

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники»

Факультет инфокоммуникаций

Кафедра инфокоммуникационных технологий

# **СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В ПРОЕКТНОЙ И УПРАВЛЕНЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

*Рекомендовано УМО по образованию в области информатики  
и радиоэлектроники в качестве учебно-методического пособия  
для специальности 1-45 80 01 «Системы и сети инфокоммуникаций»*

Минск БГУИР 2021

УДК 519.6(076)  
ББК 22.19я73  
С40

Авторы:

Б. В. Никульшин, Т. В. Тиханович, В. Г. Русин, В. А. Вишняков

Рецензенты:

кафедра информационных систем и технологий  
Белорусского национального технического университета  
(протокол №10 от 16.05.2020);

доцент кафедры теории функций  
Белорусского государственного университета  
кандидат физико-математических наук, доцент Т. С. Мардвилко

**Системный анализ и принятие решений в проектной и**  
С40 **управленческой деятельности : учеб.-метод. пособие / Б. В. Никульшин**  
**[и др.]. – Минск : БГУИР, 2021. – 72 с. : ил.**  
**ISBN 978-985-543-603-5.**

Рассмотрена технология применения системного анализа для принятия решений в проектной и управленческой деятельности информационных систем. В практической части приведены лабораторные работы, связанные с освоением инженерных методик принятия решения для сложных систем в процессе их разработки.

**УДК 519.6(076)**  
**ББК 22.19я73**

**ISBN 978-985-543-603-5**

© УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», 2021

## ВВЕДЕНИЕ

Разработка сложных систем, к которым относятся и инфокоммуникационные системы, представляет комплекс задач, решаемых в следующих условиях:

- необходимость кооперации нескольких соисполнителей и управления их согласованной работой;

- учет большого числа взаимосвязанных факторов и условий, часто противоречивых (исходные данные частично или полностью неизвестны, имеют стохастическую природу);

- большая цена потерь от непроработанных или неправильных решений в процессе разработки систем.

Для решения подобных проблем организация «РЭНД Корпорейшен», основанная в 1946 г. ВВС США, разработала в качестве методологической базы концепцию «системного анализа», основанную на системном подходе [1].

Суть системного подхода состоит в соблюдении двух правил [2, 3]:

1. Рассмотрение всех элементов организации или процесса в их взаимной связи, взаимозависимости и взаимном влиянии в интересах наиболее оптимального достижения как частных целей элементов, так и общих целей системы.

2. Обязательный анализ процессов проектирования или управления на базе количественных методов с целью выработки и принятия количественно обоснованных решений в условиях неопределенности.

В работе рассматривается технология системного анализа для решения задач проектной и управленческой деятельности. Приводятся методы и модели реализации компонент технологической схемы системного анализа. Практическая часть учебно-методического пособия содержит ряд лабораторных работ для ознакомления с инженерными методиками, разработанными на базе приведенных методов и моделей.

# 1. СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ В ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

## 1.1. Постановка задачи

Целью любой проектной деятельности (ПД) является формализация процессов генерации альтернативных вариантов системы (далее – альтернативы), их сравнительного анализа и выбора рациональной альтернативы. При этом следует учитывать две группы факторов, сопровождающих ПД.

Первая группа факторов. Недостоверность, неполнота, частичное или полное отсутствие исходных данных. Как правило, это:

- неопределенность, стохастичность среды реализации проекта;
- непредвиденная сложность решаемых задач;
- ограниченность или неточность в оценке требуемых ресурсов, в том числе и человеческий фактор проектной группы;
- возможность коррекции целей проектирования и т. д.

Вторая группа факторов. При выборе альтернативы приходится сталкиваться с необходимостью многокритериального сравнительного анализа потенциальных альтернатив, т. е. сравнивать варианты по совокупности их оценочных характеристик (далее – показатели) различной природы (числовые, вербальные, балльные и т. д.) и шкал измерения.

ПД с учетом этих групп факторов рассматривается как проблема и цель проектировщика выбрать формальный аппарат для ее решения.

Суть всякой проблемы принято понимать как разницу между фактическим и желаемым состоянием объекта принятия решений. В процессе ПД фактический существующий (или несуществующий) вариант системы требуется заменить (усовершенствовать) желаемым вариантом с требуемыми характеристиками и с учетом вышеперечисленных факторов.

Герберт Саймон и Алан Ньюэлл предложили следующую классификацию проблем и основные методы их решения (табл. 1.1)[20]:

- хорошо структурированные или количественно выраженные проблемы, в которых существенные зависимости выяснены настолько хорошо, что они могут быть выражены в числах или символах, получающих в конечном итоге числовые оценки;
- неструктурированные или качественно выраженные проблемы, содержащие лишь описание важнейших ресурсов, признаков и характеристик, количественные зависимости между которыми совершенно неизвестны;
- слабоструктурированные или смешанные проблемы, которые содержат как качественные элементы, так и количественные, причем качественные, малоизвестные и неопределенные стороны проблемы имеют тенденцию доминировать.

Типы проблем

Класс проблем	Характеристики проблем	Методы решения проблем и задач
1. Хорошо структурированные проблемы	Зависимости между элементами и характеристиками могут быть выражены количественными оценками	Методы математического моделирования, сетевое моделирование, теория массового обслуживания, методы математического программирования
2. Неструктурированные проблемы	Существенные зависимости, характеристики и ресурсы описаны качественно, количественные зависимости между ними или неизвестны, или выявить их очень сложно	Интуитивные методы решения задач (экспертиза, «мозговой штурм»), методы жюри, комиссии и т. д.), метод построения сценариев, эвристические методы
3. Слабоструктурированные проблемы (смешанные проблемы)	Содержат в себе качественные элементы и количественные показатели, причем категории качественного содержания имеют тенденцию доминировать	Системный анализ, теория игр, анализ теории полезности, эвристическое моделирование

Схема решения проблемы представлена на рис. 1.1.

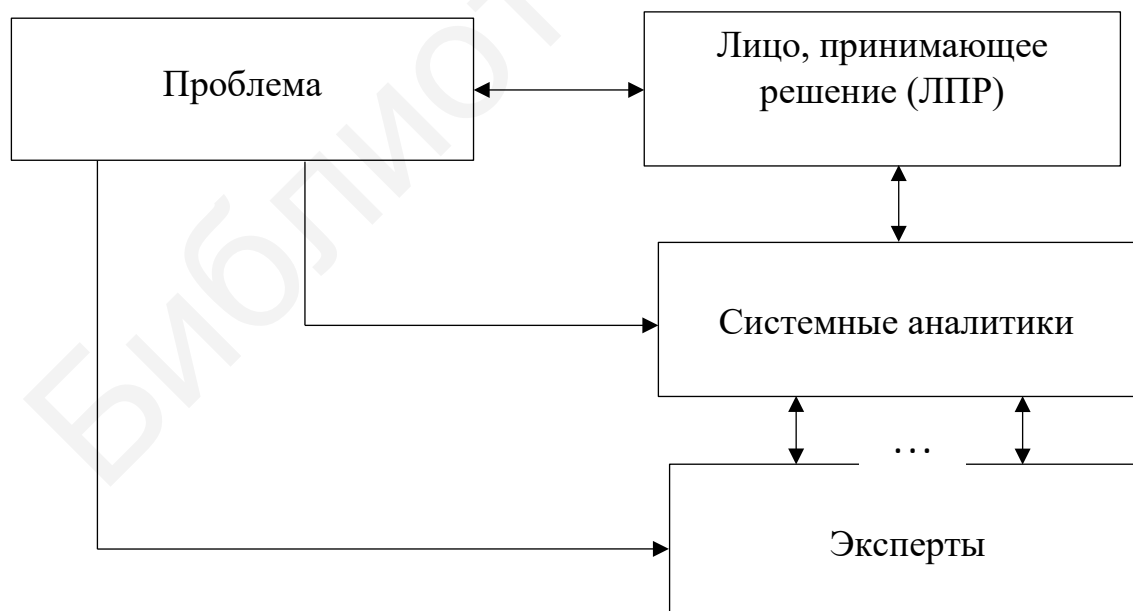


Рис. 1.1. Схема решения проблемы

Участники схемы решения проблемы [2]:

- ЛПР – это некий реально существующий индивидуум (или группа), которого не устраивает существующее состояние дел или перспектива их будущего состояния и который имеет желание и полномочия отменить это состояние;

- системные аналитики, исследующие проблему. Они учитывают целевые положения ЛПР, вырабатывают альтернативы решения проблемы, сравнивают их и предлагают ЛПР варианты, проранжированные в порядке их предпочтения, по отдельным вопросам обращаются к экспертам и агрегируют их решения.

С учетом групп факторов 1 и 2 проблему ПД можно отнести к третьему классу проблем и для реализации схемы ее решения использовать методы системного анализа (СА) [20].

### ***Системный подход и системный анализ в проектной деятельности***

Системный подход (СП) есть теоретическая и методологическая основа системного анализа, его аппаратная реализация.

Под СА понимается всестороннее, систематизированное (построенное на основе определенного набора правил), изучение сложного объекта в целом, вместе со всей совокупностью его сложных внешних и внутренних связей, проводимое для выявления возможностей улучшения функционирования объекта [2, 4].

Процедуры и методы СА направлены на формирование альтернатив решения проблемы, выявление масштабов неопределенности по каждой из альтернатив и их сопоставление по тем или иным критериям эффективности.

СА опирается на ряд прикладных математических дисциплин и методов:

- общая теория систем и СП;
- исследование операций и оптимизация, теория игр;
- имитационное моделирование;
- теория принятия решений;
- методы экспертных оценок и т. д.

При этом важной особенностью СА является единство используемых формализованных и неформализованных средств и методов исследования.

Технологию решения проблемы с использованием СА можно представить как многошаговый итерационный процесс, состоящий из 12 этапов (рис. 1.2) [2, 5].

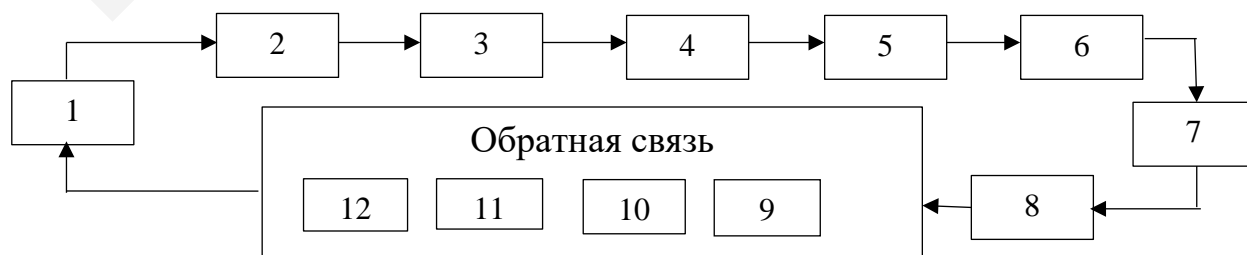


Рис. 1.2. Технология системного анализа

Здесь:

- этап 1 – формализация проблемы;
- этап 2 – обоснование цели;
- этап 3 – формирование альтернативных проектных вариантов реализации цели;
- этап 4 – формирование показателей для оценки альтернатив;
- этап 5 – построение моделей для оценки показателей;
- этап 6 – оценка альтернатив;
- этап 7 – сравнительный анализ альтернатив и выбор рациональной;
- этап 8 – анализ чувствительности;
- этап 9 – проверка исходных данных;
- этап 10 – уточнение конечной цели;
- этап 11 – рассмотрение новых альтернатив;
- этап 12 – анализ новых ресурсов и показателей.

Этап 1. Формализация проблемы.

Включает процедуры: осознание проблемы; выявление причин (внутренних, внешних) появления (существования) проблемы; анализ причин и их фильтрация (отбрасываются факторы, не относящиеся к проблеме); установление имеющихся возможностей (ресурсов) решения проблем. Здесь необходимо соблюсти два противоречивых требования: описание должно быть подробным и в то же время лаконичным с максимальным использованием формализованного описания. Для этого создается группа, в состав которой входят:

- заказчик;
- лицо, принимающее решение;
- участники проблемы: активные (заинтересованные в решении проблемы) и пассивные (на ком скажется решение проблемы);
- системный аналитик. Его задача – определить, в чем заинтересованы участники проблемы, какие изменения и почему они хотят внести.

Завершается этап построением формальной модели решения проблемы, учитывающей все факторы и взаимосвязи объекта и среды. Модель должна отражать результаты применения альтернативных вариантов решения проблемы с учетом среды.

Этап 2. Обоснование цели.

Различают конечную и частные цели. Конечная цель есть заранее мыслимый и желаемый результат. Любая конечная цель рассматривается как клубок частных целей. Частные цели ранжируются по важности. Строят дерево целей, оптимизируют его. Следует учитывать опасность подмены искомой цели трактовкой заказчика. После построения и оптимизации дерева целей оценивают их реализуемость.

Этап 3. Формирование альтернативных проектных вариантов (альтернатив) реализации цели.

Необходимо предусмотреть все многообразие проектных альтернатив, чтобы не пропустить искомой рациональной альтернативы. На данном этапе, как

правило, сталкиваются с трудностями генерации оригинальных, нетрадиционных решений, с другой стороны, возникают проблемы «проклятия» размерности при переборе всех возможных вариантов.

Этап 4. Формирование показателей для сравнительной оценки альтернатив.

Для рассматриваемых систем характерна многокритериальность альтернатив, т. е. сталкиваемся с задачей необходимости учета совокупности показателей различной природы и шкал измерения. На этом этапе устанавливаются ограничения для показателей. При формировании показателей следует учитывать: требования заказчика; сложившиеся традиционные показатели для рассматриваемых систем; возможность оценки показателей; возможность учета ими динамики условий функционирования системы.

Этап 5. Построение моделей для оценки показателей альтернатив.

Выбор прикладных математических методов формализации задачи выбора альтернатив определяет формальный аппарат для оценки показателей. Сравнительный анализ альтернатив для выбора рациональной обуславливает определенные допуски в построении моделей показателей. Нет необходимости получения абсолютных оценок показателей, достаточно ограничиться требованиями учета отличительных особенностей альтернатив и их чувствительности к динамике условий функционирования.

Этап 6. Оценка альтернатив по совокупности показателей в диапазоне условий функционирования.

Совокупность факторов группы 1 определяет достоверность результатов выбора и определяет условия выбора. Различают выбор в условиях определенности, в условиях риска, в условиях неопределенности.

Выбор в условиях определенности: факторы группы 1 имеют детерминированный характер. Условия функционирования системы можно представить заранее известным набором факторов группы 1.

При выборе в условиях риска факторы группы 1 задаются случайными величинами статистической природы с известными законами распределения.

При выборе в условиях неопределенности факторы группы 1 либо имеют статистическую природу с неизвестными законами распределения, либо они не статистической природы и законы распределения принципиально не существуют.

Этап 7. Сравнительный анализ альтернатив и выбор рациональной.

Задача выбора рациональной альтернативы из возможных альтернатив по совокупности показателей, имеющих противоречивый характер, относится к классической задаче теории принятия решений. С позиций СП для выбора рационального варианта необходимо провести сравнительный анализ всего возможного множества альтернатив. С учетом размерности задачи целесообразно сравнительный анализ провести в два этапа: на первом этапе отсеять заведомо неперспективные альтернативы и сформировать множество компромиссных Парето-оптимальных решений; на втором этапе сузить множество Парето с учетом совокупности показателей и их важности, свести к задаче сравнительного анализа ограниченного множества конкурирующих по



своей эффективности альтернатив. Сравнительный анализ по совокупности частных показателей предполагает переход к скалярной оценке в виде обобщенного показателя. В рамках теории принятия решений существуют модели формирования обобщенных показателей на базе совокупности частных показателей альтернатив с учетом их важности.

Процедуры сравнительного анализа альтернатив необходимо провести для всего диапазона условий выбора. При этом необходимо сформировать критерий (правило) выбора рационального варианта при противоречивом характере поведения обобщенных показателей альтернатив в диапазоне условий выбора.

Этап 8. Анализ чувствительности.

Исследуются конкурирующие альтернативы во всем диапазоне условий функционирования в целях оценки их устойчивости. При положительном результате процесс выбора рациональной альтернативы завершается, в противном случае включаются процедуры «обратной связи»: проверка и возможные изменения исходных данных (этап 9); уточнение конечной цели (этап 10); рассмотрение новых альтернатив (этап 11); анализ новых ресурсов и показателей (этап 12).

## 1.2. Методы и модели оценки альтернатив по совокупности показателей в диапазоне условий реализации проекта

В качестве исходных данных принимают:

- множество альтернатив системы

$$S = \{S_1, \dots, S_i, \dots, S_n\}, \quad i = 1, \dots, n,$$

где  $S_i$  –  $i$ -альтернатива;

- каждая альтернатива оценивается  $K$  совокупностью частных показателей различной природы (числовые, вербальные, балльные и т. д.):

$$K_i = \{K_{1i}, \dots, K_{ji}, \dots, K_{mi}\}, \quad j = 1, \dots, m, \quad i = 1, \dots, n,$$

где  $K_{ji}$  –  $j$ -й частный показатель  $i$ -й альтернативы;

- возможные сочетания факторов первой группы формируют вектор  $Y$  вариантов среды реализации проектов:

$$Y = (Y_1, \dots, Y_\alpha, \dots, Y_A),$$

где  $Y_\alpha$  –  $\alpha$ -вариант реализации среды;

- для оценки альтернатив в диапазоне условий необходимо проанализировать матрицы  $K(Y_1), \dots, K(Y_\alpha), \dots, K(Y_A)$ :

$$K(Y_\alpha) = \begin{vmatrix} k_{11}(Y_\alpha), \dots, k_{1i}(Y_\alpha), \dots, k_{1n}(Y_\alpha) \\ \dots & \dots & \dots \\ k_{j1}(Y_\alpha), \dots, k_{ji}(Y_\alpha), \dots, k_{jn}(Y_\alpha) \\ \dots & \dots & \dots \\ k_{m1}(Y_\alpha), \dots, k_{mi}(Y_\alpha), \dots, k_{mn}(Y_\alpha) \end{vmatrix}, \quad \alpha = 1, \dots, A, \quad (1.1)$$

где  $k_{ji}(Y_\alpha)$  – оценка  $j$ -го показателя  $i$ -й альтернативы в условиях  $Y_\alpha$  реализации среды.

Ввиду того что комплексная оценка с использованием совокупности показателей на практике довольно затруднительна, для сравнительного анализа альтернатив целесообразно использовать обобщенные показатели  $E$ , которые позволяют оценить преимущества тех или иных альтернатив без претензии на абсолютные оценки их эффективности [6, 7]:

$$E = f(K_1, \dots, K_j, \dots, K_m),$$

где  $f$  – модель формирования обобщенного показателя на базе частных показателей.

В этом случае для выбора рациональной альтернативы в диапазоне условий реализации необходимо проанализировать матрицу

$$E = \begin{vmatrix} E_1(Y_1), \dots, E_1(Y_\alpha), \dots, E_1(Y_A) \\ \dots & \dots & \dots \\ E_i(Y_1), \dots, E_i(Y_\alpha), \dots, E_i(Y_A) \\ \dots & \dots & \dots \\ E_n(Y_1), \dots, E_n(Y_\alpha), \dots, E_n(Y_A) \end{vmatrix}, \quad (1.2)$$

где  $E_i(Y_\alpha)$  – оценка обобщенного показателя  $i$ -й альтернативы в условиях  $Y_\alpha$  реализации среды.

При известном наборе возможных сочетаний факторов первой группы матрица  $E$  даст достаточную информацию для выбора рациональной альтернативы с помощью моделей математического программирования, критериев теории игр и т. д.

В условиях риска возможные сочетания факторов первой группы рассматриваются в качестве случайной величины с известным законом распределения ее исходов:

$$Y = \begin{pmatrix} Y_1, & \dots, & Y_\alpha, & \dots, & Y_A \\ P(Y_1), & \dots, & P(Y_\alpha), & \dots, & P(Y_A) \end{pmatrix}, \quad (1.3)$$

где  $P(Y_\alpha)$  – вероятности  $Y_\alpha$  исхода случайной величины  $Y$ ,  $\alpha = 1, \dots, A$ .

В этом случае исходной информацией для выбора рациональной альтернативы являются матрица  $E$  и закон распределения параметра  $Y$ . Для решения задачи можно использовать два приема.

Первый прием – замена случайной величины  $Y$  ее математическим ожиданием  $Y \rightarrow M[Y]$  и анализ элементов столбца матрицы  $E$  со значением индекса  $\alpha$ , численно равным или ближайшим к значению  $M[Y]$ .

Критерий выбора рациональной альтернативы в этом случае

$$S_{rat} = \max_i(\bar{E}_1, \dots, \bar{E}_i, \dots, \bar{E}_n), \quad (1.4)$$

где  $\bar{E}_i$  – элементы столбца матрицы  $E$  с индексом  $\alpha \approx M[Y]$ ,  $E_i = E_i(M[Y])$ ,  $i = 1, \dots, n$ .

Второй прием (критерий Байеса) – «взвешивание» элементов строк матрицы  $E$  на соответствующие вероятности  $P(Y_\alpha)$ ,  $\alpha = 1, \dots, A$ :

$$E_i^* = \sum_{\alpha=1}^A E_i(Y_\alpha) \cdot P(Y_\alpha), \quad i = 1, \dots, n,$$

где  $E_i^*$  – математическое ожидание обобщенного показателя  $i$ -й альтернативы.

В соответствии с критерием Байеса выбор рационального варианта осуществляется по правилу

$$S_{rat} = \max_i(E_1^*, \dots, E_i^*, \dots, E_n^*). \quad (1.5)$$

При выборе в условиях неопределенности случайная величина  $Y$  может быть представлена либо возможным диапазоном значений исходов, либо в лучшем случае набором возможных исходов случайной величины  $Y$ .

То есть с определенной степенью условности можно рассматривать матрицу  $E$  вида (1.2) в качестве игровой матрицы выигрышей для выбора рациональной альтернативы с помощью критериев из теории игр: Лапласа, Гурвица, Вальда и т. д.

Рассмотрим ключевые моменты выбора рациональной альтернативы в такой постановке задачи:

1. Ограничение размерности задачи путем отсева заведомо неперспективных альтернатив и формирование компромиссных Парето-оптимальных решений.

2. Формирование обобщенных показателей альтернатив с учетом важности частных показателей.

3. Сравнительный анализ компромиссных Парето-оптимальных (конкурирующих) альтернатив в диапазоне условий реализации среды и выбор рациональной альтернативы.

### 1.3. Отсев неперспективных альтернатив

На ранних этапах проектирования в условиях большого числа потенциальных альтернатив, отсутствия корректных оценок их показателей (элементов матрицы (1.1)) целесообразно отсеять заведомо неперспективные альтернативы с помощью методов экспертных оценок, методов экспресс-анализа, не требующих значительных ресурсов для оценки альтернатив.

#### 1.3.1. Методы экспресс-анализа, оперирующие экспертной информацией

##### Метод Саати [8]

Относится к индивидуальным экспертным методам. Для каждой пары альтернатив эксперт указывает степень предпочтительности одной из них над другой.

**Пример 1.1.** Предприятие выбирает вид рекламы для продукции. Предлагаются четыре вида: реклама на телевидении (обозначим ее как  $A_1$ ), на радио ( $A_2$ ), в газете ( $A_3$ ), на стендах ( $A_4$ ).

Алгоритм метода:

1. Экспертом заполняется матрица парных сравнений размером  $N \times N$ , где  $N$  – количество альтернатив. Матрица заполняется по правилам, приведенным в табл. 1.2.

Таблица 1.2

##### Правила заполнения матрицы парных сравнений

$X_{ik}$	Значение
1	$i$ -я и $k$ -я альтернативы примерно равноценны
3	$i$ -я альтернатива немного предпочтительнее $k$ -й
5	$i$ -я альтернатива предпочтительнее $k$ -й
7	$i$ -я альтернатива значительно предпочтительнее $k$ -й
9	$i$ -я альтернатива явно предпочтительнее $k$ -й

Если  $i$ -я альтернатива менее предпочтительна, чем  $k$ -я, то указываются обратные оценки (1/3, 1/5, 1/7, 1/9). Могут использоваться промежуточные оценки (2, 4, 6, 8). На диагонали ставятся единицы, как это показано в табл. 1.3.

Таблица 1.3

##### Матрица парных сравнений

$A_i \backslash A_k$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_1$	1	7	3	9
$A_2$	1/7	1	1/5	3
$A_3$	1/3	5	1	5
$A_4$	1/9	1/3	1/5	1

2. Находятся цены альтернатив – средние геометрические строк матрицы:

$$C_i = \sqrt[N]{\prod_{k=i}^N X_{ik}}, \quad i = 1, \dots, N,$$

где  $X_{ik}$  – степень предпочтительности  $i$ -го элемента матрицы над  $k$ -м.

Для данного примера

$$C_1 = \sqrt[4]{1 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 9} = 3,71; \quad C_2 = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{7}\right) \cdot 1 \cdot \left(\frac{1}{5}\right) \cdot 3} = 0,54; \quad C_3 = 1,7;$$
$$C_4 = 0,29.$$

3. Находится сумма цен альтернатив:

$$C = \sum_{i=1}^N C_i.$$

В примере  $C = 3,71 + 0,54 + 1,7 + 0,29 = 6,24$ .

4. Находятся веса альтернатив:

$$V_i = C_i / C, \quad i = 1, \dots, N.$$

$$V_1 = 3,71 / 6,24 = 0,595; \quad V_2 = 0,54 / 6,24 = 0,087; \quad V_3 = 1,7 / 6,24 = 0,272;$$
$$V_4 = 0,29 / 6,24 = 0,047.$$

Предпочтительной является альтернатива с максимальным весом: наиболее эффективной является реклама на телевидении; следующая за ней – реклама в газетах, и т. д.

### ***Проверка экспертных оценок на непротиворечивость***

Проверка позволяет выявить ошибки эксперта при заполнении матрицы парных сравнений. Например, эксперт указывает, что альтернатива  $A_1$  хуже, чем  $A_2$ , а альтернатива  $A_2$  хуже, чем  $A_3$ . Но при этом эксперт указывает также, что  $A_1$  лучше, чем  $A_3$ .

Для задачи о выборе вида рекламы (см. пример 1.1):

1. Находятся суммы столбцов матрицы парных сравнений:

$$R_k = \sum_{i=1}^N X_{ik}, \quad k = 1, \dots, N.$$

$$R_1 = (1 + 1/7 + 1/3 + 1/9) = 1,588; \quad R_2 = 13,333; \quad R_3 = 4,4; \quad R_4 = 18.$$

2. Рассчитывается вспомогательная величина  $\lambda$  путем суммирования произведений сумм столбцов матрицы на веса альтернатив:

$$\lambda = \sum_{k=1}^N R_k \cdot V_k.$$

$$\lambda = 1,588 \cdot 0,594 + 13,333 \cdot 0,087 + 4,4 \cdot 0,272 + 18 \cdot 0,047 = 4,07.$$

3. Находится величина, называемая индексом согласованности (ИС):

$$\text{ИС} = (\lambda - N) / (N - 1).$$

Для примера  $\text{ИС} = (4,07 - 4) / (4 - 1) = 0,023$ .

4. В зависимости от размерности матрицы парных сравнений находится величина случайной согласованности (СлС). Значения СлС приведены в табл. 1.4.

Таблица 1.4

Величины случайной согласованности

Размерность матрицы	3	4	5	6	7	8	9	10
СлС	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

В примере (для  $N = 4$ )  $\text{СлС} = 0,90$ .

5. Находится отношение согласованности:

$$\text{ОС} = \text{ИС} / \text{СлС}.$$

Если отношение согласованности превышает 0,2, то требуется уточнение матрицы парных сравнений. В примере  $\text{ОС} = 0,023/0,9 = 0,024$ , т. е. уточнение экспертных оценок в данном случае не требуется.

### **Метод предпочтений**

Относится к коллективным методам экспертных оценок. Каждый из экспертов независимо от других выполняет ранжирование альтернатив.

**Пример 1.2.** В ходе разработки плана мероприятий по повышению эффективности производства возникает задача определения степени влияния различных факторов на производительность труда. Требуется оценить влияние на рост производительности труда следующих факторов:

- уровень профессиональной подготовки рабочих ( $A_1$ );
- соблюдение технологической дисциплины ( $A_2$ );
- эффективность материальных стимулов ( $A_3$ );
- эффективность организации соревнования ( $A_4$ );
- технологическое перевооружение ( $A_5$ ).

Оценка влияния факторов на производительность труда выполняется четырьмя экспертами.

Степень влияния факторов оценивается по методу предпочтений в следующем порядке:

1. Каждым экспертом ранжируются альтернативы по предпочтению. Эксперт присваивает номер 1 фактору, оказывающему наибольшее влияние, 2 – следующему по важности фактору и т. д. Оценки сводятся в табл. 1.5 размером  $M \times N$ , где  $M$  – количество экспертов,  $N$  – количество альтернатив (в данном примере – количество факторов). Обозначим эти оценки как  $X_{ij}, i = 1, \dots, M, j = 1, \dots, N$ .

Таблица 1.5

Матрица экспертных оценок

Эксперт	Альтернатива (фактор)				
	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
1	2	1	3	5	4
2	2	3	1	5	4
3	1	3	2	5	4
4	2	1	4	5	3

Здесь первый эксперт считает, что наибольшее влияние на рост производительности труда может оказать соблюдение технологической дисциплины; следующий по важности фактор – уровень профессиональной подготовки рабочих и т. д.

2. Производится преобразование матрицы оценок по формуле

$$B_{ij} = N - X_{ij}, \quad i = 1, \dots, M, \quad j = 1, \dots, N.$$

Преобразованная матрица представлена в табл. 1.6.

Таблица 1.6

Преобразованная матрица экспертных оценок

Эксперт	Альтернатива (фактор)				
	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
1	3	4	2	0	1
2	3	2	4	0	1
3	4	2	3	0	1
4	3	4	1	0	2

Например,  $B_{12} = 5 - X_{12} = 5 - 1 = 4$ .

3. Находятся суммы преобразованных оценок по каждой из альтернатив:

$$C_j = \sum_{i=1}^M B_{ij}, \quad j = 1, \dots, N.$$

В данном примере  $C_1 = 3 + 3 + 4 + 3 = 13$ ;  $C_2 = 4 + 2 + 2 + 4 = 12$ ;  $C_3 = 10$ ;  $C_4 = 0$ ;  $C_5 = 5$ .

4. Находится сумма всех оценок:

$$C = \sum_{j=1}^N C_j.$$

В примере  $C = 13 + 12 + 10 + 0 + 5 = 40$ .

5. Находятся веса альтернатив:

$$V_j = C_j/C, \quad j = 1, \dots, N.$$

В примере:  $V_1 = 13/40 = 0,325$ ;  $V_2 = 12/40 = 0,3$ ;  $V_3 = 10/40 = 0,25$ ;  $V_4 = 0/40 = 0$ ;  $V_5 = 5/40 = 0,125$ .

Чем больше вес, тем более предпочтительной является альтернатива.

### **Метод ранга**

Метод основан на балльных оценках альтернатив, указываемых несколькими экспертами. Каждый из экспертов (независимо от других) оценивает альтернативы по некоторой шкале (обычно 10-балльной). Более предпочтительной альтернативе указывается больший балл.

Вариант решения примера 1.2:

1. Каждый эксперт указывает оценки альтернатив. Оценки сводятся в матрицу размером  $M \times N$ , где  $M$  – число экспертов,  $N$  – число альтернатив. Обозначим эти оценки как  $X_{ij}, i = 1, \dots, M, j = 1, \dots, N$  (табл. 1.7).

Таблица 1.7

Матрица экспертных оценок для метода ранга

Эксперт	Альтернатива (фактор)				
	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
1	10	10	7	2	6
2	10	9	10	4	6
3	10	8	10	3	7
4	9	10	6	2	9

Здесь первый эксперт считает, что наибольшее влияние на производительность труда оказывает уровень профессиональной подготовки рабочих и соблюдение технологической дисциплины; менее важный фактор – эффективность материальных стимулов и т. д.

2. Находятся суммарные оценки альтернатив всеми экспертами:

$$C_j = \sum_{i=1}^M X_{ij}, \quad j = 1, \dots, N.$$

В примере:  $C_1 = 10 + 10 + 10 + 9 = 39$ ;  $C_2 = 10 + 9 + 8 + 10 = 37$ ;  $C_3 = 33$ ;  $C_4 = 11$ ;  $C_5 = 28$ .



3. Находится сумма всех оценок:

$$C = \sum_{j=1}^N C_j.$$

В примере  $C = 39 + 37 + 33 + 11 + 28 = 148$ .

4. Находятся веса альтернатив:

$$V_j = C_j/C, \quad j = 1, \dots, N.$$

Наиболее предпочтительной является альтернатива, имеющая максимальный вес.

В примере:  $V_1 = 39/148 = 0,26$ ;  $V_2 = 37/148 = 0,25$ ;  $V_3 = 33/148 = 0,22$ ;  $V_4 = 11/148 = 0,07$ ;  $V_5 = 28/148 = 0,19$ .

Итог: наиболее важным фактором, влияющим на производительность труда, признается уровень профессиональной подготовки рабочих; следующий по важности фактор (очень близкий к первому) – соблюдение технологической дисциплины и т. д.

### **Метод Кондорсе**

Пять экспертов проранжировали пять альтернатив  $a_1, \dots, a_5$ :

$$\mathfrak{A}_1 = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_3 \\ a_2 \\ a_5 \\ a_4 \end{pmatrix}; \mathfrak{A}_2 = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_4 \\ a_3 \\ a_5 \end{pmatrix}; \mathfrak{A}_3 = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_5 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}; \mathfrak{A}_4 = \begin{pmatrix} a_2 \\ a_3 \\ a_1 \\ a_5 \\ a_4 \end{pmatrix}; \mathfrak{A}_5 = \begin{pmatrix} a_2 \\ a_4 \\ a_3 \\ a_5 \\ a_1 \end{pmatrix}.$$

Алгоритм метода:

1. Находятся оценки предпочтения альтернатив в парных сравнениях (табл 1.8).

Таблица 1.8

Результаты парных сравнений альтернатив

$m_{ik} \backslash m_{ki}$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
$a_1$	–	3	3	4	4
$a_2$	2	–	4	5	5
$a_3$	2	1	–	3	4
$a_4$	1	0	2	–	2
$a_5$	1	0	1	3	–

2. Согласно принципу Кондорсе, наилучшей является альтернатива  $a_i$ , если для всех  $k \neq i, m_{ik} > m_{ki}$ . Следовательно, лучшая альтернатива  $a_1$ .

### Метод Кемени – Снелла

В качестве **примера 1.3** 10 экспертов ранжируют альтернативы  $k_1, \dots, k_4$  по важности: 1 – самая важная, 2 – менее важная и т. д. (табл. 1.9).

Таблица 1.9

#### Результаты ранжирования альтернатив

Эксперт	Альтернатива			
	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$
$\mathcal{E}_1$	3	2	1	4
$\mathcal{E}_2$	1	2	3	4
$\mathcal{E}_3$	3	1	2	4
$\mathcal{E}_4$	1	2	3	4
$\mathcal{E}_5$	3	1	2	4
$\mathcal{E}_6$	3	1	2	4
$\mathcal{E}_7$	3	2	4	1
$\mathcal{E}_8$	3	4	1	2
$\mathcal{E}_9$	2	4	1	3
$\mathcal{E}_{10}$	2	1	3	4

Алгоритм метода:

1. Исходя из частных ранжирований определяются матрицы бинарных предпочтений (табл. 1.10–1.12) с оценками:

$$\rho_{jk} = \begin{cases} 1, & \text{если } k_i > k_k, \\ -1, & \text{если } k_k > k_i, \\ 0, & \text{если } k_i \infty k_k \end{cases} \quad (сопоставимы \text{ или нет информации}) \quad k = 1, \dots, 4, i = 1, \dots, 4, j = 1, \dots, 10,$$

где  $j$  – индекс эксперта;

$i, k$  – индексы альтернатив;

$>$  – знак предпочтения.

Таблица 1.10

#### Результаты бинарных предпочтений первого эксперта

$\mathcal{E}_1$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$
$k_1$	–	–1	–1	1
$k_2$	1	–	–1	1
$k_3$	1	1	–	1
$k_4$	–1	–1	–1	–

Таблица 1.11

Результаты бинарных предпочтений второго эксперта

$\mathcal{A}_2$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$
1	2	3	4	5
$k_1$	–	1	1	1
$k_2$	–1	–	1	1
$k_3$	–1	–1	–	1
$k_4$	–1	–1	–1	–

Таблица 1.12

Результаты бинарных предпочтений десятого эксперта

$\mathcal{A}_{10}$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$
$k_1$	–	–1	1	1
$k_2$	1	–	1	1
$k_3$	–1	–1	–	1
$k_4$	–1	–1	–1	–

2. Рассчитывается матрица потерь (табл. 1.13) с оценками:

$$r_{ik} = \sum_{j=1}^{10} |\rho_{ik}^j - 1|, \quad i = 1, \dots, 4, \quad k = 1, \dots, 4.$$

Таблица 1.13

Матрица потерь

$r_{ik}$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$
$k_1$	–	12	12	4
$k_2$	8	–	6	6
$k_3$	8	14	–	2
$k_4$	16	14	18	–

Каждый элемент матрицы дает групповую оценку потерь  $i$ -й альтернативы относительно  $k$ -й. Например,

$$r_{12} = |-1 - 1| + |1 - 1| + \dots + |-1 - 1| = 12.$$

3. Выполняется обработка матрицы потерь в несколько циклов. В каждом цикле для каждой альтернативы определяется сумма по строке. Альтернатива с меньшей суммой ставится на первое место, относящиеся к ней строка и столбец вычеркиваются.

Первый цикл:

$$r_1 = 12 + 12 + 4 = 28;$$

$$r_2 = 8 + 6 + 6 = 20;$$

$$r_3 = 8 + 14 + 2 = 24;$$

$$r_4 = 16 + 14 + 18 = 48.$$

В результате  $k_2$  ставится на первое место, соответствующие ей вторые строка и столбец вычеркиваются.

Второй цикл:

$$r_1 = 12 + 4 = 16;$$

$$r_3 = 8 + 2 = 10;$$

$$r_4 = 16 + 18 = 34.$$

В результате  $k_3$  ставится на второе место и т. д.

### **Метод парных сравнений**

Относится к индивидуальным методам экспертных оценок.

Есть совокупность объектов  $\{Z\}$ .

Алгоритм метода:

1. Формируется матрица  $a$

$$a_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{если } Z_i > Z_k \text{ (предпочтение),} \\ 0,5, & \text{если } Z_i \sim Z_k \text{ (соизмеримы),} \\ 0, & \text{если } Z_i < Z_k, \end{cases} \quad i = 1, \dots, n, \quad k = 1, \dots, n,$$

где  $i, k$  – индексы объектов;

$>$  или  $<$  – знаки предпочтения.

2. Определяются цены объектов суммированием элементов строк:

$$V_i = \sum_{k=1}^n a_{ik}.$$

3. Рассчитываются веса объектов  $w_i$ :

$$w_i = \frac{V_i}{\sum_{i=1}^n V_i}, \quad i = 1, \dots, n.$$

**Пример 1.4.** Рассмотрим варианты решения транспортной проблемы:  $Z_1$  – метро;  $Z_2$  – двухэтажный автобус;  $Z_3$  – расширение сети дорог;  $Z_4$  – скоростной трамвай.

Эксперт формирует матрицу парных сравнений (табл. 1.14).

## Результаты парных сравнений альтернатив

$i \backslash k$	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$Z_4$	$V_i$
1	2	3	4	5	6
$Z_1$	–	1	1	1	3
$Z_2$	0	–	0	0	0
$Z_3$	0	1	–	1	2
$Z_4$	0	1	0	–	1

Так как  $w_1 = 3/6 = 0,5$ ;  $w_2 = 0$ ;  $w_3 = 2/6 = 0,33$ ;  $w_4 = 1/6 = 0,17$  располагаем объекты в порядке предпочтения:  $Z_1, Z_3, Z_4, Z_2$ .

### 1.3.2. Методы экспресс-анализа, использующие приблизительные оценки показателей

#### *Выбор множества Парето*

Выбор множества Парето-оптимальных решений (множества Парето) представляет собой отбор перспективных альтернатив, из которых затем отбирается одна (лучшая) альтернатива.

Алгоритм выбора множества Парето. *Все* альтернативы *попарно* сравниваются друг с другом *по всем показателям*. Если при сравнении каких-либо альтернатив (обозначим их как  $A_i$  и  $A_j$ ) оказывается, что одна из них *не лучше другой ни по одному показателю*, то ее можно исключить из рассмотрения. Исключенную альтернативу не требуется сравнивать с другими альтернативами.

**Пример 1.5.** Предприятие выбирает место для размещения центра технического обслуживания (ЦТО). Выбирается одно из пяти мест (обозначим их как  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5$ ). При выборе учитываются три показателя: затраты, связанные с размещением ЦТО; близость к потребителям; удобство связи с предприятием-изготовителем. Характеристики возможных мест размещения ЦТО приведены в табл. 1.15.

Учитывается важность показателей. По мнению руководства, наиболее важными показателями являются «близость к потребителям» и «затраты» (причем показатель «близость к потребителям» – немного более важный). Значительно менее важный показатель – «удобство связи с предприятием».

## Характеристики альтернатив

Показатель	М1	М2	М3	М4	М5
Затраты, тыс. ден. ед.	400	450	1200	500	500
Близость к потребителям	Близко	Далеко	Очень близко	Близко	Далеко
Удобство связи с предприятием	Удобно	Удобно (немного лучше, чем для М1)	Очень удобно	Очень удобно	Удобно

Сравним альтернативы М1 и М2. По показателям «затраты» и «близость к потребителям» альтернатива М1 лучше, чем М2; по показателю «удобство связи с предприятием» М2 лучше, чем М1. Таким образом, ни одну из альтернатив исключить нельзя, так как по одним показателям лучше одна, а по другим – другая.

Сравним М1 и М3. По показателю «затраты» лучше М1, по двум другим показателям – М3. Ни одна из альтернатив не исключается.

Сравним М1 и М4. По показателю «затраты» лучше М1, по показателю «удобство связи с предприятием» – М4 (по показателю «близость к потребителям» альтернативы одинаковы). Ни одна из альтернатив не исключается, так как ни одна из них не уступает другой по всем показателям сразу (как и в предыдущих случаях).

Сравним М1 и М5. По показателям «затраты» и «удобство связи с предприятием» М1 лучше, чем М5. По показателю «близость к потребителям» они одинаковы. Таким образом, альтернативу М5 следует исключить из рассмотрения, так как она явно не лучшая из имеющихся. Сравнить с М5 другие альтернативы (М2, М3, М4) не требуется.

Сравним М2 и М3. По показателю «затраты» лучше М1, по двум другим показателям – М3. Ни одна из альтернатив не исключается.

Аналогично сравниваются М2 и М4, М3 и М4. Ни одна из них не исключается. Таким образом, во множество Парето вошли М1, М2, М3, М4.

### ***Метод анализа иерархий***

Решим задачу из примера 1.5 методом анализа иерархий, называемого также методом Саати [23].

Решение задачи начинается с построения иерархического представления задачи, включающего все элементы, учитываемые при ее решении (в данном случае – альтернативы и показатели). Иерархическое представление приведено на рис. 1.3. На первом уровне в иерархическом представлении задач *всегда*

указывается один элемент – выбор (цель), на втором уровне – показатели, по которым делается выбор, на третьем – альтернативы.

Выполняется попарное сравнение всех элементов задачи. Сравнение состоит в указании экспертных оценок превосходства (или, наоборот, отставания) элементов задачи относительно друг друга. Сначала сравниваются *показатели по их важности*. Затем сравниваются *альтернативы по каждому показателю*. Для этого заполняются матрицы парных сравнений, затем они обрабатываются и проверяются на непротиворечивость по правилам метода Саати.

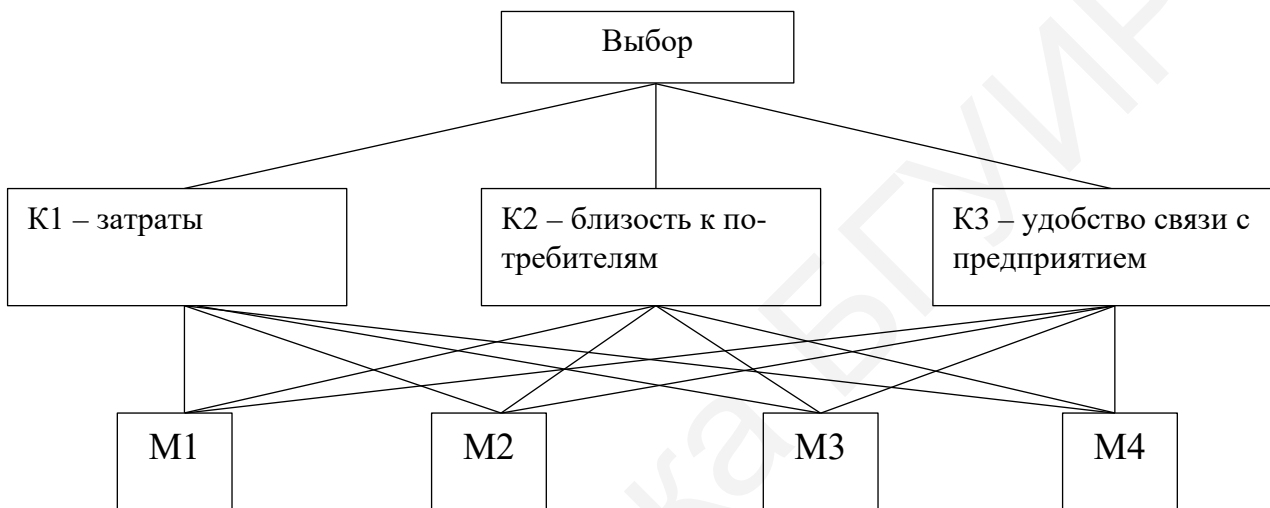


Рис. 1.3. Иерархическое представление многокритериальной задачи

На основании матриц парных сравнений вычисляются оценки важности показателей, оценки предпочтительности альтернатив по каждому из показателей, обобщенные оценки предпочтительности альтернатив.

Сравним показатели по важности. В рассматриваемой задаче три показателя: «затраты» (обозначим его как К1), «близость к потребителям» (К2), «удобство связи с предприятием» (К3). Поэтому потребуется заполнить матрицу размерностью  $3 \times 3$ . Матрица заполняется в соответствии с мнениями о важности показателей (см. постановку задачи). Матрица парных сравнений показателей для примера 1.5 приведена в табл. 1.16.

Таблица 1.16

Матрица парных сравнений показателей по важности

$i \backslash j$	К1	К2	К3
К1	1	1/2	7
К2	2	1	8
К3	1/7	1/8	1

Здесь элемент  $X_{12} = 1/2$  ( $i = 1, j = 2$ ) означает, что показатель К1 немного менее важен показателя К2. Элемент  $X_{13} = 7$  ( $i = 1, j = 3$ ) означает, что показатель К1 значительно важнее показателя К3.

Обработка матрицы парных сравнений выполняется по правилам метода Саати [8]. Рассмотрим эту операцию для данного примера.

Вычисляются средние геометрические строк матрицы:

$$C_1 = \sqrt[3]{1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 7} = 1,52; C_2 = \sqrt[3]{2 \cdot 1 \cdot 8} = 2,52; C_3 = \sqrt[3]{\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{8} \cdot 1} = 0,26.$$

Вычисляется сумма средних геометрических:  $C = 1,52 + 2,52 + 0,26 = 4,3$ .

Вычисляются *локальные приоритеты* (в данном случае – оценки важности показателей):

$$L_{K1} = C_1/C = 1,52/4,3 = 0,35; L_{K2} = C_2/C = 0,59; L_{K3} = C_3/C = 0,06.$$

Чем больше локальный приоритет, тем важнее показатель.

Сравниваются альтернативы по каждому из показателей. По показателю «затраты» сравнение альтернатив представлено в табл. 1.17.

Таблица 1.17

Матрица парных сравнений альтернатив по показателю «затраты»

$i \backslash j$	M1	M2	M3	M4
M1	1	2	9	3
M2	1/2	1	9	2
M3	1/9	1/9	1	1/7
M4	1/3	1/2	7	1

Элемент  $X_{12} = 2$  ( $i = 1, j = 2$ ) означает, что место М1 немного лучше места М2. Элемент  $X_{13} = 9$  ( $i = 1, j = 3$ ) означает, что по показателю «затраты» место М1 явно лучше, чем М3.

Вычисляются средние геометрические строк:

$$C_1 = \sqrt[4]{1 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 3} = 2,71; C_2 = \sqrt[4]{\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 9 \cdot 2} = 1,73;$$

$$C_3 = \sqrt[4]{\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} \cdot 1 \cdot \frac{1}{7}} = 0,21; C_4 = \sqrt[4]{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 1} = 1,04.$$

Сумма средних геометрических:  $C = 2,71 + 1,73 + 0,21 + 1,04 = 5,69$ .

Локальные приоритеты альтернатив относительно показателя К1:

$$L_{M1}^{K1} = C_1/C = 2,71/5,69 = 0,48; L_{M2}^{K1} = C_2/C = 1,73/5,69 = 0,3;$$

$$L_{M3}^{K1} = C_3/C = 0,21/5,69 = 0,04; L_{M4}^{K1} = C_4/C = 1,04/5,69 = 0,18.$$



Чем больше локальный приоритет, тем лучше альтернатива по данному показателю. По показателю «затраты» лучшее место – М1, худшее – М3.

В табл. 1.18 приведено попарное сравнение альтернатив по показателю «близость к потребителям», в табл. 1.19 – по показателю «удобство связи с предприятием».

Таблица 1.18

Матрица парных сравнений альтернатив по показателю «близость к потребителям»

$i \backslash j$	М1	М2	М3	М4
М1	1	7	1/2	1
М2	1/7	1	1/9	1/7
М3	2	9	1	2
М4	1	7	1/2	1

Элемент  $X_{12} = 7$  означает, что место М1 значительно лучше, чем место М2, так как место М1 располагается близко к потребителям, а М2 – далеко. Элемент  $X_{14} = 1$  означает, что по показателю «близость к потребителям» места М1 и М4 одинаковы (оба – близко).

Локальные приоритеты альтернатив относительно показателя К2 («близость к потребителям»):

$$L_{M1}^{K2} = 0,25; L_{M2}^{K2} = 0,04; L_{M3}^{K2} = 0,45; L_{M4}^{K2} = 0,25.$$

Таблица 1.19

Матрица парных сравнений альтернатив по показателю «удобство связи с предприятием»

$i \backslash j$	М1	М2	М3	М4
М1	1	1/2	1/3	1/3
М2	2	1	1/2	1/2
М3	3	2	1	1
М4	3	2	1	1

Локальные приоритеты альтернатив относительно показателя К3 («удобство связи с предприятием»):

$$L_{M1}^{K3} = 0,11; L_{M2}^{K3} = 0,19; L_{M3}^{K3} = 0,35; L_{M4}^{K3} = 0,35.$$

На основании полученных оценок вычисляются **глобальные приоритеты альтернатив**, в которых учитываются предпочтения альтернатив по каждому из показателей, а также важность этих показателей. Глобальные приоритеты альтернатив находятся следующим образом: локальные приоритеты альтернативы относительно показателей умножаются на приоритеты соответствующих показателей; эти произведения складываются.

$$G_{M1} = L_{M1}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{M1}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{M1}^{K3} \cdot L_{K3} = 0,48 \cdot 0,35 + 0,25 \cdot 0,59 + 0,11 \cdot 0,06 = 0,32;$$

$$G_{M2} = L_{M2}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{M2}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{M2}^{K3} \cdot L_{K3} = 0,3 \cdot 0,35 + 0,04 \cdot 0,59 + 0,19 \cdot 0,06 = 0,14;$$

$$G_{M3} = L_{M3}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{M3}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{M3}^{K3} \cdot L_{K3} = 0,04 \cdot 0,35 + 0,45 \cdot 0,59 + 0,35 \cdot 0,06 = 0,3;$$

$$G_{M4} = L_{M4}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{M4}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{M4}^{K3} \cdot L_{K3} = 0,18 \cdot 0,35 + 0,25 \cdot 0,59 + 0,35 \cdot 0,06 = 0,23.$$

Чем больше глобальный приоритет, тем лучше альтернатива.

В данном случае лучшим для размещения ЦТО является место М1. Несколько хуже место М3 и т. д.

### **Метод ранжирования альтернатив с использованием функций штрафа**

Метод служит для ранжирования альтернатив  $S_1, \dots, S_i, \dots, S_n$  по их предпочтительности на основе матрицы векторных оценок  $K$ .

Для комплексной оценки альтернатив используется функция штрафа:

$$q_i = \sum_{j=1}^m Q_j / P_{ji} \rightarrow \min, \quad 1, \dots, n,$$

где  $\vartheta_j$  – веса частных показателей, исходя из разброса векторных оценок;

$p_{ji}$  – безразмерные оценки показателей  $K_{ji}, j = 1, \dots, m, i = 1, \dots, n$ .

Критерий имеет смысл штрафа за возрастание разброса оценок, т. е. лучшей является альтернатива с меньшим разбросом оценок (штрафом). Метод включает следующие этапы.

Этап 1. Матрица векторных оценок  $K$  приводится к безразмерному виду:

$$p_{ji} = \begin{cases} \frac{K_{ji}}{\max_i K_{ji}}, & \text{для } K_j \rightarrow \max, \\ \frac{\min_i K_{ji}}{K_{ji}}, & \text{для } K_j \rightarrow \min, \end{cases} \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m. \quad (1.6)$$

Этап 2. Находятся веса частных показателей:

$$\vartheta_j = Z_j / \sum_j Z_j, \quad j = 1, \dots, m,$$

$$Z_j = \left[ \frac{1}{n} \cdot \sum_i (p_{ji} - p_j^{\wedge}) \right] / p_j^{\wedge},$$

$$p_j^{\wedge} = \sum_i \frac{p_{ji}}{n}.$$

Этап 3. Формируется матрица взвешенных оценок:

$$e_{ji} = \frac{\vartheta_j}{p_{ji}}, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m.$$

Этап 4. Для всех альтернатив рассчитываются  $q_i$ :

$$q_i = \sum_j e_{ji}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Выполняется ранжирование альтернатив. В качестве предпочтительных рассматриваются альтернативы с минимальным штрафом.

### **Оценка альтернатив по вероятности достижения цели**

Конечная цель  $Z_i$   $i$ -й альтернативы рассматривается как совокупность частных целей  $Z_1, \dots, Z_j, \dots, Z_m$ :

$$Z_i = Z(Z_{1i}, \dots, Z_{ji}, \dots, Z_{mi}),$$

где  $Z_{ji}$  – частная цель  $i$ -й альтернативы, состоящая в достижении наилучшей оценки по показателю  $K_{ji}$ .

Критерием отбора альтернатив является вероятность достижения конечной цели [18]:

$$P_i(Z) \leq \min_j (P(Z_{1i}), \dots, P(Z_{ji}), \dots, P(Z_{mi})), \quad i = 1, \dots, n,$$

где  $P_i(Z)$  – вероятность достижения конечной цели  $i$ -й альтернативой;

$P(Z_{ji})$  – вероятность достижения  $i$ -й альтернативой частной цели  $Z_j$ .

Этапы метода:

Этап 1. Матрица векторных оценок  $K$  приводится к матрице безразмерных оценок  $p$  в соответствии с формулой (1.6).

Этап 2. Безразмерные оценки  $p_{ji}$  интерпретируются как вероятности достижения частных целей (табл. 1.20):

$$p_{ji} = P(Z_{ji}), \quad j = 1, \dots, m, \quad i = 1, \dots, n.$$

## Вероятности достижения частных целей

Альтернатива \ Показатель	$S_1$	...	$S_n$
$k_1$	$p_{11}$	...	$p_{1n}$
...	...	...	...
$k_m$	$p_{m1}$	...	$p_{mn}$

Этап 3. Определяется вероятность достижения  $P_i(Z)$ :

$$P_i(Z) = \min_j (P_{1i}, \dots, P_{ji}, \dots, P_{mi}), \quad i = 1, \dots, n,$$

Этап 4. Отбирается множество альтернатив, для которых  $P_i(Z) > P_0$ , где  $P_0$  – некоторое пороговое значение вероятности достижения цели.

#### 1.4. Формирование обобщенных показателей альтернатив с учетом важности частных показателей

Рассмотрим некоторые модели формирования  $f$  обобщенного показателя на основе частных показателей  $K_1, \dots, K_j, \dots, K_m$ :

$$E = f(K_1, \dots, K_j, \dots, K_m).$$

Модель 1. В качестве обобщенного показателя  $E$  принимается «главный» показатель  $K_j$ , остальные частные показатели учитываются в виде ограничений допустимых альтернатив:

$$E = K_j,$$

$$\underline{K}_k \leq K_k \leq \bar{K}_k, \quad k = 1, \dots, m, \quad k \neq j,$$

где  $K_j$  – «главный» показатель;

$\underline{K}_k, \bar{K}_k$  – область допустимых значений остальных показателей.

Модель 2. Обобщенный показатель строят на основе использования аддитивных и мультипликативных преобразований над совокупностью частных показателей.

В случае использования аддитивных преобразований

$$E = \sum_{j=1}^m \beta_j \cdot K_j, \quad \sum_j \beta_j = 1,$$

где  $\beta_j$  – коэффициент, учитывающий важность  $j$ -го показателя для ЛПР.

В случае использования мультипликативного преобразования

$$E = \prod_{j=1}^m K_j^{\beta_j}, \quad \sum_j \beta_j = 1.$$

Модель 3. Обобщенный показатель рассматривается в качестве интегральной оценки отклонения альтернатив от идеальной альтернативы  $S_0$  с идеальными оценками показателей  $K_{10}, \dots, K_{j0}, \dots, K_{m0}$ :

$$E = \sum_{j=1}^m |K_{j0} - K_j|.$$

При использовании моделей первого вида задача сравнительного анализа альтернатив реализуется в три этапа.

На первом этапе выбирается «главный» показатель  $K_j$ , определяются допустимые границы остальных показателей  $\underline{K}_k, \bar{K}_k, k = 1, \dots, m, k \neq j$ . На втором этапе отбрасываются альтернативы с показателями вне ограничений. На третьем этапе выбирается альтернатива с лучшим значением  $K_j$ . В такой формулировке задача рассматривается как типовая задача математического программирования.

Основным недостатком этой модели является выбор по одному показателю. Принятое решение может иметь лучшую оценку «главного» показателя и уступать по остальным показателям. В то же время решение существенно зависит от выбора «главного» показателя и области допустимых значений частных показателей.

Для моделей второго вида предварительными необходимыми процедурами являются:

1. Конвертация оценок показателей любой природы и различными шкалами измерения (числовые, вербальные, балльные и т. д.) в числовые безразмерные оценки, пронормированные по одной шкале.

2. Определение коэффициентов важности показателей  $\beta_j, j = 1, \dots, m$  для ЛПР. При этом желательно соблюсти баланс личных предпочтений проектировщика к тому или иному показателю и объективного вклада показателя в специфику альтернативы и степень ее отличия от других альтернатив.

### ***Конвертация оценок показателей в числовые оценки***

В общем случае альтернативы могут оцениваться совокупностью частных показателей различной природы и с разными шкалами измерения:

- числовые, в том числе статистической природы;
- нечисловые вербальные (качественные) оценки;
- балльные оценки;

- ранговые оценки предпочтительности альтернатив с позиций экспертов.

Рассмотрим некоторые методы конвертации этих оценок в числовые безразмерные оценки с единой шкалой измерения.

Метод 1. Позволяет конвертировать матрицу  $K$  числовых оценок альтернатив различной размерности и с разными шкалами измерения в матрицу безразмерных оценок, пронормированных в интервале  $[0,1]$ :

$$\varphi_{ji} = \left| \begin{array}{ccc} \varphi_{11}, \dots, \varphi_{1i}, \dots, \varphi_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \varphi_{m1}, \dots, \varphi_{mi}, \dots, \varphi_{mn} \end{array} \right|,$$

где  $\varphi_{ji}, j = 1, \dots, m, i = 1, \dots, n$  рассчитываются по формуле (1.6).

Для  $j$ -го показателя, подлежащего максимизации, все элементы  $j$ -й строки матрицы  $K$  делятся на максимальный элемент этой строки. Для  $j$ -го показателя, подлежащего минимизации, выбирается минимальный элемент  $j$ -й строки матрицы  $K$ , и он делится на элементы  $j$ -й строки.

Метод 2. По аналогии с предыдущим методом элементы матрицы  $\varphi$  нормируются относительно эталонных (идеальных) оценок  $K_{j0}, j = 1, \dots, m$ .

Метод 3. Шкала Харрингтона [9].

Относится к психофизическим шкалам для установления соответствия между числовыми и вербальными, балльными оценками. Вербально-балльная числовая шкала Харрингтона представлена в табл. 1.21.

Таблица 1.21

Шкала Харрингтона

Вербальная оценка	Балльная оценка	Шкала Харрингтона (Y)
Очень высокая	5	0,8–1,0
Высокая	4	0,63–0,8
Средняя	3	0,37–0,63
Низкая	2	0,2–0,37
Очень низкая	1	0–0,2

Численные значения градаций шкалы Харрингтона получены на основе анализа и обработки большого массива статистических экспертных данных. Она переводит вербальные и балльные оценки в количественные в интервале от 0 до 1 на основе статистической обработки психологических особенностей человека (психометрическая шкала). Шкала Харрингтона универсальна и может использоваться для оценки различных качественных показателей [9].

Исходная психометрическая шкала для построения шкалы Харрингтона – это шкала Ликерта. Обычно в ней выделяют пять градаций, например:

- полностью не согласен;
- не согласен;
- где-то посередине;

- согласен;
- полностью согласен.

Шкала Ликерта порядковая, а Харрингтон перевел ее в количественную, задающую ширину интервалов (интервальную шкалу):

$$Y = \exp(-\exp(-x)), x \in [-6,6], y \in (0,1).$$

В табл. 1.21 представлены числа, соответствующие точкам кривой желательности (полезности) Харрингтона (рис. 1.4).

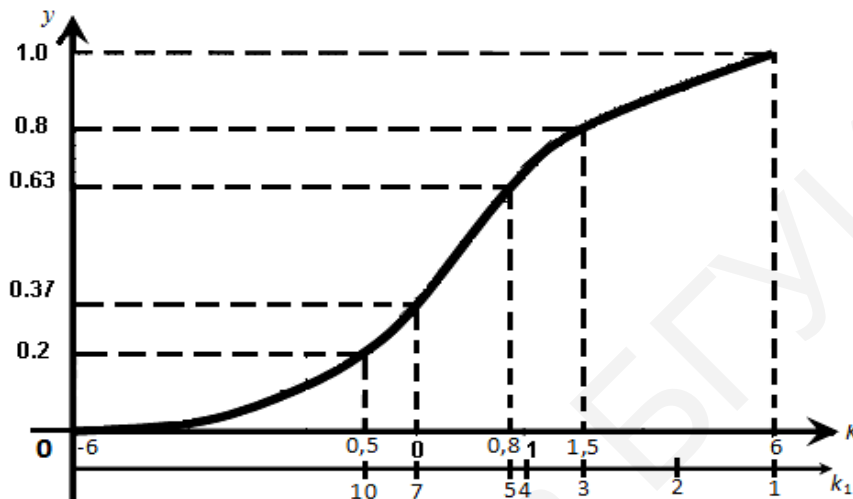


Рис. 1.4. Шкала Харрингтона

На оси ординат нанесены значения желательности, изменяющиеся от 0 до 1. По оси абсцисс указаны значения параметра, записанные в условном масштабе. За начало отсчета (обозначено 0 на оси ординат) по этой оси выбрано значение, соответствующее желательности 0,37.

Выбор отметок на оси желательности  $Y$  0,63 и 0,37 объясняется удобством вычислений:  $0,63 = 1 - (1/e)$ ;  $0,37 = 1/e$ . Значение  $Y = 0,37$  обычно соответствует нижней допустимой границе желательности. Выбор именно этой точки связан с тем, что она является точкой перегиба кривой. То же самое верно и для желательности, соответствующей 0,63.

Шкала Харрингтона позволяет:

- 1) перевести вербальную и балльную оценку показателя в числовую.
- 2) числовые показатели разной размерности и с различными шкалами измерения перевести в безразмерные оценки, пронормированные в интервале  $[0,1]$ .

В первом случае вербально-балльную оценку показателя можно конвертировать в среднюю оценку соответствующего диапазона на оси желательности  $Y$ . Например, если показатель  $K_j$  имеет вербальную оценку «очень высоко», или балльную «5», то  $K_j = 0,9$  (средняя оценка диапазона 0,8–1), если  $K_j$  равняется «средней» оценке, то  $K_j = 0,5$  и т. д.

Во втором случае задача решается в несколько этапов.

На первом этапе рассматриваемые оценки показателей калибруем согласно шкале Харрингтона (см. табл. 1.21) путем опроса экспертов или анализа альтернатив.

Например, показатель  $K_1$  (время реакции системы) для систем данного класса калиброван следующим образом:

- «очень высокой» оценке соответствует диапазон  $K_1 = 1-3$  с;
- «высокой» оценке –  $K_1 = 3-5$  с;
- «хорошей» оценке –  $K_1 = 5-7$  с и т. д.

На втором этапе строим шкалу показателя  $K_1$  под осью  $X$  (см. рис. 1.4). На шкале показателя размещаем интервал  $K_1 = 1-3$  с в качестве проекции интервала оси  $X = 1,5-6$  с, соответствующего «очень высокой» оценке желательности, интервал на оси  $K_1 = 3-5$  с – под интервалом оси  $X = 0,8-1,5$ , соответствующем «высокой» оценке желательности, и т. д.

На третьем этапе размещаем конкретные оценки показателей  $K_1$ , считываем соответствующие им ординаты графика на оси желательности  $Y$  в качестве безразмерных пронормированных оценок. Если  $K_1 = 2$  с, то в качестве безразмерной пронормированной оценки показателя получается ордината  $Y = 0,9$ , т. е.  $K_1 = 0,9$ .

### ***Определение коэффициентов важности частных показателей***

Рассмотрим подход к оценке важности частных показателей, учитывающих систему предпочтения ЛПР к совокупности показателей, а также вклад показателей в степень различия альтернатив при их сравнительном анализе:

$$\beta_j = aV_{1j} + bV_{2j}, \quad j = 2, \dots, m.$$

Здесь  $V_{1j}$  – вес  $j$ -го частного показателя с учетом системы предпочтения ЛПР. Определяется экспертным путем, в том числе и ранее рассмотренными методами Саати, Кемени – Снелла, парных сравнений и др. При этом соблюдается требование

$$\sum_j V_{1j} = 1.$$

Вес  $V_{2j}$  учитывает разброс  $j$ -го показателя на множестве сравниваемых альтернатив:

$$V_{2j} = \frac{R_j}{\sum_{j=1}^m R_j}, \quad j = 1, \dots, m;$$



$$R_j = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\varphi_{ji} - \bar{\varphi}_j|}{\bar{\varphi}_j}, \quad j = 1, \dots, m; \quad (1.7)$$

$$\bar{\varphi}_j = \sum_{j=1}^n \frac{\varphi_{ji}}{n}, \quad j = 1, \dots, m, \quad i = 1, \dots, n,$$

где  $\varphi_{ji}$  – безразмерная оценка  $j$ -го показателя  $i$ -й альтернативы, полученная на основании оценок матрицы  $\mathbf{K}$  (см. формулу (1.6)).

Как видно из выражений (1.7), показатель с большим разбросом по альтернативам имеет большой вес, и наоборот. Таким образом, эта весовая компонента отражает вклад показателей в степень различия альтернатив.

Коэффициенты  $a$  и  $b$  отражают степень доверия ЛПР к мнению экспертов – (коэффициент  $a$ ) и корректности моделей для оценки показателей – коэффициент  $b$ . При этом

$$a + b = 1.$$

## 1.5. Сравнительный анализ конкурирующих альтернатив в диапазоне условий реализации

### 1.5.1. Сравнительный анализ альтернатив при известных вероятностях условий реализации. Критерий Байеса

При известных вероятностях внешних условий  $P(Y_\alpha), \alpha = 1, \dots, A$ , где  $\alpha$  – вариант реализации среды для оценки и выбора решений, применяется **критерий Байеса** (1.5). Используется как критерий максимума среднего выигрыша или как критерий минимума среднего риска.

При выборе рациональной альтернативы по среднему выигрышу оценки обобщенных показателей рассматриваются в качестве выигрышей соответствующих альтернатив. Выбор рациональной альтернативы осуществляется по правилу (1.5), компоненты которого рассчитываются как математические ожидания обобщенных показателей (выигрышей).

При выборе рациональной альтернативы по среднему риску  $R_i, i = 1, \dots, n$  необходимо перейти от матрицы выигрышей  $\mathbf{E}$  (обобщенных показателей) к матрице рисков  $\mathbf{R}$  по правилу

$$R_i(Y_\alpha) = \max_I E_i(Y_\alpha) - E_i(Y_\alpha), \quad i = 1, \dots, n, \quad \alpha = 1, \dots, A.$$

В соответствии с критерием Байеса выбор рациональной альтернативы осуществляется по правилу

$$S_{rat} = \min_I (R_1^*, \dots, R_i^*, \dots, R_n^*), \quad (1.8)$$

где  $R_i^* = \sum_{\alpha=1}^A R_i(Y_\alpha) \cdot P(Y_\alpha), i = 1, \dots, n.$

В качестве **примера 1.6** рассмотрим выбор рациональной альтернативы исходя из матрицы обобщенных оценок (выигрышей) альтернатив (табл. 1.22).

Таблица 1.22

Матрица выигрышей

Альтернатива	Условие реализации			
	$P(Y_1) = 0,1$	$P(Y_2) = 0,3$	$P(Y_3) = 0,3$	$P(Y_4) = 0,3$
<i>D</i>	1	4	5	9
<i>B</i>	3	8	4	3
<i>C</i>	4	6	6	2

Математические ожидания выигрышей:

$$E_D^* = 1 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,3 + 5 \cdot 0,3 + 9 \cdot 0,3 = 5,5;$$

$$E_B^* = 3 \cdot 0,1 + 8 \cdot 0,3 + 4 \cdot 0,3 + 3 \cdot 0,3 = 4,8;$$

$$E_C^* = 4 \cdot 0,1 + 6 \cdot 0,3 + 6 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,3 = 4,6.$$

Критерий Байеса для выигрышей (см. (1.5)):

$$S_{rat} = \max_{D,B,C} (5,5; 4,8; 4,6) \rightarrow S_D.$$

Перейдем от матрицы выигрышей к матрице рисков (табл. 1.23).

Таблица 1.23

Матрица рисков

Альтернатива	Условие реализации			
	$P(Y_1) = 0,1$	$P(Y_2) = 0,3$	$P(Y_3) = 0,3$	$P(Y_4) = 0,3$
<i>D</i>	3	4	1	0
<i>B</i>	1	0	2	6
<i>C</i>	0	2	0	7

$$R_D^* = 3 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,3 + 1 \cdot 0,3 + 0 \cdot 0,3 = 1,8;$$

$$R_B^* = 1 \cdot 0,1 + 0 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,3 + 6 \cdot 0,3 = 2,5;$$

$$R_C^* = 0 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,3 + 0 \cdot 0,3 + 7 \cdot 0,3 = 2,7.$$

Критерий Байеса для рисков (1.8)

$$S_{rat} = \min_{D,B,C} (1,8; 2,5; 2,7) \rightarrow S_D.$$

### 1.5.2. Сравнительный анализ альтернатив в условиях неопределенности условий реализации

Условия реализации представлены набором возможных исходов случайной величины:

$$Y = (Y_1, \dots, Y_\alpha, \dots, Y_A).$$

**Критерий Лапласа:** предполагается, что вероятности исходов  $Y_1, \dots, Y_\alpha, \dots, Y_A$  равновероятны.

$$L = \max_i \frac{1}{A} \sum_{\alpha=1}^A E_i(Y_\alpha), \quad i = 1, \dots, n.$$

Для примера рассмотрим табл. 1.24.

Таблица 1.24

Матрица выигрышей

Альтернатива	Условие реализации		
	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$
$D$	0,5	0,6	0,9
$B$	0,9	0,7	0,8
$C$	0,6	0,8	0,7

$$L = \max_{D,B,C} \left( \frac{1}{3} (0,5+0,6+0,9); \frac{1}{3} (0,9+0,7+0,8); \frac{1}{3} (0,6+0,8+0,7) \right) \rightarrow S_B.$$

**Критерий Вальда** (критерий осторожного наблюдателя): решение выбирается в расчете на наихудшие внешние условия, т. е. выбирается вариант с максимальным выигрышем в наихудших условиях среды:

$$W = \max_i \min_\alpha E_i(Y_\alpha), \quad i = 1, \dots, n, \quad \alpha = 1, \dots, A.$$

Для примера из табл. 1.24

$$W = \max_{D,B,C} (0,5; 0,7; 0,6) \rightarrow S_B.$$

**Критерий Сэвиджа:** решение принимается в расчете на наихудшие внешние условия с использованием матрицы рисков:

$$W = \min_i \max_\alpha R_i(Y_\alpha), \quad i = 1, \dots, n, \quad \alpha = 1, \dots, A.$$

Рассмотрим табл. 1.25.

Таблица 1.25

Матрица рисков

Альтернатива	Условие реализации		
	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$
$D$	0,4	0,2	0
$B$	0	0,1	0,1
$C$	0,3	0	0,2

Для примера из табл. 1.25

$$S = \min_{D, B, C} (0,4;0,1;0,3) \rightarrow S_B.$$

**Критерий Гурвица:** решение принимается с учетом того, что возможны как благоприятные, так и неблагоприятные внешние условия. При использовании этого критерия требуется указать «коэффициент пессимизма»  $\mu$  – число в диапазоне от 0 до 1, представляющее собой субъективную оценку возможности неблагоприятных внешних условий. Если есть основания предполагать, что внешние условия будут неблагоприятными, то коэффициент пессимизма назначается близким к единице. Если неблагоприятные внешние условия маловероятны, то используется коэффициент пессимизма, близкий к нулю. Для оценки решений используются как выигрыши, так и риски.

Критерий Гурвица для выигрышей:

$$\Gamma = \max_i \left[ \mu \cdot \min_{\alpha} E_i(Y_{\alpha}) + (1-\mu) \cdot \max_{\alpha} E_i(Y_{\alpha}) \right], \quad i = 1, \dots, n,$$
$$\alpha = 1, \dots, A, \mu \in [0,1].$$

Критерий Гурвица для рисков:

$$\Gamma = \min_i \left[ \mu \cdot \max_{\alpha} R_i(Y_{\alpha}) + (1-\mu) \cdot \min_{\alpha} R_i(Y_{\alpha}) \right], \quad i = 1, \dots, n,$$
$$\alpha = 1, \dots, A, \mu \in [0,1].$$

## **2. ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В УПРАВЛЕНЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

### **2.1. Постановка задачи**

В управленческой деятельности (УД) существует два подхода: классический, сложившийся с ориентацией на эвристическую деятельность персонала с учетом конечных результатов принятых решений, и системный, основанный на соблюдении основных принципов СП. При первом подходе в условиях неосуществимости полной математической формализации технико-экономических задач особое значение отводится экспертным методам, представляющим собой комплекс логических и математико-статистических методов и процедур получения информации от экспертов, ее обработки и выбора рациональной альтернативы. Такие методы реализуют апробированные эффективные приемы и алгоритмы выработки рациональных управленческих решений для решения задач малой размерности в условиях относительной определенности среды реализации управления.

Для решения слабоструктурированных задач с необходимостью многокритериальной оценки альтернатив в диапазоне условий реализации управленческих решений целесообразно использовать системный подход. По аналогии с проектной деятельностью необходимо сгенерировать альтернативные управленческие решения (далее – альтернативы), провести их сравнительный анализ и выбрать рациональную альтернативу. В процессе решения слабоструктурированных задач, как и в ПД, ЛПР сталкивается с неопределенными факторами как первой, так и второй групп. Учитывая эти параллели, целесообразно использовать СП и его аппаратную реализацию – системный анализ.

Реализация технологии СА из 12 этапов для выработки рациональной альтернативы УД предполагает активное использование экспертных методов.

Этапы 1 и 2 с точки зрения содержания и реализации принципиально не отличаются от аналогичных этапов ПД.

Этап 3. Формирование альтернатив.

Результаты первых двух этапов определяют два подхода реализации этапа:

- первый – формирование как можно большего числа альтернатив;
- второй – формирование единственной альтернативы для достижения цели.

При первом подходе в обязательном порядке должны быть задействованы оставшиеся этапы технологической цепочки СА – с четвертого по двенадцатый.

При втором подходе в соответствии с принципами СП и технологией СА необходимо структурировать задачу управления на отдельные этапы, провести сравнительный анализ альтернатив их реализации и выбрать рациональное решение каждого этапа.

Оба подхода используют как эвристические методы генерации альтернатив (мозговой штурм, метод Дельфи, метод ассоциаций и аналогий, схемы Иси-

кава, метод синектики и др.), так и количественные (морфологический анализ, методы математического программирования, метод диаграммы Парето и т. д.).

Этап 4. Формирование показателей для сравнительной оценки альтернатив.

Выбор показателей для сравнительной оценки альтернатив определяется аспектом деятельности организации, для управления которой и предназначена УД. Различают следующие аспекты деятельности организации и соответствующие им показатели для оценки альтернатив УД [10]:

1) организационный аспект деятельности:

а) изменение, улучшение, соблюдение условий труда;

б) оптимизация организационной структуры, совершенствование управления, сокращение управленческого персонала и т. д.;

2) экономический аспект деятельности: прибыль, затраты;

3) социальный аспект деятельности: степень удовлетворения спроса рынка, стабильность функционирования и т. д.;

4) технологический аспект деятельности:

а) снижение трудоемкости;

б) повышение производительности;

в) повышение качества и т. д.;

5) экологический аспект деятельности:

а) снижение вредных воздействий на окружающую среду и персонал;

б) повышение экологической безопасности продукции и т. д.

Таким образом, для сравнительного анализа альтернатив УД характерна многокритериальность с использованием показателей различной природы и шкалами измерения.

Этап 5. Построение моделей для оценки показателей альтернатив.

Наряду с математическими моделями для оценки показателей активно используются экспертные методы оценки.

Применение экспертных методов приводит к необходимости анализа и обработки качественных оценок показателей, результатов ранжирования альтернатив по этим показателям (ранги альтернатив), балльных оценок.

Этапы 6, 7. Сравнительный анализ альтернатив и выбор рациональной в диапазоне условий функционирования организации принципиально не отличается и для УД. Проблемной задачей при этом является формирование обобщенных показателей, выведенных с помощью экспертных методов. Решение ключевого вопроса конвертации оценок, полученных с помощью экспертных методов, в числовые позволит соблюдать технологию выбора рациональной альтернативы УД с позиций СА.

Этапы 8–12 реализуются с различной степенью проработки по тем же принципам, что и для выбора рациональной альтернативы ПД.

## **2.2. Модели формирования управленческих решений**

### ***Мозговой штурм*** [11, 12]

Применяется в условиях минимума информации о решаемой проблеме и сжатых сроков ее решения. Гарантией выработки эффективных альтернатив при дефиците исходной информации является рассмотрение как можно большего числа альтернатив, в том числе и нестандартных неочевидных решений.

Алгоритм метода:

1. Формируется группа экспертов с разной степенью квалификации и взглядов на решение проблемы.
2. Запрещается критика и опровержение идей.
3. Каждый эксперт группы должен стремиться выработать альтернативу, отличную от высказанных ранее.
4. Идеи фиксируются и анализируются другой профессиональной в данной области группой экспертов.

### ***Метод Дельфи*** [13, 14]

Может применяться как для генерации альтернатив, так и для их оценки, например, итерационная процедура анкетирования группы экспертов. Вопросы анкет дают возможность количественной оценки исследуемых характеристик: действий, алгоритмов, вариантов и т. д. После каждого цикла оценки упорядочиваются на оценочной шкале. Определяется медиана – центральная оценка шкалы, остальные группируются в четыре квартиля по два слева и справа. Два средних квартиля оценок считаются наиболее предпочтительными оценками. Медиана рассматривается оценкой группового ответа, а квартили характеризуют степень отклонения индивидуальных оценок от групповой.

Экспертов анонимно знакомят со шкалой ответов и дают возможность обосновать свое решение или скорректировать в следующем цикле. В каждом следующем цикле за счет изъятия оценок крайних квартилей шкала сужается, рассчитываются новые медиана и квартили. Процедура продолжается до стабилизации разброса оценок по шкале от цикла к циклу и по медиане формируется конечный результат.

### ***Метод синектики*** [15]

Само слово «синектика» означает объединение разнородных элементов, а метод синектики (метод аналогий) предназначен для разработки альтернатив путем ассоциативного мышления и поиска аналогий решаемой задачи.

Цель метода – формирование небольшого (даже единственной) набора альтернатив.

Алгоритм метода:

1. Подбирается группа «синекторов», в которую входит от пяти до семи человек. Критерии отбора: гибкость мышления, контрастность их психологических типов, общительность, подвижность, разносторонность.

2. Рекомендуются попрактиковаться в использовании аналогий для выработки навыков совместной работы.

3. Перед группой ставится проблема и срок ее решения. В процессе работы группа использует четыре типа аналогий:

- прямые аналогии из природы, жизни, растительного мира;
- субъективные аналогии, порожденные двигательными рефлексами и ощущениями, например, имитация телом механического устройства;
- символические аналогии – характеристики одного предмета отождествляются с характеристиками другого для понятия процесса, например, устье реки или сеть каналов сопоставляется с деревом решений;
- фантастические аналогии, например, хотелось бы, чтобы компьютер воспринимал речевой алгоритм решения задачи.

4. Предлагается последовательность поиска решения:

- формулировка проблемы заказчиком;
- дискуссия группы по обсуждению очевидных решений и очищение от этих решений;
- поиск понятных группе аналогий;
- определение трудности и противоречия в решении проблемы;
- поиск результата: ведущий предлагает найти решение, пользуясь одним из типов аналогий; группа организует дискуссию по каждому наводящему вопросу; если появляется перспективная идея, ее развивают до получения результата.

Особенности работы группы:

- запрещается критика идей;
- каждый участник может выйти из обсуждения для отдыха;
- роль ведущего периодически передается другим членам группы.

Для эффективной работы группе требуется длительная тренировка, слаженность в работе, комфортность условий работы.

### ***Метод диаграмм Парето***

Диаграмма Парето может быть использована для структуризации задачи управления и ранжирования по значимости управляющих воздействий. Подразумевается, что концентрация внимания на важнейших аспектах задачи и ориентации на них управляющих воздействий больше всего обеспечит желаемый результат. Известно так называемое правило 20/80 [19]: концентрация 20 % усилий на наиболее важных проблемах может привести к получению 80 % результатов. Остальные 80 % усилий обеспечивают лишь оставшиеся 20 % результатов.

Диаграмма Парето является особой формой вертикального столбикового графика, помогающего определить порядок решения проблемы. Можно достичь



большого, занимаясь самым высоким столбиком, а не уделяя внимание меньшим столбикам (рис. 2.1).

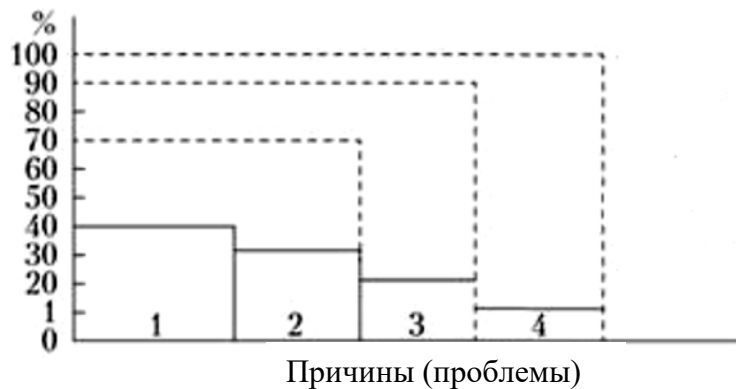


Рис. 2.1. Пример диаграммы Парето

Для построения диаграммы Парето используется следующая методика:

- выбор проблем, которые необходимо сравнить между собой и расположить в порядке важности;
- определение стандартного масштаба для сравнения единиц измерения;
- выбор периода времени для изучения;
- сбор всех данных;
- сравнение частоты появления отдельных категорий;
- перечисление категорий причин (проблем) слева направо на горизонтальной оси в порядке уменьшения значения критерия;
- отметка на вертикальной оси масштаба 0–100 %, где 100 % соответствует суммарная частота появления всех категорий причин (проблем).

### **Схема Исикавы [16]**

Схема (диаграмма) Исикавы позволяет структурировать проблему и графически связать ее с причинами появления. При этом выделяют пять ключевых причин проблемы: люди, машины, среда, методы, материалы. Проблема размещается в правой части схемы, причины – в левой. Для построения причинно-следственной диаграммы используют следующую методику:

- описать проблему: ее особенности, где она возникает, когда появляется, как далеко распространяется и т. д.;
- найти причины проблемы, необходимые для построения;
- составить диаграмму;
- провести интерпретацию причин и истолковать все взаимосвязи (для поиска основных причин проблемы следует искать причины, повторяющиеся чаще всего).

Пример диаграммы Исикавы приведен на рис. 2.2.

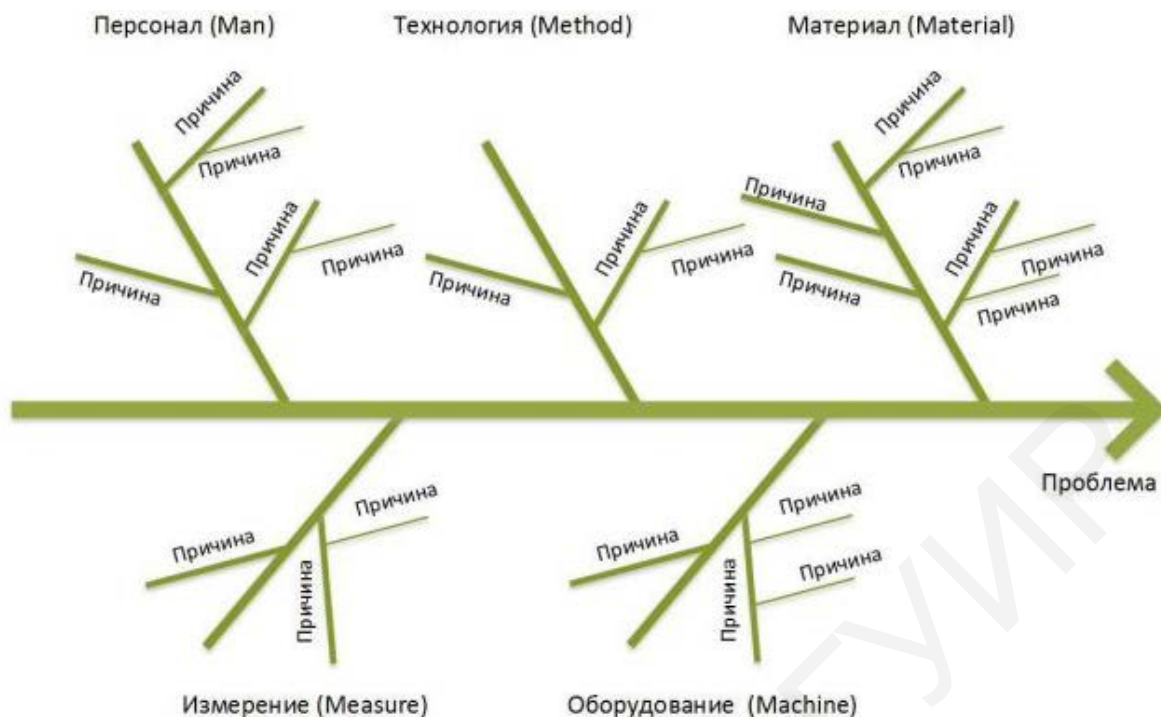


Рис. 2.2. Диаграмма Исикавы

### ***Методы математического программирования***

Применяются для задач, связанных с оптимизацией распределения и планирования дефицитных ресурсов при наличии конкурирующих потребностей. Возможность их применения ограничена требованиями высокой степени формализации задач управления.

### ***Метод морфологического анализа [17]***

Морфологический анализ (метод морфологического анализа) – метод решения задач, основанный на подборе возможных решений для отдельных этапов задачи управления (так называемых морфологических признаков, характеризующих задачу управления) и на последующем систематизированном получении их сочетаний (комбинировании). Относится к эвристическим методам.

Основные этапы метода:

1. Выясняется цель задачи – поиск принципов действия, алгоритмов управления.

2. Выделяются узловые точки (этапы) задачи управления. Удобно предварительно построить блок-схему решение задачи, элементы которой и образуют узлы.

3. Для каждой узловой точки предлагаются варианты решений. Варианты должны охватывать всю область возможных решений для данной узловой точки.

4. Проводится полный перебор всех вариантов решений (каждый раз берется один вариант для каждой оси) с проверкой комбинаций на соответствие условиям задачи, несовместимость отдельных вариантов в предлагаемой общей группе, реализуемость и иные условия.

### 2.3. Методы и модели сравнительного анализа альтернатив УД

Сравнительный анализ альтернатив УД, касающейся любых аспектов деятельности организации, предполагает необходимость их сравнения по совокупности частных показателей различной природы и с разными шкалами измерения в диапазоне условий реализации управленческих решений.

Возможны два подхода в оценке альтернатив УД:

1. Первый – когда оценку альтернативы УД можно связать с частными показателями продукта системы или ее деятельности.
2. Второй – ограничиться оценкой экономической эффективности альтернативы УД.

При первом подходе задачу выбора рациональной альтернативы УД можно свести к задаче выбора рациональной альтернативы ПД, где в качестве множества альтернатив  $S$  рассматривается множество альтернатив УД.

При втором подходе из известных методов оценки экономической эффективности альтернатив чаще используются следующие [10]:

- оценка эффективности альтернативы по экономии затрат на разработку и внедрение;
- оценка эффективности альтернативы по конечным результатам;
- косвенное сопоставление эффективности различных альтернатив;
- оценка эффективности альтернатив по результатам изменения экономических показателей организации.

1. Оценка эффективности альтернатив по экономии затрат на их разработку и внедрение.

Основными параметрами служат предварительно разработанные нормативы: временные, ресурсные, финансовые и др.

Оценка экономической эффективности ( $\mathcal{E}$ ) осуществляется по каждому ресурсу:

$$\mathcal{E}_l = \frac{C_l}{P_l} \cdot 100 \%,$$

где  $C_l$  – норматив затрат  $l$ -го ресурса для подготовки и реализации альтернативы;

$P_l$  – реальные затраты  $l$ -го ресурса для подготовки и реализации альтернативы.

Обработка полученных данных может идти тремя путями:

- а) из всех ресурсов выбирается главный, он и определяет общую эффективность альтернативы;
- б) при равнозначности приоритетов всех  $L$  ресурсов экономическая эффективность рассчитывается по формуле

$$\mathcal{E} = \sum_{l=1}^L \frac{\mathcal{E}_l}{L} \cdot 100 \%;$$

в) при неравнозначности приоритетов ресурсов ( $\Pi_l$ ) экономическая эффективность рассчитывается по формуле

$$\Theta = \frac{\sum_{l=1}^L (\Theta_l \cdot \Pi_l)}{L} \cdot 100 \%,$$

$$\sum_{l=1}^L \Pi_l = 1.$$

## 2. Оценка эффективности альтернативы по конечным результатам.

Метод основан на расчете эффективности производства в целом и выделении из нее фиксированной (статистически обоснованной) части:

$$\Theta = \frac{\Pi \cdot K}{3} \cdot 100 \%,$$

где  $\Pi$  – прибыль от реализации продукции;

$K$  – коэффициент, учитывающий долю эффективности, приходящуюся на альтернативу ( $K = 0,2-0,3$ );

$3$  – затраты на производство продукции.

## 3. Косвенное сопоставление различных альтернатив.

Метод основан на сравнении экономических показателей конечной продукции, полученных от реализации альтернатив при одинаковом характере производства продукции:

$$\Theta = \left[ K \cdot \left( \frac{\Pi_2}{3_2} - \frac{\Pi_1}{3_1} \right) \right] \cdot 100 \%,$$

где  $K$  – коэффициент, учитывающий долю эффективности, приходящуюся на альтернативу; коэффициент  $K$  должен быть статистически обоснован (можно принять  $K = 0,2-0,3$ );

$\Pi_1$  ( $\Pi_2$ ) – прибыль от реализации продукции при первой (второй) альтернативе;

$3_1$  ( $3_2$ ) – затраты на производство продукции при первой (второй) альтернативе.

## 4. Оценка эффективности альтернативы по результатам изменения экономических показателей работы организации.

Эффект коммерческих решений в общем виде количественно выражается в приросте объема товарооборота, ускорении товарооборачиваемости и уменьшении объема товарных запасов.

### **3. ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ**

#### **3.1. Принятие решений в неструктурированных задачах. Метод Саати. Метод предпочтений**

##### ***Порядок выполнения работы***

1. Изучить методы Саати и предпочтений (п. 1.3.1)[8].
2. Получить задание на лабораторную работу.
3. На основе оценок первого эксперта найти веса вариантов решения, используя алгоритм Саати. Выполнить проверку экспертных оценок на непротиворечивость.
4. Выбрать рациональное решение, используя метод предпочтений. Выполнить проверку экспертных оценок на согласованность. При выявлении несогласованности экспертных оценок указать ее причины, т. е. для каких альтернатив имеются существенные различия в указанных экспертами оценках или какие эксперты указали оценки, существенно отличающиеся от оценок других экспертов.

Для всех расчетов использовать табличный процессор Excel.

#### **3.2. Решение слабоструктурированных задач. Выбор множества Парето. Выбор рационального решения на основе метода анализа иерархий**

Применение методов рассмотрено в п. 1.3.2.

##### ***Порядок выполнения работы***

1. Изучить теоретические сведения по лабораторной работе.
2. Получить задание на лабораторную работу.
3. Выбрать множество Парето.
4. Составить матрицы парных сравнений для решения задачи методом анализа иерархий.
5. Выбрать лучшую альтернативу на основе метода анализа иерархий, выполнив расчеты в табличном процессоре Excel.

#### **3.3. Принятие решений в условиях риска при многих показателях**

##### ***Основные этапы решения задачи выбора альтернатив по многим показателям в условиях риска***

Анализ и выбор альтернатив выполняется по следующему алгоритму:

1. Для каждого варианта внешних условий определяются обобщенные оценки альтернатив. Для этого могут применяться различные методы оценки многих показателей альтернатив, например, метод анализа иерархий.

2. Полученные обобщенные оценки сводятся в матрицу выигрышей. Окончательный выбор альтернативы выполняется на основе методов игрового программирования, т. е. критерия Байеса (если известны вероятности внешних условий) или критериев Лапласа, Вальда, Гурвица (если вероятности внешних условий неизвестны) (см. подразд. 1.5).

### **Оценка альтернатив на основе метода анализа иерархий**

Решение задачи выбора альтернатив рассмотрим на примере.

**Пример 3.1.** Рассматриваются три варианта строительства предприятия химической промышленности: проект А, В и С.

Спрос на продукцию заранее не известен. По мнению экспертов, в ближайшие годы вероятность низкого спроса на продукцию составит – 10 %, среднего – 60 %, высокого – 30 %.

При выборе проекта учитываются показатели: прибыль от работы предприятия (П1); количество рабочих мест, создаваемых предприятием (П2); загрязнение окружающей среды (П3); затраты на строительство предприятия (П4). Оценки проектов по показателям П1–П3 в условиях различных уровней спроса приведены в табл. 3.1.

Затраты на строительство предприятия по проекту А составят 60 млн ден. ед., по проекту В – 80 млн ден. ед., по проекту С – 90 млн ден. ед.

Таблица 3.1

Исходные данные к примеру 3.1

Спрос	Низкий			Средний			Высокий		
	А	В	С	А	В	С	А	В	С
Проект									
Прибыль, млн ден. ед./г.	40	30	30	45	60	65	45	60	80
Количество рабочих мест, тыс.	8	11	12	8,5	11	12,5	8,5	11	12,5
Загрязнение окружающей среды, т/г.	30	70	60	30	80	70	30	80	80

Наиболее важным показателем при выборе проекта является прибыль, очень важным – загрязнение окружающей среды, менее важным – затраты на строительство предприятия, еще немного менее важным – количество создаваемых рабочих мест.

В этой задаче требуется учитывать четыре показателя. Три из них (прибыль, количество рабочих мест и загрязнение окружающей среды) зависят не только от принятого решения (т. е. выбранного проекта предприятия), но и от внешних условий (спроса на продукцию). Таким образом, решение принимается в условиях риска и неопределенности. Затраты на строительство предприятия не зависят от будущего спроса на продукцию.

Для решения задачи воспользуемся методом анализа иерархий.

Найдем обобщенные оценки альтернатив (проектов) для первого варианта внешних условий, т. е. для **низкого спроса**.

Этап 1. Определяются локальные приоритеты (оценки важности) показателей. Для этого выполняется их попарное сравнение по важности согласно методу Саати (табл. 3.2).

Таблица 3.2

Матрица парных сравнений критериев по важности

	П1	П2	П3	П4
П1	1	7	2	5
П2	1/7	1	1/6	1/3
П3	1/2	6	1	4
П4	1/5	3	1/4	1

Локальные приоритеты альтернатив вычисляются, как показано в подразд. 1.2 и 2.3:  $L_{П1} = 0,51$ ;  $L_{П2} = 0,05$ ;  $L_{П3} = 0,33$ ;  $L_{П4} = 0,11$ .

Этап 2. Определяются локальные приоритеты альтернатив (проектов) по каждому из показателей. Для этого выполняется их попарное сравнение согласно методу Саати (табл. 3.3–3.4).

Таблица 3.3

Сравнение по показателю «прибыль»

	А	В	С
А	1	5	5
В	1/5	1	1
С	1/5	1	1

$$L_A^{П1} = 0,71; L_B^{П1} = 0,14; L_C^{П1} = 0,14.$$

$$L_A^{П2} = 0,08; L_B^{П2} = 0,34; L_C^{П2} = 0,58.$$

Здесь, например, оценка  $X_{12} = 5$  (см. табл. 3.3) означает, что в условиях низкого спроса проект А лучше, чем проект В, по показателю «прибыль»: проект А приносит прибыль в размере 40 млн ден. ед., а проект В – 30 млн ден. ед.

Этап 3. Определяются обобщенные оценки (глобальные приоритеты) альтернатив, как показано в п. 1.3.2:  $G_A = 0,71$ ;  $G_B = 0,13$ ;  $G_C = 0,16$ . Например, глобальный приоритет проекта А вычислен следующим образом:

$$G_A = L_A^{П1} \cdot L_{П1} + L_A^{П2} \cdot L_{П2} + L_A^{П3} \cdot L_{П3} + L_A^{П4} \cdot L_{П4} = 0,71 \cdot 0,51 + 0,08 \cdot 0,06 + 0,79 \cdot 0,33 + 0,78 \cdot 0,1 = 0,71.$$

Таблица 3.4

Сравнение по показателю «количество рабочих мест»

	А	В	С
А	1	1/5	1/6
В	5	1	1/2
С	6	2	1

Обобщенные оценки альтернатив для вариантов внешних условий **среднего и высокого спроса** выполняются аналогичным образом.

### ***Выбор альтернативы на основе оценок для различных внешних условий***

#### ***Порядок выполнения работы***

1. Изучить теоретические сведения по лабораторной работе.
2. Получить задание на лабораторную работу.
3. Рассчитать глобальные приоритеты альтернатив для каждого варианта внешних условий.
4. Свести глобальные приоритеты альтернатив в матрицу выигрышей. Выбрать рациональную альтернативу, используя (в зависимости от имеющейся информации о внешних условиях) критерий Байеса, Лапласа, Вальда или Гурвица.

### **3.4. Методы и процедуры принятия решений при многих показателях**

#### ***Метод экспресс-анализа альтернатив***

Метод предназначен для отбора перспективных альтернатив. При этом перспективными считаются альтернативы, не имеющие существенных недостатков ни по одному из показателей.

Принцип работы методики экспресс-анализа: для каждой альтернативы находится худшая оценка. Выбираются альтернативы, худшая оценка которых не ниже некоторой пороговой величины.

**Пример 3.2.** Химический комбинат планирует внедрить систему управления (СУ). Выбор осуществляется из семи вариантов СУ. При выборе учитываются четыре показателя: затраты, связанные с изготовлением СУ и его вводом в эксплуатацию; срок ввода СУ в эксплуатацию; срок гарантийного обслуживания предприятием-изготовителем; удобство СУ в эксплуатации. Характеристики СУ приведены в табл. 3.5.

Таблица 3.5

Исходные данные для примера 3.2

Показатель	СУ1	СУ2	СУ3	СУ4	СУ5	СУ6	СУ7
Затраты, млн ден. ед.	40	30	40	60	45	25	55
Срок ввода в эксплуатацию, мес.	8	8	6	6	7	8	6
Срок гарантийного обслуживания, лет	4	4	5	7	4	4	5
Удобство в эксплуатации	Хор.	Отл.	Удовл.	Отл.	Плохо	Очень хор.	Хор.



Выберем множество Парето. Для этого выполним попарное сравнение альтернатив по всем показателям. Во множество Парето войдут пять альтернатив: СУ2, СУ3, СУ4, СУ6, СУ7. Для удобства дальнейшего решения задачи приведем их оценки в табл. 3.6.

Таблица 3.6

Множество Парето

Показатель	СУ2	СУ3	СУ4	СУ6	СУ7
Затраты, млн ден. ед.	30	40	60	25	55
Срок ввода в эксплуатацию, мес.	8	6	6	8	6
Срок гарантийного обслуживания, лет	4	5	7	4	5
Удобство в эксплуатации	Отл.	Удовл.	Отл.	Очень хор.	Хор.

Обозначим оценки альтернатив по показателям как  $X_{ij}, i = 1, \dots, M, j = 1, \dots, N$ . Здесь  $M$  – количество показателей,  $N$  – количество альтернатив.

Далее приведен выбор множества перспективных альтернатив по этапам.

Этап 1. Оценки альтернатив по показателям приводятся к безразмерному виду. Безразмерные оценки альтернатив  $P_{ij}, i = 1, \dots, M, j = 1, \dots, N$  находятся в соответствии с формулой (1.6):

а) для показателей, подлежащих максимизации,

$$P_{ij} = \frac{X_{ij}}{\max_j X_{ij}};$$

б) для показателей, подлежащих минимизации,

$$P_{ij} = \frac{\min_j X_{ij}}{X_{ij}};$$

в) для качественных показателей выполняется переход к числовым оценкам с помощью шкалы Харрингтона (табл. 3.7) [9].

Таблица 3.7

Безразмерные оценки альтернатив

Показатель	СУ2	СУ3	СУ4	СУ6	СУ7
Затраты, млн ден. ед.	0,83	0,63	0,42	1	0,45
Срок ввода в эксплуатацию, мес.	0,75	1	1	0,75	1
Срок гарантийного обслуживания, лет	0,67	0,83	1	0,67	0,83
Удобство в эксплуатации	1	0,6	0,9	0,8	0,7

По показателю «удобство в эксплуатации» эксперт назначил СУ2 оценку 1, а СУ4 – оценку 0,9, хотя обе альтернативы оценивались по данному показателю как отличные. Это означает, что по данному показателю СУ2 немного лучше, чем СУ4.

Этап 2. Для каждой альтернативы находится минимальная оценка, т. е. худшая из оценок данной альтернативы по всем критериям:

$$P_j = \min_i P_{ij}, \quad j = 1, \dots, N.$$

Например, для СУ2 эта оценка равна 0,67; она находится как минимальная из 0,83, 0,75, 0,67 и 1.

Минимальные оценки приведены в табл. 3.8.

Таблица 3.8

Минимальные оценки альтернатив

Альтернатива	СУ2	СУ3	СУ4	СУ6	СУ7
$P_i$	0,67	0,6	0,42	0,67	0,45

Этап 3. Выбирается пороговое значение минимальной оценки  $P_0$ . Эта величина назначается ЛПР или экспертом. Пусть  $P_0 = 0,5$ .

Этап 4. Выбирается множество альтернатив, для которых  $P_j > P_0$ . Таким образом, для дальнейшего анализа отбираются альтернативы, у которых все оценки (в том числе худшая) не ниже предельной величины  $P_0$ .

В данном примере отбираются альтернативы СУ2, СУ3, СУ6. Окончательный выбор производится на основе одного из методов, рассматриваемых далее.

### **Метод скаляризации векторных оценок**

Основное преимущество этого метода – минимальный объем информации, которую требуется получить от ЛПР или эксперта для выбора решения.

Метод основан на вычислении обобщенной оценки каждой альтернативы и сопоставлении этих оценок.

**Пример 3.3.** Рассмотрим задачу выбора варианта СУ. В табл. 3.9 приведены оценки альтернатив, отобранных на основе выбора множества Парето и метода экспресс-анализа альтернатив.

Таблица 3.9

Исходные данные для примера 3.3

Показатель	СУ2	СУ3	СУ6
Затраты, млн ден. ед.	30	40	25
Срок ввода в эксплуатацию, мес.	8	6	8
Срок гарантийного обслуживания, лет	4	5	4
Удобство в эксплуатации	Отл.	Удовл.	Очень хор.

Метод реализуется в следующем порядке:

Этап 1. Оценки альтернатив приводятся к безразмерному виду. Безразмерные оценки приведены в табл. 3.10.

## Безразмерные оценки альтернатив

Показатель	СУ2	СУ3	СУ6
Затраты, млн ден. ед.	0,83	0,63	1
Срок ввода в эксплуатацию, мес.	0,75	1	0,75
Срок гарантийного обслуживания, лет	0,8	1	0,8
Удобство в эксплуатации	1	0,6	0,8

Этап 2. Определяются веса показателей. В рассматриваемом методе веса находятся на основе разброса оценок (см. подразд. 1.4):

а) Вычисляются средние оценки по каждому показателю:

$$\bar{P}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N P_{ij}, \quad i = 1, \dots, M,$$

где  $N$  – количество альтернатив;

$P_{ij}$  – безразмерные оценки;

$M$  – количество показателей.

Для данного примера:  $\bar{P}_1 = (0,83 + 0,63 + 1) / 3 = 0,82$ ;  $\bar{P}_2 = (0,75 + 1 + 0,75) / 3 = 0,83$ ;  $\bar{P}_3 = 0,87$ ;  $\bar{P}_4 = 0,8$ .

б) Находятся величины разброса по каждому показателю:

$$R_i = \frac{1}{N \cdot \bar{P}_i} \sum_{j=1}^N |P_{ij} - \bar{P}_i|, \quad i = 1, \dots, M.$$

Для данного примера:

$$R_1 = \frac{|0,83-0,82|+|0,63-0,82|+|1-0,82|}{3 \cdot 0,82} = 0,16;$$

$$R_2 = \frac{|0,75-0,83|+|1-0,83|+|0,75-0,83|}{3 \cdot 0,83} = 0,13;$$

$$R_3 = 0,1; R_4 = 0,17.$$

в) Находится сумма величин разброса:

$$R = \sum_{i=1}^M R_i.$$

Для данного примера  $R = 0,16 + 0,13 + 0,1 + 0,17 = 0,56$ .

г) Находятся веса показателей, отражающие разброс оценок:

$$W_i = R_i / R, \quad i = 1, \dots, M.$$

Для данного примера:  $W_1 = 0,16/0,56 = 0,29$ ;  $W_2 = 0,13/0,56 = 0,23$ ;  $W_3 = 0,18$ ;  $W_4 = 0,3$ .

Этап 3. Находятся взвешенные оценки альтернатив (путем деления весов показателей на оценки по соответствующим показателям) (табл. 3.11):

$$E_{ij} = W_i/P_{ij}, \quad i = 1, \dots, M, \quad j = 1, \dots, N.$$

Таблица 3.11

Взвешенные безразмерные оценки альтернатив

Показатель	СУ2	СУ3	СУ6
Затраты, млн ден. ед.	0,35	0,46	0,29
Срок ввода в эксплуатацию, мес.	0,31	0,23	0,31
Срок гарантийного обслуживания, лет	0,23	0,18	0,23
Удобство в эксплуатации	0,3	0,5	0,38

Здесь, например,  $E_{11} = 0,29/0,83 = 0,35$ ;  $E_{12} = 0,29/0,63 = 0,46$ ;  $E_{13} = 0,29/1 = 0,29$ ;  $E_{21} = 0,23/0,75 = 0,31$  и т. д.

Чем большие значения принимают безразмерные оценки  $P_{ij}$ , тем меньше значения взвешенных оценок. Таким образом, чем *меньше* взвешенные оценки, тем *лучше* альтернатива.

Этап 4. Определяются комплексные оценки альтернатив (суммы взвешенных оценок):

$$E_j = \sum_{i=1}^M E_{ij}, \quad j = 1, \dots, N.$$

Для данного примера  $E_1 = 0,35 + 0,31 + 0,23 + 0,3 = 1,19$  (комплексная оценка альтернативы СУ2);  $E_2 = 0,46 + 0,23 + 0,18 + 0,5 = 1,37$  (СУ3);  $E_3 = 0,29 + 0,31 + 0,23 + 0,38 = 1,21$  (СУ6).

Чем меньше комплексная оценка, тем лучше альтернатива. Таким образом, в данном примере лучшим является вариант системы управления СУ2, несколько худший вариант – СУ6, еще хуже – СУ3.

### **Метод сравнительной оценки двух альтернатив по степени доминирования**

Метод предназначен для решения задач, в которых требуется выбрать лучшую из двух альтернатив.

Для применения данного метода все оценки альтернатив должны быть выражены в числовой форме.

Принцип работы метода следующий. Для каждой из двух сравниваемых альтернатив находится обобщенная оценка по всем показателям, по которым она превосходит другую альтернативу; при этом учитывается степень превосходства, а также важность показателей. Полученные обобщенные оценки сравниваются; выбирается альтернатива, имеющая большую оценку.

**Пример 3.4.** В ходе реконструкции порта рассматриваются проекты строительства терминала. Предлагаются четыре проекта, характеристики которых приведены в табл. 3.12.

По мнению руководства, наиболее важный показатель – пропускная способность, следующие по важности – экологическая безопасность и стоимость обработки одной тонны нефти, еще немного менее важный – затраты на строительство, наименее важный – срок строительства.

Таблица 3.12

Исходные данные для примера 3.4

Показатель	П1	П2	П3	П4
Пропускная способность, т/д.	2600	2000	2000	2500
Затраты на строительство, млрд ден. ед.	3,5	2,5	3	4
Срок строительства, мес.	24	30	30	28
Экологическая безопасность	Хор.	Отл.	Хор.	Удовл.
Стоимость обработки нефти, ден. ед./т	4,5	3,5	4,5	6

Для отбора перспективных проектов найдем множество Парето, в него войдут только проекты П1 и П2. Для решения задачи применим рассматриваемый метод.

По показателю «экологическая безопасность» требуется перейти к числовым оценкам. Для этого воспользуемся шкалой Харрингтона (см. рис. 1.4). Пусть для проекта П1 по данному показателю назначена числовая оценка 0,8, а для П2 – оценка 1.

Если при сравнении альтернатив по какому-либо показателю они имеют одинаковые оценки, то такой показатель не учитывается. В данном примере таких показателей нет.

Этап 1. Выполняется ранжирование показателей по важности: наиболее важный показатель получает ранг 1, следующий по важности – 2 и т. д. Обозначим ранги как  $R_i, i = 1, \dots, M$ , где  $M$  – количество показателей.

В данном примере:  $R_1 = 1, R_2 = 3, R_3 = 4, R_4 = 2, R_5 = 2$ . Ранги  $R_4$  и  $R_5$  равны, так как (по мнению ЛПР) показатели «экологическая безопасность» и «стоимость обработки одной тонны нефти» примерно одинаковы по важности.

Этап 2. Выполняется переход от рангов к весам показателей. Веса находятся следующим образом: из всех рангов выбирается максимальный (в данном примере он равен 4), к нему прибавляется единица, и из полученного числа вычитаются ранги:

$$V_i = \max_i(R_i) + 1 - R_i, \quad i = 1, \dots, M.$$

Таким образом, чем важнее показатель, тем больше его вес.

Для данного примера веса показателей следующие:  $V_1 = 4 + 1 - 1 = 4; V_2 = 4 + 1 - 3 = 2; V_3 = 1; V_4 = 3; V_5 = 3$ .

Этап 3. Находятся отношения оценок альтернатив (степени доминирования) путем деления большей оценки по каждому показателю на меньшую:

$$S_i = \frac{\max(X_{i1}, X_{i2})}{\min(X_{i1}, X_{i2})}, \quad i = 1, \dots, M,$$

где  $X_{i1}, X_{i2}$  – оценки двух сравниваемых альтернатив по  $i$ -му показателю.

Для данной задачи  $S_1 = 2600/2000 = 1,3$ ;  $S_2 = 3,5/2,5 = 1,4$ ;  $S_3 = 30/24 = 1,25$ ;  $S_4 = 1/0,8 = 1,25$ ;  $S_5 = 4,5/3,5 = 1,29$ .

Этап 4. Находятся скорректированные степени доминирования альтернатив путем возведения степеней доминирования в степени, равные весам показателей:

$$C_i = S_i^{V_i}, \quad i = 1, \dots, M.$$

Таким образом, учитывается важность показателей: чем больше вес показателя, тем больше соответствующая степень доминирования будет влиять на окончательную оценку.

Для данной задачи  $C_1 = 1,3^4 = 2,86$ ;  $C_2 = 1,4^2 = 1,96$ ;  $C_3 = 1,25^1 = 1,25$ ;  $C_4 = 1,25^3 = 1,95$ ;  $C_5 = 1,29^3 = 2,15$ .

Этап 5. Для каждой из сравниваемых альтернатив находится оценка ее доминирования над другой альтернативой. Эта оценка вычисляется как произведение скорректированных степеней доминирования по всем показателям, по которым данная альтернатива лучше другой.

В данном примере проект П1 лучше проекта П2 по показателям «пропускная способность» и «срок строительства». Оценка доминирования проекта П1 над П2 находится следующим образом:  $D_1 = 2,86 \cdot 1,25 = 3,575$ .

Проект П2 лучше, чем проект П1, по показателям «затраты», «экологическая безопасность» и «стоимость обработки одной тонны нефти». Оценка доминирования П2 над П1:  $D_2 = 1,96 \cdot 1,95 \cdot 2,15 = 8,22$ .

Этап 6. Находится обобщенная оценка доминирования:

$$D = D_1/D_2.$$

Если  $D > 1$ , то первая альтернатива, оценка указана в числителе, лучше второй; если  $D < 1$ , то вторая альтернатива превосходит первую. В данном примере  $D = 3,575 / 8,22 = 0,44$ . Таким образом, проект П2 лучше, чем П1.

### ***Модифицированный алгоритм Кемени – Снелла***

Рассматриваемый алгоритм предназначен для ранжирования альтернатив с учетом их оценок по нескольким показателям.

Основное преимущество алгоритма – возможность привлечения индивидуальных методов экспертных оценок и учета важности показателей.

Алгоритм основан на ранжировании и попарном сравнении альтернатив по каждому показателю.

**Пример 3.5.** Фирма предполагает создать совместное предприятие за рубежом. Рассматривается возможность создания такого предприятия в одной из пяти стран, характеристики которых приведены в табл. 3.13.

По мнению руководства фирмы, при выборе страны следует прежде всего учитывать принципы законодательства о совместных предприятиях. Немного менее важный показатель – спрос на внутреннем рынке. Еще немного менее важные показатели – наличие сырья и затраты на подготовку персонала.

Таблица 3.13

Исходные данные для примера 3.5

Страна	C1	C2	C3	C4	C5
Законодательство о совместных предприятиях	Неблагоприятное	Благоприятное	Удовлетворительное	Благоприятное	Неблагоприятное
Наличие сырья	Нет	Есть	Нет	Нет	Есть
Спрос на продукцию предприятия на внутреннем рынке, млн ден. ед./г.	5	6	4	8	6
Затраты на подготовку персонала, млн ден. ед.	1,2	2,5	1,5	1,8	1,3

В данном примере для оценки альтернатив (стран) используются показатели различных видов. Показатель «законодательство о совместных предприятиях» – качественный (причем шкала оценок отличается от 5-балльной, что затрудняет перевод показателя в числовую форму). Показатель «наличие сырья» имеет вид «да – нет». Остальные показатели – количественные. Для решения таких задач целесообразно применять модифицированный алгоритм Кемени – Снелла.

Прежде чем приступить к выбору решения с использованием данного алгоритма, следует отобрать множество Парето, т. е. множество перспективных альтернатив. Выполнив попарное сравнение альтернатив, получим, что во множество Парето входят все пять альтернатив.

Выбор альтернативы на основе модифицированного алгоритма Кемени – Снелла реализуется в следующем порядке.

Этап 1. С помощью одного из методов экспертных оценок находятся веса показателей.

Воспользуемся методом Саати. Обозначим показатели: П1 – законодательство о совместных предприятиях; П2 – наличие сырья; П3 – спрос на внутреннем рынке; П4 – затраты на подготовку персонала. Попарное сравнение показателей показано в табл. 3.14.

Таблица 3.14

## Оценка показателей по методу Саати

	П1	П2	П3	П4
П1	1	5	2	5
П2	1/5	1	1/3	1
П3	1/2	3	1	3
П4	1/5	1	1/3	1

Веса показателей:  $V_1 = 0,52$ ;  $V_2 = 0,10$ ;  $V_3 = 0,28$ ;  $V_4 = 0,10$ .

Этап 2. Выполняется ранжирование альтернатив по каждому из показателей. При этом лучшая альтернатива по данному показателю получает оценку (ранг) 1, следующая за ней – оценку 2 и т. д. Если альтернативы по данному показателю одинаковы, то они получают *одинаковые* оценки (табл. 3.15).

Таблица 3.15

## Матрица ранжирований

	С1	С2	С3	С4	С5
П1	3	1	2	1	3
П2	2	1	2	2	1
П3	3	2	4	1	2
П4	1	5	3	4	2

Этап 3. На основе ранжирования альтернатив по каждому из показателей составляется матрица парных сравнений. Всего должно быть  $M$  таких матриц, где  $M$  – количество показателей. Матрицы заполняются по правилам, приведенным в табл. 3.16.

Таблица 3.16

## Правила заполнения матриц парных сравнений

$R_{jk}^i$	Значение
1	По $i$ -му критерию $j$ -я альтернатива лучше $k$ -й
-1	По $i$ -му критерию $j$ -я альтернатива хуже $k$ -й
0	По $i$ -му критерию $j$ -я и $k$ -я альтернативы одинаковы

Здесь  $i$  – номер матрицы (номер показателя).

Матрицы парных сравнений по показателям К1–К4 приведены в табл. 3.17–3.20.

Например, в табл. 3.17 элемент  $R_{12}^1 = -1$  означает, что по показателю «законодательство о совместных предприятиях» страна С1 хуже, чем С2 (в стране С1 оно неблагоприятное, в С2 – благоприятное). Элемент  $R_{23}^1 = 1$  означает, что по законодательству о совместных предприятиях страна С2 лучше, чем С3;  $R_{24}^1 = 0$  означает, что по этому показателю страны С2 и С4 одинаковы (в обеих законодательство благоприятное).



Таблица 3.17

Парные сравнения  
по показателю П1

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	–	–1	–1	–1	0
C2	1	–	1	0	1
C3	1	–1	–	–1	1
C4	1	0	1	–	1
C5	0	–1	–1	–1	–

Таблица 3.18

Парные сравнения  
по показателю П2

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	–	–1	0	0	–1
C2	1	–	1	1	0
C3	0	–1	–	0	–1
C4	0	–1	0	–	–1
C5	1	0	1	1	–

Таблица 3.19

Парные сравнения  
по показателю П3

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	–	–1	1	–1	–1
C2	1	–	1	–1	0
C3	–1	–1	–	–1	–1
C4	1	1	1	–	1
C5	1	0	1	–1	–

Таблица 3.20

Парные сравнения  
по показателю П4

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	–	1	1	1	1
C2	–1	–	–1	–1	–1
C3	–1	1	–	1	–1
C4	–1	1	–1	–	–1
C5	–1	1	1	1	–

Этап 4. Составляется матрица потерь. Размерность матрицы –  $N \times N$ , где  $N$  – количество альтернатив. Элементы матрицы потерь рассчитываются по следующей формуле:

$$R_{jk} = \sum_{i=1}^M V_i \cdot |R_{jk}^i - 1|, \quad j = 1, \dots, N, \quad k = 1, \dots, N.$$

Матрица потерь для рассматриваемого примера приведена в табл. 3.21.

Таблица 3.21

Матрица потерь

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	–	1,80	1,14	1,70	1,28
C2	0,20	–	0,20	1,28	0,58
C3	0,86	1,80	–	1,70	0,96
C4	0,30	0,72	0,30	–	0,40
C5	0,72	1,42	1,04	1,60	–

Приведем примеры расчета некоторых элементов матрицы потерь:

$$R_{12} = V_1 \cdot |R_{12}^1 - 1| + V_2 \cdot |R_{12}^2 - 1| + V_3 \cdot |R_{12}^3 - 1| + V_4 \cdot |R_{12}^4 - 1| =$$

$$= 0,52 \cdot |-1 - 1| + 0,10 \cdot |-1 - 1| + 0,28 \cdot |-1 - 1| + 0,10 \cdot |1 - 1| = 1,80;$$

$$R_{25} = V_1 \cdot |R_{25}^1 - 1| + V_2 \cdot |R_{25}^2 - 1| + V_3 \cdot |R_{25}^3 - 1| + V_4 \cdot |R_{25}^4 - 1| =$$

$$= 0,52 \cdot |1 - 1| + 0,10 \cdot |0 - 1| + 0,28 \cdot |0 - 1| + 0,10 \cdot |-1 - 1| = 0,58.$$

Смысл элементов матрицы потерь следующий: чем больше элемент  $R_{jk}$ , тем больше отставание  $j$ -й альтернативы от  $k$ -й (тем хуже  $j$ -я альтернатива по сравнению с  $k$ -й).

Этап 5. Выполняется предварительное ранжирование альтернатив. Для этого находятся суммы строк матрицы потерь. Смысл этих сумм следующий: сумма  $j$ -й строки представляет собой оценку отставания  $j$ -й альтернативы от всех остальных альтернатив.

Альтернатива, которой соответствует минимальная сумма, предварительно считается лучшей. Строка и столбец этой альтернативы исключаются из матрицы потерь.

Суммирование строк матрицы потерь и исключение альтернатив выполняются до тех пор, пока не будет исключена вся матрица. Чем раньше исключена альтернатива, тем она лучше.

Выполним предварительное ранжирование для рассматриваемого примера. Найдем суммы строк матрицы потерь:

$$P_1 = 1,80 + 1,14 + 1,70 + 1,28 = 5,92;$$

$$P_2 = 0,20 + 0,20 + 1,28 + 0,58 = 2,26;$$

$$P_3 = 0,86 + 1,80 + 1,70 + 0,96 = 5,33;$$

$$P_4 = 0,30 + 0,72 + 0,30 + 0,40 = 1,71;$$

$$P_5 = 0,72 + 1,42 + 1,04 + 1,60 = 4,78.$$

Предварительно лучшей считается альтернатива С4. Она исключается из матрицы потерь.

Сокращенная матрица потерь приведена в табл. 3.22.

Таблица 3.22

Первая сокращенная матрица потерь

	С1	С2	С3	С5
С1	–	1,80	1,14	1,28
С2	0,20	–	0,20	0,58
С3	0,86	1,80	–	0,96
С5	0,72	1,42	1,04	–

Суммы строк этой матрицы:  $P_1 = 4,22$ ;  $P_2 = 0,98$ ;  $P_3 = 3,63$ ;  $P_5 = 3,17$ . Исключается альтернатива С2.

Вторая сокращенная матрица потерь приведена в табл. 3.23.

Вторая сокращенная матрица потерь

	C1	C3	C5
C1	–	1,14	1,28
C3	0,86	–	0,96
C5	0,72	1,04	–

Суммы строк этой матрицы:  $P_1 = 2,42$ ;  $P_3 = 1,83$ ;  $P_5 = 1,76$ . Исключается альтернатива C5.

Третья сокращенная матрица потерь приведена в табл. 3.24.

Таблица 3.24

Третья сокращенная матрица потерь

	C1	C3
C1	–	1,14
C3	0,86	–

Суммы строк этой матрицы:  $P_1 = 1,14$ ;  $P_3 = 0,86$ . Лучшая альтернатива (из двух оставшихся) – C3.

Предварительное ранжирование альтернатив: C4, C2, C5, C3, C1.

Этап 6. Выполняется окончательное ранжирование альтернатив. Для этого альтернативы сравниваются попарно, начиная с конца предварительного ранжирования. Если сравниваются  $j$ -я и  $k$ -я альтернативы (при этом  $j$ -я альтернатива в предварительном ранжировании находится выше  $k$ -й) и выполняется условие  $R_{jk} \leq R_{kj}$  (где  $R_{jk}$  и  $R_{kj}$  – элементы матрицы потерь), то альтернативы остаются в ранжировании на прежних местах ( $j$ -я альтернатива лучше  $k$ -й). Если  $R_{jk} > R_{kj}$ , то альтернативы меняются местами ( $j$ -я альтернатива хуже  $k$ -й).

Выполним окончательное ранжирование для данной задачи.

Сравниваем C3 и C1:  $R_{31} = 0,86$ ;  $R_{13} = 1,14$ . Так как  $R_{31} < R_{13}$ , альтернативы остаются на своих местах (C3 выше, чем C1).

Сравниваем C5 и C3:  $R_{53} = 1,04$ ;  $R_{35} = 0,96$ . Так как  $R_{53} > R_{35}$ , альтернативы меняются местами: альтернатива C3 признается лучшей, чем C5. Ранжирование теперь имеет следующий вид: C4, C2, C3, C5, C1.

Сравниваем C2 и C3:  $R_{23} = 0,20$ ;  $R_{32} = 1,80$ . Так как  $R_{23} < R_{32}$ , альтернативы остаются на прежних местах (C2 выше, чем C3).

Сравниваем C4 и C2:  $R_{42} = 0,72$ ;  $R_{24} = 1,28$ . Так как  $R_{42} < R_{24}$ , альтернативы остаются на прежних местах (C4 выше, чем C2).

Таким образом, окончательное ранжирование альтернатив следующее: C4, C2, C3, C5, C1. Лучший вариант действий для фирмы – создание совместного предприятия в стране, обозначенной как C4.

### ***Порядок выполнения работы***

1. Изучить теоретические сведения по лабораторной работе.
2. Получить задание на лабораторную работу.
3. Выбрать множество Парето.
4. По указанию преподавателя выполнить анализ альтернатив и выбрать лучшую альтернативу одним из следующих двух способов:
  - 1) первый способ:
    - а) используя методику экспресс-анализа альтернатив, выбрать три лучшие альтернативы;
    - б) выполнить ранжирование выбранных альтернатив, используя методику скаляризации векторных оценок;
    - в) сравнить две лучшие альтернативы, используя методику сравнительной оценки двух альтернатив по степени доминирования;
  - 2) второй способ:
    - а) по виду имеющихся экспертных суждений о важности показателей выбрать метод экспертного анализа, который следует использовать для определения весов показателей: метод предпочтений или метод ранга, используя выбранный метод экспертного анализа, вычислить веса показателей;
    - б) выполнить ранжирование альтернатив на основе модифицированного алгоритма Кемени – Снелла; по результатам ранжирования отобрать три лучшие альтернативы.

### **3.5. Принцип работы метода динамического программирования**

Метод динамического программирования предназначен для задач, решение которых может быть представлено как некоторая многошаговая операция, т. е. последовательность однотипных шагов. Решение на каждом шаге принимается с учетом результатов предыдущих шагов, а также с учетом последствий принимаемого решения для последующих шагов.

К числу задач, для которых может применяться метод динамического программирования, относится большинство задач планирования на несколько периодов времени (например, на несколько лет). Шагом в таких задачах является один плановый период (например, один год). Метод динамического программирования применяется также для многих задач, в которых имеется возможность искусственно представить процесс принятия решения как последовательность из нескольких однотипных шагов.

#### ***Общая постановка задачи***

Имеется некоторая операция, находящаяся в начальном состоянии  $S_0$ . Операция реализуется за  $N$  шагов. На каждом шаге принимается некоторое решение  $U_k$ , где  $k$  – номер шага ( $k = 1, \dots, N$ ). Выбор каждого решения  $U_k$  вызывает переход операции из состояния  $S_{k-1}$  в новое состояние  $S_k$ , а также

обеспечивает некоторое значение критерия эффективности  $Z_k$ . Требуется определить последовательность решений  $U_1, U_2, \dots, U_k$ , обеспечивающих экстремальное (максимальное или минимальное) значение общего критерия эффективности  $E$ , зависящего от значений критерия эффективности на отдельных шагах  $Z_1, Z_2, \dots, Z_k$ .

*Основной принцип* решения задач на основе метода динамического программирования (*принцип оптимальности*, или *принцип Беллмана*) состоит в следующем: решение на каждом шаге выбирается таким образом, чтобы обеспечить максимальную эффективность *на данном шаге и на всех последующих шагах*.

Задача, представленная в виде многошаговой операции, может быть решена методом динамического программирования, если она удовлетворяет следующим свойствам:

а) *отсутствие последствия*: состояние операции по окончании каждого шага ( $S_k$ ) и критерий эффективности на каждом шаге ( $Z_k$ ) зависят только от решения, принятого на данном шаге ( $U_k$ ), и от состояния операции в начале данного шага ( $S_{k-1}$ ), и не зависят от того, каким образом операция перешла в состояние  $S_{k-1}$ ;

б) *аддитивность или мультипликативность критерия эффективности*: общий критерий эффективности представляет собой сумму показателей эффективности на отдельных шагах ( $E = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_N$ ) или их произведение ( $E = Z_1 \cdot Z_2 \cdot \dots \cdot Z_N$ ).

Решение задач динамического программирования обычно включает два цикла: сначала – *от последнего шага к первому* (обратная прогонка, или условная оптимизация), затем – *от первого шага к последнему* (прямая прогонка, или безусловная оптимизация).

В цикле условной оптимизации для каждого шага находится множество *возможных* состояний операции в начале данного шага. Для *каждого* из этих состояний находится *условно оптимальное решение*, т. е. решение, оптимальное для данного состояния. Поиск условно оптимальных решений начинается с *последнего* ( $N$ -го) шага, так как на этом шаге имеется возможность выбрать решение только с учетом эффективности на данном шаге (последующих шагов нет). Затем на других шагах ( $(N - 1)$ -м,  $(N - 2)$ -м, ..., первом) условно оптимальные решения выбираются согласно принципу оптимальности, т. е. с учетом эффективности на данном шаге и на последующих шагах. На всех шагах от  $N$ -го до *второго* определяется несколько условно оптимальных решений – по одному для каждого возможного состояния. Для *первого* шага начальное состояние ( $S_0$ ) обычно известно точно, поэтому для этого шага находится только одно (безусловно оптимальное) решение  $U_1^*$ .

В цикле безусловной оптимизации для каждого шага определяется безусловное оптимальное решение. Поиск безусловно оптимальных решений начинается с первого шага, так как для него известно начальное состояние  $S_0$ , поэтому можно определить единственное (безусловно оптимальное) решение  $U_1^*$ .

Определяется состояние  $S_1$ , в которое переходит операция из состояния  $S_0$  в результате решения  $U_1^*$ , т. е. состояние в начале второго шага. Для него в цикле условной оптимизации уже найдено оптимальное решение  $U_2^*$ . Определяется состояние операции в начале третьего шага – состояние  $S_2$ , в которое операция переходит в результате решения  $U_2^*$ . Для этого состояния в цикле условной оптимизации также найдено оптимальное решение  $U_3^*$ . Аналогично определяются безусловно оптимальные решения для последующих шагов.

Важно отметить, что для метода динамического программирования *не существует* вычислительной процедуры, одинаковой для всех задач (в отличие, например, от симплекс-метода). Это означает, что правила вычислений, составления таблиц и т. д. полностью зависят от конкретной задачи. Общими являются лишь основные принципы решения: принцип оптимальности, решение задачи с использованием условной и безусловной оптимизации.

### **Примеры решения задач на основе метода динамического программирования**

При рассмотрении примеров будем использовать следующие обозначения:  $S_k$  – состояние в конце  $k$ -го шага (или, другими словами, состояние в начале  $(k + 1)$ -го шага);  $U_k$  – любое возможное (допустимое) решение на  $k$ -м шаге;  $U_k^*$  – оптимальное решение на  $k$ -м шаге;  $Z_k$  – критерий эффективности на  $k$ -м шаге;  $E_k$  – суммарный критерий эффективности на всех шагах, начиная с  $k$ -го (т. е. на шагах от  $k$ -го до  $N$ -го);  $E_k^*$  – оптимальный (в рассматриваемых примерах – максимальный) суммарный критерий эффективности на всех шагах, начиная с  $k$ -го.

**Пример 3.6.** Денежные средства в размере 60 млн ден. ед. распределяются между четырьмя предприятиями (П1, П2, П3, П4), принадлежащими одной крупной фирме. Денежные средства выделяются в размерах, кратных 20 млн ден. ед. Каждым предприятием разработаны планы использования денежных средств на развитие производства. Определена прибыль, которую получит каждое предприятие в результате использования выделенных средств (табл. 3.25).

Таблица 3.25

#### Прибыль предприятий

Выделенные средства, млн ден. ед.	Прибыль предприятий, млн ден. ед.			
	П1	П2	П3	П4
0	0	0	0	0
20	9	10	6	12
40	16	18	12	17
60	22	20	25	20

Например, если предприятию П1 не будут выделены средства, то оно не получит никакой прибыли. Если этому предприятию будет выделено 20 млн ден. ед., то его прибыль от использования этих средств составит 9 млн ден. ед. Если будет выделено 40 млн ден. ед., то прибыль составит 16 млн ден. ед., а при выделении 60 млн – 22 млн ден. ед.

Требуется распределить имеющиеся средства (60 млн ден. ед.) между предприятиями таким образом, чтобы общая прибыль фирмы была максимальной.

В данном примере в качестве шагов будет выделение средств предприятиям: первый шаг – выделение средств предприятию П1, второй – П2 и т. д. (всего четыре шага). В качестве состояния данной операции будем использовать величину имеющихся средств, которые требуется распределить. Начальное состояние  $S_0 = 60$ . Решение на каждом шаге – это денежные средства, выделяемые предприятию ( $U_k, k = 1, \dots, 4$ ). Критерий эффективности для каждого шага – прибыль, полученная *предприятием* ( $Z_k, k = 1, \dots, 4$ ). Общий критерий эффективности – это прибыль фирмы, т. е. сумма прибылей всех предприятий:  $E = Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4$ .

Задача удовлетворяет свойству отсутствия последействия. Состояние по окончании каждого шага (т. е. имеющаяся сумма средств, подлежащая распределению ( $S_k$ )) зависит только от суммы, имевшейся в начале шага ( $S_{k-1}$ ) и от решения, принятого на данном шаге (т. е. от выделенной на данном шаге денежной суммы  $U_k$ ):  $S_k = S_{k-1} - U_k$ . Критерий эффективности на каждом шаге (т. е. прибыль предприятия  $Z_k$ ) зависит только от решения на данном шаге, т. е. от выделенной предприятию суммы  $U_k$ , и не зависит от того, сколько средств выделено другим предприятиям.

Задача удовлетворяет также свойству аддитивности критерия эффективности: общий критерий эффективности (прибыль фирмы) равен сумме показателей эффективности на отдельных шагах (прибылей предприятий).

Задача решается в два цикла.

### ***Цикл условной оптимизации***

***Шаг 4*** (выделение средств предприятию П4).

Определяются все возможные состояния  $S_3$  к началу шага 4 (или к концу шага 3), т. е. все возможные значения остатка денежных средств после их выделения предприятиям П1, П2 и П3. Этот остаток может составлять 0 ден. ед. (если все средства выделяются предприятиям П1, П2 и П3), 20 млн ден. ед. (если предприятиям П1, П2, П3 выделяется 40 млн ден. ед.), 40 млн ден. ед. (если предприятиям П1, П2, П3 выделяется 20 млн ден. ед.) или 60 млн ден. ед. (если предприятиям П1, П2, П3 средства вообще не выделяются).

Для каждого из возможных состояний определяется условно оптимальное решение, т. е. решение, оптимальное при условии, что остаток денежных средств равен  $S_3$ . Так как предприятие П4 последнее (предполагается, что другим предприятиям средства уже выделены), оптимальное решение состоит в выделении предприятию П4 *всех* оставшихся средств.

Возможные состояния в начале четвертого шага  $S_3$ , соответствующие им условно оптимальные решения  $U_4^*$  и значения критерия эффективности (прибыль предприятия П4)  $E_4^*$  приведены в табл. 3.26.

Важно, что по результатам четвертого шага *не выяснено*, сколько средств требуется выделять предприятию П4. Это пока невозможно, так как неизвестно начальное состояние четвертого шага  $S_3$ .

Таблица 3.26

Выделение средств предприятию П4

$S_3$	$U_4^*$	$E_4^*$
0	0	0
20	20	12
40	40	17
60	60	20

*Шаг 3* (выделение средств предприятиям П3 и П4).

Все расчеты для шага 3 приведены в табл. 3.27.

Таблица 3.27

Выделение средств предприятиям П3 и П4

$S_2$	$U_3$	$Z_3$	$S_3$	$E_4^*$	$E_3$	$U_3^*$	$E_3^*$
0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	20	12	12	0	12
	20	6	0	0	6		
40	0	0	40	17	17	20	18
	20	6	20	12	18		
60	40	12	0	0	12	60	25
	0	0	60	20	20		
	20	6	40	17	23		
	40	12	20	12	24		
	60	25	0	0	25		

В таблице использованы следующие обозначения:  $S_2$  – возможные суммы денежных средств, распределяемые между предприятиями П3 и П4 (т. е. оставшиеся после выделения средств предприятиям П1 и П2);  $U_3$  – возможные варианты выделения средств предприятию П3;  $Z_3$  – прибыль предприятия П3 от выделения средств в размере  $U_3$ ;  $S_3$  – остаток денежных средств после их выделения предприятиям П1, П2 и П3 (т. е. средства, выделяемые предприятию П4);  $E_4^*$  – прибыль предприятия П4 от выделенных ему средств в размере  $S_3$ ;  $E_3$  – суммарная прибыль предприятий П3 и П4 (сумма величин из столбцов  $Z_3$  и  $E_4^*$ );  $U_3^*$  – условно оптимальное решение для состояния  $S_2$  (денежные средства, которые следует выделить предприятию П3 при наличии суммы  $S_2$ );  $E_3^*$  – условно оптимальный критерий эффективности для предприятий П3 и П4, т. е. прибыль, получаемая этими предприятиями в результате решения  $U_3^*$ .

Предположим, что денежные средства, распределяемые между предприятиями П3 и П4, составляют 20 млн ден. ед. ( $S_2 = 20$ ). Эти средства можно оста-



вить для предприятия П4 (тогда предприятию П3 средства не выделяются,  $U_3 = 0$ ) или выделить их предприятию П3 ( $U_3 = 20$ ). Если  $U_3 = 0$ , то предприятие П3 не получит прибыли ( $Z_3 = 0$ ). В этом случае остаток средств (состояние) в конце третьего шага составит  $S_3 = 20$  млн ден. ед. Эти средства будут выделены предприятию П4, и его прибыль составит  $E_4^* = 12$  млн ден. ед. Суммарная прибыль предприятий П3 и П4 составит  $E_3 = 0 + 12 = 12$  млн ден. ед. Если  $U_3 = 20$ , то предприятие П3 получит прибыль  $Z_3 = 6$  млн ден. ед. Остаток средств (состояние) в конце третьего шага составит  $S_3 = 0$ . Предприятию П4 не будет выделено никаких средств, и оно не получит прибыли ( $E_4^* = 0$ ). Суммарная прибыль предприятий П3 и П4 составит  $E_3 = 6 + 0 = 6$  млн ден. ед. Таким образом, если между предприятиями П3 и П4 распределяется сумма в размере 20 млн ден. ед., то эти средства не следует выделять предприятию П3; их следует выделить предприятию П4, так как общая прибыль в этом случае будет максимальной. Другими словами, для состояния  $S_2 = 20$  условно оптимальное решение  $U_3^* = 0$ , условно оптимальный критерий эффективности  $E_3^* = 12$ .

Аналогично можно определить, что при распределении между предприятиями П3 и П4, составляют 40 млн ден. ед. ( $S_2 = 40$ ), предприятию П3 следует выделить 20 млн ден. ед.

Аналогично можно определить, что при распределении между предприятиями П3 и П4 средств в размере 60 млн ден. ед. предприятию П3 следует выделить все 60 млн ден. ед. (для состояния  $S_2 = 60$  условно оптимальное решение  $U_3^* = 60$ , условно оптимальный критерий эффективности  $E_3^* = 25$  млн ден. ед.).

*Шаг 2* (выделение средств предприятиям П2, П3 и П4).

Все расчеты для шага 2 приведены в табл. 3.28.

Таблица 3.28

Выделение средств предприятиям П2, П3 и П4

$S_1$	$U_2$	$Z_2$	$S_2$	$E_3^*$	$E_2$	$U_2^*$	$E_2^*$
0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	20	12	12	0	12
	20	10	0	0	10		
40	0	0	40	18	18	20	22
	20	10	20	12	22		
	40	18	0	0	18		
60	0	0	60	25	25	40	30
	20	10	40	18	28		
	40	18	20	12	30		
	60	20	0	0	20		

Обозначения в таблице:  $S_1$  – возможные суммы денежных средств, распределяемые между предприятиями П2, П3 и П4 (т. е. оставшиеся после выделения средств предприятию П1);  $U_2$  – возможные варианты выделения

средств предприятию П2;  $Z_2$  – прибыль предприятия П2 от выделения средств в размере  $U_2$ ;  $S_2$  – остаток денежных средств после их выделения предприятиям П1 и П2 (т. е. средства, выделяемые предприятиям П3 и П4);  $E_3^*$  – максимальная суммарная прибыль предприятий П3 и П4 от выделенных им средств в размере  $S_2$ ;  $E_2$  – суммарная прибыль предприятий П2, П3 и П4 (сумма величин из столбцов  $Z_2$  и  $E_3^*$ );  $U_2^*$  – условно оптимальное решение для состояния  $S_1$  (денежные средства, которые следует выделить предприятию П2 при наличии суммы  $S_1$ );  $E_2^*$  – условно оптимальный критерий эффективности для предприятий П2, П3 и П4, т. е. прибыль, получаемая этими предприятиями в результате решения  $U_2^*$ . Рассмотрим порядок решения для шага 2.

Определяются все возможные состояния  $S_1$  к началу шага 2, т. е. все возможные значения денежных средств, распределяемых между предприятиями П2, П3 и П4. Этот остаток может составлять 0, 20, 40 или 60 млн ден. ед. (в зависимости от того, сколько средств выделяется предприятию П1).

Для каждого из возможных состояний  $S_1$  определяется условно оптимальное решение, т. е. оптимальная денежная сумма, выделяемая предприятию П2 при условии, что имеются денежные средства в размере  $S_1$ . Средства для предприятия П2 должны выделяться таким образом, чтобы обеспечить максимальную суммарную прибыль предприятий П2, П3 и П4.

Предположим, что денежные средства, распределяемые между предприятиями П2, П3 и П4, составляют 20 млн ден. ед. ( $S_1 = 20$ ). Предприятию П2 можно выделить 0 или 20 млн ден. ед. ( $U_2 = 0$  или  $U_2 = 20$ ). Если  $U_2 = 0$ , то предприятие П2 не получит прибыли ( $Z_2 = 0$ ). В этом случае остаток средств (состояние) в конце второго шага составит  $S_2 = 20$  млн ден. ед. Эти средства будут распределены между предприятиями П3 и П4. Из табл. 3.28 видно, что при оптимальном распределении таких средств между предприятиями П3 и П4 максимальная суммарная прибыль этих предприятий составит  $E_3^* = 12$  млн ден. ед. При распределении средств в размере 20 млн ден. ед. между предприятиями П2, П3 и П4, предприятию П2 не следует выделять средства; все имеющиеся средства следует распределить между предприятиями П3 и П4.

Аналогично можно определить, что при распределении между предприятиями П2, П3 и П4, средства составляют 40 млн ден. ед. ( $S_1 = 40$ ). Для состояния  $S_1 = 40$  условно оптимальное решение  $U_2^* = 20$ , условно оптимальный критерий эффективности  $E_2^* = 22$  млн ден. ед. Это означает, что при распределении средств в размере 40 млн ден. ед. между предприятиями П2, П3 и П4 предприятию П2 следует выделить 20 млн ден. ед.

Аналогично можно определить, что при распределении между предприятиями П2, П3 и П4 средств в размере 60 млн ден. ед. предприятию П2 следует выделить 40 млн ден. ед.

*Шаг 1* (выделение средств предприятиям П1, П2, П3 и П4).

Все расчеты для шага 1 приведены в табл. 3.29. Обозначения в таблице:  $S_0$  – начальная сумма денежных средств, распределяемых между всеми предприятиями;  $U_1$  – возможные варианты выделения средств предприятию П1;

$Z_1$  – прибыль предприятия П1 от выделения средств в размере  $U_1$ ;  $S_1$  – остаток денежных средств после их выделения предприятию П1 (т. е. средства, выделяемые предприятиям П2, П3 и П4);  $E_2^*$  – максимальная *суммарная* прибыль предприятий П2, П3 и П4 от выделенных им средств в размере  $S_1$  (определяется из табл. 3.28);  $E_1$  – суммарная прибыль предприятий П1, П2, П3 и П4, т. е. *всех* предприятий (сумма величин из столбцов  $Z_1$  и  $E_2^*$ );  $U_1^*$  – *безусловно* оптимальное решение для состояния  $S_0$  (денежные средства, которые следует выделить предприятию П1 при наличии суммы  $S_0$ );  $E_1^*$  – *безусловно* оптимальный критерий эффективности для предприятий П1, П2, П3 и П4, т. е. прибыль, получаемая *всеми* предприятиями в результате решения  $U_1^*$ .

Начальная сумма денежных средств (состояние  $S_0$ ) известна:  $S_0 = 60$ . Требуется определить, сколько средств необходимо выделить предприятию П1, чтобы обеспечить максимальную *суммарную* прибыль предприятий П1, П2, П3 и П4, т. е. *всех* предприятий. Так как начальное состояние на этом шаге известно точно (в отличие от других шагов), будет найдено *безусловно оптимальное* решение.

Таблица 3.29

Выделение средств предприятиям П1, П2, П3 и П4

$S_0$	$U_1$	$Z_1$	$S_1$	$E_2^*$	$E_1$	$U_1^*$	$E_1^*$
	0	0	60	30	30		
60	20	9	40	22	31	20	31
	40	16	20	12	28		
	60	22	0	0	22		

Предприятию П1 можно выделить 0, 20, 40 или 60 млн ден. ед. ( $U_1 = 0, 20, 40$  или  $60$ ). В зависимости от выделенных средств прибыль предприятия П1 ( $Z_1$ ) может составлять 0, 9, 16 или 22 млн ден. ед. Остаток средств в конце первого шага  $S_1$  (сумма, выделяемая предприятиям П2, П3 и П4) может составлять 60, 40, 20 или 0 млн ден. ед. Из табл. 3.29 определяется максимальная прибыль предприятий П2, П3 и П4 ( $E_2^*$ ) от использования средств в размере  $S_1$ : она может составлять 30, 22, 12 или 0 млн ден. ед. Для всех случаев определяется суммарная прибыль предприятий П1, П2, П3 и П4 ( $E_1$ ): она может составлять 30, 31, 28 или 22 млн ден. ед. Таким образом, максимальная прибыль предприятий П1, П2, П3 и П4 (т. е. *всех* предприятий) достигается, если выделить предприятию П1 20 млн ден. ед. (при условии, что для остальных предприятий средства также будут распределяться оптимальным образом). Это означает, что оптимальным решением является выделение предприятию П1 средств в размере 20 млн ден. ед.:  $U_1^* = 20$ . Прибыль *всех* предприятий в этом случае составит 31 млн ден. ед.

### **Цикл безусловной оптимизации**

Для первого шага (выделение средств предприятию П1) получено безусловно оптимальное решение:  $U_1^* = 20$  млн ден. ед. Для предприятий П2, П3

и П4 остается 40 млн ден. ед. Таким образом, состояние в начале второго шага  $S_1 = 40$ . Из табл. 3.29 для этого состояния определяется оптимальное решение:  $U_2^* = 20$  (предприятию П2 выделяется 20 млн ден. ед.). Для предприятий П3 и П4 остается 20 млн ден. ед. (состояние в начале третьего шага  $S_2 = 20$ ). Из табл. 3.28 для этого состояния определяется оптимальное решение:  $U_3^* = 0$  (предприятию П3 средства не выделяются). Для предприятия П4 остается 20 млн ден. ед. ( $S_3 = 20$ ). Поэтому  $U_4^* = 20$ .

Таким образом, оптимальное решение задачи следующее. Предприятию П1 следует выделить 20 млн ден. ед., предприятию П2 – также 20 млн ден. ед., предприятию П3 не выделять средства, предприятию П4 выделить 20 млн ден. ед. Общая прибыль составит 31 млн ден. ед., в том числе прибыль предприятия П1 – 9 млн ден. ед., П2 – 10 млн ден. ед., П3 – 0, П4 – 12 млн ден. ед.

### ***Порядок выполнения работы***

1. Изучить теоретические сведения по лабораторной работе.
2. Получить задание на лабораторную работу.
3. Распределить имеющиеся средства между предприятиями таким образом, чтобы общая прибыль была максимальной, используя метод динамического программирования.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Холл, А. Д. Опыт методологии для системотехники / А. Д. Холл. – М. : Сов. радио, 1975. – 448 с.
2. Клиланд, Д. Системный анализ и целевое управление / Д. Клиланд, В. Кинг. – М. : Сов. радио, 1974. – 280 с.
3. Общесистемное проектирование АСУ реального времени / С. В. Володин [и др.] ; под ред. В. А. Шабалина. – М. : Радио и связь, 1984. – 232 с.
4. Мамиконов, А. Г. Основы построения АСУ : учеб. пособие для вузов / А. Г. Мамиконов. – М. : Высш. шк., 1981. – 248 с.
5. Блауберг, И. В. Становление и сущность системного подхода / И. В. Блауберг, Э. Г. Юдин. – М. : Наука, 1973. – 271 с.
6. Ильичев, А. В. Эффективность проектируемых элементов сложных систем : учеб. пособие / А. В. Ильичев, В. Д. Волков, В. А. Грущанский. – М. : Высш. шк., 1982. – 280 с.
7. Денисов, А. А. Теория больших систем управления : учеб. пособие для вузов / А. А. Денисов, Д. Н. Колесников. – Л. : Энергоиздат, Ленингр. отделение, 1982. – 288 с.
8. Саати, Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Саати. – М. : Радио и связь, 2003. – 320 с.
9. Harrington, E. C. The desirable function / E. C. Harrington // *Industrial Quality Control*. – 1965. – V. 21. – №10. – P. 124–131.
10. Афоничкин, А. И. Управленческие решения в экономической системе : учеб. пособие для вузов / А. И. Афоничкин, Д. Г. Михаленко. – СПб. : Питер, 2009. – 480 с.
11. Балдин, И. В. Менеджмент : учеб. пособие / И. В. Балдин, Г. Е. Ясников. – Минск : БГЭУ, 2007. – 306 с.
12. Веснин, В. Р. Менеджмент : учеб. пособие для вузов / В. Р. Веснин. – 3-е изд. – М. : Проспект, 2006. – 504 с.
13. Глухов, В. В. Менеджмент : учеб. пособие для вузов / В. В. Глухов. – СПб. : Лань, 2002. – 480 с.
14. Гончаров, В. И. Менеджмент предприятия. В 2 ч. Ч. 2 / В. И. Гончаров. – Минск : МИУ, 2003. – 256 с.
15. Лукичева, Л. И. Управленческие решения / Л. И. Лукичева, Д. Н. Егорычев ; под ред. Ю. П. Анискина. – 4-е изд., стер. – М. : Омега-Л, 2009. – 383 с.
16. Исикава, К. Японские методы управления качеством / К. Исикава ; под ред. А. В. Гличева ; сокр. пер. с англ. – М. : Экономика, 1988. – 214 с.
17. Zwicky, F. Discovery, invention, research through the morphological approach / F. Zwicky. – New York : Macmillan, 1969. – 276 с.
18. Флейшман, Б. С. Основы системологии / Б. С. Флейшман. – М. : Радио и связь, 1982. – 272 с.
19. Кузьмин, А. М. Диаграмма Парето / А. М. Кузьмин // *Методы менеджмента качества*. – 2005. – №3. – С. 32.

20. Моисеев, Н. Н. Математические задачи системного анализа. Сер. Синергетика: от прошлого к будущему. №55 / Н. Н. Моисеев. – М : URSS, 2016. – 532 с.

21. Таха, Х. Введение в исследование операций / Х. Таха. – М. : Изд. дом «Вильямс», 2005. – 912 с.

22. Эддоус, М. Методы принятия решений : учеб. пособие / М. Эддоус, Р. Стэнсфилд ; пер. с англ. ; под ред. И. И. Елисеевой ; пер. с англ. – М. : Аудит : ЮНИТИ, 1997. – 590 с.

23. Смородинский, С. С. Системный анализ и исследование операций / С. С. Смородинский, Н. В. Батин. – Минск : БГУИР, 2006. – 76 с.

Библиотека БГУИР

## Содержание

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ В ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ.....	4
1.1. Постановка задачи .....	4
1.2. Методы и модели оценки альтернатив по совокупности показателей в диапазоне условий реализации проекта .....	9
1.3. Отсев неперспективных альтернатив .....	12
1.3.1. Методы экспресс-анализа, оперирующие экспертной информацией... 12	
1.3.2. Методы экспресс-анализа, использующие приблизительные оценки показателей.....	21
1.4. Формирование обобщенных показателей альтернатив с учетом важности частных показателей.....	28
1.5. Сравнительный анализ конкурирующих альтернатив в диапазоне условий реализации .....	33
1.5.1. Сравнительный анализ альтернатив при известных вероятностях условий реализации. Критерий Байеса.....	33
1.5.2. Сравнительный анализ альтернатив в условиях неопределенности условий реализации .....	34
2. ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В УПРАВЛЕНЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ.....	37
2.1. Постановка задачи .....	37
2.2. Модели формирования управленческих решений .....	39
2.3. Методы и модели сравнительного анализа альтернатив УД .....	43
3. ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ.....	45
3.1. Принятие решений в неструктурированных задачах. Метод Саати. Метод предпочтений .....	45
3.2. Решение слабоструктурированных задач. Выбор множества Парето. Выбор рационального решения на основе метода анализа иерархий.....	45
3.3. Принятие решений в условиях риска при многих показателях .....	45
3.4. Методы и процедуры принятия решений при многих показателях.....	48
3.5. Принцип работы метода динамического программирования .....	60
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ .....	69

*Учебное издание*

**Никульшин Борис Викторович**  
**Тиханович Татьяна Викторовна**  
**Русин Виталий Геннадьевич**  
**Вишняков Владимир Анатольевич**

**СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ  
В ПРОЕКТНОЙ И УПРАВЛЕНЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**  
УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Редактор *М. А. Зайцева*  
Корректор *Е. Н. Батурчик*  
Компьютерная правка, оригинал-макет *М. В. Касабуцкий*

Подписано в печать 10.03.2021. Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».  
Отпечатано на ризографе. Усл. печ. л. 4,3. Уч.-изд. л. 4,5. Тираж 50 экз. Заказ 227.

Издатель и полиграфическое исполнение: учреждение образования  
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники».  
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,  
распространителя печатных изданий №1/238 от 24.03.2014,  
№2/113 от 07.04.2014, №3/615 от 07.04.2014.  
Ул. П. Бровки, 6, 220013, г. Минск