УДК 378.147

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МЕТОДОМ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ И 3D МОДЕЛИРОВАНИЯ

Нормантович М.Ю., Рогозин К.А.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, г. Минск, Республика Беларусь

Научный руководитель: Зеленовская Н.В. - ст. преподаватель

Аннотация. В докладе на конкретном примере проводится сравнение точности решения геометрических задач методом начертательной геометрии и компьютерной графики.

Ключевые слова: геометрическое моделирование, начертательная геометрия, линия пересечения поверхностей, кривые второго порядка.

Введение. Начертательная геометрия - раздел геометрии, в котором изучаются методы построения чертежей пространственных форм и способы решения на этих чертежах различных геометрических задач, это геометрическое моделирование, позволяющее решать прикладные задачи при помощи графических построений. «Сама постановка задач, возможность их решения существенно зависит от состава инструментария, который может быть использован чертежником для выполнения построений».[2]

Основная часть. Классически геометрические построения выполнялись при помощи циркуля и линейки. В эпоху основоположника начертательной геометрии Гаспара Монжа других инструментов для геометрических построений не было. К вопросам реальной точности геометрических построений относится множество публикаций начала 19 века. [3] Эти классические методы решения задач действенны и сегодня. Однако в сегодняшних реалиях в век компьютерных технологий добиться точных графических построений с помощью линейки, карандаша и циркуля от студентов практически невозможно. И более привлекательными, и понятными для них становятся приемы решения задач посредством аппарата 3D моделирования. В докладе мы попытаемся сравнить точность методов решения на примере конкретной задачи.

В учебном курсе начертательной геометрии классической является задача на построение линии пересечения двух поверхностей. Как пример рассмотрим построение линии пересечения двух конусов. Задача с решением приведена на рисунке 1. Причем такого рода задача иллюстрирует частный случай - теорему Монжа: «Если две пересекающиеся поверхности второго порядка описаны вокруг третьей поверхности второго порядка, то они пересекаются по двум плоским кривым второго порядка».

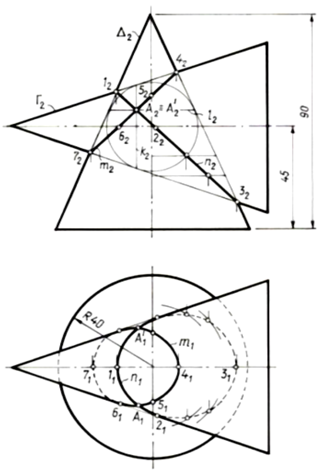

Рисунок 1 – Задача на пересечение двух поверхностей (теорема Монжа), выполненная методом начертательной геометрии

Зная теорему Монжа, задачу можно решить легко, построив на фронтальной проекции две пересекающиеся прямые линии, в которые превращаются эллипсы, занимающие проецирующее положение. Кстати, если не сформулировать эту теорему до решения задачи, и решать ее по опорным точкам, применяя «метод сфер», можно ошибиться и получить решением не плоские кривые, а некоторое геометрическое место точек, приблизительно отражающее решение задачи. Все студенты, решавшие данную задачу, в этом могли убедиться.

При применении 3D моделирования для решения задачи важно обеспечить точность построения. Собственно вопрос о сравнении точности построений у нас заявлен как тема доклада. На рисунке 2 в среде 3D построен круговой конус, создана его копия, которую повернули вокруг произвольной точки оси. Таким образом, реализовалась теорема Монжа (формулировка выше). В зависимости от значений угла α в пересечении конусов образуются эллипсы, параболы, гиперболы в различном сочетании. В приведенном примере возникли эллипс и гипербола.

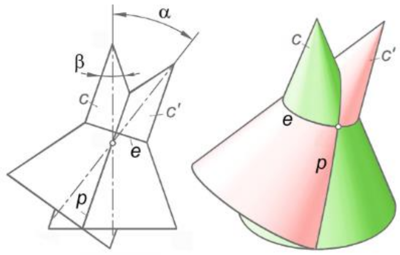

Рисунок 2 – Задача на пересечение двух поверхностей второго порядка (теорема Монжа), выполненная посредством 3D моделирования

3D-среда AutoCAD располагает «3D-примитивами»: конус, сфера, цилиндр. Для остальных «непримитивов» (поверхностей второго порядка) отсутствуют специальные команды построения. Гиперболоиды, параболоиды, эллипсоиды и т.д. нужно создавать вращением или перемещением кривых. То же и с отдельными кривыми линиями. Готовые «примитивы» – эллипс, окружность. Для них предусмотрены специальные команды построения. Гипербола и парабола не являются «примитивами». В системе AutoCAD их получают как сечения конуса (коники) и формируют сплайн кривыми. Для сравнения точности построения, можно продемонстрировать отдельное построение эллипса и гиперболы, которые являются решением задачи пересечения двух конусов (рисунок 2).

На рисунке 3 показан произвольный эллипс. Определение эллипса - геометрическое множество точек, сумма расстояний которых до точек фокуса является постоянной. С помощью окружности находим точки фокусов F и F^*. Возьмём две произвольные точки эллипса A и B. Соединяем их отрезками с точками фокусов. Строим отрезки F^*A^* и FB^*, длины которых равны сумме расстояний от точек A и B до фокусов. Измеряем их и убеждаемся, что длины совпадают с большой точностью (до восьмого знака). Как вывод: такая же точность построения будет и при решении задачи на пересечение конусов, где эллипс – одна из кривых, являющихся решением задачи.

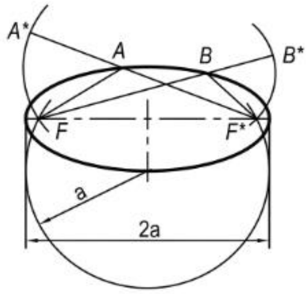

Рисунок 3 – Построение произвольного эллипса

С гиперболой сложнее, т.к. она не является готовым «примитивом». Поэтому построим гиперболу *h* (рисунок 4) как сечение кругового конуса плоскостью α. Для построения асимптот гиперболы *n*, *m* построим сечение β||α и переместим его в плоскость α в центр гиперболы.

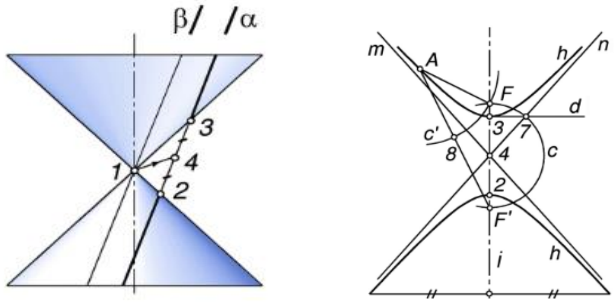

Рисунок 4 – Построение гиперболы как сечения конуса плоскостью

Так как гипербола является геометрическим местом точек, для которых разность расстояний до точек фокуса является постоянной, равной расстоянию между вершинами гиперболы, можно проверить точность ее построения положением точек А и В и равностью их расстояний до фокуса. Измерив длины отрезков, убеждаемся в высокой точности построения. Таким способом можно наглядно доказать, что точность построения линии пересечения (решение задачи, выбранной для примера) с применением методов 3D моделирования намного выше точности решения задачи классическими методами начертательной геометрии. К тому же решение является максимально наглядным, что тоже имеет огромное значение.

Заключение. В заключение хочется отметить, что независимо от того, какой метод решения мы применяем на практике: начертательная геометрия или 3D моделирование – главным является понимание геометрической сущности задачи. Компьютерные методы 3D моделирования позволяют «переложить» решение на математическое и программное обеспечение графического пакета (в данном случае AutoCAD). Это дает возможность получать более широкую вариативность решения и наглядность, позволяет решать значительно более сложные задачи, возможно даже недоступные методам начертательной геометрии.

Список литературы

1. Хейфец А.Л. Начертательная геометрия как “бег в мешках” / А.Л. Хейфец // Проблемы качества графической подготовки студентов в техническом вузе. Материалы V Международной научно-практической интернет-конференции. КГП 2015” / А.Л. Хейфец. – Пермь: ПГТУ. 2015. – С. 292–325

2. Четверухин Н.Ф. Методы геометрических построений / Н.Ф. Четверухин. – М:. Гос. уч. пед. издат. – 1952. – 145 с.
UDC 378.147

3. Адлер А. Теория геометрических построений / А. Адлер. – Л.: Учпедгиз, 1940. – 232 с.

UDC 378.147

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE ACCURACY OF PROBLEM SOLVING BY DESCRIPTIVE GEOMETRY AND 3D MODELING

Normantovich M.Yu., Rogozin K.A.

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Republic of Belarus

Zelenovskaja N.W – Senior Lecturer

Annotation. The report uses a specific example to compare the accuracy of the problem solution by the method of descriptive geometry and computer graphics.

Keywords: geometric modeling, descriptive geometry, line of intersection of surfaces, second-order curves.