

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФЕКТА ХОЛЛА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ
С ПОМОЩЬЮ СРЕДЫ «MATLAB»**
SIMULATION OF THE HALL EFFECT IN SEMICONDUCTORS USING THE MATLAB
ENVIRONMENT

Григорьев Александр Александрович

кандидат физико-математических наук, доцент,
доцент кафедры физики БГУИР, г. Минск, Беларусь, agrig@bsuir.by

Рафеев Павел Юрьевич

студент 2 курса, БГУИР, г. Минск, Беларусь, pavel02rafeev@gmail.com

Аннотация. Рассматривается графическое и численное моделирование эффекта Холла в полупроводниках с помощью компьютерной среды ‘MATLAB’

Abstract. The graphic and numeric simulation of the Hall Effect in semiconductors with ‘MATLAB’ computer environment is considered.

Ключевые слова: моделирование, симуляция, эффект Холла, полупроводник, MATLAB.

Keywords: modeling, simulation, Hall Effect, semiconductor, MATLAB.

Эффект Холла – явление возникновения поперечного тока в проводнике с продольным током в магнитном поле, использующееся для определения подвижностей и концентраций носителей заряда в полупроводниках.

При точном моделировании эффекта возникает серьезная проблема по вычислению математических выражений большой сложности, решение которых требует серьезных затрат времени. Для оптимизации расчётов предлагается применение упрощённой модели и составленного на её основе программного скрипта. В качестве среды выбран MATLAB – пакет прикладных программ для решения задач технических вычислений, вследствие его многофункциональности, доступности и специализированности [1, С. 8].

Объектом моделирования является полупроводник плоской формы (пластина) шириной b , толщиной d и длиной a , с текущим вдоль неё током плотностью j , порождаемым напряжённостью внешнего электрического поля E . Пусть пластина находится в магнитном поле, вектор индукции которого B перпендикулярен её плоскости и направлен вниз (рисунок 1). Отношение концентраций заряженных частиц обозначено k .

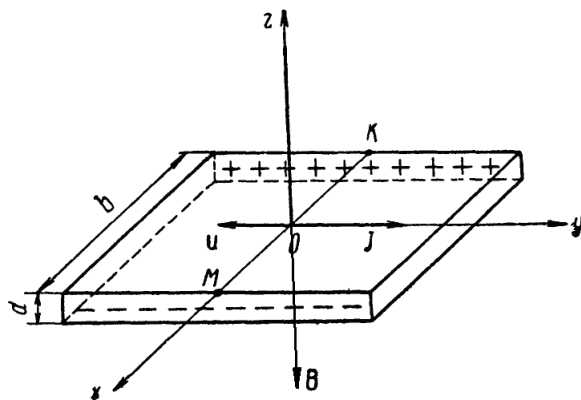


Рисунок 1 — Схема модельной установки.

Результирующая сила, действующая на заряженную частицу в такой модели, является суммой силы Лоренца, силы со стороны электрического поля и силы сопротивления [2] соответственно:

$$\vec{F} = q \cdot [\vec{v}, \vec{B}] + \overline{q \cdot \vec{E}} - r \vec{v} \quad (1)$$

Из формулы видно, что в данной модели у результирующей силы отсутствует составляющая, направленная вдоль оси Oz, из чего следует, что для определения параметров движения электронов и дырок достаточно решить систему из четырёх дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{qBv_y}{m} - \frac{qE_H}{m} - \frac{qv_x}{m^2\mu} \quad (2)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{qBv_x}{m} - \frac{qE_O}{m} - \frac{qv_y}{m^2\mu} \quad (3)$$

$$\frac{dx}{dt} = v_x \quad (4)$$

$$\frac{dy}{dt} = v_y \quad (5)$$

В качестве начальных условий и численных параметров пластины взяты таковые для кремниевой пластины, легированной мышьяком, размерами 10x10x0.1 мм, с текущим через неё током $I = 1$ мА, помещённой в магнитное поле с индукцией 0,1 Тл.

MATLAB-скрипт с функцией ode45 (использующей одношаговые явные методы Рунге-Кутты 4-го и 5-го порядков) позволяет по заданным начальным условиям решать систему дифференциальных уравнений (2– 5). При этом, поскольку холловская напряжённость (создаваемая скапливающимися на поперечных границах пластины зарядами) изменяется от 0 (в начальный момент времени) до некоторого максимального значения [3, С. 9], необходимо построить графики зависимостей координат проекций скорости частиц от времени, а также траекторий частиц для различных её значений.

Кроме того, для экспериментальной проверки правильности модели вычислена зависимость поперечного тока в полупроводнике от продольного, график которой построен в одной системе координат с экспериментальным графиком той же зависимости.

После запуска скрипта программой строятся восемь различных графиков зависимостей, приводимых далее. Серый график с пометками p+ показывает зависимость для дырки, чёрный с пометками e- – для электрона. Графики, нарисованные штрихпунктирной линией, соответствуют движению в отсутствие холловской напряжённости. Графики, нарисованные сплошной линией – движению при максимальном её значении, а пунктирной – движению при половине максимального значения.

На рисунках 2 (а) и 2 (б) показаны графики зависимостей горизонтального смещения (в микрометрах) электронов и дырок от времени (в миллисекундах). Ввиду большей подвижности и меньшей массы электроны вначале отклоняются гораздо сильнее дырок, однако по мере их скопления на границе пластины и возрастания холловской напряжённости отклонение дырок растёт, а электронов – падает.

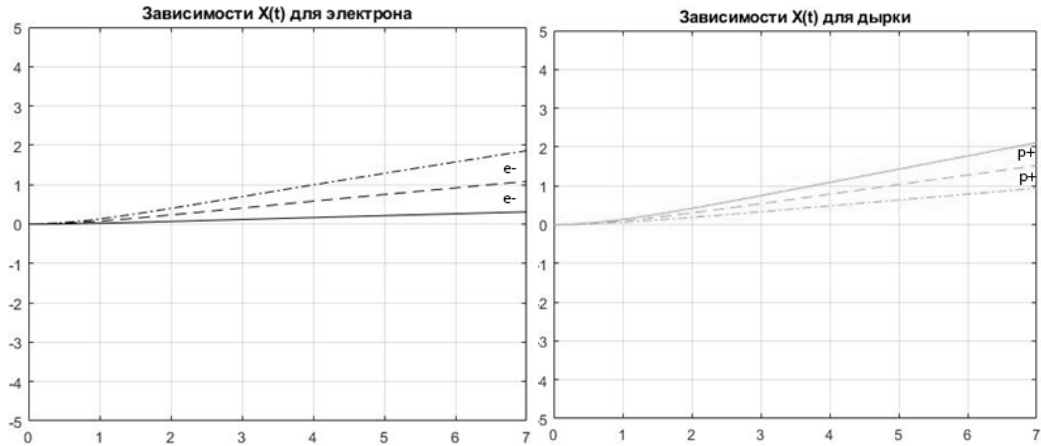


Рисунок 2 – Зависимость поперечного смещения электрона (а) и дырки (б) от времени.

На рисунке 3 показаны графики зависимости продольной координаты Y от времени. Поскольку частицы движутся от разных концов полупроводника в противоположных направлениях, эти зависимости могут быть показаны на одной координатной плоскости и не накладываться друг на друга.

Графики показывают, что электроны, ввиду большей подвижности, быстрее достигают другого конца проводника. Также по мере роста время движения дырки растёт, а электрона – падает, так как рост(падение) поперечной скорости ведёт к падению (росту) продольной скорости, соответственно (под действием силы Лоренца).

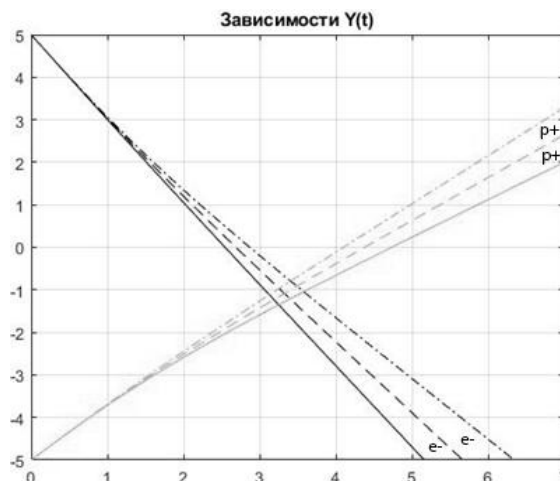


Рисунок 3 – Зависимости продольной координаты электронов и дырок от времени.

Рисунок 4 представляет собой траектории движения электронов и дырок. Отлично видно, что горизонтальное отклонение происходит в одну и ту же сторону, а также подтверждается вывод о том, что со временем отклонение электронов снижается, а дырок – растёт.

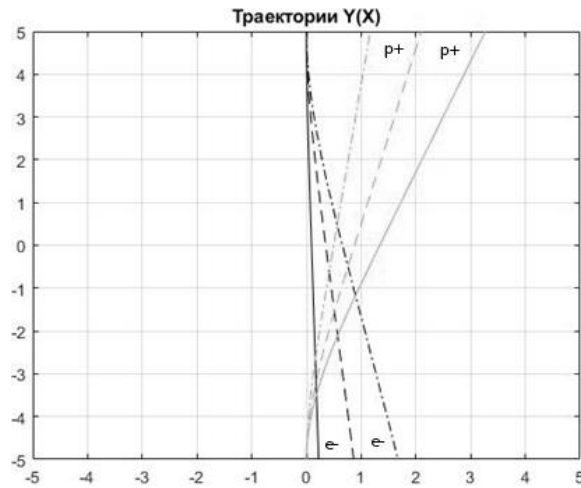


Рисунок 4 — Траектории движения электронов и дырок.

На рисунках 5 (а) и 5 (б) показаны графики зависимостей скорости поперечного отклонения частиц (в мм/с) от времени (в сек). При сравнении с графиками на рисунке 6 (скорости продольного движения частиц от времени) подтверждается предположение о росте (падении) продольной составляющей скорости частиц при росте поперечной и наоборот (поперечная растёт до 3-й секунды, а затем слегка падает, тогда как продольная падает до 3-й секунды, после чего немного возрастает), а также о большей подвижности электронов и электронном типе проводимости полупроводника (максимальная поперечная скорость дырок растёт, а электронов – падает с ростом Холловской напряжённости (от штрих-пунктирного графика к сплошному)).

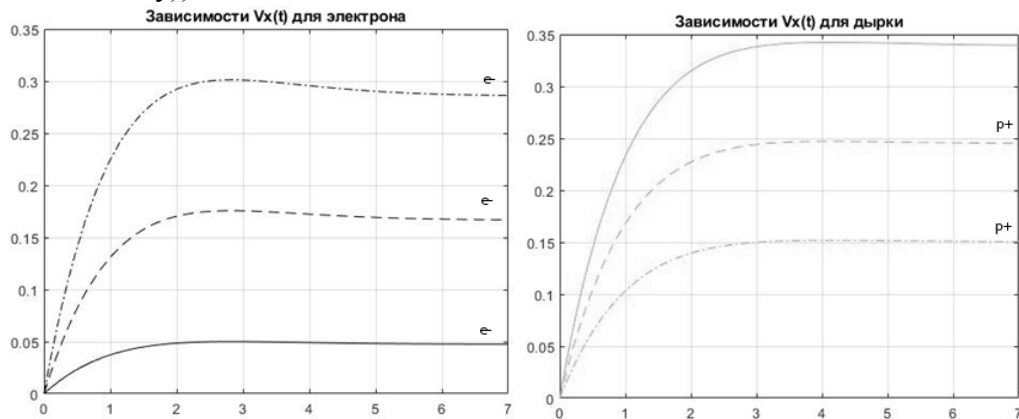


Рисунок 5 – Зависимости поперечной скорости электрона (а) и дырки (б) от времени.

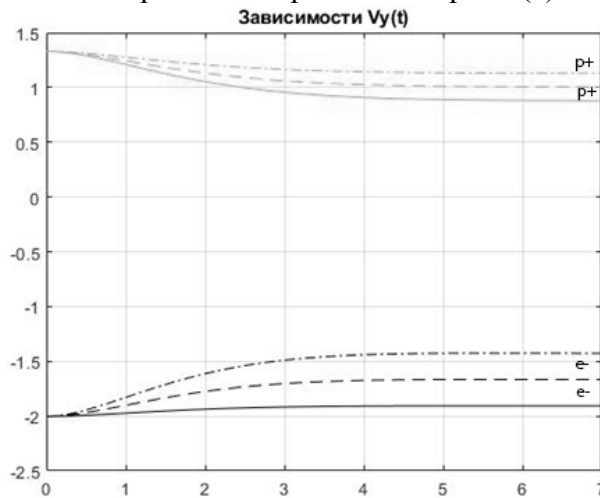


Рисунок 6 — Зависимости продольных скоростей электронов и дырок от времени.

Для проверки правильности предлагаемой модели проведён эксперимент по методу Ван-дер-Пау [4, С. 16 – 38] (схема показана на рисунке 7).

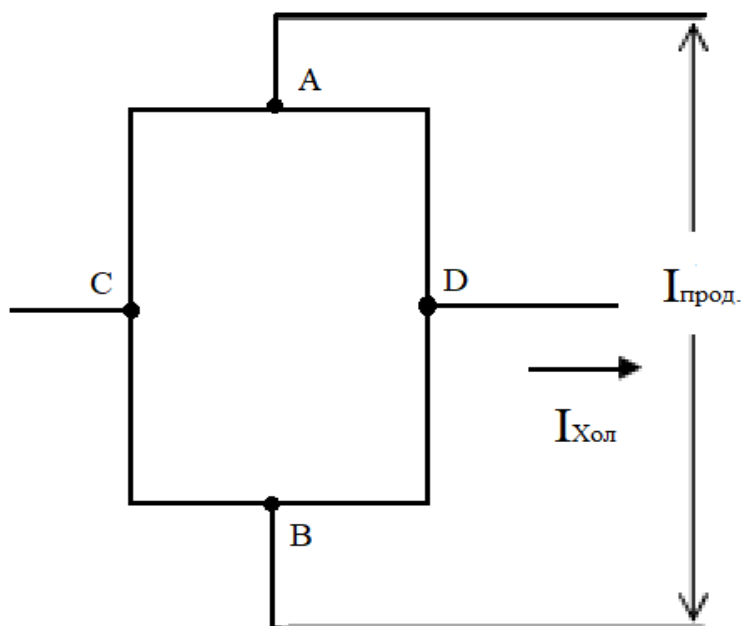


Рисунок 7 – Схема эксперимента.

В ходе эксперимента к пластине из кремния, легированного мышьяком, крепились 4 контакта (А, В, С и D). Через контакты А и В шёл продольный ток, а к контактам С и D был подключён амперметр для измерения зависимости поперечного тока Холла от продольного тока. Полученные в результате эксперимента данные, а также теоретические значения тока Холла при таких же значениях тока продольного, вычисленные в MATLAB-скрипте, представлены в таблице 1.

Таблица 1– Зависимости тока Холла от продольного тока.

$I_{\text{прод.}}, \text{ мА}$	$I_{\text{Холл}} - \text{эксперимент}, \text{ мА}$	$I_{\text{Холл}} - \text{модель}, \text{ мА}$
0	0	0
0.2	-0.04	-0.04
0.4	-0.09	-0.08
0.5	-0.13	-0.12
0.7	-0.16	-0.16
0.9	-0.20	-0.20
1.1	-0.25	-0.24
1.2	-0.31	-0.29
1.4	-0.34	-0.33
1.6	-0.38	-0.37
1.8	-0.43	-0.41

По данным таблицы 1 в среде MATLAB построены теоретический и экспериментальный графики зависимости поперечного тока Холла от продольного тока (рисунок 8).

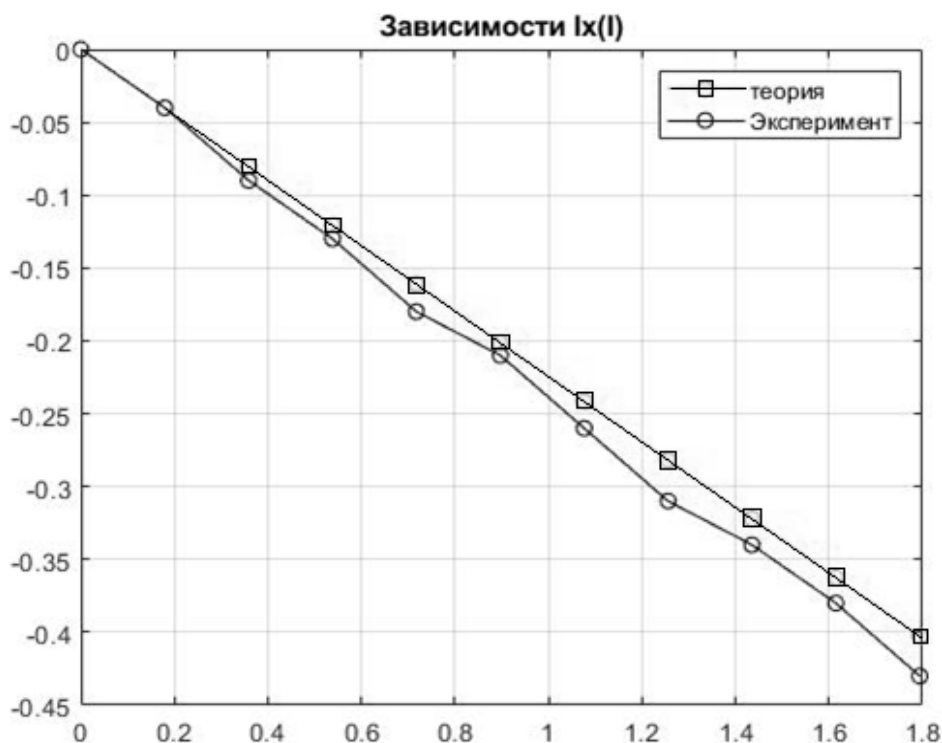


Рисунок 8 — Графики теоретической и экспериментальной зависимостей тока Холла от продольного тока.

Как видно из графиков и таблицы, модель описывает эффект Холла в полупроводнике с высокой степенью точности (погрешность около 4—8%), особенно при малых токах (для индукции внешнего магнитного поля $B = 0.1$ Тл это токи до 1 мА). По мере увеличения продольного тока погрешность растёт по причине пренебрежения магнитным полем тока в полупроводнике, однако его учёт сильно усложняет математическое описание и, как следствие, расчёт модели компьютером.

При этом такая точность достаточна при изучении поведения полупроводников различных типов в магнитном поле, движения заряженных частиц в них и макропараметров, таких как сила поперечного тока Холла. В результате модель может быть применена:

1. Для наглядного сравнения полупроводников с целью выбора наиболее подходящего в конкретных условиях.
2. Для детального изучения движения заряженных частиц в полупроводнике.
3. Для определения типа проводимости, соотношения концентраций заряженных частиц и их подвижностей и некоторых других параметров полупроводника путём сопоставления имеющихся данных о нём с моделью (без необходимости в расчётах).

Библиографический список

1. Дьяконов В. П. MATLAB 5.0/5.3. Система символьной математики. / В. П. Дьяконов, И. В. Абраменков // Москва: Нолидж, 1999. 640 с.
2. Савельев И. В. Электропроводимость металлов и полупроводников [Электронный документ] / И. В. Савельев // Научная библиотека избранных естественнонаучных изданий. Режим доступа: http://scask.ru/c_book_s_phis3.php?id=57. Дата доступа : 16.06. 2020.
3. Павлов Д. А. Эффект Холла: Практикум. / Д. А. Павлов // Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского. 2013. 24 с.
4. Кучис Е. В. Гальваномагнитные эффекты и методы их исследования / Е. В. Кучис // Москва: Радио и связь. 1990. 264 с.