

УДК 621.396

## СПОСОБ И ПРОГРАММА КОМПЛЕКСНОГО ЭКСПРЕСС-АНАЛИЗА СПЕКТРОВ СИГНАЛОВ В СЕТЯХ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ

Я.В. РОЩУПКИН, И.И. ЧЕРНАЯ, А.А. КОРНЕЛЮК.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 9 июля 2010

Описывается способ и программа анализа спектров различных сигналов по многим параметрам с одновременным отображением их в цифровой форме при использовании новых алгоритмов дискретного преобразования Фурье – быстрого преобразования Фурье.

*Ключевые слова:* спектральный анализ, модуляция, цифровая обработка, быстрое преобразование Фурье.

### Введение

При всем многообразии существующих методов исследования сигналов и их параметров, спектральный анализ был и остается мощнейшим и эффективнейшим методом проникновения в структуру сигнала и оценки его свойств.

Традиционное использование для спектрального анализа сложных периодических колебаний рядов Фурье в сочетании с принципом наложения представляет собой эффективное средство для изучения влияния различных систем на прохождение сигналов. Однако необходимо отметить, что определение сигнала на выходе цепи по сумме гармоник с заданными амплитудами и фазами является непростой задачей, особенно если не обеспечивается быстрая сходимость ряда Фурье, представляющего входной сигнал. Наиболее распространенные в технике связи сигналы не соответствуют этому условию и для удовлетворительного воспроизведения формы сигналов обычно необходимо суммировать очень большое число гармоник.

В случаях, когда метод рядов Фурье в обычном виде неприменим к сигналам, можно говорить об их спектральных плотностях, если допустить, что эти плотности описываются обобщенными функциями [1, 2].

Перспективным представляется получивший распространение в последние годы новый подход к анализу спектров, так называемый вейвлет-анализ. Он используется в случае, когда сигнал не имеет четкого периодического характера. Особенность этого метода заключается в том, что суммирование членов обобщенного ряда Фурье осуществляется не по одному, а по двум индексам, что позволяет рассматривать вейвлет-спектр как совокупность вертикальных отрезков, размещенных над  $jk$ -плоскостью с целочисленными координатами. При этом координата  $j$  указывает на скорость изменения сигнала, а координата  $k$  – на положение вдоль оси времени [1].

Однако это представление не является привычным для обычных сигналов, используемых в технике электросвязи, и чаще применяется в специфических случаях при распознавании или сжатии сигналов.

Предлагаемый в статье способ позволяет простыми программными средствами проанализировать зависимость спектральных характеристик от различных параметров сигнала и получить наглядные и вместе с тем привычные представления о широком диапазоне характеристик как в аналоговом, так и в цифровом варианте, дающие возможность составить полное впечатление о рассматриваемом сигнале и дать ему обоснованные оценки.

## Теоретический анализ

Для реализации предлагаемого способа исследования спектров можно использовать усовершенствованный алгоритм быстрого преобразования Фурье (БПФ).

Как известно, дискретные преобразования Фурье (прямое и обратное) задаются выражениями

$$C_n = \sum_{k=0}^{N-1} x_k \exp\left(-j2\pi \frac{kn}{N}\right), \quad n \in \left(-\frac{N}{2}, \frac{N}{2}\right), \quad (1)$$

$$x_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} C_n \exp\left(j2\pi \frac{kn}{N}\right), \quad k \in (0, N-1). \quad (2)$$

Эти формулы отличаются только множителем перед суммой и знаком экспоненты. Поэтому для выполнения прямого и обратного преобразований можно использовать один и тот же алгоритм, указывая ему, направление преобразования, чтобы он менял соответствующие параметры. Поэтому можно рассматривать просто преобразование Фурье, без деления на прямое и обратное.

Как известно, для сокращения числа вычислений при ДПФ используется алгоритм быстрого преобразования Фурье (БПФ). В основе БПФ лежит идея о том, что для четного  $N$  можно разделить преобразование Фурье от всего массива на сумму преобразований от элементов с четными и от элементов с нечетными номерами:

$$C_n = \sum_{k=0}^{N-1} x_k \exp\left(-j2\pi \frac{kn}{N}\right) = \sum_{k=0}^{N-1} x_k W^{kn} = \sum_{k=0}^{\frac{N-1}{2}} x_{2k} W^{2kn} + \sum_{k=0}^{\frac{N-1}{2}} x_{2k+1} W^{(2k+1)n} = C_n^e + W^n C_n^o, \quad (3)$$

где  $W = \exp\left(\frac{j2\pi}{N}\right)$ .

Первое слагаемое в сумме соответствует ДПФ от элементов с четными номерами, второе – от элементов с нечетными. Если  $N$  не просто четное, а кратное четырем, то можно рекурсивно применить этот процесс к полученным слагаемым. Если  $N$  является степенью двойки, то процесс можно свести к вычислению ДПФ от одного числа. Этот процесс повторяется  $\log_2 N$  раз для всех  $N$  значений преобразования. Этот алгоритм является основным для БПФ, однако остаются по-прежнему актуальными проблемы повышения скорости вычислений и качества работы алгоритма.

Повысить скорость можно, избавившись от рекурсии за счет перестановки элементов массива с тем, чтобы было можно вычислять преобразования в цикле. После перестановки новый номер элемента является записанным наоборот в двоичной системе исчисления старым номером. Действительно, если попробовать в ходе рекурсивного разбиения переупорядочивать элементы массива так, чтобы сначала шли элементы, соответствующие слагаемым «левой» суммы, а потом – слагаемым «правой», то при такой перестановке становится возможным проводить преобразование без выделения дополнительного массива [3, 4].

Кроме того, с помощью данного алгоритма можно осуществить вызов относительно «медленной» функции  $\sin$  только  $\log_2 N$  раз для инициализации рекуррентной последовательности, а все остальные требуемые значения получаются по специальной рекуррентной формуле, обладающей особой устойчивостью к вычислительным погрешностям, что существенно повышает качество работы алгоритма.

## Методика

Рассмотрим формат массива комплексных значений (рис. 1). Пусть у нас есть  $N$  значений функции, расположенных с интервалом  $\Delta$ . Значения хранятся парами вещественных чисел, где первое число в паре соответствует действительной части, а второе – мнимой. Каждому  $x_k$  соответствует определенный момент времени  $t_k$ .

После проведения преобразования Фурье получаем массив комплексных значений (пар вещественных чисел), в котором хранятся коэффициенты  $C_n$ . Существует зависимость между номером  $i$  и соответствующей ему частотой  $f_i$ , между коэффициентом  $C_i$  и значением преобразования Фурье (непрерывного преобразования) на соответствующей частоте  $f_i$ :

$$f_i = \frac{i}{N\Delta}; \Delta C_i \approx C(f_i).$$

При проведении обратного преобразования формат параметров не меняется, только на входе задается частотное представление, а на выходе получается временное.

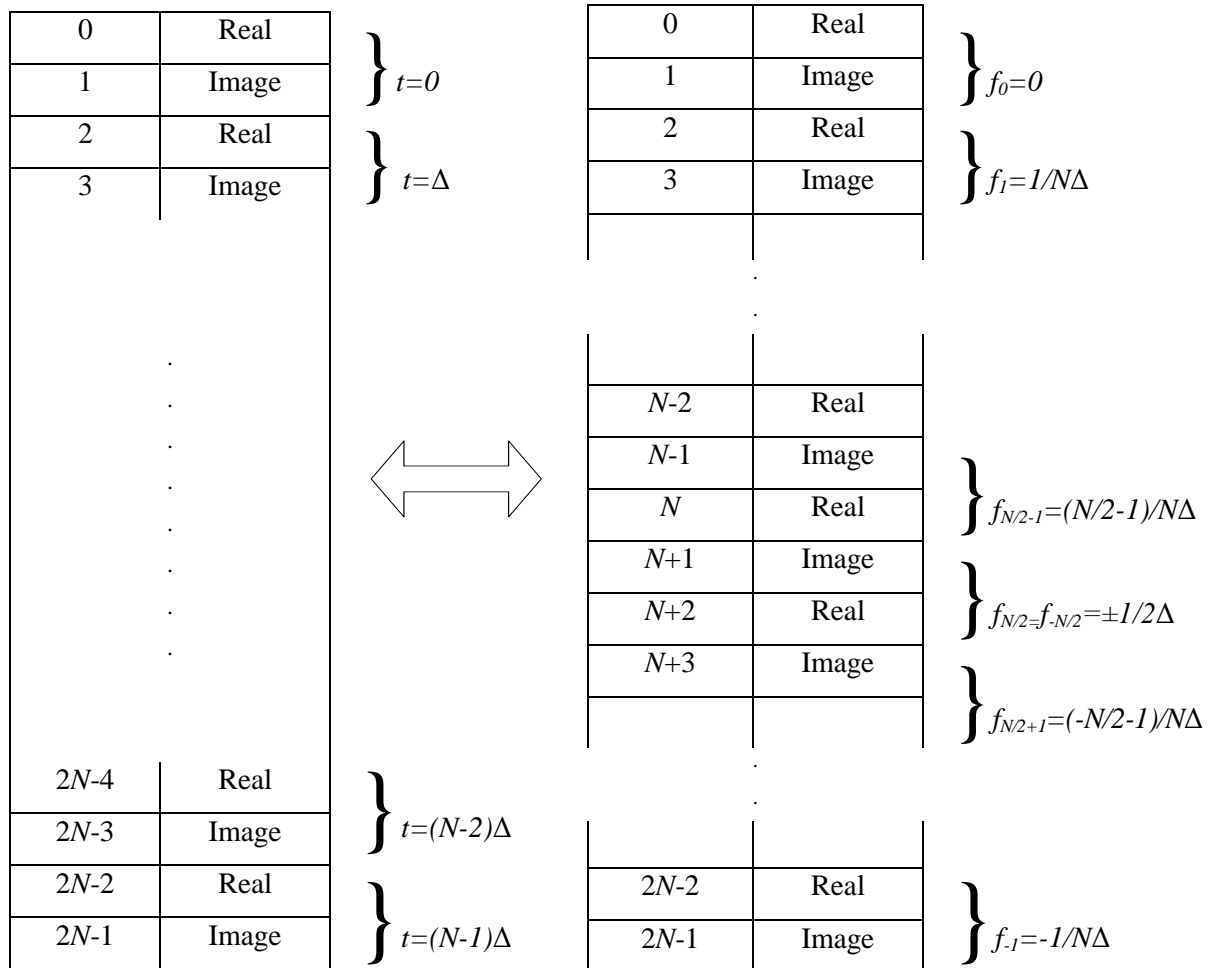


Рис. 1. Формат массива комплексных значений

После проведения преобразования Фурье получаем массив комплексных значений (пар вещественных чисел), в котором хранятся коэффициенты  $C_n$ . Существует зависимость между номером  $i$  и соответствующей ему частотой  $f_i$ , между коэффициентом  $C_i$  и значением преобразования Фурье (непрерывного преобразования) на соответствующей частоте  $f_i$ :

$$f_i=i/N\Delta; \Delta C_i=C(f_i)$$

При проведении обратного преобразования формат параметров не меняется, только на входе задается частотное представление, а на выходе получается временное.

### Экспериментальная часть

Разработанная программа позволяет:

1) анализировать аналоговые и дискретные сигналы, в том числе: гармонические сигналы, последовательность прямоугольных видеоимпульсов, одиночный прямоугольный радиоимпульс, последовательность прямоугольных радиоимпульсов, цифровые сигналы, дискретные сигналы, модулированные по частоте и по фазе, и другие;

2) при исследовании изменять параметры сигналов: амплитуду, частоту, период, длительность импульсов (для дискретных сигналов), а также определять мгновенные значения параметров сигналов в некоторых точках, возможна оценка фронтов импульсов;

3) анализировать и сравнивать спектры любых из перечисленных сигналов как идеальных, так и реальных с помощью аналогового и дискретного преобразований Фурье.

В качестве примеров ниже приводятся сигналы и спектры, полученные с помощью разработанных программных средств. На рис. 2 представлены два различных вида сигналов: периодическая последовательность прямоугольных видеоимпульсов и частотно-манипулированный сигнал и теоретические (идеальные) амплитудные спектры этих сигналов.

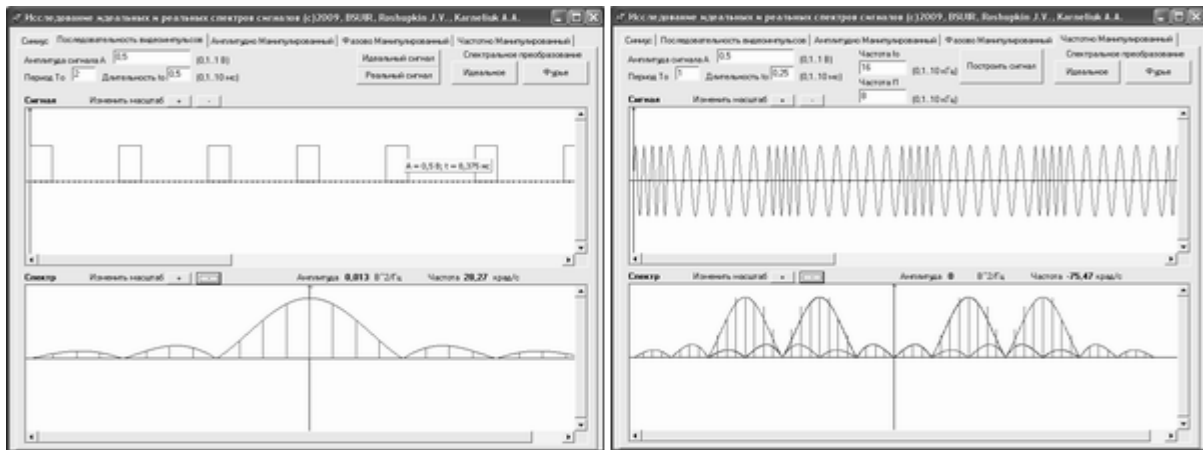


Рис. 2. Теоретические (идеальные) амплитудные спектры сигналов: периодической последовательности прямоугольных видеоимпульсов (а) и частотно-манипулированного сигнала (б)

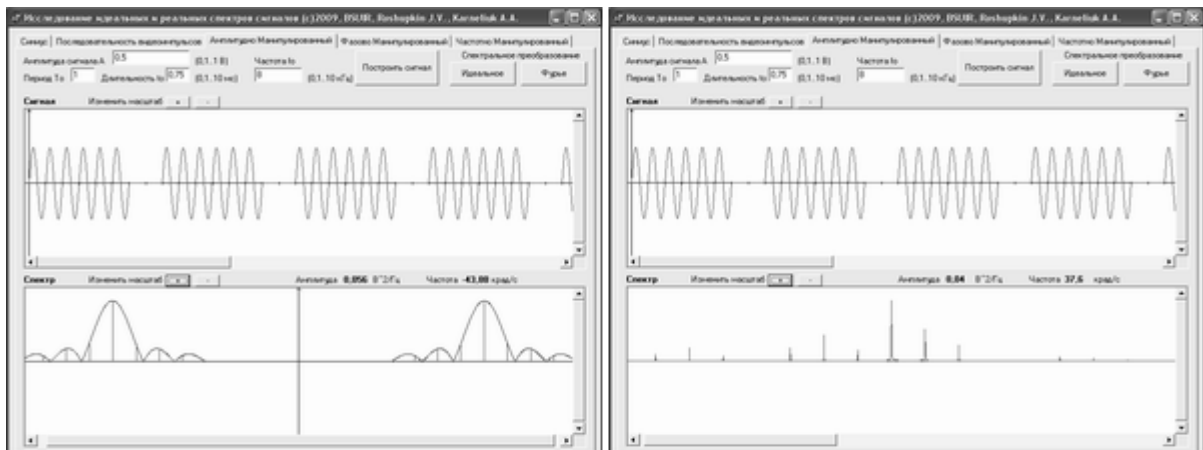


Рис. 3. Амплитудно-манипулированный сигнал и его амплитудный спектр: теоретический (идеальный) (а) и реальный, вычисленный при помощи БПФ (б)

Также имеется возможность строить вычисленные с помощью быстрого преобразования Фурье, спектры различных сигналов. На рис. 3 приведены теоретический и рассчитанный амплитудные спектры амплитудно-манипулированного сигнала.

Разработанная программа позволяет исследовать различные сигналы, изменяя их параметры, такие как амплитуда сигнала, период и длительность модулирующих импульсов, частота несущего колебания. На рис. 4 показано, как изменится форма и амплитудный спектр рас-

смотренных выше амплитудно-манипулированного сигнала и частотно-манипулированного сигнала при изменении их параметров. Для сравнения на этом же рисунке приведены идеальные и реальные спектры этих сигналов.

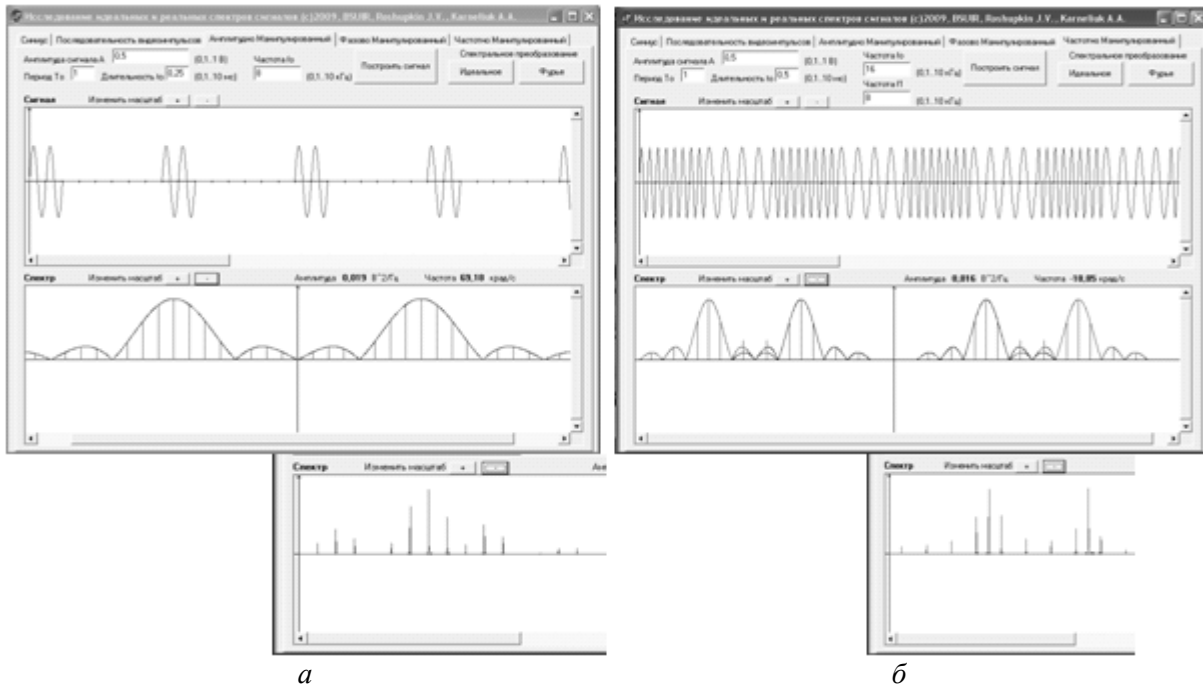


Рис. 4. Идеальные и реальные амплитудные спектры: амплитудно-манипулированного сигнала (а) и частотно-манипулированного сигнала (б)

Применение разработанной программы для анализа спектральных характеристик различных сигналов иллюстрируется рис. 5. Здесь приведены спектры амплитудно-манипулированного и фазоманипулированного сигналов с одинаковыми параметрами. Наглядно можно отметить отсутствие несущей в спектре фазоманипулированного сигнала.

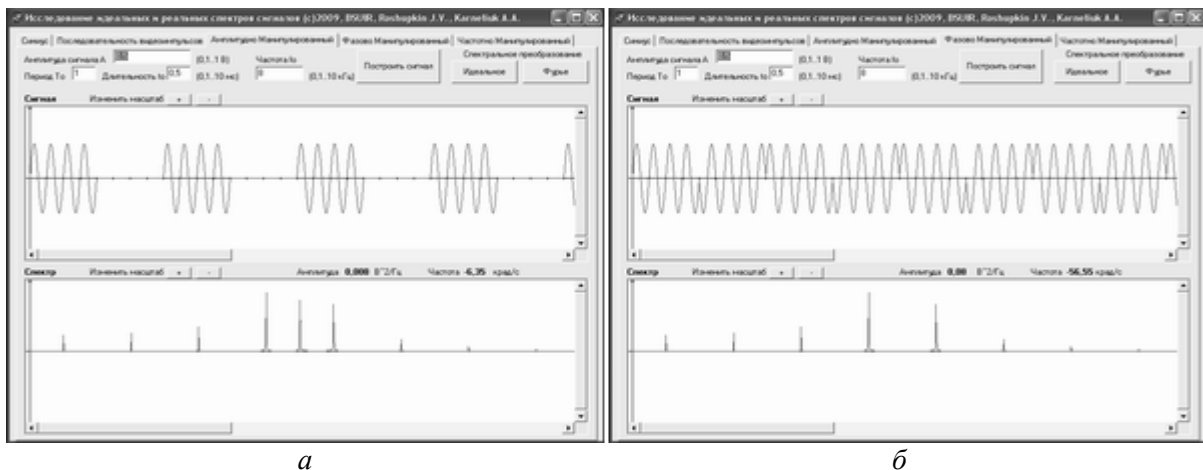


Рис. 5. Сравнение реальных спектров амплитудно-манипулированного и фазоманипулированного сигналов: амплитудно-манипулированный сигнал (а) и фазоманипулированный сигнал (б)

## Результаты и их обсуждение

Представленные экспериментальные данные наглядно показывают, что разработанные способы и программа исследования спектров сигналов и их параметров позволяют комплексно и в короткое время получить результаты одновременного анализа их идеальных и реальных значений в двух (цифровом и аналоговом) вариантах, что дает возможность не только выявить структуру и особенности сигналов и их характеристик, но и дать рекомендации по их использованию в различных классах систем и сетей телекоммуникаций.

## THE METHOD AND THE SOFTWARE OF THE COMPLEX EXPRESS ANALYSIS OF SPECTRUM OF SIGNALS IN TELECOMMUNICATION NETWORKS

Y.V. ROSHCHUPKIN, I.I. TCHERNAJA, A.A. KARNELIUK

### Abstract

The method and the software for the analysis of spectrum of various signals by many parameters with their simultaneous displaying in the digital mode are described with using new algorithms of discrete Fourier transform – fast Fourier transform.

### Литература

1. *Баскаков С.И.* Радиотехнические цепи и сигналы. М., 2006.
2. *Клюев Л.Л.* Теория электрической связи. Минск, 2008.
3. *Галкин В.А.* Цифровая связь. М., 2007.
4. *Скляр Б.* Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. М., 2003.