– с неравными отрезками времени</p>	$\bar{y} = \frac{\sum y \cdot t}{\sum t},$ <p>где <math>t</math> – равные периоды времени</p>

1	2
Для моментного ряда: – с равными отрезками времени	$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2} \cdot y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2} \cdot y_n}{n-1},$ <p>где <math>y</math> – уровни моментного ряда динамики; <math>n</math> – число уровней ряда</p>
– с неравными отрезками времени	$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i \cdot t_i}{\sum t_i} = \frac{\frac{y_1 + y_2}{2} \cdot t_1 + \frac{y_2 + y_3}{2} \cdot t_2 + \dots + \frac{y_{n-1} + y_n}{2} \cdot t_{n-1}}{t_1 + t_2 + \dots + t_{n-1}},$ <p>где <math>\bar{y}_i</math> – средний уровень ряда, рассчитанный по двум рядом стоящим уровням; <math>t_i</math> – продолжительность периода времени между двумя рядом стоящими уровнями</p>

К средним показателям изменения уровней ряда относятся:

1. *Средний абсолютный прирост* характеризует среднюю абсолютную скорость роста (снижения) уровней ряда и может быть рассчитан двумя способами:

а) при наличии уровней ряда:

$$\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_1}{n-1}; \quad (8.1)$$

б) при наличии цепных абсолютных приростов:

$$\overline{\Delta y} = \frac{\sum \Delta y^u}{n-1} = \frac{\sum \Delta y^u}{m}, \quad (8.2)$$

где  $n$  – число уровней ряда;

$m$  – число цепных абсолютных приростов.

Средний абсолютный прирост показывает, на сколько единиц (в абсолютном выражении) в среднем увеличивался (или уменьшался) уровень ряда динамики за анализируемую единицу времени (в среднем за месяц, квартал, год и т. д.).

2. *Средний темп роста* выступает обобщающим показателем индивидуальных темпов роста уровней ряда и рассчитывается следующими способами:

а) при наличии уровней ряда:

$$\bar{T} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}; \quad (8.3)$$

б) при наличии цепных темпов роста:

$$\bar{T} = \sqrt[m]{T_1^u \cdot T_2^u \cdot \dots \cdot T_m^u}, \quad (8.4)$$

где  $m$  – число цепных темпов роста.

Средний темп роста показывает, во сколько раз в среднем в единицу времени (в год, квартал и др.) изменялся уровень ряда динамики на протяжении исследуемого периода.

3. *Средний темп прироста* рассчитывается по формуле:

– если средний темп роста выражен в коэффициентах:

$$\overline{\Delta T} = \overline{T} - 1; \quad (8.5)$$

– если средний темп роста выражен в процентах:

$$\overline{\Delta T} = \overline{T} - 100. \quad (8.6)$$

**Изучение сезонных колебаний.** Многие социально-экономические процессы и явления имеют повторяющиеся внутригодовые колебания (помесячные, поквартальные), которые носят сезонный характер.

*Сезонные колебания* – это внутригодовые колебания уровней ряда динамики, которые имеют регулярный характер (т. е. более или менее устойчиво повторяются из года в год) и обусловлены влиянием природно-климатических и социально-экономических факторов.

Данные колебания возникают в сельском хозяйстве, в таких видах деятельности, как транспорт, строительство, торговля и др. (более напряженный период работы и производства продукции отмечаются традиционно в весенние, летние и осенние месяцы), в динамике социально-демографических процессов (показателей рождаемости, брачности, безработицы, заболеваемости) и др.

Выявление сезонных колебаний производится по данным не менее чем за три года, распределенным по месяцам (кварталам). Для количественного измерения сезонных колебаний в общей теории статистики используются следующие показатели [5]:

1. *Размах сезонных колебаний* – разница между наибольшим ( $y_{\max}$ ) и наименьшим значениями ( $y_{\min}$ ) исследуемого показателя в течение всего изучаемого периода:

$$R_{\text{сез}} = y_{\max} - y_{\min}. \quad (8.7)$$

2. *Коэффициент сезонных колебаний* рассчитывается как соотношение наибольшего и наименьшего значения показателей в течение года:

$$K_{\text{сез}} = \frac{y_{\max}}{y_{\min}}. \quad (8.8)$$

3. *Индекс сезонности* в общем виде представляет собой отношение фактического уровня ряда динамики за каждый месяц (квартал) к выравненному уровню за этот период или среднемесячному (среднеквартальному) уровню за год. Индекс сезонности всегда выражается в процентах.

По результатам рассчитанных индексов сезонности строят *сезонную волну*, отражающую развитие явления во внутригодовой динамике с учетом сезонных колебаний.

Существуют следующие способы расчета индексов сезонности:

1. Если в ряде динамики не содержится ярко выраженная тенденция развития явления (т. е. тренд отсутствует или является незначительным), для расчета индекса сезонности используют *способ постоянной средней*:

$$i_{\text{сез}} = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100, \quad (8.9)$$

где  $\bar{y}_i$  – средний уровень по одноименным внутригодовым отрезкам времени (месяцам, кварталам);

$\bar{y}$  – средний уровень для всего динамического ряда.

2. Если ряд динамики свидетельствует о ярко выраженной тенденции в развитии явления (возрастание или снижение показателей) для расчета индекса сезонности используют *способ переменной средней*:

– рассчитывают выравненные значения уровней ряда динамики (с помощью метода скользящей средней или аналитического выравнивания);

– определяют процентное соотношение исходных (фактических) уровней ряда ( $y_i$ ) и расчетных (выравненных) значений;

– индекс сезонности для каждого периода (месяца или квартала) рассчитывают по формуле

$$I_{\text{сез}} = \frac{\sum \frac{y_i}{\hat{y}_t} \cdot 100}{n}, \quad (8.10)$$

где  $y_i$  – исходные (фактические) уровни ряда динамики;

$\hat{y}_t$  – выравненные уровни;

$n$  – число годовых периодов.

**Совместный анализ рядов динамики.** При анализе рядов динамики на практике исследователь часто сталкивается с необходимостью проведения совместного анализа взаимосвязанных динамических рядов. *Например*, динамика получаемой банком прибыли зависит от объема реализации банковских услуг, вложений в ценные бумаги и т. д.

В этом случае используются методы общей теории статистики с некоторыми ограничениями:

1. При совместном анализе рядов динамики *одноименных величин* применяются как абсолютные, так и относительные показатели динамики, в то время как совместный анализ рядов динамики *разноименных величин* основан на использовании только относительных показателей динамики.

2. Для исследования взаимосвязи между рядами динамики применяется *корреляционно-регрессионный анализ*. При этом изучение причинно-следственных связей переменных, представленных в виде рядов динамики, является одной из самых сложных задач статистического моделирования, т. к. очень часто в таких случаях возникает автокорреляция, т. е. зависимость уровней ряда динамики от их значений в предыдущие моменты времени (см. разд. 12).

3. Существование связи между уровнями двух динамических рядов возможно оценивать на основе рассчитанных *коэффициентов опережения*, которые

представляют собой соотношение темпов роста рядов за аналогичные периоды времени.

## 8.2. Темы индивидуальных работ

1. Статистическое исследование динамики социально-экономических показателей в Республике Беларусь (на выбор студента).
2. Статистическая оценка сезонности демографических показателей в Республике Беларусь (на выбор студента).
3. Статистическая оценка сезонности социально-экономических показателей в Республике Беларусь (на выбор студента).
4. Особенности динамики демографических показателей в Республике Беларусь (на выбор студента).
5. Применение средних хронологических в изучении динамики социально-экономических показателей.
6. Сезонные колебания и методы их измерения.

## 8.3. Вопросы и задания для самоконтроля

1. Дайте определение ряду динамики. Какие элементы содержит ряд динамики?
2. Какие виды рядов динамики вы знаете?
3. Назовите характерные черты моментного и интервального рядов динамики. Приведите примеры.
4. Назовите аналитические показатели ряда динамики.
5. Охарактеризуйте взаимосвязь между цепными и базисными абсолютными приростами.
6. Охарактеризуйте взаимосвязь между цепными и базисными темпами роста.
7. Какие способы расчета среднегодового уровня динамического ряда вы знаете?
8. По какой формуле рассчитывается средний уровень ряда в моментном ряду с равными отрезками времени? С неравными отрезками времени?
9. Запишите способы расчета среднегодового абсолютного прироста.
10. По каким формулам можно рассчитать среднегодовой темп роста?
11. Что такое сезонность?
12. Перечислите показатели, используемые для оценки сезонных колебаний.

## 8.4. Тестовые задания

1. Базисный темп роста можно рассчитать как:
  - а) отношение каждого последующего уровня ряда к базисному уровню ряда;
  - б) отношение базисного абсолютного прироста к базисному уровню ряда;
  - в) отношение каждого последующего уровня ряда к предыдущему уровню;
  - г) отношение базисного абсолютного прироста к базисному уровню ряда;
  - д) разность между базисным темпом прироста и 100 %.

2. Темп роста средней заработной платы одного работника показывает:
- а) на сколько тысяч рублей возросла средняя заработная плата;
  - б) во сколько раз увеличилась средняя заработная плата;
  - в) на сколько процентов увеличилась средняя заработная плата;
  - г) сколько тысяч рублей составил 1 % прироста средней заработной платы.

3. Укажите, какие из рядов динамики являются моментными:

- а) число фермерских хозяйств (по состоянию на начало каждого года);
- б) индекс потребительских цен (по месяцам за несколько лет);
- в) число умерших в стране по годам;
- г) задолженность по кредитам (на начало каждого квартала за несколько лет);
- д) валовой сбор пшеницы в регионе за каждый год изучаемого периода;
- е) денежные агрегаты в Республике Беларусь (на 1 января каждого года);
- ж) инвестиции в основные средства за несколько лет;
- з) курс валют (по состоянию на начало каждого месяца).

4. Абсолютное значение 1 % прироста (снижения) динамического ряда – это:

- а) разность между двумя уровнями ряда динамики;
- б) соотношение двух уровней ряда динамики;
- в) произведение двух уровней динамики;
- г) отношение абсолютного изменения к уровню, принятому за базу сравнения;
- д) отношение цепного абсолютного прироста к соответствующему цепному темпу прироста, выраженному в процентах.

5. Средний темп прироста производства телевизоров в стране показывает:

- а) на сколько тысяч штук увеличивалось в среднем ежегодно производство телевизоров;
- б) во сколько раз возрастало в среднем каждый год производство телевизоров;
- в) на сколько процентов в среднем каждый год возрастало производство телевизоров;
- г) сколько тысяч штук составил 1 % прироста произведенных телевизоров.

6. На основе показателя «численность студентов в вузах Республики Беларусь» можно построить:

- а) моментный ряд динамики;
- б) интервальный ряд динамики.

## 8.5. Примеры решения типовых задач

**Пример 8.1.** Имеются данные о производстве шоколада и кондитерских изделий из шоколада и сахара в Республике Беларусь за 2014–2018 гг.

Таблица 8.4

Производство шоколада и кондитерских изделий  
в Республике Беларусь за 2014–2018 гг.

Год	Производство шоколада и кондитерских изделий из шоколада и сахара, тыс. т
2014	62,0
2015	60,0
2016	63,4
2017	71,4
2018	72,9

Необходимо *рассчитать*:

1) абсолютные приросты, темпы роста, темпы прироста по годам и по отношению к базисному году, а также абсолютное значение 1 % прироста (результаты расчетов оформите в виде таблицы);

2) среднегодовое производство шоколада и кондитерских изделий из шоколада;

3) среднегодовые абсолютный прирост, темпы роста и прироста.

Сделайте выводы.

### **Решение**

1) Рассчитаем цепные абсолютные приросты, используя формулу  $\Delta y^ц = y_i - y_{i-1}$ :

– для 2015 г.:  $\Delta y^ц_{2015} = 60,0 - 62,0 = -2,0$  тыс. т;

– для 2016 г.:  $\Delta y^ц_{2016} = 63,4 - 60,0 = 3,4$  тыс. т;

– для 2017 г.:  $\Delta y^ц_{2017} = 71,4 - 63,4 = 8,0$  тыс. т;

– для 2018 г.:  $\Delta y^ц_{2018} = 72,9 - 71,4 = 1,5$  тыс. т.

Определим базисные абсолютные приросты, используя формулу  $\Delta y^б = y_i - y_0$  (за базу сравнения примем начальный уровень ряда за 2014 г.):

– для 2015 г.:  $\Delta y^б_{2015} = 60,0 - 62,0 = -2,0$  тыс. т;

– для 2016 г.:  $\Delta y^б_{2016} = 63,4 - 62,0 = 1,4$  тыс. т;

– для 2017 г.:  $\Delta y^б_{2017} = 71,4 - 62,0 = 9,4$  тыс. т;

– для 2018 г.:  $\Delta y^б_{2018} = 72,9 - 62,0 = 10,9$  тыс. т.

Проинтерпретируем результаты для 2017 г.: в этом году в Республике Беларусь производство шоколада и кондитерских изделий из шоколада возросло на 8,0 тыс. т по сравнению с предыдущим годом и на 9,4 тыс. т по сравнению с базисным (2014) годом.

Рассчитаем цепные темпы роста по формуле  $T^ц = \frac{y_i}{y_{i-1}}$ :



- для 2015 г.:  $T^{\text{ц}}_{2015} = \frac{60,0}{62,0} = 0,968$  или 96,8 %;
- для 2016 г.:  $T^{\text{ц}}_{2016} = \frac{63,4}{60,0} = 1,057$  или 105,7 %;
- для 2017 г.:  $T^{\text{ц}}_{2017} = \frac{71,4}{63,4} = 1,126$  или 112,6 %;
- для 2018 г.:  $T^{\text{ц}}_{2018} = \frac{72,9}{71,4} = 1,021$  или 102,1 %.

Рассчитаем базисные темпы роста по формуле  $T^{\text{б}} = \frac{y_i}{y_0}$ :

- для 2015 г.:  $T^{\text{б}}_{2015} = \frac{60,0}{62,0} = 0,968$  или 96,8 %;
- для 2016 г.:  $T^{\text{б}}_{2016} = \frac{63,4}{62,0} = 1,023$  или 102,3 %;
- для 2017 г.:  $T^{\text{б}}_{2017} = \frac{71,4}{62,0} = 1,152$  или 115,2 %;
- для 2018 г.:  $T^{\text{б}}_{2018} = \frac{72,9}{62,0} = 1,176$  или 117,6 %.

Проанализируем результаты для 2017 г.: в этом году производство шоколада и кондитерских изделий из шоколада возросло в 1,126 раза по сравнению с предыдущим годом (т. е. производство в 2017 г. составило 112,6 % от уровня 2016 г.) и увеличилось в 1,152 раза по сравнению с 2014 г. (т. е. производство в 2017 г. составило 115,2 % от уровня 2014 г.).

Рассчитаем цепные темпы прироста по формуле  $\Delta T^{\text{ц}} = T^{\text{ц}} - 100$ :

- для 2015 г.:  $\Delta T^{\text{ц}}_{2015} = 96,8 - 100 = -3,2$  %;
- для 2016 г.:  $\Delta T^{\text{ц}}_{2016} = 105,7 - 100 = 5,7$  %;
- для 2017 г.:  $\Delta T^{\text{ц}}_{2017} = 112,6 - 100 = 12,6$  %;
- для 2018 г.:  $\Delta T^{\text{ц}}_{2018} = 102,1 - 100 = 2,1$  %.

Базисные темпы прироста вычислим по формуле  $\Delta T^{\text{б}} = T^{\text{б}} - 100$ :

- для 2015 г.:  $\Delta T^{\text{б}}_{2015} = 96,8 - 100 = -3,2$  %;
- для 2016 г.:  $\Delta T^{\text{б}}_{2016} = 102,3 - 100 = 2,3$  %;
- для 2017 г.:  $\Delta T^{\text{б}}_{2017} = 115,2 - 100 = 15,2$  %;
- для 2018 г.:  $\Delta T^{\text{б}}_{2018} = 117,6 - 100 = 17,6$  %.

Проинтерпретируем результаты для 2017 г.: в этом году производство шоколада и кондитерских изделий из шоколада возросло на 12,6 % по сравнению с предыдущим годом и увеличилось на 15,2 % по сравнению с 2014 г.

Абсолютное значение 1 % прироста (снижения) рассчитаем по формуле:

$$A\% = \frac{y_i - y_{i-1}}{\Delta T^u \cdot 100} = \frac{y_{i-1}}{100}.$$

$$\text{– для 2015 г.: } A\%_{2015} = \frac{-2,0}{-3,2} \approx 0,62 \text{ тыс. т или } A\%_{2015} = \frac{62,0}{100} = 0,62 \text{ тыс. т;}$$

$$\text{– для 2016 г.: } A\%_{2016} = \frac{3,4}{5,7} \approx 0,60 \text{ тыс. т или } A\%_{2016} = \frac{60,0}{100} = 0,60 \text{ тыс. т;}$$

$$\text{– для 2017 г.: } A\%_{2017} = \frac{8,0}{12,6} \approx 0,634 \text{ тыс. т или } A\%_{2017} = \frac{63,4}{100} = 0,634 \text{ тыс. т;}$$

$$\text{– для 2018 г.: } A\%_{2018} = \frac{1,5}{2,1} \approx 0,714 \text{ тыс. т или } A\%_{2018} = \frac{71,4}{100} = 0,714 \text{ тыс. т.}$$

Результаты расчетов отразим в табл. 8.5.

Таблица 8.5

Аналитические показатели динамики производства шоколада и кондитерских изделий из шоколада и сахара в Республике Беларусь за 2014–2018 гг.

Год	Производство шоколада и кондитерских изделий из шоколада и сахара, тыс. т	Абсолютные приросты, тыс. т		Темпы роста, %		Темпы прироста, %		Абсолютное значение 1 % прироста, тыс. т
		по годам	с 2014 г.	по годам	с 2014 г.	по годам	с 2014 г.	
2014	62,0	–	–	–	100,0	–	0,0	–
2015	60,0	–2,0	–2,0	96,8	96,8	–3,2	–3,2	0,620
2016	63,4	3,4	1,4	105,7	102,3	5,7	2,3	0,600
2017	71,4	8,0	9,4	112,6	115,2	12,6	15,2	0,634
2018	72,9	1,5	10,9	102,1	117,6	2,1	17,6	0,714

Как видно из табл. 8.5, в Республике Беларусь в течение исследуемого периода отмечалось увеличение производства шоколада и кондитерских изделий из шоколада и сахара (исключение составил 2015 г., когда в динамике показателя наметилась отрицательная тенденция – показатель снизился на 3,2 % или на 2,0 тыс. т в абсолютном выражении).

2) Учитывая, что в таблице представлены уровни интервального ряда с равноотстоящими во времени уровнями ряда, среднегодовое производство шоколадных изделий рассчитаем по формуле

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{62,0 + 60,0 + 63,4 + 71,4 + 72,9}{5} = \frac{329,7}{5} = 65,94 \text{ тыс. т.}$$

Таким образом, в течение 2014–2018 гг. производство шоколада и кондитерских изделий из шоколада и сахара в Беларуси составляло в среднем ежегодно 65,94 тыс. т.

3) Среднегодовой абсолютный прирост составит:

$$\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_1}{n - 1} = \frac{72,9 - 62,0}{5 - 1} = \frac{10,9}{4} = 2,725 \text{ тыс. т.}$$

$$\text{или } \overline{\Delta y} = \frac{\sum \Delta y^u}{m} = \frac{(-2,0) + 3,4 + 8,0 + 1,5}{4} = \frac{10,9}{4} = 2,725 \text{ тыс. т.}$$

Среднегодовой темп роста равняется:

$$\bar{T} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} = \sqrt[5-1]{\frac{72,9}{62,0}} = \sqrt[4]{1,176} = 1,041 \text{ или } 104,1 \%$$

или  $\bar{T} = \sqrt[m]{T_1^u \cdot T_2^u \cdot \dots \cdot T_m^u} = \sqrt[4]{0,968 \cdot 1,057 \cdot 1,126 \cdot 1,021} = \sqrt[4]{1,176} = 1,041 \text{ или } 104,1 \%$ .

Среднегодовой темп прироста вычислим по формуле

$$\overline{\Delta T} = \bar{T} - 100 = 104,1 - 100 = 4,1 \%$$

Таким образом, в течение 2014–2018 гг. в Республике Беларусь в среднем ежегодно производство шоколадных изделий возрастало на 2,725 тыс. т или на 4,1 %.

**Пример 8.2.** Имеются следующие данные об изменении выручки маркетингового агентства (в процентах к предыдущему году): в 2016 г. – снизилась на 1,8 %; в 2017 г. – возросла на 3,4 %; в 2018 г. – возросла на 2,7 %; в 2019 г. – возросла на 3,9 %.

Необходимо *определить*:

- 1) как изменилась выручка маркетингового агентства в 2019 г. по сравнению с 2015 г. (в %);
  - 2) среднегодовые темпы роста и прироста выручки агентства.
- Сделайте выводы.

### Решение

1) По условию известны цепные темпы прироста, поэтому чтобы вычислить общее изменение выручки в 2019 г. по сравнению с 2015 г., на начальном этапе вычислим цепные темпы роста по формуле  $T^u = \Delta T^u + 100$  и отразим их в табл. 8.6.

Таблица 8.6  
Расчетная таблица для нахождения  
базисного темпа роста

Год	Темпы прироста, $\Delta T^u$ , %	Темпы роста, $T^u$ , %
2015	–	–
2016	–1,8	98,2
2017	+3,4	103,4
2018	+2,7	102,7
2019	+3,9	103,9

Изменение выручки в 2019 г. по сравнению с 2015 г. отражают базисные темп роста и темп прироста.

Известно, что произведение цепных темпов роста дает базисный темп роста за исследуемый период, следовательно,

$$T^b = 0,982 \cdot 1,034 \cdot 1,027 \cdot 1,039 = 1,083 \text{ или } 108,3 \%$$

Таким образом, выручка маркетингового агентства возросла в 2019 г. по сравнению с 2015 г. в 1,083 раза.

Темп прироста составит  $\Delta T^6 = T^6 - 100 = 108,3 - 100 = 8,3 \%$ , т. е. выручка в 2019 г. возросла по сравнению с 2015 г. на 8,3 %.

2) Среднегодовой темп роста вычислим по формуле

$$\bar{T} = \sqrt[m]{T_1^n \cdot T_2^n \cdot \dots \cdot T_m^n} = \sqrt[4]{0,982 \cdot 1,034 \cdot 1,027 \cdot 1,039} = \sqrt[4]{1,083} = 1,020 \text{ или } 102,0 \%$$

Тогда среднегодовой темп прироста составит

$$\Delta \bar{T} = \bar{T} - 100 = 102,0 - 100 = 2,0 \%$$

То есть в течение исследуемого периода (2016–2019 гг.) выручка маркетингового агентства возрастала в среднем ежегодно в 1,02 раза или на 2,0 %.

**Пример 8.3.** По двум областям имеются данные о численности безработных, зарегистрированных в органах по труду, занятости и социальной защите, представленные в табл. 8.7.

Таблица 8.7

Численность безработных, зарегистрированных в органах по труду, занятости и социальной защите

Область А		Область Б	
Дата, на которую имеются данные	Численность безработных, зарегистрированных в органах по труду, занятости и социальной защите, тыс. чел.	Дата, на которую имеются данные	Численность безработных, зарегистрированных в органах по труду, занятости и социальной защите, тыс. чел.
01.01.2019	3,9	01.01.2019	5,2
01.03.2019	3,6	01.04.2019	5,0
01.07.2019	4,0	01.07.2019	4,7
01.12.2019	4,4	01.10.2019	5,2
01.01.2020	4,2	01.01.2020	5,4

Необходимо *определить* среднюю численность зарегистрированных безработных по каждой области за 2019 г.

### Решение

Приведенные данные по области А представляют собой моментный ряд динамики с неравноотстоящими во времени уровнями ряда, поэтому среднюю численность безработных рассчитаем по формуле

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i \cdot t_i}{\sum t_i} = \frac{\frac{3,9+3,6}{2} \cdot 2 + \frac{3,6+4,0}{2} \cdot 4 + \frac{4,0+4,4}{2} \cdot 5 + \frac{4,4+4,2}{2} \cdot 1}{2+4+5+1} = \frac{48,0}{12} = 4,0 \text{ тыс. чел.}$$

По области Б данные представлены в виде моментного ряда динамики с равноотстоящими во времени уровнями ряда, поэтому среднюю численность безработных вычислим по формуле

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2} \cdot y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2} \cdot y_n}{n-1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 5,2 + 5,0 + 4,7 + 5,2 + \frac{1}{2} \cdot 5,4}{5-1} = \frac{20,2}{4} =$$

= 5,05 тыс. чел.

## 8.6. Задачи

**Задача 8.1.** Имеются данные о производстве тканей в Республике Беларусь в 2015–2019 гг. (табл. 8.8).

Таблица 8.8

Производство тканей в Республике Беларусь в 2015–2019 гг.

Год	Производство тканей, млн м <sup>2</sup>
2015	154,7
2016	160,0
2017	177,0
2018	176,7
2019	163,5

Необходимо *рассчитать*:

- 1) абсолютные приросты, темпы роста, темпы прироста – по годам и по отношению к базисному году, а также абсолютное значение 1 % прироста (результаты расчетов оформите в виде таблицы);
  - 2) среднегодовое производство тканей;
  - 3) среднегодовые абсолютный прирост, темпы роста и прироста.
- Сделайте выводы.

**Задача 8.2.** Имеются данные о числе браков в Республике Беларусь в 2015–2019 гг. (табл. 8.9).

Таблица 8.9

Число браков в Республике Беларусь в 2015–2019 гг.

Год	Число браков, тыс.
2015	82,0
2016	64,5
2017	66,2
2018	60,7
2019	62,7

Необходимо *рассчитать*:

- 1) абсолютные приросты, темпы роста, темпы прироста (по годам и по отношению к базисному году), а также абсолютное значение 1 % прироста (результаты расчетов оформите в виде таблицы);
  - 2) среднегодовое число браков;
  - 3) среднегодовые абсолютный прирост, темпы роста и прироста.
- Сделайте выводы.

**Задача 8.3.** Число зарегистрированных преступлений в Республике Беларусь составило (тыс. случаев): в 2014 г. – 93,9, в 2018 г. – 83,8.

*Определите*:

- 1) среднегодовой абсолютный прирост (снижение);
  - 2) среднегодовые темп роста и темп прироста числа зарегистрированных преступлений в Республике Беларусь за 2015–2018 годы.
- Сформулируйте выводы.

**Задача 8.4.** Производство сыров в Республике Беларусь (кроме плавленого) составило (тыс. т): в 2015 г. – 180,8, в 2019 г. – 242,4.

*Определите:*

- 1) среднегодовой абсолютный прирост (снижение);
- 2) среднегодовые темп роста и темп прироста производства сыров в Республике Беларусь за 2016–2019 гг.

Сформулируйте выводы.

**Задача 8.5.** Имеются данные о численности организованных туристов и экскурсантов, посетивших Республику Беларусь в 2014–2018 гг. (табл. 8.10).

Таблица 8.10

Численность организованных туристов и экскурсантов, посетивших Республику Беларусь в 2014–2018 гг.

Год	Численность организованных туристов и экскурсантов, посетивших Республику Беларусь, тыс. чел.
2014	137,4
2015	276,3
2016	217,4
2017	282,7
2018	365,5

Необходимо *рассчитать:*

- 1) абсолютные приросты, темпы роста, темпы прироста по годам и по отношению к базисному году, а также абсолютное значение 1 % прироста (результаты расчетов оформите в виде таблицы);
- 2) среднегодовую численность организованных туристов и экскурсантов;
- 3) среднегодовые абсолютный прирост, темпы роста и прироста.

Сделайте выводы.

**Задача 8.6.** Изменение запасов готовой продукции в I полугодии 2020 г. представлено следующими данными:

- на 1 января 2020 г. – 720 тыс. руб.;
- на 1 февраля 2020 г. – 780 тыс. руб.;
- на 1 марта 2020 г. – 770 тыс. руб.;
- на 1 апреля 2020 г. – 750 тыс. руб.;
- на 1 мая 2020 г. – 702 тыс. руб.;
- на 1 июня 2020 г. – 690 тыс. руб.;
- на 1 июля 2020 г. – 710 тыс. руб.

*Определите* среднемесячный размер запасов готовой продукции за I полугодие 2020 г.

**Задача 8.7.** По представленным данным *определите* среднюю численность населения города за 2019 г. (тыс. чел.):

- на 1 января 2019 г. – 521,0;
- на 1 мая 2019 г. – 522,5;

- на 1 октября 2019 г. – 523,5;
- на 1 декабря 2019 г. – 523,0;
- на 1 января 2020 г. – 524,5.

**Задача 8.8.** По двум филиалам коммерческого банка имеются данные, представленные в табл. 8.11.

Таблица 8.11

Задолженность юридических лиц по кредитам по двум филиалам  
коммерческого банка

Филиал № 52		Филиал № 58	
Дата, на которую имеются данные	Задолженность юридических лиц по кредитам, тыс. руб.	Дата, на которую имеются данные	Задолженность юридических лиц по кредитам, тыс. руб.
01.01.2019	340	01.01.2019	560
01.04.2019	375	01.04.2019	532
01.07.2019	220	01.08.2019	470
01.10.2019	400	01.11.2019	450
01.01.2020	410	01.01.2020	480

Необходимо *определить* среднemesячный размер задолженности по кредитам юридических лиц отдельно по каждому филиалу коммерческого банка за 2019 г.

**Задача 8.9.** Имеются следующие данные о задолженности по платежам в бюджет:

- на 1 января 2019 г. – 120 тыс. руб.;
- на 1 апреля 2019 г. – 135 тыс. руб.;
- на 1 июля 2019 г. – 139 тыс. руб.;
- на 1 октября 2019 г. – 127 тыс. руб.;
- на 1 января 2020 г. – 124 тыс. руб.

*Определите* средний уровень задолженности по платежам в бюджет за 2019 г.

**Задача 8.10.** Имеются следующие данные о депозитах физических лиц в коммерческом банке (в тыс. руб.):

- на 1 января 2019 г. – 1450;
- на 1 марта 2019 г. – 1620;
- на 1 июня 2019 г. – 1500;
- на 1 августа 2019 г. – 1480;
- на 1 декабря 2019 г. – 1715;
- на 1 января 2020 г. – 1725.

*Определите* средний размер депозитов населения в коммерческом банке за 2019 г.

**Задача 8.11.** Используя взаимосвязь показателей, приведенных в табл. 8.12, *определите* уровни ряда и недостающие в таблице базисные показатели динамики по данным о выручке консалтинговой компании.

Таблица 8.12

Выручка консалтинговой компании

Год	Выручка консалтинговой компании, млн руб.	Базисные показатели динамики		
		Абсолютные приросты, млн руб.	Темпы роста, %	Темпы прироста, %
2015	140,0	–	100,0	–
2016		10,5		
2017			108,1	
2018				7,3
2019		16,7		

Кроме этого, *определите*:

- 1) среднегодовую величину выручки компании за анализируемый период;
- 2) среднегодовой абсолютный прирост;
- 3) среднегодовые темп роста и темп прироста.

Сформулируйте выводы.

**Задача 8.12.** Используя взаимосвязь представленных в табл. 8.13 показателей, *определите* уровни ряда и недостающие цепные показатели по данным о производстве молочных продуктов в регионе за 2014–2018 гг.

Таблица 8.13

Производство молочной продукции

Год	Произведено молочных продуктов, тыс. т	Цепные показатели динамики		
		Абсолютные приросты, тыс. т	Темпы роста, %	Темпы прироста, %
2014	320,0	–	–	–
2015				6,0
2016		4,5		
2017			104,5	
2018				1,6

Кроме этого, *рассчитайте*:

- 1) среднегодовой абсолютный прирост реализации молочных продуктов;
- 2) среднегодовые темп роста и темп прироста.

Сформулируйте выводы.

**Задача 8.13.** Используя взаимосвязь приведенных в табл. 8.14 показателей, *определите* уровни ряда и недостающие цепные показатели по данным о производстве телевизоров за 2015–2019 гг.



Таблица 8.14

## Производство телевизоров

Год	Произведено телевизоров, тыс. шт.	Цепные показатели динамики			
		Абсолютные приросты, тыс. шт.	Темпы роста, %	Темпы прироста, %	Абсолютное значение 1 % прироста, тыс. шт.
2015	31,2	–	–	–	–
2016		2,9			
2017				2,5	
2018					
2019			109,4		0,44

Кроме этого, *определите*:

- 1) среднегодовой уровень производства телевизоров за анализируемый период;
  - 2) среднегодовой абсолютный прирост;
  - 3) среднегодовые темп роста и темп прироста.
- Сформулируйте выводы.

**Задача 8.14.** Используя взаимосвязь представленных в табл. 8.15 показателей, *определите* уровни ряда и недостающие в таблице базисные показатели динамики за 2015–2019 гг.

Таблица 8.15

## Число зарегистрированных преступлений

Год	Число зарегистрированных преступлений, тыс. случаев	Базисные показатели динамики		
		Абсолютные приросты, тыс. случаев	Темпы роста, %	Темпы прироста, %
2015		–	100,0	–
2016	174,5	7,5		
2017			105,0	
2018				2,5
2019		16,7		

Кроме этого, *определите*:

- 1) среднегодовое число преступлений за анализируемый период;
- 2) среднегодовой абсолютный прирост;
- 3) среднегодовые темп роста и темп прироста.

Сформулируйте выводы.

**Задача 8.15.** Производство ковров в стране в 2019 г. по сравнению с 2015 г. выросло на 3,5 %, а в 2018 г. по сравнению с 2015 г. – на 2,2 %.

*Определите*:

- 1) как изменилось производство ковров в 2019 г. по сравнению с 2018 г. (в процентах);
  - 2) среднегодовой темп роста производства ковров.
- Сделайте выводы.

**Задача 8.16.** Продажи мобильных телефонов в магазинах города (по сравнению с предыдущим годом) в 2015 г. возросли на 3,8 %, в 2016 г. – на 5 %, в 2017 г. – на 7,2 %, в 2018 г. – на 8,5 % и в 2019 г. – на 9,2 %.

*Определите:*

1) темп роста объема продаж телефонов в 2019 г. по сравнению с 2014 г. (в процентах);

2) среднегодовые темпы роста и прироста продаж мобильных телефонов.  
Сделайте выводы.

**Задача 8.17.** Темпы роста продаж планшетов (в процентах к предыдущему месяцу) составили: в январе 2020 г. – 112,1, в феврале – 108,2, в марте – 107,5, в апреле – 105,1.

*Определите:*

1) как изменились продажи планшетов в апреле по сравнению с декабрем (в процентах);

2) средний темп роста (снижения) продаж за январь – апрель 2020 г.  
Сделайте выводы.

**Задача 8.18.** Численность безработных в стране (по сравнению с предыдущим годом) увеличивалась: в 2016 г. – на 0,5 %, в 2017 г. – на 1,2 %, в 2018 г. – на 1,8 %, а в 2019 г. – на 1,0 %.

*Определите:*

1) темп прироста численности безработных в 2019 г. по сравнению с 2015 г.;

2) среднегодовой темп роста численности безработных.  
Сформулируйте выводы.

**Задача 8.19.** В 2019 г. по сравнению с 2014 г. численность студентов факультета выросла в 1,1 раза, а в 2018 г. по сравнению с 2014 г. увеличилась на 6,5 %.

*Определите:*

1) как изменилась численность студентов факультета в 2019 г. по сравнению с 2018 г. (в процентах);

2) среднегодовой темп роста численности студентов факультета.  
Сформулируйте выводы.

**Задача 8.20.** Имеются данные по области о численности безработных, зарегистрированных в органах по труду, занятости и социальной защите, по месяцам 2017–2019 гг. (табл. 8.16).

Таблица 8.16

Численность безработных, зарегистрированных в органах по труду, занятости и социальной защите, в 2017–2019 гг.

Месяц	Численность безработных, зарегистрированных в органах по труду, занятости и социальной защите, чел.		
	в 2017 г.	в 2018 г.	в 2019 г.
Январь	4200	3790	4000
Февраль	4120	3820	4040
Март	4070	3740	3850
Апрель	4000	3710	3910
Май	3200	3450	3600
Июнь	3220	3470	3610
Июль	3270	3300	3580
Август	3350	3320	3590
Сентябрь	3100	3350	3290
Октябрь	3790	3400	3420
Ноябрь	4000	3980	3670
Декабрь	3950	3990	3680

Для анализа внутригодовой динамики численности зарегистрированных безработных:

- 1) *определите* индексы сезонности методом постоянной средней;
- 2) *постройте* сезонную волну развития изучаемого явления.

Сделайте выводы.

#### Ответы

**8.3.** 1) – 2,525 тыс. случаев; 2) 97,2 %; – 2,8 %; **8.4.** 1) 15,4 тыс. т; 2) 107,6 %; 7,6 %; **8.6.** 734,5 тыс. руб.; **8.7.** 522,6875 тыс. чел.; **8.8.** 342,5 тыс. руб. (по филиалу № 52) и 496 тыс. руб. (по филиалу № 58); **8.9.** 135,75 тыс. руб.; **8.10.** 1570 тыс. руб.; **8.15.** 1) выросло на 1,3 %; 2) 100,9 %; **8.16.** 1) 138,4 %; 2) 106,7 % и 6,7 %; **8.17.** 1) возросли на 37,0 %; 2) 108,2 %; **8.18.** 1) 4,6 %; 2) 101,1 %; **8.19.** 1) возросла на 3,3 %; 2) 102,0 %.

## 9. ОСНОВНАЯ ТЕНДЕНЦИЯ, ТРЕНД РЯДОВ ДИНАМИКИ

### 9.1. Теоретические сведения

**Понятие тенденции в развитии явлений. Метод укрупнения интервалов и сглаживание с помощью скользящей средней.** Анализ динамических рядов, как правило, включает не только вычисление показателей изменения уровней ряда и нахождение средних характеристик, но и определение в рядах динамики статистической закономерности и общей тенденции развития явлений, построение модели, описывающей изменения явления во времени.

На формирование уровней ряда динамики влияют различные факторы, которые по степени их воздействия можно объединить в три группы:

- действующие долговременно и определяющие основную тенденцию развития явления;
- действующие периодически (сезонные и циклические колебания);
- вызывающие случайные колебания уровней ряда динамики.

**Тенденция** представляет собой сформировавшееся общее направление в изменении уровней ряда динамики: к росту, снижению или стабилизации уровней ряда с течением времени.

В некоторых случаях общая тенденция развития явления наглядно отражается уровнями ряда (уровни ряда в течение исследуемого периода равномерно возрастают или снижаются) и является достаточно стабильной и устойчивой во времени. Если уровни ряда динамики колеблются (то повышаются, то убывают) и тенденция не четко прослеживается, ряд динамики обрабатывают таким образом, чтобы сгладить колеблемость его уровней.

Для выявления тенденции в рядах динамики статистика использует различные методы:

- 1) укрупнения интервалов;
- 2) сглаживания с помощью скользящей средней;
- 3) аналитического выравнивания уровней ряда динамики.

Первые два метода являются методами механического сглаживания. В табл. 9.1 представлены основные особенности таких методов обработки динамических рядов с целью выявления тенденции.

Методы механического сглаживания позволяют лишь выявить общую тенденцию развития явления, более или менее освобожденную от случайных или волнообразных колебаний.

Наиболее результативным способом выявления основной тенденции развития явления выступает аналитическое выравнивание уровней ряда динамики.

**Аналитическое выравнивание уровней ряда динамики. Виды функций тренда.** Методы механического сглаживания (метод укрупнения интервалов и метод сглаживания с помощью скользящей средней) не позволяют найти теоретические ряды, в основе которых лежала бы определенная, математически выраженная закономерность изменения изучаемого явления.

Таблица 9.1

## Характеристика механических методов выявления тенденции в рядах динамики

Метод	Сущность метода	Достоинства (+) и недостатки (–) методов
1. Метод укрупнения интервалов	Подразумевает переход к новому ряду динамики, состоящему из данных по более длинным периодам времени (например, месячные данные объединяются в квартальные, квартальные – в годовые, годовые – в пятилетние)	+ Позволяют выявить тенденцию в уровнях ряда динамики. + Сохраняют природу явления. + Простота расчета.
2. Метод сглаживания с помощью скользящей средней	Предполагает переход к новому ряду динамики, который состоит из средних уровней по укрупненным периодам, образованных путем исключения начального уровня и замены его следующим. Порядок записи полученных скользящих средних следующий: – при сглаживании по нечетному числу уровней (трех, пяти) полученные средние относятся к середине периода скольжения; – при сглаживании по четному числу уровней (четырем, шести) осуществляют центрирование	– Так как выравниванию подлежат не все уровни ряда, сглаженный ряд сокращается. – Невозможно учесть изменения внутри укрупненного интервала. – Невозможно количественно выразить полученную тенденцию

*Аналитическое выравнивание* уровней динамического ряда заключается в нахождении такой аналитической прямой (кривой), ординаты точек которой максимально приближены к исходным уровням динамического ряда.

С помощью этого метода не только возможно выявить общую тенденцию развития явлений, но и дать количественную характеристику изменения уровней ряда на основе построенного уравнения тренда.

**Уравнение тренда** – это уравнение, с помощью которого описывается зависимость между уровнями ряда ( $y$ ) и фактором времени ( $t$ ).

На начальном этапе, основываясь на теоретическом анализе исследуемого явления, осуществляют подбор вида функции, которую предполагается применить в качестве модели тренда.

Наиболее распространенные виды трендовых моделей представлены в табл. 9.2.

Таблица 9.2

## Основные виды функций тренда

Функция	Уравнение тренда	Условие применения
1	2	3
Линейная (уравнение тренда прямой)	$\hat{y}_t = a_0 + a_1 \cdot t$	<i>Равномерное развитие</i> : уровни ряда изменяются с постоянной скоростью (цепные абсолютные приросты более или менее стабильны)
Уравнение параболы второго порядка	$\hat{y}_t = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2$	<i>Равноускоренное (равнозамедленное) развитие</i> : цепные абсолютные приросты равномерно увеличиваются (уменьшаются)

1	2	3
Уравнение параболы третьего порядка	$\hat{y}_t = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2 + a_3 \cdot t^3$	Развитие с переменным ускорением (замедлением): при переменном увеличении (замедлении) темпа прироста уровней временного ряда
Логарифмическая	$\hat{y}_t = a_0 + a_1 \ln t$	Развитие с замедлением роста в конце периода: развитие, при котором прирост со временем стремится к нулю
Показательная	$\hat{y}_t = a_0 \cdot a_1^t$	Развитие по экспоненте: цепные темпы роста (снижения) относительно стабильны
Степенная	$\hat{y}_t = a_0 \cdot t^a$	Развитие по степенной функции: развитие с постоянным относительным приростом уровней временного ряда

Следующий этап связан с нахождением параметров подобранного уравнения тренда. Для этого используют *метод наименьших квадратов*, суть которого заключается в следующем: сумма квадратов отклонений фактических уровней ( $y_i$ ) от выравненных ( $\hat{y}_t$ ), т. е. расположенных на искомой линии тренда, должна быть минимальной:  $\sum (y_i - \hat{y}_t)^2 \rightarrow \min$ .

Покажем алгоритм аналитического выравнивания на основе линейного тренда:  $\hat{y}_t = a_0 + a_1 \cdot t$ . Для нахождения его параметров необходимо решить систему нормальных уравнений (9.1), в которой фактор времени  $t$  принимает значения от 1 до  $n$ :  $t = 1, 2, 3, \dots, n$ .

$$\begin{cases} n \cdot a_0 + a_1 \cdot \sum t = \sum y, \\ a_0 \cdot \sum t + a_1 \cdot \sum t^2 = \sum y \cdot t. \end{cases} \quad (9.1)$$

Тогда параметры уравнения можно рассчитать по формулам:

$$a_0 = \frac{\sum y \cdot \sum t^2 - \sum yt \cdot \sum t}{n \cdot \sum t^2 - \sum t \cdot \sum t}; \quad (9.2)$$

$$a_1 = \frac{n \cdot \sum yt - \sum y \cdot \sum t}{n \cdot \sum t^2 - \sum t \cdot \sum t}. \quad (9.3)$$

Эти формулы можно существенно упростить, если использовать «метод условного нуля», т. е. подобрать значения фактора времени таким образом, чтобы их сумма равнялась 0 ( $\sum t = 0$ ).

В этом случае система нормальных уравнений значительно упростится и примет следующий вид:

$$\begin{cases} \sum y = n \cdot a_0, \\ \sum y \cdot t = a_1 \cdot \sum t^2. \end{cases} \quad (9.4)$$

Выразим формулы для нахождения параметров уравнения из системы уравнений (9.4):

$$a_0 = \frac{\sum y}{n}; \quad (9.5)$$

$$a_1 = \frac{\sum y \cdot t}{\sum t^2}. \quad (9.6)$$

Параметры уравнения тренда прямой, рассчитанные по формулам (9.5) и (9.6), интерпретируют следующим образом:  $a_0$  отражает средний уровень ряда в момент, принятый за начало отсчета времени;  $a_1$  показывает средний абсолютный прирост уровней ряда при увеличении фактора времени на 1.

Полученное уравнение представляет собой математическую модель развития изучаемого явления и показывает статистическую закономерность, проявляющуюся в исходном ряду динамики.

На заключительном этапе фактические уровни ряда заменяют на выровненные или теоретические (рассчитанные по соответствующему уравнению тренда). Правильность расчета выровненных значений можно проверить следующим образом: сумма фактических уровней должна совпадать с суммой выровненных уровней ряда динамики [3].

Для оценки точности трендовой модели используют коэффициент детерминации, рассчитываемый по формуле

$$R^2 = \frac{\sigma_{\hat{y}}^2}{\sigma_y^2}, \quad (9.7)$$

где  $\sigma_{\hat{y}}^2$  – дисперсия теоретических данных (полученных по построенной трендовой модели), которую рассчитывают по формуле

$$\sigma_{\hat{y}}^2 = \frac{\sum (\hat{y}_t - \bar{y})^2}{n}; \quad (9.8)$$

$\sigma_y^2$  – дисперсия эмпирических (исходных) данных, рассчитываемая по формуле

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum (y_t - \bar{y})^2}{n}. \quad (9.9)$$

Построенное уравнение тренда достаточно точно описывает изучаемый процесс, если значение коэффициента детерминации  $R^2$  стремится к 1.

**Интерполяция и экстраполяция уровней ряда динамики. Прогнозирование рядов динамики с помощью функции тренда.** Аналитические и средние показатели рядов динамики, параметры уравнения тренда широко используются при интерполяции и экстраполяции уровней динамического ряда, являются основой для прогнозирования.

*Интерполяция* – это нахождение недостающих уровней внутри однородного динамического ряда.

*Экстраполяция* – это нахождение недостающих уровней ряда динамики, лежащих за его пределами. Перспективная экстраполяция (статистическое прогнозирование) основана на предположении, что тенденция, действующая в прошлом (внутри ряда динамики), сохранится и в будущем.

Точность прогноза (экстраполяции) зависит от срока прогнозирования: чем он короче, тем надежнее результат. Обычно рекомендуют, чтобы срок прогноза не превышал 1/3 длительности исходного временного ряда.

Способы экстраполяции данных показаны в табл. 9.3.

Таблица 9.3

Способы экстраполяции уровней ряда динамики

Способ экстраполяции	Условие применения	Формула для расчета
На основе среднего абсолютного прироста	Если уровни изменяются равномерно (линейно)	$\hat{y}_{i+t} = y_i + \Delta \bar{y} \cdot t$
На основе среднего темпа роста	Если общая тенденция характеризуется экспоненциальной кривой	$\hat{y}_{i+t} = y_i \cdot \bar{T}^t$
На основе аналитического выравнивания	Путем подстановки в полученное уравнение тренда значения условного показателя времени $t$	–

При подстановке показателя времени  $t$  в уравнение тренда получают *точечный прогноз*. Для определения *интервальных оценок* прогнозируемых явлений используют формулу

$$\hat{y}_t \pm t_\alpha \cdot S_{\hat{y}_t}, \quad (9.10)$$

где  $t_\alpha$  – коэффициент доверия по распределению Стьюдента;

$S_{\hat{y}_t}$  – остаточное среднее квадратическое отклонение от тренда, скорректированное по числу степеней свободы:

$$S_{\hat{y}_t} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y}_t)^2}{n - m}}, \quad (9.11)$$

где  $n$  – число уровней ряда динамики;

$m$  – число параметров адекватной модели тренда (для уравнения прямой  $m=2$ ).

**Построение уравнения тренда в MS EXCEL.** В MS EXCEL возможно построить линию тренда при помощи графика. При этом исходные данные для его формирования берутся из заранее подготовленной таблицы.

Чтобы отобразить имеющийся ряд динамики, используют *Мастер диаграмм*, где выбирают *Стандартные* → *График*.

После отображения осей абсцисс и ординат и добавления их названий на график во вкладке *Макет* необходимо нажать кнопку *Линия тренда*, которая расположена в блоке инструментов *Анализ*. Из открывшегося списка необходимо выбрать пункт *Экспоненциальное приближение* или *Линейное приближение*.

Можно выбрать один из нескольких видов аналитических уравнений тренда: полиномиальная функция, линейная, степенная, логарифмическая, экспоненциальная и др.



Для того чтобы определить достоверность построенного уравнения тренда, необходимо установить галочку около пункта *Поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации*.

В блоке настроек *Прогноз* в соответствующих полях можно указать несколько периодов вперед или назад и продолжить линию тренда для прогнозирования.

## 9.2. Темы индивидуальных работ

1. Критерий Фостера – Стюарта и проверка гипотезы о существовании тенденции в динамическом ряду.
2. Выравнивание рядов динамики по ряду Фурье.
3. Статистическое исследование тенденции социально-экономических показателей в Республике Беларусь (на выбор студента).
4. Статистическая оценка параметров уравнения тренда демографических показателей в Республике Беларусь (на выбор студента).
5. Статистическая оценка параметров уравнения тренда социально-экономических показателей в Республике Беларусь (на выбор студента).
6. Применение метода аналитического выравнивания для выявления тенденций в развитии явлений (на выбор студента).
7. Статистические методы прогнозирования социально-экономических явлений.

## 9.3. Вопросы и задания для самоконтроля

1. Что такое тенденция?
2. Какие методы выявления тенденции вы знаете?
3. В чем заключается сущность метода скользящей средней?
4. Что такое аналитическое выравнивание?
5. В чем сущность процедуры центрирования?
6. Что такое тренд?
7. Назовите основные математические функции, используемые при аналитическом выравнивании рядов динамики.
8. Запишите формулы расчета параметров уравнения тренда прямой.
9. Что такое экстраполяция?
10. Поясните, что такое интерполяция.
11. Назовите основные способы экстраполяции уровней ряда динамики.
12. Запишите систему нормальных уравнений для нахождения параметров уравнения тренда прямой.

## 9.4. Тестовые задания

1. Для выявления тенденции развития динамического ряда используются следующие методы:
  - а) метод укрупнения интервалов;
  - б) метод скользящей средней;
  - в) метод постоянной средней;

- г) индексы сезонности;
- д) метод аналитического выравнивания;
- е) метод структурных средних.

2. Для выравнивания ряда динамики использовано уравнение прямой вида  $\hat{y}_t = a_0 + a_1 \cdot t$ . Параметр  $a_1$  характеризует:

- а) среднегодовой уровень ряда;
- б) размер уровня в году, принятом за базисный;
- в) среднегодовой темп прироста;
- г) среднегодовой абсолютный прирост;
- д) темп роста.

3. Если цепные абсолютные приросты равномерно возрастают (убывают), при аналитическом выравнивании используют следующий тип трендовой модели:

- а) уравнение тренда прямой;
- б) уравнение параболы второго порядка;
- в) уравнение параболы третьего порядка;
- г) показательную функцию;
- д) степенную функцию.

4. Зависимость уровней ряда от фактора времени описывается уравнением:

- а) экстраполяции;
- б) тренда;
- в) скользящей средней;
- г) интерполяции;
- д) центрирования.

### 9.5. Примеры решения типовых задач

**Пример 9.1.** Имеются данные о коэффициенте брачности в Республике Беларусь, приведенные в табл. 9.4.

Таблица 9.4

Коэффициент брачности в Республике Беларусь в 2009–2018 гг.

Показатель	Год									
	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Коэффициент брачности, число браков на 1000 чел.	8,3	8,1	9,2	8,1	9,2	8,9	8,6	6,8	7,0	6,4

Необходимо:

1) *произвести* аналитическое выравнивание ряда динамики (с помощью уравнения тренда прямой), *изобразить* графически фактические уровни ряда и выровненные значения;

2) *рассчитать* прогнозные значения коэффициента брачности на 2019 и 2020 гг.

### Решение

Для нахождения параметров  $a_0$  и  $a_1$  уравнения тренда прямой  $\hat{y}_t = a_0 + a_1 \cdot t$  используем «метод условного нуля» (подберем значения  $t$  таким образом, чтобы  $\sum t = 0$ ). Для расчетов составим вспомогательную таблицу (табл. 9.5).

Таблица 9.5

Расчетная таблица для определения параметров уравнения тренда прямой

Год	Коэффициент брачности (число браков на 1000 чел.), $y$	$t$	$t^2$	$y \cdot t$	$\hat{y}_t = 8,06 - 0,108 \cdot t$
2009	8,3	-9	81	-74,7	9,032
2010	8,1	-7	49	-56,7	8,816
2011	9,2	-5	25	-46,0	8,600
2012	8,1	-3	9	-24,3	8,384
2013	9,2	-1	1	-9,2	8,168
2014	8,9	+1	1	8,9	7,952
2015	8,6	+3	9	25,8	7,736
2016	6,8	+5	25	34,0	7,520
2017	7,0	+7	49	49,0	7,304
2018	6,4	+9	81	57,6	7,088
<i>Всего</i>	80,6	0	330	-35,6	80,6

Вычислим параметры уравнения тренда по формулам (9.5) и (9.6).

Параметр  $a_0 = \frac{\sum y}{n} = \frac{80,6}{10} = 8,06$  ‰ – отражает среднегодовой уровень брачности в Республике Беларусь (с 2009 по 2018 г.).

Параметр  $a_1 = \frac{\sum y \cdot t}{\sum t^2} = \frac{-35,6}{330} = -0,108$  ‰ – показывает ежегодный абсолютный прирост выравненного уровня, обусловленный изменением фактора времени  $t$ .

Тогда уравнение прямой для выравненных значений будет иметь следующий вид:

$$\hat{y}_t = 8,08 - 0,108 \cdot t.$$

В последнем столбце расчетной таблицы представлены выравненные значения, которые рассчитаны путем подстановки в уравнение тренда значений фактора времени  $t$ .

Так как  $\sum y = \sum \hat{y}_t = 80,6$ , следовательно, значения уровней выравненного ряда найдены верно.

Фактические и расчетные значения коэффициента брачности представлены на рис. 9.1.

На основе полученного уравнения тренда можно высчитывать прогнозные значения показателя для разных периодов времени.

Например, для 2019 г. получим следующее значение коэффициента брачности:

$$\hat{y}_{2019} = 8,08 - 0,108 \cdot 11 = 6,892 \text{ ‰}.$$

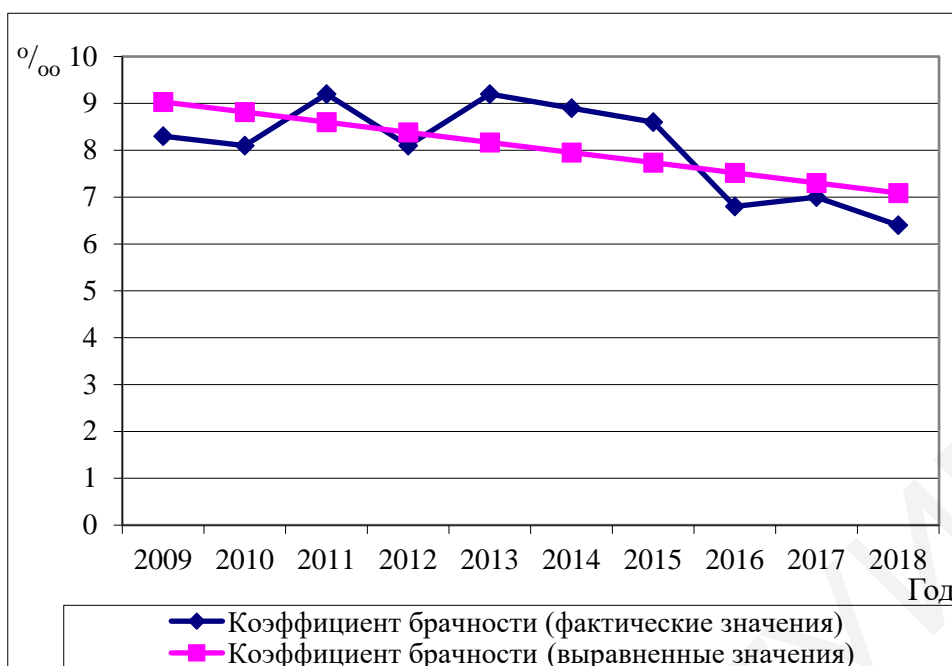


Рис. 9.1. Коэффициент брачности в Республике Беларусь в 2009–2018 гг.

## 9.6. Задачи

**Задача 9.1.** Имеются данные о производстве цемента в Республике Беларусь (табл. 9.6).

Таблица 9.6

Производство цемента в Республике Беларуси в 2006–2019 гг.

Показатель	Год													
	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Произведено цемента, тыс. т	3495	3821	4219	4350	4531	4604	4906	5057	5617	4638	4503	4490	4519	4728

Для изучения общей тенденции *произведите*:

- 1) преобразование данных путем укрупнения периода времени в трехлетние уровни;
  - 2) сглаживание годовых уровней с применением трехчленной скользящей средней;
  - 3) аналитическое выравнивание (с помощью уравнения тренда прямой) данных о производстве цемента в Республике Беларусь (изобразите графически фактические уровни ряда и уровни, полученные в результате выравнивания);
  - 4) расчет прогнозных значений на 2020 и 2021 гг.
- Сделайте выводы.

**Задача 9.2.** Имеются данные о производстве холодильников и морозильников в Республике Беларусь (табл. 9.7).

Таблица 9.7

Производство холодильников и морозильников в Республике Беларусь  
в 2007–2019 гг.

Показатель	Год												
	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Произведено холодильников и морозильников, тыс. шт.	1072	1106	1007	1106	1197	1263	1200	979	899	988	779	858	815

Для изучения общей тенденции *произведите*:

- 1) преобразование данных путем укрупнения периода времени в трехлетние уровни;
  - 2) сглаживание годовых уровней с применением трехчленной скользящей средней;
  - 3) аналитическое выравнивание (с помощью уравнения тренда прямой) данных о производстве холодильников и морозильников в Республике Беларусь (изобразите графически фактические уровни ряда и уровни, полученные в результате выравнивания);
  - 4) расчет прогнозных значений на 2020 и 2021 гг.
- Сделайте выводы.

**Задача 9.3.** В таблице приведены данные о производстве чулочно-носочных изделий в Республике Беларусь (табл. 9.8).

Таблица 9.8

Производство чулочно-носочных изделий в Республике Беларусь в 2007–2019 гг.

Показатель	Год												
	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Произведено чулочно-носочных изделий, млн пар	93	100	111	119	130	134	137	140	139	155	172	168	164

Для изучения общей тенденции *произведите*:

- 1) аналитическое выравнивание (с помощью уравнения тренда прямой) данных о производстве чулочно-носочных изделий в Республике Беларусь (изобразите графически фактические уровни ряда и уровни, полученные в результате выравнивания);
  - 2) расчет прогнозных значений на 2020, 2021 и 2022 гг.
- Сделайте выводы.

**Задача 9.4.** Имеются данные о производстве сливочного масла в Республике Беларусь (табл. 9.9).

Таблица 9.9

Производство сливочного масла в Республике Беларусь в 2006–2019 гг.

Показатель	Год													
	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Произведено сливочного масла, тыс. т	87,6	82,3	98,0	116,1	98,6	104,3	112,9	99,2	106,7	113,6	117,9	119,7	115,2	115,6

Для изучения общей тенденции *произведите*:

- 1) преобразование исходных данных путем укрупнения периода времени в четырехлетние уровни;
  - 2) сглаживание годовых уровней с применением четырехчленной скользящей средней;
  - 3) аналитическое выравнивание (с помощью уравнения тренда прямой) данных о производстве сливочного масла в Республике Беларусь (изобразите графически фактические уровни ряда и уровни, полученные в результате выравнивания);
  - 4) расчет прогнозных значений на 2020 и 2021 гг.
- Сделайте выводы.

**Задача 9.5.** В табл. 9.10 представлены данные об объемах экспорта из Республики Беларусь калийных удобрений.

Таблица 9.10

Экспорт калийных удобрений из Республики Беларусь в 2010–2019 гг.

Показатель	Годы									
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Экспорт калийных удобрений, тыс. т	4180,6	4698,3	3668,9	3437,3	5719,7	5553,0	5706,3	6435,9	6612,2	6229,1

Для изучения общей тенденции *произведите*:

- 1) аналитическое выравнивание данных об экспорте калийных удобрений из Республики Беларусь;
  - 2) расчет коэффициента детерминации для оценки точности построенного уравнения тренда;
  - 3) расчет прогнозных значений на 2020 и 2021 гг.
- Сделайте выводы.

**Задача 9.6.** Имеются данные об уровне рождаемости в Республике Беларусь (табл. 9.11).

Таблица 9.11

Коэффициент рождаемости в Республике Беларусь в 2009–2018 гг.

Показатель	Год									
	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Коэффициент рождаемости (число родившихся на 1000 чел.)	11,5	11,4	11,5	12,2	12,5	12,5	12,5	12,4	10,8	9,9

Для изучения общей тенденции *произведите*:

- 1) аналитическое выравнивание (с помощью уравнения тренда прямой) данных о коэффициенте рождаемости в Республике Беларусь (изобразите графически фактические уровни ряда и уровни, полученные в результате выравнивания);
  - 2) расчет прогнозных значений на 2019 и 2020 гг.;
  - 3) расчет коэффициента детерминации для оценки точности построенного уравнения тренда.
- Сделайте выводы.

**Задача 9.7.** Уравнение тренда объема продаж оптовой компании (в млн руб.) за 2010–2019 гг. имеет следующий вид:  $\hat{y}_t = 10,8 + 0,8 \cdot t$ .

*Определите:*

- 1) выравненные значения уровней объема продаж за каждый год в период с 2010 по 2019 г.;
- 2) прогнозные значения объема продаж в 2020 и 2021 гг.

**Задача 9.8.** Уравнение тренда зависимости затрат на рекламу (в млн руб.) в торговой компании за 2011–2019 гг. имеет следующий вид:  $\hat{y}_t = 8,8 + 1,7 \cdot t$ .

*Определите:*

- 1) выравненные значения показателей за каждый год исследуемого периода;
- 2) прогнозные значения затрат на рекламу в 2020 и 2021 гг.

**Задача 9.9.** Уравнение тренда себестоимости 1 м коврового покрытия (в руб.) за 2010–2018 гг. имеет следующий вид:  $\hat{y}_t = 54 - 0,95 \cdot t$ .

*Определите:*

- 1) выравненные значения показателей за каждый год исследуемого периода;
- 2) прогнозные значения себестоимости в 2019 и 2020 гг.

**Задача 9.10.** Прибыль консалтинговой компании (в сопоставимых ценах) составила в 2011 г. 90 тыс. руб. и возросла к 2019 г. в 1,24 раза.

Исходя из закона равномерного развития (темпы роста в течение исследуемого периода стабильны), *определите* прогнозное значение прибыли в 2020 и 2021 гг.

**Задача 9.11.** Выручка от реализации трикотажных изделий составила в 2012 г. 55 тыс. руб. и возросла к 2019 г. в 1,3 раза (в сопоставимых ценах).

Исходя из закона равномерного развития (темпы роста в течение исследуемого периода стабильны), *определите* прогнозное значение выручки в 2020 и 2021 гг.

### Ответы

**9.7.** 2) 19,6 млн руб.; 21,2 млн руб.; **9.8.** 17,3 млн руб.; 19,0 млн руб.; **9.9.** 2) 49,25 руб.; 48,30 руб.; **9.10.** 114,6 тыс. руб.; 117,7 тыс. руб.; **9.11.** 74,2 тыс. руб.; 77,0 тыс. руб.

## 10. ИНДЕКСЫ В СТАТИСТИКЕ

### 10.1. Теоретические сведения

**Сущность индексов и задачи, решаемые индексным методом.** Одним из основных методов статистического анализа является индексный метод.

В статистике **индекс** (от лат. *index* – указатель, показатель) представляет собой относительный показатель, характеризующий изменение наблюдаемого явления во времени, в пространстве или по сравнению с планом. Индекс – это особая статистическая величина, которая позволяет соизмерять не только однородные (простые), но и не соизмеримые (сложные, состоящие из разнородных элементов) явления.

С помощью индексного метода в статистике решаются разные задачи:

- 1) изучаются динамика сложных социально-экономических явлений (т. е. их изменения во времени);
- 2) производятся пространственные сопоставления с помощью территориальных индексов;
- 3) на основе многофакторных индексных моделей дается оценка влияния отдельных факторов на изменение динамики сложного явления (результативного признака);
- 4) исследуется влияние структуры совокупности на изменение качественных показателей с помощью индексов структурных сдвигов;
- 5) рассчитываются показатели абсолютных изменений (приростов);
- 6) проверяется и контролируется выполнение производственной программы и нормативных заданий с помощью индексов выполнения плана и др.

В теории статистики в индексном методе используется общепринятая символика (табл. 10.1).

Таблица 10.1

Условные обозначения в индексном методе

Обозначение	Пояснение
$q$	Количество (физический объем) любого вида реализованной (произведенной) продукции
$p$	Цена единицы продукции
$z$	Себестоимость единицы продукции
$pq$	Стоимость реализованной продукции определенного вида
$zq$	Затраты на производство продукции определенного вида
$t$	Трудоемкость единицы продукции (затраты времени на единицу продукции)
$w$	Выработка продукции на одного работника (в единицу времени)
$T$	Количество работников или количество отработанного времени

*Отчетные (сравниваемые)* показатели обозначают подстрочным значком «1», а *базисные* (с которыми производится сравнение) – подстрочным значком «0».



Если за основание (базу сравнения) принимается 1, то индекс выражается в виде коэффициента и показывает, во сколько раз изменился исследуемый показатель (расчеты производятся с точностью до 0,001).

Если за основание (базу сравнения) принимается 100, то индекс выражается в процентах и показывает, на сколько процентов изменился исследуемый показатель (расчеты производятся с точностью до 0,1).

**Виды индексов. Веса индексов и их выбор.** Индексы могут быть классифицированы по различным признакам (рис. 10.1).

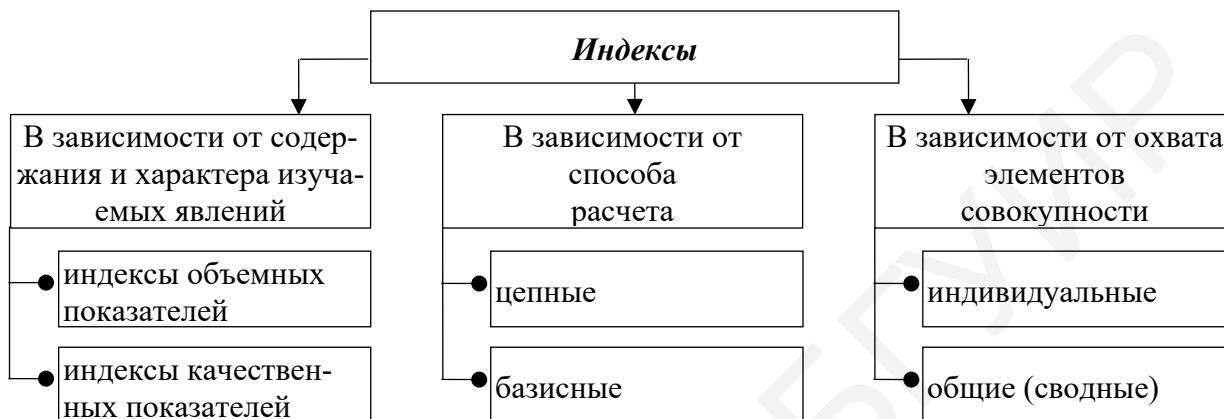


Рис. 10.1. Классификации индексов

*Индексами объемных (количественных) показателей* являются индексы физического объема продукции, численности работников, валового сбора культуры и других явлений, выраженных в виде абсолютных величин. *Индексы качественных показателей* – это индексы цен, себестоимости, производительности труда, урожайности и других показателей, размер которых представлен в расчете на единицу совокупности.

*Цепные индексы* получают путем сопоставления текущих уровней показателей с предшествующими, а *базисные индексы* – путем сопоставления текущих уровней показателей с уровнем периода, принятого за базу сравнения.

*Индивидуальные индексы* рассчитываются по отдельным элементам (например, изменение цен на молоко) совокупности (сложного явления) как соотношение показателей текущего (отчетного) и базисного периодов:

– *индивидуальный индекс цены:*

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}; \quad (10.1)$$

– *индивидуальный индекс физического объема:*

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}; \quad (10.2)$$

– *индивидуальный индекс себестоимости единицы продукции:*

$$i_z = \frac{z_1}{z_0}. \quad (10.3)$$

Индивидуальные индексы отражают изменения индексируемой величины в текущем периоде по сравнению с базисным.

*Общие (сводные) индексы* используют для характеристики изменения сложных явлений, состоящих из разнородных элементов (*например*, оценивается изменение цены по совокупности товаров: молоко, бананы, одежда и т. д.).

Сложность при построении общего индекса заключается в том, что объемы разных видов продукции в натуральном выражении несоизмеримы и непосредственно суммироваться не могут, как не могут суммироваться цены за отдельные виды товаров.

Причиной такой несоизмеримости выступает неоднородность, поэтому в общем индексе каждый качественный показатель всегда связан с тем или иным объемным показателем, в расчете на единицу которого он исчислен. При этом каждый общий индекс содержит следующие элементы:

1) *индексный набор* – это перечень элементов, по набору которых рассчитываются общие индексы, *например*, при расчете общего индекса цен это перечень видов товаров, общего индекса урожайности – перечень видов зерновых культур и т. д.;

2) *индексируемая величина* – это показатель, изменение которого отражает индекс, поэтому в числителе и знаменателе он отражается на уровне разных периодов;

3) *признак-вес (соизмеритель)* – это показатель, который позволяет перейти от несоизмеримых элементов к соизмеримым. В числителе и знаменателе его значение принимается на уровне одного и того же периода (отчетного или базисного).

Выбор веса (соизмерителя) для общего индекса осуществляют исходя из сущности изучаемого явления, а показатели, получаемые в результате взвешивания, должны быть не просто соизмеримы, но и сохранять определенное экономическое содержание. *Например*, если индексируется объем произведенной продукции, то соизмерителем выступает себестоимость единицы продукции; если индексируемой величиной является цена, то соизмерителем принимается объем реализованной продукции и т. д.

В теории статистики приняты основные правила построения индексов и анализа на основе рассчитанных индексов (рис. 10.2).

**Правило 1. О взаимосвязи индексов:**

экономическая связь между соответствующими показателями аналогично проявляется и между индексами данных показателей.

**Правило 2. По выбору весов в общем индексе:**

- ✓ если в агрегатном индексе индексируемой величиной выступает *качественный (интенсивный) показатель*, то признак-вес учитывается на уровне **отчетного периода**;
- ✓ если индексируемой величиной является *объемный (количественный, экстенсивный) показатель*, то веса учитываются на уровне **базисного периода**.

Рис. 10.2. Правила индексного метода

**Агрегатный индекс как исходная форма сводного индекса.** В зависимости от методологии построения различают две формы общих индексов: агрегатную и среднюю. Выбор формы индекса зависит от характера исходных данных и цели исследования.

*Агрегатный индекс* (от лат. *aggregatus* – складываемый, суммируемый) является основной и наиболее распространенной формой общего индекса и строится непосредственно по данным об индексируемых величинах и весах.

В табл. 10.2 показаны способы расчета агрегатных индексов стоимости реализованной продукции (товарооборота), цен и физического объема.

Таблица 10.2

Формулы для расчета общих индексов товарооборота (в агрегатной форме)

Наименование индекса	Формула для расчета	Сущность
<i>Общий индекс стоимости реализованной продукции (товарооборота)</i>	$I_{pq} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_0}$	Характеризует относительное изменение стоимости реализованной продукции, величина которой зависит как от цен, так и от физического объема реализованной продукции
<i>Агрегатный индекс цен</i>	$I_p = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1}$	Отражает относительное изменение цен на совокупность товаров, реализованных в текущем периоде
<i>Агрегатный индекс физического объема реализованной продукции</i>	$I_q = \frac{\sum q_1 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0}$	Показывает общее относительное изменение физического объема реализованной продукции

Стоимость реализованной продукции рассчитывается как произведение цены единицы продукции ( $p$ ) и физического объема реализованной продукции ( $q$ ), следовательно, согласно правилу 1 (см. рис. 10.2) представленные в табл. 10.2 индексы связаны между собой следующим равенством:

$$I_p \cdot I_q = I_{pq}. \quad (10.4)$$

Индексный метод позволяет оценить не только относительное изменение изучаемого явления, но и абсолютное (для этого из числителя соответствующего индекса вычитают его знаменатель). Например, общее абсолютное изменение стоимости реализованной продукции будет рассчитываться по формуле

$$\Delta pq = \sum p_1 \cdot q_1 - \sum p_0 \cdot q_0. \quad (10.5)$$

Этот рост (снижение) стоимости реализованной продукции обусловлен влиянием двух факторов: цены и физического объема реализованной продукции. Оценить это влияние можно по формулам (10.6) и (10.7).

Абсолютное изменение стоимости продукции:

– за счет изменения цен:

$$\Delta pq_{(p)} = \sum p_1 \cdot q_1 - \sum p_0 \cdot q_1; \quad (10.6)$$

– за счет изменения физического объема реализованной продукции:

$$\Delta pq_{(q)} = \sum q_1 \cdot p_0 - \sum q_0 \cdot p_0. \quad (10.7)$$

Взаимосвязь между абсолютными изменениями выражается равенством

$$\Delta pq = \Delta pq_{(p)} + \Delta pq_{(q)}. \quad (10.8)$$

По аналогии строятся агрегатные индексы других взаимосвязанных экономических показателей. Например, в табл. 10.3 показаны формулы для расчета общих индексов затрат на производство продукции, себестоимости единицы продукции и физического объема произведенной продукции.

Таблица 10.3

Формулы для расчета общих индексов затрат на производство продукции  
(в агрегатной форме)

Наименование индекса	Формула для расчета	Сущность
Общий индекс затрат на производство продукции	$I_{zq} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum z_0 \cdot q_0}$	Характеризует относительное изменение общих затрат на производство продукции
Агрегатный индекс себестоимости	$I_z = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum z_0 \cdot q_1}$	Отражает относительное изменение себестоимости по группе товаров, произведенных в текущем периоде
Агрегатный индекс физического объема произведенной продукции	$I_q = \frac{\sum q_1 \cdot z_0}{\sum q_0 \cdot z_0}$	Показывает общее относительное изменение физического объема реализованной продукции

Аналогично расчету разности между числителем и знаменателем соответствующих индексов рассчитывается абсолютное изменение затрат на производство продукции и раскладывается по факторам – за счет изменения себестоимости единицы продукции и физического объема произведенной продукции.

**Средние индексы, их виды.** Второй формой сводного индекса являются средние индексы.

Средние индексы применяют, если отсутствуют данные о величине индексируемого показателя и соизмерителя и известны изменения величины индексируемого показателя (т. е. индивидуальные индексы) и веса (как правило, показатели стоимости продукции). Основой для построения средних индексов является агрегатная форма и в итоге расчетов получают тождественные им результаты. В практике статистики используют два вида средних индексов: арифметический и гармонический.

Средний арифметический индекс является формой алгебраического преобразования агрегатных индексов объемных (экстенсивных) показателей.

Например, известны данные о стоимости товарооборота ( $p \cdot q$ ) и индивидуальных индексах физического объема ( $i_q$ ), тогда  $q_1 = i_q \cdot q_0$ , следовательно, общий индекс физического объема можно рассчитать по формуле

$$I_q = \frac{\sum q_1 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0} = \frac{\sum i_q \cdot q_0 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0}. \quad (10.9)$$

Этот индекс представляет собой среднюю арифметическую индивидуальных индексов физического объема продукции ( $i_q$ ), взвешенных по стоимости товарооборота базисного периода ( $p_0 \cdot q_0$ ).

Средний гармонический индекс получается в результате алгебраического преобразования агрегатных индексов качественных (интенсивных) показателей.

Например, имеются данные об индивидуальных индексах цен ( $i_p$ ) и стоимости товарооборота ( $p \cdot q$ ), тогда  $p_0 = \frac{p_1}{i_p}$ , следовательно, общий индекс цен

можно вычислить по формуле

$$I_p = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum \frac{p_1}{i_p} \cdot q_1} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum \frac{p_1 \cdot q_1}{i_p}}. \quad (10.10)$$

Этот индекс является средней гармонической индивидуальных индексов цен ( $i_p$ ), взвешенных по стоимости товарооборота отчетного периода ( $p_1 \cdot q_1$ ).

В табл. 10.4 показаны условия применения и формулы расчета средних индексов.

Таблица 10.4

Формулы для расчета средних индексов

Вид средних индексов	Условия и особенности применения	Формулы для расчета
1. Средний арифметический индекс	Применяется для <b>объемных (экстенсивных) показателей</b> : – объем реализованной продукции; – объем произведенной продукции и др.	Средний арифметический индекс объема реализованной продукции: $I_q = \frac{\sum i_q \cdot q_0 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0}$ Средний арифметический индекс объема произведенной продукции: $I_q = \frac{\sum i_q \cdot q_0 \cdot z_0}{\sum q_0 \cdot z_0}$
2. Средний гармонический индекс	Применяется для <b>качественных (интенсивных) показателей</b> : – цена; – себестоимость; – трудоемкость и др.	Средний гармонический индекс цен: $I_p = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum \frac{p_1 \cdot q_1}{i_p}}$ Средний гармонический индекс себестоимости: $I_z = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum \frac{z_1 \cdot q_1}{i_z}}$

**Индексный метод анализа динамики среднего уровня.** При изучении динамики уровней средних величин различных экономических качественных показателей (средней себестоимости, средней цены, средней заработной платы и др.) используются индексы среднего уровня:

1. *Индекс переменного состава*, который рассчитывается как соотношение двух средних уровней изучаемой величины.

Средний уровень может изменяться под воздействием двух факторов:

- а) за счет изменения значений осредняемого признака;
- б) за счет структурных сдвигов (т. е. изменения структуры явления).

Для оценки перечисленных факторов строят индексы постоянного состава и структурных сдвигов.

2. *Индекс постоянного состава* рассчитывается как соотношение двух средних уровней изучаемой величины с весами одного и того же периода;

3. *Индекс структурных сдвигов*, рассчитываемый для оценки влияния изменения структуры весов.

Формулы для расчета этих индексов, построенные для анализа динамики среднего уровня цен, показаны в табл. 10.5.

Таблица 10.5

Способы расчета индексов среднего уровня цен

Вид индекса	Способ расчета	Экономическое содержание
<i>Индекс переменного состава</i>	$I_{\bar{p}} = \bar{p}_1 : \bar{p}_0 = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 \cdot q_0}{\sum q_0}$	Отражает общее относительное изменение среднего по совокупности объектов уровня цен
<i>Индекс постоянного состава</i>	$I_p = \bar{p}_1 : \bar{p}'_0 = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum q_1}$	Отражает относительное изменение среднего уровня цены только за счет изменения ее уровней на каждом из объектов
<i>Индекс структурных сдвигов</i>	$I_{стр.с} = \bar{p}'_0 : \bar{p}_0 = \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 \cdot q_0}{\sum q_0}$	Отражает относительное изменение среднего уровня цен, вызванное изменением структуры продаж (изменением доли объектов с разным уровнем цен в общей численности объектов)

Между индексами, представленными в табл. 10.5, имеется взаимосвязь:

$$I_{\bar{p}} = I_p \cdot I_{стр.с}. \quad (10.11)$$

По аналогии можно построить индексы для изучения среднего уровня себестоимости, урожайности, фондоотдачи, заработной платы и других качественных показателей.

Используя индексы из табл. 10.5, можно вычислить не только относительное, но и *абсолютное изменение среднего уровня цен* (вычитая из числителя соответствующего индекса его знаменатель). Формулы расчета показаны в табл. 10.6.

Таблица 10.6

Формулы для расчета абсолютного изменения среднего уровня цен

Общее абсолютное изменение среднего уровня цен	Фактор, влияющий на изменение среднего уровня цен	
	рост индивидуальных уровней цен	изменение структуры объема реализованной продукции
$\Delta \bar{p} = \bar{p}_1 - \bar{p}_0 = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 \cdot q_0}{\sum q_0}$	$\Delta \bar{p}_{(p)} = \bar{p}_1 - \bar{p}'_0 = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum q_1}$	$\Delta \bar{p}_{(стр.с)} = \bar{p}'_0 - \bar{p}_0 = \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 \cdot q_0}{\sum q_0}$

Взаимосвязь между абсолютными приростами, показанными в табл. 10.6, выражается формулой

$$\Delta\bar{p} = \Delta\bar{p}_{(p)} + \Delta\bar{p}_{(\text{стр.с})}. \quad (10.12)$$

**Ряды индексов с постоянной и переменной базой сравнения, с постоянными и переменными весами.** В статистических исследованиях часто возникает необходимость оценки динамики индексируемых величин не только за два периода, но и за несколько последовательных периодов времени.

В этом случае строят системы индексов, которые могут быть рассчитаны по двум схемам:

- 1) *базисные индексы*: индексируемая величина в различные периоды рассматриваемого интервала сравнивается с уровнем одного периода (базисного);
- 2) *цепные индексы*: индексируемая величина сравнивается с уровнем предшествующего периода.

Для отдельного элемента сложного явления (для отдельного товара, по отдельному работнику и др.) используется *система индивидуальных индексов* (строятся по аналогии с базисными и цепными темпами роста).

При построении *системы агрегатных индексов* для всего сложного явления в целом (по совокупности товаров, группе работников и др.) могут быть использованы постоянные и переменные веса.

*Постоянные веса* используются при анализе динамики объемных (количественных) показателей, *переменные веса* – при построении системы индексов качественных показателей.

Системы цепных и базисных индексов, которые можно построить для оценки динамики показателя за  $n$  периодов, представлены в табл. 10.7.

Таблица 10.7

Система цепных и базисных индексов с постоянными и переменными весами

Условие применения	Цепные индексы	Базисные индексы
Для отдельных элементов сложного явления	<i>Индивидуальные индексы цен</i>	
	$\frac{P_1}{P_0}, \frac{P_2}{P_1}, \frac{P_3}{P_2}, \dots, \frac{P_n}{P_{n-1}}$	$\frac{P_1}{P_0}, \frac{P_2}{P_0}, \frac{P_3}{P_0}, \dots, \frac{P_n}{P_0}$
	<i>Индивидуальные индексы физического объема</i>	
	$\frac{q_1}{q_0}, \frac{q_2}{q_1}, \frac{q_3}{q_2}, \dots, \frac{q_n}{q_{n-1}}$	$\frac{q_1}{q_0}, \frac{q_2}{q_0}, \frac{q_3}{q_0}, \dots, \frac{q_n}{q_0}$
Для всего сложного явления в целом	<i>Агрегатные индексы физического объема с постоянными весами</i>	
	$\frac{\sum q_1 \cdot P_0}{\sum q_0 \cdot P_0}, \frac{\sum q_2 \cdot P_0}{\sum q_1 \cdot P_0}, \dots, \frac{\sum q_n \cdot P_0}{\sum q_{n-1} \cdot P_0}$	$\frac{\sum q_1 \cdot P_0}{\sum q_0 \cdot P_0}, \frac{\sum q_2 \cdot P_0}{\sum q_0 \cdot P_0}, \dots, \frac{\sum q_n \cdot P_0}{\sum q_0 \cdot P_0}$
	<i>Агрегатные индексы цен с переменными весами</i>	
	$\frac{\sum P_1 \cdot q_1}{\sum P_0 \cdot q_1}, \frac{\sum P_2 \cdot q_2}{\sum P_1 \cdot q_2}, \dots, \frac{\sum P_n \cdot q_n}{\sum P_{n-1} \cdot q_n}$	$\frac{\sum P_1 \cdot q_1}{\sum P_0 \cdot q_1}, \frac{\sum P_2 \cdot q_2}{\sum P_0 \cdot q_2}, \dots, \frac{\sum P_n \cdot q_n}{\sum P_0 \cdot q_n}$

Между цепными и базисными индивидуальными индексами существует следующая взаимосвязь: произведение последовательных цепных индивидуальных индексов дает соответствующие базисные индексы. Для агрегатных индексов с постоянными весами эта взаимосвязь сохраняется.

**Индексный метод изучения связей. Принципы построения многофакторных индексов.** Индексный метод может использоваться при изучении влияния отдельных факторов на динамику какого-либо сложного явления.

Показатель, на изменение которого влияют изменения других (связанных с ним) показателей, является *результативным показателем*. Показатели, оказывающие влияние на результативный, называются *факторными показателями* или *факторами*.

Если результативный показатель можно представить как произведение двух и более отдельных факторов, то такая связь называется *мультипликативной*. Например, трехфакторная мультипликативная индексная модель будет иметь следующий вид:

$$y = a \cdot b \cdot c. \quad (10.13)$$

Относительное изменение (индекс) результативного признака в модели (10.13) будет оцениваться по формуле

$$I_y = \frac{a_1 \cdot b_1 \cdot c_1}{a_0 \cdot b_0 \cdot c_0} = I_a \cdot I_b \cdot I_c. \quad (10.14)$$

Решение мультипликативной модели зависит от того, какой фактор – экстенсивный (количественный) или интенсивный (качественный) стоит на первом месте в модели.

Если модель начинается с *интенсивного (качественного) фактора*, то еще не рассмотренные факторы учитываются на уровне отчетного периода, а рассмотренные – остаются на уровне базисного периода. Когда модель начинается с *экстенсивного (объемного) фактора*, еще не рассмотренные факторы берутся на уровне базисного периода, а рассмотренные – на уровне отчетного периода.

Таким образом, чтобы оценить относительное изменение результативного показателя  $y$ , вызванное влиянием факторов модели, рассчитывают индексы, приведенные в табл. 10.8.

Таблица 10.8

Способы расчета относительного изменения по трехфакторной мультипликативной индексной модели (10.13)

На первом месте – <i>интенсивный (качественный)</i> показатель	На первом месте – <i>экстенсивный (количественный)</i> показатель
$I_a = \frac{a_1 \cdot b_1 \cdot c_1}{a_0 \cdot b_1 \cdot c_1}$	$I_a = \frac{a_1 \cdot b_0 \cdot c_0}{a_0 \cdot b_0 \cdot c_0}$
$I_b = \frac{a_0 \cdot b_1 \cdot c_1}{a_0 \cdot b_0 \cdot c_1}$	$I_b = \frac{a_1 \cdot b_1 \cdot c_0}{a_1 \cdot b_0 \cdot c_0}$
$I_c = \frac{a_0 \cdot b_0 \cdot c_1}{a_0 \cdot b_0 \cdot c_0}$	$I_c = \frac{a_1 \cdot b_1 \cdot c_1}{a_1 \cdot b_1 \cdot c_0}$



Для расчета абсолютного изменения результативного показателя  $y$ , вызванное влиянием факторов модели, используют разностный или индексный способ (формулы представлены в табл. 10.9).

Таблица 10.9

Способы решения трехфакторной мультипликативной индексной модели (10.13)

На первом месте – интенсивный (качественный) показатель	На первом месте – экстенсивный (количественный) показатель
1. Разностный способ	
$\Delta y_{(a)} = (a_1 - a_0) \cdot b_1 \cdot c_1$ $\Delta y_{(b)} = a_0 \cdot (b_1 - b_0) \cdot c_1$ $\Delta y_{(c)} = a_0 \cdot b_0 \cdot (c_1 - c_0)$	$\Delta y_{(a)} = (a_1 - a_0) \cdot b_0 \cdot c_0$ $\Delta y_{(b)} = a_1 \cdot (b_1 - b_0) \cdot c_0$ $\Delta y_{(c)} = a_1 \cdot b_1 \cdot (c_1 - c_0)$
2. Упрощенный способ (с помощью индексов)	
$\Delta y_{(a)} = \frac{y_1}{I_a} \cdot (I_a - 1)$ $\Delta y_{(b)} = \frac{y_1}{I_a \cdot I_b} \cdot (I_b - 1)$ $\Delta y_{(c)} = \frac{y_1}{I_a \cdot I_b \cdot I_c} \cdot (I_c - 1)$	$\Delta y_{(a)} = y_0 \cdot (I_a - 1)$ $\Delta y_{(b)} = y_0 \cdot I_a \cdot (I_b - 1)$ $\Delta y_{(c)} = y_0 \cdot I_a \cdot I_b \cdot (I_c - 1)$

Сумма абсолютных изменений результативного показателя, обусловленных влиянием факторов, равняется общему абсолютному изменению результативного показателя:

$$\Delta y = \Delta y_{(a)} + \Delta y_{(b)} + \Delta y_{(c)}. \quad (10.15)$$

При использовании многофакторных индексных моделей в статистическом анализе необходимо соблюдать следующие правила:

а) произведение двух рядом стоящих факторов-сомножителей модели должно давать экономически значимый результат;

б) первым фактором модели должен выступать экстенсивный (объемный) или интенсивный (качественный) фактор, а не структурный показатель (доля).

*Например*, произведение средней заработной платы (СЗП) на численность работников ( $T$ ) представляет собой фонд заработной платы (ФЗП), т. е. получается двухфакторная модель следующего вида:

$$\text{ФЗП} = T \cdot \text{СЗП}. \quad (10.16)$$

*Например*, среднюю месячную выработку одного рабочего можно представить как произведение среднечасовой выработки ( $w_{\text{ч}}$ ), числа отработанных в течение дня часов ( $T_{\text{ч}}$ ) и числа отработанных в течение месяца дней ( $T_{\text{д}}$ ):

$$w = w_{\text{ч}} \cdot T_{\text{ч}} \cdot T_{\text{д}}. \quad (10.17)$$

**Территориальные индексы.** *Территориальные индексы* используются для сравнительного анализа и пространственных сопоставлений показателей отдельных территорий (районов, областей, городов, стран и др.).

Особая роль территориальным индексам отводится в международной статистике при реализации международных программ сопоставлений валового внутреннего продукта и расчетов паритетов покупательной способности валют.

По двум сравниваемым территориям А и Б могут быть рассчитаны индивидуальные и агрегатные территориальные индексы.

1. *Индивидуальные территориальные индексы* по отдельным видам товаров (продуктов) представляют собой обычные относительные величины сравнений.

Например, индивидуальные территориальные индексы цен рассчитываются по формулам:

$$i_{p(A/B)} = \frac{p_A}{p_B}; \quad (10.18)$$

$$i_{p(B/A)} = \frac{p_B}{p_A}. \quad (10.19)$$

2. *Агрегатные территориальные индексы* по группе товаров (продуктов). Одним из наиболее сложных моментов построения агрегатных территориальных индексов является выбор весов. Решать эту задачу предлагается несколькими способами, наиболее распространенным из которых является *прямой способ*:

– в качестве веса в агрегатном территориальном индексе цен используется общее по двум территориям количество реализованной продукции:

$$I_{p(A/B)} = \frac{\sum p_A \cdot Q}{\sum p_B \cdot Q}; \quad (10.20)$$

$$I_{p(B/A)} = \frac{\sum p_B \cdot Q}{\sum p_A \cdot Q}, \quad (10.21)$$

где  $Q$  – суммарное количество реализованной продукции  $Q = q_A + q_B$ ;

– весом в территориальном индексе физического объема выступает средний уровень цен:

$$I_{q(A/B)} = \frac{\sum q_A \cdot \bar{p}}{\sum q_B \cdot \bar{p}}; \quad (10.22)$$

$$I_{q(B/A)} = \frac{\sum q_B \cdot \bar{p}}{\sum q_A \cdot \bar{p}}, \quad (10.23)$$

где  $\bar{p}$  – средний уровень цен по двум территориям по каждому виду товара

$$\bar{p} = \frac{p_A \cdot q_A + p_B \cdot q_B}{q_A + q_B}.$$

Важно учитывать, что произведение построенных таким образом индексов цен и физического объема не позволит рассчитать индекс товарооборота либо абсолютные приросты стоимости товарооборота за счет различных факторов.

При этом общий территориальный индекс товарооборота можно вычислить по формулам:

$$I_{pq(A/B)} = \frac{\sum p_A \cdot q_A}{\sum p_B \cdot q_B}; \quad (10.24)$$

$$I_{pq(B/A)} = \frac{\sum p_B \cdot q_B}{\sum p_A \cdot q_A}. \quad (10.25)$$

При *косвенном способе* агрегатные территориальные индексы строятся по стандартизованным значениям весов: это могут быть прейскурантные, среднеотраслевые уровни цен, структура продаж по стране в целом и др.).

### 10.2. Темы индивидуальных работ

1. Роль индексного метода в статистике.
2. Особенности построения индекса потребительских цен в Республике Беларусь: методология, основные тенденции.
3. Применение индексного метода в анализе связей.
4. Многофакторные индексные модели, принципы их построения и алгоритм решения.
5. Использование индексов в экономическом анализе.
6. Промышленные индексы: сущность, виды и сфера применения.
7. Индексы международного сопоставления.
8. Методика расчета индекса человеческого развития.

### 10.3. Вопросы и задания для самоконтроля

1. Что такое индекс? Какие задачи решаются в статистике с помощью индексов?
2. Назовите формы общего индекса.
3. Что такое признак-вес? Приведите пример.
4. Что такое индексируемая величина? Приведите пример.
5. Запишите формулу расчета агрегатного индекса цен.
6. Покажите взаимосвязь общих индексов цен, физического объема и товарооборота.
7. Какие виды средних индексов вы знаете?
8. Запишите формулу расчета среднеарифметического индекса физического объема продукции.
9. Что показывает индекс переменного состава? Запишите формулу расчета.
10. Запишите формулу расчета агрегатного индекса себестоимости.
11. Запишите формулы расчета индексов переменного, постоянного состава и структурных сдвигов для оценки динамики средней себестоимости.
12. Приведите примеры взаимосвязанных индексов.
13. Назовите особенности построения агрегатных территориальных индексов.

### 10.4. Тестовые задания

1. Укажите, что представляет собой знаменатель агрегатного индекса физического объема реализованной продукции:
  - а) стоимость реализованной продукции в отчетном периоде;

- б) суммарное значение объема реализованной продукции в базисном периоде;
- в) стоимость реализованной продукции в базисном периоде;
- г) суммарное значение объема реализованной продукции в отчетном периоде;
- д) сумму цен реализованных товаров базисного периода.

2. Укажите взаимосвязь, существующую между базисными и цепными индексами, построенными по системе постоянных весов:

- а) сумма базисных индексов равна соответствующему цепному индексу;
- б) сумма цепных индексов равна соответствующему базисному индексу;
- в) произведение цепных индексов равно соответствующему базисному индексу;
- г) произведение базисных индексов равно цепному индексу.

3. Исходя из взаимосвязи, индекс цен может быть рассчитан:

- а) как произведение индекса физического объема и индекса стоимости продукции;
- б) делением индекса стоимости продукции на индекс физического объема продукции;
- в) делением индекса физического объема на индекс стоимости продукции;
- г) вычитанием индекса физического объема из индекса стоимости продукции.

4. Укажите формы общего индекса:

- а) агрегатная, средняя, территориальная;
- б) переменного состава, постоянного состава, структурных сдвигов;
- в) агрегатная, средняя;
- д) цепные индексы с постоянными весами и с переменными весами;
- е) цепные и базисные индексы с постоянными и переменными весами.

### 10.5. Примеры решения типовых задач

**Пример 10.1.** Имеются данные о результатах работы фруктовой лавки за два месяца (табл. 10.10).

Таблица 10.10

Реализация цитрусовых фруктов за два месяца

Наименование продукции	Цена за 1 кг продукции, руб.		Количество реализованной продукции, кг	
	октябрь	ноябрь	октябрь	ноябрь
Апельсины	2,5	3,0	140	150
Лимоны	4,4	4,6	60	57
Грейпфруты	5,0	4,8	80	82

Необходимо *рассчитать*:

- 1) индивидуальные индексы физического объема и цен;
- 2) общие индексы товарооборота, цен и физического объема товарооборота;

3) абсолютный прирост стоимости товарооборота магазина в ноябре по сравнению с октябрём, в том числе за счет изменения цен и количества проданных товаров.

Сделайте выводы.

### Решение

1) Индивидуальные индексы физического объема по каждому виду фруктов составят:

$$\text{– апельсины: } i_q^{\text{ап}} = \frac{150}{140} = 1,071 \text{ или } 107,1 \%;$$

$$\text{– лимоны: } i_q^{\text{л}} = \frac{57}{60} = 0,950 \text{ или } 95,0 \%;$$

$$\text{– грейпфруты: } i_q^{\text{гр}} = \frac{82}{80} = 1,025 \text{ или } 102,5 \%.$$

Таким образом, в ноябре по сравнению с октябрём объем реализованных апельсинов возрос на 7,1 %, лимонов – снизился на 5,0 %, грейпфрутов – увеличился на 2,5 %.

По аналогии вычислим индивидуальные индексы цен по каждому виду фруктов:

$$\text{– апельсины: } i_p^{\text{ап}} = \frac{3,0}{2,5} = 1,200 \text{ или } 120,0 \%;$$

$$\text{– лимоны: } i_p^{\text{л}} = \frac{4,6}{4,4} = 1,045 \text{ или } 104,5 \%;$$

$$\text{– грейпфруты: } i_p^{\text{гр}} = \frac{4,8}{5,0} = 0,960 \text{ или } 96,0 \%.$$

То есть в ноябре по сравнению с октябрём цена 1 кг апельсинов возросла на 20,0 %, лимонов – возросла на 4,5 %, грейпфрутов – снизилась на 4,0 %.

2) Общий индекс стоимости проданных товаров (товарооборота) рассчитаем по формуле

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_0} = \frac{3,0 \cdot 150 + 4,6 \cdot 57 + 4,8 \cdot 82}{2,5 \cdot 140 + 4,4 \cdot 60 + 5,0 \cdot 80} = \frac{1105,8}{1014,0} = 1,091 \text{ или } 109,1 \%.$$

Общий агрегатный индекс цен составит:

$$I_p = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1} = \frac{3,0 \cdot 150 + 4,6 \cdot 57 + 4,8 \cdot 82}{2,5 \cdot 150 + 4,4 \cdot 57 + 5,0 \cdot 82} = \frac{1105,8}{1035,8} = 1,068 \text{ или } 106,8 \%.$$

Общий агрегатный индекс физического объема будет равен:

$$I_q = \frac{\sum q_1 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0} = \frac{150 \cdot 2,5 + 57 \cdot 4,4 + 82 \cdot 5,0}{140 \cdot 2,5 + 60 \cdot 4,4 + 80 \cdot 5,0} = \frac{1035,8}{1014,0} = 1,021 \text{ или } 102,1 \%.$$

Таким образом, в ноябре по сравнению с октябрём стоимость реализованных цитрусовых фруктов (выручка от реализации) во фруктовой лавке возросла

на 9,1 %. При этом цены на фрукты возросли в среднем на 6,8 %, а физический объем реализации повысился на 2,1 %.

3) Абсолютное изменение стоимости реализованных фруктов (товарооборота) составит:

$$\Delta pq = \sum p_1 \cdot q_1 - \sum p_0 \cdot q_0 = 1105,8 - 1014,0 = 91,8 \text{ руб.},$$

в том числе, вызванное изменением:

- цен:  $\Delta pq_{(p)} = \sum p_1 \cdot q_1 - \sum p_0 \cdot q_1 = 1105,8 - 1035,8 = 70,0 \text{ руб.};$

- физического объема:  $\Delta pq_{(q)} = \sum q_1 \cdot p_0 - \sum q_0 \cdot p_0 = 1035,8 - 1014,0 = 21,8 \text{ руб.}$

Проверка расчетов:  $\Delta pq = \Delta pq_{(p)} + \Delta pq_{(q)} = 70,0 + 21,8 = 91,8 \text{ руб.}$

Таким образом, выручка от реализации цитрусовых фруктов в ноябре по сравнению с октябрём возросла на 91,8 руб. или на 9,1 %, при этом рост выручки за счет роста цен составил 70,0 руб., а за счет роста объема реализованных фруктов – 21,8 руб.

**Пример 10.2.** Имеются данные о реализации молочных продуктов в продовольственном магазине за два полугодия (табл. 10.11).

Таблица 10.11

Реализация молочных продуктов за два полугодия

Наименование продукта	Реализовано продукции на сумму, тыс. руб.		Изменение физического объема реализованной продукции во II полугодии по сравнению с I полугодием, %
	I полугодие	II полугодие	
Сметана	600	650	+ 4,5
Молоко	850	840	- 2,0
Кефир	400	415	Без изменений

Определите общий индекс физического объема реализованных молочных продуктов. Сделайте выводы.

### Решение

Так как по условию известны стоимость реализованной продукции за каждый период и относительные изменения физического объема по каждому из товаров (т. е. индивидуальные индексы), используем формулу среднего арифметического индекса физического объема реализованной продукции:

$$I_q = \frac{\sum i_q \cdot q_0 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0} = \frac{1,045 \cdot 600 + 0,980 \cdot 850 + 1,0 \cdot 400}{600 + 850 + 400} = \frac{1860}{1850} = 1,005 \text{ или } 100,5 \%$$

Таким образом, объем реализованных на рынке молочных товаров возрос во II полугодии по сравнению с I полугодием на 0,5 %.

**Пример 10.3.** По универмагу известны данные о продаже одежды в трех секциях (табл. 10.12).

Таблица 10.12

## Реализация одежды в трех секциях магазина за два квартала

Секция	Стоимость товарооборота, млн руб.		Изменение цен во II квартале по сравнению с I кварталом, %
	I квартал	II квартал	
Детская одежда	140	147	- 2,0
Женская одежда	310	336	+5,0
Мужская одежда	290	287	+2,5

Рассчитайте общий индекс цен.

Сделайте выводы.

**Решение**

Известны стоимость товарооборота и индивидуальные индексы цен по каждой группе товаров, поэтому рассчитаем изменение цен по совокупности товаров согласно формуле среднего гармонического индекса цен:

$$I_p = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum \frac{p_1 \cdot q_1}{i_p}} = \frac{147+336+287}{\frac{147}{0,980} + \frac{336}{1,050} + \frac{287}{1,025}} = \frac{770}{750} = 1,027 \text{ или } 102,7 \%$$

Таким образом, в целом по трем секциям цены во II квартале по сравнению с I кварталом выросли в среднем на 2,7 %.

**Пример 10.4.** Имеются данные о реализации моркови в двух овощных магазинах (табл. 10.13).

Таблица 10.13

## Реализация моркови в двух овощных магазинах за два месяца

Магазин	Объем реализованной моркови, кг		Цена за 1 кг, руб.	
	сентябрь	октябрь	сентябрь	октябрь
1	250	220	0,8	1,0
2	250	280	0,7	0,9

Рассчитайте для двух магазинов вместе:

- 1) индекс переменного состава;
- 2) индекс постоянного состава;
- 3) индекс структурных сдвигов;
- 4) абсолютное изменение средней цены (всего и за счет факторов).

**Решение**

1) Индекс переменного состава вычислим по формуле

$$I_p = \bar{p}_1 : \bar{p}_0 = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 \cdot q_0}{\sum q_0} = \frac{1,0 \cdot 220 + 0,9 \cdot 280}{220 + 280} : \frac{0,8 \cdot 250 + 0,7 \cdot 250}{250 + 250} = \frac{472}{500} : \frac{375}{500} = 0,944 : 0,750 = 1,259 \text{ или } 125,9 \%$$

Индекс постоянного состава будет равняться:

$$I_p = \bar{p}_1 : \bar{p}'_0 = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum q_1} = \frac{1,0 \cdot 220 + 0,9 \cdot 280}{220 + 280} : \frac{0,8 \cdot 220 + 0,7 \cdot 280}{220 + 280} =$$

$$= \frac{472}{500} : \frac{372}{500} = 0,944 : 0,744 = 1,269 \text{ или } 126,9 \%$$

Индекс структурных сдвигов составит:

$$I_{\text{стр.с}} = \bar{p}'_0 : \bar{p}_0 = \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 \cdot q_0}{\sum q_0} = \frac{0,8 \cdot 220 + 0,7 \cdot 280}{220 + 280} : \frac{0,8 \cdot 250 + 0,7 \cdot 250}{250 + 250} =$$

$$= \frac{372}{500} : \frac{375}{500} = 0,744 : 0,750 = 0,992 \text{ или } 99,2 \%$$

Взаимосвязь между рассчитанными индексами:

$$I_{\bar{p}} = I_p \cdot I_{\text{стр.с}} = 1,269 \cdot 0,992 = 1,259.$$

4) Абсолютное изменение средней цены 1 кг моркови составит:

$$\Delta \bar{p} = \bar{p}_1 - \bar{p}_0 = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 \cdot q_0}{\sum q_0} = 0,944 - 0,750 = 0,194 \text{ руб.},$$

в том числе за счет изменения:

– индивидуальных уровней цен в каждом из магазинов:

$$\Delta \bar{p}_{(\text{стр.с})} = \bar{p}'_0 - \bar{p}_0 = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum q_1} = 0,944 - 0,744 = 0,200 \text{ руб.};$$

– структуры продаж:

$$\Delta \bar{p} = \bar{p}_1 - \bar{p}'_0 = \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 \cdot q_0}{\sum q_0} = 0,744 - 0,750 = -0,006 \text{ руб.}$$

Таким образом, в октябре по сравнению с ноябрем средняя цена 1 кг моркови возросла на 25,9 % (или на 0,194 руб.), в том числе за счет непосредственного роста цен в каждом из магазинов средняя цена возросла на 26,9 % (или на 0,2 руб. в абсолютном выражении). Из-за увеличения удельного веса продаж моркови по более низким ценам (влияние структурного фактора) средняя цена моркови снизилась на 0,8 % или на 0,006 руб.

## 10.6. Задачи

**Задача 10.1.** Имеются данные о реализации овощей в гипермаркете (табл. 10.14).

Таблица 10.14

Реализация овощей за два месяца

Овощи	Сентябрь		Октябрь	
	цена за 1 кг, руб.	продано, тыс. кг	цена за 1 кг, руб.	продано, тыс. кг
Помидоры	3,8	15	4,0	18
Баклажаны	4,5	22	5,2	27
Тыква	1,7	20	1,5	28

Определите:

- 1) общий индекс товарооборота;
- 2) общий индекс цен;
- 3) общий индекс физического объема;



4) абсолютный прирост выручки от реализации овощей в целом, а также за счет изменения объема продаж и цен.

Сделайте выводы.

**Задача 10.2.** Имеются данные о результатах деятельности мебельной фабрики (табл. 10.15).

Таблица 10.15

Динамика производства продукции мебельной фабрики

Продукция	Себестоимость единицы продукции, руб.		Объем производства, ед.		Индивидуальные индексы, %	
	сентябрь	октябрь	сентябрь	октябрь	себестоимости	количества произведенных изделий
Комоды	120,0	127,8	40			110,0
Шкафы	100,0			76	110,0	95,0
Столы		97,2	65	78	108,0	

На основании данных таблицы *определите*:

- 1) недостающие показатели в таблице;
- 2) общие агрегатные индексы себестоимости, физического объема и затрат на производство продукции фабрики;
- 3) абсолютное изменение затрат на производство продукции в целом, а также за счет изменения: а) себестоимости; б) физического объема.

Сделайте выводы.

**Задача 10.3.** Имеются данные о реализации мясной продукции (табл. 10.16).

Таблица 10.16

Реализация продукции в мясной лавке за два месяца

Продукция	Июль		Август	
	цена за 1 кг, руб.	продано, тыс. кг	цена за 1 кг, руб.	продано, тыс. кг
Свинина	9,0	120	9,4	110
Говядина	10,4	75	10,5	80
Баранина	12,8	45	12,6	50

*Рассчитайте:*

- 1) индивидуальные индексы цен и количества реализованной продукции;
- 2) общие индексы цен, физического объема реализации и товарооборота;
- 3) как повлияло изменение цен и физического объема на величину товарооборота в августе по сравнению с июлем в абсолютном выражении.

Поясните полученные результаты.

**Задача 10.4.** Имеются данные о затратах на производство обуви на обувной фабрике (табл. 10.17).

Таблица 10.17

Затраты на производство трех видов продукции

Продукция	Общие затраты на производство продукции, тыс. руб.		Изменение себестоимости единицы продукции в III квартале по сравнению со II кварталом, %
	во II квартале	в III квартале	
Женская обувь	188,0	199,0	-0,5
Мужская обувь	160,0	152,7	+1,8
Детская обувь	80,0	82,0	+2,5

На основании данных таблицы:

1) *рассчитайте* общие индексы:

а) затрат на производство трех видов продукции;

б) себестоимости продукции;

в) физического объема производства продукции, используя взаимосвязь индексов;

2) *покажите*, как повлияло изменение себестоимости на величину затрат на производство продукции в III квартале по сравнению со II кварталом в абсолютном выражении.

Сделайте выводы.

**Задача 10.5.** Деятельность оптовой компании за два месяца характеризуется данными, представленными в табл. 10.18.

Таблица 10.18

Товарооборот оптовой компании за два месяца

Товарная группа	Товарооборот в фактических ценах, тыс. руб.		Изменение цены в октябре по сравнению с сентябрем, %
	сентябрь	октябрь	
Кафе растворимый	280,0	304,5	+1,5
Кофе молотый	340,0	357,0	+2,0
Чай	195,0	198,0	- 1,0

*Определите:*

1) общий индекс товарооборота в фактических ценах;

2) общий индекс цен;

3) как изменился физический объем реализованной продукции (используйте взаимосвязь индексов);

4) сумму дополнительных расходов населения в октябре по сравнению с сентябрем при покупке данных товаров.

Сделайте выводы.

**Задача 10.6.** Имеются данные о реализации кондитерских изделий в гипермаркете (табл. 10.19).

Таблица 10.19

Реализация кондитерских изделий в гипермаркете

Продукция	Стоимость реализованной продукции, тыс. руб.		Изменение количества реализованной продукции во II квартале по сравнению с I кварталом, %
	I квартал	II квартал	
Конфеты	400	420	Без изменений
Печенье	250	268	- 1,2
Зефир	180	191	+3,5

*Вычислите:*

1) общий индекс стоимости реализованной продукции;

2) общий индекс физического объема продукции;

3) на сколько процентов изменились цены на реализованную продукцию (используйте взаимосвязь индексов).

Сформулируйте выводы.

**Задача 10.7.** Имеются данные о реализации тканей в специализированном магазине (табл. 10.20).

Таблица 10.20

Реализация тканей в специализированном магазине

Продукция	Реализовано продукции в сентябре, тыс. руб.		Изменение количества реализованной продукции в октябре по сравнению с сентябрем, %
	сентябрь	октябрь	
Текстиль	80	87,5	+7,5
Трикотажные ткани	95	95	Без изменений
Льняные ткани	40	38	-5,0

На основе данных таблицы необходимо *рассчитать*:

- 1) общий индекс физического объема реализованной продукции;
- 2) определить, на сколько процентов изменились цены на реализованную продукцию, если известно, что стоимость продукции в фактических ценах выросла на 4,2 % (используйте взаимосвязь индексов).

Сделайте выводы.

**Задача 10.8.** Известны данные о продаже товаров в трех секциях гипермаркета (табл. 10.21).

Таблица 10.21

Реализация товаров за два квартала

Секция	Реализовано товаров на сумму, млн руб.		Изменение цен во II квартале по сравнению с I кварталом, %
	I квартал	II квартал	
Детские игрушки	340,0	380,0	Без изменений
Канцелярские товары	76,0	86,0	+7,5
Электротовары	450,0	470,4	-2,0

На основе вышеприведенных данных *рассчитайте*:

- 1) общий индекс товарооборота в фактических ценах;
- 2) общий индекс цен;
- 3) общий индекс физического объема товаров (используйте взаимосвязь индексов);
- 4) как повлияло изменение цен на величину товарооборота во II квартале по сравнению с I кварталом.

Сделайте выводы.

**Задача 10.9.** Имеются данные о продажах апельсинов на двух рынках города (табл. 10.22).

Таблица 10.22

Реализация апельсинов на двух рынках за два месяца

Номер рынка	Продано продукции, тыс. кг		Средняя цена за 1 кг, руб.	
	ноябрь	декабрь	ноябрь	декабрь
Рынок 1	8,0	8,5	3,0	2,8
Рынок 2	11,0	10,2	3,5	3,2

*Вычислите*:

- 1) индекс средней цены переменного состава;

- 2) индекс средней цены постоянного состава;
- 3) индекс структурных сдвигов;
- 4) абсолютное изменение средней цены апельсинов в декабре по сравнению с ноябрем в целом и за счет следующих факторов: а) изменения цены; б) изменения структуры продаж.

Поясните полученные результаты.

**Задача 10.10.** Имеются данные о себестоимости и объеме производства льняных тканей (табл. 10.23).

Таблица 10.23

Производство льняных тканей на двух фабриках за два года

Номер фабрики	Выработано продукции, млн м <sup>2</sup>		Себестоимость 1 м <sup>2</sup> , руб.	
	базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
№1	150	180	6,4	6,5
№2	120	110	5,6	6,0

*Вычислите:*

- 1) индекс средней себестоимости переменного состава;
- 2) индекс средней себестоимости постоянного состава;
- 3) индекс структурных сдвигов;
- 4) абсолютное изменение средней себестоимости в целом, а также за счет двух факторов.

Покажите взаимосвязь между показателями и прокомментируйте их значения.

**Задача 10.11.** Общие затраты на производство продукции на промышленном предприятии в отчетном периоде по сравнению с базисным возросли на 10 %. При этом себестоимость единицы продукции снизилась в среднем на 10 %.

*Определите:*

- 1) как изменился физический объем произведенной продукции (в процентах);
- 2) затраты на производство в отчетном периоде, если в базисном периоде они составляли 1400 тыс. руб.

Сделайте выводы.

**Задача 10.12.** Рассчитайте недостающие индексы на основе табл. 10.24 (точность до 0,001).

Таблица 10.24

Индексы затрат на производство, себестоимости и объема продукции

Индекс затрат на производство	Индекс себестоимости	Индекс физического объема продукции
0,984	1,025	?
?	1,100	1,080
0,931	?	0,980

**Задача 10.13.** Рассчитайте недостающие индексы на основе табл. 10.25 (точность до 0,001).

Таблица 10.25

## Индексы товарооборота, цен и физического объема реализации продукции

Индекс товарооборота	Индекс цен	Индекс физического объема реализации продукции
1,420	1,200	?
?	1,280	0,960
1,160	?	1,040

**Задача 10.14.** *Определите*, как изменился физический объем продукции за отчетный период, если затраты на производство в данном периоде по сравнению с базисным возросли на 9,2 %, а себестоимость продукции – на 5,0 %.

**Задача 10.15.** Себестоимость единицы продукции на предприятии в отчетном периоде по сравнению с базисным снизилась на 5 % при увеличении физического объема продукции на 2 %.

*Определите*, как изменились затраты на производство продукции.

**Задача 10.16.** Выручка от реализации овощей в гипермаркете города во II полугодии по сравнению с I полугодием выросла в 1,1 раза, а физический объем реализованных овощей снизился на 5 %.

*Определите*, как изменились цены на реализованные овощи во втором полугодии по сравнению с I полугодием.

**Задача 10.17.** Выручка от реализации фруктов в гипермаркете выросла во II полугодии по сравнению с I полугодием на 10,5 %.

*Определите*, как изменился за изучаемый период объем реализованных фруктов, если цены на них в среднем увеличились на 8,2 %.

**Задача 10.18.** Имеются данные о затратах труда на производство продукции мебельной фабрики (табл. 10.26).

Таблица 10.26

## Затраты труда на производство продукции мебельной фабрики за два полугодия

Продукция	Затраты труда на производство продукции, тыс. чел.-ч		Изменение затрат труда на производство единицы продукции (трудоемкости) во II полугодии по сравнению с I полугодием, %
	I полугодие	II полугодие	
Шкафы-купе	760,0	880,0	Без изменений
Стол компьютерные	360,0	334,9	- 1,5
Комоды	420,0	443,1	+5,5

*Рассчитайте:*

- 1) общий индекс затрат труда на производство всей продукции фабрики;
- 2) общий индекс трудоемкости;
- 3) на сколько процентов изменился физический объем произведенной продукции (используйте взаимосвязь между индексами);

4) как повлияло изменение трудоемкости во II полугодии по сравнению с I полугодием на затраты труда в абсолютном выражении.

Сделайте выводы.

**Задача 10.19.** Имеются данные о реализации продукции в фирменном магазине птицефабрики (табл. 10.27).

Таблица 10.27

Товарооборот фирменного магазина птицефабрики за два месяца

Товарная группа	Продано в фактических ценах на сумму, тыс. руб.	
	январь	февраль
Мясо индейки	4620,0	4857,6
Куриное мясо	4425,0	4920,0
Перепела	3210,0	3062,7

В феврале по сравнению с январем цены на мясо индейки возросли на 1,2 %, на куриное мясо – возросли на 2,5 %, на перепела – снизились на 0,4 %.

*Определите:*

- 1) общий индекс товарооборота в фактических ценах;
- 2) общий индекс цен;
- 3) общий индекс физического объема реализованной продукции (используйте взаимосвязь индексов);
- 4) сумму дополнительных расходов населения на покупку мяса птицы вследствие роста цен.

Сделайте выводы.

**Задача 10.20.** Имеются данные по филиалу коммерческого банка за два месяца (табл. 10.28).

Таблица 10.28

Динамика фонда заработной платы и численности работников

коммерческого банка

Показатель	Сентябрь	Октябрь
Фонд заработной платы, тыс. руб.	135	154
Численность работников, чел.	100	110

Необходимо *определить:*

- 1) среднемесячную заработную плату работников за сентябрь и октябрь;
- 2) абсолютное изменение фонда заработной платы в целом, а также обусловленное изменением численности работников и среднемесячной заработной платы.

Сделайте выводы.

**Задача 10.21.** Имеются данные о результатах работы мебельной фабрики за два месяца (табл. 10.29).

Таблица 10.29

Динамика факторов средней месячной выработки рабочего

Показатель	Январь	Февраль
Часовая выработка одного рабочего, дет.	25	26
Продолжительность рабочего дня, ч	7,2	7,3
Продолжительность рабочего месяца, д.	22	21

Необходимо *определить*:

- 1) среднюю месячную выработку рабочего в январе и феврале;
- 2) абсолютное изменение средней месячной выработки в целом, а также обусловленное изменением трех факторов: а) часовой выработки; б) продолжительности рабочего дня; в) продолжительности рабочего месяца.

Сделайте выводы.

**Задача 10.22.** В отчетном периоде по сравнению с базисным производительность труда одного работника кондитерской фабрики выросла на 1,2 %, среднесписочная численность рабочих возросла на 0,8 %, а доля рабочих в численности всех работников фабрики снизилась на 0,6 %.

*Определите*, как изменилась производительность труда рабочих кондитерской фабрики в отчетном периоде по сравнению с базисным.

### Ответы

**10.1.** 1) 133,9 %; 2) 107,1 %; 3) 125,0 ; 4) 64,4 тыс. руб.; 16,9 тыс. руб.; 47,5 тыс. руб.; **10.2.** 2) 108,4 %; 106,7 %; 115,6 %; 3) 2914,8 руб.; 1664,8 руб.; 1250 руб.; **10.3.** 2) 101,4 %; 97,6 %; 99,0 %; 3) 27 тыс. руб.; -48 тыс. руб.; **10.4.** 1) 102,8 %; 101,7 %; 101,1 %; 2) 26 тыс. руб.; **10.5.** 1) 105,5 %; 2) 101,1 %; 3) 104,4 %; 4) 9,5 тыс. руб.; **10.6.** 105,9 %; 100,4 %; 105,5 %; **10.7.** 1) 101,9 %; 2) 102,3 %; **10.8.** 1) 108,1 %; 2) 99,6 %; 3) 108,5 %; 4) -3,6 млн руб.; **10.9.** 1) 91,8 %; 2) 92,2 %; 3) 99,5 %; 4) -0,271 руб.; -0,255 руб.; -0,016 руб.; **10.10.** 1) 104,4 %; 2) 103,5 %; 3) 100,9 %; 4) 0,266 руб.; 0,213 руб.; 0,053 руб.; **10.11.** 1) Выросли на 22,2 %; 2) 1540 тыс. руб.; **10.14.** Возрос на 4,0 %; **10.15.** Снизились на 3,1 %; **10.16.** Выросли на 15,8 %; **10.17.** Увеличился на 2,1 %; **10.18.** 1) 107,7 %; 2) 101,1 %; 3) 106,5 %; 18 тыс. чел.-часов; **10.19.** 1) 103,1 %; 2) 101,3 %; 3) 101,8 %; 4) 165,3 тыс. руб.; **10.20.** 1) 1,35 тыс. руб.; 1,4 тыс. руб.; 2) 19,0 тыс. руб.; 13,5 тыс. руб.; 5,5 тыс. руб.; **10.21.** 1) 3960 дет.; 3985,8 дет.; 2) 25,8 дет.; 153,3 дет.; 52,5 дет.; -180,0 дет.; **10.22.** Возросла на 1,0 %.

# 11. ВЫБОРОЧНЫЙ МЕТОД В СТАТИСТИКЕ. ОШИБКА ВЫБОРКИ

## 11.1. Теоретические сведения

**Сущность и теоретические основы выборочного наблюдения.** Несплошное статистическое наблюдение предполагает изучение не всех единиц совокупности, а лишь определенной части, по которой формулируются выводы и распространяются на всю (генеральную) совокупность. На практике наибольшее распространение получил выборочный метод.

**Выборочное наблюдение** является одним из основных видов несплошного наблюдения, при котором обследованию подвергаются отдельные единицы изучаемой совокупности, отобранные в случайном порядке, а результаты с определенной вероятностью распространяются на всю генеральную совокупность.

**Генеральная совокупность** – это статистическая совокупность, из которой осуществляется отбор единиц для проведения наблюдения.

**Выборочная совокупность** – это совокупность единиц, отобранных для наблюдения из генеральной совокупности.

Соотношение объемов выборки и генеральной совокупности (выраженное в процентах) называется *процентом выборки*.

Выборочное наблюдение обладает рядом преимуществ (причин) перед сплошными методами обследования:

- 1) обследование проводится в более короткие сроки, с минимальными трудовыми и материальными затратами;
- 2) повышается оперативность статистической информации;
- 3) достигается большая точность результатов обследования вследствие сокращения количества ошибок регистрации;
- 4) часто выборочное обследование является единственно возможным (например, при порче или уничтожении объекта исследования, при маркетинговых исследованиях покупателей или изучении пассажиропотока в транспорте и др.);
- 5) уменьшение числа обследуемых единиц позволяет расширить программу статистического наблюдения;
- 6) выборочное обследование может использоваться для уточнения результатов сплошных обследований и др.

При организации выборочного обследования необходимо соблюдать основные научные принципы отбора единиц в выборочную совокупность из генеральной (рис. 11.1).

Из всех методов несплошного наблюдения выборочный считается наиболее теоретически разработанным и обоснованным, особенно в силу положенного в его основу принципа случайности, что позволяет математически обосновать дальнейшее распространение выборочных характеристик на всю совокупность.



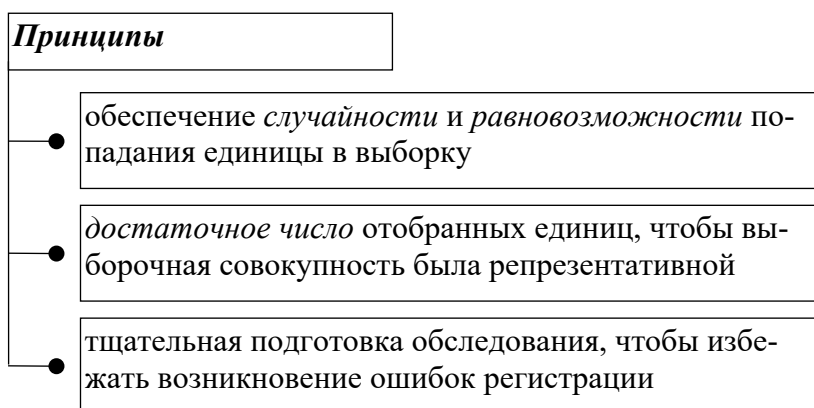


Рис. 11.1. Принципы отбора единиц в выборку

В теории выборочного наблюдения строго различаются основные характеристики генеральной и выборочной совокупностей и их условные обозначения (табл. 11.1).

Таблица 11.1

Характеристики выборочной и генеральной совокупности

Характеристика	Генеральная совокупность	Выборочная совокупность
Объем совокупности	$N$	$n$
Численность единиц, обладающих исследуемым признаком	$M$	$m$
Доля единиц, обладающих исследуемым признаком	$p = \frac{M}{N}$	$w = \frac{m}{n}$
Среднее значение исследуемого признака	$\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$	$\tilde{x} = \frac{\sum x}{n}$
Дисперсия количественного признака	$\sigma_{\bar{x}^2} = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{N}$	$\sigma_{\tilde{x}^2} = \frac{\sum (x - \tilde{x})^2}{n}$
Дисперсия альтернативного признака (доли)	$\sigma_p^2 = p \cdot q$	$\sigma_w^2 = w \cdot (1 - w)$

В процессе проведения выборочного наблюдения решаются две основные задачи:

- 1) определяется доверительный интервал (границы) генеральной средней ( $\bar{x}$ ) и доверительный интервал (границы) генеральной доли ( $p$ );
- 2) дается обоснование численности (объема) выборочной совокупности.

Нахождение доверительного интервала основано на расчете предельной ошибки выборки. Формулы для вычисления предельных ошибок вытекают из основных положений выборочного метода, отражающих действие закона больших чисел.

На основе теоремы П. Л. Чебышева (с уточнениями А. М. Ляпунова) с вероятностью, сколь угодно близкой к единице, можно утверждать, что при достаточно большом объеме выборки и ограниченной генеральной дисперсии выборочные обобщающие показатели (средняя, доля) будут сколь угодно мало отличаться от соответствующих генеральных показателей.

Следовательно, величины предельных ошибок выборки могут быть установлены с определенной вероятностью.

**Классификация ошибок выборки.** При любом статистическом исследовании возможно возникновение ошибок.

Виды ошибок, возникающих при выборочном наблюдении, показаны на рис. 11.2.

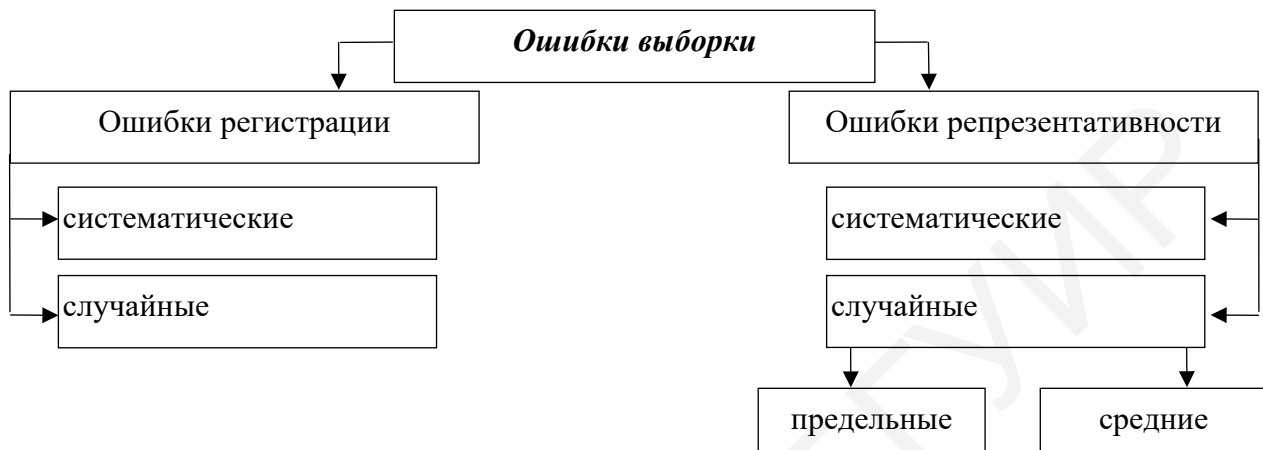


Рис. 11.2. Классификация ошибок выборки

*Ошибки регистрации* свойственны любому статистическому наблюдению и их появление может быть вызвано несовершенством измерительных приборов, недостаточной квалификацией наблюдателя, неточностью расчетов и др.

*Случайные ошибки регистрации*, как правило, носят непреднамеренный характер, взаимопогашаются и не искажают результаты исследования.

*Систематические ошибки регистрации* являются преднамеренными и искажают результаты всего обследования.

*Ошибки репрезентативности (представительности)* присущи только выборочному наблюдению и представляют собой расхождение между величинами показателей, полученными по выборке, и их значениями по генеральной совокупности. Они обусловлены тем, что наблюдению подвергается не вся совокупность, а ее часть, поэтому отобранные единицы не в полной мере отражают вариацию единиц генеральной совокупности.

*Систематические ошибки репрезентативности*, как правило, связаны с нарушением правил отбора или условий реализации выборки.

*Случайные ошибки репрезентативности* возникают в результате недостаточно равномерного представления в выборочной совокупности различных категорий единиц генеральной совокупности.

Величина случайной ошибки выборки зависит от нескольких факторов (рис. 11.3).

Для каждого конкретного способа выборочного метода величина ошибки репрезентативности может быть определена по соответствующим формулам.

При этом различают среднюю (стандартную) и предельную ошибки выборки.

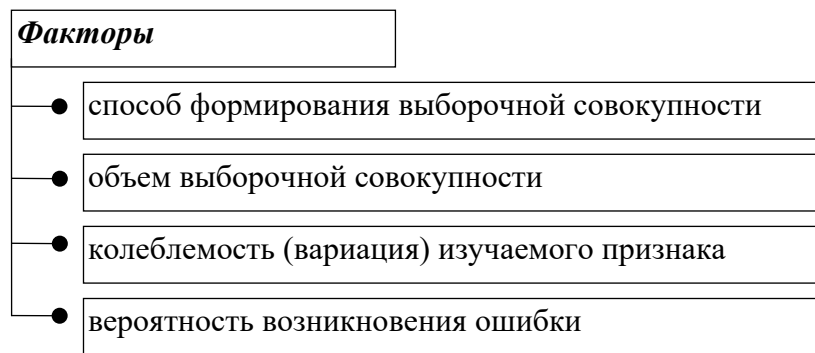


Рис. 11.3. Факторы, влияющие на величину случайной ошибки выборки

*Средняя ошибка выборки* характеризует среднюю величину возможных отклонений выборочных показателей от аналогичных показателей генеральной совокупности (обозначается  $\mu$ ).

*Предельная ошибка* – это максимально возможное расхождение выборочной и генеральной характеристик, т. е. максимум ошибки при заданной вероятности ее появления (обозначается как  $\Delta$ ).

**Виды и способы отбора единиц в выборочную совокупность.** Отбор единиц из генеральной совокупности в выборку может осуществляться по двум схемам (видам):

- 1) повторный отбор;
- 2) бесповторный отбор.

При *повторном отборе* попавшая в выборку единица совокупности после регистрации по ней изучаемого признака снова возвращается в генеральную совокупность для участия в дальнейшем отборе. Вероятность попадания каждой отдельной единицы в выборку остается постоянной, так как после отбора и обследования единицы она снова возвращается в совокупность и снова может быть выбранной.

При *бесповторном отборе* единица совокупности, попавшая в выборку, обратно в генеральную совокупность не возвращается. Следовательно, она не может еще раз попасть в выборочную совокупность, поэтому вероятность попадания отдельных единиц в выборку все время изменяется (для оставшихся единиц она возрастает).

Способ отбора определяет конкретный алгоритм (процедуру) выборки единиц в генеральную совокупность.

Наибольшее распространение в статистической практике получили следующие способы отбора (табл. 11.2):

- собственно-случайный отбор;
- механическая выборка;
- типическая выборка;
- серийная выборка.

Способы отбора единиц в выборочную совокупность

Способ отбора	Сущность	Пример
<b>Собственно-случайный</b>	Наиболее простой способ, при котором отбор единиц в выборочную совокупность из генеральной производится наугад, с помощью таблицы случайных чисел или по жребию	Тиражи розыгрышей призов, лотереи
<b>Механическая выборка</b>	Применяется в тех случаях, когда все статистические единицы генеральной совокупности размещены в определенном порядке ( <i>например</i> , по алфавиту, в порядке возрастания или убывания, по местоположению). Из полученного ряда механическим способом отбирают единицы в выборку через определенный интервал, <i>например</i> , каждую 5, 10, 20-ю единицу и т. д. Механический отбор всегда является бесповторным	Если из 1000 студентов необходимо отобрать 50, то интервал отбора будет равен 20 (1000:50). Следовательно, по спискам, составленным в алфавитном порядке, механически будет отобран каждый двадцатый студент, т. е. 1, 21, 41-й и т. д.
<b>Типическая (районированная) выборка</b>	Производится на основе типологической группировки, т. е. предполагает предварительное деление генеральной совокупности на качественно однородные группы (типы, районы). Из каждой группы производится отбор единиц в выборочную совокупность собственно-случайным или механическим способом. Типический отбор бывает пропорциональным и непропорциональным	Выборочное обследование семейных бюджетов специалистов в разных видах экономической деятельности
<b>Серийная (гнездовая) выборка</b>	Из генеральной совокупности в выборку производится отбор не отдельных единиц, а серий (гнезд). В каждой из отобранных серий подлежат обследованию все единицы, т. е. проводится сплошное обследование. Различают отбор с равновеликими и неравновеликими сериями	Для изучения жилищных условий населения в выборку производится отбор жилых домов, в которых опрашиваются жильцы всех квартир

**Порядок определения ошибок выборки.** Для характеристики надежности выборочных показателей рассчитывают среднюю и предельную ошибки выборки. Ошибки выборки являются случайными величинами и могут принимать различные значения в зависимости от того, какие единицы совокупности попали в выборку. Поэтому в выборочном методе рассчитывают среднюю из возможных ошибок – *среднюю ошибку выборки*.

В табл. 11.3 показаны формулы для расчета средней ошибки выборки при собственно-случайном отборе.

Формулы для расчета средней ошибки выборки  
при собственно-случайном отборе

Вид отбора	При определении средней	При определении доли
Повторный	$\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$	$\sqrt{\frac{w \cdot (1-w)}{n}}$
Бесповторный	$\sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$	$\sqrt{\frac{w \cdot (1-w)}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$

Предельная ошибка среднего значения ( $\Delta_{\bar{x}}$ ) определяется на основе средней ошибки среднего значения ( $\mu_{\bar{x}}$ ) с заданным уровнем вероятности по формуле

$$\Delta_{\bar{x}} = t \cdot \mu_{\bar{x}}. \quad (11.1)$$

Тогда границы (пределы) среднего значения признака по генеральной совокупности будут определяться следующим неравенством:

$$\tilde{x} - \Delta_{\bar{x}} \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_{\bar{x}}. \quad (11.2)$$

По аналогии предельная ошибка доли ( $\Delta_w$ ) определяется по формуле

$$\Delta_w = t \cdot \mu_w. \quad (11.3)$$

Соответственно границы (пределы) генеральной доли будут рассчитаны по формуле

$$w - \Delta_w \leq \rho \leq w + \Delta_w. \quad (11.4)$$

Полученные по формулам (11.2) и (11.4) результаты интерпретируют следующим образом: с заданной вероятностью можно утверждать, что значение генеральной средней (генеральной доли) следует ожидать в рассчитанных пределах.

Вероятность, которая принимается при расчете ошибки выборки, называется *доверительной* и показывает, во скольких случаях из 1000 генеральная средняя (или доля) будут находиться в установленных границах (пределах). Например, при вероятности 0,95 только в 5 случаях из 100 ошибка может выйти за рассчитанные границы. Каждой из вероятностей соответствует свое значение коэффициента доверия  $t$ .

Коэффициент доверия (коэффициент кратности ошибки выборки) показывает, во сколько раз предельная ошибка ( $\Delta$ ) превосходит среднюю ошибку выборки ( $\mu$ ). На практике чаще всего принимают значения вероятностей, показанные в табл. 11.4.

Таблица 11.4

Значения  $t$ -критерия

Коэффициент доверия ( $t$ )	1	1,96	2	2,58	3
Уровень вероятности ( $P$ )	0,683	0,950	0,954	0,990	0,997

**Определение необходимой численности выборки.** При планировании выборочного обследования необходимо предварительно правильно определить

численность (объем) выборочной совокупности, которая с определенной вероятностью обеспечит заданную точность результатов наблюдения (заданное значение ошибки выборки).

При обосновании необходимой численности выборочной совокупности важно учитывать следующие основные моменты:

- 1) чем больше отобрано единиц, тем меньше значения ошибки;
- 2) однако увеличение числа единиц выборки сопровождается ростом финансовых и материальных затрат на проведение обследования (снижение предельной ошибки выборки в два раза влечет увеличение размера выборки в четыре раза);
- 3) большая доверительная вероятность не только позволяет получить более точные результаты, но и значительно увеличивает объем выборки.

Поэтому при расчете оптимальной численности выборки ( $n$ ) основываются на формулах расчета предельных ошибок выборки (см. табл. 11.3).

В табл. 11.5 показаны формулы для расчета необходимой численности выборки при разных видах отбора.

Таблица 11.5

Формулы для расчета необходимой численности выборки

Вид отбора	При определении средней	При определении доли
Повторный	$n = \frac{t^2 \cdot \sigma^2}{\Delta_{\bar{x}}^2}$	$n = \frac{t^2 \cdot w \cdot (1-w)}{\Delta_w^2}$
Бесповторный	$n = \frac{t^2 \cdot \sigma^2 \cdot N}{\Delta_{\bar{x}}^2 \cdot N + t^2 \cdot \sigma^2}$	$n = \frac{t^2 \cdot w \cdot (1-w) \cdot N}{\Delta_w^2 \cdot N + t^2 \cdot w \cdot (1-w)}$

Таким образом, для определения необходимой численности выборки должны быть заданы предельная ошибка и вероятность того, что эта ошибка не превысит заданного предела, в соответствии с которым определяют коэффициент  $t$ .

Реальную сложность в использовании приведенных в табл. 11.5 формул представляет определение размера вариации признака – дисперсии. Для ее нахождения осуществляют следующие шаги:

- 1) проводят пилотное обследование до начала основного наблюдения с целью расчета дисперсии;
- 2) условно принимают величину дисперсии из подобных аналогичных обследований.

**Распространение результатов выборочного наблюдения на генеральную совокупность.** Конечной целью выборочного наблюдения является характеристика генеральной совокупности на основании данных, полученных по выборочной совокупности. При этом основываются на том, что все средние и относительные показатели, полученные по выборочной совокупности, являются несмещенными и эффективными характеристиками генеральной совокупности.

Полученные выборочные и средние характеристики распространяются на генеральную совокупность обязательно с учетом предела их возможной ошибки и с заданным уровнем доверительной вероятности.

Используются следующие основные способы распространения данных выборочного наблюдения на генеральную совокупность:

1) *Способ прямого пересчета.* Заключается в том, что выборочная средняя или доля умножаются на численность генеральной совокупности ( $N$ ) и получаются соответствующие объемные показатели, характеризующие размеры явления по всей (генеральной) совокупности ( $\sum x$ ). Например, итоговый доверительный интервал для среднего значения по генеральной совокупности будет рассчитываться по формуле

$$(\bar{x} - \Delta_{\bar{x}}) \cdot N \leq \sum x \leq (\bar{x} + \Delta_{\bar{x}}) \cdot N. \quad (11.5)$$

При расчетах важно предварительно убедиться в соответствии структуры выборочной совокупности структуре генеральной совокупности.

2) *Способ поправочных коэффициентов.* Используется в тех случаях, когда осуществляется уточнение данных сплошного наблюдения (например, переписи населения) или проведение контрольных выборочных наблюдений.

Поправочный коэффициент рассчитывается путем сопоставления по одним и тем же объектам данных сплошного и контрольного выборочного обследования. Рассчитанные поправочные коэффициенты применяются для внесения поправок в данные сплошных наблюдений.

## 11.2. Темы индивидуальных работ

1. Роль выборочного метода в статистике.
2. Выборочное обследование домашних хозяйств в Республике Беларусь: механизм реализации, основные результаты.
3. Выборочное наблюдение, его организация и использование в практике статистического исследования.
4. Преимущества выборочного обследования. Реализация выборочного обследования в Республике Беларусь.
5. Практика проведения выборочных обследований в Республике Беларусь.
6. Использование выборочного наблюдения в маркетинговых исследованиях.

## 11.3. Вопросы и задания для самоконтроля

1. Назовите причины применения выборочного метода.
2. Дайте определение генеральной и выборочной совокупности.
3. Сформулируйте теорему Чебышева – Ляпунова.
4. Что собой представляет собственно-случайный отбор?
5. Что такое типическая выборка? Приведите примеры.
6. В чем заключается особенность механической выборки? Приведите пример.
7. Что такое серийная выборка?
8. Дайте определение ошибкам репрезентативности.
9. Чем отличаются предельные ошибки от средних?

10. Как связаны между собой доверительная вероятность и коэффициент доверия?

11. Что показывает коэффициент доверия?

12. Запишите формулы расчета предельных ошибок среднего значения для повторного и бесповторного отборов.

13. Какие методы распространения результатов выборочного наблюдения на генеральную совокупность вы знаете?

#### 11.4. Тестовые задания

1. Коэффициент доверия ( $t$ -критерий) зависит:

- а) от числа единиц в выборочной совокупности и дисперсии;
- б) от числа единиц в генеральной совокупности;
- в) от того, с какой вероятностью необходимо гарантировать предельную ошибку выборки;
- г) от средней ошибки выборки.

2. Укажите, какие ошибки свойственны только сплошному наблюдению и отражают расхождения между величинами показателей по выборке и генеральной совокупности:

- а) репрезентативности;
- б) проектирования исследования;
- в) регистрации;
- г) сбора данных.

3. Укажите, как определяются границы генеральной средней:

- а) выборочная доля плюс (минус) предельная ошибка выборочной доли;
- б) выборочная средняя плюс (минус) предельная ошибка выборочной средней;
- в) разность между выборочной и генеральной средними;
- г) разность между выборочной и генеральной долями.

4. Для расчета предельной ошибки выборки необходимо:

- а) от средней ошибки выборки отнять значение  $t$ -коэффициента;
- б) среднюю ошибку выборки умножить на значение  $t$ -коэффициента;
- в) среднюю ошибку выборки разделить на значение  $t$ -коэффициента;
- г) среднюю ошибку выборки умножить на численность выборочной совокупности.

#### 11.5. Примеры решения типовых задач

**Пример 11.1.** В результате выборочной проверки 100 мобильных телефонов, поступивших в магазин для реализации, обнаружено пять бракованных.

Необходимо *определить* с вероятностью 0,954 ( $t = 2$ ) пределы, в которых заключена доля брака во всей поступившей партии, состоящей из 500 шт. (отбор был бесповторный).



### Решение

Границы (пределы) удельного веса (доли) признака по генеральной совокупности определим по формуле  $w - \Delta_w \leq p \leq w + \Delta_w$ .

Вычислим долю бракованных телефонов в выборочной совокупности по формуле

$$w = \frac{m}{n} = \frac{5}{100} = 0,05 \text{ или } 5,0 \%$$

С вероятностью  $P = 0,954$  ( $t = 2$ ) рассчитаем значение предельной ошибки выборки доли бракованных телефонов по формуле

$$\Delta_w = t \cdot \sqrt{\frac{w \cdot (1-w)}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 2 \cdot \sqrt{\frac{0,05 \cdot (1-0,05)}{100} \cdot \left(1 - \frac{100}{500}\right)} = 0,039 \text{ или } 3,9 \%$$

Тогда доля бракованных телефонов по всей поступившей партии составит:  $5\% - 3,9\% \leq p \leq 5\% + 3,9\%$ ,

$$1,1\% \leq p \leq 8,9\%$$

С вероятностью  $P = 0,954$  можно утверждать, что доля бракованных мобильных телефонов во всей поступившей для реализации партии будет находиться в пределах от 1,1 до 8,9 %.

**Пример 11.2.** Определите с вероятностью 0,997 границы средней продолжительности больничного листка по клинике, если известно, что по данным выборочных обследований 50 пациентов средняя продолжительность больничного листка составила 7,5 дней. Среднее квадратическое отклонение равнялось 2,6 дня. Отбор повторный.

### Решение

Границы (пределы) среднего значения признака по генеральной совокупности определяются следующим неравенством:

$$\tilde{x} - \Delta_{\tilde{x}} \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_{\tilde{x}}$$

По условию известно, что отбор повторный, следовательно, с вероятностью  $P = 0,954$  ( $t = 2$ ) рассчитаем значение предельной ошибки среднего значения:

$$\Delta_{\tilde{x}} = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{2,6^2}{50}} = 1,1 \text{ дня.}$$

Тогда границы средней продолжительности больничного листка в целом по клинике составят:

$$7,5 - 1,1 \leq \bar{x} \leq 7,5 + 1,1,$$

$$6,4 \text{ дней} \leq \bar{x} \leq 8,8 \text{ дней}$$

Таким образом, с вероятностью  $P = 0,997$  можно утверждать, что средняя длительность больничного листка по всей клинике будет находиться в пределах от 6,4 до 8,8 дней.

**Пример 11.3.** Определите, сколько необходимо отобрать предприятий-зайщиков для изучения среднего уровня ликвидности, чтобы с вероятностью

0,954 предельная ошибка выборки не превышала 1,2. При этом известно, что генеральная совокупность составляет 225 предприятий, а выборочная дисперсия – 22,4. Отбор бесповторный.

### **Решение**

При бесповторном отборе необходимая численность выборки рассчитывается по формуле

$$n = \frac{t^2 \cdot \sigma^2 \cdot N}{\Delta_{\bar{x}}^2 \cdot N + t^2 \cdot \sigma^2} = \frac{2^2 \cdot 22,9 \cdot 225}{1,2^2 \cdot 225 + 2^2 \cdot 22,9} \approx 50 \text{ предприятий.}$$

Таким образом, если в случайном порядке из 225 предприятий-заемщиков отобрать и обследовать 50 предприятий, то с вероятностью  $P = 0,994$  можно утверждать, что предельная ошибка выборки при определении среднего коэффициента ликвидности не превысит 1,2.

**Пример 11.4.** Маркетинговая служба сети салонов красоты проводит повторное выборочное обследование, чтобы изучить основные характеристики потребителей предоставляемых салонами услуг.

*Определите:*

1) какова должна быть численность выборки, чтобы ошибка выборки доли женщин, предпочитающих услуги премиум-сегмента, с вероятностью 0,954 не превышала бы 7,2 %; по данным предыдущих обследований 70 % посетительниц салонов красоты предпочитали услуги премиум-сегмента;

2) сколько женщин необходимо отобрать для изучения среднего возраста посетительниц салонов, чтобы с вероятностью 0,997 предельная ошибка выборки не превышала 1,2 г. Опыт аналогичных исследований показывает, что среднее квадратическое отклонение составляет 3,6 г.

Сделайте выводы.

### **Решение**

1) По условию известно, что отбор повторный, поэтому необходимую численность выборки рассчитаем по формуле

$$n = \frac{t^2 \cdot w \cdot (1-w)}{\Delta_w^2} = \frac{2^2 \cdot 0,7 \cdot (1-0,7)}{0,072^2} = 162 \text{ женщины.}$$

Таким образом, если в случайном порядке отобрать и обследовать 162 посетительницы салонов красоты, то с вероятностью  $P = 0,954$  можно утверждать, что предельная ошибка выборки при определении доли женщин, предпочитающих услуги премиум-сегмента, не превысит 7,2 %.

2) Необходимую численность выборки при изучении среднего возраста посетительниц рассчитаем по формуле

$$n = \frac{t^2 \cdot \sigma^2}{\Delta_{\bar{x}}^2} = \frac{3^2 \cdot 3,6^2}{1,2^2} = 81 \text{ женщина.}$$

Таким образом, если в случайном порядке обследовать 81 посетительницу салонов красоты, то с вероятностью  $P = 0,997$  можно утверждать, что предельная ошибка выборки при изучении среднего возраста клиентов, не превысит 1,2 г.

## 11.6. Задачи

**Задача 11.1.** В прошедшем году выпускниками университета стали 2000 студентов. Для изучения качества образовательных услуг планируется произвести случайную выборку выпускников бесповторным способом.

Какое число выпускников необходимо *отобрать*, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка доли студентов, довольных полученными во время обучения знаниями, не превышала 5,0 %.

По данным предыдущих обследования известно, что доля выпускников, довольных полученными знаниями, составляла 38 %.

Сделайте выводы.

**Задача 11.2.** *Определите*, сколько нужно обследовать с помощью собственнo-случайного бесповторного отбора пенсионеров поселка, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка выборки при определении их среднего возраста не превысила 1 г.

Известно, что всего в поселке проживает 200 пенсионеров, а опыт аналогичных исследований показывает, что среднее квадратическое отклонение составляет 4,6 г.

Сделайте выводы.

**Задача 11.3.** Заведующим университетского кафе было проведено выборочное 10%-е бесповторное обследование, результаты которого показали, что из 200 отобранных иногородних студентов 55 обедают в кафе ежедневно.

Необходимо *определить* предельную ошибку и границы доли всех студентов, обедающих ежедневно в кафе, при уровне вероятности 0,954.

Сделайте выводы.

**Задача 11.4.** По результатам решения задачи 7.4 *рассчитайте*:

- 1) с вероятностью 0,954 предельную ошибку выборки и возможные границы, в которых ожидается средний стаж сотрудников всего банка;
- 2) с вероятностью 0,997 предельную ошибку доли и возможные границы удельного веса работников банка со стажем работы свыше 11 лет.

Сделайте выводы.

**Задача 11.5.** По результатам решения задачи 7.5 *рассчитайте*:

- 1) с вероятностью 0,997 предельную ошибку выборки и возможные границы, в которых ожидается средний размер жилплощади по всему региону;
- 2) с вероятностью 0,954 предельную ошибку доли и возможные границы удельного веса жителей региона с обеспеченностью жильем свыше 16 м<sup>2</sup>.

Сделайте выводы.

**Задача 11.6.** *Укажите*, какой должна быть численность выборки при обследовании стиральных машин, поступающих в магазин, чтобы ошибка выборки

доли стиральных машин, не удовлетворяющих требованиям стандарта качества, с вероятностью 0,954 не превышала 6,5 %.

По данным предыдущих обследований 11 % поступивших стиральных машин не удовлетворяли установленным стандартам качества. Отбор повторный.

Сделайте выводы.

**Задача 11.7.** По результатам решения задачи 7.7 *рассчитайте:*

1) с вероятностью 0,954 предельную ошибку выборки и возможные границы, в которых ожидается средний размер всех вкладов банка;

2) с вероятностью 0,997 предельную ошибку доли и возможные границы удельного веса вкладчиков с вкладами в размере от 5000 до 7000 руб.

Сделайте выводы.

**Задача 11.8.** По результатам решения задачи 7.20 *рассчитайте:*

1) с вероятностью 0,954 предельную ошибку выборки и возможные границы, в которых ожидается средняя цена акции по всем совершенным сделкам;

2) с вероятностью 0,997 предельную ошибку доли и возможные границы удельного веса реализованных акций с ценой свыше 25 ден. ед.

Сделайте выводы.

**Задача 11.9.** В результате выборочной механической проверки 150 готовых изделий обнаружено 15 бракованных.

*Определите* с вероятностью 0,954 ( $t = 2$ ) пределы, в которых будет заключена доля бракованных изделий во всей партии, состоящей из 4000 шт.

Сделайте выводы.

**Задача 11.10.** С целью изучения эффективности работы и производительности труда обследовано 19 % сотрудников банка. По схеме собственно-случайного отбора в выборку попало 400 чел. Затраты времени в среднем на оформление одного договора составили 22 мин при среднем квадратическом отклонении 15 мин.

*Вычислите* с вероятностью 0,954 предельную ошибку выборки для среднего уровня затрат времени на один договор и границы генеральной средней.

Сделайте выводы.

**Задача 11.11.** По данным выборочного обследования средний стаж работы 50 специалистов маркетингового агентства составил 12 лет при коэффициенте вариации 30 %.

С вероятностью 0,954 *определите* предельную ошибку выборки и границы (пределы) среднего стажа маркетологов по всему агентству.

Сделайте выводы.

**Задача 11.12.** Среди выборочно обследованных 1000 семей региона по уровню душевого дохода (выборка 3%-я, собственно-случайная, бесповторная) 450 семей оказалось с уровнем дохода выше среднего.

Требуется с вероятностью 0,997 *определить* предельную ошибку и границы доли семей с доходом выше среднего во всем регионе.

Сделайте выводы.

**Задача 11.13.** В 1000 туристических агентствах предполагается провести обследование среднемесячного количества реализованных путевок методом механического отбора.

*Определите*, какова должна быть численность выборки, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка выборки не превышала 8 путевок, если по данным пробного обследования дисперсия составляла 4000.

Сделайте выводы.

**Задача 11.14.** Маркетологи крупной торговой сети планируют провести выборочное обследование с целью определения доли покупателей из других городов.

*Определите*, какой должен быть объем выборочной совокупности, чтобы с вероятностью 0,954 гарантировать точность результатов до 2,5 %.

Сделайте выводы.

**Задача 11.15.** *Определите*, сколько предприятий необходимо отобрать налоговой инспекции, чтобы с вероятностью 0,95 определить долю предприятий с нарушениями в уплате налогов.

По результатам прошлых обследований доля таких предприятий составляла 14 %, а предельная ошибка доли таких предприятий равнялась 6,6 %.

Сделайте выводы.

**Задача 11.16.** Проведено 19%-е выборочное бесповторное обследование студентов вуза для изучения среднего числа посещений студенческой библиотеки одним студентом в течение семестра.

По 190 обследованным студентам среднее число посещений библиотеки за семестр составило 7 при среднем квадратическом отклонении 2,1.

С вероятностью 0,997 *определите* предельную ошибку и границы среднего числа посещений библиотеки одним студентом.

Сделайте выводы.

**Задача 11.17.** Для изучения уровня ликвидности малых предприятий региона было проведено 36%-е выборочное бесповторное обследование, в результате которого получены данные, представленные в табл. 11.6.

Таблица 11.6

## Распределение предприятий по уровню ликвидности

Коэффициент ликвидности	До 1,0	1,0–1,5	1,5–2,0	2,0–2,5	2,5–3,0	3,0–3,5	3,5 и выше
Количество предприятий	9	15	18	20	16	12	10

*Рассчитайте:*

1) среднее значение коэффициента ликвидности по отобранным для исследования предприятиям;

2) дисперсию;

3) с вероятностью 0,997 предельную ошибку выборочной средней и границы, в которых ожидается коэффициент ликвидности по всем малым предприятиям региона;

4) с вероятностью 0,954 предельную ошибку выборочной доли и границы, в которых ожидается доля предприятий с коэффициентом ликвидности свыше 2,5 по всем малым предприятиям региона.

Сделайте выводы.

**Задача 11.18.** Отдел продаж молокозавода проводит обследование по оценке узнаваемости новой линии молочных продуктов. Было обследовано 400 семей города (выборка 5%-я случайная, бесповторная), среди которых 80 семей указали, что предпочитают приобретать молочную продукцию данного завода.

Требуется с вероятностью 0,95 *определить* предельную ошибку и границы доли семей, предпочитающих продукцию данного молокозавода, во всем регионе.

Сделайте выводы.

### Ответы

**11.1.** 318 чел.; **11.2.** 60 чел.; **11.3.** 11,4 %; 16,1 %; 38,9 %; **11.4.** 1) 0,626 г.; 6,874 г.; 8,126 г.; 2) 10,4 %; 7,6 %; 28,4 %; **11.5.** 1) 0,824 м<sup>2</sup>; 12,276 м<sup>2</sup>; 13,924 м<sup>2</sup>; 2) 6,5 %; 14,5 %; 27,5 %; **11.6.** 93 ед.; **11.7.** 1) 227,4 руб.; 6182,6 руб.; 6637,4 руб.; 2) 7,4 %; 76,6 %; 91,4 %; **11.8.** 1) 1,183 ден. ед.; 19,067 ден. ед.; 21,433 ден. ед.; 2) 11,8 %; 14,2 %; 37,8 %; **11.9.** 4,8 %; 5,2 %; 14,8 %; **11.10.** 1,35 мин; 20,65 мин; 23,35 мин; **11.11.** 1,018 г.; 10,982 г.; 13,018 г.; **11.12.** 6,9 %; 38,1 %; 51,9 %; **11.13.** 200 ед.; **11.14.** 1600 чел.; **11.15.** 107 предприятий; **11.16.** 0,41; 6,59; 7,41; **11.17.** 1) 2,225; 2) 0,781875; 3) 0,212; 4) 7,8 %; **11.18.** 3,8 %; 16,2 %; 23,8 %.

## 12. КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ В СТАТИСТИКЕ. МНОЖЕСТВЕННАЯ И ЧАСТНАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ, КОРРЕЛЯЦИЯ РАНГОВ

### 12.1. Теоретические сведения

**Формы и виды взаимосвязей между показателями.** Для большинства статистических исследований социально-экономических явлений важно выявить статистические взаимосвязи между факторными и результативными показателями: установить направление и силу связи, а также дать оценку формы (аналитического выражения) взаимосвязей.

Эта задача решается с помощью особых методов, которые различаются в зависимости от характера исходной информации и цели исследования.

Для описания причинно-следственной связи между процессами и явлениями признаки делятся на два класса: факторные и результативные.

*Факторные признаки* являются признаками причины и влияют на значения связанных с ними результативных факторов. *Результативные признаки* являются признаками, отражающими следствие.

В зависимости от цели анализа и исследуемого явления один и тот же признак может быть как результативным, так и факторным. *Например*, полученный балл на экзамене напрямую зависит от времени, затраченного студентом на подготовку. В этом случае полученный балл – результативный признак, время – факторный признак. В то же время размер стипендии зависит от полученных во время сессии баллов. Здесь результативный признак – это размер стипендии, а полученный на экзамене балл – факторный признак.

Примеры взаимосвязанных факторных и результативных признаков показаны на рис. 12.1.

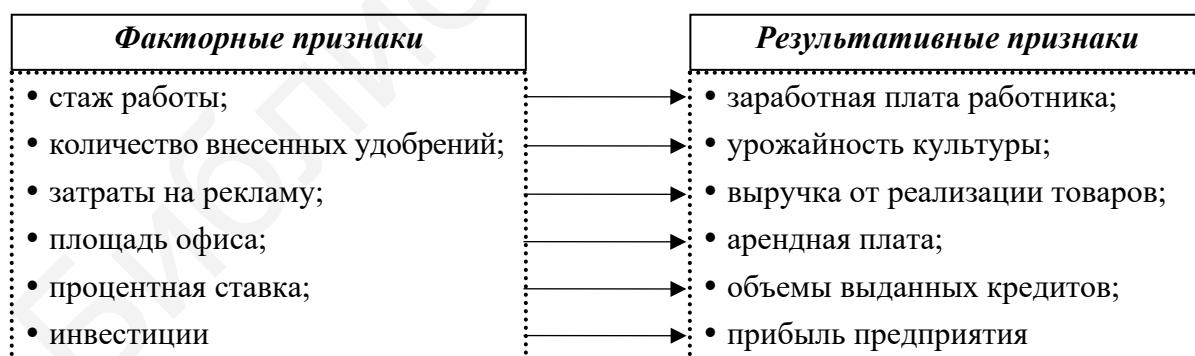


Рис. 12.1. Примеры факторных и результативных признаков

Важным направлением статистического анализа выступает количественная оценка выявленных взаимосвязей. Существуют различные классификации связей между явлениями и их признаками:

1. В зависимости от степени тесноты связи между признаками выделяют функциональные (жестко детерминированные) и статистические (стохастически детерминированные) связи. Частным случаем статистической связи является корреляционная связь.

2. По направлению действия связи бывают прямые и обратные.

3. По количеству факторов, действующих на резульативный признак, связи делятся на однофакторные и многофакторные.

В табл. 12.1 показаны примеры перечисленных видов связей.

Таблица 12.1

Виды связей между явлениями

Виды связей	Пример
1. В зависимости от степени тесноты связи	
<i>Функциональные связи:</i> каждому значению факторного признака соответствует <u>только</u> одно строго определенное значение резульативного признака	При сдельной оплате труда связь между количеством изготовленных изделий и заработной платой: если за одно изделие работник получает 20 руб. ( $x$ – факторный признак), то за 5 изделий он заработает 100 руб. ( $y$ – резульативный признак)
<i>Корреляционные связи:</i> каждому значению факторного признака соответствует <u>несколько значений</u> резульативного признака	Взаимосвязь между затратами на рекламу ( $x$ – факторный признак) на предприятии и объемом продаж ( $y$ – резульативный признак)
2. В зависимости от направления действия	
<i>Прямые связи:</i> направление факторного и резульативного признаков совпадает – увеличение (уменьшение) факторного признака способствует росту (уменьшению) резульативного признака	Рост стажа работника влечет за собой повышение заработной платы
<i>Обратные связи:</i> рост факторного признака влечет за собой уменьшение резульативного признака и наоборот	Рост производительности труда работника способствует снижению себестоимости продукции
3. В зависимости от количества факторов	
<i>Однофакторные связи:</i> оценивается влияние действия на резульативный признак только одного фактора	Прибыль предприятия зависит от величины затрат на рекламу
<i>Многофакторные связи:</i> оценивается комплексное (одновременно) действие на резульативный признак двух и более факторов	Прибыль предприятия зависит от величины затрат на рекламу, производительности труда работников, среднегодовой стоимости основных средств и т. д.

В зависимости от формы (аналитического выражения) связи между признаками различают:

1) *линейную связь*, когда зависимость между изучаемыми признаками носит линейный характер и может быть выражена уравнением прямой линии; при линейной связи с возрастанием значений факторного признака происходит непрерывное увеличение (снижение) значений резульативного признака;

2) *криволинейную (нелинейную связь)*, когда между явлениями существуют нелинейные соотношения и связь выражается уравнением какой-либо кривой линии (параболы, гиперболы, степенной, показательной, экспоненциальной и т. д.).

В случае нелинейных связей при росте (или убывании) факторного признака увеличение (уменьшение) резульативного признака осуществляется неравномерно, причем направление такого изменения может поменяться на обратное.



**Простейшие статистические методы выявления связей.** Для выявления наличия связи, ее характера и направления в статистике используются следующие простые методы:

- 1) метод сравнения параллельных рядов;
- 2) метод аналитических группировок;
- 3) графический метод;
- 4) балансовый метод.

**Метод сравнения параллельных рядов** основан на сопоставлении двух или нескольких параллельных рядов статистических величин. Для этого значения одного признака (как правило, факторного) располагают в виде ранжированного ряда (в возрастающем или убывающем порядке), а параллельно записывают значения другого признака (результативного).

Сравнение и анализ расположенных подобным образом рядов позволяет установить наличие связи и получить представление о ее характере (направлении).

**Метод аналитической группировки** является одним из основных методов изучения стохастических взаимосвязей. На начальном этапе все единицы необходимо сгруппировать по факторному признаку, а затем рассчитать средние (или относительные) значения результативного признака по каждой группе.

Сопоставляя изменения факторного и результативного признаков, выявляют направление и оценивают тесноту связи между явлениями – для этого рассчитывают эмпирическое корреляционное отношение.

**Графический метод** выявления связи базируется на построении графика, который называется *поле корреляции (диаграмма рассеяния)*. На горизонтальной оси графика (оси абсцисс) откладывают значения факторного признака ( $x$ ), а на вертикальной оси (оси ординат) – результативного признака ( $y$ ). Каждое пересечение линий, проводимых через эти оси, обозначается точкой.

По форме рассеяния точек на корреляционном поле судят о форме и тесноте связи между признаками.

При отсутствии тесных связей на графике точки будут расположены беспорядочно. Чем сильнее связь между признаками, тем теснее будут группироваться точки вокруг определенной линии, выражающей форму связи.

**Балансовый метод** используется для выявления взаимосвязи между производством и потреблением, для характеристики межрегиональных связей, при анализе отраслевой структуры национальной экономики и т. д. Балансовый метод позволяет производить увязку и контроль взаимосвязанных показателей.

*Например*, баланс населения – это система показателей, характеризующая процесс и результат воспроизводства населения. Общая схема баланса населения следующая:

$$S_{к.г} = S_{н.г} + (N - M) + (S_{приб} - S_{выб}), \quad (12.1)$$

где  $S_{к.г}$  и  $S_{н.г}$  – численность населения на конец и начало года соответственно;  
 $N$  – число родившихся;  
 $M$  – число умерших;

$S_{\text{приб}}$  и  $S_{\text{выб}}$  – численность прибывших и выбывших соответственно.

Зная численность населения на начало и конец года, а также число родившихся и умерших в стране, используя формулу (12.1), возможно вычислить миграционный прирост (разность между численностью прибывших и выбывших).

Основным недостатком простых методов выявления связей является невозможность оценки количественной меры связи между исследуемыми признаками.

**Основные задачи и этапы корреляционно-регрессионного анализа.** Особая роль в изучении корреляционных связей между явлениями и процессами принадлежит корреляционно-регрессионному анализу. Корреляционный и регрессионный анализ широко используется для исследования интенсивности, вида и формы взаимосвязей между социально-экономическими процессами и явлениями, имеющими количественное выражение [11].

Понятия корреляции и регрессии взаимоувязаны, в то же время корреляционный и регрессионный анализ нацелен на решение конкретных отдельных задач, которые составляют их сущность (рис. 12.2).

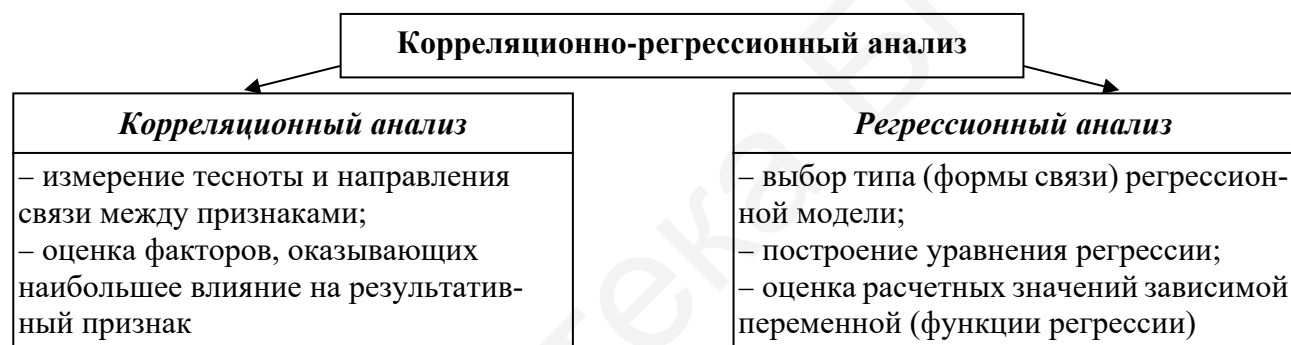


Рис. 12.2. Сущность корреляционного и регрессионного анализа

Однако в связи с тем, что на практике корреляционный и регрессионный анализ применяется комплексно (по результатам корреляционного анализа проводят регрессионный анализ), очень часто их объединяют в один вид.

Основными задачами корреляционно-регрессионного анализа являются:

- 1) выявление из большого числа факторов наиболее информативных, оказывающих влияние на результативный признак;
- 2) оценка тесноты связи между двумя (и более) признаками;
- 3) изучение направления взаимосвязей;
- 4) оценка параметров уравнения регрессии, отражающего взаимосвязь между признаками;
- 5) проверка значимости и качества построенной регрессионной модели;
- 6) вычисление прогнозных значений и др.

В статистике различают следующие виды корреляционно-регрессионного анализа в зависимости от числа включенных факторных признаков:

- 1) *парная корреляция и регрессия* – отражает связь между двумя признаками (факторным и результативным), *например*, зависимость величины сбережений жителей региона от размера их дохода;

2) *множественная корреляция и регрессия* – это связь между результативным и двумя или более факторными признаками, *например*, зависимость заработной платы работника от стажа, тарифного разряда и уровня образования.

Как правило, при проведении *корреляционно-регрессионного анализа* придерживаются этапов, показанных на рис. 12.3 [11].

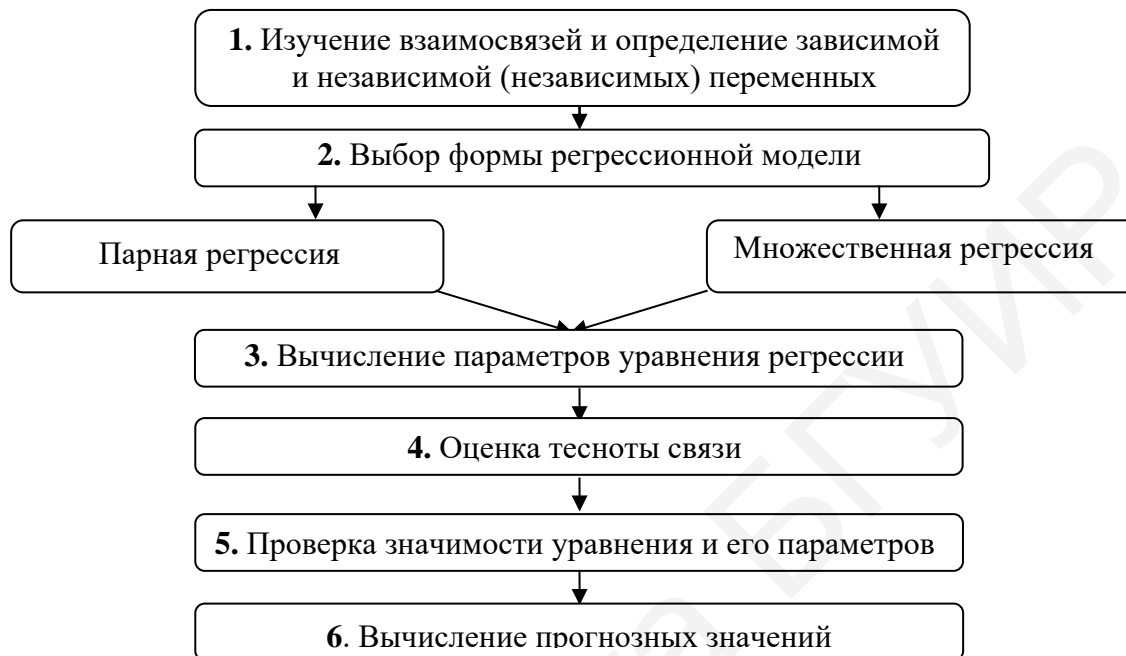


Рис. 12.3. Основные этапы корреляционно-регрессионного анализа

**Парная корреляция.** Наиболее простым случаем корреляционной зависимости является *парная корреляция*, которая выражает зависимость между двумя признаками (факторным и результативным) и представляет собой однофакторный анализ.

Само слово «корреляция» было введено в употребление в статистику в конце XIX в. и обозначает «зависимость», «взаимосвязь».

Основными задачами при изучении корреляционных зависимостей являются нахождение формы связи между признаками и измерение тесноты этой связи.

Для *оценки тесноты связи* в корреляционно-регрессионном анализе используют следующие коэффициенты корреляции: парные, множественные, частные.

Для случая парной линейной регрессии коэффициент корреляции, отражающий меру линейной зависимости между двумя переменными, был предложен английским ученым К. Пирсоном в конце XIX в. В теории разработаны и на практике применяются различные модификации формул *расчета парного коэффициента корреляции*, наиболее удобная из них:

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_y \cdot \sigma_x}, \quad (12.2)$$

где  $\sigma_y$  и  $\sigma_x$  – среднее квадратическое отклонение факторного признака  $x$  и результативного признака  $y$  соответственно:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}; \quad (12.3)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n}}. \quad (12.4)$$

Вычислить линейный коэффициент корреляции возможно и используя следующую взаимосвязь:

$$r = a_1 \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y}, \quad (12.5)$$

где  $a_1$  – параметр уравнения регрессии.

Если на основе линейного коэффициента корреляции оценивают тесноту связи только при линейной форме связи, то с помощью теоретического корреляционного отношения можно измерить тесноту связи любой формы. Теоретическое корреляционное отношение рассчитывается как соотношение межгрупповой ( $\delta^2$ ) и общей ( $\sigma^2$ ) дисперсии:

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}} = \sqrt{\frac{\sum (\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}. \quad (12.6)$$

Коэффициенты корреляции изменяются в пределах от  $-1$  до  $+1$ . Чаще всего пользуются правилом интерпретации коэффициента корреляции, показанным в табл. 12.2.

Таблица 12.2

#### Интерпретация коэффициентов корреляции

Теснота связи	Значение коэффициента корреляции:	
	при прямой связи	при обратной связи
Слабая	0,1–0,3	(–0,1)–(–0,3)
Умеренная	0,3–0,5	(–0,3)–(–0,5)
Заметная	0,5–0,7	(–0,5)–(–0,7)
Высокая	0,7–0,9	(–0,7)–(–0,9)
Очень высокая	0,9–0,99	(–0,9)–(–0,99)

Нулевое значение коэффициентов корреляции указывает на отсутствие линейной связи между признаками.

При изучении количественного влияния признаков-факторов на результат важно определить, какая часть результативного признака непосредственно обусловлена воздействием вариации изучаемого факторного признака. С этой целью рассчитывают коэффициент детерминации  $r^2$ . Его величина характеризует долю дисперсии результативного признака, объясняемую вариацией изучаемого фактора.

**Многофакторная корреляционная зависимость.** При построении множественного уравнения регрессии используют не один, а несколько показателей

тесноты связи. Основой измерения связей в этом случае выступает матрица *парных коэффициентов корреляции* ( $R$ ). Каждый элемент корреляционной матрицы представляет собой парный коэффициент корреляции между соответствующими показателями. Матрица  $R$  является симметричной, а на ее главной диагонали расположены единицы.

Если исследуется взаимосвязь одного результативного признака ( $y$ ) и трех факторных признаков ( $x_1, x_2, x_3$ ), матрица парных коэффициентов корреляции примет вид

$$R = \begin{pmatrix} 1 & r_{yx_1} & r_{yx_2} & r_{yx_3} \\ r_{yx_1} & 1 & r_{x_1x_2} & r_{x_1x_3} \\ r_{yx_2} & r_{x_1x_2} & 1 & r_{x_2x_3} \\ r_{yx_3} & r_{x_1x_3} & r_{x_2x_3} & 1 \end{pmatrix}. \quad (12.7)$$

По этой матрице возможно судить о наличии связи как факторов с результативным признаком, так и факторов друг с другом (без учета их взаимодействия с другими переменными). Расчет парных коэффициентов корреляции производится по методике расчета линейного коэффициента корреляции по формуле (12.2):

$$r_{yx_1} = \frac{\overline{x_1 y} - \overline{x_1} \cdot \overline{y}}{\sigma_y \cdot \sigma_{x_1}}, \quad (12.8)$$

$$r_{yx_2} = \frac{\overline{x_2 y} - \overline{x_2} \cdot \overline{y}}{\sigma_y \cdot \sigma_{x_2}}, \quad (12.9)$$

$$r_{x_1x_2} = \frac{\overline{x_1 x_2} - \overline{x_1} \cdot \overline{x_2}}{\sigma_{x_1} \cdot \sigma_{x_2}} \text{ и т. д.} \quad (12.10)$$

Если необходимо оценить степень взаимосвязи отдельных факторов между собой (при условии, что остальные факторы зафиксированы на определенном уровне), вычисляют *частные коэффициенты корреляции*. Формула (12.11) позволяет рассчитать частный коэффициент корреляции, оценивающий тесноту связи между результативной переменной  $y$  и фактором  $x_1$  при исключении влияния факторного признака  $x_2$ :

$$r_{yx_1(x_2)} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} \cdot r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_2}^2) \cdot (1 - r_{x_1x_2}^2)}}. \quad (12.11)$$

По такому же принципу можно вычислить частный коэффициент корреляции, отражающий взаимосвязь между факторами  $x_1$  и  $x_2$  и устранивший влияние результативного признака  $y$ .

Сравнивая значения парного и частного коэффициентов корреляции, можно оценить направление воздействия фиксируемого фактора. Если частный коэффициент корреляции  $r_{yx_1(x_2)}$  получится меньше соответствующего парного коэффициента корреляции  $r_{yx_1}$ , то взаимозависимость признаков  $y$  и  $x_1$  в некоторой степени обусловлена воздействием на них фиксируемой переменной  $x_2$ .

На следующем этапе рассчитывают *множественный коэффициент корреляции* ( $R$ ), характеризующий тесноту связи между одной зависимой переменной и совокупностью факторных переменных, рассматриваемых в корреляционном анализе, а также *коэффициент множественной детерминации* ( $R^2$ ), который показывает, какая доля дисперсии результативного признака объясняется влиянием факторных признаков.

*Частные коэффициенты детерминации* отражают долю вариации результативного признака  $y$ , обусловленную влиянием только одного факторного признака при элиминировании (фиксировании) значений остальных независимых переменных, вошедших в модель множественной регрессии.

**Изучение зависимости между качественными признаками. Корреляция рангов.** Если в анализе ставится задача оценки тесноты связи между качественными признаками (*например*, пол или семейное положение человека, форма собственности предприятия и др.) либо между количественными и качественными признаками (*например*, уровень образования работника и его заработная плата), используют *непараметрические методы*. В этом случае оценивается наличие связи и производится измерение ее тесноты (а не разработка уравнения).

Взаимосвязи между качественными признаками оценивают на основе следующих коэффициентов [7]:

- ассоциации;
- контингенции;
- взаимной сопряженности Пирсона;
- взаимной сопряженности Чупрова.

Тесноту связи между двумя качественными альтернативными признаками оценивают на основе *коэффициентов ассоциации и контингенции*, для расчета которых на предварительном этапе строят таблицу «четырёх полей» (табл. 12.3).

Таблица 12.3

Вспомогательная таблица «четырёх полей»

$a$	$b$	$a+b$
$c$	$d$	$c+d$
$a+c$	$b+d$	$a+b+c+d$

*Коэффициент ассоциации* вычисляют по формуле

$$K_{\text{ассоциации}} = \frac{ad - bc}{ad + bc}. \quad (12.12)$$

Для расчета *коэффициента контингенции* используют формулу

$$K_{\text{контингенции}} = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b) \cdot (c+d) \cdot (a+c) \cdot (b+d)}}. \quad (12.13)$$

Как и коэффициенты корреляции, коэффициенты ассоциации и контингенции изменяются от  $-1$  до  $+1$ . Связь между признаками считается существенной, если коэффициент ассоциации превышает по модулю значение  $0,5$ , а коэффициент контингенции –  $0,3$ .

Если по каждому из взаимосвязанных качественных признаков выделяется более двух групп, для оценки тесноты связи используют показатели взаимной сопряженности А. Чупрова и К. Пирсона.

*Показатель взаимной сопряженности А. Чупрова* рассчитывают по формуле

$$K_{\varphi} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{(k_1 - 1) \cdot (k_2 - 1)}}, \quad (12.14)$$

где  $k_1$  – число возможных значений первой величины (число групп по столбцам);

$k_2$  – число возможных значений второй величины (число групп по строкам);

$\varphi^2$  – показатель взаимной сопряженности, который вычисляют по формуле

$$\varphi^2 = \sum_{i=1}^{k_1} \sum_{j=1}^{k_2} \frac{f_{ij}^2}{f_i \cdot f_j} - 1, \quad (12.15)$$

где  $f_{ij}$  – количество единиц, которые одновременно относятся к  $i$ -й группе признака  $x$  и к  $j$ -й группе признака  $y$ ;

$f_i$  – количество единиц  $i$ -й группы;

$f_j$  – количество единиц  $j$ -й группы.

*Показатель взаимной сопряженности К. Пирсона* вычисляется по формуле

$$C_{\varphi} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{1 + \varphi^2}}. \quad (12.16)$$

Если показатели взаимной сопряженности превышают 0,3, то говорят о тесной связи между вариацией изучаемых признаков. При этом результат, полученный по коэффициенту взаимной сопряженности А. Чупрова, является более точным, т. к. он учитывает число групп по каждому признаку.

При изучении взаимосвязей количественных признаков непараметрическими методами используют следующие показатели:

- коэффициент корреляции знаков Фехнера;
- коэффициент корреляции рангов Спирмена;
- ранговый коэффициент корреляции Кенделла.

Немецким психиатром Г. Фехнером предложен показатель тесноты связи, отражающий отношение разности числа пар совпадающих и несовпадающих пар знаков к сумме этих чисел, – *коэффициент корреляции знаков*:

$$K_{\text{Фехнера}} = \frac{C - H}{C + H}, \quad (12.17)$$

где  $C$  – число пар с одинаковыми знаками отклонений вариант факторного и результативного признаков от средней величины;

$H$  – число пар с разными знаками отклонений.

Чем ближе значение коэффициента корреляции знаков к 1, тем более тесная связь между исследуемыми признаками. При этом если  $K_{\text{Фехнера}} > 0$ , то связь между признаками прямая, при  $K_{\text{Фехнера}} < 0$  говорят об обратной связи.

*Ранги* представляют собой порядковые номера единиц совокупности в ранжированном (упорядоченном) ряду.

Техника вычисления коэффициентов корреляции рангов основана на следующей закономерности: если проранжировать совокупность по двум исследуемым признакам (связь между которыми необходимо оценить), то полное совпадение рангов покажет максимально тесную прямую связь, а полная противоположность рангов – максимально тесную обратную связь.

При этом важно производить ранжирование совокупности в одном и том же порядке (направлении): от меньших значений признаков к большим или наоборот.

*Коэффициент корреляции рангов Спирмена* является непараметрическим коэффициентом связи, который возможно применять как по отношению к количественным, так и по отношению к непараметрическим данным, которые при этом возможно ранжировать. Для расчета используют формулу

$$\rho = 1 - \frac{6 \cdot \sum d^2}{n \cdot (n^2 - 1)}, \quad (12.18)$$

где  $d$  – разность рангов каждой пары значений  $x$  и  $y$ ,  $d = N_x - N_y$ ;

$n$  – число наблюдений.

*Коэффициент корреляции рангов Кенделла*, как и ранговый коэффициент корреляции Спирмена, используется для оценки связи между количественными показателями, в некоторых случаях – и между качественными признаками (если их возможно проранжировать). Для расчетов используется формула

$$\tau = \frac{2S}{n \cdot (n - 1)}, \quad (12.19)$$

где  $S$  – фактическая сумма рангов.

Этот коэффициент также изменяется в границах  $-1 < \tau < +1$ , при этом связь считается существенной, если полученный коэффициент превышает по абсолютному значению 0,5.

Преимущество использования коэффициентов корреляции рангов заключается в том, что ранжирование можно проводить не только по количественным признакам, но и по атрибутивным. Кроме того, можно ранжировать экспертные оценки разных экспертов, чтобы выявить связь между ними.

Основным недостатком использования коэффициента корреляции рангов является то, что одинаковым разностям рангов (для количественных признаков) могут соответствовать совершенно отличающиеся разности значений признаков.

**Изучение корреляционной связи между рядами динамики.** Если исследуется зависимость в изменении уровней двух и более взаимосвязанных динамических рядов, рассчитываются показатели корреляции между уровнями этих рядов динамики.



Оценка корреляционной зависимости между рядами динамики имеет некоторые особенности:

1) Если в рядах динамики каждый уровень может быть выражен как функция предыдущих уровней, такие ряды называют *авторегрессионными*.

2) При исследовании зависимости между двумя и более рядами динамики можно столкнуться с автокорреляцией.

*Автокорреляцией* называется зависимость уровней динамического ряда от их значений в предыдущие моменты времени. Чтобы использовать в дальнейшем анализируемые динамические ряды, необходимо исключить автокорреляцию из каждого ряда динамики [5].

Проверка рядов динамики на автокорреляцию осуществляется на основе расчета *коэффициента автокорреляции*:

$$r_a = \frac{\overline{y_t \cdot y_{t-1}} - \bar{y}_t \cdot \bar{y}_{t-1}}{\sigma_{y_t} \cdot \sigma_{y_{t-1}}}, \quad (12.20)$$

где  $\bar{y}_t$  – среднее значение, рассчитанное по уровням динамического ряда  $y$ ;

$\bar{y}_{t-1}$  – среднее значение, рассчитанное по уровням динамического ряда  $y$ , сдвинутое на один временной период вперед;

$\sigma_{y_t}$  – среднее квадратическое отклонение, рассчитанное по уровням динамического ряда  $y$ ;

$\sigma_{y_{t-1}}$  – среднее квадратическое отклонение, рассчитанное по уровням динамического ряда  $y$ , сдвинутое на один временной период вперед.

Если по результатам расчета подтверждается автокорреляция, то для дальнейшего корреляционного анализа ее необходимо исключить из каждого ряда динамики.

В теории статистики существует несколько способов исключения автокорреляции из уровней динамического ряда и изучения тесноты связи между такими рядами динамики. Один из наиболее распространенных способов – использование выравненных по уравнению тренда уровней [4]:

– производится аналитическое выравнивание изучаемых рядов динамики: строится уравнение тренда и вычисляются выравненные по полученному уравнению уровни ряда;

– рассчитывается величина отклонения каждого фактического уровня ряда динамики от полученных выравненных значений;

– производится расчет коэффициента корреляции по полученным отклонениям.

3) В рядах динамики, как правило, существует лаг, т. е. смещение во времени изменения одного показателя по сравнению с изменением другого. Если наблюдается отставание в развитии, то уровни одного ряда динамики сдвигают относительно другого ряда на некоторый промежуток времени.

## 12.2. Темы индивидуальных работ

1. Корреляционная зависимость между уровнями различных рядов динамики.
2. Непараметрические показатели характеристики связи между признаками: сущность, способы расчета и сфера применения.
3. Основные предпосылки применения корреляционно-регрессионного анализа.
4. Сущность и методика проведения анализа на основе бисериального коэффициента корреляции.
5. Применение корреляционного анализа в маркетинговых исследованиях.

## 12.3. Вопросы и задания для самоконтроля

1. Для чего используют корреляционный анализ в статистике?
2. В чем заключаются различия между корреляционной и функциональной зависимостью?
3. Приведите примеры факторных и результативных признаков.
4. Какие виды связей между признаками вы знаете?
5. Что собой представляет корреляционное поле?
6. Назовите основные этапы проведения корреляционно-регрессионного анализа.
7. Какие показатели используют в корреляционно-регрессионном анализе при оценке тесноты связи между признаками?
8. Запишите формулы расчета парного коэффициента корреляции.
9. Охарактеризуйте сущность парных и частных коэффициентов корреляции в множественной регрессионной модели.
10. Перечислите особенности изучения связи между рядами динамики.
11. Что такое автокорреляция?
12. В каких случаях для оценки тесноты связи используют непараметрические коэффициенты?
13. Какие из непараметрических коэффициентов связи могут применяться и к количественным и к качественным признакам?

## 12.4. Тестовые задания

1. При корреляционной зависимости каждому значению факторного признака соответствует:
  - а) одно значение результативного признака;
  - б) множество значений результативного признака;
  - в) модальное значение результативного признака;
  - г) среднее значение результативного признака;
  - д) медианное значение результативного признака.
2. Линейный коэффициент корреляции может принимать значения:
  - а) от 0 до +1;
  - б) от 0 до -1;

- в) от  $-1$  до  $+1$ ;
- г) от  $0$  до бесконечности.

3. Укажите, какой из коэффициентов корреляции позволяет оценить степень связи между отдельными факторами при условии элиминирования (устранения) воздействия других факторов:

- а) парный;
- б) частный;
- в) множественный.

4. Зависимость уровней динамического ряда от их значений в предыдущие моменты времени называется:

- а) корреляцией;
- б) авторегрессией;
- в) автокорреляцией;
- г) взаимной сопряженностью.

### 12.5. Примеры решения типовых задач

**Пример 12.1.** Сеть ресторанов японской кухни провела исследование, направленное на оценку зависимости среднего чека за заказ блюд в ресторанах от среднедушевого дохода семьи.

В табл. 12.4 представлены результаты исследования в 10 городах страны.

Таблица 12.4

Средний чек в ресторане и среднедушевой доход

Средний чек в ресторане, руб.	34	34	38	28	40	37	30	30	29	38
Среднедушевой доход в регионе, руб.	600	640	680	460	700	650	570	530	520	690

Используя метод сравнения параллельных рядов, необходимо проверить наличие связи между среднедушевым доходом населения и средним чеком в ресторане, а также установить вид связи.

Сделайте выводы.

#### Решение

В данном примере среднедушевой доход в регионе – это факторный признак ( $x$ ), а средний чек в ресторане – это результативный признак ( $y$ ).

Расположим значения факторного признака в порядке его возрастания и параллельно отразим значения результативного признака.

Результаты запишем в табл. 12.5.

Таблица 12.5

Зависимость между среднедушевым доходом и средним чеком в ресторане

Среднедушевой доход в регионе, $x$ , руб.	460	520	530	570	600	640	650	680	690	700
Средний чек в ресторане, $y$ , руб.	28	29	30	30	34	34	37	38	38	40

Как показывают полученные результаты, отмечена связь между факторным и результативным признаком, а именно видно, что при увеличении среднего душевого дохода в регионе ( $x$ ) наблюдается рост величины среднего чека в ресторане ( $y$ ).

То есть связь между признаками прямая, корреляционная.

**Пример 12.2.** В таблице представлены данные о затратах на рекламу и величине прибыли, полученной по результатам работы за год, по 20 крупным агентствам развлечений (табл. 12.6).

Таблица 12.6

Затраты на рекламу и прибыль по 20 агентствам развлечений

Номер агентства	Затраты на рекламу, тыс. руб.	Прибыль, тыс. руб.	Номер агентства	Затраты на рекламу, тыс. руб.	Прибыль, тыс. руб.
1	120	400	11	132	450
2	174	520	12	185	540
3	95	375	13	122	400
4	200	550	14	135	450
5	180	500	15	148	485
6	80	350	16	140	486
7	128	405	17	155	460
8	84	410	18	195	510
9	175	445	19	92	380
10	178	480	20	110	440

Необходимо:

1) *построить* аналитическую группировку, выделив пять групп с равными интервалами;

2) *выявить* зависимость между затратами на рекламу и прибылью.

Сделайте выводы.

### Решение

1) Факторным признаком в данном примере выступают затраты на рекламу ( $x$ ), а результативным признаком – величина полученной прибыли ( $y$ ).

Следовательно, группировку агентств будем осуществлять по величине затрат на рекламу (факторному признаку).

Для этого вычислим величину равного интервала по формуле

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} = \frac{200 - 80}{5} = 24 \text{ тыс. руб.}$$

То есть будет выделено пять групп с равными интервалами: 80–104; 104–128; 128–152; 152–176; 170–200.

Распределим агентства по выделенным группам, а также вычислим средние значения прибыли по каждой группе и результаты отразим в табл. 12.7.

Таблица 12.7

Аналитическая группировка агентств развлечений по величине затрат  
на рекламу

Группы агентств по величине затрат на рекламу, тыс. руб.	Число агентств	Затраты на рекламу, тыс. руб.		Прибыль, тыс. руб.	
		всего	в среднем на одно агентство	всего	в среднем на одно агентство
80–104	4	351	87,75	1515	378,75
104–128	3	352	117,33	1240	413,33
128–152	5	683	136,60	2276	455,20
152–176	3	504	168,00	1425	475,00
176–200	5	938	187,60	2580	516,00
<i>Всего</i>	20	2828	141,40	9036	451,80

2) Как показывают результаты аналитической группировки, между факторным и результативным признаком отмечается прямая связь.

Отчетливо связь прослеживается, если изучить средние значения показателей по каждой группе. Как видно, при увеличении затрат на рекламу в расчете на одно агентство возрастает и размер полученной прибыли (в среднем на одно агентство).

**Пример 12.3.** При сдельной форме оплаты за каждое изготовленное изделие рабочий получает 2 ден. ед. в качестве оплаты труда. В табл. 12.8 приведены данные о количестве изготовленных изделий и оплате труда рабочего.

Таблица 12.8

Количество изготовленных изделий и оплата труда рабочего

Количество изготовленных изделий, шт.	1	2	3	4	5	6	7	8
Оплата труда рабочего, ден. ед.	2	4	6	8	10	12	14	16

Требуется установить вид связи между признаками на основе поля корреляции.

**Решение**

Оплата труда рабочего (результативный признак,  $y$ ) зависит от количества изготовленных изделий (факторный признак,  $x$ ).

Изобразим значения признаков на рис. 12.4 – поле корреляции.

Как видно на графике, между факторным и результативным признаком отмечается прямая связь – при увеличении числа изготовленных изделий наблюдается рост оплаты труда рабочего.

При этом каждому значению факторного признака соответствует только одно значение результативного признака.

Следовательно, связь прямая, функциональная.

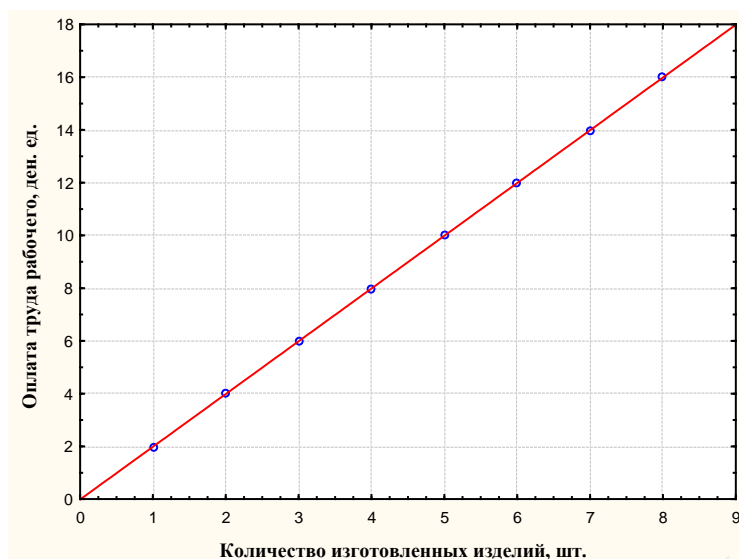


Рис. 12.4. Поле корреляции для отражения взаимосвязи количества изготовленных деталей и оплаты труда рабочего

**Пример 12.4.** Изучается зависимость цены жилого дома от расстояния до областного центра [11]. Данные о 15 домах, выставленных на продажу, представлены в табл. 12.9.

Таблица 12.9

Зависимость между расстоянием до областного центра и ценой жилого дома

Цена дома, тыс. ден. ед.	45	54	58	65	50	40	60	55	41	60	50	54	64	56	65
Расстояние до областного центра, км	12	10	2	1	7	10	4	6	11	5	7	9	3	8	2

Установите вид связи между признаками на основе поля корреляции.

### Решение

Очевидно, что результативным признаком ( $y$ ) является цена дома, которая зависит от расстояния до областного центра (факторный признак,  $x$ ).

Изобразим значения признаков на рис. 12.5 – поле корреляции.

Как видно на рис. 12.5, точки расположены в виде вытянутого эллипса по направлению от верхнего левого угла к правому нижнему. То есть между факторным и результативным признаком отмечается обратная связь – при увеличении расстояния от реализуемого дома до областного центра отмечается снижение цены на дом.

При этом можно увидеть, что одному и тому же значению факторного признака может соответствовать более, чем одно значение результативного признака (например, для расстояния в 9 и 10 км).

Следовательно, связь обратная, корреляционная.

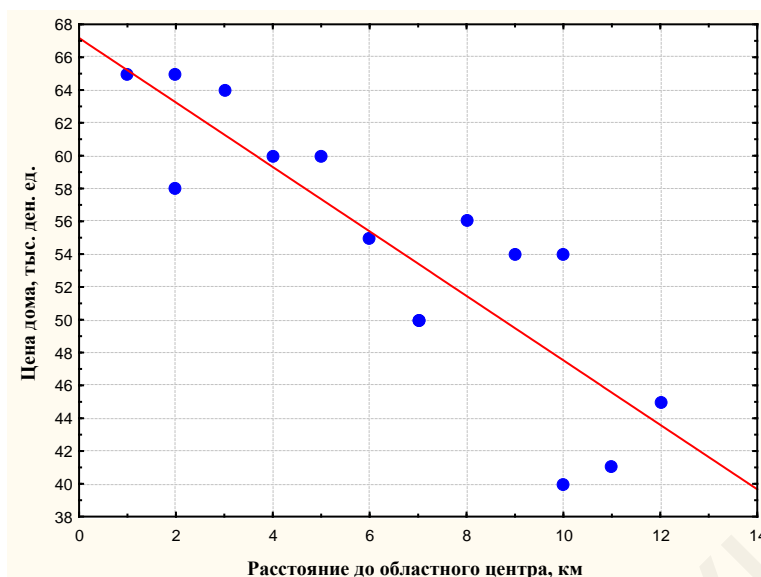


Рис. 12.5. Поле корреляции для отражения взаимосвязи между расстоянием до областного центра и ценой дома

**Пример 12.5.** В табл. 12.10 представлено распределение, построенное на основе выборочного обследования по вопросам занятости в регионе.

Таблица 12.10

Зависимость между полом и характером занятости работника

Совмещение работы	Пол работника	
	мужской	женский
Заняты на одной работе	45	60
Заняты более чем на одной работе	80	15
Заняты более чем на двух работах	20	5

Оцените связь между исследуемыми признаками (пол и характер занятости работника), используя коэффициенты взаимной сопряженности Пирсона и Чупрова. Сделайте выводы.

### Решение

Подсчитаем суммарные итоги по строкам и столбцам и представим результаты в расчетной табл. 12.11.

Таблица 12.11

Расчетная таблица

Совмещение работы	Пол работника		Итого ( $f_j$ )
	мужской	женский	
Заняты на одной работе	45	64	109
Заняты на двух работах	60	10	70
Заняты более чем на двух работах	20	1	21
<i>Итого (<math>f_i</math>)</i>	125	75	200

Вычислим показатель взаимной сопряженности по формуле

$$\varphi^2 = \sum_{i=1}^{k_1} \sum_{j=1}^{k_2} \frac{f_{ij}^2}{f_i \cdot f_j} - 1 = \frac{45^2}{125 \cdot 109} + \frac{64^2}{75 \cdot 109} + \frac{60^2}{125 \cdot 70} + \frac{10^2}{75 \cdot 70} + \frac{20^2}{125 \cdot 21} + \frac{1^2}{75 \cdot 21} - 1 = 1,233 - 1 = 0,233.$$

Показатель взаимной сопряженности Пирсона составит:

$$C_{\varphi} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{1 + \varphi^2}} = \sqrt{\frac{0,233}{1 + 0,233}} = 0,435.$$

Вычислим показатель взаимной сопряженности Чупрова по формуле

$$K_{\varphi} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{(k_1 - 1) \cdot (k_2 - 1)}} = \sqrt{\frac{0,233}{(2 - 1) \cdot (3 - 1)}} = 0,341.$$

Рассчитанные значения показателей взаимной сопряженности превышают 0,3, следовательно, связь между исследуемыми признаками (пол работника и характер совмещения нескольких работ) тесная.

## 12.6. Задачи

**Задача 12.1.** Менеджером крупной сети магазинов электротехники было проведено исследование среднемесячной заработной платы и объемов продаж компьютерной техники в магазинах сети. Были получены результаты по 10 городам страны, представленные в табл. 12.12.

Таблица 12.12

Среднемесячная заработная плата и объем продаж техники

Среднемесячная заработная плата, руб.	1200	1280	1070	1310	1240	1340	1100	1290	1330	1080
Объем продаж, тыс. руб.	470	510	440	570	470	600	450	540	574	447

Используя метод сравнения параллельных рядов, *необходимо проверить* наличие связи между уровнем среднемесячной заработной платы и объемом продаж компьютерной техники, а также установить вид связи.

**Задача 12.2.** В таблице представлены данные экспертных оценок, разработанные по восьми кандидатам в период предвыборной кампании, а также результаты выборов депутатов по этим же кандидатам (табл. 12.13).

Таблица 12.13

Экспертные оценки и результаты выборов по восьми кандидатам в депутаты

Номер кандидата в депутаты	Ранг кандидата по экспертным оценкам	Ранг депутата по результатам выборов
1	5	4
2	7	6
3	4	8
4	8	7
5	6	5
6	2	3
7	1	2
8	3	1

Для оценки связи между экспертными оценками на стадии предвыборной кампании и результатами выборов *рассчитайте* коэффициент корреляции рангов Спирмена.

Сделайте выводы.



**Задача 12.3.** Имеются данные по группе коммерческих банков (табл. 12.14).

Таблица 12.14

Уставный фонд и инвестиции в научно-техническое перевооружение

Номер банка	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Уставный фонд банка, млн руб.	500	490	480	460	320	390	240	180	200	150	410	260	280	360
Инвестиции, млн руб.	18	19	16	15	14	15	11	10	12	8	17	12	13	14

Для изучения зависимости между уставным фондом банка и инвестициями в научно-техническое перевооружение *рассчитайте*:

- 1) коэффициент парной корреляции;
- 2) коэффициент знаков Фехнера;
- 3) коэффициент корреляции рангов Спирмена.

Сделайте выводы.

**Задача 12.4.** Зависимость между расходами на покупку рыбы и рыбных продуктов в регионе ( $y$ ) и номинальной средней заработной платой ( $x$ ) выражена уравнением  $\hat{y} = 2,8 + 0,5 \cdot x$ .

Известны средние квадратические отклонения факторного и результативного признаков:  $\sigma_x = 14,4$  ден. ед.,  $\sigma_y = 17,5$  ден. ед.

*Определите* значение парного коэффициента корреляции.

Сделайте выводы.

**Задача 12.5.** В табл. 12.15 представлены результаты сдачи экзамена 400 студентов заочной формы получения высшего образования.

Таблица 12.15

Зависимость между характером работы и результатом сдачи экзаменов студентами заочной формы получения высшего образования

Характер работы	Результат сдачи экзамена	
	без неудовлетворительных отметок	с неудовлетворительными отметками
Работает по получаемой в вузе специальности	190	18
Работает не по получаемой специальности	110	82

*Оцените связь* между исследуемыми признаками (характер работы студента и результаты сдачи экзамена), используя следующие показатели:

- 1) коэффициент ассоциации;
- 2) коэффициент контингенции;
- 3) коэффициенты взаимной сопряженности Пирсона и Чупрова.

Сделайте выводы.

**Задача 12.6.** В табл. 12.16 представлены данные об уровне образования членов 50 обследованных семей.

Таблица 12.16

Зависимость между уровнем образования мужа и уровнем образования жены

Образование мужа	Образование жены		
	общее среднее	среднее специальное/ профессионально-техническое	высшее
Общее среднее	5	4	2
Среднее специальное/ профессионально-техническое	2	8	8
Высшее	1	6	14

Оцените связь между уровнями образования мужа и жены при создании семьи (на основе показателя взаимной сопряженности Чупрова).

Сделайте выводы.

**Задача 12.7.** Имеются данные о результатах обследования в 10 семьях (табл. 12.17).

Таблица 12.17

Зависимость между ростом отца и ростом сына

Рост отца, см	184	190	165	175	174	178	192	191	182	179
Рост сына, см	170	169	163	167	164	165	171	173	175	170

Оцените связь между признаками и сделайте вывод, влияет ли рост отца на рост сына-подростка (возраст сыновей в каждой из семей был одинаков), используя:

- 1) коэффициент Фехнера;
- 2) коэффициент корреляции рангов Спирмена.

Сделайте выводы.

**Задача 12.8.** В табл. 12.18 представлены данные о баллах, полученных 13 абитуриентами по дисциплине «Математика», и результатах изучения учебной дисциплины «Высшая математика» ими же на первом курсе университета.

Таблица 12.18

Зависимость между баллом, полученным на централизованном тестировании, и отметкой за экзамен на первом курсе

Балл, полученный на централизованном тестировании	60	52	90	100	39	65	43	49	88	91	77	72	69
Отметка по результатам сдачи экзамена на первом курсе	7	5	8	9	3	6	4	5	9	10	8	6	7

Оцените связь между признаками и сделайте вывод, влияет ли уровень освоения дисциплины «Математика» на уровне средней школы на успешность изучения учебной дисциплины «Высшая математика» в вузе, используя:

- 1) парный коэффициент корреляции;
- 2) коэффициент Фехнера;
- 3) коэффициент корреляции рангов Спирмена.

Сделайте выводы.

**Задача 12.9.** Имеются данные по регионам Республики Беларусь за 2018 год (табл. 12.19).

Таблица 12.19

Зависимость между выбросами загрязняющих веществ и уровнем смертности населения

Регион	Выбросы загрязняющих веществ в атмосферный воздух в расчете на одного жителя, кг	Общий коэффициент смертности, число случаев на 1000 жителей
Брестская обл.	124	12,7
Витебская обл.	166	14,6
Гомельская обл.	139	13,1
Гродненская обл.	147	14,0
г. Минск	77	8,9
Минская обл.	173	14,0
Могилевская обл.	111	13,9

*Оцените связь между признаками и сделайте вывод, влияет ли уровень загрязнения региона на уровень смертности, используя:*

- 1) парный коэффициент корреляции;
  - 2) коэффициент корреляции рангов Спирмена.
- Сделайте выводы.

**Задача 12.10.** Имеются данные о процентной ставке и объеме выданных кредитов по 10 коммерческим банкам страны (табл. 12.20).

Таблица 12.20

Зависимость между размером процентной ставки и объемом выданных кредитов

Номер банка	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Процентная ставка, %	9,9	9,8	10,3	10,0	9,7	9,6	9,4	9,5	10,2	10,5
Объем выданных кредитов за год, млн руб.	420	400	310	300	410	430	440	380	360	290

*Оцените связь между признаками и сделайте вывод, влияет ли утвержденная банком процентная ставка по кредитам на объем выданных кредитов за год, используя:*

- 1) парный коэффициент корреляции;
  - 2) коэффициент Фехнера;
  - 3) коэффициент корреляции рангов Спирмена.
- Сделайте выводы.

**Задача 12.11.** В табл. 12.21 представлены результаты опроса 200 сотрудников частных компаний и государственных организаций.

Зависимость между характером работы и удовлетворенностью  
получаемой заработной платой

Характер работы	Оценка заработной платы	
	довольны получаемой заработной платой	не довольны получаемой заработной платой
Работают в частной компании	65	25
Работают в государственных организациях	40	70

Оцените связь между исследуемыми признаками (характер работы сотрудника и удовлетворенность получаемой заработной платой), используя показатели:

- 1) коэффициент ассоциации;
  - 2) коэффициент контингенции;
  - 3) коэффициенты взаимной сопряженности Пирсона и Чупрова.
- Сделайте выводы.

**Ответы**

**12.2.** 0,690; **12.3.** 1) 0,942; 2) 0,857; 3) 0,970; **12.4.** 0,411; **12.5.** 1) 0,774; 2) 0,393; 3) 0,366; 0,393; **12.6.** 0,349; **12.7.** 1) 0,8; 2) 0,797; **12.8.** 1) 0,941; 2) 0,692; 3) 0,941; **12.9.** 1) 0,832; 2) 0,830; **12.10.** 1) -0,815; 2) -0,9; 3) -0,806; **12.11.** 1) 0,640; 2) 0,357; 3) 0,339; 0,358.

## 13. ФУНКЦИЯ РЕГРЕССИИ

### 13.1. Теоретические сведения

**Сущность регрессионного анализа. Виды функций регрессии.** Регрессионный анализ представляет собой статистический метод оценки зависимости среднего значения какой-либо случайной величины  $y$  от некоторой другой величины  $x$  (однофакторная регрессия) или нескольких величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$  (множественная регрессия).

Уравнение, которое позволяет описать эту зависимость, называется *уравнением регрессии*.

Начальным этапом при проведении корреляционно-регрессионного анализа является теоретическое изучение взаимосвязей, установление факта наличия связи между признаками и определение зависимой и независимой переменных, которые будут включены в регрессионную модель (эти задачи решаются в рамках корреляционного анализа).

Важным этапом построения регрессионной модели (уравнения регрессии) является выбор формы регрессионной модели (см. рис. 12.3).

Из множества функций необходимо найти такую, которая будет в большей степени соответствовать реально существующей связи между анализируемыми признаками.

В табл. 13.1 представлены наиболее распространенные функции, которые могут быть использованы при разработке уравнения регрессии.

Таблица 13.1

Виды функций, используемые при построении уравнения регрессии

Название функции	Форма аналитического выражения	
	парная регрессия	множественная регрессия
Линейная	$\hat{y} = a_0 + a_1 \cdot x$	$\hat{y} = a_0 + a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \dots + a_k \cdot x_k$
Степенная	$\hat{y} = a_0 \cdot x^{a_1}$	$\hat{y} = a_0 \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot \dots \cdot x_k^{a_k}$
Параболическая	$\hat{y} = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2$	$\hat{y} = a_0 + a_1 \cdot x_1^2 + a_2 \cdot x_2^2 + \dots + a_k \cdot x_k^2$
Гиперболическая	$\hat{y} = a_0 + \frac{a_1}{x}$	$\hat{y} = a_0 + \frac{a_1}{x_1} + \frac{a_2}{x_2} + \dots + \frac{a_k}{x_k}$

Условные обозначения:

$\hat{y}$  – теоретическое (расчетное) значение результативного признака;

$a_0$  – свободный коэффициент (параметр) уравнения регрессии;

$a_1, a_2, a_k$  – коэффициенты (параметры) уравнения регрессии.

При выборе формы регрессионной модели, как правило, используют графический либо эмпирический метод или применяют результаты предыдущих исследований.

**Порядок расчета коэффициентов парной линейной регрессии.** Простейшим примером корреляционной связи является линейная связь между двумя

признаками – парная линейная корреляция, которая выражается в уравнении *парной регрессии*. Уравнение парной линейной регрессии имеет вид

$$\hat{y} = a_0 + a_1 \cdot x, \quad (13.1)$$

где  $\hat{y}$  – теоретическое (расчетное) значение результативного признака;  
 $a_0, a_1$  – коэффициенты (параметры) уравнения регрессии.

При нахождении параметров уравнения регрессии необходимо подобрать такие коэффициенты (параметры) уравнения регрессии, чтобы сумма квадратов отклонений расчетных (теоретических) значений результативного признака от исходных была минимальной. Основным методом решения этой задачи является *метод наименьших квадратов* (МНК), разработанный К. Ф. Гауссом в начале XIX в.

Нормальные уравнения МНК для прямой линии регрессии являются системой двух уравнений с двумя неизвестными  $a$  и  $a_1$ . Система нормальных уравнений МНК для прямой линии регрессии имеет вид

$$\begin{cases} n \cdot a_0 + a_1 \cdot \sum x = \sum y, \\ a_0 \cdot \sum x + a_1 \cdot \sum x^2 = \sum y \cdot x. \end{cases} \quad (13.2)$$

Таким образом, параметры уравнения парной линейной регрессии (13.1) исчисляются по следующим формулам:

$$a_1 = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}; \quad (13.3)$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \cdot \bar{x}, \quad (13.4)$$

где  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$  – средние значения соответственно признака-фактора  $x$  и признака-результата  $y$ , которые можно рассчитать по формулам:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}; \quad (13.5)$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}; \quad (13.6)$$

$\overline{xy}$  – среднее значение из произведения признака-фактора  $x$  и признака-результата  $y$ , вычисляемое по формуле

$$\overline{xy} = \frac{\sum xy}{n}; \quad (13.7)$$

$\overline{x^2}$  – средняя квадратическая величина факторного признака, которую рассчитывают по формуле

$$\overline{x^2} = \frac{\sum x^2}{n}. \quad (13.8)$$

Коэффициент парной линейной регрессии (параметр)  $a_1$  в уравнении регрессии (13.1) имеет смысл показателя силы связи между вариацией факторного

признака  $x$  и результативного признака  $y$ . Он показывает, на сколько единиц изменится в среднем значение результативного признака при увеличении факторного признака на 1 единицу.

Так как знаменатель в формуле (13.3) представляет собой дисперсию признака  $x$ , следовательно, ее можно записать в следующем виде:

$$a_1 = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x^2}. \quad (13.9)$$

Параметр  $a_0$  в уравнении регрессии отражает усредненное влияние на результативный признак неучтенных (в исследовании) факторов (определяет начальное развитие).

**Проверка значимости регрессионной модели.** Чтобы использовать построенную регрессионную модель на практике, ее необходимо проверить на *адекватность* (т. е. соответствие фактическим данным).

На начальном этапе задается *уровень значимости* (как правило, обозначается как  $\alpha$ ), который показывает вероятность принятия ошибочного решения. Например, если  $\alpha$  принимается равным 0,05, то в среднем в пяти случаях из ста принятое решение о значимости (или незначимости) параметра будет ошибочным. Еще одним важным параметром при проверке значимости является *число степеней свободы*.

При этом значимость коэффициентов простой линейной регрессии оценивают с помощью *t-критерия Стьюдента*, значение которого для параметров  $a_0$  и  $a_1$  рассчитывают по формулам:

$$t_{a_0} = |a_0| \cdot \frac{\sqrt{n-2}}{\sigma_{\text{ост}}}; \quad (13.10)$$

$$t_{a_1} = |a_1| \cdot \frac{\sqrt{n-2}}{\sigma_{\text{ост}}} \cdot \sigma_x, \quad (13.11)$$

где  $\sigma_{\text{ост}}$  и  $\sigma_x$  – среднее квадратическое отклонение соответственно результативного признака  $y$  от выравненных значений  $\hat{y}$  и факторного признака  $x$ :

$$\sigma_{\text{ост}} = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y})^2}{n}}; \quad (13.12)$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}. \quad (13.13)$$

Вместо формул (13.10) и (13.11) для вычисления *t-критерия* можно использовать формулы:

$$t_{a_0} = \frac{a_0}{m_{a_0}}; \quad (13.14)$$

$$t_{a_1} = \frac{a_1}{m_{a_1}}, \quad (13.15)$$

где  $m_{a_0}$ ,  $m_{a_1}$  – величина случайной ошибки соответственно параметров  $a_0$  и  $a_1$ .

Для оценки значимости коэффициента корреляции используют *t-критерий Стьюдента*, значение которого при линейной связи рассчитывают по формуле

$$t_{\text{расч}} = r \cdot \sqrt{\frac{n - m - 1}{1 - r^2}}. \quad (13.16)$$

Рассчитанные по формулам (13.10), (13.11) и (13.16) значения *t-критерия* сравнивают с табличными значениями (критическими), которые находятся по таблицам Стьюдента с принятым уровнем значимости  $\alpha$  и числом степеней свободы  $\nu = n - m - 1$ . Если расчетное значение критерия превышает табличное  $t_{\text{расч}} > t_{\text{табл}}$  (приложение, табл. П.1), говорят о значимости (существенности) параметров уравнения регрессии и линейного коэффициента корреляции соответственно.

Проверку значимости регрессионной модели и коэффициента детерминации производят на основе *F-критерия Фишера*. Его значение вычисляют по формуле

$$F = \frac{r^2}{1 - r^2} \cdot \frac{(n - m - 1)}{m}, \quad (13.17)$$

где  $m$  – число факторных признаков (в уравнении парной регрессии  $m = 1$ ).

Если расчетное значение критерия превышает табличное  $F_{\text{расч}} > F_{\text{табл}}$  говорят о существенности коэффициента детерминации. Критическое (табличное) значение *F-критерия* находят по специальным таблицам при уровне значимости  $\alpha$  и числе степеней свободы  $\nu_1 = m$  и  $\nu_2 = n - m - 1$  (приложение, табл. П.2–П.3).

Чтобы оценить, с какой степенью достоверности построенное уравнение регрессии воспроизводит реальный характер зависимости результативного признака от факторного, рассчитывают *среднюю ошибку аппроксимации* по формуле

$$A = \frac{1}{n} \cdot \sum \frac{|y_i - \hat{y}_x|}{y_i} \cdot 100. \quad (13.18)$$

Чем меньше значение ошибки аппроксимации, тем ближе расчетные уровни признака, полученные с помощью уравнения регрессии, к их фактическим значениям. Чтобы построенная регрессионная модель считалась адекватной реальным данным, средняя ошибка аппроксимации не должна превышать 12–15 %.

**Оценка прогнозных значений.** Как правило, регрессионные модели используют для прогнозирования возможных значений результативного признака.

*Прогнозируемое точечное значение* результативного признака получают на основе подстановки в уравнение регрессии ожидаемой величины факторного признака.

Для нахождения *доверительного интервала прогноза* на начальном этапе вычисляют среднюю ошибку прогнозного значения результативного признака, рассчитанного при значении факторного признака  $x_k$  по формуле



$$m_{\hat{y}_{\text{пр}}} = s_{y_{\text{ост}}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_k - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2}}, \quad (13.19)$$

где  $n$  – объем выборки;

$s_{y_{\text{ост}}}$  – среднее квадратическое отклонение результативного признака с учетом степеней свободы, рассчитываемое по формуле

$$s_{y_{\text{ост}}} = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y})^2}{n - m - 1}}. \quad (13.20)$$

Границы доверительного интервала прогноза рассчитываются с заданным уровнем вероятности по формуле

$$\hat{y}_{\text{пр}} - t \cdot m_{\hat{y}_{\text{пр}}} \leq \hat{y}_{\text{пр}} \leq \hat{y}_{\text{пр}} + t \cdot m_{\hat{y}_{\text{пр}}}, \quad (13.21)$$

где  $t$  – критерий Стьюдента.

**Нелинейные связи.** Для некоторых зависимостей представление их в линейной форме приводит к большим ошибкам аппроксимации и ложным выводам на основе этих моделей, поэтому в дополнение к парной линейной связи встречаются и нелинейные связи, выраженные параболой, гиперболой и др. (см. табл. 13.1).

Равноускоренное изменение результативного признака при равномерном изменении факторного признака свидетельствует о параболической связи между признаками. *Уравнение регрессии в форме параболы второго порядка* имеет вид

$$\hat{y} = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2. \quad (13.22)$$

В отличие от линейной формы связи (когда среднее изменение результативного признака на единицу фактора постоянно) при параболической связи изменение фактора  $x$  на единицу результативного признака  $y$  меняется равномерно с изменением фактора. Вследствие этого связь может даже поменять знак на противоположный: из прямой превратиться в обратную и наоборот.

*Показательная (степенная) функция* в случае парной зависимости имеет вид

$$\hat{y} = a_0 \cdot x^{a_1}. \quad (13.23)$$

На начальном этапе с помощью логарифмирования показательную функцию приводят в линейный вид, а затем используют метод наименьших квадратов для нахождения параметров уравнения регрессии.

Гиперболическая зависимость применяется, как правило, тогда, когда связь между признаками является обратной. *Уравнение регрессии в форме гиперболы* представлено формулой

$$\hat{y} = a_0 + \frac{a_1}{x}. \quad (13.24)$$

Если величина параметра  $a_1 > 0$ , то рост значений факторного признака  $x$  влечет снижение значений результативного признака  $y$ , причем это уменьшение постепенно замедляется и наоборот. Таким образом, зависимости, представленные гиперболой, характерны, как правило, для связей, в которых результативный

признак не может варьировать неограниченно (его вариация имеет односторонний предел).

Параметры большинства моделей (как и в случае линейных зависимостей) оцениваются на основе метода наименьших квадратов, некоторые из них путем математических преобразований можно привести к линейному виду.

**Множественное уравнение регрессии.** С учетом того, что многие социально-экономические явления складываются под влиянием не одного, а целого ряда факторов, широкое распространение в статистике получили многофакторные регрессионные модели. Многофакторный корреляционно-регрессионный анализ позволяет произвести статистическую оценку влияния на результативный признак каждого из включенных в уравнение факторов (как изолированное влияние отдельных факторов, так и совокупное влияние факторов), *например*, оценку зависимости объема продаж от цен, объемов рекламы и качества обслуживания.

После выбора типа функции (формы связи) задача статистики сводится к нахождению параметров уравнения регрессии (по способу наименьших квадратов, как и в случае парной регрессии).

Если исследуется влияние двух и более факторов на динамику результативного признака, можно использовать уравнение множественной линейной регрессии (см. табл. 13.1):

$$\hat{y} = a_0 + a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \dots + a_n \cdot x_n. \quad (13.25)$$

Коэффициенты (параметры) уравнения регрессии (13.25) являются именованными величинами и выражены в разных единицах измерения, поэтому они несравнимы друг с другом. Для их преобразования в сопоставимый вид используют *стандартизованные коэффициенты регрессии*, вычислить которые можно по формуле

$$\beta_j = a_j \cdot \frac{\sigma_{x_j}}{\sigma_y}, \quad (13.26)$$

где  $a_j$  – коэффициент регрессии при факторе  $x_j$ .

Стандартизованный коэффициент регрессии показывает, на какую часть среднего квадратического отклонения изменяется результативный признак при изменении соответствующего факторного признака на величину его среднего квадратического отклонения.

Для удобства интерпретации параметров уравнения регрессии используют частные теоретические коэффициенты эластичности, рассчитать которые можно, используя формулу

$$\varepsilon_{x_j} = a_j \cdot \frac{\bar{x}_j}{\bar{y}}. \quad (13.27)$$

Интерпретируют полученное значение коэффициента эластичности следующим образом: при изменении факторного признака на 1 % результативный признак возрастет на такую же величину в процентах от среднего значения.

### **Условия применения корреляционно-регрессионного метода анализа.**

Практика применения метода корреляционно-регрессионного анализа позволила сформулировать отдельные рекомендации и условия использования этого метода в статистике [5]:

1) наличие причинно-следственной связи между факторными и результативными признаками;

2) наличие данных по достаточно большой совокупности явлений: число наблюдений должно быть не менее чем в 5–6 раз больше числа отобранных в корреляционно-регрессионную модель факторов;

3) не рекомендуется включать в регрессионную модель факторы, слабо связанные с результативным признаком;

4) недопустимо включать в уравнение регрессии факторы, функционально связанные друг с другом (коэффициенты парной корреляции для которых равны 1);

5) признаки-факторы (при построении множественного уравнения регрессии) не должны быть *мультиколлинеарны*, т. е. находиться друг с другом в тесной взаимосвязи;

б) в анализ должны включаться показатели, имеющие нормальное (или близкое к нормальному) распределение.

**Корреляционно-регрессионный анализ в MS EXCEL.** С помощью функции **ЛИНЕЙН** в модуле *Анализ* возможно определить параметры уравнения линейной регрессии.

На основе инструмента анализа данных **РЕГРЕССИЯ**, помимо результатов регрессионной статистики, дисперсионного анализа и доверительных интервалов, возможно получить остатки и графики подбора линии регрессии, остатков и нормальной вероятности.

### **13.2. Темы индивидуальных работ**

1. Общие принципы построения регрессионных моделей.
2. Корреляционно-регрессионный анализ демографических показателей Республики Беларусь (по выбору студента).
3. Корреляционно-регрессионный анализ социально-экономических показателей Республики Беларусь (по выбору студента).
4. Корреляционно-регрессионный анализ в исследованиях финансовой деятельности.

### **13.3. Вопросы и задания для самоконтроля**

1. Какова цель регрессионного анализа?
2. Запишите уравнение парной регрессии. Что характеризуют параметры данного уравнения?
3. Напишите формулы расчета параметров уравнения парной регрессии.
4. Для чего используют *F*-критерий Фишера?
5. Запишите формулу расчета коэффициентов эластичности. Для каких целей их используют?

6. Что такое стандартизованные  $\beta$ -коэффициенты? Для чего они используются в корреляционно-регрессионном анализе?

7. С помощью какого критерия возможно оценить адекватность уравнения регрессии?

8. В чем заключается сущность метода наименьших квадратов?

9. Назовите основные условия применения метода корреляционно-регрессионного анализа.

10. С какой целью рассчитывают среднюю ошибку аппроксимации? Запишите формулу ее расчета.

### 13.4. Тестовые задания

1. Укажите, какой статистический метод лежит в основе расчета параметров уравнения регрессии:

- а) индексный;
- б) изучения рядов динамики;
- в) выборочный;
- г) наименьших квадратов;
- д) расчета показателей вариации.

2. Укажите, что отражает коэффициент детерминации в корреляционно-регрессионном анализе:

- а) относительное изменение результативного признака в отчетном периоде по сравнению с базисным периодом;
- б) усредненное влияние на результативный признак неучтенных в исследовании факторов;
- в) долю вариации (дисперсии) результативного признака, объясняемую вариацией изучаемых факторов;
- г) насколько изменяется в среднем значение результативного признака при увеличении факторного признака на 1 единицу.

3. Укажите, какой критерий используют для оценки значимости построенного уравнения регрессии:

- а) агрегатный индекс;
- б) линейный коэффициент корреляции;
- в)  $F$ -критерий Фишера;
- г) среднее значение результативного признака;
- д) коэффициент вариации;
- е) коэффициент осцилляции.

4. Укажите, в каком случае используется в анализе уравнение множественной регрессии:

- а) если исследуется влияние одного факторного признака на динамику результативного признака;

б) если исследуется влияние двух и более факторных признаков на изменение результативного признака;

в) если исследуется взаимосвязь одного факторного признака и двух и более результативных признаков.

### 13.5. Примеры решения типовых задач

**Пример 13.1.** Имеются данные по 10 крупным промышленным ассоциациям (табл. 13.2).

Таблица 13.2

Инвестиции и прибыль по 10 промышленным ассоциациям

Ассоциация	Инвестиции, тыс. ден. ед.	Прибыль, тыс. ден. ед.
1	25	320
2	28	390
3	30	520
4	20	160
5	35	440
6	27	500
7	45	920
8	54	980
9	14	150
10	46	680

Необходимо:

1) для характеристики зависимости прибыли промышленной ассоциации ( $y$ ) от инвестиций в научно-техническое развитие ( $x$ ) *построить* уравнение парной регрессии;

2) *рассчитать* линейный коэффициент корреляции и коэффициент детерминации;

3) *оценить* статистическую значимость построенного уравнения.

Сделайте выводы.

#### Решение

1) Для определения параметров уравнения составим вспомогательную расчетную таблицу (табл. 13.3).

Таблица 13.3

Расчетная таблица

Ассоциация	$x$	$y$	$xy$	$x^2$	$y^2$
1	25	320	8000	625	102 400
2	28	390	10 920	784	152 100
3	30	520	15 600	900	270 400
4	20	160	3200	400	25 600
5	35	440	15 400	1225	193 600
6	27	500	13 500	729	250 000
7	45	920	41 400	2025	846 400
8	54	980	52 920	2916	960 400
9	14	150	2100	196	22 500
10	46	680	31 280	2116	462 400
<i>Итого</i>	324	5 060	194 320	11 916	3 285 800

Вычислим необходимые элементы для расчета параметров уравнения регрессии:

а) среднее значение размера инвестиций:  $\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{324}{10} = 32,4$  тыс. ден. ед.;

б) средняя величина прибыли:  $\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{5060}{10} = 506,0$  тыс. ден. ед.;

в)  $\overline{xy} = \frac{\sum xy}{n} = \frac{194\,320}{10} = 19\,432$ ;

г)  $\overline{x^2} = \frac{\sum x^2}{n} = \frac{11\,916}{10} = 1191,6$ .

Тогда параметры уравнения регрессии вычислим по формулам:

$$a_1 = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = \frac{19\,432 - 32,4 \cdot 506,0}{1191,6 - (32,4)^2} = \frac{3037,6}{141,84} = 21,42;$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \cdot \bar{x} = 506,0 - 21,42 \cdot 32,4 = -188,0.$$

Таким образом, получено уравнение парной регрессии:

$$\hat{y} = -188,00 + 21,42 \cdot x.$$

С увеличением инвестиций на научно-техническое развитие ассоциаций на 1 тыс. ден. ед. прибыль возрастает в среднем на 21,42 тыс. ден. ед.

2) Тесноту линейной связи оценим с помощью парного коэффициента корреляции, который вычислим по формуле

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_y \cdot \sigma_x} = \frac{19\,432 - 32,4 \cdot 506,0}{269,34 \cdot 11,91} = 0,947.$$

где  $\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{1418,4}{10}} = 11,91$  тыс. ден. ед.;

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n}} = \sqrt{\frac{725\,440}{10}} = 269,34 \text{ тыс. ден. ед.}$$

Как показывают расчеты, связь между инвестициями в научно-техническое развитие ассоциации и размером получаемой прибыли очень тесная.

Это же значение коэффициента корреляции можно получить по формуле

$$r = a_1 \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = 21,42 \cdot \frac{11,91}{269,34} = 0,947.$$

Коэффициент детерминации составляет  $r^2 = 0,947^2 = 0,897$ , следовательно, 89,7 % вариации прибыли ( $y$ ) объясняется вариацией фактора  $x$  – размером инвестиций.

3) Значимость построенного уравнения оценим с помощью  $F$ -критерия Фишера, который вычислим по формуле

$$F = \frac{r^2}{1 - r^2} \cdot \frac{(n - m - 1)}{m} = \frac{0,897}{1 - 0,897} \cdot \frac{10 - 1 - 1}{1} = 69,67.$$

Табличное значение  $F$ -критерия при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  и числе степеней свободы  $\nu_1 = m = 1$  и  $\nu_2 = n - m - 1 = 10 - 1 - 1 = 8$  равняется 5,32 (приложение, табл. П.2).

Так как  $F_{\text{расч}} > F_{\text{табл}}$ , построенное уравнение регрессии и коэффициент детерминации являются статистически значимыми.

**Пример 13.2.** Крупная компания, производящая микрочипы, заказала исследование, направленное на оценку зависимости объема сбыта ( $y$ , тыс. ден. ед.) по 25 филиалам от затрат на научно-исследовательские разработки ( $x$ , тыс. ден. ед.).

Получено следующее уравнение регрессии:  $\hat{y} = 25,8 + 1,2 \cdot x$  (при коэффициенте детерминации  $r^2 = 0,772$ ).

Необходимо:

- 1) *пояснить* полученные результаты;
- 2) *определить* линейный коэффициент корреляции,  $F$ -критерий и *оценить* значимость уравнения регрессии.

Сделайте выводы.

### Решение

1) Коэффициент детерминации  $r^2 = 0,772$  показывает, что вариация объема сбыта (результативного признака) на 77,2 % обусловлена колеблемостью факторного признака (затраты на научно-исследовательские разработки).

Параметр  $a_1 = 1,2$  показывает, что при росте затрат на научно-исследовательские разработки на 1 тыс. ден. ед. объем продаж микрочипов возрастает на 1,2 тыс. ден. ед.

2) Линейный коэффициент корреляции составит  $r = \sqrt{r^2} = \sqrt{0,772} = 0,879$ , следовательно, связь между факторным и результативным признаком тесная.

Для оценки значимости уравнения регрессии вычислим  $F$ -критерий Фишера по формуле

$$F = \frac{r^2}{1 - r^2} \cdot \frac{(n - m - 1)}{m} = \frac{0,772}{1 - 0,772} \cdot \frac{25 - 1 - 1}{1} = 77,9.$$

Табличное значение  $F$ -критерия при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  и числе степеней свободы  $\nu_1 = m = 1$  и  $\nu_2 = n - m - 1 = 25 - 1 - 1 = 23$  равняется 4,28 (приложение, табл. П.2).

Так как  $F_{\text{расч}} > F_{\text{табл}}$ , построенное уравнение регрессии и коэффициент детерминации являются статистически значимыми.

## 13.6. Задачи

**Задача 13.1.** По 20 районным центрам проведено исследование, направленное на оценку зависимости расходов населения на покупку рыбы и рыбопродуктов ( $y$ , руб.) от среднедневной заработной платы ( $x_1$ , руб.) и средней цены 1 кг рыбы и рыбопродуктов ( $x_2$ , руб.).

Получены следующие результаты:

- 1) уравнение множественной регрессии:  $\hat{y} = 4,5 + 0,8 \cdot x_1 - 1,6 \cdot x_2$ ;
- 2) среднее значение  $y$ :  $\bar{y} = 34$  руб.;
- 3) среднее значение  $x_1$ :  $\bar{x}_1 = 47$  руб.;
- 4) среднее значение  $x_2$ :  $\bar{x}_2 = 21$  тыс. руб.;
- 5) множественный коэффициент корреляции:  $R = 0,447$ .

Необходимо:

1) *пояснить* полученные результаты (параметры уравнения регрессии, множественный коэффициент корреляции);

2) *рассчитать* коэффициенты эластичности,  $F$ -критерий и *оценить* значимость уравнения регрессии при  $\alpha = 0,05$  (приложение, табл. П.2).

Сделайте выводы.

**Задача 13.2.** По 20 рекламным агентствам получены следующие результаты регрессионного анализа зависимости объема заключенных контрактов ( $y$ ) от численности сотрудников ( $x_1$ , чел.) и среднегодовой стоимости реализации проекта ( $x_2$ , тыс. руб.) (табл. 13.4).

Таблица 13.4

Результаты регрессионного анализа

Множественный коэффициент корреляции	???
Множественный коэффициент детерминации	0,507
Уравнение регрессии	$\hat{y} = 10,1 + ??? \cdot x_1 - 0,8 \cdot x_2$
Случайные ошибки параметров	(???) (1,9) (2,1)
$t$ -критерий для параметров	(4,7) (5,2) (???)

Необходимо:

1) *восстановить* пропущенные характеристики;

2) с уровнем значимости  $\alpha = 0,05$  *оценить* значимость построенной регрессионной модели с помощью  $F$ -критерия Фишера (приложение, табл. П.2).

Дайте пояснения результатам анализа (параметры уравнения, множественные коэффициенты корреляции и детерминации).

**Задача 13.3.** Получены данные о величине инвестиций по 12 маркетинговым проектам и размере полученной в результате вложений прибыли (табл. 13.5).

Таблица 13.5

Инвестиции в развитие проекта и размер полученной прибыли

Номер проекта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Инвестиции в развитие проекта, тыс.	12	18	30	13	15	16	24	17	22	25	22	14
Прибыль, тыс. руб.	10	15	25	6	12	15	20	16	21	24	21	10

Для определения взаимосвязи между рассматриваемыми показателями:

1) *постройте* уравнение регрессии зависимости размера полученной прибыли от величины инвестиций;

2) *исчислите* коэффициенты корреляции и детерминации;



3) *рассчитайте*  $t$ -критерий Стьюдента и *оцените* значимость коэффициента корреляции с уровнем значимости  $\alpha = 0,05$  (приложение, табл. П.1).

4) *рассчитайте*  $F$ -критерий Фишера и *оцените* значимость уравнения регрессии с уровнем значимости  $\alpha = 0,05$  (приложение, табл. П.2).

Сделайте выводы.

**Задача 13.4.** В результате исследования были получены данные о размерах среднегодовой стоимости основных средств и годового объема выпущенной продукции по 20 промышленным предприятиям (табл. 13.6).

Таблица 13.6

Среднегодовая стоимость основных средств  
и стоимость выпущенной продукции

Номер завода	Среднегодовая стоимость основных средств, тыс. руб.	Стоимость выпущенной продукции, млн руб.
1	40	47
2	42	43
3	48	50
4	50	57
5	59	52
6	63	68
7	66	74
8	70	95
9	74	93
10	81	120
11	86	140
12	91	130
13	98	124
14	100	99
15	110	183
16	115	155
17	120	172
18	127	142
19	132	240
20	138	220

Для определения взаимосвязи между рассматриваемыми показателями:

1) *постройте* уравнение регрессии зависимости объема стоимости произведенной продукции от среднегодовой стоимости основных средств;

2) *исчислите* коэффициенты корреляции и детерминации;

3) *рассчитайте*  $F$ -критерий Фишера и *оцените* значимость уравнения регрессии с уровнем значимости  $\alpha = 0,01$  (приложение, табл. П.3).

Сделайте выводы.

**Задача 13.5.** Зависимость между расходами на покупку цитрусовых фруктов в регионе ( $y$ ) и номинальной средней заработной платой ( $x$ ) выражена уравнением  $\hat{y} = 2,8 + 0,5 \cdot x$ .

Известны средние квадратические отклонения факторного и результативного признаков:  $\sigma_x = 14,4$  руб.,  $\sigma_y = 17,5$  руб.

Определите значение парного коэффициента корреляции.

Сделайте выводы.

**Задача 13.6.** Постройте уравнение линейной регрессии по данным об уровне рождаемости и величине среднедушевого дохода по 15 городам (табл. 13.7).

Таблица 13.7

Коэффициент рождаемости и среднедушевой доход

Номер города	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Коэффициент рождаемости (число родившихся на 1000 чел.)	12,0	9,8	10,5	10,0	11,2	11,4	11,8	12,5	12,3	9,9	10,4	11,6	12,6	12,4	12,8
Среднедушевой доход, тыс. руб.	575	500	550	500	540	535	565	600	580	515	540	522	510	585	574

Для характеристики зависимости между приведенными показателями *рассчитайте*:

- 1) коэффициент эластичности;
- 2) коэффициенты корреляции и детерминации;
- 3)  $F$ -критерий Фишера.

Оцените значимость уравнения регрессии с уровнем значимости  $\alpha=0,01$  (приложение, табл. П.3).

Сделайте выводы.

**Задача 13.7.** Для оценки зависимости объема продаж мясных изделий ( $y$ , тыс. руб.) от среднего числа розничных торговых точек ( $x_1$ , ед.) и численности населения в регионе ( $x_2$ , тыс. чел.) было обследовано 80 районных центров.

Результаты представлены в табл. 13.8.

Таблица 13.8

Результаты регрессионного анализа

Множественный коэффициент корреляции	0,743		
Множественный коэффициент детерминации	???		
Уравнение регрессии	$y = ??? + 2,3 \cdot x_1 + 1,2 \cdot x_2$		
Стандартные ошибки параметров	(1,1)	(0,9)	(???)
$t$ -критерий для параметров	(4,6)	(???)	(1,8)

Необходимо:

- 1) *восстановить* пропущенные характеристики;
- 2) с уровнем значимости  $\alpha = 0,05$  *оценить* значимость построенной регрессионной модели с помощью  $F$ -критерия Фишера (приложение, табл. П.2).

Дайте пояснения результатам анализа (параметры уравнения, множественные коэффициенты корреляции и детерминации).

**Задача 13.8.** Крупная компания, производящая бытовые приборы, заказала исследование, направленное на оценку зависимости объема сбыта ( $y$ , тыс. ден. ед.) по 25 филиалам от затрат на научно-исследовательские разработки ( $x$ , тыс. ден. ед.).

Получено следующее уравнение регрессии:  $\hat{y} = 25,8 + 0,5 \cdot x$  при коэффициенте детерминации  $r^2=0,722$ .

Необходимо:

- 1) *пояснить* полученные результаты;
- 2) *определить* линейный коэффициент корреляции,  $t$ -критерий,  $F$ -критерий и *оценить* значимость коэффициента корреляции и уравнения регрессии в целом ( $\alpha = 0,01$ ; приложение, табл. П.3).

Сделайте выводы.

**Задача 13.9.** Запишите уравнение парной линейной регрессии, имея следующие условные данные:  $\bar{x}=15$ ,  $\bar{x}^2=289$ ,  $\bar{y}=50$ ,  $\sigma_y = 4$ ,  $r_{xy} = 0,6$ .

**Задача 13.10.** По данным задачи 12.3 необходимо:

- 1) *построить* уравнение регрессии, описывающее взаимосвязь между уставным фондом и прибылью банка;
- 2) *рассчитать*  $F$ -критерий Фишера и *оценить* значимость уравнения регрессии с уровнем значимости  $\alpha = 0,05$  (приложение, табл. П.2).

Сделайте выводы.

**Задача 13.11.** По данным задачи 12.10 необходимо:

- 1) *построить* уравнение регрессии, описывающее взаимосвязь между процентной ставкой и объемом выданных кредитов;
- 2) *рассчитать*  $F$ -критерий Фишера и *оценить* значимость уравнения регрессии с уровнем значимости  $\alpha = 0,01$  (приложение, табл. П.3).

Сделайте выводы.

**Задача 13.12.** Имеются данные по 12 районным центрам страны (табл. 13.9).

Таблица 13.9

Уровень занятости и средняя заработная плата по 12 районным центрам

Номер района	Уровень занятости, %	Средняя номинальная начисленная заработная плата, ден. ед.
1	63,0	1345
2	67,5	1460
3	69,0	1340
4	64,0	1298
5	63,6	1310
6	70,0	1425
7	68,4	1245
8	66,2	1297
9	61,9	1355
10	65,3	1400
11	71,2	1470
12	67,9	1380

Необходимо:

- 1) *построить* уравнение регрессии, описывающее взаимосвязь между средней заработной платой и уровнем занятости;
- 2) *вычислить* коэффициенты корреляции и детерминации;
- 3) *рассчитать*  $F$ -критерий Фишера и *оценить* значимость уравнения регрессии с уровнем значимости  $\alpha = 0,05$  (приложение, табл. П.2).

Сделайте выводы.

#### Ответы

**13.1.** 2) 1,106 %; -0,988 %; 6,87; **13.2.** 2) 8,741; **13.3.** 2) 0,946; 0,895; 3) 9,227; 4) 85,24; **13.4.** 2) 0,934; 0,872; 3) 122,625; **13.5.** 2) 0,411; **13.6.** 1) 1,082; 2) 0,698; 0,487; 3) 12,34; **13.7.** 47,45; **13.8.** 2) 0,850; 7,738; 59,73; **13.10.** 2) 94,54; **13.11.** 2) 15,83; **13.12.** 2) 0,421; 0,177; 3) 2,15.

## 14. СТАТИСТИКА РЫНКА ТОВАРОВ И УСЛУГ

### 14.1. Теоретические сведения

**Предмет и задачи статистики рынка товаров и услуг.** Развитие рыночных отношений, углубление межгосударственных связей, расширение рынков сбыта и сферы электронного бизнеса обуславливают выделения специфической отрасли статистики – статистики рынка товаров и услуг.

*Статистика рынка товаров и услуг* представляет собой особый раздел социально-экономической статистики, в котором изучается состояние и развитие рынка, его масштабы и состав, основные тенденции и закономерности, причинно-следственные связи и др.

*Предметом статистики рынка товаров и услуг* является количественная оценка массовых рыночных явлений, связей, отношений и процессов в неразрывной связи с их качественным содержанием в конкретных условиях места и времени. То есть статистика изучает рыночные отношения, процессы движения продукции, региональную структуру рынка, социально-экономические результаты функционирования рынка и др. [10].

*Основная цель статистики рынка* заключается в объективной и полной оценке состояния рынка на конкретный момент времени, выявлении и оценке закономерностей и тенденций его развития, характеристике его структуры и региональных особенностей.

Задачи статистики рынка делятся на две группы (рис. 14.1): *функциональные* (решаются в результате статистического исследования рынка в целом) и *специальные* (связанные со спецификой локальных рынков).

Задачи статистики рынка	
<p><i>Функциональные задачи:</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>✓ сбор и обработка статистической информации;</li><li>✓ статистическая оценка и анализ конъюнктуры рынка;</li><li>✓ характеристика структуры и пропорций рынка;</li><li>✓ региональный анализ рынка;</li><li>✓ изучение закономерностей развития и взаимосвязей и др.</li></ul>	<p><i>Специальные задачи:</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>✓ изучение спроса, предложения и тенденций их развития;</li><li>✓ исследование динамики цен и ценообразования;</li><li>✓ анализ процессов товарооборота и товарооборачиваемости;</li><li>✓ оценка состояния и развития инфраструктуры рынка;</li><li>✓ изучение функционирования товарной биржи и др.</li></ul>

Рис. 14.1. Задачи статистики рынка товаров и услуг

Решение перечисленных задач предоставит возможность провести детальный и всесторонний анализ ключевых рыночных процессов, выявить основные тенденции и осуществить прогнозирование развития рынка.

Информационными источниками статистики рынка товаров и услуг являются показатели статистической отчетности, результаты опросов потребителей и производителей, данные выборочного обследования домашних хозяйств по уровню жизни, результаты мониторинга основных параметров развития рынка и торговых переписей и др.

Основой методологии статистики рынка товаров и услуг выступают методы общей теории статистики и эконометрического моделирования.

**Система показателей статистики рынка товаров и услуг.** Рынок товаров и услуг представляет собой сложную и многоуровневую систему, поэтому для статистической оценки и характеристики его развития используется система взаимосвязанных показателей [10]. В табл. 14.1 отражены основные блоки показателей статистики рынка товаров и услуг.

Таблица 14.1

Система показателей статистики рынка товаров и услуг

Блок показателей	Составные элементы
1. Показатели состояния и формирования рынка (конъюнктуры рынка)	– Показатели предложения и покупательского спроса; – показатели масштаба рынка и деловой активности; – показатели скорости и тенденций развития рынка; – показатели сбалансированности рынка и др.
2. Показатели статистики цен	– Уровень и структура цен; – индексы цен (индекс потребительских цен, цен производителей и т. д.); – вариация цен; – уровень инфляции и др.
3. Показатели статистики товародвижения и товарооборота, товарных запасов и товарооборачиваемости	– Показатели объема и структуры товарооборота; – звенность товарооборота; – показатели оборачиваемости товарных запасов; – показатели равномерности и ритмичности поставок продукции и др.
4. Показатели статистики рыночной инфраструктуры	– Показатели материально-технического обеспечения рыночного процесса; – показатели состояния и движения трудовых ресурсов; – показатели информационного обеспечения и др.
5. Показатели статистики эффективности функционирования рынка	– Показатели эффективности рыночных процессов; – показатели статистики финансовых результатов и др.

Каждый из показанных в табл. 14.1 показателей дифференцируется в зависимости от типа изучаемого рынка, этапа товародвижения и др. Некоторые показатели относятся одновременно к нескольким блокам системы.

**Статистика конъюнктуры рынка.** Понятие «конъюнктура» происходит от лат. слова *conjungo* (соединяю, связываю).

**Рыночная конъюнктура** представляет собой конкретную экономическую ситуацию, которая сложилась на рынке на данный момент времени (или за некоторый период времени) под воздействием совокупности условий и факторов.

Конъюнктура рынка товаров наряду с конъюнктурой рынка инвестиций, ценных бумаг, рынка труда является составной частью совокупной экономической конъюнктуры – все эти элементы взаимодействуют друг с другом и оказывают влияние друг на друга.

Исследование и анализ конъюнктуры рынка позволяет дать оценку состояния рынка, выявить основные закономерности развития, осуществить прогнозирование основных характеристик. Информационной базой статистики конъюнктуры рынка являются статистическая отчетность предприятий торговли и услуг, данные опросов потребителей и маркетологов, экспертные оценки, прогнозные значения, информация с выставок и ярмарок и др. [9].

Показатели, используемые при статистическом анализе конъюнктуры рынка, объединяются в несколько групп (см. табл. 14.1):

1. Оценить объем, структуру и динамику предложения и спроса, потенциал предложения и емкость рынка позволяют **показатели предложения и покупательского спроса** на товары и услуги.

*Предложение продукции* представляет собой объем товаров и услуг, предназначенных для продажи и предлагаемых покупателю в течение определенного периода по рыночной цене.

*Покупательский спрос* отражает потребность в товарах и услугах, обеспеченную деньгами и предъявленную на рынке.

Потенциал рынка образуется из двух важных элементов: производственный потенциал (лежит в основе товарного предложения) и потребительский потенциал (проявляется в виде емкости рынка).

*Производственный потенциал* охватывает объем товарной массы, которая может быть произведена и (или) приобретена по импорту и доставлена на рынок за определенный промежуток времени.

Потребительский потенциал рынка формируется на основе покупательского спроса и отражается показателем емкости рынка.

*Емкость рынка* охватывает количество товаров, которое рынок способен поглотить (приобрести) за определенный период времени и на сложившихся условиях.

*Насыщенность рынка*, как правило, оценивают экспертным путем или на основе выборочных специальных обследований.

2. **Масштаб рынка и деловая активность** характеризуется числом участников рыночного процесса (и их распределением по различным признакам), числом заключенных сделок, объемом товарооборота, составом портфеля заказов, объемом заказов и др.

3. Для оценки **скорости и тенденций развития рынка** используют показатели вариации, трендовые и адаптивные модели, модели цикличности, аналитические и средние показатели динамики, метод сезонной декомпозиции и вычисления сезонной волны и др.

4. **Сбалансированность рынка** характеризуется соотношением спроса и предложения, товарной структурой товарооборота, эластичностью спроса и предложения, уровнем риска и др.

*Эластичность спроса и предложения* отражает реакцию рынка на изменение социально-экономических условий и факторов. Эмпирический коэффициент эластичности рассчитывается по формулам:

$$\varepsilon = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{\bar{y}}{\bar{x}}; \quad (14.1)$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{y_0}{x_0}; \quad (14.2)$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta Iy}{\Delta Ix}, \quad (14.3)$$

где  $y$  – результативный признак (объем спроса, предложения);

$x$  – факторный признак (цена на товар, среднедушевой доход и др.).

Коэффициент эластичности показывает, на сколько процентов изменяется результативный признак при изменении факторного признака на 1 %. Для интерпретации коэффициента эластичности используют критерии, показанные в табл. 14.2.

Таблица 14.2

Интерпретация коэффициентов эластичности

Критерий	Интерпретация
При $ \varepsilon  < 1$	<i>Инфраэластичность</i> : товар считается малоэластичным или неэластичным
При $ \varepsilon  = 1$	Товар является <i>слабоэластичным</i>
При $ \varepsilon  > 1$	<i>Ультраэластичность</i> : товар является эластичным или очень эластичным

Недостатком эмпирического коэффициента эластичности является то, что он позволяет оценивать влияние только одного фактора. Для того чтобы учесть влияние нескольких факторов, рассчитывают теоретические коэффициенты эластичности на основе многофакторного уравнения регрессии по формуле (13.27).

Оценка и анализ конъюнктуры рынка являются основой для принятия решений и организации конкурентной борьбы.

*Конкурентная борьба* представляет собой совокупность действий фирмы, направленных на достижение конкурентного преимущества, на завоевание прочных позиций на рынке и др.

Место фирмы на рынке оценивают с помощью нескольких показателей [9]:

1. *Доля на рынке* ( $d_i$ ) обобщенно отражает результаты конкурентной борьбы и определяется на основе общего объема продаж какого-либо товара в регионе, отрасли и др. Предприятие является доминирующим на рынке, если  $d_i$  превышает 65 %, лидером – при  $d_i$  40–65 %, претендентом на лидерство с сильной конкурентной позицией – при  $d_i$  20–40 %.

2. *Коэффициент относительной доли рынка* позволяет сравнить долю фирмы на рынке ( $d_i$ ) с долей конкурирующей фирмы ( $d_k$ ):

$$k_d = \frac{d_i}{d_k}. \quad (14.4)$$

Если  $k_d > 1$ , доля фирмы оценивается как высокая.

3. *Степень концентрации* отражает неравномерность распределения признака внутри совокупности (не связанную с общим ее объемом), оценивается графически по методике построения кривой Лоренца и с помощью коэффициента Джини.



4. *Уровень централизации* определяет сосредоточение значительных объемов признака у отдельных единиц совокупности или неравномерность его распределения с учетом объемов совокупности. Оценивается на основе коэффициента централизации (индекса Герфиндаля):

$$I_z = \sum_{j=1}^n \left( \frac{y_j}{\sum y_j} \right)^2, \quad (14.5)$$

где  $y_j$  – объем продаж у  $j$ -й фирмы;

$n$  – общее число фирм на рынке.

Индекс принимает значения от 0 (условия совершенной конкуренции, когда много фирм контролируют малую долю рынка) до 1 (когда на рынке действует только одна фирма, производящая 100 % выпуска).

**Показатели статистики цен. Методика расчета индекса потребительских цен.** Одним из важнейших блоков показателей статистики рынка товаров и услуг выступают цены – важнейший элемент рыночного механизма.

Оценка уровня цен является исходным этапом в изучении цен. Выбор формулы для расчета средней цены зависит от имеющейся информации: если веса каждой цены (объем продаж) являются одинаковыми постоянными, используют формулу *средней арифметической простой*, если известен объем продаж – формулу *средней арифметической взвешенной*. При известных значениях выручки от реализации продукции используют формулу *средней гармонической взвешенной*.

*Структура цены* на отдельный товар складывается под влиянием конъюнктуры рынка, технологии продаж, административного и налогового регулирования. При статистическом анализе используются относительные показатели структуры, обобщающие показатели структурных изменений и др. [9].

Для оценки *динамики цен* по совокупности товаров применяют общие индексы цен в агрегатной и средней форме, а при исследовании динамики среднего уровня цен по нескольким торговым точкам высчитывают систему индексов переменного, постоянного состава и структурных сдвигов. *Сравнение уровней цен* по различным регионам осуществляется с помощью территориальных индексов (см. разд. 10).

Исследование *вариации цен* в пределах одного товара (однородной товарной группы) или относительно территории либо устойчивости цен во времени осуществляют с помощью абсолютных (размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсия и среднее квадратическое отклонение) и относительных показателей вариации (коэффициент осцилляции, коэффициент среднего линейного отклонения и коэффициент вариации) (см. разд. 5).

При изучении колеблемости цен во времени строят уравнение тренда (отражающее тенденцию их изменения), оценивают сезонный характер изменения месячных уровней цен (на основе индексов сезонности), рассчитывают прогнозные значения.

Система индексов цен, рассчитываемых органами государственной статистики, включает индексы цен и тарифов на товары и услуги на потребительском рынке, цен производителей промышленной и сельскохозяйственной продукции, внешней торговли, тарифов на перевозку грузов и услуг связи. Эти индексы цен рассчитываются по данным государственных статистических наблюдений за ценами на товары (услуги)-представители.

*Инфляция* представляет собой повышение общего уровня цен и обесценение денег, вызванное, как правило, нарушением равновесия между денежной массой и товарным покрытием.

Одним из измерителей инфляции денежных доходов населения выступает *индекс потребительских цен (ИПЦ)*, который характеризует изменение во времени стоимости фиксированного потребительского набора товаров и услуг, фактически приобретаемых населением для непродовольственного потребления [2].

Этот индекс используется для анализа и прогноза ценовых процессов в экономике, решения правовых вопросов, пересчета ряда показателей системы национальных счетов из текущих в постоянные цены.

Расчет ИПЦ базируется на результатах выборочного государственного статистического наблюдения за ценами и тарифами на потребительские товары и платные услуги, оказываемые населению. Основные этапы вычисления индекса потребительских цен представлены на рис. 14.2.



Рис. 14.2. Этапы расчета индекса потребительских цен

*Первый этап* состоит в отборе населенных пунктов и базовых организаций для проведения статистического наблюдения за ценами и тарифами.

Статистическое наблюдение проводится в г. Минске и всех областных центрах и выборочно в районных центрах: всего отобран 31 город, где проживает более 50 % населения страны и свыше 70 % городского населения Беларуси. В каждом городе отбираются базовые организации – это юридические лица или индивидуальные предприниматели, осуществляющие реализацию товаров (услуг) на регулярной основе. Информация о них является конфиденциальной.

На *втором этапе* осуществляется выбор товаров (услуг)-представителей, характеризующих фактическую структуру потребительских расходов населения республики. Перечень включает 479 наименований (по состоянию на 01.01.2020) и состоит из трех групп:

- 1) продовольственные товары;
- 2) непродовольственные товары;
- 3) платные услуги.

Для поддержания актуальности выборочной совокупности товаров (услуг)-представителей осуществляется ее постепенная ротация (обновление). Новые товары (услуги) включаются в потребительский набор, когда доля расходов на их приобретение составляет не менее 0,01 % от общей суммы потребительских расходов населения республики.

*Третий этап* – регистрация цен (тарифов) – проводится в период с 10 по 30 число каждого месяца.

В рамках *четвертого этапа* производится расчет средних цен (тарифов) по каждому товару (услуге) ( $j$ ) в каждом городе, отобранном для проведения наблюдения, по формуле средней геометрической простой:

$$\bar{P}_j = \sqrt[n]{P_1 \cdot P_2 \cdot \dots \cdot P_n}, \quad (14.6)$$

где  $P_1, P_2, \dots, P_n$  – цена (тариф) на товар (услугу)-представитель;

$n$  – число единиц товара (услуги) ( $j$ ).

По республике в целом, области, районным центрам области средняя цена (тариф) на товар (услугу) рассчитывается по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{P}_j = \sum P_{ij} \cdot d_i, \quad (14.7)$$

где  $d_i$  – доля (вес) численности населения города (региона) в общей численности населения региона (республики).

На *пятом этапе* по каждому товару (услуге) рассчитывают индексы средних цен (тарифов) по формуле

$$i_{\bar{P}_j} = \frac{\bar{P}_{1j}}{\bar{P}_{0j}}. \quad (14.8)$$

Целью *шестого этапа* является вычисление удельного веса расходов на приобретение отдельного товара (услуги) в общих потребительских расходах населения за предыдущий год и формирование структуры весов.

Структура фактических потребительских расходов населения по Республике Беларусь определяется на основании официальной статистической информации выборочного обследования домашних хозяйств по уровню жизни о денежных потребительских расходах всех домашних хозяйств на приобретение товаров и оплату услуг для непроемственного потребления.

На заключительном (*седьмом этапе*) индекс потребительских цен рассчитывают по варианту формулы Ласпейреса:

$$I_{\text{потр.цен}} = \frac{\sum i_{\bar{P}} \cdot P_{0j} \cdot q_{nj}}{\sum P_{0j} \cdot q_{nj}} = \sum i_{\bar{P}} \cdot d_{P_{0j}q_{nj}}, \quad (14.9)$$

где  $i_{\bar{P}}$  – индивидуальные индексы средних цен на товары (услуги);

$P_{0j} \cdot q_{nj}$  – стоимость  $j$ -х товаров в потребительской корзине;

$d_{P_{0j}q_{nj}}$  – удельный вес расходов населения на покупку  $j$ -го товара (услуги) в общей сумме потребительских расходов.

**Статистика товародвижения и товарооборота.** Товародвижение и товарооборот характеризуются общей системой показателей [9].

Товарооборот является центральным показателем статистики рынка товаров и услуг. Это сложный показатель, который позволяет дать характеристику разных сторон рынка (рис. 14.3).

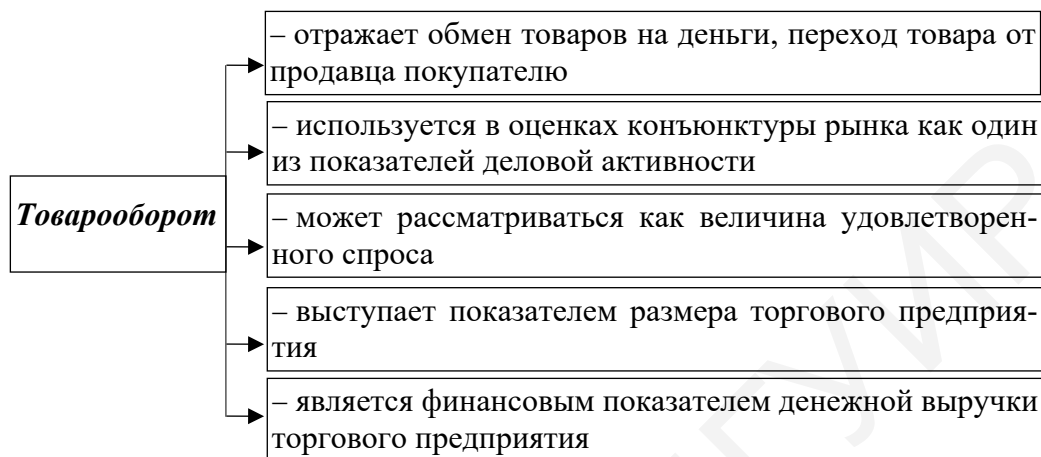


Рис. 14.3. Сущность категории «товарооборот»

Стоимостный характер товарооборота позволяет обеспечить интегрированную оценку совокупности реализованных товаров.

*Розничный товарооборот* отражает стоимость товаров, реализованных населению для личного, семейного, домашнего и иного подобного использования, не связанного с предпринимательской деятельностью, за наличный расчет, а также оплаченных посредством банковских платежных карточек, электронных денег, перечисления денежных средств со счетов физических лиц в банках и иным способом с использованием безналичной формы расчетов.

*Оптовый товарооборот* – это стоимость товаров, приобретенных на стороне в целях перепродажи и фактически отгруженных без их видоизменения сторонним организациям и индивидуальным предпринимателям для использования в предпринимательской деятельности или для собственного использования (переработки), независимо от того, произведен расчет за эти товары или нет.

Учитывая, что стоимостная оценка товарооборота обозначается как  $p \cdot q$ , для оценки динамики стоимости реализованной продукции применяют общий индекс стоимости (методика расчета индексов показана в разд. 10):

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_0}. \quad (14.10)$$

С помощью агрегатных индексов возможно оценить динамику цен на товары ( $I_p$ ) и услуги, а также изменение физического объема товаров и услуг ( $I_q$ ).

Тогда динамика величины товарооборота в расчете на душу населения может быть оценена по формуле

$$I_{pq(\bar{s})} = \frac{I_{pq}}{I_{\bar{s}}} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_0} : I_{\bar{s}}, \quad (14.11)$$

где  $i_{\bar{s}}$  – индекс среднегодовой численности.

Сравнивать в динамике объемы товарооборота (как и все другие стоимостные показатели) можно предварительно пересчитав товарооборот за каждый период (год, квартал, месяц) в сопоставимые цены одного периода (как правило, базисного).

Такой пересчет осуществляют двумя методами: *экстраполяция* (предполагает умножение товарооборота базисного периода на индекс физического объема товарооборота) и *дефлятирование* (подразумевает деление товарооборота отчетного периода на индекс цен (дефлятор) товарооборота).

Процесс движения товаров из сферы производства в сферу потребления характеризуется системой статистических показателей, основное место в которой занимают показатели товародвижения.

**Товародвижение** – это перемещение товара в географическом (физическое перемещение товара, его хранение) или экономическом (смена собственника) пространстве.

*Коэффициент звенности товародвижения* отражает число торговых звеньев, которое проходит материальный поток при движении от производителя к конечному потребителю.

Одним из основных направлений в изучении оптовых продаж товаров, пользующихся регулярным спросом, является анализ равномерности и ритмичности поставок.

*Равномерность поставок* – это поступление товаров равными партиями через равные промежутки времени. Для оценки равномерности поставок статистика использует следующие показатели:

- коэффициент вариации поставок:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100, \quad (14.12)$$

где  $\sigma$  – среднее квадратическое отклонение фактического объема поставки от среднего объема поставки;

- $\bar{x}$  – средний объем поставки;

- коэффициент равномерности поставок:

$$K_p = 100 - V. \quad (14.13)$$

При увеличении коэффициента равномерности и снижении коэффициента вариации равномерность поставки возрастает, т. е. уменьшаются количественные различия между объемами поставок.

*Ритмичность поставок* – это поступление товаров в сроки и в количествах, заранее обусловленных договором с учетом сезонных и циклических особенностей производства, продажи или потребления.

**Статистика товарных запасов и товарооборачиваемости.** Поставка товаров в торговую организацию осуществляется партиями (т. е. дискретно), в то время как реализация товаров торговыми организациями осуществляется непрерывно [9].

**Товарные запасы** – это товары, предназначенные для реализации и находящиеся в данный момент времени на производственных, торговых предприятиях или в процессе транспортировки (в сфере товарного обращения).

Наблюдение за величиной товарных запасов может осуществляться только на определенный момент времени, поэтому для характеристики товарных запасов за некоторый период времени рассчитывают средний за период показатель товарных запасов (табл. 14.3).

Таблица 14.3

Способы расчета средней величины запасов за период

Наличие данных	Способ расчета
Если имеются данные на начало и конец года	$\bar{3} = \frac{3_{н.г} + 3_{к.г}}{2}$
Если имеются данные на начало нескольких равноотстоящих во времени дат (моментный ряд с равными отрезками времени)	$\bar{3} = \frac{\frac{1}{2}3_1 + 3_2 + \dots + 3_{n-1} + \frac{1}{2}3_n}{n-1}$
Если имеются данные на начало нескольких неравноотстоящих во времени дат (моментный ряд с неравными отрезками времени)	$\bar{3} = \frac{\sum \bar{3}_i \cdot t_i}{\sum t_i}$

**Товарооборачиваемость** представляет собой процесс возобновления товарных запасов взамен реализованных товаров. Один оборот товара для торговой организации включает: приобретение товара, его хранение в качестве товарного запаса, реализацию товара.

Чем быстрее товар проходит перечисленные стадии, тем эффективнее торговая деятельность, т. к. это увеличивает товарооборот, прибыль от реализации товаров и рентабельность торговой деятельности.

Для количественной оценки товарооборачиваемости в статистике используются показатели, представленные в табл. 14.4.

Таблица 14.4

Показатели скорости оборачиваемости товарных запасов

Показатель	Способ расчета	Единицы измерения	Экономическое содержание
<b>Коэффициент оборачиваемости</b>	$k_{об} = \frac{ТО}{\bar{3}}$	Обороты, разы	Прямой показатель оборачиваемости, отражающий <b>число оборотов</b> , которое совершат средние товарные запасы в течение изучаемого периода
<b>Продолжительность одного оборота</b>	$\Pi = \frac{Д}{k_{об}}$	Дни	Обратный показатель, отражающий <b>число дней</b> , в течение которых длился один оборот товарных запасов (Д – число дней в периоде: условно принимается 30 дней в месяце; 90 дней в квартале; 360 дней в году)

Для оценки динамики скорости оборачиваемости товарных запасов используют индексный метод (например, по группе магазинов динамика среднего уровня оборачиваемости оценивается с помощью индексов переменного, постоянного состава и структурных сдвигов).

**Статистика рыночной инфраструктуры.** Инфраструктура рынка – это сложное и многогранное понятие, объединяющее много элементов (рис. 14.4).

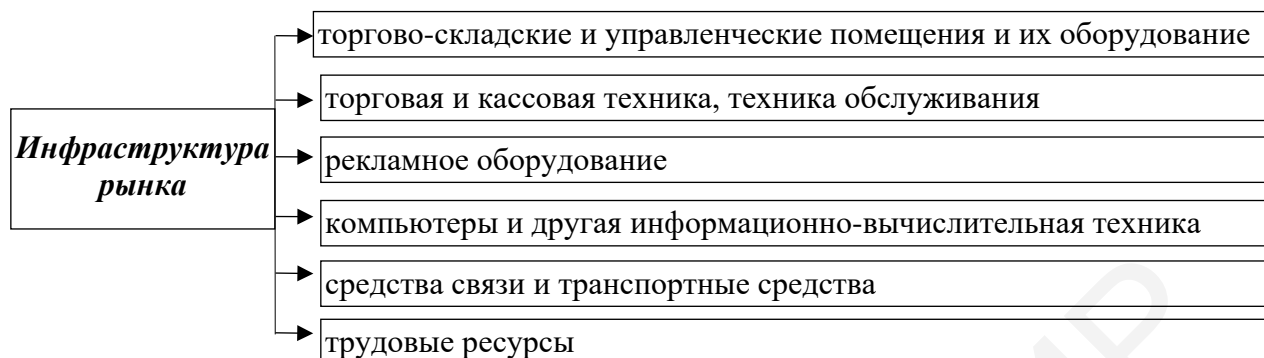


Рис. 14.4. Составляющие части категории «инфраструктура рынка»

Под **инфраструктурой рынка** понимают совокупность вспомогательных подотраслей и средств, организационно или материально обеспечивающих основные рыночные процессы [9].

Основными функциями инфраструктуры рынка являются:

- хранение, доработка, упаковка, сортировка, перемещение товаров;
- заключение сделок;
- прием и отпуск товаров;
- осуществление денежных операций;
- информационное обслуживание, сервис, маркетинговое управление, реклама и т. д.

Для оценки инфраструктуры рынка используется система статистических показателей, основные из которых показаны в табл. 14.5.

Для оценки динамики приведенных показателей используют аналитические и средние показатели рядов динамики, индексный метод.

Таблица 14.5

Система показателей статистики рыночной инфраструктуры

Группа показателей	Показатели
1	2
<i>Показатели объема, состава и структуры основных средств</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Показатели стоимости и структуры основных средств (в целом по торговле и в разрезе подотраслей товарного обращения, по основным элементам и др.);</li> <li>– показатели динамики основных средств;</li> <li>– коэффициенты состояния основных средств (показатели износа и годности);</li> <li>– коэффициенты движения основных средств (показатели поступления, обновления и выбытия);</li> <li>– показатели эффективности использования основных средств (фондоотдача, фондоемкость, фондовооруженность) и др.</li> </ul>

1	2
Показатели числа и размера предприятий рыночной сферы	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Показатели размера предприятия (торговой единицы): торговая площадь, доля торговой площади в общей площади и др.;</li> <li>– мощность предприятия, его пропускная способность: число покупателей (клиентов), которые могут быть обслужены при данной форме торговли (обслуживания) за рабочий день;</li> <li>– число интернет-магазинов, их мощность, число веб-сайтов, связанных с коммерческой деятельностью и др.;</li> <li>– показатели специализации торговых предприятий;</li> <li>– обеспеченность жителей торговыми предприятиями и др.</li> </ul>
Показатели наличия и движения персонала, использования рабочего времени	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Число работников (всего и по специальностям, в расчете на одно предприятие, на 1 м<sup>2</sup> площади и др.);</li> <li>– показатели интенсивности движения рабочей силы (коэффициенты приема, выбытия, замещения, постоянства кадров и др.);</li> <li>– коэффициенты использования рабочего времени и др.</li> </ul>

При изучении влияния факторов на динамику результативных показателей строят многофакторные индексные статистические модели. Например, для описания зависимости розничного товарооборота розничной торговой сети ( $PO_{\text{торг}}$ ) используют мультипликативную модель:

$$PO_{\text{торг}} = \frac{PO_{\text{торг}}}{\bar{M}} \cdot \frac{\bar{M}}{\bar{N}_m} \cdot \frac{\bar{N}_m}{\bar{N}} \cdot \frac{\bar{N}}{\bar{S}} \cdot \bar{S}, \quad (14.14)$$

где  $\bar{M}$  – средняя за период торговая площадь;  
 $\bar{N}_m$  – среднее за период число магазинов;  
 $\bar{N}$  – среднее за период число розничных торговых объектов;  
 $\bar{S}$  – средняя численность населения за период.

Таким образом, в модели (14.14) учитывается влияние следующих факторов:

– товарооборот на 1 м<sup>2</sup> торговой площади, характеризующий пропускную способность объектов:

$$K_{\text{проп}} = \frac{PO_{\text{торг}}}{\bar{M}}; \quad (14.15)$$

– средний размер магазина – показатель концентрации розничной торговли:

$$\bar{m} = \frac{\bar{M}}{\bar{N}_m}; \quad (14.16)$$

– удельный вес магазинов в числе всех розничных торговых объектов – характеристика уровня стационарности торговой сети:

$$d_N = \frac{\bar{N}_m}{\bar{N}}; \quad (14.17)$$

– коэффициент обеспеченности населения розничными торговыми объектами (плотность торговой сети):



$$\bar{N}_{(\bar{S})} = \frac{\bar{N}}{\bar{S}}; \quad (14.18)$$

– среднегодовая численность населения.

Для решения многофакторной мультипликативной модели (14.14) используют индексный или разностный способ, учитывая, что на первом месте модели находится интенсивный фактор.

**Статистика экономической эффективности рыночных процессов.** В условиях рыночной экономики, при ограниченности природных ресурсов, возрастании затрат на производство продукции, повышении конкуренции со стороны отечественных и зарубежных производителей важное значение имеет статистическая оценка и анализ эффективности функционирования экономики. Спецификой показателей эффективности в сфере обращения является их направленность на удовлетворение покупательского спроса, оказание услуг производителям и потребителям, воздействие на воспроизводственный цикл всей экономики.

*Социальная эффективность* сферы обращения проявляется в удовлетворении покупательского спроса, улучшении качества торгового обслуживания.

К показателям социальной эффективности относятся [9]:

- обеспеченность населения универсальными и специализированными торговыми объектами, торговой площадью и местами в объектах общепита (в расчете на 1 и 10 тыс. жителей);
- объем розничного товарооборота на душу населения и показатели его динамики;
- объем реализованного покупательского спроса и степень его удовлетворения;
- средний размер (стоимость) одной покупки и др.

*Экономическая эффективность* заключается в обеспечении доходности деятельности торговых организаций, роста отдачи ресурсов и затрат.

*Экономическая эффективность* может быть охарактеризована на основе соотношения абсолютного экономического эффекта (результата экономической деятельности) и затрат, связанных с его достижением (ресурсов) [2].

*Критерий экономической эффективности* может быть представлен в двух вариантах (рис. 14.5):

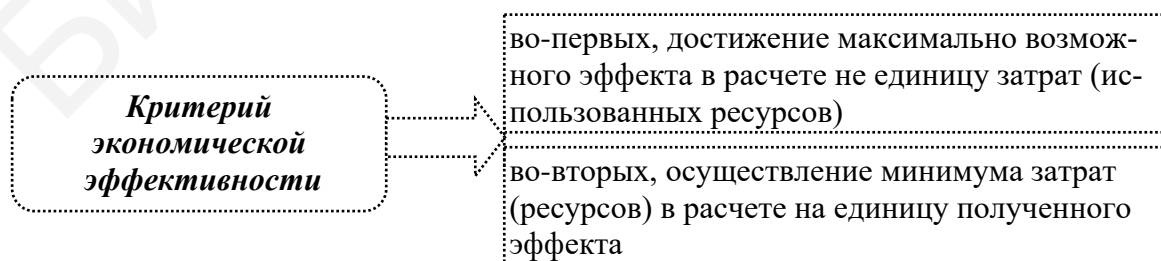


Рис. 14.5. Критерий экономической эффективности

Очень важно различать категории «эффект» и «эффективность», которые позволяют охарактеризовать одно и то же явление, но с разных сторон: *эффект* отражает результат, следствие чего-либо; в то время как *эффективность* характеризует действенность, результативность.

Для оценки экономической эффективности функционирования рынка в качестве эффекта, как правило, используются валовая добавленная стоимость по видам экономической деятельности, прибыль и стоимость товарооборота.

*Валовая добавленная стоимость (ВДС)* является балансирующим показателем счета производства (составляемого для отдельных видов экономической деятельности согласно Системе национальных счетов) и рассчитывается как разность между выпуском товаров и услуг в основных ценах ( $V^{осн.ц}$ ) и промежуточным потреблением (ПП):

$$ВДС = V^{осн.ц} - ПП. \quad (14.19)$$

Промежуточное потребление охватывает стоимость товаров и услуг (за исключением потребления основного капитала), использованных в процессе производства товаров и услуг.

Показатели эффективности использования всех ресурсов (затрат) называются *обобщающими*, а отдельных ресурсов (затрат) – *частными*. *Обобщающие показатели эффективности* характеризуют результативность использования всей совокупности ресурсов и позволяют получить общее представление об изменении уровня эффективности при разнонаправленных тенденциях изменения отдельных показателей системы. *Частные показатели эффективности* отражают результативность использования отдельных видов ресурсов (затрат).

Все показатели экономической эффективности могут быть рассчитаны на основе двух подходов: *ресурсного* и *затратного* (учитываются все фактические расходы субъектов хозяйствования на производство продукции) [2].

Состав ресурсов и затрат определяется на основе положения об использовании в производственном процессе *трех факторов производства*: живого труда, средств труда и предметов труда. При ресурсном и затратном подходах эти факторы воплощаются в показателях, представленных в табл. 14.6.

Таблица 14.6

Особенности ресурсного и затратного подходов при оценке показателей эффективности

Подход	Особенности	Три фактора производства		
		<i>Живой труд</i>	<i>Средства труда</i>	<i>Предметы труда</i>
1	2	3	4	5
<b><i>Ресурсный подход</i></b>	Основан на оценке примененных при создании продукции ресурсов	Среднегодовая численность работников ( $\bar{T}$ )	Среднегодовая стоимость основных средств ( $\bar{ОС}$ )	Среднегодовая стоимость оборотных средств ( $\bar{ОбС}$ )

1	2	3	4	5
<b>Затратный подход</b>	Базируется на учете всех осуществленных затрат	Фонд оплаты труда (ФОТ)	Потребление основного капитала (ПОК) или начисленная амортизация (А)	Промежуточное потребление (ПП) или сумма материальных затрат (МЗ)

*Прямые показатели* эффективности рассчитываются как отношение эффекта (Э) к ресурсам или затратам, а *обратные показатели* – наоборот, как отношение ресурсов (или затрат) к эффекту.

Способы вычисления показателей эффективности при ресурсном и затратном подходах показаны в табл. 14.7 [2].

Таблица 14.7

## Система показателей экономической эффективности

По каждому фактору производства	Ресурсный подход		Затратный подход	
	<b>Частные показатели эффективности</b>			
	прямой	обратный	прямой	обратный
Живой труд	<i>Производительность труда</i> $w = \frac{\text{Э}}{\bar{T}}$	<i>Трудоёмкость</i> $t = \frac{\bar{T}}{\text{Э}}$	<i>Зарплатоотдача</i> $z_o = \frac{\text{Э}}{\text{ФОТ}}$	<i>Зарплатоёмкость</i> $z_e = \frac{\text{ФОТ}}{\text{Э}}$
Средства труда	<i>Фондоотдача</i> $f = \frac{\text{Э}}{\text{ОС}}$	<i>Фондоёмкость</i> $f_e = \frac{\text{ОС}}{\text{Э}}$	<i>Амортизациоотдача</i> $A_o = \frac{\text{Э}}{\text{ПОК}}$ , или $A_o = \frac{\text{Э}}{A}$	<i>Амортизациоёмкость</i> $A_e = \frac{\text{ПОК}}{\text{Э}}$ , или $A_e = \frac{A}{\text{Э}}$
Предметы труда	<i>Коэффициент оборачиваемости</i> $k_{об} = \frac{\text{Э}}{\text{ОБС}}$	<i>Коэффициент закрепления</i> $k_з = \frac{\text{ОБС}}{\text{Э}}$	<i>Материалоотдача</i> $M_o = \frac{\text{Э}}{\text{ПП}}$ , или $M_o = \frac{\text{Э}}{\text{МЗ}}$	<i>Материалоёмкость</i> $M_e = \frac{\text{ПП}}{\text{Э}}$ , или $M_e = \frac{\text{МЗ}}{\text{Э}}$
По совокупности факторов производства	<b>Обобщающие показатели эффективности</b>			
	<i>Ресурсоотдача</i> $E = \frac{\text{Э}}{\bar{T} + \text{ОС} + \text{ОБС}} = \frac{\text{Э}}{\text{Рес}}$	<i>Ресурсоёмкость</i> $E' = \frac{\bar{T} + \text{ОС} + \text{ОБС}}{\text{Э}} = \frac{\text{Рес}}{\text{Э}}$	<i>Затратоотдача</i> $E = \frac{\text{Э}}{\text{ФОТ} + \text{ПОК}(A) + \text{ПП}} = \frac{\text{Э}}{3}$	<i>Затратоёмкость</i> $E' = \frac{\text{ФОТ} + \text{ПОК}(A) + \text{ПП}}{\text{Э}} = \frac{3}{\text{Э}}$

*Динамика* показателей эффективности изучается с помощью индексного метода, а для статистической оценки *взаимосвязей* между показателями эффективности и основными макроэкономическими показателями используют многофакторные индексные мультипликативные модели. *Например*, повышение производительности труда или численности трудовых ресурсов позволяет получить дополнительный эффект (прирост стоимости произведенной продукции), который можно оценить, решив следующую двухфакторную мультипликативную модель:

$$\Xi = \bar{T} \cdot w. \quad (14.20)$$

Например, валовую добавленную стоимость по виду экономической деятельности можно представить как произведение следующих трех факторов:

$$\text{ВДС} = \bar{T} \cdot w \cdot d_{\frac{\text{ВДС}}{\text{В}}}. \quad (14.21)$$

В развернутом виде эта трехфакторная модель выглядит следующим образом:

$$\text{ВДС} = \bar{T} \cdot \frac{\text{В}}{\bar{T}} \cdot \frac{\text{ВДС}}{\text{В}}, \quad (14.22)$$

где  $\bar{T}$  – среднегодовая численность работников;

$w$  – производительность труда, исчисленная по выпуску товаров и услуг;

$d_{\frac{\text{ВДС}}{\text{В}}}$  – доля валовой добавленной стоимости в выпуске товаров и услуг.

Универсальными для большинства видов экономической деятельности показателями финансовых результатов выступают показатели прибыли и рентабельности.

Так, *рентабельность реализованной продукции* представляет собой процентное отношение прибыли от реализации продукции, работ, услуг к себестоимости реализованной продукции, работ, услуг (расходам на реализацию).

*Рентабельность продаж* оценивается как соотношение прибыли от реализации и выручки от реализации продукции.

*Рентабельность активов* рассчитывается как соотношение чистой прибыли и средней за период стоимости активов организации.

## 14.2. Темы индивидуальных работ

1. Анализ тенденций развития рынка (по выбору студента).
2. Статистический анализ цикличности рынка.
3. Статистическое исследование товарных запасов и товарооборачиваемости.
4. Динамика потребительских цен в Республике Беларусь.
5. Статистическая оценка и анализ товарной структуры товарооборота.
6. Методы оценки оптимальных товарных запасов.
7. Статистический анализ обеспеченности покупателей предприятиями розничной торговли и бытовых услуг.
8. Статистический анализ наличия и использования трудового контингента рыночной сферы.
9. Направления статистического анализа показателей эффективности рыночных процессов.

## 14.3. Вопросы и задания для самоконтроля

1. Укажите, что является предметом статистики рынка товаров и услуг.
2. Охарактеризуйте функциональные и специальные задачи статистики рынка товаров и услуг.

3. Назовите основные блоки системы показателей статистики рынка товаров и услуг.
4. Что такое рыночная конъюнктура?
5. Дайте определение конкурентной борьбе.
6. Назовите этапы расчета индекса потребительских цен.
7. Укажите способ расчета индекса потребительских цен.
8. Дайте определение розничному и оптовому товарообороту.
9. Что такое товародвижение?
10. Опишите способы расчета коэффициентов равномерности и ритмичности.
11. Назовите показатели скорости оборачиваемости товарных запасов.
12. Что такое рыночная инфраструктура?
13. Назовите основные показатели, позволяющие дать статистическую оценку рыночной инфраструктуры.
14. В чем различие понятий «эффект» и «эффективность»?
15. Приведите примеры прямых показателей эффективности, рассчитываемых при затратном способе и при ресурсном способе.

#### 14.4. Тестовые задания

1. Количество товаров, которое рынок способен приобрести, называется:
  - а) насыщенность рынка;
  - б) производственный потенциал рынка;
  - в) емкость рынка;
  - г) конъюнктура рынка.
2. Выберите правильное утверждение. Коэффициент эластичности показывает:
  - а) на сколько абсолютных величин изменится среднедушевое потребление, если душевой доход возрастет на 1 руб.;
  - б) на сколько процентов изменится душевое потребление, если душевой доход возрастет на 1 %;
  - в) относительный прирост душевого потребления за год;
  - г) абсолютный прирост душевого потребления за год.
3. Укажите, какой из показателей является одним из измерителей инфляции в Республике Беларусь:
  - а) индекс физического объема выпуска товаров и услуг;
  - б) индекс потребительских цен;
  - в) индекс реальных доходов населения;
  - г) индекс-дефлятор выпуска товаров и услуг.
4. Укажите, какой из показателей позволяет охарактеризовать пропускную способность торговых объектов:
  - а) средний размер магазина;

- б) удельный вес магазинов в числе всех розничных торговых объектов;
- в) розничный товароборот в расчете на 1 м<sup>2</sup> торговой площади;
- г) удельный вес магазинов в числе всех розничных торговых объектов.

5. Укажите, какие из перечисленных показателей относятся к прямым частным показателям эффективности производства:

- а) коэффициент закрепления;
- б) фондоотдача;
- в) трудоемкость;
- г) коэффициент оборачиваемости;
- д) фондоемкость;
- е) производительность труда.

### 14.5. Примеры решения типовых задач

**Пример 14.1.** Реальные денежные доходы на душу населения возросли в отчетном году по сравнению с базисным на 5,2 %, а среднедушевой объем реализации цитрусовых фруктов увеличился с 60 до 61,8 кг.

*Определите* коэффициент эластичности среднедушевого объема реализации цитрусовых фруктов в зависимости от роста реальных денежных доходов населения.

Сделайте выводы.

#### *Решение*

Необходимо вычислить коэффициент эластичности среднедушевого объема реализации фруктов ( $y$  – зависимая величина) от роста реальных денежных доходов населения ( $x$  – независимый показатель).

По условию известно относительное изменение реальных денежных доходов населения – рост на 5,2 %, следовательно, индекс показателя равен  $I_x = 1,052$  или 105,2 %.

На основе показателей душевого объема реализации цитрусовых фруктов за базисный и отчетный годы вычислим индекс показателя:

$$I_y = \frac{61,8}{60} = 1,03 \text{ или } 103,0 \% \text{ (среднедушевой объем реализации цитрусовых фруктов возрос на } 3,0 \% \text{).}$$

Тогда коэффициент эластичности составит

$$\varepsilon = \frac{\Delta I_y}{\Delta I_x} = \frac{I_y - 1}{I_x - 1} = \frac{1,030 - 1}{1,052 - 1} = 0,577.$$

Это значит, что при увеличении реальных денежных доходов населения на 1 %, среднедушевой объем реализации фруктов возрастает на 0,577 %. Изучаемый товар является малоэластичным.

**Пример 14.2.** Имеются условные данные по трем группам товаров и услуг (табл. 14.8).

Таблица 14.8

Стоимость потребительской корзины по трем группам товаров и услуг

Товарные группы	Стоимость потребительской корзины в базисных ценах, руб.	Индекс цен по товарной группе, в %
Продовольственные товары	320	102,5
Непродовольственные товары	64	105,0
Платные услуги	95	110,0

*Рассчитайте:*

- 1) индекс потребительских цен;
- 2) сумму, на которую возросли расходы семей в результате роста цен на потребительские товары и услуги.

Сделайте выводы.

**Решение**

- 1) Рассчитаем сводный индекс потребительских цен по формуле

$$I_{\text{потр.цен}} = \frac{\sum i_{\bar{p}} \cdot p_{0j} \cdot q_{nj}}{\sum p_{0j} \cdot q_{nj}} = \frac{1,025 \cdot 320 + 1,050 \cdot 64 + 1,100 \cdot 95}{320 + 64 + 95} = \frac{499,7}{479} = 1,043 \text{ или}$$

104,3 %.

Таким образом, в отчетном году по сравнению с базисным цены на потребительские товары и услуги возросли на 4,3 %.

- 2) Рост цен на потребительские товары и услуги вызвал увеличение расходов семей на приобретение этих товаров и услуг, которое можно вычислить по формуле (разность между числителем и знаменателем индекса потребительских цен)

$$\Delta p_{0j} \cdot q_{nj(\text{потр.цен})} = \sum i_{\bar{p}} \cdot p_{0j} \cdot q_{nj} - \sum p_{0j} \cdot q_{nj} = 499,7 - 479 = 20,7 \text{ руб.}$$

**Пример 14.3.** По виду экономической деятельности «Оптовая и розничная торговля; ремонт автомобилей и мотоциклов» имеются данные, представленные в табл. 14.9.

Таблица 14.9

Валовая добавленная стоимость и среднегодовая численность занятых

Показатель	Базисный год	Отчетный год
Валовая добавленная стоимость, руб.	57 600	61 992
Среднегодовая численность занятых, чел.	480	504

*Определите:*

- 1) производительность труда за каждый год;
- 2) как изменилась производительность труда в отчетном году по сравнению с базисным (в процентах);

- 3) абсолютный прирост валовой добавленной стоимости в целом, в том числе вызванный изменением: а) среднегодовой численности работников; б) производительности труда. Поясните полученные результаты.

### Решение

1) Рассчитаем производительность труда за каждый год:

$$w_0 = \frac{\text{ВДС}_0}{\bar{T}_0} = \frac{57\,600}{480} = 120 \text{ руб.};$$

$$w_1 = \frac{\text{ВДС}_1}{\bar{T}_1} = \frac{61\,992}{504} = 123 \text{ руб.}$$

2) Для определения относительного изменения производительности труда (в процентах) вычислим индекс производительности труда:

$$I_w = \frac{w_1}{w_0} = \frac{123}{120} = 1,025 \text{ или } 102,5 \%$$

Этот же индекс можно рассчитать на основе взаимосвязи индексов:

$$I_w = \frac{I_{\text{ВДС}}}{I_{\bar{T}}} = \frac{61\,992 : 57\,600}{504 : 480} = \frac{1,07625}{1,05} = 1,025 \text{ или } 102,5 \%$$

Следовательно, в отчетном году по сравнению с базисным производительность труда по виду экономической деятельности возросла на 2,5 %.

Общий прирост валовой добавленной стоимости обусловлен влиянием двух факторов, для оценки которых используем мультипликативную модель:

$$\text{ВДС} = \bar{T} \cdot w.$$

Решить эту модель можно двумя способами (разностным и индексным), которые дают одинаковые результаты (возможные незначительные расхождения вызваны округлением).

В отчетном году по сравнению с базисным валовая добавленная стоимость по данному виду экономической деятельности возросла на 4392 руб.:

$$\Delta \text{ВДС} = \text{ВДС}_1 - \text{ВДС}_0 = 61\,992 - 57\,600 = 4392 \text{ руб.}$$

Произведем оценку влияния двух факторов:

1) *разностным способом*:

а) среднегодовой численности работников:

$$\Delta \text{ВДС}_{(\bar{T})} = (\bar{T}_1 - \bar{T}_0) \cdot w_0 = (504 - 480) \cdot 120 = 2880 \text{ руб.};$$

б) производительности труда работников (эффективности использования их труда):

$$\Delta \text{ВДС}_{(w)} = \bar{T}_1 \cdot (w_1 - w_0) = 504 \cdot (123 - 120) = 1512 \text{ руб.};$$

2) *индексным способом*:

а) среднегодовой численности работников:

$$\Delta \text{ВДС}_{(\bar{T})} = \text{ВДС}_0 \cdot (I_{\bar{T}} - 1) = 57\,600 \cdot (1,05 - 1) = 2880 \text{ руб.};$$

б) производительности труда работников:

$$\Delta \text{ВДС}_{(w)} = \text{ВДС}_0 \cdot I_{\bar{T}} \cdot (I_w - 1) = 57\,600 \cdot 1,05 \cdot (1,025 - 1) = 1512 \text{ руб.}$$

Произведем проверку:  $\Delta \text{ВДС} = \Delta \text{ВДС}_{(\bar{T})} + \Delta \text{ВДС}_{(w)}$ , т. е.

$$4392 \text{ руб.} = 2880 \text{ руб.} + 1512 \text{ руб.}$$

Таким образом, в отчетном году по сравнению с базисным годом валовая добавленная стоимость по виду экономической деятельности возросла на 4392 руб.



Этот прирост был вызван двумя факторами: рост среднегодовой численности работников на 24 чел. (или на 5,0 % в относительном выражении) привел к получению 2880 руб. дополнительной продукции. В то время как повышение производительности труда на 2,5 % привело к увеличению валовой добавленной стоимости на 1512 руб.

#### 14.6. Задачи

**Задача 14.1.** Реальные денежные доходы на душу населения возросли в стране в отчетном году по сравнению с базисным на 6,5 %, а среднедушевое потребление рыбы и рыбопродуктов составляло в базисном году 14 кг в год и возросло в отчетном году до 14,7 кг.

*Определите* коэффициент эластичности среднедушевого потребления рыбы и рыбопродуктов в зависимости от роста реальных денежных доходов на душу населения.

Сделайте выводы.

**Задача 14.2.** Реальные денежные доходы на душу населения возросли в отчетном году по сравнению с базисным с 520 до 543,4 руб. При этом среднедушевое потребление овощей составляло в базисном году 80 кг в год и возросло в отчетном году до 81,6 кг.

*Определите* коэффициент эластичности среднедушевого потребления овощей в зависимости от роста реальных денежных доходов населения на душу населения.

Сделайте выводы.

**Задача 14.3.** До повышения цен на гречневую крупу в среднем в торговой сети продавалось 600 кг в день, после повышения цены за 1 кг с 2,5 до 2,85 руб. продажи крупы сократились до 500 кг в день.

*Определите* коэффициент эластичности спроса на гречневую крупу в зависимости от цены.

Сделайте выводы.

**Задача 14.4.** Имеются данные о стоимости товарооборота четырех ведущих предприятий (табл. 14.10).

Таблица 14.10

Стоимость товарооборота по четырем предприятиям

Номер предприятия	Стоимость реализованной продукции, тыс. руб.
1	600
2	800
3	1200
4	1400

*Вычислите* индекс централизации Герфиндаля. Сделайте выводы.

**Задача 14.5.** Выпуск продукции определенного вида сконцентрирован на пяти предприятиях, расположенных в трех регионах страны (табл. 14.11).

Таблица 14.11

Стоимость произведенной продукции на пяти предприятиях

Регион	Число предприятий	Стоимость произведенной продукции, тыс. руб.
1	3	4 650
2	1	2 400
3	1	1 200
<i>Итого</i>	5	8 250

*Вычислите* показатель централизации производства данного вида продукции. Сделайте вывод.

**Задача 14.6.** Имеются условные данные по трем товарным группам (табл. 14.12).

Таблица 14.12

Стоимость потребительской корзины по трем товарным группам

Товарная группа	Стоимость потребительской корзины в базисных ценах, руб.	Увеличение цен в отчетном году по сравнению с базисным, %
Продовольственные товары	1200	3,5
Непродовольственные товары	840	7,0
Платные услуги	150	4,2

Необходимо *вычислить*:

- 1) индекс потребительских цен;
- 2) сумму, на которую возросли расходы семей в результате роста цен на потребительские товары и услуги.

Сделайте выводы.

**Задача 14.7.** Имеются условные данные по трем группам товаров и услуг (табл. 14.13).

Таблица 14.13

Стоимость потребительской корзины по трем товарным группам

Товарная группа	Удельный вес стоимости товарной группы в общей стоимости потребительской корзины в базисных ценах, %	Индекс цен, %
Продовольственные товары	55,0	107,4
Непродовольственные товары	27,5	106,0
Платные услуги	17,5	110,0

Необходимо *вычислить* индекс потребительских цен и сделать выводы.

**Задача 14.8.** Имеются данные о еженедельных оптовых поставках магазинам торговой сети рыбной продукции (в тоннах) (табл. 14.14).

Таблица 14.14

## Оптовые поставки рыбной продукции двумя поставщиками

Неделя месяца	Поставка товара нарастающим итогом с начала месяца	
	первый поставщик	второй поставщик
1	13	17
2	25	32
3	39	48
4	52	66

Необходимо *вычислить* по каждому поставщику:

- 1) объем поставки за каждую неделю без нарастающего итога;
- 2) средний еженедельный объем поставки;
- 3) коэффициент вариации и коэффициент равномерности поставки.

Сделайте выводы.

**Задача 14.9.** Имеются условные данные о товарообороте в регионе за пять лет (табл. 14.15).

Таблица 14.15

## Динамика розничного товарооборота в регионе за 2016–2020 гг.

Год	Розничный товарооборот в фактически действующих ценах, млн руб.	Индекс физического объема товарооборота, % к предыдущему году
2016	800	–
2017	890	102,7
2018	912	100,5
2019	1000	101,4
2020	1020	101,8

*Пересчитайте* товарооборот региона за 2016–2020 гг. в сопоставимые цены 2016 г. Как в относительном и абсолютном выражении изменился товарооборот региона в сопоставимых ценах в 2020 г. по сравнению с 2016 г.?

**Задача 14.10.** Имеются данные по итогам работы трех магазинов за год (тыс. руб.) (табл. 14.16).

Таблица 14.16

## Розничный товарооборот и средние товарные запасы по трем магазинам

Магазин	Розничный товарооборот	Средние товарные запасы
1	4320	720
2	4880	610
3	2160	480

*Определите* по каждому магазину:

- 1) скорость товарооборота (в числе оборотов);
- 2) время одного оборота (в днях).

Сделайте выводы.

**Задача 14.11.** Розничный товарооборот магазинов в расчете на душу населения составил в среднем по региону в отчетном периоде 600 тыс. руб. В расчете на 1 м<sup>2</sup> торговой площади объем товарооборота в отчетном периоде по

сравнению с базисным возрос на 2,5 %, средний размер магазина увеличился на 4 %, а плотность торговой сети (по числу магазинов) уменьшилась на 0,5 %.

*Определите:*

1) как изменился розничный товароборот в среднем на душу населения в отчетном периоде по сравнению с базисным (в процентах);

2) абсолютный прирост (уменьшение) розничного товароборота магазинов на душу в отчетном периоде по сравнению с базисным в целом, а также за счет каждого из факторов.

Сделайте выводы.

**Задача 14.12.** Валовая добавленная стоимость по сектору составила 7800 руб. в базисном году и возросла до 8400 руб. в отчетном году. Среднегодовая численность занятых равнялась 100 чел. в базисном году и 105 чел. в отчетном году.

*Определите:*

1) производительность труда за каждый год;

2) относительное изменение производительности труда;

3) абсолютный прирост валовой добавленной стоимости в целом, а также вызванный изменением:

а) среднегодовой численности занятых;

б) производительности труда.

Сделайте выводы.

**Задача 14.13.** Валовая добавленная стоимость товаров и услуг по сектору составлял в базисном году 500 тыс. руб., в отчетном она возросла до 513 тыс. руб. Среднегодовая стоимость основных средств возросла в отчетном году по сравнению с базисным на 1,2 %.

*Определите:*

1) как изменилась в отчетном году по сравнению с базисным (в процентах): а) фондоотдача основных средств; б) фондоемкость выпущенной продукции;

2) абсолютный прирост (снижение) валовой добавленной стоимости в целом, в том числе вызванный изменением: а) среднегодовой стоимости основных средств; б) фондоотдачи.

Поясните полученные результаты.

### Ответы

**14.1.** 0,77; **14.2.** 0,44; **14.3.** -1,19; **14.4.** 0,275; **14.5.** 0,141; **14.6.** 1) 104,9 %; 2) 107,1 руб.; **14.7.** 107,47 %; **14.8.** 2) 13 т.; 16,5 т.; 3) 5,4 %; 94,6 %; 7,6 %; 92,4 %; **14.11.** 1) возрос на 6,07 %; 2) 34,3 тыс. руб.; 14,6 тыс. руб.; 22,5 тыс. руб.; - 2,8 тыс. руб.; **14.12.** 1) 78 руб.; 80 руб.; 2) 102,6 %; 3) 600 руб.; 390 руб.; 210 руб.; **14.13.** 1) 101,4 %; 98,6 %; 2) 13 тыс. руб.; 6 тыс. руб.; 7,1 тыс. руб.

## 15. СТАТИСТИКА МАРКЕТИНГОВЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

### 15.1. Теоретические сведения

**Сущность и основы методологии маркетинговых исследований.** Важной составляющей системы поддержки принятия управленческих решений по всем аспектам маркетинговой деятельности являются результаты маркетинговых исследований.

**Маркетинговые исследования** – это целенаправленный сбор, обработка, анализ и интерпретация данных по различным аспектам маркетинговой деятельности с целью изучения текущих проблем и принятия управленческих решений.

Основными принципами маркетингового исследования являются научность, системность, комплексность, оперативность и гибкость, эффективность.

Маркетинговые исследования, как правило, осуществляют:

- маркетинговые службы фирм, предприятий, ассоциаций потребителей;
- маркетинговые компании, центры;
- консалтинговые компании и центры управленческих решений и т. п.

Все маркетинговые исследования осуществляются в двух аспектах (рис. 15.1).

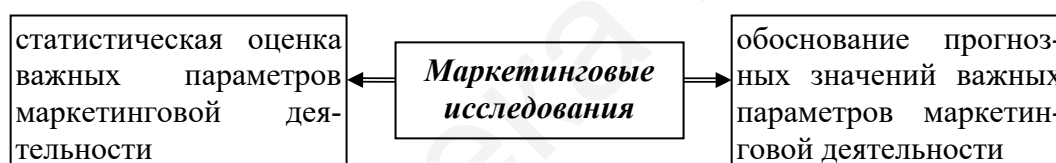


Рис. 15.1. Направленность маркетинговых исследований

Анализ и оценка результатов маркетинговых исследований позволяют:

- осуществить текущее наблюдение за рынком с целью мониторинга его состояния;
- выполнить прогноз развития рыночной ситуации и разработку соответствующих мер маркетингового воздействия на рынок;
- выявить причины и проанализировать факторы усиления позиций конкурентов на рынке;
- выбрать оптимальный рынок сбыта;
- оптимизировать и совершенствовать различные направления деятельности компании;
- оценить удовлетворенность клиентов и выработать меры по ее повышению;
- провести исследование имиджа компании и обосновать систему факторов, способствующих его улучшению;
- осуществлять прогнозирование долговременных тенденций развития рынка;
- производить оценку эффективности маркетинговых мероприятий и др.

Проведение любого маркетингового исследования предполагает реализацию последовательных этапов-шагов, которые, в свою очередь, подразделяются на отдельные процедуры:

1) разработка и обоснование общей концепции маркетингового исследования (формулирование цели, выдвижение гипотез, разработка алгоритма решения, постановка конкретных задачи и др.);

2) научно организованный сбор первичной и вторичной маркетинговой информации;

3) анализ данных, моделирование взаимосвязей между основными параметрами маркетинговой деятельности, обоснование прогнозных значений и др.;

4) обобщение результатов, формулирование выводов и подготовка отчета.

Теория маркетингового исследования вобрала в себя методологию различных наук, изучающих рынок. Важную роль здесь играют методы статистики. Кроме этого, на отдельных этапах маркетингового исследования широко используются общенаучные методы, методы социологии и психологии, эконометрического моделирования и др. (таблица 15.1).

Таблица 15.1

Основы методологии маркетинговых исследований

Группа методов	Методы
1. <i>Общенаучные методы</i>	– Системный метод; – анализ, синтез, обобщение; – абстрагирование, аналогия и др.
2. <i>Методы общей теории статистики</i>	– Выборочный метод; – анализ вариационных рядов; – индексный метод; – анализ динамических рядов; – дисперсионный анализ; – методы выявления тенденции; – проверка статистических гипотез и др.
3. <i>Методы многомерного статистического анализа</i>	– Факторный (компонентный) анализ; – кластерный анализ; – многомерное шкалирование; – дискриминантный анализ; – корреляционно-регрессионный анализ и др.
4. <i>Методы исследования операций и математического программирования</i>	– Линейное программирование; – теория массового обслуживания; – теория графов; – динамическое программирование; – стохастическое программирование и др.
5. <i>Методы, привлеченные из различных областей знаний, адаптированные для решения задач маркетинга</i>	– Методы социологии; – методы психологии; – методы товароведения; – методы эстетики и др.
6. <i>Специальные методы и модели, существующие в маркетинге</i>	– Модель жизненного цикла товара; – SWOT-анализ; – сегментирование и позиционирование и др.

**Цели и задачи статистики в маркетинговых исследованиях.** Целью маркетинговых исследований является создание информационно-аналитической и практически-обоснованной базы для принятия квалифицированных управленческих решений руководством компании.

Соответственно *основная цель статистики в маркетинговых исследованиях* заключается в научно обоснованном сборе информации, моделировании и анализе многочисленных сложных взаимосвязей, а также исследовании динамики и структуры важнейших параметров маркетинговой деятельности.

С помощью совокупности статистических методов проведение маркетинговых исследований позволяет решать важные задачи:

- 1) научно организованный сбор, обработка и сводка маркетинговой информации;
- 2) статистическая оценка и анализ конъюнктуры рынка (производственный потенциал и емкость рынка, характеристика и прогнозирование спроса и предложения, оценка эластичности);
- 3) статистическое исследование взаимосвязей между основными параметрами маркетинговой деятельности и факторами микро- и макросреды;
- 4) исследование возможностей и активности конкурентов;
- 5) статистический анализ товарного ассортимента и оценка структурных сдвигов;
- 6) статистическое обоснование сегментации рынка;
- 7) территориальный компаративный анализ рынков сбыта;
- 8) статистический анализ рынка сбыта, оценка его доли, занимаемой компанией;
- 9) статистическое обоснование прогнозных значений основных параметров маркетинговой деятельности и др.

**Источники маркетинговой информации и методы статистики в маркетинговых исследованиях.** К маркетинговой информации относятся цифры, факты, сведения и другие данные, необходимые для обеспечения аналитических и прогнозных потребностей маркетинга.

В зависимости от источника данных маркетинговая информация бывает двух видов:

1. *Внутренняя информация* раскрывает внутреннее состояние предприятия, организации, содержит данные о материальных и финансовых запасах, производительности труда, капиталовложениях и др.

Источниками такой информации являются: статистическая, бухгалтерская и финансовая отчетность; материалы ранее проведенных исследований; маркетинговая статистика (характеристика товарооборота, объем сбыта и распродаж, экспорт и импорт продукции и др.); данные о маркетинговых затратах (по продукту, рекламе, продвижению, сбыту, коммуникациям и др.); данные заявок, заказов, договоров, а также о запасах готовой продукции; прайс-листы на сырье и материалы); отчеты компании; беседы с сотрудниками; сообщения торгового персонала и др.

2. *Внешняя информация* предоставляет возможность изучать данные о развитии внешней среды предприятия, поведении посредников, продавцов, действиях конкурентов и др.

Источниками внутренней информации выступают: результаты государственной статистики (обобщенные данные статистической отчетности и переписи населения, семейные бюджеты, данные о сбережениях населения, результаты выборочных обследований домашних хозяйств); данные международных организаций (МВФ, ЮНИСЕФ, ЮНФПА и др.); публикации торгово-промышленных палат и объединений; отчеты и издания отраслевых компаний и совместных предприятий; официальные издания и документы; каталоги и проспекты различных фирм; выставки, ярмарки, конференции, презентации; результаты научных исследований; опросы потребителей, торговых посредников и поставщиков и др.

Необходимость использования в маркетинговой деятельности разнообразной и достаточно большой по объему информации требует системного подхода к организации ее получения, обработки и анализа, а следовательно, создания и обеспечения эффективного функционирования маркетинговой информационной системы.

Использование статистических методов в маркетинге направлено на повышение эффективности использования информационных ресурсов в маркетинговой деятельности субъектов хозяйствования.

Особенно активно статистические методы используются на втором и третьем этапах проведения маркетингового исследования, где необходимо обеспечить правильный сбор необходимой информации и провести качественный и достоверный анализ.

Раскроем возможности использования методов статистики при проведении маркетингового исследования.

Маркетинговые исследования могут носить сплошной (обследованию подвергаются все без исключения единицы совокупности) и несплошной характер (отбирается часть единиц для обследования). Так как очень часто объем генеральной совокупности значителен, то для отбора единиц в целях обследования используют *статистические методы проведения выборочного анализа*.

Сбор маркетинговой информации организуется по двум направлениям:

- 1) сбор вторичной информации (собранной для других целей исследований или в результате государственного статистического наблюдения);
- 2) сбор первичной информации (собранной непосредственно для проведения исследований).

Вторичная информация получается в результате использования *метода статистического наблюдения* (данные статистической отчетности, выборочных обследований, переписи и др.) и содержится в статистических сборниках, бюллетенях, на официальном сайте Национального статистического комитета и ведомств и др. В то время как сбор первичной информации осуществляется путем непосредственного опроса (выяснение субъективных мнений, предпочтений, установок людей в отношении какой-либо маркетинговой проблемы).



Собранную информацию преобразуют в более удобный (сжатый) для анализа вид. Для этих целей используют комплекс методов, позволяющих оптимизировать исходные данные:

1) *метод статистической группировки* позволяет сформировать на базе собранной информации качественно-однородные группы по существенным для принятия маркетинговых решений признакам (*например*, для сегментации рынка или исследования потребительских предпочтений);

2) *построение ряда распределения (квантование или дискретизация) данных* подразумевает дробление возможных значений количественного признака на заданное количество интервалов с присвоением номера интервала или иных меток попавшим в них значениям (*например*, для определения диапазонов цен);

3) *сортировка (ранжирование, упорядочение) данных* применяется для упорядочения исходных данных в определенной последовательности (*например*, сортировка товаров по ассортиментным группам позволяет определить глубину ассортимента);

4) *слияние данных* используют, чтобы объединить данные, собранные в ходе различных исследований, или сгруппировать вторичную и первичную маркетинговую информацию;

5) *нормализация (стандартизация) данных* способствует организации данных в таблицы и установлению отношений между ними в соответствии с правилами, которые устраняют избыточность и несогласованность маркетинговой информации, а также позволяет перевести значения числового признака в другой диапазон, более удобный для применения к данным тех или иных аналитических алгоритмов.

Важный этап в проведении любого маркетингового исследования – анализ сводной информации. Статистика располагает значительным арсеналом методов для проведения глубокого статистического анализа и оценки достоверности получаемых результатов (табл. 15.2).

В ходе проведения маркетинговых исследований часто возникает необходимость в формулировке и проверке некоторых утверждений о природе или параметрах анализируемой группы (генеральной совокупности).

**Статистическая гипотеза** – это утверждение относительно параметров генеральной совокупности, сформулированное по определенным правилам и подлежащее проверке с помощью выборочного исследования.

Важное место среди аналитических методов в маркетинге занимают следующие многомерные статистические методы.

1. **Дисперсионный анализ** – это статистический метод, при помощи которого исследуется влияние одной или нескольких независимых переменных на одну или несколько зависимых переменных.

*Сущность дисперсионного анализа* заключается в проверке гипотезы о влиянии независимых переменных на зависимую. В основе техники проведения дисперсионного анализа лежит сравнение средних значений результативного признака в разных группах.

## Основные методы статистического анализа маркетинговой информации

Группа методов	Основные задачи, решаемые с помощью методов	Методы
<i>Методы дескриптивного анализа</i>	Описательное представление переменных (упорядочение, группировка, визуализация, вычисление характеристик распределения выборки и др.)	– Графический и табличный метод; – анализ рядов динамики; – средние величины; – показатели вариации и др.
<i>Методы выводного анализа</i>	Статистический анализ результатов выборочного наблюдения и на основе этого оценка параметров по генеральной совокупности	– Параметрические и непараметрические критерии проверки гипотез; – статистики таблиц сопряженности признаков и др.
<i>Методы анализа различий</i>	Статистическая оценка существенности различий	– Методы анализа структурных сдвигов; – оценивание параметров распределения случайной величины; – параметрические и непараметрические критерии проверки гипотез и др.
<i>Методы исследования взаимосвязей</i>	Статистическая оценка взаимосвязей и зависимостей (факторов, влияющих на уровень и динамику результативного признака)	– Корреляционный анализ; – регрессионный анализ; – дисперсионный анализ; – ковариационный анализ и др.
<i>Методы классификации данных</i>	Классификация объектов исследования	– Методы факторного (компонентного) анализа; – методы кластерного анализа; – методы дискриминантного анализа; – многомерное шкалирование и др.

Однофакторный дисперсионный анализ проводится в целях определения влияния одной (независимой) переменной на другую (зависимую) переменную. При многофакторном дисперсионном анализе (*ANOVA*) исследуется влияние двух и более факторов на одну результативную переменную.

**2. Ковариационный анализ** – это специальный метод анализа дисперсий, в котором эффекты (влияние) одной или более независимых переменных, выраженных в метрической шкале, удаляют из зависимой переменной перед выполнением дисперсионного анализа.

Ковариационный анализ используют при проверке взаимосвязей зависимой переменной с одной контролируемой и неконтролируемыми независимыми переменными. Ковариационный анализ является своего рода синтезом регрессионного и дисперсионного анализа.

**3. Факторный анализ** – метод, который позволяет сгруппировать большое число переменных, влияющих на предмет исследования, и свести их к минимальному числу «обобщающих переменных» (факторов). То есть это метод преобразования исходных переменных в новые, некоррелирующие переменные, называемые факторами.

*Сущность факторного анализа:* имеющиеся зависимости между большим числом исходных наблюдаемых переменных определяются существованием гораздо меньшего числа скрытых или латентных переменных, называемых факторами, выявить которые можно на основе факторного анализа.

4. **Кластерный анализ** – это совокупность методов многомерной классификации объектов по заданным исходным признакам.

В отличие от комбинационных группировок кластерный анализ приводит к разбиению на группы с учетом всех группировочных признаков одновременно.

*Задача кластерного анализа* состоит в формировании групп однородных внутри (соблюдение условия внутренней гомогенности) и четко отличных друг от друга (соблюдение условия внешней гетерогенности).

5. **Дискриминантный анализ** – это статистический метод, который направлен на различение, т. е. разбиение (дискриминацию) объектов наблюдения по определенным признакам.

Дискриминантный анализ используется для принятия решения о том, какие переменные различают (дискриминируют) две или более возникающие совокупности (группы).

*Цель дискриминантного анализа:* выявление различий между исследуемыми группами.

6. **Многомерное шкалирование** объединяет класс методов, позволяющих представить большой массив данных о сходстве (различиях) изучаемых объектов в наглядном, доступном для интерпретации графическом виде.

*Целью многомерного шкалирования* является определение местонахождения объекта в «пространстве восприятия» его субъектами (экспертами, респондентами) и создание его образа.

## 15.2. Темы индивидуальных работ

1. Статистическое моделирование закономерностей потребительского рынка в маркетинге.
2. Маркетинговые исследования цен, роль статистики в маркетинговых исследованиях цен.
3. Статистическая оценка эффективности рекламной кампании.
4. Методы статистического прогнозирования в маркетинговых исследованиях.
5. Методы многомерного статистического анализа в маркетинговых исследованиях.
6. Основные этапы развития маркетинговых исследований.

## 15.3. Вопросы и задания для самоконтроля

1. Дайте определение маркетинговым исследованиям.
2. Назовите основные задачи статистики в маркетинговых исследованиях.
3. Охарактеризуйте методы, используемые в маркетинговых исследованиях.
4. Что такое маркетинговая информация?

5. Укажите источники внутренней и внешней маркетинговой информации.
6. Укажите, с какой целью исследователь производит сортировку данных?

Слияние данных?

7. Что такое статистическая гипотеза?
8. В чем заключается сущность факторного анализа?
9. Какова цель многомерного шкалирования?

#### 15.4. Тестовые задания

1. Укажите, какой из методов обработки данных используют, чтобы перевести значения количественного признака в другой диапазон:

- а) стандартизация данных;
- б) сортировка данных;
- в) слияние данных;
- г) построение ряда распределения;
- д) группировка данных.

2. Укажите, какой статистический метод направлен на различение, т. е. разбиение (дискриминацию) объектов наблюдения по определенным признакам:

- а) дисперсионный анализ;
- б) многомерное шкалирование;
- в) кластерный анализ;
- г) дискриминантный анализ;
- д) факторный анализ.

3. Укажите, какой статистический метод позволяет производить разбиение изучаемой совокупности на группы с учетом всех группировочных признаков одновременно:

- а) дисперсионный анализ;
- б) многомерное шкалирование;
- в) кластерный анализ;
- г) дискриминантный анализ;
- д) факторный анализ.

#### 15.5. Задачи

**Задача 15.1.** Изучите основные методы многомерного статистического анализа и заполните табл. 15.3.

Таблица 15.3

Сущность методов многомерного статистического анализа

Метод	Сущность

**Задача 15.2.** Изучите и отразите схематично основные исторические этапы развития маркетинговых исследований.

**Задача 15.3.** *Разработайте* глоссарий (перечень терминов и их определений) по теме.

**Задача 15.4.** Изучите теоретический материал и заполните табл. 15.4.

Таблица 15.4

Внешние и внутренние источники маркетинговой информации

Внешние источники маркетинговой информации	Внутренние источники маркетинговой информации

**Задача 15.5.** *Укажите* оптимальный метод статистического анализа для решения приведенных ниже задач в процессе маркетингового исследования:

- а) влияет ли упаковка молочных продуктов на объем сбыта;
- б) как изменится объем сбыта, если объем рекламных мероприятий сократить на 10 %;
- в) распределение на группы покупателей крупного торгового центра в соответствии с их потребностями;
- г) какой имидж имеет ваша фирма;
- д) разработка классификации кредитоспособности покупателей кредита по признакам: «заработная плата», «образование», «возраст»;
- е) имеет ли влияние объем инвестиций в промышленности на развитие автомобилестроения и строительства?

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### СТАТИСТИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ

Таблица П.1

Таблица значений  $t$ -критерия Стьюдента при уровне значимости  $\alpha$   
и числе степеней свободы  $df(v)$

$df(v)$	$\alpha$				$df(v)$	$\alpha$			
	<b>0,100</b>	<b>0,050</b>	<b>0,020</b>	<b>0,010</b>		<b>0,100</b>	<b>0,050</b>	<b>0,020</b>	<b>0,010</b>
<b>1</b>	6,31	12,70	31,82	63,70	<b>18</b>	1,73	2,10	2,55	2,88
<b>2</b>	2,92	4,30	6,97	9,92	<b>19</b>	1,73	2,09	2,54	2,86
<b>3</b>	2,35	3,18	4,54	5,84	<b>20</b>	1,73	2,09	2,53	2,85
<b>4</b>	2,13	2,78	3,75	4,60	<b>21</b>	1,72	2,08	2,52	2,83
<b>5</b>	2,01	2,57	3,37	4,03	<b>22</b>	1,72	2,07	2,51	2,82
<b>6</b>	1,94	2,45	3,14	3,71	<b>23</b>	1,71	2,07	2,50	2,81
<b>7</b>	1,89	2,36	3,00	3,50	<b>24</b>	1,71	2,06	2,49	2,80
<b>8</b>	1,86	2,31	2,90	3,36	<b>25</b>	1,71	2,06	2,49	2,79
<b>9</b>	1,83	2,26	2,82	3,25	<b>26</b>	1,71	2,06	2,48	2,78
<b>10</b>	1,81	2,23	2,76	3,17	<b>27</b>	1,71	2,05	2,47	2,77
<b>11</b>	1,80	2,20	2,72	3,11	<b>28</b>	1,70	2,05	2,46	2,76
<b>12</b>	1,78	2,18	2,68	3,05	<b>29</b>	1,70	2,05	2,46	2,76
<b>13</b>	1,77	2,16	2,65	3,01	<b>30</b>	1,70	2,04	2,46	2,75
<b>14</b>	1,76	2,14	2,62	2,98	<b>40</b>	1,68	2,02	2,42	2,70
<b>15</b>	1,75	2,13	2,60	2,95	<b>60</b>	1,67	2,00	2,39	2,66
<b>16</b>	1,75	2,12	2,58	2,92	<b>120</b>	1,66	1,98	2,36	2,62
<b>17</b>	1,74	2,11	2,57	2,90					

Таблица П.2

Таблица значений  $F$ -критерия Фишера при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ 

		Число степеней свободы $df_1(v)$																		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	30	40	50	100
Число степеней свободы $df_2(v)$	1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244	245	246	248	250	251	252	253
	2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39	19,40	19,41	19,42	19,43	19,44	19,48	19,47	19,47	19,49
	3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,76	8,74	8,71	8,69	8,66	8,62	8,60	8,58	8,56
	4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,93	5,91	5,87	5,84	5,80	5,74	5,71	5,70	5,66
	5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,70	4,68	4,64	4,60	4,56	4,50	4,46	4,44	4,40
	6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00	3,96	3,92	3,87	3,81	3,77	3,75	3,71
	7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,60	3,57	3,52	3,49	3,44	3,38	3,34	3,32	3,28
	8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,31	3,28	3,23	3,20	3,15	3,08	3,05	3,03	2,98
	9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,10	3,07	3,02	2,98	2,93	2,86	2,82	2,80	2,76
	10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,94	2,91	2,86	2,82	2,77	2,70	2,67	2,64	2,59
	11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,82	2,79	2,74	2,70	2,65	2,57	2,53	2,50	2,45
	12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,72	2,69	2,64	2,60	2,54	2,46	2,42	2,40	2,35
	13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,63	2,60	2,55	2,51	2,46	2,38	2,34	2,32	2,26
	14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,56	2,53	2,48	2,44	2,39	2,31	2,27	2,24	2,19
	15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,51	2,48	2,43	2,39	2,33	2,25	2,21	2,18	2,12
	16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,45	2,42	2,37	2,33	2,28	2,20	2,16	2,13	2,07
	17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50	2,45	2,41	2,38	2,33	2,29	2,23	2,15	2,11	2,08	2,02
	18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,37	2,34	2,29	2,25	2,19	2,11	2,07	2,04	1,98
	19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,55	2,48	2,43	2,38	2,34	2,31	2,26	2,21	2,15	2,07	2,02	2,00	1,94
	20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,52	2,45	2,40	2,35	2,31	2,28	2,23	2,18	2,12	2,04	1,99	1,96	1,90
	21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,28	2,25	2,20	2,15	2,09	2,00	1,96	1,93	1,87
	22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,47	2,40	2,36	2,30	2,26	2,23	2,18	2,13	2,07	1,98	1,93	1,91	1,84
	23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,45	2,38	2,32	2,28	2,24	2,20	2,14	2,10	2,04	1,96	1,91	1,88	1,82
	24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,43	2,36	2,30	2,26	2,22	2,18	2,13	2,09	2,02	1,94	1,89	1,86	1,80
	25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,41	2,34	2,28	2,24	2,20	2,16	2,11	2,06	2,00	1,92	1,87	1,84	1,77
	26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,18	2,15	2,10	2,05	1,99	1,90	1,85	1,82	1,76
	27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,30	2,25	2,20	2,16	2,13	2,08	2,03	1,97	1,88	1,84	1,80	1,74

		Число степеней свободы $df_1(v)$																		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	30	40	50	100
Число степеней свободы $df_2(v)$	28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,36	2,29	2,24	2,19	2,15	2,12	2,06	2,02	1,96	1,87	1,81	1,78	1,72
	29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,14	2,10	2,05	2,00	1,94	1,85	1,80	1,77	1,71
	30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,34	2,27	2,21	2,16	2,12	2,09	2,04	1,99	1,93	1,84	1,79	1,76	1,69
	32	4,15	3,30	2,90	2,67	2,51	2,40	2,32	2,25	2,19	2,14	2,10	2,07	2,02	1,97	1,91	1,82	1,76	1,74	1,67
	34	4,13	3,28	2,88	2,65	2,49	2,38	2,30	2,23	2,17	2,12	2,08	2,05	2,00	1,95	1,89	1,80	1,77	1,71	1,64
	36	4,11	3,26	2,86	2,63	2,48	2,36	2,28	2,21	2,15	2,10	2,06	2,03	1,98	1,93	1,87	1,78	1,72	1,69	1,62
	38	4,10	3,25	2,85	2,62	2,46	2,35	2,26	2,19	2,14	2,09	2,05	2,02	1,96	1,92	1,85	1,76	1,71	1,67	1,60
	40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,46	2,34	2,25	2,18	2,12	2,07	2,04	2,00	1,95	1,90	1,84	1,74	1,69	1,68	1,59
	42	4,07	3,22	2,83	2,59	2,44	2,32	2,24	2,17	2,11	2,06	2,02	1,99	1,94	1,89	1,82	1,73	1,68	1,64	1,57
	44	4,06	3,21	2,82	2,58	2,43	2,31	2,23	2,16	2,10	2,05	2,01	1,98	1,92	1,88	1,81	1,72	1,66	1,63	1,56
	46	4,05	3,20	2,81	2,57	2,42	2,30	2,22	2,14	2,09	2,04	2,00	1,97	1,91	1,87	1,80	1,71	1,65	1,62	1,54
	48	4,04	3,19	2,80	2,56	2,41	2,30	2,21	2,14	2,08	2,03	1,99	1,96	1,90	1,86	1,79	1,70	1,64	1,61	1,53
	50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,02	1,98	1,95	1,90	1,85	1,78	1,69	1,63	1,60	1,52
	55	4,02	3,17	2,78	2,54	2,38	2,27	2,18	2,11	2,05	2,00	1,97	1,93	1,88	1,83	1,76	1,67	1,61	1,58	1,50
	60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,95	1,92	1,86	1,81	1,75	1,65	1,59	1,56	1,48
	65	3,99	3,14	2,75	2,51	2,36	2,24	2,15	2,08	2,02	1,98	1,94	1,90	1,85	1,80	1,73	1,63	1,57	1,54	1,46
	70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,14	2,07	2,01	1,97	1,93	1,89	1,84	1,79	1,72	1,62	1,56	1,53	1,45
	80	3,96	3,11	2,72	2,48	2,33	2,21	2,12	2,05	1,99	1,95	1,91	1,88	1,82	1,77	1,70	1,60	1,54	1,51	1,42
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,10	2,03	1,97	1,92	1,88	1,85	1,79	1,75	1,68	1,57	1,51	1,48	1,39	
125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,08	2,01	1,95	1,90	1,86	1,83	1,77	1,72	1,65	1,55	1,49	1,45	1,36	



Таблица значений  $F$ -критерия Фишера при уровне значимости  $\alpha = 0,01$ 

		Число степеней свободы $df_1(v)$																		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	30	40	50	100
Число степеней свободы $df_2(v)$	1	4052	4999	5403	5625	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6082	6106	6142	6169	6208	6258	6286	6302	6334
	2	98,49	99,00	99,17	99,25	99,30	99,33	99,34	99,36	99,38	99,40	99,41	99,42	99,43	99,44	99,45	99,47	99,48	99,48	99,49
	3	34,12	30,8	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	27,13	27,05	26,92	26,83	26,69	26,50	26,41	26,35	26,23
	4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,54	14,45	14,37	14,24	14,15	14,02	13,83	13,74	13,69	13,57
	5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,45	10,27	10,15	10,05	9,96	9,89	9,77	9,68	9,55	9,38	9,29	9,24	9,13
	6	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79	7,72	7,60	7,52	7,39	7,23	7,14	7,09	6,99
	7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	6,84	6,71	6,62	6,54	6,47	6,35	6,27	6,15	5,98	5,90	5,85	5,75
	8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,74	5,67	5,56	5,48	5,36	5,20	5,11	5,06	4,96
	9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35	5,26	5,18	5,11	5,00	4,92	4,80	4,64	4,56	4,51	4,41
	10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,78	4,71	4,60	4,52	4,41	4,25	4,17	4,12	4,01
	11	9,65	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,46	4,40	4,29	4,21	4,10	3,94	3,86	3,80	3,70
	12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,50	4,39	4,30	4,22	4,16	4,05	3,98	3,86	3,70	3,61	3,56	3,46
	13	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02	3,96	3,85	3,78	3,67	3,51	3,42	3,37	3,27
	14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,86	3,80	3,70	3,62	3,51	3,34	3,26	3,21	3,11
	15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,73	3,67	3,56	3,48	3,36	3,20	3,12	3,07	2,97
	16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,61	3,55	3,45	3,37	3,25	3,10	3,01	2,96	2,86
	17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,52	3,45	3,35	3,27	3,16	3,00	2,92	2,86	2,76
	18	8,28	6,01	5,06	4,58	4,25	4,01	3,85	3,71	3,60	3,51	3,44	3,37	3,27	3,19	3,07	2,91	2,83	2,78	2,68
	19	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52	3,43	3,36	3,30	3,19	3,12	3,00	2,84	2,76	2,70	2,60
	20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,71	3,56	3,45	3,37	3,30	3,23	3,13	3,05	2,94	2,77	2,69	2,63	2,53
	21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,65	3,51	3,40	3,31	3,24	3,17	3,07	2,99	2,88	2,72	2,63	2,58	2,47
	22	7,94	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35	3,26	3,18	3,12	3,02	2,94	2,83	2,67	2,58	2,53	2,42
	23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41	3,30	3,21	3,14	3,07	2,97	2,89	2,78	2,62	2,53	2,48	2,37
	24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,50	3,36	3,25	3,17	3,09	3,03	2,93	2,85	2,74	2,58	2,49	2,44	2,33
	25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,86	3,63	3,46	3,32	3,21	3,13	3,05	2,99	2,89	2,81	2,70	2,54	2,45	2,40	2,29
	26	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	3,42	3,29	3,17	3,09	3,02	2,96	2,86	2,77	2,66	2,50	2,41	2,36	2,25
	27	7,68	5,49	4,60	4,11	3,79	3,56	3,39	3,26	3,14	3,06	2,98	2,93	2,83	2,74	2,63	2,47	2,38	2,33	2,21

		Число степеней свободы $df_1(v)$																			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	30	40	50	100	
Число степеней свободы $df_2(v)$	28	7,64	5,45	4,57	4,07	3,76	3,53	3,36	3,23	3,11	3,03	2,95	2,90	2,80	2,71	2,60	2,44	2,35	2,30	2,18	
	29	7,60	5,42	4,54	4,04	3,73	3,50	3,33	3,20	3,08	3,00	2,92	2,87	2,77	2,68	2,57	2,41	2,32	2,27	2,15	
	30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,30	3,17	3,06	3,06	2,98	2,90	2,84	2,74	2,66	2,55	2,38	2,29	2,24	2,13
	32	7,50	5,34	4,46	3,97	3,66	3,42	3,25	3,12	3,01	2,94	2,86	2,80	2,70	2,62	2,51	2,34	2,25	2,20	2,08	
	34	7,44	5,29	4,42	3,93	3,61	3,38	3,21	3,08	2,97	2,89	2,82	2,76	2,66	2,58	2,47	2,30	2,21	2,15	2,04	
	36	7,39	5,25	4,38	3,89	3,58	3,35	3,18	3,04	2,94	2,86	2,78	2,72	2,62	2,54	2,43	2,26	2,17	2,12	2,00	
	38	7,35	5,21	4,34	3,86	3,54	3,32	3,15	3,02	2,91	2,82	2,75	2,69	2,59	2,51	2,40	2,22	2,14	2,08	1,97	
	40	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,88	2,80	2,73	2,66	2,56	2,49	2,37	2,20	2,11	2,05	1,94	
	42	7,27	5,15	4,29	3,80	3,49	3,26	3,10	2,96	2,86	2,77	2,70	0,64	2,54	2,46	2,35	2,17	2,08	2,02	1,91	
	44	7,24	5,12	4,26	3,78	3,46	3,24	3,07	2,94	2,84	2,75	2,68	2,62	2,52	2,44	2,32	2,15	2,06	2,00	1,88	
	46	7,21	5,10	4,24	3,76	3,44	3,22	3,05	2,92	2,82	2,73	2,66	2,60	2,50	2,42	2,30	2,13	2,04	1,98	1,86	
	48	7,19	5,08	4,22	3,74	3,42	3,20	3,04	2,90	2,80	2,71	2,64	2,58	2,48	2,40	2,28	2,11	2,02	1,96	1,84	
	50	7,17	5,06	4,20	3,72	3,41	3,18	3,02	2,88	2,78	2,70	2,62	2,56	2,46	2,39	2,26	2,10	2,00	1,94	1,82	
	55	7,12	5,01	4,16	3,68	3,37	3,15	2,98	2,85	2,75	2,66	2,59	2,53	2,43	2,35	2,23	2,06	1,96	1,90	1,78	
	60	7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,95	2,82	2,72	2,63	2,56	2,50	2,40	2,32	2,20	2,03	1,93	1,87	1,74	
	65	7,04	4,95	4,10	3,62	3,31	3,09	2,93	2,79	2,70	2,61	2,54	2,47	2,37	2,30	2,18	2,00	1,90	1,84	1,71	
	70	7,01	4,92	4,08	3,60	3,29	3,07	2,91	2,77	2,67	2,59	2,51	2,45	2,35	2,28	2,15	1,98	1,88	1,82	1,69	
	80	6,96	4,88	4,04	3,56	3,25	3,04	2,87	2,74	2,64	2,55	2,48	2,41	2,32	2,24	2,11	1,94	1,84	1,78	1,65	
100	6,90	4,82	3,98	3,51	3,20	2,99	2,82	2,69	2,59	2,51	2,43	2,36	2,26	2,19	2,06	1,89	1,79	1,73	1,59		
125	6,84	4,78	3,94	3,47	3,17	2,95	2,79	2,65	2,56	2,47	2,40	2,33	2,23	2,15	2,03	1,85	1,75	1,68	1,54		

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Теория статистики : учеб. пособие / Л. И. Карпенко [и др.] ; под ред. Л. И. Карпенко. – Минск : БГЭУ, 2013. – 591 с.
2. Статистика : учеб.-метод. пособие / А. Г. Кулак [и др.]. – Минск : БГАТУ, 2018. – 308 с.
3. Едророва, В. Н. Общая теория статистики : учебник / В. Н. Едророва, М. В. Малафеева. – 2-е изд, перераб. и доп. – М. : Магистр, 2009. – 606 с.
4. Гусаров, В. М. Статистика : учеб. пособие / В. М. Гусаров. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2008. – 479 с.
5. Статистика : учебник для академического бакалавриата / И. И. Елисеева [и др.]. – 5-е изд., перераб. и доп. – М. : Юрайт, 2019. – 572 с.
6. Громько, Г. Л. Теория статистики. Практикум / Г. Л. Громько. – 5-е изд., доп. и перераб. – М. : ИНФРА-М, 2013. – 323 с.
7. Салин, В. Н. Курс теории статистики для подготовки специалистов финансово-экономического профиля : учебник / В. Н. Салин, Э. Ю. Чурилова. – М. : Финансы и статистика, 2006. – 480 с.
8. Бизнес-статистика : учебник и практикум / И. И. Елисеева [и др.] ; под ред. И. И. Елисеевой. – М. : Юрайт, 2018. – 411 с.
9. Кочетыгова, О. В. Статистика рынка товаров и услуг : учеб. пособие / О. В. Кочетыгова. – Саратов : Саратовский соц.-эконом. ин-т (филиал) РЭУ им. Г. В. Плеханова, 2018. – 112 с.
10. Статистика рынка товаров и услуг : учеб.-практ. пособие / И. К. Беляевский [и др.]. – М. : Московс. гос. ун-т экономики, статистики и информатики, 2006. – 143 с.
11. Статистика : учеб. пособие / Н. В. Агабекова [и др.] ; под ред. Н. В. Агабековой. – Минск : БГЭУ, 2020. – 303 с.

*Учебное издание*

**Кулак Алла Геннадьевна**

## **ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ**

Редактор *М. А. Зайцева*

Корректор *Е. Н. Батурчик*

Компьютерная правка, оригинал-макет *М. В. Касабуцкий*

Подписано в печать 03.12.2020 Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».  
Отпечатано на ризографе. Усл. печ. л. 14,76. Уч.-изд. л. 15,5. Тираж 50 экз. Заказ 103.

Издатель и полиграфическое исполнение: учреждение образования  
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники».  
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,  
распространителя печатных изданий №1/238 от 24.03.2014,  
№2/113 от 07.04.2014, №3/615 от 07.04.2014.  
Ул. П. Бровик, 6, 220013, Минск