УДК 51-74

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В РЕШЕНИИ ИГРОВЫХ ЗАДАЧ

Киселёва М. П.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, г. Минск, Республика Беларусь

Научный руководитель - канд. техн. наук Ролич О. Ч.

Аннотация. В данной работе приводится метод сведения стратегической матричной игры к паре двойственных задач линейного программирования.

Ключевые слова. Теория игр, линейное программирование, платежная матрица, стратегия игрока

Введение. В современной экономической жизни важную роль играет применение теории игр. Теория игр – это раздел математической экономики, изучающий решение конфликтов между игроками и оптимальность их стратегий. Конфликт может относиться к разным областям человеческого интереса: чаще всего это экономика, социология и политология.

Актуальность описанной темы заключается в практической возможности решения технических и экономико-математических задач применением методов, используемых в линейном программировании.

Основная часть. Теория игр находится в тесной связи с линейным программированием, так как каждая конечная игра двух лиц с нулевой суммой может быть представлена как задача линейного программирования и решена симплексным методом и наоборот, задача линейного программирования может быть представлена как игра.

Пусть имеется платежная матрица, не имеющая седловой точки, то есть верхняя и нижняя цена игры имеют различные значения. Задача такого типа будет решаться в смешанных стратегиях. При этом все элементы матрицы положительны. Рассмотрим математическую модель для второго игрока. Среди стратегий

$Q = (q_1, q_2, \dots, q_n) \in S_n$, удовлетворяющих неравенствам 1 и 2.

$$\sum_{j=1}^{n} h_{ij} \leq \omega \text{ для } \forall\, i = 1,2, \dots, m, \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} q_j = 1, q_j \geq 0 \text{ для } \forall\, j = 1,2, \dots, n, \tag{2}$$

Требуется найти оптимальную стратегию $Q^0 = (q_1^0, q_2^0, \dots, q_n^0)$, при которой значение ω минимально. Данная модель упрощается путем деления условий на ω и произведением замены вида $q_j = \omega y_j, j = 1,2, \dots, n$. Данные преобразования возможны при $\omega \neq 0$. В случае $\omega = 0$ матрица преобразуется путем прибавления к ней некоторого положительного числа. Аналогичным образом преобразуется матрица в случае $\omega < 0$. В результате замены и соответствующих преобразований будет получено

$$\sum_{j=1}^{n} h_{ij} y_j \leq 1 \text{ для } \forall\, i = 1,2, \dots, m, \tag{3}$$

$$\sum_{j=1}^{n} q_j = \sum_{j=1}^{n} y_j\,\omega = 1 \quad \rightarrow \quad \sum_{j=1}^{n} y_j = \frac{1}{\omega} \tag{4}$$

Так как система стремится минимизировать свой проигрыш, то она выберет такие составляющие смешанной стратегии q_j, которые обеспечат $\min \omega$ или $\max \frac{1}{\omega}$. Рассматривая $1/\omega$ в качестве целевой функции, задача для игрока 2 принимает следующий вид: Среди $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$, удовлетворяющих неравенствам 5 и 6

$$\sum_{j=1}^{n} h_{ij} y_j \leq 1 \text{ для } \forall\, i = 1,2,\dots,m, \tag{5}$$

$$y_j \geq 0 \text{ для } \forall\, i = 1,2,\dots,n; \tag{6}$$

Найти $Y^0 = (y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0)$, доставляющих

$$\sum_{j=1}^{n} y_j \;\rightarrow max. \tag{7}$$

Это задача линейного программирования с целевой функцией. Аналогичным образом представляется эквивалентная задача для первого игрока в виде задачи линейного программирования. Поскольку матрицы обеих задач линейного программирования взаимно транспонированные, неравенства в системах ограничений обеих задач имеют противоположный смысл и для одной задачи ищется минимум, а для другой – максимум соответствующих линейных форм, то обе задачи взаимно двойственны.

Заключение. Таким образом с помощью предложенных выше преобразований оптимальные стратегии игры с платежной матрицей могут быть найдены путем решения симметричной пары двойственных задач линейного программирования, что позволяет сократить количество вычислений и автоматизировать решение задач данного типа.

Список литературы

1. Лубенцова, В.С. Применение линейного программирования в теории игр/ Самар. гос. техн. ун-т; Сост. В.С. Лубенцова. Самара, 2011. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://elar.urfu.ru/bitstream/10995/43897/1/978-5-7996-1940-4_2016.pdf.

2. *Теория игр и исследования операций [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://teach-in.ru/file/synopsis/pdf/game-theory-M.pdf.*

3. *Основные понятия теории игр : учебное пособие / А.Г. Кремлев.– Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2016.– 144 с. [Электронный ресурс]. –2016.– Режим доступа: https://elar.urfu.ru/bitstream/ 10995/43897/1/978-5-7996-1940-4_2016.pdf.*

UDC 51-74

LINEAR PROGRAMMING METHODS APPLIED WHEN SOLVING GAME-THEORY PROBLEMS

Kiseliova M.P.

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Republic of Belarus

Scientific supervisor: O. Rolich - Candidate of Technical Sciences

Annotation. In this work, we covered methods of reducing the strategic matrix game down to a pair of dual problems.

Keywords: game theory, linear programming, game matrix, player strategy.