

## АРИФМЕТИКА БЕЗ СКОБОК

Марат О.И., Пешко А.А., Селивестров В.А., Чепиков П.А.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
г. Минск, Республика Беларусь

Стройникова Е.Д. – ст. преподаватель

В докладе рассмотрены история создания, общие сведения, суть алгоритма, преобразование из инфиксной нотации, практические реализации и основные характеристики арифметики без скобок, или обратной польской записи. Авторами была разработана программа на языке C++, которая позволяет делать вычисления с использованием обратной польской записи.

Сложные вычислительные задачи обычно требуют больших объемов вычислений, поэтому к программистам предъявлялось требование: приблизить форму записи математических выражений в коде программы к естественному языку математики. В результате наибольшее распространение получил метод трансляции с помощью обратной польской записи, которую предложил польский математик Я. Лукасевич.

### История создания

Обратная польская запись (ОПЗ), или обратная польская нотация (ОПН), была разработана австралийским философом и специалистом в области теории вычислительных машин Чарльзом Хэмблином в середине 1950-х годов на основе польской нотации, которая была предложена в 1920 г. польским математиком Яном Лукасевичем. Работа Хэмблина была представлена на конференции в июне 1957 г. и опубликована в 1957 г. и в 1962 г. Первыми компьютерами, поддерживающими обратную польскую нотацию, были KDF9 от English Electric Company, который был анонсирован в 1960 г. и выпущен (появился в продаже) в 1963 г., и американский Burroughs B5000: анонсирован в 1961 г., выпущен в том же 1963 г. Один из проектировщиков B5000, Р. С. Бартон, позже написал, что разработал обратную польскую запись независимо от Хэмблина примерно в 1958 г. в процессе чтения книги по символической логике, до того как познакомился с работой Хэмблина. ОПН применялась в советском инженерном калькуляторе БЗ-19М (совместная разработка с ГДР), выпущенном в 1976 г. Все выпускаемые в СССР вплоть до конца 1980-х годов программируемые микрокалькуляторы, за исключением «Электроника МК-85», использовали ОПН – она проще реализовывалась и позволяла обойтись в программировании вычислений меньшим числом команд по сравнению с обычной алгебраической нотацией, а количество программной памяти в этих моделях всегда было критическим ресурсом (не более 105 ячеек при том, что команда занимала 1–2 ячейки). ОПН используется в современных российских программируемых калькуляторах «Электроника МК-152» и «ЭЛЕКТРОНИКА МК-161», что обеспечивает их совместимость с программами, разработанными для советских калькуляторов.

### Общие сведения

Обратная польская запись представляет собой выражение, записанное в постфиксной форме, без скобок, по специальным правилам. Получение ОПЗ реализуется с использованием структур в виде стека и дерева. Получение ОПЗ с использованием стека может осуществляться очень просто – на основе алгоритма, предложенного Э. Дейкстрой, который ввел понятие стекового приоритета операций (таблица 1).

Таблица 1 – Стековый приоритет операций ОПЗ

Операция	Приоритет
(	0
)	1
+, –	2
×, /	3
xx	4

### Суть алгоритма

Исходное выражение, записанное в виде строки символов S, просматривается слева направо. Операнды переписываются в выходную строку В, операции обрабатываются с использованием стека, который первоначально пуст, на основе следующих правил:

1. Если в строке S встретился операнд, то его помещаем в строку В.
2. Если в строке S встретилась открывающая скобка, то ее помещаем в стек.
3. Если в строке S встретилась закрывающая скобка, то извлекаем из стека и записываем в строку В все операции до "(" и саму "(" , скобку ")" также извлекаем из стека; обе скобки игнорируются.

4. Если в строке S встретилась операция X, то выталкиваем из стека все операции, приоритет которых ниже X, после чего саму операцию X записываем в стек.

5. При достижении конца строки S анализируем стек и, если он не пуст, извлекаем и переписываем его элементы в выходную строку V.

Вычисление выражения, записанного в ОПЗ, может проводиться путем однократного просмотра, что является весьма удобным при генерации объектного кода программ. Отличительной особенностью обратной польской нотации является то, что все аргументы (или операнды) расположены перед операцией (оператором). Это позволяет избавиться от необходимости использования скобок. Например, выражение  $3 \times (4 + 7)$  будет выглядеть как  $3\ 4\ 7\ +\ \times$  (можно записать компактней:  $4\ 7\ +\ 3\ \times$ ). Вычисления в обратной польской нотации основаны на стеке, это означает, что операнды достаются из стека и результат вычисления кладется обратно в стек. На первый взгляд это может выглядеть непонятно, однако, обратная польская нотация имеет важное преимущество – она невероятно проста для разбора, поэтому ее реализация на компьютере требует мало ресурсов и выполняется быстро.

#### Преобразование из инфиксной нотации

Эдсгер Дейкстра изобрел алгоритм для преобразования выражений из инфиксной нотации в ОПН. Алгоритм получил название «сортировочная станция» за сходство его операций с происходящим на железнодорожных сортировочных станциях. Инфиксная нотация – это форма математических записей, которую использует большинство людей (например,  $3 + 4$ , или  $3 + 4 \times (2 - 1)$ ). Как и алгоритм вычисления ОПН, алгоритм сортировочной станции основан на стеке. В преобразовании участвуют две текстовых переменных: входная и выходная строки. В процессе преобразования используется стек, хранящий еще не добавленные к выходной строке операторы. Преобразующая программа читает входную строку последовательно символ за символом (символ – это не обязательно буква), выполняет на каждом шаге некоторые действия в зависимости от того, какой символ был прочитан.

#### Практические реализации

В качестве практического применения данной методики можно привести организацию байт-кода конфигураций прикладных решений системы 1С: Предприятие. Официального подтверждения компания 1С не дает, но использующие данную систему программисты на специализированных форумах приводят доказательства и алгоритмы, позволяющие декомпилировать исходные тексты.

#### Основные характеристики:

1. Вычисления выполняются слева направо.
2. Операнды предшествуют своему оператору. При выполнении операции они удаляются.
3. Когда операция выполнена, результат сам становится операндом (для следующих операторов).
4. В ОПН нет скобок и нет приоритетов операций.
5. Большинство вычислений в ОПН записываются короче, нежели в инфиксной нотации.

#### Программа

Авторами была разработана программа на языке C++, которая позволяет делать вычисления с использованием ОПН по принципу ввода данных и выводу результата на экран.

#### Список использованных источников:

1. Компиляторы: принципы, технологии и инструменты / А. В. Ахо [и др.] ; пер. с англ. – 2-е изд. – М. : Вильямс, 2008. – 1184 с.
2. Пратт, Т. Языки программирования: разработка и реализация / Т. Пратт, М. Зелковиц ; пер. с англ. – 4-е изд. – СПб. и др. : Питер, 2002. – 688 с.
3. Обратная польская запись [Электронный ресурс]. – 2001. – Режим доступа : [http://www.univer.omsk.ru/students/m84/docs/pol\\_zap.html](http://www.univer.omsk.ru/students/m84/docs/pol_zap.html).
4. Обратная польская нотация [Электронный ресурс]. – 2021. – Режим доступа : <http://alqolist.manual.ru/math/misc/revpn.php>.
5. martiros: Обратная польская запись [Электронный ресурс]. – 2020. – Режим доступа : <http://martiros24.blogspot.com/2016/06/blog-post.html>.