В. В. Плотников, В. Д. Кресс

НАХОЖДЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОГО ПОТОКА В СЕТИ АЛГОРИТМОМ ЭДМОНДСА-КАРПА

В работе проведено исследование алгоритма Эдмондса-Карпа, рассмотрены общий принцип работы алгоритма Эдмондса-Карпа, смысл пропускной способности и потока, минимальной пропускной способности, а также теорема Форда-Фалкерсона.

Введение

Алгоритм Эдмондса-Карпа представляет собой реализацию метода Форда-Фалкерсона для вычисления максимального s-t-потока в сетях с положительной реальной пропускной способностью. Он использует кратчайший путь увеличения на каждом шаге, что гарантирует, что алгоритм завершится за полиномиальное время. Алгоритм используется в транспортной логистике, программных средствах построения оптимальных маршрутов, грузоперевозок, поставок, электрических цепей, потока воды в трубах.

I. Принцип работы

Сеть G=(V,E) – это ориентированный граф, в котором каждое ребро (u,v)∈E имеет неотрицательную пропускную способность c(u,v)≥0. Если (u,v)∈E, то (v,u)∉E, c(v,u)=0.

Поток в сети G с истоком s и стоком t – это функция f: VxV→R, такая что ∀(u,v)∈V,0≤f(u,v)≤c(u,v) и ∀u∈V-{s,t}, ∑f(v,u)=∑f(u,v). Если (u,v)∉E, то f(u,v)=0.

Величина потока |f| – это сумма потоков из источника $\sum f_{s_v}$. Задача о максимальном потоке состоит в поиске такой функции f, чтобы величина потока |f| была максимальна.

Для сети G=(V,E) с потоком f и пропускной способностью c остаточная пропускная способность c_f(u,v) определяется следующим образом:

$$c_f(u,v) = \begin{cases} c(u,v) - f(u,v), & \text{если } (u,v) \in E, \\ f(v,u), & \text{если } (u,v) \notin E, \\ 0, & \text{во всех других случаях.} \end{cases}$$

Тогда множество остаточных ребер определяется таким образом:

$$E_f = \{ (u,v) \in V \times V : c_f(u,v) > 0 \}$$

Остаточная сеть суть граф G_f=(V,E_f). Дополняющий путь p – это любой путь из s в t в остаточной сети. Остаточная пропускная способность для дополняющего пути p есть $_f$(p)={$_f$(u,v) :(u,v) на p}.

Пользуясь теоремой Форда-Фалкерсона, согласно которой максимальный поток достигается в случае, когда остаточная сеть G_f более не имеет дополняющих путей, можно составить алгоритм Форда-Фалкерсона для нахождения максимального потока сети:

```
For (u,v) ∈ G.E
    (u,v).f = 0
While ∃ p in G_f
    c_f(p) = min{c_f(u, v) : (u,v) on p}
    For ∀(u,v) on p
        if (u,v) ∈ E
            (u,v).f = (u,v).f + c_f(p)
        else
            (v,u).f = (v,u).f − c_f(p)
```

II. Результаты работы

- Изучен алгоритм Эдмондса-Карпа, его свойства, достоинства и недостатки.
- Составлен алгоритм Форда-Фалкерсона для получения максимального потока сети.

Список литературы

1. Introduction to algorithms / Thomas H. Cormen . . . [et al.].—3rd ed – P. 686-695.
2. Library of Congress Cataloging-in-Publication Data Sedgewick, Robert, 1946 Algorithms in C++/Robert Sedgewick.—3d ed.
3. Шевелев Ю. П .Дискретная математика. Ч. 2: Теория конечных автоматов. Комбинаторика. Теория графов. Учебное пособие. Томск: Том. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2003. — 130 с.

Плотников Владислав Вадимович, студент 2 курса факультета компьютерных систем и сетей Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, vadimovich74@gmail.com

Кресс Владислав Дмитриевич, студент 3 курса факультета информационных технологий и управления Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, vladkress@yandex.ru

Научный руководитель: Шатилова Ольга Олеговна, старший преподаватель кафедры ВМиП, shatilova@bsuir.by