
ДОКЛАДЫ БГУИР

Выходит два раза в квартал

Научный журнал издается с января 2003 года

Главный редактор М.П. Батура

Редакционная коллегия:

А.П. Кузнецов (зам. главного редактора),
Л.М. Лыньков (зам. главного редактора),

Т.В. Борботько (ответственный секретарь),
В.Е. Борисенко, С.Е. Карпович, Н.Т. Квасов, В.К. Конопелько,
А.А. Кураев, В.А. Лабунов, В.В. Муравьев, Р.Х. Садыхов

Редакционный совет:

И.И. Абрамов, В.Е. Агабеков, В.В. Баранов, А.И. Белоус, И.В. Боднар, С.В. Бордусов, С.В. Гапоненко, В.В. Голенков, В.Ф. Голиков, А.Л. Гурский, Л.И. Гурский, А.П. Достанко, В.А. Емельянов, И.Е. Зуйков, В.М. Колешко, Ф.Ф. Комаров, Ф.П. Коршунов, С.П. Кундас, В.А. Куренев, В.И. Курмашев, Н.И. Листопад, С.В. Лукьянец, В.Е. Матюшков, Л.И. Минченко, Ф.И. Пантелеенко, А.А. Петровский, В.А. Пилипенко, С.Л. Прищепа, А.М. Русецкий, В.А. Сокол, Н.К. Толочко, А.А. Хмыль, В.В. Цегельник, В.А. Чердынцев, Г.П. Яблонский, В.Н. Ярмолик

АДРЕС РЕДАКЦИИ:

220013, Минск, ул. П. Бровки, 6, к. 326
293-88-41

doklady@bsuir.by

www.doklady.bsuir.by

СОДЕРЖАНИЕ

ЭЛЕКТРОНИКА, РАДИОФИЗИКА, РАДИОТЕХНИКА, ИНФОРМАТИКА

Лазарук С.К., Кацуба П.С., Андреев А.В., Лешок А.А., Якимчук А.А., Высоцкий В.Б. Напряженность электрического поля в барьерном слое пористого оксида алюминия при анодировании.....	5
Цветков В.Ю. Оценка эффективности методов сжатия для кодирования многокурсовых изображений с подвижных объектов.....	11
Бильдюк Д.М., Саломатин С.Б. Сравнительный анализ вероятности ошибок декодирования кодовых конструкций Rijndael и БЧХ.....	17
Кондрашов Д.А., Гусинский А.В., Луферов А.Н. Математическая модель и программное обеспечение анализатора спектра СВЧ-сигналов в диапазоне 8–18 ГГц.....	24
Заяц Е.Ю. Оценка контраста коэффициента эллиптичности при изменении параметров наполнителя анизотропной среды.....	30
Krivosheeva A.V., Shaposhnikov V.L., Borisenko V.E., Lazzari J.-L. Electronic and dynamical properties of bulk and layered MoS ₂	34

Киевец Н.Г., Корзун А.И. Методика нахождения эталонных законов распределения вероятностей, получаемых при статистическом тестировании последовательностей ключей.....	38
Аль-Адеми Я.Т.А., Давыдов М.В., Пулко Т.А., Насонова Н.В., Лыньков Л.М. Экспресс-оценка воздействия источников электромагнитных импульсов и электроискровых разрядов на имитаторы биологических тканей	44
Карраскель И., Кузьмицкий И.Ф. Оценка качества идентификации динамических параметров процесса производства карбамида.....	50
Пилиневич Л.П., Харук Е.М. Исследование процесса получения пористого материала, содержащего частицы диоксида титана, для фотокаталитической очистки воды	56
Конойко А.И., Седнев Р.Г. Виброустойчивые поляризационные интерферометрические системы для измерения линейных перемещений.....	62
Буйлов Е.Н., Горшков С.А., Седышев С.Ю., Ярмолик С.Н. Свойства функции неопределенности псевдохаотических дискретных частотно-манипулированных сигналов с весовой обработкой.....	69
Рудиков С.И. Комплекс постановки помех высокоточному оружию с лазерными системами наведения полуактивного типа	77
Костюковский А.Г. Сети доступа с относительным приоритетом.....	83
Шалькевич П.К., Кундас С.П., Гишкелюк И.А. Алгоритм параллельных вычислений задачи неизотермического влагопереноса в природных дисперсных средах	90
Аль-Дилами Ахмед Али Абдуллах, Врублевский И.А., Чернякова Е.В., Видеков В.Х. Компьютерное моделирование и исследование характеристик отражения резонансных диэлектрических структур для электромагнитных экранов.....	95
Минченко Л.И., Лещев А.Е. Условия регулярности в задачах нелинейного программирования	101

Учредитель: учреждение образования
"Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники"

Редактор Т. В. МИРОНЕНКО
Компьютерный дизайн и верстка О. В. БОЙПРАВ

Подписано в печать 04.08.2014. Формат 60×84 1/8. Гарнитура "Таймс". Бумага офсетная.

Отпечатано на ризографе. Усл. печ. л. 13,53. Уч.-изд. л. 9,4. Тираж 100 экз. Заказ 333.

Индекс для индивидуальной подписки 00787.

Индекс для ведомственной подписки 007872.

Отпечатано в БГУИР. ЛП № 02330/0494175 от 03.04.2009. 220013, г. Минск, ул. П. Бровки, 6.

Издатель: учреждение образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники».
Свидетельство о государственной регистрации средства массовой информации № 1087 от 23.01.2010.

© УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», 2014

DOKLADY BGUIR

Published twice quarterly

The journal has been published since January, 2003

Editor-In-Chief M.P. Batura

ADDRESS OF EDITORIAL OFFICE

220013, Minsk, P. Brovka Str., 6, Room 326

293-88-41

doklady@bsuir.by

www.doklady.bsuir.by

CONTENTS

ELECTRONICS, RADIOPHYSICS, RADIOENGINEERING, INFORMATICS

Lazarouk S.K., Katsuba P.S., Andreenko A.V., Leshok A.A., Yakimchuk A.A., Vysotskiy V.B. The electric field strength inside barrier layer of porous alumina during anodizing	5
Tsviatkou V.Yu. Performance evaluation of compression methods for multi-angle images from moving objects	11
Bildziuk D.M., Salomatin S.B. Analysis of decoders bit error for Rijndael and BCH codes	17
Kondrashov D.A., Gusinski A.V., Lufarov A.N. Mathematical model and software for microwave signals spectrum analyzer in the range 8–18 GHz	24
Zayats E.Yu. Evaluation of contrast ellipticity coefficient when changing the parameters of the anisotropic environment	30
Krivosheeva A.V., Shaposhnikov V.L., Borisenko V.E., Lazzari J.-L. Electronic and dynamical properties of bulk and layered MoS ₂	34
Kiyevets N.G., Korzun A.I. The technique of probability reference distribution law finding at key sequence statistical testing	38
Al-Ademi Y.T.A., Davydov M.V., Pulko T.A., Nasonova N.V., Lynkov L.M. Rapid impact assessment of the sources of electromagnetic pulses and electric spark discharge on simulators of biological tissues	44
Carrasquel H., Kyzmitski I.F. Identification and qualitative estimation of dynamic parameters for carbamide production process	50
Pilinevich L.P., Haruk E.M. The research of the producing process of material, based on porous titanium dioxide particles, for the photocatalytic water treatment	56
Konoiko A.I., Sedniou R.G. Shakeproof polarization interference system for measurement of linear movement	62

Builov E.N., Gorshkov S.A., Sedishev S.Y., Yarmolik S.N. Properties of uncertainty function of the pseudo-chaotic discrete frequency manipulated signals with weight processing	69
Rudikov S.I. Jamming complex for precision weapon with semi active laser guided systems	77
Kostukovsky A.G. Access networks with the relative priority	83
Shalkevich P.K., Kundas S.P., Gishkeluk I.A. The algorithm of parallel computing of the nonisothermal heat and moisture migration task in natural disperse environment	90
Al-Dilami Ahmed Ali Abdullah, Vrublevsky I.A., Chernyakova K.V., Videkov V.H. Computer simulation and investigation of reflectance characteristics of resonance insulator structures for shields of electromagnetic radiation	95
Minchenko L.I., Leschov A.E. Regularity conditions in nonlinear programming problems	101

УДК 621.315.592

НАПРЯЖЕННОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В БАРЬЕРНОМ СЛОЕ ПОРИСТОГО ОКСИДА АЛЮМИНИЯ ПРИ АНОДИРОВАНИИ

С.К. ЛАЗАРУК, П.С. КАЦУБА, А.В. АНДРЕЕНКО,
А.А. ЛЕШОК, А.А. ЯКИМЧУК, В.Б. ВЫСОЦКИЙ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровки, 6, 220013, Минск, Беларусь*

Поступила в редакцию 14 января 2013

Представлены результаты расчета электрического поля в пористом оксиде алюминия при электрохимическом анодировании в электролитах на основе водных растворов щавелевой кислоты при напряжениях от 90 до 250 В. Для расчета использовались конфигурации ячеек пористых оксидов алюминия с пористостью от 1 до 10 %. Рассмотрены новые явления и эффекты, возникающие в процессе пористого анодирования алюминия при высоких напряжениях, когда напряженность электрического поля внутри пористого оксида алюминия достигает величин 10^{10} – 10^{11} В/м.

Ключевые слова: электрохимическое анодирование, оксид алюминия, барьерный слой, самоорганизация.

Введение

Пористый оксид алюминия используется в микроэлектронике в качестве внутриуровневого диэлектрика систем металлизации современных ИС [1]. Вместе с тем, значительный интерес вызывает использование упорядоченной структуры этого материала в нанoeлектронных системах [2–4]. Самоорганизация структуры пористого оксида алюминия наблюдается при проведении электрохимического анодирования при высоких напряжениях формовки [5, 6]. При этом в процессе анодирования внутри барьерного слоя пористого оксида на границе с электролитом имеет место концентрация силовых линий электрического поля, что приводит к значительному увеличению локальной напряженности поля, которое влияет на кинетику анодного процесса и регулярность формируемой пористой структуры. В данной работе представлены результаты расчета распределения напряженности электрического поля внутри барьерного слоя пористого оксида алюминия, на основании чего предложен механизм, объясняющий самоорганизацию гексагональных алюмооксидных ячеек при высоких напряжениях формовки.

Эксперимент

Пленки пористого оксида алюминия формировали в электролитах на основе водного раствора щавелевой кислоты с концентрацией от 0,05 до 1 М, при температуре электролита 24 ± 2 °С. Анодирование выполняли при высоких напряжениях формовки от 90 до 250 В, плотность анодного тока составляла от 50 до 200 мА/см². Для проведения анодного процесса при высоких значениях напряжения формовки и анодного тока использовали анодирование в менисковой области либо локальное анодирование с фотолитографической маской [7–9]. Геометрические размеры алюмооксидных ячеек определяли при помощи растровой электронной микроскопии.

Численные расчеты пространственного распределения напряженности электрического поля в экспериментальных структурах проводили с использованием программного комплекса COMSOL Multiphysics путем решения уравнения Пуассона для заданной конфигурации

проводящих и диэлектрических областей, а также путем решения геометрической задачи расчета отношения площадей шаровых сфер барьерного слоя с различными значениями радиусов этих сегментов.

Результаты и их обсуждение

На рис. 1 приведены фотографии поперечного сечения ячеек пористого оксида алюминия, полученных в электролитах щавелевой кислоты различных концентраций. Как видно из рисунка, пористость структуры уменьшается при уменьшении концентрации электролита.

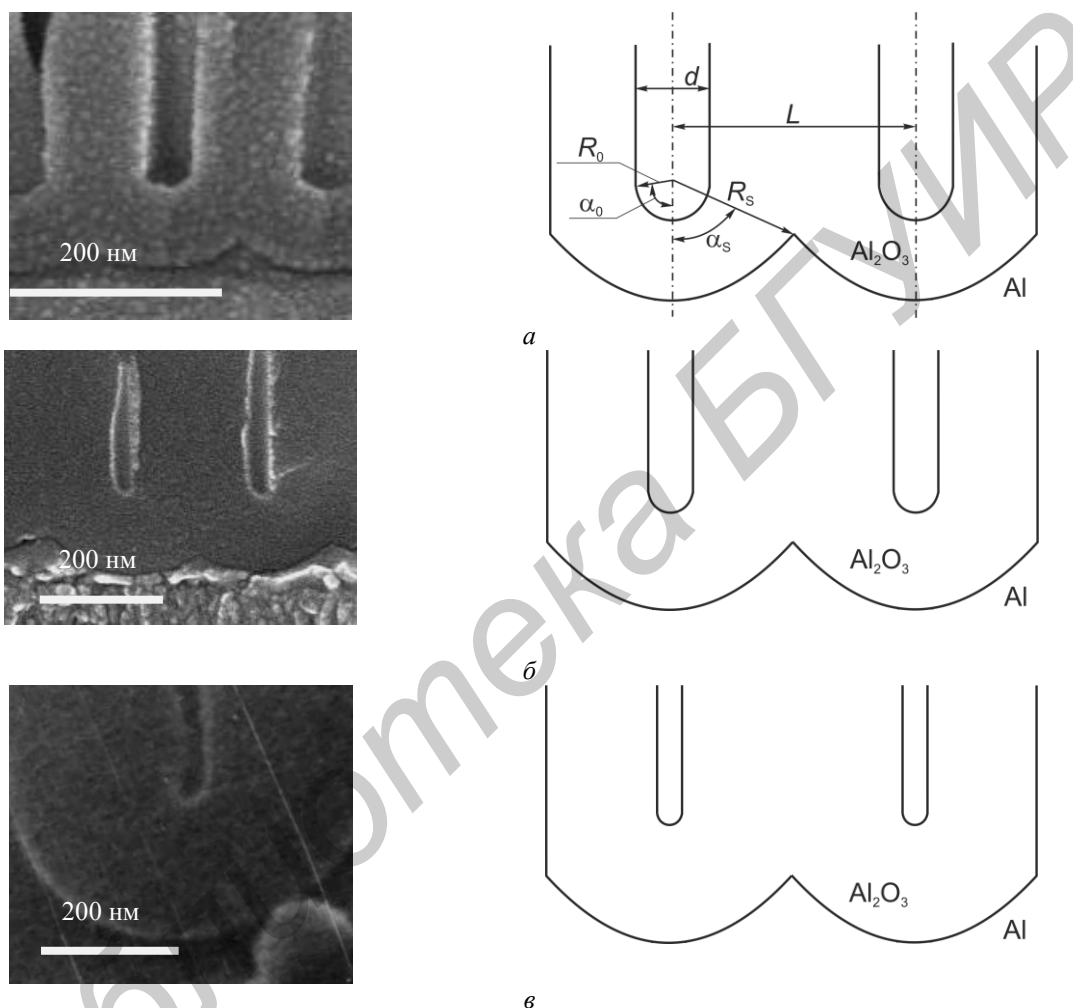


Рис. 1. Микрофотографии и соответствующие схематические изображения поперечного сечения ячеек пористого оксида алюминия, полученных в электролитах щавелевой кислоты различной концентрации: *a* – 1 М $\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4$; *б* – 0,2 М $\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4$; *в* – 0,05 М $\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4$, при напряжениях формовки 90, 160 и 250 В соответственно

В одиночной ячейке оценивали следующие структурные параметры: R_0 , R_s , L , α_0 , α_s , d , где R_0 – радиус сферического сегмента дна поры, R_s – радиус сферического сегмента гексагональной ячейки на границе раздела оксид-металл), α_0 – половина угла шарового сектора дна поры, α_s – половина угла шарового сектора границы оксид-металл, L – расстояние между центрами пор, d – диаметр пор (рис. 1).

Одиночная ячейка пористого оксида алюминия состоит из гексагональной призмы с цилиндрической порой в центре и барьерного слоя на границе с металлической поверхностью [10]. Барьерный слой – это пространство между нижними основаниями гексагональных призм и сферическими сегментами с радиусом R_s .

На рис. 1 также представлено схематическое изображение ячеек пористого оксида алюминия для трех случаев пористости: 10, 3 и 1 %, (1, *a*, *б* и *в* соответственно). В таблице приведены режимы формовки и структурные параметры полученных пористых оксидных

пленок, которые использовались для расчета распределения напряженности электрического поля внутри барьерного слоя пористого оксида алюминия с различной конфигурацией гексагональных ячеек. Отметим, что диапазон пористости, получаемой для каждого исследуемого электролита, перекрывает значения 1, 3 и 10 % соответственно.

Режимы формовки и структурные параметры пористого оксида алюминия

№	Электролит	U_a , В	R_s , нм	R_0 , нм	L , нм	d , нм	P , %
1	0,05 М	250	280–320	30–40	480–520	50–70	1–2
2	0,2 М	160	190–230	30–40	330–370	50–65	2–3
3	1 М	90	130–150	35–45	210–250	65–75	8–10

Согласно описанной модели структуры барьерного слоя [10] (рис. 1) угол шарового сектора на границе оксид-металл равен $2\alpha_s$. Для его расчета рассмотрим прямоугольный треугольник с катетом $L/2$ и гипотенузой R_s . Тогда:

$$\sin\alpha_s = \frac{L}{2R_s}, \quad (1)$$

и, соответственно

$$\alpha_s = \arcsin\frac{L}{2R_s}. \quad (2)$$

По аналогии:

$$\alpha_0 = \arcsin\frac{d}{2R_0}. \quad (3)$$

Площадь сферического сегмента (S_{segm}) рассчитывается по формуле:

$$S_{segm} = 2\pi \cdot R_{segm} \cdot h_{segm}, \quad (4)$$

где h_{segm} – высота сферического сегмента, а R_{segm} – радиус сферического сегмента.

При этом разницей между площадью сферического сегмента и реальной граничной площадью барьерного слоя единичной ячейки (проекция которой на горизонтальную поверхность – шестигранник) пренебрегаем.

Высоту сферического сегмента можно вычислить через его радиус (R_{segm}) и угол (α_{segm}):

$$h_{segm} = R_{segm} (1 - \cos\alpha_{segm}). \quad (5)$$

Тогда площадь сферического сегмента будет равна:

$$S_{segm} = 2\pi R_{segm}^2 (1 - \cos\alpha_{segm}). \quad (6)$$

Площадь сферического сегмента дна поры будет соответственно:

$$S_0 = 2\pi(R_s - R_0)^2 (1 - \cos\alpha_0). \quad (7)$$

Минимальное значение напряженности электрического поля в барьерном слое ячеек пористого оксида алюминия будем оценивать по формуле для однородного поля:

$$E_{min} = \frac{U_a}{R_s - R_0}. \quad (8)$$

Так как все силовые линии электрического поля сходятся на дне поры, то распределение напряженности электрического поля в барьерном слое можно выразить следующей формулой:

$$E(r) = \frac{E_{min} \cdot 2\pi R_{segm}^2 (1 - \cos\alpha_s)}{S_{pore}}, \quad (9)$$

где $R_{segm} = R_s - r$, принимает значения от R_0 до R_s .

Выполняем подстановку и получаем итоговую формулу для расчета распределения напряженности электрического поля внутри барьерного слоя:

$$E(r) = \frac{U_a (R_s - r)^2 (1 - \cos \alpha_s)}{R_0^2 (R_s - R_0) (1 - \cos \alpha_0)}, \quad (10)$$

где r изменяется от 0 до $(R_s - R_0)$.

Для наглядного представления результатов расчета введем новую безразмерную величину Δx , характеризующую положение точки внутри барьерного слоя начиная от дна поры ($\Delta x = 0$) и заканчивая границей барьерного слоя с алюминием ($\Delta x = 1$) (т. е. Δx – это отношение расстояния от исследуемой точки до дна поры к толщине барьерного слоя):

$$\Delta x = \frac{r}{R_s - R_0}; \quad r = \Delta x (R_s - R_0).$$

Тогда итоговая формула примет вид:

$$E(r) = \frac{U_a (R_s - \Delta x (R_s - R_0))^2 (1 - \cos \alpha_s)}{R_0^2 (R_s - R_0) (1 - \cos \alpha_0)}, \quad (11)$$

где Δx изменяется от 0 до 1.

На рис. 2 представлены результаты расчета распределения напряженности электрического поля для трех конфигураций барьерного слоя, параметры которых представлены в таблице (для расчета использовались средние значения). По оси абсцисс приведены значения относительного местоположения исследуемых точек внутри барьерного слоя, где нулевая точка соответствует границе электролит – барьерный слой, а единичное значение соответствует границе раздела металл – барьерный слой.

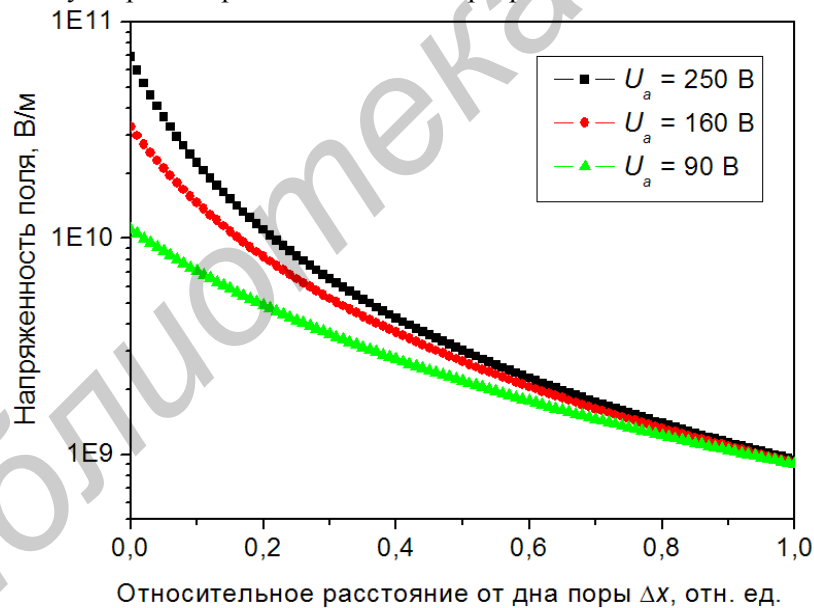


Рис. 2. Распределение напряженности электрического поля в барьерном слое от дна поры (нулевое значение оси абсцисс) до границы оксид-металл (единичное значение оси абсцисс) для структур, параметры которых представлены в таблице

Результаты расчета показывают, что напряженность электрического поля в барьерном слое на границе с электролитом более чем на порядок превышает аналогичную величину на границе барьерного слоя с алюминием (рис. 2). Таким образом, самым «горячим» местом является граница раздела барьерный слой – электролит на дне поры.

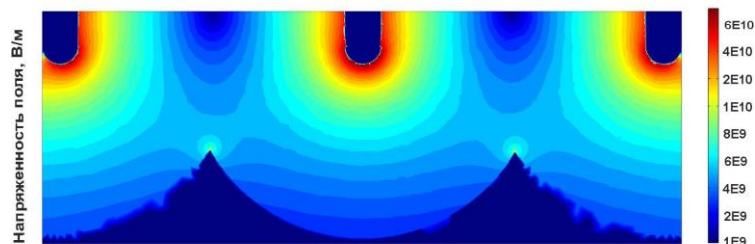


Рис. 3. Схематическое двумерное представление распределения напряженности электрического поля внутри барьерного слоя для поперечного сечения элементарных ячеек пористого оксида алюминия с конфигурацией № 1 таблицы (масштаб логарифмический, В/м)

На рис. 3 представлены результаты расчета электрического поля внутри пористого оксида алюминия с пористостью 1,2 %, полученные при помощи программного комплекса COMSOL Multiphysics. Расхождение результатов расчетов, выполняемых различными методами, не превышает 10 %, что свидетельствует о достаточно высокой достоверности полученных результатов. Кроме того, следует отметить, что пленки пористого оксида алюминия с пористостью 1,2 % получены при напряженностях электрического поля около 10^{11} В/м. Такие высокие значения невозможно достичь в объемных материалах. Этот эффект наблюдается только в наноструктурах. В этом случае напряженность электрического поля сравнима с напряженностью внутриатомного электрического поля ($\sim 10^{11}$ В/м) [11]. В таких наноструктурах возникают принципиально новые явления и эффекты, как это имеет место в нелинейной оптике [11]. В частности, в ходе анодного процесса мы наблюдали микроплазменные образования, проявляющиеся в виде светящихся точек в поле оптического микроскопа (рис. 4). Время жизни таких микроплазм составляло доли секунды, а плотность их образования увеличивалась с ростом напряжения формовки.

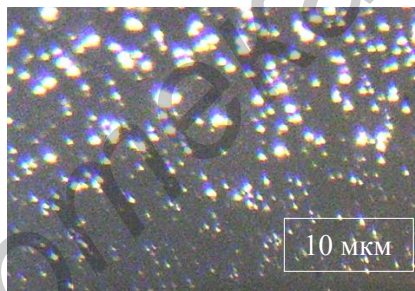


Рис. 4. Микроплазменные образования, наблюдаемые при помощи оптического микроскопа во время пористого анодирования алюминия при плотности тока формовки 200 mA/cm^2

Отметим, что микроплазменные образования наблюдались только при формировании оксидов с пористостью менее 3 %, когда напряженность электрического поля на дне поры превышает 10^{10} В/м. Наблюдаемые микроплазменные образования позволили предположить, что их появлению предшествует образование плазменных нанообластей в местах с высокой напряженностью электрического поля. Эти места расположены в барьерном слое анодного оксида, возле дна пор. Мы считаем, что данные наноплазменные образования обеспечивают максимальную самоорганизацию процесса пористого анодирования при высоких напряжениях формовки. При этом они невидимы, так как их размеры меньше, чем предельная разрешающая способность оптической микроскопии. Такие наноплазменные образования способны выполнять роль самофокусирующихся затравок для роста пор, что и обеспечивает самоупорядочивание структуры растущего пористого оксида. При этом можно отметить аналогию с эффектом самофокусировки светового луча в нелинейной оптике при электрических полях 10^{10} – 10^{11} В/м.

Таким образом, проведенные исследования показали, что в ходе пористого анодирования алюминия при высоких напряжениях формовки напряженность электрического поля в локальных областях внутри оксида достигает величин 10^{10} - 10^{11} В/м, что способно вызывать принципиально новые явления. К таким явлениям можно отнести самоорганизацию пористой структуры [5], появление светящихся микроплазм и анизотропию пористого анодирования [8, 12]. Кроме того, следует ожидать обнаружения других новых эффектов и

явлений при анодировании алюминия в режимах, обеспечивающих высокие напряженности электрического поля внутри барьерного слоя пористого оксида.

Заключение

Проведенный расчет электрического поля внутри пористого оксида алюминия во время анодирования показал высокие значения напряженности внутри барьерного слоя на границе электролит-оксид для структур с низким значением пористости. Высокие значения напряженности электрического поля способны вызывать принципиально новые эффекты и явления, к которым можно отнести появление плазменных образований, излучающих свет видимого диапазона, самоорганизацию структуры пористого оксида алюминия и анизотропию локального пористого анодирования.

THE ELECTRIC FIELD STRENGTH INSIDE BARRIER LAYER OF POROUS ALUMINA DURING ANODIZING

S.K. LAZAROUK, P.S. KATSUBA, A.V. ANDREENKO,
A.A. LESHOK, A.A. YAKIMCHUK, V.B. VYSOTSKIY

Abstract

The electric field strength calculations inside porous alumina barrier layer during electrochemical anodizing in aqueous solutions of oxalic acid at a forming voltage of 90 to 250 V have been performed. The configuration of porous alumina cells with a porosity from 1 to 10 % have been used as the input data for calculations. It is found that the value of electric field strength inside porous alumina reaches 10^{10} – 10^{11} V/m. New phenomena and effects, appeared during alumina anodizing process with high forming voltages, have been analyzed.

Список литературы

1. *Lazarouk S., Katsouba S., Leshok A., et al.* // *Microelectron. Eng.* 2000. Vol. 50(1-4). P. 321–327.
2. *Katsuba P., Jaguiro P., Lazarouk S., et al.* // *Physica E.* 2009. Vol. 41. P. 931–934.
3. *Lazarouk S.K., Leshok A.A., Labunov V.A., et al.* // *Semiconductors.* 2005. Vol. 39(1). P. 149–152.
4. *Sulka G.D., Hnida K.* // *Nanotechnology.* 2012. Vol. 23. 075303.
5. *Chu S., Wada K., Inoue S., et al.* // *Adv. Mater.* 2005. Vol. 17. P. 2115.
6. *Cheng C., Ngan A.H.W.* // *Nanotechnology.* 2013. Vol. 24. 215602.
7. *Lazarouk S., Sasinovich D., Borisenko V., et al.* // *J. Appl. Phys.* 2010. Vol. 107. 033527.
8. *Лазарук С.К.* // Докл. БГУИР. 2013. № 3(73). С. 52–57.
9. *Lazarouk S.K.* // *Physics, Chemistry and Application of Nanostructures* (World Scientific Press, Singapore). 2013. P. 355–358.
10. *Юнг Л.* // Анодные оксидные пленки. Л., 1961.
11. *Физическая энциклопедия.* Москва. 1992. Т. 3. С. 294.
12. *Lazarouk S., Baranov I, Maello G., et al.* // *J. Electrochem. Soc.* 1994. Vol. 141. P. 2556–2559.

УДК 621.391

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДОВ СЖАТИЯ ДЛЯ КОДИРОВАНИЯ МНОГОРАКУРСНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ПОДВИЖНЫХ ОБЪЕКТОВ

В.Ю. ЦВЕТКОВ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 1 апреля 2014

Произведена оценка эффективности методов сжатия для кодирования многокурсовых изображений, формируемых камерами, установленными на подвижных объектах.

Ключевые слова: сжатие изображений, кодирование многокурсовых изображений.

Введение

Развитие систем дистанционного зондирования Земли, пассивной оптической локации и мобильного видеонаблюдения привело к формированию проблемы эффективной передачи видеоданных с подвижных объектов. Для таких систем характерно использование радиоканала с ограниченной пропускной способностью, передача многокурсовых изображений от одной или нескольких перемещающихся камер и снижение временной избыточности видеоданных из-за параллакса, проявляющегося на изображениях при перемещении камеры. Таким образом, актуальной задачей является оценка эффективности методов сжатия в рассмотренных условиях. Для этого необходимо сопоставить характеристики многокурсовых изображений, радиоканалов и кодеков сжатия в условиях передачи многокурсовых изображений с подвижных объектов.

Характеристики многокурсовых изображений с подвижных объектов

Возможны следующие способы формирования многокурсовых изображений с подвижных объектов (рис. 1): перекрывающиеся кадры одной видеопоследовательности, сформированные в различные моменты времени одной перемещающейся камерой; перекрывающиеся кадры нескольких видеопоследовательностей, сформированные в различные моменты времени одной или несколькими циклически перемещающимися камерами; перекрывающиеся кадры нескольких видеопоследовательностей, сформированные в один момент времени несколькими камерами (неподвижными или перемещающимися, установленными на одном или нескольких носителях).

Видеопоследовательность, формируемая перемещающейся камерой, может быть разделена на перекрывающиеся фрагменты, кадры которых представляют собой разнокурсовые изображения одних и тех же объектов (3D-изображения). В результате обработки многокурсового изображения формируются плоские, круговые, сферические, секторные панорамы, включающие преобразованные разнокурсовые фрагменты многокурсового изображения. По способу формирования панорамные изображения могут быть отнесены к классу многокурсовых изображений, хотя и не являются таковыми по способу представления (хранения) и воспроизведения.

Видеокамеры, используемые в системах видеонаблюдения, формируют цветные или полутоновые кадры с размерами от 320×180 до 2048×1536 пикселей с частотой $F_K = [1, 120]$ кадр/с. Тепловизоры формируют полутоновые кадры с размерами 640×480 , 320×240 , 160×120 пикселей с частотой $F_K = [1, 120]$ кадр/с.

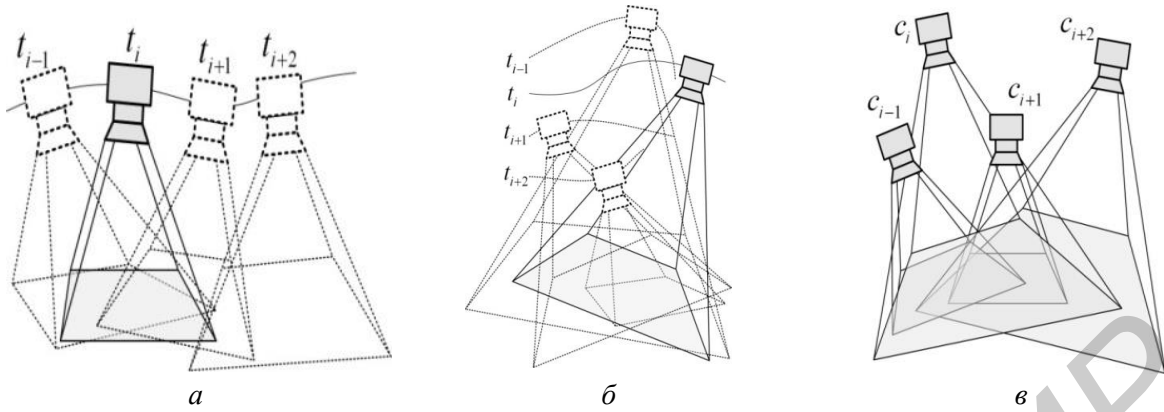


Рис. 1. Способы формирования многокурсных изображений:

a – от одной перемещающейся камеры; *б* – от одной или нескольких циклически перемещающихся камер; *в* – в один момент времени от нескольких камер

Скорость B_K формирования 3D изображений (в бит/с) от одной перемещающейся видеокамеры определяется с помощью выражения

$$B_K = V_K F_K D_B, \quad (1)$$

где $V_K = Y_K X_K N_C$ – объем видеоданных (в байтах), приходящихся на один кадр размером $Y_K \times X_K$ пикселей; N_C – число каналов ($N_C = 1$ для полутонового кадра, $N_C = 3$ для цветного кадра); D_B – битовая глубина (число бит на пиксель) кадра.

Для определения скорости B_K формирования стереоизображений необходимо удвоить соответствующее значение для одной камеры.

Скорость B_{MVP} формирования плоской панорамы определяется с помощью выражения

$$B_{MVP} = V_{MVP} F_K D_B, \quad (2)$$

где $V_{MVP} = Y_K X_{MVP} N_C$ – объем видеоданных, приходящейся на один фрагмент плоской панорамы размером $Y_K \times X_{MVP}$ пикселей; $X_{MVP} = X_K v_X / (S_X F_K)$ – размер фрагмента плоской панорамы по горизонтали; $S_X = 2L_X \operatorname{tg}(\gamma_X/2)$ – размер (в метрах) области видимости на расстоянии L_X от камеры; v_X – скорость (в м/с) носителя камеры; γ_X – угол (в градусах) обзора камеры по горизонтали. Скорость B_{CP} формирования круговой панорамы с помощью одной камеры определяется с помощью выражения

$$B_{CP} = V_{CP} F_{CP} D_B, \quad (3)$$

где $V_{CP} = Y_K X_{CP} N_C$ – объем видеоданных, приходящихся на одну круговую панораму размером $Y_K \times X_{CP}$ пикселей; $X_{CP} = 360X_K/\gamma_X$ – размер круговой панорамы по горизонтали; $F_{CP} = \omega_K/360$ – частота (панорам/с) формирования кругового панорамного видеоизображения; ω_K – угловая скорость (град/с) поворота камеры.

При использовании двух однотипных камер, установленных на одном или двух объектах-носителях, для формирования стереоскопического видеоизображения, круговой стереопанорамы, плоской стереопанорамы для расчета скоростей формирования изображений принимаются соответствующие удвоенные значения, установленные для одной камеры. Необходимым условием формирования панорам является перекрытие изображений на 25 % и более. Поэтому для вычисления скоростей формирования панорамного изображения от двух однотипных камер принимаются соответствующие значения, установленные для одной камеры, умноженные на 1,75. Для двух разнотипных камер (видеокамера и тепловизор), установленных на одном объекте-носителе, скорости формирования многокурсных изображений вычисляются с учетом того, что размер и частота кадров определяются минимальными значениями для двух камер.

При раздельной передаче видео от N однотипных камер, установленных на одном или нескольких объектах-носителях, формируется 3D-видеоизображение. Для определения его размеров $Y_{NK} \times X_{NK}$, объема V_{NK} и скорости B_{NK} передачи принимаются соответствующие значения, установленные для одной камеры, умноженные на N . В случае использования одного носителя для полного кругового обзора периметра необходимое число N устанавливаемых на него однотипных камер вычисляется с помощью выражения $N = 360 / (0,75\gamma_X)$, где $0,75$ – коэффициент, учитывающий перекрытие изображений по горизонтали. Для сферического обзора пространства необходимое число N устанавливаемых на одном носителе однотипных камер вычисляется с помощью выражения $N = 4 \cdot 180 / (180 \cdot 0,56 \sin^2(\gamma_Y/2)) = 4 / (0,56 \sin^2(\gamma_Y/2))$, где γ_Y – угол обзора камеры по вертикали; $0,56$ – коэффициент, учитывающий перекрытие изображений по вертикали.

Скорость B_{NK} передачи круговой видеопанорамы вычисляется с помощью выражения

$$B_{NK} = V_{NK} F_K D_B, \quad (4)$$

где $V_{NK} = Y_{NK} X_{NK} N_C$; $X_{NK} = 360 X_K / \gamma_X$; $Y_{NK} = Y_F$.

Для сферической видеопанорамы $N = 4 \cdot 180 / (180 \sin^2(\gamma_Y/2)) = 4 / \sin^2(\gamma_Y/2)$; $Y_{NK} = N Y_F$; $X_{NK} = N X_K$.

Расчеты по выражениям (1)–(4) показывают, что скорость формирования многокамерных изображений от нескольких десятков видеокамер или тепловизоров при минимальном качестве составляет около 100 Мбит/с (рис. 2). С увеличением числа камер и качества многокамерных изображений скорость их формирования быстро растет.

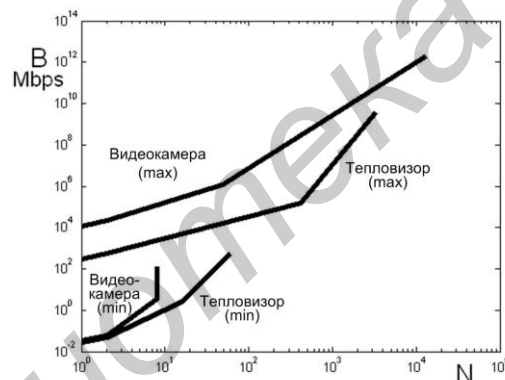


Рис. 2. Зависимости минимальной (min) и максимальной (max) скоростей формирования многокамерных изображений от числа камер

Требования к качеству формирования и передачи многокамерных изображений с подвижных объектов определяются задачами их обработки, в число которых входят обнаружение, идентификация, сопровождение, определение координат местоположения цели, трехмерная реконструкция, панорамирование.

Характеристики радиоканалов передачи видеоданных с подвижных объектов

Единственным в своем роде стандартом, устанавливающим требования к радиоканалам передачи видеоданных с подвижных объектов, является STANAG 4609, разработанный НАТО в 2005 году и постоянно модифицируемый [1]. Стандартом предусмотрена передача видеоданных по радиоканалам с подвижных объектов на скоростях от 32 Кбит/с до 1485 Мбит/с. С учетом используемого частотного диапазона максимальная скорость передачи, доступная для носимых и возимых систем, составляет до 0,5 Мбит/с; для самолетов – до 360 Мбит/с; для космических аппаратов до 1500 Мбит/с.

Характеристики кодеков сжатия видеоданных

Радиоканал имеет жесткие ограничения по скорости передачи и дальности, обусловленные массогабаритными и энергетическими характеристиками радиоаппаратуры.

Для передачи многоракурсных изображений с подвижных объектов необходимо согласовать скорость их формирования с пропускной способностью радиоканала. Это осуществляется с помощью сжатия.

Коэффициент CR сжатия рассчитывается с помощью выражения

$$CR = B_f / BR, \quad (5)$$

где BR – пропускная способность радиоканала (с учетом помехоустойчивого кодирования); B_f – скорость формирования многоракурсных изображений.

Требуемый коэффициент сжатия для передачи многоракурсных изображений по радиоканалам может достигать 20×10^{10} раз. Однако реально возможный коэффициент сжатия значительно ниже. Во-первых, максимально возможный коэффициент сжатия определяется используемым кодеком. Во-вторых, метод и максимально допустимый коэффициент сжатия ограничены задачами обработки многоракурсных изображений, восстановленных после сжатия. Кроме того, пропускная способность радиоканала ограничена условиями его применения.

Для сжатия видеоданных с подвижных объектов используются, как правило, два кодека: MPEG-2 и H.264. Для них установлены максимальные коэффициенты сжатия 165 и 430 раз соответственно при частоте 25 кадров/с и кодировании RGB 8 бит/пиксель [1]. Эти значения близки к максимально возможным коэффициентам сжатия для данных кодеков и соответствуют значению $PSNR$ пикового отношения сигнал-шум на уровне 20–25 дБ [2].

Значение $PSNR$ определяется с помощью выражения

$$PSNR = 10 \log_{10} \left((2^{B_b} - 1)^2 / MSE \right), \quad (6)$$

где $MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} (X_i - \tilde{X}_i)^2$ – среднеквадратическая ошибка; X_i, \tilde{X}_i – исходное и восстановленное значения i -го пикселя; n – число пикселей в изображении.

В системах стационарного видеонаблюдения используются также MJPEG, MJPEG2000 и MPEG-4 [3]. Максимально возможные коэффициенты сжатия для этих кодеков при $PSNR$ на уровне 20 дБ составляют около 50, 150 и 300 раз соответственно [2]. При $PSNR$ на уровне 25 дБ коэффициенты сжатия для данных кодеков составляют около 30, 100 и 140 раз.

Коэффициенты сжатия при $PSNR$ на уровне 25 дБ являются предельно допустимыми для задач обработки многоракурсных изображений, не критичных к потере мелких деталей. В некоторых условиях к таким задачам могут быть отнесены обнаружение, сопровождение и определение координат местоположения цели. Задача обнаружения цели допускает использование кодеков любого типа (табл.). Другие задачи обработки многоракурсных изображений требуют более высокого качества и, соответственно, значительно меньших коэффициентов сжатия.

Скорости передачи и максимально допустимые коэффициенты сжатия изображений

Задачи обработки многоракурсных изображений	PSNR, дБ	Коэффициент сжатия для различных кодеков				
		MJPEG	MJPEG 2000	MPEG-2	MPEG-4	H.264
Обнаружение цели	25	30	100	85	140	200
Сопровождение цели						
Определение координат цели						
Идентификация	30	10	25	–	–	–
Сопровождение цели						
Определение координат цели						
3D реконструкция	30	10	25	27	35	55
Панорамирование						
Сопровождение цели						
Определение координат цели						

Для задач идентификации цели в системах стационарного видеонаблюдения (распознавание лиц, номеров автомобилей) используется несжатое видео или видео с поккадровым сжатием в форматах MJPEG и MJPEG2000 при $PSNR$ около 30 дБ [4], что соответствует

максимально допустимым коэффициентам сжатия до 10 раз для MJPEG и до 25 раз для MJPEG2000.

Для задач 3D-реконструкции и панорамирования могут использоваться изображения, сжатые с помощью кодека JPEG до 10 раз. В случае использования JPEG2000 максимально допустимый коэффициент сжатия при PSNR = 30 дБ возрастает до 25 раз, в случае MPEG-4 – до 35 раз, а в случае H.264 – до 55 раз [2]. Видеокодек MPEG-2 обеспечивает примерно в 2 раза меньший коэффициент сжатия по сравнению с H.264, т.е. примерно 27 раз для PSNR на уровне 30 дБ. Аналогичные максимально допустимые коэффициенты сжатия могут быть приняты для задач сопровождения и определения координат местоположения цели. Задача сопровождения при размерах цели порядка 50 пикселей сводится к задаче идентификации (допускает сжатие не более чем в 7 или 20 раз в зависимости от кодека MJPEG или MJPEG2000), а при размерах цели порядка 4×4 пикселей сводится к задаче обнаружения (допускает сжатие в десятки – сотни раз).

Сопоставление характеристик многокадровых изображений, радиоканалов и кодеков

На рис. 3 представлены зависимости требуемой пропускной способности радиоканала от коэффициента сжатия для некоторых типов многокадровых изображений, сформированных видеокамерой в различных условиях с учетом рассмотренных ограничений (см. табл.), где S – системы космического базирования; A – системы авиационного базирования; H/M – носимые и возимые системы.

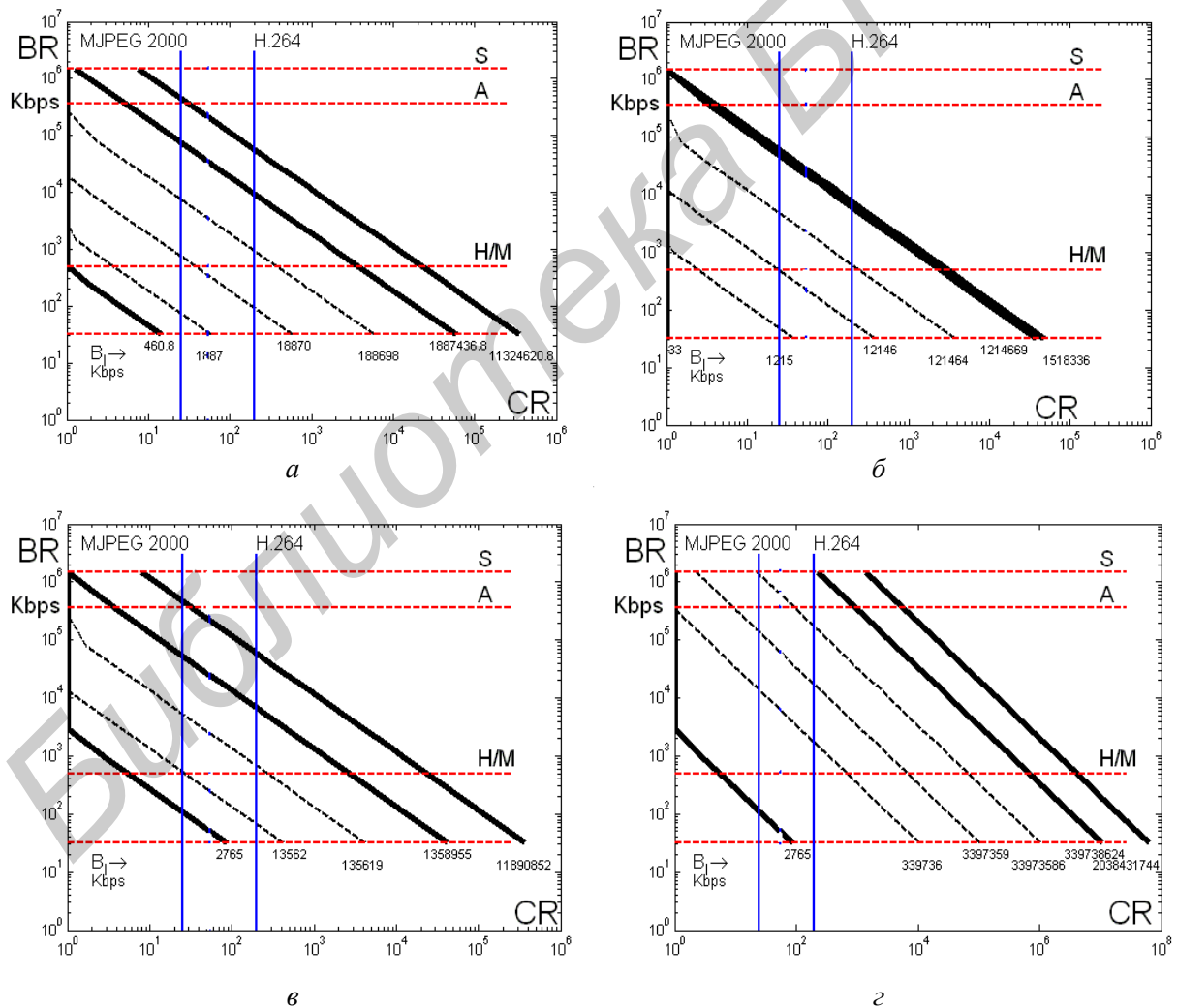


Рис. 3. Зависимости требуемой пропускной способности радиоканала от коэффициента сжатия для различных многокадровых изображений: а – 3D изображения; б – плоская панорама; в – круговая панорама; г – круговая видео-панорама

Анализ данных зависимостей показывает следующее. В носимых и возимых системах формирования и передачи многокурсных изображений возможна передача 3D-изображений и плоских панорам в среднем разрешении с использованием кодеков любого типа. Круговые панорамы и видеопанорамы могут передаваться только в низком разрешении при высоких коэффициентах сжатия (5–25 раз для круговых панорам и кодека MJPEG2000; 8–100 раз для круговых видеопанорам и кодека H.264). В системах формирования и передачи многокурсных изображений авиационного и космического базирования передача 3D-изображений, плоских и круговых панорам в высоком разрешении возможна с использованием кодеков любого типа. Круговые видеопанорамы могут передаваться в среднем разрешении при использовании кодека H.264 и сжатии в 25–200 раз или в низком разрешении при использовании кодека MJPEG2000 и сжатии до 25 раз.

Заключение

Ограничения на пропускную способность радиоканалов и максимально допустимый коэффициент сжатия в системах формирования и передачи многокурсных изображений с подвижных объектов являются основными причинами, препятствующими использованию камер высокого разрешения и решению задач обработки многокурсных изображений, связанных с 3D реконструкцией, панорамированием, идентификацией, сопровождением и определением координат местоположения цели. Необходимым условием расширения области применения камер высокого разрешения и задач обработки многокурсных изображений является увеличение максимально допустимого коэффициента сжатия, что требует разработки новых методов кодирования многокурсных изображений, учитывающих специфику их формирования и передачи.

PERFORMANCE EVALUATION OF COMPRESSION METHODS FOR MULTI-ANGLE IMAGES FROM MOVING OBJECTS

V.Yu. TSVIATKOU

Abstract

Evaluating the effectiveness of compression methods for encoding multi-angle images that are formed cameras mounted on moving objects is produced.

Список литературы

1. STANAG 4609 NATO Digital Motion Imagery Standard // NATO Standardization Agency, Brussels, Belgium: 1st edition, 2005.
2. MSU Video Codecs Comparison. – [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://compression.ru/video/codec_comparison/codec_comparison.html. – Дата доступа: 16.03.2013.
3. Системы безопасности. 2010. № 4.
4. Аппаратная видеоаналитика для охраны стратегических объектов. – [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://synesis.ru/blog/article/ptitsyn-apparatnaya-videoanalitika-dlya-oxrany-strategicheskikh-obektov>. – Дата доступа: 16.03.2013.

УДК 681.3

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВЕРОЯТНОСТИ ОШИБОК ДЕКОДИРОВАНИЯ КОДОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ RIJNDAEL И БЧХ

Д.М. БИЛЬДЮК, С.Б. САЛОМАТИН

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 27 декабря 2013

Рассматривается нелинейный помехоустойчивый код на базе алгоритма криптографического преобразования данных *Rijndael*. Произведен сравнительный анализ декодирования кодов *Rijndael* и БЧХ.

Ключевые слова: криптографическое преобразование данных, помехоустойчивое кодирование, алгоритм *Rijndael*, границы помехоустойчивого кодирования, нелинейный код.

Введение

Нелинейный двоичный код на основе алгоритма *Rijndael* (далее *R*-код) кодовой длины n и информационной длины k обладает как криптографическими, так и помехоустойчивыми свойствами [1–3]. Декодирование такого кода осуществляется переборными методами – либо по принципу максимального правдоподобия, либо на основе перебора возможных ошибок (например, на основе декодеров Чейза) [1]. Существование других вариантов декодирования свидетельствовало бы о криптографической уязвимости используемого в основе кодирования преобразования [4].

Недостатком алгоритма используемого в декодере максимального правдоподобия (далее ДМП) является его высокая вычислительная сложность (по сравнению с известными алгоритмами декодирования для линейных кодов) [4]. Однако ДМП осуществляет декодирование за границей корректирующей способности используемого кода, определяемой минимальным кодовым расстоянием в метрике Хэмминга (далее d_{\min}) [5]. Тогда актуальной является задача сравнительного анализа помехоустойчивых свойств *R*-кода со свойствами известных двоичных линейных кодов.

Среди обширного класса помехоустойчивых кодов БЧХ существуют хорошие (с точки зрения дистанционных свойств) двоичные коды [6]. Структура таких кодов позволяет определить их как коды с алгебраическим декодированием. Реализация алгебраического декодера (далее АД) может осуществляться на основе ряда алгоритмов [6], эффективность которых зависит от конкретной аппаратно-программной платформы. Тогда логичным был бы сравнительный анализ помехоустойчивых свойств *R*-кода с ДМП, БЧХ-кода с АД в пределах границы декодирования (на основе алгоритма использующего понятие полинома локаторов ошибок, например, алгоритма Берлекемпа-Мессис) и БЧХ-кода с ДМП. Для оценки помехоустойчивых свойств кода принято использовать зависимость вероятности ошибки на информационный бит от отношения сигнал/шум определяемого как отношение энергии одного бита кодового слова к спектральной плотности мощности шума в пределах ширины спектра передаваемого сигнала в канале с аддитивным белым гауссовским шумом (далее АБГШ) [6]. В качестве сигнала чаще всего используют сигнал с двоичной фазовой манипуляцией (далее ДФМ). Отраженные в статье результаты экспериментов получены при использовании такого сигнала с жесткой демодуляцией и частотой дискретизации $10f_0$ (f_0 – несущая частота), 12-разрядным квантованием и с размещением десяти периодов несущей частоты в одном бите.

Схема формирования двоичного R -кода

Двоичный R -код с параметрами (n, k, d_{\min}) определяется как множество отображенных k -мерных векторов $\mathbf{a} = (a_0, a_1, \dots, a_{k-1}) \in GF(2^k)$ в другое множество n -мерных векторов $\mathbf{c} = (c_0, c_1, \dots, c_{n-1}) \in GF(2^n)$, $k < n$, с минимальным расстоянием Хэмминга среди всех возможных пар кодовых слов – d_{\min} [1]. Отображение реализуется на основе криптографического алгоритма $Rijndael_{m,n}$ с ключом шифрования $\mathbf{s} = (s_0, s_1, \dots, s_{m-1}) \in GF(2^m)$, вектором избыточности $\mathbf{v} = (v_0, v_1, \dots, v_{r-1}) \in GF(2^r)$, $r = n - k$, и задается функцией $\varphi(\mathbf{a}, \mathbf{s}, \mathbf{v}) : GF(2^k) \rightarrow GF(2^n)$ [1]:

$$\mathbf{c} \leftarrow \varphi(\mathbf{a}, \mathbf{s}, \mathbf{v}) : (\mathbf{a}, \mathbf{s}, \mathbf{v}) \rightarrow Rijndael_{m,n}(\mathbf{a} | \mathbf{v}, \mathbf{s}). \quad (1)$$

Параметры m и n (длина ключа шифрования и длина блока шифрования соответственно) в основном режиме (режиме электронной кодовой книги) криптографического преобразования $Rijndael$ могут принимать фиксированные значения 128, 192 и 256 [6]. Для формирования R -кода произвольной длины n необходимо использовать режимы криптографического преобразования с обратной связью длины в один бит, вектор инициализации $\mathbf{iv} = (iv_0, iv_1, \dots, iv_{m-1}) \in GF(2^u)$, $u \in \{128, 192, 256\}$, можно считать частью ключа. Тогда отображение задается функцией $\psi(\mathbf{a}, \mathbf{s}, \mathbf{v}, \mathbf{iv}) : GF(2^k) \rightarrow GF(2^n)$ [1]:

$$\begin{aligned} \mathbf{c} \leftarrow \psi(\mathbf{a}, \mathbf{s}, \mathbf{v}, \mathbf{iv}) : (\mathbf{a}, \mathbf{s}, \mathbf{v}, \mathbf{iv}) \rightarrow (\\ \mathbf{o} \leftarrow \mathbf{iv}; \mathbf{a}' \leftarrow \mathbf{a} | \mathbf{v}; \\ \text{for } i \text{ from } 0 \text{ to } n - 1 \text{ do} \\ \quad c_i \leftarrow (Rijndael_{m,u}(\mathbf{o}, \mathbf{s}))_{u-1} \oplus a'_i; \mathbf{o} \leftarrow (o_1, o_2, \dots, o_{u-1}, c_i); \\ \text{enddo}; \\ \text{return } \mathbf{c};). \end{aligned} \quad (2)$$

Отображения при помощи функций (1) и (2) задают помехоустойчивый код с близкими дистанционными свойствами [2].

Моделирование системы связи с помехоустойчивым кодированием и каналом связи с АБГШ

Существует теоретическая оценка верхней границы вероятности ошибки на бит P_{eb} информационного слова \mathbf{a} в зависимости от E_b / N_0 (отношение энергии одного бита кодового слова E_b к спектральной плотности мощности шума в пределах ширины спектра передаваемого сигнала N_0) в канале с АБГШ для блочного группового двоичного кода (n, k, d_{\min}) , $d_{\min} = 2t + 1$, t – гарантированная максимальная кратность исправляемой ошибки в кодовом слове [5]. Для определенных во введении условий данная оценка определяется неравенством [6]:

$$P_{eb} \leq \frac{1}{n} \sum_{i=t+1}^n (t+i) C_n^i p^i (1-p)^{n-i}, \quad (3)$$

где $C_n^i = \frac{n!}{i!(n-i)!}$, $p = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b k}{N_0 n}}\right)$, $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{t^2}{2}} dt$.

Для некодированного ДФМ используется оценка [6]:

$$P_{eb} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right). \quad (4)$$

Оценки (3) и (4) используются для определения достоверности модели системы связи, структурная схема которой изображена на рис. 1.

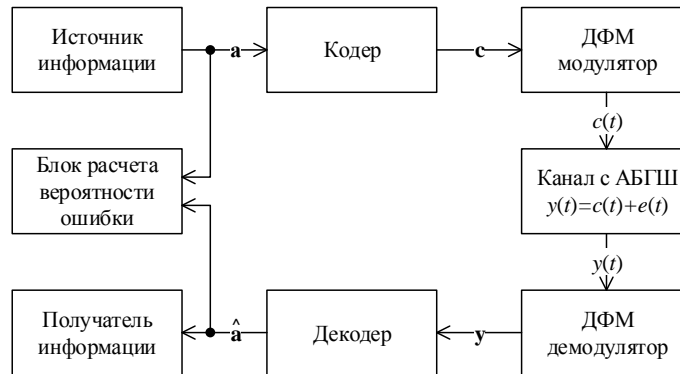


Рис. 1. Структурная схема модели системы связи с помехоустойчивым кодированием и каналом связи с АБГШ при использовании ДФМ

Источник информации формирует информационные равновероятные слова \mathbf{a} в виде двоичных векторов из $GF(2^k)$. Кодер может отсутствовать (в случае системы связи с ДФМ без помехоустойчивого кодирования, далее – некодированный ДФМ-сигнал), либо реализовывать функцию избыточного кодирования, осуществляющую отображение $GF(2^k) \rightarrow GF(2^n)$ для формирования двоичного вектора кодового слова \mathbf{c} . В случае использования R -кода кодер реализует функции (1) или (2), а для кодов БЧХ может использоваться функция умножения на порождающий полином [6].

ДФМ-модулятор формирует дискретные комплексные отсчеты фазоманипулированного сигнала $c(t)$ используя кодовые слова в качестве модулирующих последовательностей. ДФМ сигнал поступает в канал с АБГШ, где формируется искаженный сигнал $y(t) = c(t) + e(t)$. Отсчеты АБГШ $e(t)$ рассчитываются исходя из ширины спектра ДФМ сигнала и в соответствии с заданным отношением E_b / N_0 [6]. ДФМ демодулятор осуществляет побитовую демодуляцию принятого сигнала $y(t)$ с жесткими (двоичными) решениями в виде вектора $\mathbf{y} \in GF(2^n)$ на выходе [6].

Декодер (также может отсутствовать в случае некодированного ДФМ-сигнала) использует внесенную в кодере избыточность для исправления ошибок, произошедших в результате искажений в канале, при этом предполагается наличие двоичного вектора ошибок $\mathbf{e} \in GF(2^n)$, такого что $\mathbf{y} = \mathbf{c} + \mathbf{e}$ [5]. В случае R -кода используется ДМП, а в случае БЧХ-кода может быть использован как ДМП, так и АД. На выходе декодера формируется оценка переданного информационного вектора $\hat{\mathbf{a}}$ [5].

Блок расчета вероятности ошибки P_{eb} вычисляет отношение количества ошибочных бит в потоке информационных слов к общему количеству переданных бит.

Разработка блоков кодирования и ДМП для кодов R и БЧХ под среду *Simulink*

Библиотека *Simulink* не содержит стандартных блоков кодирования и декодирования R -кода, а также ДМП для кодов БЧХ. Разработка таких блоков осуществляется реализацией программ на основе *MEX*-файлов и динамических библиотек, подключаемых к ним, на языке программирования *C* [7]. Кодер R -кода разработан на основе реализации функций (1) и (2), кодер БЧХ реализуется как функция $bch(a(x), g(x)) : a(x) \rightarrow c(x)$ [6]:

$$c(x) \leftarrow bch(a(x), g(x)) : (a(x), g(x)) \rightarrow a(x)g(x), \quad (5)$$

где $g(x)$ – порождающий полином кода, $\deg(a(x)) = n - k$; $a(x) = \sum_{i=0}^{k-1} a_i x^i$ – информационный полином, коэффициенты $a_i \in GF(2)$ интерпретируются как координаты информационного вектора $\mathbf{a} = (a_0, a_1, \dots, a_{k-1}) \in GF(2^k)$; $c(x) = \sum_{i=0}^{n-1} c_i x^i$ – кодовый полином, коэффициенты $c_i \in GF(2)$ интерпретируются как координаты кодового вектора $\mathbf{c} = (c_0, c_1, \dots, c_{n-1}) \in GF(2^n)$. В векторном виде функция (5) реализуется на основе модели регистров сдвига с конечным откликом $bch(\mathbf{a}, \mathbf{g}): GF(2^k) \rightarrow GF(2^n)$ [6]:

```

c ←  $bch(\mathbf{a}, \mathbf{g}): (\mathbf{a}, \mathbf{g}) \rightarrow ($ 
     $\mathbf{a}' \leftarrow (a_0, a_1, \dots, a_{k-1}, 0_k, 0_{k+1}, \dots, 0_{n-1}); \mathbf{s} \leftarrow (0_0, 0_1, \dots, 0_{n-k-1});$ 
    for  $i$  from 0 to  $n - 1$  do
         $c_i \leftarrow a'_i g_{n-k} \oplus s_0 g_{n-k-1} \oplus s_1 g_{n-k-2} \oplus \dots \oplus s_{n-k-1} g_0;$ 
         $\mathbf{s} \leftarrow (a'_i, s_0, s_1, \dots, s_{n-k-2});$ 
    enddo;
    return  $\mathbf{c};$  ),

```

где $\mathbf{g} = (g_0, g_1, \dots, g_{n-k})$ – вектор коэффициентов порождающего полинома $g(x) = \sum_{i=0}^{n-k} g_i x^i$.

ДМП для БЧХ- и R - кодов осуществляет поиск ближайшего к принятому вектору \mathbf{y} среди всех $M = 2^k$ кодовых слов. Расчет расстояния в метрике Хэмминга осуществляется как оценка веса разности двух векторов, и в двоичном поле реализуется при помощи функции [6]:

```

 $d \leftarrow dist(\mathbf{y}, \mathbf{c}_i): (\mathbf{y}, \mathbf{c}_i) \rightarrow wt(\mathbf{y} \oplus \mathbf{c}_i),$ 

```

где d – расстояние Хэмминга; wt – вес Хэмминга; $i = 0, 1, \dots, M - 1$.

Перебор всех возможных кодовых слов ведет к высокой вычислительной сложности ДМП с ростом параметра k . Операции вычисления расстояний, на основе функции (7), до всех кодовых слов независимы и могут быть вычислены при помощи параллельных вычислительных средств, что приведет к снижению временных затрат декодирования искаженного кодового слова. Среди таких средств существуют решения на основе технологии *CUDA* выделяющиеся, среди существующих параллельных вычислительных систем, низкой стоимостью вычислений и использующиеся как сопроцессорный ускоритель вычислений [7]. Архитектура вычислительных средств *CUDA* (далее просто – *CUDA*) относится к классу *SIMD* (*Single Instruction, Multiple Data* – одиночный поток команд, множественный поток данных) [7]. Программный код приложений для *CUDA* реализуется на языке *C* путем разработки последовательного алгоритма, копии которого исполняются во множестве потоков для множества различных данных параллельно. Алгоритм ДМП для двоичного кода $\mathbf{C} = \{\mathbf{c}_i | i = 0, 1, \dots, M - 1\}$ в метрике Хэмминга задается функцией:

```

 $\hat{\mathbf{a}} \leftarrow DMP(\mathbf{y}, da_{\min}): (\mathbf{y}, da_{\min}) \rightarrow ($ 
     $\mathbf{a}_i \leftarrow binary(i);$  (for  $\forall i$ )
     $\mathbf{c}_i \leftarrow enc(\mathbf{a}_i);$  (for  $\forall i$ )
     $d_i \leftarrow dist(\mathbf{y}, \mathbf{c}_i);$  (for  $\forall i$ )
     $da_i \leftarrow (d_i | i);$  (for  $\forall i$ )
     $atomicMin(da_{\min}, da_i);$  (for  $\forall i$ )
     $i_{\min} \leftarrow (d_{\min} | i_{\min}) \leftarrow da_{\min};$ 
     $\hat{\mathbf{a}} \leftarrow binary(i_{\min});$ 
    return  $\hat{\mathbf{a}};$  ),

```

где da_{\min} – общая для всех потоков память для записи номера потока i с наименьшим расстоянием d_i , $i=0,1,\dots,M-1$; $binary(i)$ – функция преобразования числа i в двоичный вектор длины k ; $enc(\mathbf{a})$ – функция кодирования информационного вектора \mathbf{a} , для R -кода реализуется при помощи функции (1) либо (2), для БЧХ-кода при помощи функции (5) либо (6); $atomicMin(x, y)$ – функция атомарного доступа к памяти хранящей переменную x и реализующей запись в эту память наименьшей из двух переменных x и y [8]. Модель системы на основе R -кодирования в среде Simulink с реализацией функции (8) для $CUDA$ в ДМП изображена на рис. 2.

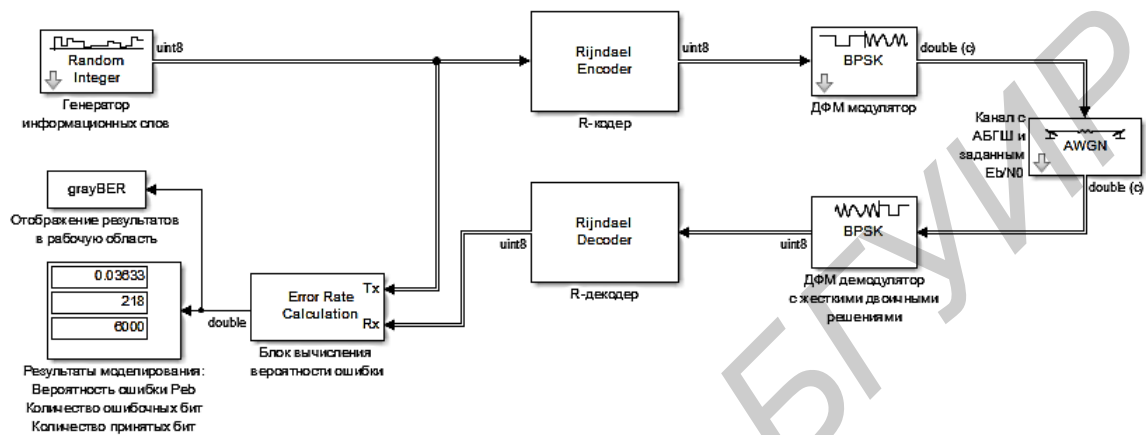


Рис. 2. Модель системы связи с R -кодированием и ДМП на основе $CUDA$ в среде *Simulink* пакета *MatLab*

Оценка вероятности ошибки кодов R и БЧХ в канале с АБГШ

Сравнительный анализ эффективности корректирующих кодов R и БЧХ осуществляется с использованием рассмотренных выше моделей (рис. 1 и 2) на основе зависимости P_{eb} от отношения E_b / N_0 . Параметры выбраны для сравнения кодов, представлены в таблице.

Параметры R и БЧХ кодов

n	7	15	15	15	31	31	31	31	63	63	63	63	127	127	127	
k	4	5	7	11	6	11	16	21	7	10	16	18	24	8	15	22
d_{\min} (БЧХ)	3	7	5	3	15	11	7	5	31	27	23	21	15	63	55	47
d_{\min} (R)	2	4	2	1	8	3	1	1	19	15	9	7	2	44	32	20

Формирование БЧХ осуществлялось с использованием функции (6), а R -кода – с использованием функции (2), вектора избыточности \mathbf{v} и инициализации \mathbf{iv} использованы с координатами равными нулю. Вектор \mathbf{s} – случайный. Примеры результатов моделирования с использованием параметров, приведенных в таблице представлены на рис. 3.

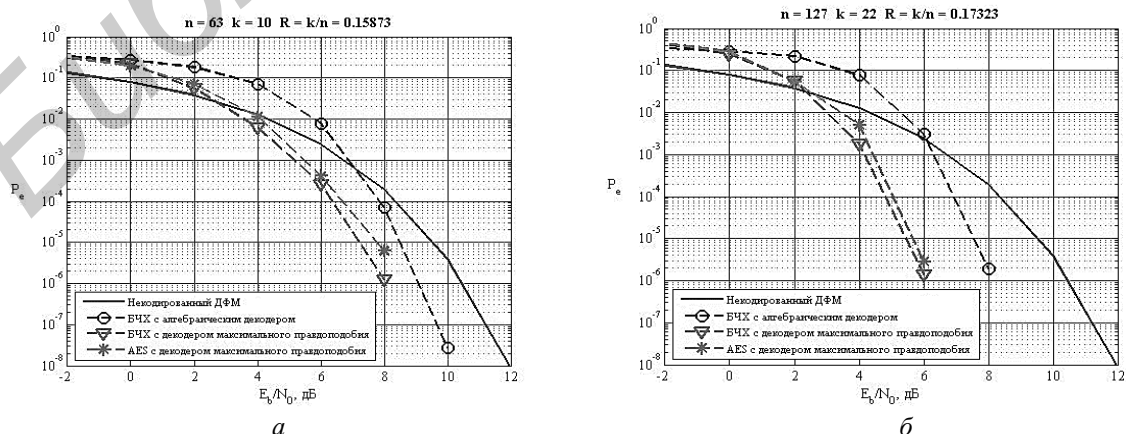


Рис. 3. Примеры результатов моделирования с использованием R и БЧХ-кодов с параметрами $a - (63,10)$ и $b - (127,22)$

Представленные результаты показывают, что:

- ДМП осуществляет декодирование за границей корректирующей способности помехоустойчивого кода;
- существуют R -коды с зависимостью P_{eb} от отношения E_b / N_0 близкой к зависимости БЧХ-кодов при одинаковых параметрах (n, k) , в случае использования ДМП (заметим, что d_{\min} R -кода меньше чем у БЧХ-кода – см. таблицу).

Анализ полученных данных для всех кодов таблицы показывает, что расстояние между характеристиками $P_{eb}(E_b / N_0)$ двоичного БЧХ-кода при использовании АД и ДМП зависит как от длины кода, так и от скорости (рис. 4).

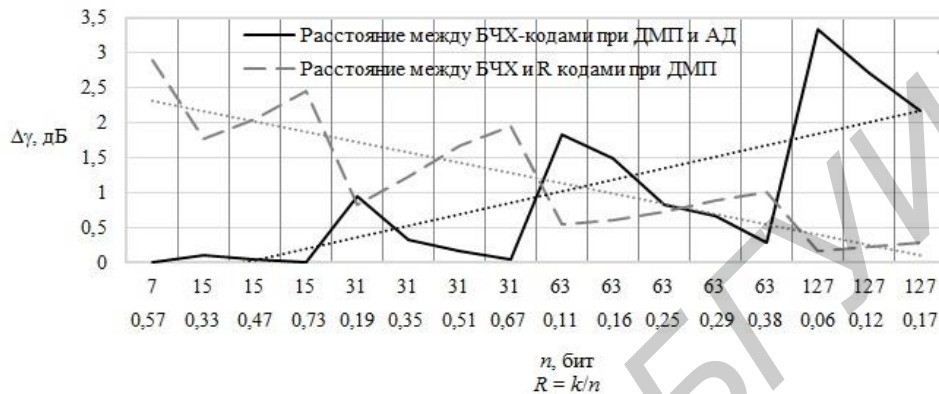


Рис. 4. Зависимость расстояния $\Delta\gamma$ по параметру отношения $\gamma = E_b / N_0$ на уровне $P_{eb} = 10^{-6}$ от длины кода n и его скорости $R = k / n$ для БЧХ-кода при ДМП и АД и R -кода по сравнению с БЧХ-кодом при ДМП

Из зависимостей, представленных на рис. 4, видно, что с ростом скорости кодов расстояние между характеристиками $P_{eb}(E_b / N_0)$ для БЧХ-кодов при ДМП и АД сокращается – БЧХ-код приближается к коду Хэмминга, относящийся к классу совершенных кодов, для которого характерно совпадение указанных характеристик [6]. Также увеличение длины БЧХ-кода ведет к большему количеству возможных кодов между кодом с минимально возможной скоростью и кодом Хэмминга, но всегда $\Delta\gamma$ достигает нуля при совпадении с последним. Для R -кода характерно отдаление от границы максимального правдоподобия БЧХ-кода с ростом скорости вследствие уменьшения комбинаторных возможностей псевдослучайного выбора кодовых слов. С ростом длины R -кода указанные комбинаторные возможности увеличиваются, что ведет к приближению к границе максимального правдоподобия БЧХ-кода.

Выводы

Существуют двоичные R -коды с границами максимального правдоподобия (по параметру вероятности ошибки на бит в зависимости от отношения сигнал шум в канале с АБГШ) близкими к аналогичным границам БЧХ-кодов, преимуществами которых являются дополнительные криптографические свойства. Указанные R -коды обнаруживаются малых скоростях формируемых кодовых конструкций, что более выгодно (с точки зрения быстродействия) для ДМП.

ANALYSIS OF DECODERS BIT ERROR FOR RIJNDAEL AND BCH CODES

D.M. BILDZIUK, S.B. SALOMATIN

Abstract

The nonlinear error control code on the basis of cryptographic transformation of data through Rijndael algorithm is considered. Bit error properties of decoding algorithms of Rijndael codes and BCH codes for AWGN channel are compared.

Список литературы

1. Бильдюк Д.М., Саломатин С.Б. // Докл. БГУИР. 2012. № 8 (70). С. 75–80.
2. Бильдюк Д.М., Саломатин С.Б. // Докл. БГУИР. 2012. № 7 (63). С. 105–109.
3. Elumalai R., Reddy A.R. // Int. J. of Scientific Research. 2011. Vol. 2, Iss 3.
4. Фомичев В.М. Дискретная математика и криптология. М., 2003.
5. MacWilliams F.J., Sloane N.J.A. The theory of error correcting codes. North-Holland, 1977.
6. Peter Sweeney. Federal Information Processing Standards Publication 197. USA, 2001.
7. Farber. R. CUDA Application Design and Development. МК, 2011.

Библиотека БГУИР

УДК 621.396

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ АНАЛИЗАТОРА СПЕКТРА СВЧ-СИГНАЛОВ В ДИАПАЗОНЕ 8–18 ГГц

Д.А. КОНДРАШОВ, А.В. ГУСИНСКИЙ, А.Н. ЛУФЕРОВ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь*

Поступила в редакцию 17 апреля 2014

Представлена схема построения анализатора спектра СВЧ сигналов последовательного типа в диапазоне частот 8–18 ГГц, приводится математическая модель алгоритма функционирования и универсальное программное обеспечение измерителя, позволяющие расширить анализируемую полосу частот, изменять разрешение по частоте и повысить точность измерений.

Ключевые слова: анализатор спектра, перенос частоты, программное обеспечение.

Введение

Анализаторы спектра являются одними из самых распространенных измерительных приборов, применяемых для наблюдения и анализа сигналов в определенной частотной области. Основными видами измерений, проводимых при помощи анализатора спектра, являются: измерение параметров спектра непрерывных колебаний сложной формы; измерение параметров паразитных и побочных колебаний; измерение полосы излучения; исследование спектров повторяющихся радиоимпульсов; измерение интермодуляционных искажений третьего порядка четырехполосников [1].

Описываемый анализатор спектра представляет собой измеритель последовательного действия и является сложным цифровым радиоэлектронным устройством настольного исполнения. Принцип работы прибора основан на гетеродинном переносе исследуемого сигнала на промежуточную частоту и последующей его обработке с помощью аналогово-цифрового преобразователя [2]. Расчет спектральных характеристик построен на вычислении быстрого преобразования Фурье (БПФ) на основании временных отсчетов входного сигнала [3].

Схема построения анализатора спектра

Структурно измеритель состоит из шести функциональных блоков: блока входного фильтра, блока генератора качающейся частоты (ГКЧ), блока управления, блока переноса частоты, блока аналогово-цифрового преобразователя (АЦП) и блока источников питания. На рис. 1 представлена структурная схема анализатора спектра.

Получение временных отсчетов входного сигнала происходит при помощи блока АЦП. Максимальная частота дискретизации блока АЦП составляет 500 МГц. Преобразование входного СВЧ-сигнала в сигнал, частота которого позволяет проводить дискретизацию блоком АЦП, осуществляется путем двух преобразований частоты в блоке переноса частоты. Первая промежуточная частота равна 1842,5 МГц; вторая промежуточная частота – 100 МГц.

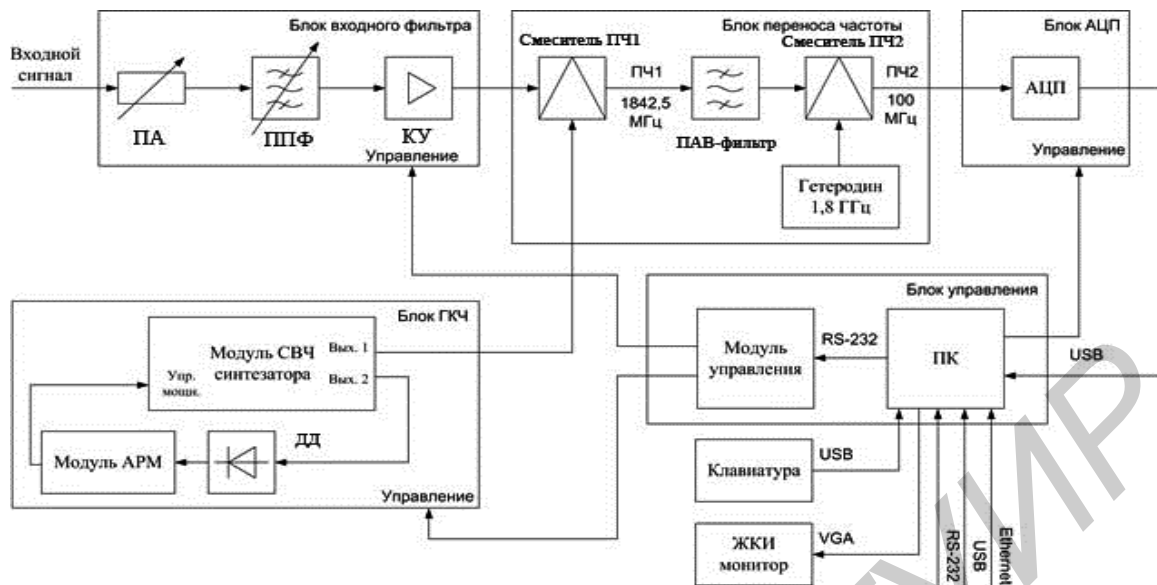


Рис. 1. Структурная схема анализатора спектра СВЧ сигналов 8÷18 ГГц

Исследуемый входной СВЧ-сигнал поступает на блок входного фильтра, состоящего из перестраиваемого аттенюатора (ПА), перестраиваемого полосового фильтра (ППФ) и компенсирующего усилителя (КУ).

ПА служит для ослабления входного СВЧ-сигнала до уровня, необходимого для устойчивой работы остальных элементов измерителя. Ослабление ПА изменяется в диапазоне от 0 до 30 дБ, а управляющие сигналы на ПА подаются с модуля управления. ППФ подавляет сигнал на частоте зеркального канала приема для тракта первой промежуточной частоты. Управляющие сигналы на ППФ подаются с модуля управления. КУ восстанавливает уровень входного сигнала до уровня, необходимого для устойчивой работы первого смесителя.

Блок ГКЧ состоит из модуля СВЧ-синтезатора, диодного детектора (ДД) и модуля автоматической регулировки управления (АРМ). СВЧ-сигнал с одного из двух выходов модуля СВЧ синтезатора подается на ДД, являющийся частью схемы АРМ ГКЧ. Выходной сигнал ДД подается на модуль АРМ, осуществляющий формирование управляющего напряжения для модуля СВЧ-синтезатора.

Блок переноса частоты состоит из смесителя ПЧ1, полосового ПАВ-фильтра, смесителя ПЧ2 и гетеродина 1,8 ГГц. Смеситель ПЧ1 служит для переноса спектра входного СВЧ-сигнала на первую промежуточную частоту, равную $F_{ПЧ1} = 1842,5$ МГц. На первый вход смесителя ПЧ1 с выхода блока входного фильтра подается входной СВЧ сигнал. На второй вход подается сигнал с блока ГКЧ. При помощи изменения частоты выходного сигнала блока ГКЧ и настройки ППФ в блоке входного фильтра осуществляется выбор необходимого диапазона входного СВЧ-сигнала. Полосовой ПАВ-фильтр служит для выделения из спектра выходного сигнала смесителя ПЧ1 составляющих на первой промежуточной частоте и подавления зеркального канала тракта второй промежуточной частоты. Смеситель ПЧ2 совместно с гетеродином 1,8 ГГц служит для переноса спектра сигнала с первой промежуточной частоты на вторую равную $F_{ПЧ2} = 100,0$ МГц. Сигнал на второй промежуточной частоте подается на блок АЦП, где осуществляется его дискретизация.

Математическая модель

При разработке анализатора спектра был решен целый ряд задач, необходимых для формирования математической модели анализатора спектра: найдено количество сегментов n , на которые разбивается исследуемый частотный диапазон и число точек дискретизации $N_{OVERADC}$; на каждый сегмент наложена оконная функция; реализовано БПФ для каждого сегмента; на каждый сегмент наложена функция, выравнивающая амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) тракта ПЧ2; сформирован результирующий массив данных длиной N_{SCREEN} точек; разработана общая функция, корректирующая АЧХ.

Расчет количества сегментов. Разбиение входного частотного диапазона на сегменты осуществляется с перекрытием. Поэтому в каждом сегменте можно выделить три области (рис. 2): область перекрытия с предыдущим сегментом шириной b , область уникального частотного диапазона для данного сегмента шириной a и область перекрытия со следующим сегментом шириной b .

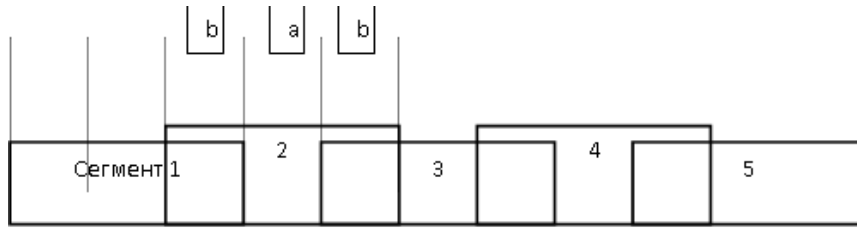


Рис. 2. Разбиение частотного диапазона на сегменты

Так как ширина полосы пропускания полосового фильтра в тракте ПЧ1 составляет 75 МГц, должно выполняться условие $a + 2 \cdot b \leq 75$.

Для разбиения входного диапазона с перекрытием сегментов применяются следующие формулы: $dF_{USER} = f_2 - f_1$, где f_1 и f_2 – начальная и конечная частоты диапазона.

Количество сегментов рассчитывается:

$$n \geq \text{ceil}\left(\frac{dF_{USER} + b}{a + b}\right), \text{ где } \text{ceil} - \text{округление в большую сторону.}$$

Реально-перекрываемый частотный диапазон рассчитывается:

$$dF_{REAL} = n \cdot (a + b) - b.$$

$$\text{Запас по частоте составляет } \text{Zapas} = \frac{dF_{REAL} - dF_{USER}}{2}.$$

Тогда значения центральной частоты каждого сегмента рассчитывается:

$$F_{SEG}(Y) = f_1 - \text{Zapas} + \frac{a}{2} + (Y - 1) \cdot (a + b),$$

где Y – номер сегмента, $Y = 1..n$.

Значения частот установки перестраиваемого генератора можно рассчитать:

$$F_{ГКЧ}(Y) = F_{SEG}(Y) - F_{ПЧ1},$$

где $F_{ПЧ1}$ – первая промежуточная частота (1842,5 МГц).

Разбиение частотного диапазона входного сигнала на сегменты позволяет исследовать спектр сигнала во всем широком частотном диапазоне (8–18 ГГц) одновременно.

Расчет количества точек дискретизации. Разрешающая способность для различного количества временных отсчетов рассчитывается:

$$f_{RES} = \frac{f_s}{N},$$

где f_s – рабочая частота дискретизации блока АЦП; N – количество временных отсчетов.

Исходя из ширины диапазона частот, заданного пользователем для отображения dF_{USER} , и количества отображаемых точек N_{SCREEN} , рассчитывается минимальное количество N_{ADC} временных выборок входного сигнала с частотой f_s для обеспечения требуемого дискрета по частоте:

$$N_{ADC} = \frac{f_s \cdot N_{SCREEN}}{dF_{USER}}.$$

Тогда необходимое количество временных выборок входного сигнала:

$$N_{OVERADC} = N_{ADC} \cdot K_{OVERS}.$$

Далее значение $N_{OVERADC}$ должно быть округлено в большую сторону до одного из чисел ряда степеней числа 2.

Возможность изменять число точек дискретизации позволило варьировать разрешение анализатора спектра по частоте в зависимости от исследуемой полосы частот входного сигнала (повышение числа точек дискретизации увеличивает разрешение измерителя по частоте).

Наложение оконной функции. Так как алгоритм вычисления БПФ от ограниченного количества выборок предполагает, что часть сигнала, зафиксированного в выборках, повторяется периодически и моменты выборок для каждого сегмента никак не синхронизируются с входным сигналом, то весьма вероятно ситуация, что сигнал на начале и конце выборки будет иметь разрыв, который приведет к расширению спектра. Поэтому на каждый сегмент была наложена оконная функция. Применение оконной функции привело к уменьшению погрешности измерений.

Выполнение БПФ. Для получения частотного спектра входного сигнала используется БПФ. На выходе БПФ имеем n массивов по $N_{OVERADC}/2$ точек. Частота дискретизации используемого блока АЦП составляет $500 \cdot 10^6$ выб/сек. Соответственно на выходе модуля вычисления БПФ каждый массив из $N_{OVERADC}/2$ точек будет представлять распределение мощности по спектру шириной от 0 Гц до $250 \cdot 10^6$ Гц.

Выравнивание АЧХ-тракта ПЧ2. Каждый массив, соответствующий сегменту, был подвержен коррекции. Все точки из массива сегмента, используемые для вычисления амплитуды, корректируются экспериментально полученными значениями, при этом значение корректирующего коэффициента в промежуточных точках находятся при помощи линейной аппроксимации.

Выравнивание АЧХ позволило учесть неидеальность АЧХ-тракта ПЧ2, в том числе смесителя и фильтра, что увеличивает точность измерений.

Формирование результирующего массива точек. На экране измерителя требуется отобразить N_{SCREEN} точек. Частоты отображаемых на экране точек (значения откладываемые по оси X):

$$F_{XSCREEN}(i) = f_1 + \frac{dF_{USER}}{N_{SCREEN}} \cdot i, \text{ где } i = 0 \dots N_{SCREEN} - 1.$$

Зная частоту точки, можно рассчитать в каком она находится сегменте:

$$Y(f_{XSCREEN}) = \text{floor} \left(\frac{f_{XSCREEN} - (f_1 - \text{Zapas})}{a + b} \right) + 1.$$

Возникает необходимость проверки, в какую часть сегмента попадает частотная точка (зона a или зона перекрытия b). Если выполняется условие:

$$f_{XSCREEN} > Y(f_{XSCREEN}) \cdot a + (Y(f_{XSCREEN}) - 1) \cdot b + f_1,$$

то частотная точка попадает в зону перекрытия двух сегментов $Y(f_{XSCREEN})$ и $Y(f_{XSCREEN}) + 1$.

Зная частоту искомой нами точки $f_{XSCREEN}$ и номер сегмента, в котором она находится Y , можно найти номер этой точки в массиве, который снят для сегмента Y :

$$X = (F_{ПЧ2} - (F_{SEG}(Y) - f_{XSCREEN})) \cdot \frac{N_{OVERADC}}{f_s},$$

где Y берется равный $Y(f_{XSCREEN})$ для случая, когда точка попадает в зону a . Если же частотная точка попала в зону перекрытия сегментов b , то ее номер находится для двух соседних сегментов.

По известному номеру точки X можно вычислить амплитуду частотной точки $f_{XSCREEN}$ на экране:

$$A_{XSCREEN}(X) = FFT_{OUT}(Y, X),$$

где $FFT_{OUT}(Y, X)$ – значение амплитуды в точке X массива точек на выходе БПФ для сегмента Y .

Получившееся значение амплитуды записывается в результирующий массив для отображения с частотой $f_{X SCREEN}$.

Выравнивание АЧХ во всем диапазоне. Для всего рабочего диапазона анализатора 8–18 ГГц экспериментально составляется таблица коррекции АЧХ. Если известны выравнивающие коэффициенты для частотных точек f_1 и f_2 , равные соответственно K_1 и K_2 , то значение выравнивающего коэффициента K_X в частотной точке f_X рассчитывается по формуле:

$$K_X = K_1 + \frac{(f_X - f_1) \cdot (K_2 - K_1)}{(f_2 - f_1)}$$

Применение корректирующих коэффициентов дало возможность выравнивания по амплитуде спектральной характеристики, что особенно важно при измерении в полном частотном диапазоне.

Программное обеспечение

Персональный компьютер (ПК) служит для управления всеми блоками измерителя, обработки событий от пользователя, получения и обработки данных, вычисления спектра входного сигнала, отображения результатов на экране монитора, приема внешних команд управления и передачи результатов по внешним интерфейсам. Настройка и управление блока АЦП производится с ПК, встроенного в прибор.

Все вычисления, связанные с реализацией вышеприведенной математической модели, выполняются специально разработанным программным обеспечением (ПО). Тем самым, ПО становится неотъемлемой и главной частью измерительного устройства, без которой невозможно создание современных анализаторов спектра (рис. 3) [4].

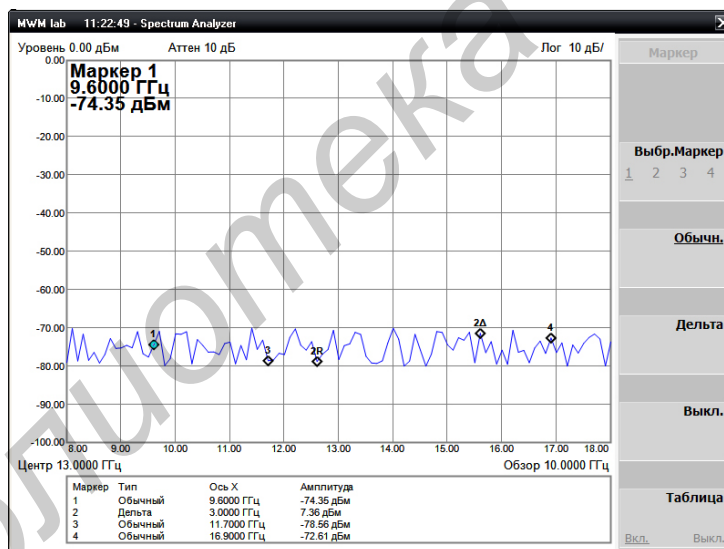


Рис. 3. Главное окно ПО управления анализатором спектра

Для рассматриваемого анализатора спектра ПО функционирует по следующему алгоритму.

1. Находится количество сегментов n .
2. Находится количество точек дискретизации $N_{OVERADC}$.
3. Настраивается блок АЦП.
4. Посылается команда блоку управления ГКЧ.
5. Реализуется n штук массивов по $N_{OVERADC}$ точек.
6. Накладывается на каждый массив оконная функция.
7. Выполняется БПФ с каждым массивом и получается n массивов по $N_{OVERADC}/2$ точек.
8. Накладывается на каждый массив выравнивающая АЧХ тракта ПЧ2 функция.
9. Формируется массив длиной N_{SCREEN} точек для отображения.
10. Используется общая функция, корректирующая АЧХ.
11. Выводятся результаты на экран.

Заключение

Разработана математическая модель и универсальное ПО для анализатора спектра СВЧ сигналов в диапазоне частот 8–18 ГГц. Применение разбиения на сегменты входного сигнала, выравнивания по амплитуде выходного сигнала, наложения оконной функции, изменение числа точек дискретизации позволило расширить анализируемую полосу частот и увеличить глубину изменения разрешения по частоте при проведении измерений.

MATHEMATICAL MODEL AND SOFTWARE FOR MICROWAVE SIGNALS SPECTRUM ANALYZER IN THE RANGE 8–18 GHz

D.A. KONDRASHOV, A.V. GUSINSKI, A.N. LUFEROV

Abstract

The mathematical model and universal software for spectrum analyzer microwave signals in the frequency range 8–18 GHz is developed. The partitioning on segments of the input signal, the amplitude equalization of output signal, the overlay of window function, the changing the number of sampling points is presented, all of this allowed to expand analyzing frequency bandwidth and increase the depth of the frequency resolution in the measurements.

Список литературы

1. Раушер К., Йанссен Ф., Минихольд Р. Основы спектрального анализа. М., 2006.
2. Афонский А.А., Дьяконов В.П. Цифровые анализаторы спектра, сигналов и логики. М., 2009.
3. Дьяконов В.П. // Контрольно-измерительные приборы и системы. 2009. № 2. С. 25–30.
4. Аничкин С.А., Белов С.А., Бернштейн А.В. и др. Протоколы информационно-вычислительных сетей. М., 1990.

УДК 539.216:546.824-31

ОЦЕНКА КОНТРАСТА КОЭФФИЦИЕНТА ЭЛЛИПТИЧНОСТИ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ПАРАМЕТРОВ НАПОЛНИТЕЛЯ АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЫ

Е.Ю. ЗАЯЦ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 17 декабря 2013

Проведен анализ частотных зависимостей коэффициентов эллиптичности электромагнитной волны (ЭМВ) с правой и левой поляризациями от электродинамических параметров наполнителя анизотропной среды плазмаподобного типа. Приведены результаты численного анализа отношения коэффициентов эллиптичности волн с правой и левой поляризациями для анизотропного наполнителя. Установлены закономерности трансформаций частотных характеристик при фиксированных электродинамических параметрах потока частиц, пронизывающих магнитодиэлектрический наполнитель. Приведенные результаты могут быть использованы в качестве основы для создания радиотехнических систем поиска и идентификации анизотропных неоднородностей.

Ключевые слова: электромагнитная волна, анизотропная среда, модуль коэффициента отражения, диэлектрическая проницаемость, удельная проводимость, резонансная частота, коэффициент эллиптичности.

Введение

Поляризационная несогласованность приемных и передающих антенн радиотехнических систем приводит к потере информации при обнаружении и идентификации анизотропных неоднородностей. Даже при взаимодействии электромагнитной волны (ЭМВ) с изотропной средой, имеющей конечные электродинамические параметры, происходит трансформация поляризационной структуры отраженной ЭМВ.

В работах [1, 2] показано, что при воздействии линейно поляризованной ЭМВ на анизотропную среду (АС) возникает кроссполяризационная составляющая, свидетельствующая об изменении эллиптичности отраженной волны. Задача взаимодействия ЭМВ с круговой поляризацией АС исследована и решена в работе [3], где приведены результаты исследований трансформаций отраженных характеристик анизотропной среды плазмаподобного типа (АСПТ) при изменениях параметров потока частиц и магнитодиэлектрического наполнителя, позволяющие проводить приближенные оценки искажений электромагнитной волны (ЭМВ) с круговой поляризацией.

Задачей настоящей статьи является проведение анализа зависимостей коэффициентов эллиптичности ЭМВ с правой и левой поляризациями при вариациях электродинамических параметров наполнителя при фиксированных параметрах потока частиц, пронизывающих среду.

Коэффициенты эллиптичности АСПТ правой и левой волн

Представляя ЭМВ круговой поляризации в виде суперпозиции двух волн с горизонтальной и вертикальной поляризациями несложно определить коэффициент эллиптичности ЭМВ правой и левой волн поляризаций [4].

$$k_{BГ}(F, \theta, f) = \sqrt{\frac{R_B^2 + R_{ГВ}^2 \mp R_B \cdot R_{ГВ} \sin(\varphi_B - \varphi_{ГВ})}{R_{Г}^2 + R_{ВГ}^2 \mp R_{Г} \cdot R_{ВГ} \sin(\varphi_{Г} - \varphi_{ВГ})}}$$

Здесь $R_B, R_{Г}$ – коэффициенты отражения с вертикальной и горизонтальной поляризациями; $R_{ГВ}, R_{ВГ}$ – кросс-поляризационные компоненты; F – фактор, описывающий электродинамические свойства анизотропной среды ($\xi(N, \nu, \epsilon, \sigma, \mu)$).

В статье приведен анализ трансформаций частотных зависимостей коэффициента эллиптичности для фиксированного угла θ и дискретных значений фактора F , а именно изменение диэлектрической проницаемости в диапазоне от 1 до 15 и удельной проводимости среды от 10^{-5} до 1.

Численные исследования коэффициентов эллиптичности

Результаты численных исследований частотных зависимостей коэффициентов эллиптичности ЭМВ с правой и левой поляризациями при различных значениях диэлектрической проницаемости приведены на рис. 1. Анализ сечений объемной частотной характеристики показывает, что при малых значениях диэлектрической проницаемости отмечается резкое увеличение кривизны изменения коэффициента эллиптичности, с увеличением значений проницаемости резонанс уменьшается. Пиковое значение коэффициента эллиптичности может достигать 8, что свидетельствует об изменении направления вращения ЭМВ.

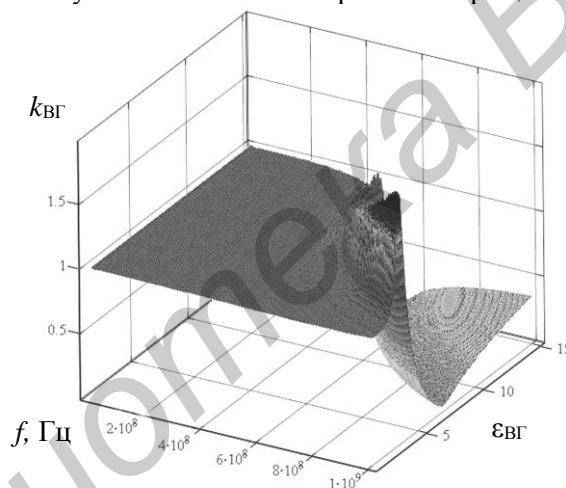


Рис. 1. Трансформация частотной характеристики модуля коэффициента эллиптичности ЭМВ с правой и левой поляризациями при вариации диэлектрической проницаемости анизотропного наполнителя

Результаты численного анализа коэффициентов эллиптичности ЭМВ правой и левой поляризаций при вариациях удельной проводимости анизотропного наполнителя приведены на рис. 2. Анализ объемной частотной характеристики при вариации удельной проводимости среды свидетельствует о возрастании коэффициента эллиптичности при росте численного значения проводимости. Характеристика имеет резонансные свойства, хотя они и проявляются при очень малых ее значениях. А для остальных значений (больших 0) влияние на коэффициент эллиптичности минимально или отсутствует.

Из рис. 3 видно, что с ростом диэлектрической проницаемости наблюдается более резкое изменение отношения коэффициента эллиптичности, а с увеличением удельной проводимости (значения больше 1) отношение коэффициента эллиптичности не изменяется.

Из графиков следует, что существуют отличия распространения волн с противоположными вращением вектора электрической напряженности поля. Из полученных данных можно сделать вывод, что процесс идентификации АСПТ будет более четким при высоких значениях диэлектрической проницаемости и проводимости среды, что свидетельствует об отличии условий распространения волн с ортогональным вращением вектора электрической напряженности поля.

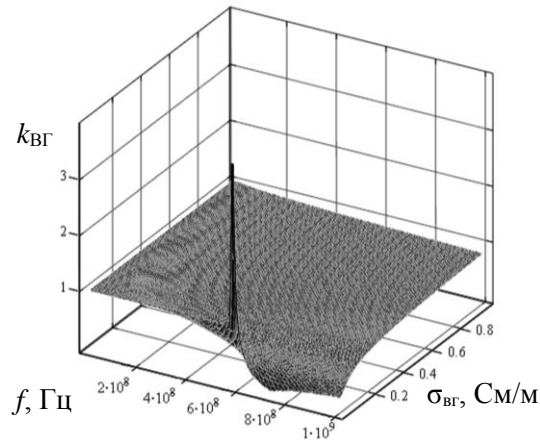


Рис. 2. Трансформация частотной характеристики модуля коэффициента эллиптичности волн с правой и левой поляризациями при вариации удельной проводимости анизотропного наполнителя

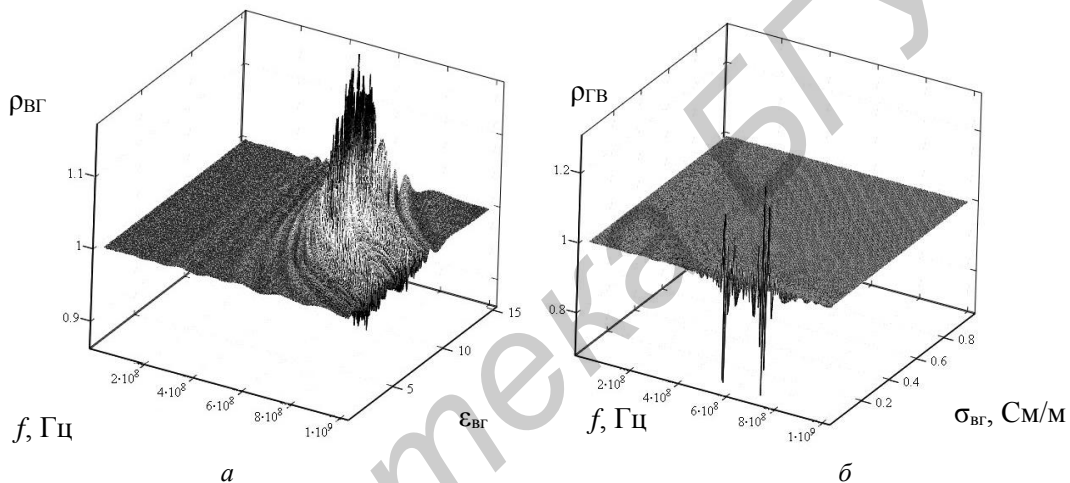


Рис. 3. Трансформация отношения коэффициентов эллиптичности ЭМВ правой и левой поляризаций для проницаемости (а) и проводимости (б) среды для анизотропного наполнителя

Ввиду существенной трансформации коэффициентов эллиптичности циркулярной волны при вариациях углов падения, удельной проводимости и диэлектрической проницаемости ЭМВ в качестве приемной следует использовать сложную антенну, позволяющую регистрировать направление вращения вектора электрической напряженности поля. Один из вариантов реализации метода представлен на рис. 4.

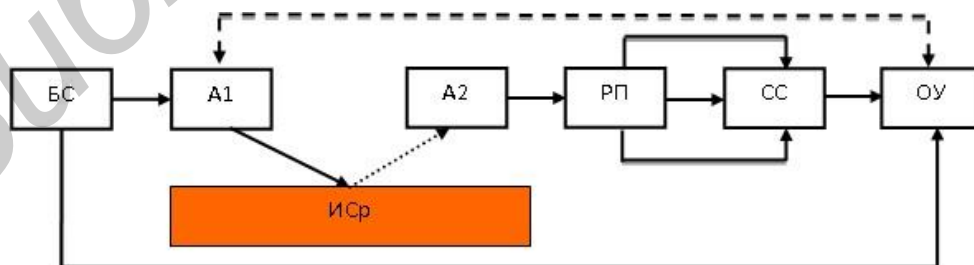


Рис. 4. Схема реализации метода: БС – базовая станция; А1 – передающая антенна с круговой правой и левой поляризациями, А2 – приемная антенна линейной поляризации; РП – разделитель поляризации; СС – схема сравнения; Исп – исследуемая среда; ОУ – окончательное устройство

Схема содержит базовую станцию (БС), сигнал с которой поступает на антенну А1 с круговой поляризацией, с помощью переключателя изменяется направление поляризаций с левой на правую. Отраженный от исследуемой среды сигнал принимается антенной А2, которая имеет линейную поляризацию. Сигнал с антенны А2 поступает на блок разделителя

поляризации, в котором реализуется разделение круговой поляризации на две линейно ортогональные поляризации с последующим определением коэффициентов эллиптичности отраженной волны и их отношения. Далее сигнал проходит через схему сравнения и выводится на оконечное устройство.

Заключение

Представленные в статье результаты численных исследований позволяют проводить оценку трансформаций спектров сигналов, используемых для АСПТ. Для повышения уровня идентификации анизотропных образований плазмаподобного типа необходимо создавать вспомогательный канал, обеспечивающий обработку сверхмалой информации, формируемой малыми электромагнитными полями в АСПТ.

EVALUATION OF CONTRAST ELLIPTICITY COEFFICIENT WHEN CHANGING THE PARAMETERS OF THE ANISOTROPIC ENVIRONMENT

E.Yu. ZAYATS

Abstract

The analysis of the frequency dependence of the ellipticity the left and right waves from the electrodynamic parameters of the anisotropic environment from plasma like type filler was carried out. The results of numerical analysis of the relationship ellipticity coefficient right and left waves for anisotropic filler are given. The regularities of the transformation frequency characteristics at fixed electrodynamic parameters of a stream of particles that penetrate magnetodielectric filler are established. The above results can be used as a basis for the creation of radio systems search and identification of anisotropic irregularities on the underlying background isotropic environment.

Список литературы

1. Качан И.А., Гололобов Д.В. // Матер. 5-ой междунар. молодеж. научн.-техн. конф. «Современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций «РТ-2009», Севастополь, 20–25 апреля 2009 г. С. 306.
2. Завадский С.А. // Матер. 6-ой междунар. молодежной научн.-техн. конф. «Современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций. РТ-2010, Севастополь, 11–15 апреля 2011 г. С. 65.
3. Иванова Е.Ю., Гололобов Д.В., Кирильчук В.Б. // Докл. БГУИР. 2013. № 4 (74). С. 5–9.
4. Иванова Е.Ю., Гололобов Д.В., Кирильчук В.Б. // Докл. БГУИР, 2012. № 6 (68). С. 5–11.

UDC 538.915

ELECTRONIC AND DYNAMICAL PROPERTIES OF BULK AND LAYERED MoS₂

A.V. KRIVOSHEEVA, V.L. SHAPOSHNIKOV, V.E. BORISENKO, J.-L. LAZZARI*

*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics
P. Browka 6, 220013 Minsk, Belarus***Centre Interdisciplinaire de Nanoscience de Marseille (CINaM), Campus de Luminy, Marseille, France**Submitted April, 7, 2014*

Electronic and dynamical properties of MoS₂ are determined by means of theoretical calculations. Various numbers of layers with different thickness of the vacuum layer were considered. We have found that the band gap of bulk MoS₂ is increasing upon decreasing of the number of layers from 0.76 eV up to 1.85 eV, and transforms from indirect to direct one in one-monolayer structure. The influence of vacancies on the electronic properties of MoS₂ is analyzed and its dynamical properties are presented.

Key words: molybdenum disulfide, nanostructure, electronic properties, phonons.

Introduction

Last years new materials like graphene [1] or silicene [2-4] attract special attention due to possibilities of using in nanophotonics [1]. However, while graphene demonstrate preferably metallic behavior, the efforts are concentrated on the search for other 2D materials. The crystal lattice of molybdenum disulfide MoS₂ is similar to the one of graphene, as it has hexagonal structure and consists of alternating S-Mo-S layers attached to each other through Van der Waals forces. Such layers may be used in field-effect transistors, photovoltaic or photocatalytic devices [5, 6]. This material was reported to be semiconductor with an indirect band gap of 1.29 eV [7], whereas the single layer of MoS₂ was described as direct-gap semiconductor with a band gap of 1.8 eV [8]. It was shown that the band gaps in bilayer MoS₂, like in bilayer graphene, could be tuned by external electric fields [9]. Splendiani *et al.* [10] observed a surprising emergence of photoluminescence in MoS₂ layers. This observation was consistent with the theoretical prediction of indirect to direct band-gap transition in going from multilayer to monolayer MoS₂. The latter was predicted to be a direct gap semiconductor ($E_g = 1.72$ eV) [11], while bilayer MoS₂ was found to be an indirect gap compound ($E_g = 1.52$ eV) and the energy band gap of the mono- and bilayer systems decreases upon the application of biaxial strain. Very interestingly, a semiconductor–metal transition was predicted for a tensile strain of about 8 % or a compressive strain of about 15 %. Authors of [12] realized a field-effect transistor with a single, two-dimensional layer of the MoS₂ as a conductive channel which demonstrated mobility, comparable to the achieved in thin silicon films or graphene nanoribbons. They claimed that such device could form the backbone of future electronics based on layered materials in which MoS₂ transistors could be fabricated on insulating boron nitride substrates. In the present work we analyze changes in electronic properties of MoS₂ starting from bulk material and ending by one-monolayer structure. Dispersion of phonon modes for bulk MoS₂ is considered as well.

Details of calculations

The structural optimizations and total energy calculations were performed with the help of the Vienna *ab initio* simulation package (VASP) [13] using density-functional theory (DFT) with projector-augmented wave (PAW)-type pseudopotentials both within generalized gradient approximation (GGA) of Perdew–Burke–Ernzerhof's (PBE) [14] and local density approximation

(LDA), as the latter method gave the lattice parameters closest to experimental data. In our calculations $4p$ semi-core states of Mo were treated as valence. Phonon dispersion curves were determined with the help of *Phonopy* package [15]. The total energy minimization was performed by calculation of Hellmann-Feynman forces and the stress tensor. The atomic relaxation was stopped when forces on atoms were less than 0.01 eV/\AA . The MoS_2 unit cell consists of 2 S-Mo-S monolayers (ML). To study the defect formation, the $1 \times 1 \times n_L$ and $2 \times 2 \times n_L$ cells (where n_L is the number of MLs) were used, while the number of MLs was considered from 1 to 4. The energy cutoff of 520 eV and $16 \times 16 \times 4$ and $6 \times 6 \times 3$ grids of Monkhorst-Pack points were used for calculations of bulk and layered material, respectively. We considered different width of vacuum and found that 15 \AA was quite enough to suppress the influence of neighboring layers. For the band structure plotting we have chosen up to 15 \mathbf{k} -points for each segment along the high-symmetry directions of hexagonal Brillouin zone.

Results

Some of the structures considered in our work are presented at fig. 1. The calculations show all the cases studied being stable. Resulting equilibrium structural parameters for bulk MoS_2 $a = 3.19 \text{ \AA}$ and $c = 13.15 \text{ \AA}$ (GGA) and $a = 3.12 \text{ \AA}$ and $c = 12.15 \text{ \AA}$ (LDA) were obtained, which are rather close to experimental values of $a = 3.16 \text{ \AA}$, $c = 12.29 \text{ \AA}$ [11]. Bulk MoS_2 was found to be an indirect-gap semiconductor with the E_g value of 1.2 eV (GGA) that is in good agreement with experimental gap of 1.23 eV [16] and 0.76 eV (LDA) (fig. 2). However, GGA simulation gave different from LDA results concerning the symmetry of the first transition: according to GGA, the transition occurs between the Γ (the valence band maximum, VBM) and the K (conduction band minimum, CBM) points, whereas LDA demonstrate the gap between the Γ point (VBM) and the point in Γ -K direction (CBM), like it was found in [17] and [18]. When the number of layers is larger than 2ML, a deviation in gap values in supercells becomes smaller and the bands dispersion and extrema location remains practically the same. The quite different situation, nevertheless, general for both approximations, occurs in the case of 1ML cell when VBM and CBM are situated in the K point, thus compound becomes direct gap semiconductor with the band gap of 1.85 eV (LDA) and 1.66 eV (GGA). Such behavior was experimentally observed by means of optical spectroscopy [8] giving the values of direct gap $\sim 1.8 \text{ eV}$ for monolayer MoS_2 and indirect gap of 1.29 eV for bulk material.

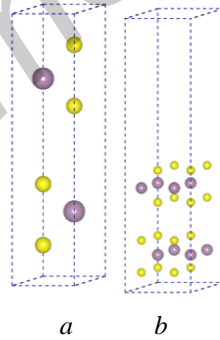


Fig. 1. MoS_2 unit cell (a) and $2 \times 2 \times 1$ supercell with vacuum (b); large balls – molybdenum atoms, small balls – sulfur atoms

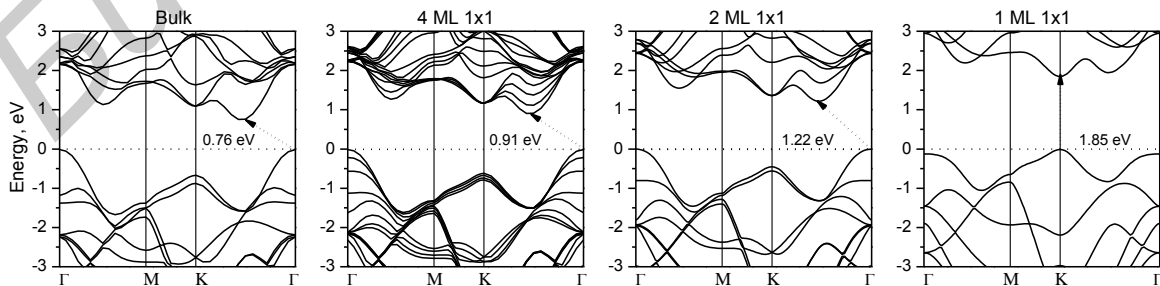


Fig. 2. The band structures of bulk and layered MoS_2 as calculated within LDA approximation

The correct description of the structural parameters is discussable, as the algorithms implemented in VASP completely neglect the van der Waals component of the interlayer interaction.

At the same time the LDA strongly overestimates the covalent part of the interlayer bonding and quite successfully reproduces the geometry and also gives reasonable results for layer phonon modes of different layered materials like graphene. We thus expect that LDA works reasonably well for the interlayer phonons of the MoS₂ [19].

In order to compare the obtained theoretical results with data of Raman spectroscopy [19] the vibrational properties of pure MoS₂ were analyzed. Phonon dispersion curves with the DOS (fig. 3) are found to be in good agreement with presented in [19] theoretical and experimental ones. This confirms that the interlayer interaction is described reasonably well within the used approach (even though it does not describe the proper physics of the interlayer forces). The dispersion phonon curves have three acoustic modes: two in-plane modes – vibrational longitudinal acoustic (LA) and transverse acoustic (TA), and one shear horizontal (ZA) mode, which is very similar to one of the graphene due to point-group symmetry [19].

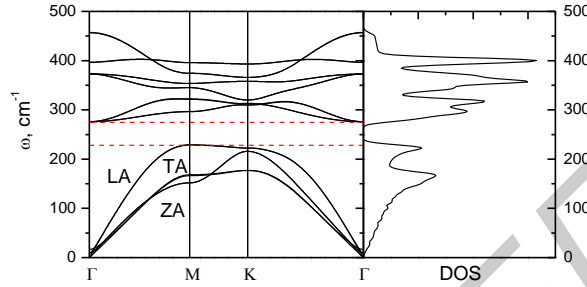


Fig. 3. Phonon dispersion curves and density of states of bulk MoS₂

In order to investigate the effect of sulfur vacancy in MoS₂ four different cases were considered: 1×1×2, 1×1×4, 2×2×2, 2×2×4. Fig. 4 represents the band structures of pure slabs with presented symmetry and the ones of the same slabs, but with one sulfur vacancy, what corresponds to 25, 12.5, 6.25 and 3.125 % vacancy concentrations, respectively.

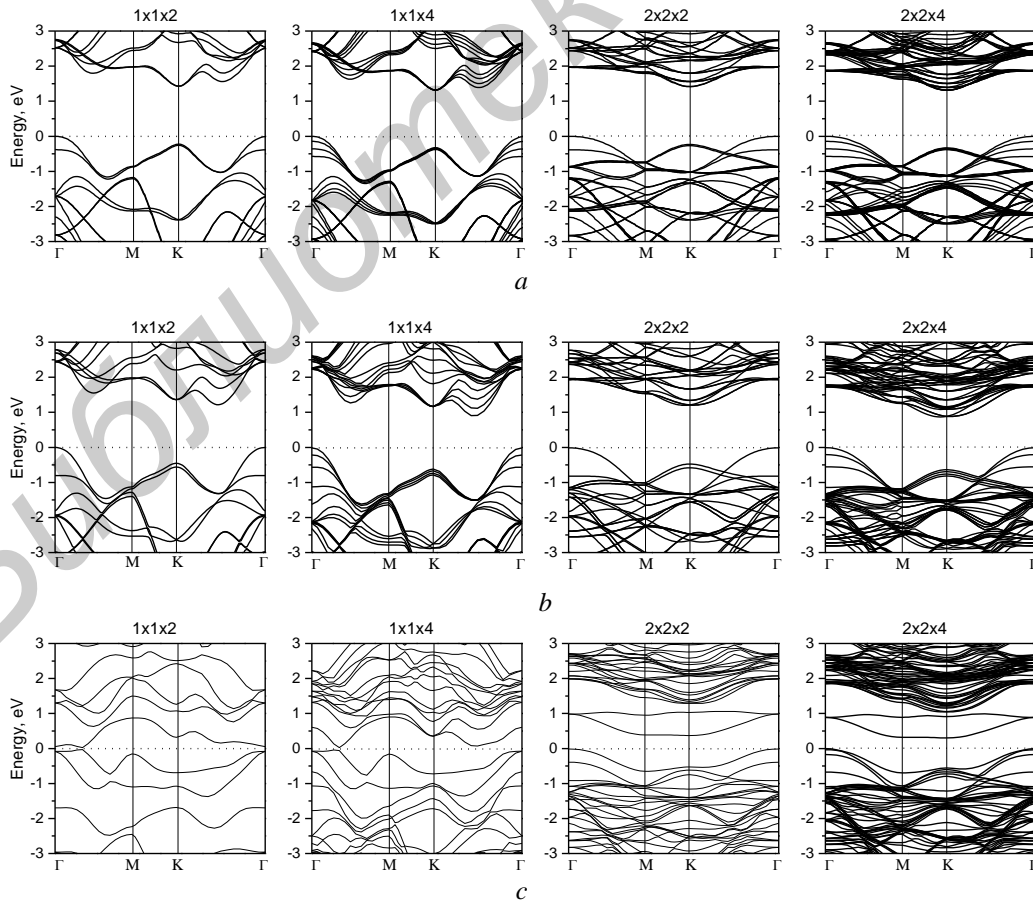


Fig. 4. The band structures of pure MoS₂ supercells, obtained within GGA (a) and LDA (b) approximations and with one S-vacancy in the middle (c) (LDA)

Upon studying the effect of sulfur vacancy in MoS₂ (fig. 4, *b*) it was found that when the sulfur atom was removed from the 1×1×*n_L* cell, it greatly affects the distance between atoms, so the changes occurred in the structure may be traced on band plots (fig. 4, *c*): large vacancy concentration leads to the gapless behavior with severe changes as compared to ideal band structure. Changes upon removing of sulfur atom from 2×2×*n_L* cell look not so drastically independent of whether atom was removed from the top or from the middle of the structure; in this case the vacancy located at the depth does not change the geometry of the slabs. New bands which sizably reduce the band gap appear in the forbidden gap, while the rest of the bands save practically the same dispersion except the upper valence band. The analysis of densities of states has shown that these bands are mainly formed by 4*d*-states of Mo atoms together with 3*p*-states of sulfur atoms, as it was already reported in [20]. An interesting feature is that these additional bands are formed by only neighboring to S vacancy atoms from the same layer.

Conclusion

Electronic and dynamical properties of molybdenum disulfide (MoS₂) were investigated by means of *ab initio* calculations. It was discovered that the decreasing of the slab width up to one monolayer increases the band gap and transforms indirect-gap semiconductor to a direct-gap one. Comparison of electronic properties of MoS₂ with sulfur vacancy in relation to pure MoS₂ has shown tendency to gapless behavior for small (1×1×2) supercells while large supercells (2×2×4) are characterized by the reduced band gap with some additional bands in the forbidden gap area. Thus, observed shrinkage of the energy gap upon vacancy introduction and transformations occurring upon decreasing the number of layers look perspective for band gap engineering. These characteristics and recent successful fabrication of transistors make MoS₂ a promising candidate for future device applications.

The work was done with the financial support of BRFFR-CNRS project № F13F-001 «Fundamental electronic and optical properties of two-dimensional crystals of refractory metal disulfides MoS₂, TiS₂, WS₂, and TaS₂ and associated compounds for nanoelectronic devices based on interference effects».

Literature

1. Geim A.K., Novoselov K.S. // Nature Materials. 2007. Vol. 6. P. 183–191.
2. Lalmi B., Oughaddou H., Enriquez H. et al. // Appl. Phys. Lett. 2010. Vol. 97. P. 22310 (1–4).
3. Feng B., Ding Z., Meng S. et al. // Nano Lett. 2012. Vol. 12. P. 3507–3511.
4. Jamgotchian H., Colignon Y., Hamzaoui N. et al. // J. Phys.: Condens. Matter. 2012. Vol. 24. P. 172001 (1–7).
5. Ayari A., Cobas E., Ogundadegbe O., Fuhrer M.S. // J. Appl. Phys. 2007. Vol. 101. P. 014507 (1–5).
6. Ho W., Yu J.C., Lin J. et al. // Langmuir. 2004. Vol. 20. P. 5865–5869.
7. Gmelin Handbook of Inorganic and Organometallic Chemistry. 8th ed. Vol. B7. Berlin, 1995.
8. Mak K.F., Lee C., Hone J. et al. // Phys. Rev. Lett. 2010. Vol. 105. P. 136805 (1–4).
9. Ramasubramanian A., Naveh D., Towe E. // Phys. Rev. B. 2011. Vol. 84. P. 205325 (1–10).
10. Splendiani A., Sun L., Zhang Y. et al. // Nano Lett. 2010. Vol. 10. P. 1271–1275.
11. Scalise E., Houssa M., Pourtois G. et al. // Nano Res. 2012. Vol. 5. P. 43–48.
12. Radisavljevic B., Radenovic A., Brivio J. et al. // Nature Nanotech. 2011. Vol. 6. P. 147–150.
13. Kresse G., Furthmüller J. // Comput. Mater. Sci. 1996. Vol. 6. P. 15; Phys. Rev. B. 1996. Vol. 54. P. 11169–11186.
14. Perdew J.P., Burke K., Ernzerhof M. // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 77. P. 3865–3838.
15. Togo A., Oba F., Tanaka I. // Phys. Rev. B. 2008. Vol. 78. P. 134106 (1–9).
16. Kam K.K., Parkinson B. // J. Chem. Phys. 1982. Vol. 86. P. 463–467.
17. Cheiwchanchamnangij T., Lambrecht W.R.L. // Phys. Rev. B. 2012. Vol. 85. P. 205302 (1–4).
18. Splendiani A., Sun L., Zhang Y. et al. // Nano Lett. 2010. Vol. 10. P. 1271–1275.
19. Molina-Sánchez A., Wirtz L. // Phys. Rev. B. 2011. Vol. 84. P. 155413 (1–8).
20. Kadantsev E.S., Hawrylak P. // Solid State Communications. 2012. Vol. 152. P. 909–913.

УДК 004.056.5:519.254

МЕТОДИКА НАХОЖДЕНИЯ ЭТАЛОННЫХ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ, ПОЛУЧАЕМЫХ ПРИ СТАТИСТИЧЕСКОМ ТЕСТИРОВАНИИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ КЛЮЧЕЙ

Н.Г. КИВЕЦ, А.И. КОРЗУН

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 31 марта 2013

Предложена методика нахождения эталонных законов распределения вероятностей P -value, получаемых при статистическом тестировании. Проведен анализ результатов тестирования по частотному тесту и тесту на подпоследовательности одинаковых бит системы NIST последовательностей ключей при использовании равномерного закона в качестве эталонного закона распределения вероятностей P -value и при использовании найденных законов распределения P -value.

Ключевые слова: последовательность ключей, статистическое тестирование.

Введение

Практически значимой является задача тестирования последовательностей ключей, применяемых в криптографических системах защиты информации. Получение ключей с хорошими статистическими свойствами не может гарантировать даже использование качественного генератора случайных чисел (ГСЧ). В связи с этим все ключи перед их использованием требуется подвергать статистическому тестированию.

При относительно небольшой длине ключей их статистическое тестирование может привести к неверным результатам, так как распределение тестовой статистики обычно сравнивается не с действительным, а приближительным законом распределения. При обобщении результатов тестирования вероятность принять неверное решение увеличивается. Тесты системы NIST [1] предполагают использование для тестирования последовательностей длиной от 100 бит. Относительно небольшие длины практически используемых ключей, превышающие 100 бит, равны 128 и 256 бит. Ключи длиной 128 бит используются в симметричных алгоритмах шифрования IDEA и AES, ключи длиной 256 бит используются в симметричном алгоритме шифрования ГОСТ 28147-89 [2]. Представляет интерес интерпретация результатов тестирования последовательностей ключей длиной 128 и 256 бит.

Анализ результатов тестирования по методике NIST

Исследование по каждому из тестов последовательности ключей с обобщением результатов по методике NIST [1] включает следующие этапы.

1. Тестирование по тесту каждого ключа последовательности.
2. Формирование массива значений вероятности P -value, полученных при тестировании ключей последовательности.
3. Подсчет частот попадания значений P -value в интервалы L : $l_1 = [0;0,1]$; $l_2 = (0,1;0,2]$; $l_3 = (0,2;0,3]$; $l_4 = (0,3;0,4]$; $l_5 = (0,4;0,5]$; $l_6 = (0,5;0,6]$; $l_7 = (0,6;0,7]$; $l_8 = (0,7;0,8]$; $l_9 = (0,8;0,9]$; $l_{10} = (0,9;1]$.

4. Расчет случайной величины $\chi^2 = \sum_{i=1}^{K+1} \frac{(m_i - s \cdot p_i)^2}{s \cdot p_i}$, где $K + 1$ – количество интервалов

значений P -value, m_i – частота попадания значений P -value в интервал l_i , s – количество значений P -value, равное количеству ключей в последовательности, p_i – вероятность попадания значения P -value в интервал l_i . В случае равномерного распределения P -value для всех интервалов l_i принимают значения $p_i = 1/10$.

5. Расчет вероятности, характеризующей степень соответствия эмпирического закона распределения вероятностей P -value эталонному закону:

$$P\text{-value}_T = \left(\int_{\chi^2/2}^{\infty} t^{\frac{K-1}{2}} e^{-t} dt \right) / \left(\int_0^{\infty} t^{\frac{K-1}{2}} e^{-t} dt \right), \quad (1)$$

где $K = 9$ – число степеней свободы распределения «хи-квадрат».

6. Сравнение значения $P\text{-value}_T$ с уровнем значимости $\alpha = 0,0001$. Если $P\text{-value}_T \geq \alpha$, то делается вывод о том, что последовательность ключей успешно прошла тестирование. Если $P\text{-value}_T < \alpha$, то делается вывод о том, что последовательность ключей не прошла тестирование по данному тесту.

По методике NIST проведено обобщение результатов тестирования по частотному тесту и тесту на подпоследовательности одинаковых бит двух последовательностей по 8000 ключей длины 128 бит, полученных из двух ЭПК (электронных пластиковых карт). В табл. 1 представлены результаты тестирования. Так как все полученные значения $P\text{-value}_T = 0 < 0,0001$, ясно, что ни одна последовательность ключей не прошла тестирование ни по одному тесту. Для наглядности представления полученных данных в табл. 1 содержатся значения относительной частоты попадания значений P -value в интервал P^* . Значения величины P^* рассчитываются по формуле: $p_i^* = m_i / s = m_i / 8000$.

Таблица 1. Результаты тестирования последовательностей ключей длины 128 бит, полученных из двух ЭПК

i	l _i	Частотный тест				Тест на подпоследовательности одинаковых бит			
		ЭПК №1		ЭПК №2		ЭПК №1		ЭПК №2	
		m _i	P _i [*]	m _i	P _i [*]	m _i	P _i [*]	m _i	P _i [*]
1	[0-0,1]	700	0,0875	738	0,0922	823	0,1029	834	0,1043
2	(0,1-0,2]	730	0,0913	750	0,0938	785	0,0981	838	0,1048
3	(0,2-0,3]	1151	0,1439	1140	0,1425	903	0,1129	930	0,1163
4	(0,3-0,4]	760	0,0950	766	0,0957	789	0,0986	786	0,0983
5	(0,4-0,5]	885	0,1106	909	0,1136	781	0,0976	771	0,0964
6	(0,5-0,6]	961	0,1201	1016	0,1270	837	0,1046	862	0,1078
7	(0,6-0,7]	0	0	0	0	565	0,0706	576	0,0720
8	(0,7-0,8]	1051	0,1314	1024	0,1280	881	0,1101	831	0,1039
9	(0,8-0,9]	1159	0,1449	1085	0,1356	945	0,1181	878	0,1098
10	(0,9-1]	603	0,0754	572	0,0715	691	0,0864	694	0,0867
χ^2		1304,4225		1256,2775		134,8825		116,0475	
P-value		0		0		0		0	

По данным табл. 1 построены гистограммы относительных частот P^* для каждой из четырех ключевых последовательностей. Гистограммы представлены на рис. 1, на котором уровни $P^* = 0,1$ показывают ожидаемые значения величины P^* для каждого интервала.

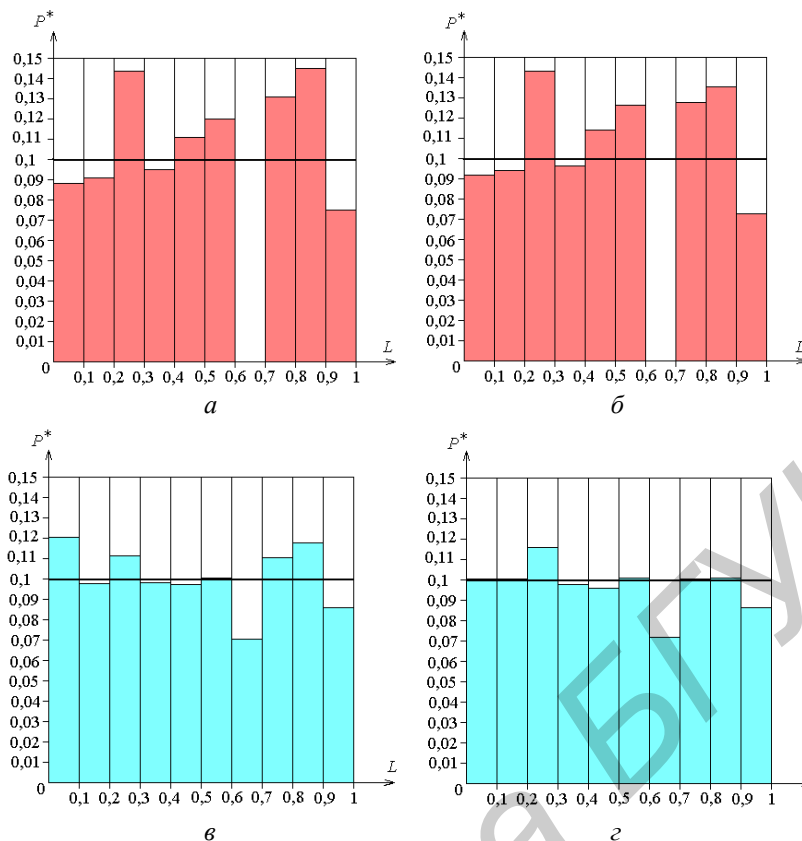


Рис. 1. Гистограммы относительных частот P^* для: a – последовательности ключей, полученной из ЭПК №1 и протестированной по частотному тесту; $б$ – последовательности ключей, полученной из ЭПК № 2 и протестированной по частотному тесту; $в$ – последовательности ключей, полученной из ЭПК № 1 и протестированной по тесту на подпоследовательности одинаковых бит; $г$ – последовательности ключей, полученной из ЭПК №2 и протестированной по тесту на подпоследовательности одинаковых бит

Значения $P\text{-value}_T = 0$ свидетельствуют о том, что либо полученные ключи не пригодны для использования, либо методология имеет изъян. Поскольку ключи были получены от физических ГСЧ, нулевые результаты заставили усомниться в равномерности распределения значений $P\text{-value}$.

Было решено подвергнуть сомнению равномерность распределения значений $P\text{-value}$, получаемых при тестировании последовательностей ключей длиной 128 бит по частотному тесту и тесту на подпоследовательности одинаковых бит по следующим причинам.

1. Получены отрицательные результаты при тестировании всех последовательностей ключей, вырабатываемых физическими ГСЧ.

2. В тестах используется аппроксимация фактических законов распределения количества единиц или количества непрерывных подпоследовательностей бит в ключе нормальным законом.

3. Гистограммы на рис. 1 показывают сходство распределения $P\text{-value}$ для разных ключевых последовательностей при тестировании по одному и тому же тесту.

Таким образом, показано, что следует провести корректировку эталонного закона распределения значений $P\text{-value}$, получаемых при тестировании последовательностей ключей длины 128 бит при тестировании по частотному тесту и по тесту на подпоследовательности одинаковых бит.

Методика нахождения эталонного закона распределения значений $P\text{-value}$

Для нахождения закона распределения значений $P\text{-value}$ при тестировании по некоторому тесту ключей длины n бит необходимо протестировать полный набор 2^n ключей и определить долю значений $P\text{-value}$, принимающих значения из каждого из десяти интервалов

$l_i (i = \overline{1,10})$. Такая задача является трудновыполнимой из-за больших временных затрат, необходимых для тестирования полного набора ключей, который при длине ключа 128 бит равен $2^{128} \approx 3,4028 \cdot 10^{38}$, при длине 256 бит – $2^{256} \approx 1,1579 \cdot 10^{77}$ ключей.

Обычно возможное количество значений вероятности P -value, получаемых при тестировании ключей по данному тесту при заданной длине n , бывает существенно меньше полного набора ключей. Для снижения временных затрат при нахождении эталонных законов распределения вероятностей P -value предложена следующая методика.

1. Формируется массив всех возможных значений P -value для данного теста при заданной длине ключа, которые делятся на 10 групп в зависимости от принадлежности к интервалу $l_i (i = \overline{1,10})$.

2. Определяется вероятность появления каждого значения вероятности P -value.

3. Для каждой группы значений P -value рассчитывается вероятность попадания в данную группу вероятности P -value.

Рассмотрим приложение предложенной методики к частотному тесту и тесту на подпоследовательности одинаковых бит.

В частотном тесте значение вероятности P -value определяется по формуле [1]: $P\text{-value} = \text{erfc}(|S_n|/\sqrt{2n})$, где $\text{erfc}(x)$ – дополнительная функция ошибок; S_n – сумма элементов последовательности, полученной из исходной последовательности нулей и единиц путем замены элемента «0» на элемент «-1»; n – длина битовой последовательности. Количество возможных значений величины $|S_n|$ равно $n/2+1$. Следовательно, имеем $n/2+1$ различных значений вероятности P -value. Вероятность получения значения вероятности

P -value при заданном значении S_n определяется по формулам [3]: $p(S_n) = \binom{n}{\frac{n-S_n}{2}}/2^{n-1}$, если

$S_n \neq 0$, и $p(S_n) = \frac{n!}{(n/2)!(n/2)! \cdot 2^n}$, если $S_n = 0$.

В тесте на подпоследовательности одинаковых бит значение вероятности P -value определяется по формуле [1]: $P\text{-value} = \text{erfc}\left(\frac{|r - 2n\lambda(1-\lambda)|}{2\sqrt{2n\lambda(1-\lambda)}}\right)$, где r – количество непрерывных

подпоследовательностей нулей и единиц, $\lambda = n1/n$ – доля единиц в тестируемой последовательности, содержащей $n1$ единиц. При заданной длине n значение P -value полностью определяется величинами r и $n1$. Величина $r=1$ при $|n1 - n/2| = n/2$ и величина r может принимать значения от 2 до $2 \cdot |n1 - n/2|$ при $|n1 - n/2| \neq n/2$. С учетом того, что вероятность P -value принимает одинаковые значения при $n1 = x$ и $n1 = |n - x|$ при одинаковых

значениях r , то всего имеем $2 \sum_{j=1}^{n/2-1} (2 \cdot j - 1) + n + 1$ разных возможных значений вероятности

P -value для теста на подпоследовательности одинаковых бит. Вероятность получения данного значения P -value, что эквивалентно получению данных значений $n1$ и r , определяется по формулам [3, 4]:

1. $p(n1, r) = 2 \binom{n1-1}{r/2-1} \binom{n-n1-1}{r/2-1} / (2^n)$, если r – четное число;

2. $p(n1, r) = \left[\binom{n1-1}{(r-1)/2} \binom{n-n1-1}{(r-3)/2} + \binom{n1-1}{(r-3)/2} \binom{n-n1-1}{(r-1)/2} \right] / (2^n)$, если r – нечетное число.

В соответствии с предложенной методикой определены вероятности P – вероятности попадания в каждый из интервалов $l_i (i = \overline{1,10})$ значений P -value, получаемых при тестировании

последовательностей ключей длиной 128 бит по частотному тесту и тесту на подпоследовательности одинаковых бит. Полученные значения вероятности P представлены в табл. 2. По данным табл. 2 на рис. 2 построены гистограммы вероятностей P , соответствующих действительным законам распределения P -value для данных тестов.

Таблица 2. Значения вероятностей P

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
l_i	[0-0,1]	(0,1-0,2]	(0,2-0,3]	(0,3-0,4]	(0,4-0,5]	(0,5-0,6]	(0,6-0,7]	(0,7-0,8]	(0,8-0,9]	(0,9-1]
Частотный тест										
p_i	0,0927	0,0920	0,1463	0,0955	0,1098	0,1224	0	0,1323	0,1386	0,0704
Тест на подпоследовательности одинаковых бит										
p_i	0,1006	0,1014	0,1134	0,1022	0,0959	0,1041	0,0719	0,1103	0,1143	0,0860

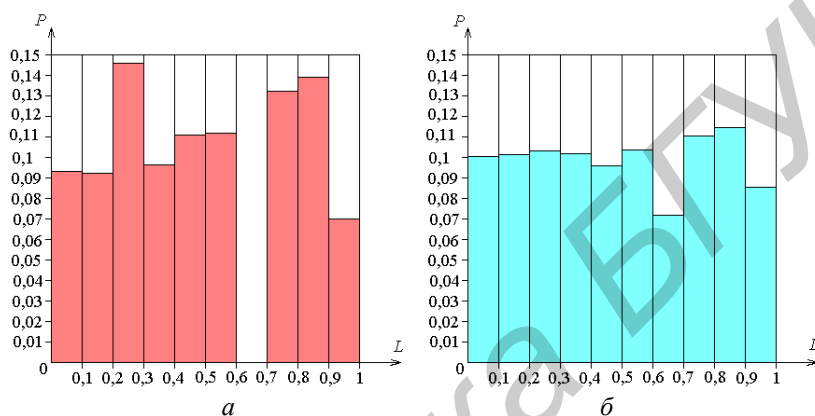


Рис. 2. Гистограммы вероятностей P : а – для частотного теста; б – для теста на подпоследовательности одинаковых бит

Из табл. 2 видно, что в случае тестирования ключей длиной 128 бит по частотному тесту невозможно получение значения P -value из интервала $(0,6;0,7]$. В связи с этим для частотного теста при данной длине ключа следует рассматривать не десять интервалов значений P -value, а девять, исключив из диапазона $[0;1]$ интервал $(0,6;0,7]$. В таком случае при расчете по формуле (1) будем иметь $K = 8$ степеней свободы распределения «хи-квадрат».

Таким образом, получены эталонные законы распределения вероятностей P -value для частотного теста и теста на подпоследовательности одинаковых бит при $n=128$ бит. Выявлено, что данные законы отличны от равномерного. Аналогичным образом получены эталонные законы распределения P -value для последовательностей ключей длиной 256 бит.

Интерпретация результатов тестирования с использованием полученных эталонных законов распределения вероятностей P -value

Для проверки качества ранее полученных последовательностей результаты тестирования по частотному тесту и тесту на подпоследовательности одинаковых бит были интерпретированы с учетом полученных эталонных законов распределения P -value. Результаты расчетов представлены в табл. 3.

Таблица 3. Результаты тестирования последовательностей ключей длиной 128 бит

Название теста	Частотный тест		Тест на подпоследовательности одинаковых бит	
	1	2	1	2
№ ЭПК	1	2	1	2
χ^2	8,2468	5,2488	3,7839	9,3189
P -value _T	0,5095	0,8121	0,9251	0,4084

Из табл. 3 видно, что обе последовательности ключей по обоим тестам прошли тестирование, так как все значения $P\text{-value}_T > 0,0001$. Это свидетельствуют о хороших статистических свойствах исследуемых последовательностей ключей, которые выявляют частотный тест и тест на подпоследовательности одинаковых бит.

Заключение

Таким образом, предложена методика получения эталонных законов распределения значений $P\text{-value}$. Получены эталонные законы распределения значений $P\text{-value}$ для частотного теста и теста на подпоследовательности одинаковых бит при длине ключей $n = 128$ бит и $n = 256$ бит. Показано, что использование равномерного закона распределения в качестве эталонного закона распределения вероятностей $P\text{-value}$ при исследовании последовательностей ключей относительно небольших длин приводит к неверным выводам:

1) последовательности ключей с хорошими статистическими свойствами могут быть забракованы;

2) последовательности ключей с плохими статистическими свойствами могут успешно пройти тестирование.

Использование методики интерпретации результатов тестирования с истинными эталонными законами распределения позволяет получить достоверные результаты. Поэтому методику нахождения эталонных законов распределения вероятностей $P\text{-value}$ целесообразно распространить на другие тесты.

THE TECHNIQUE OF PROBABILITY REFERENCE DISTRIBUTION LAW FINDING AT KEY SEQUENCE STATISTICAL TESTING

N.G. KIYEVETS, A.I. KORZUN

Abstract

The technique of probability reference distribution law finding at statistical testing is offered. The analysis of results of key sequence testing under the frequency test and runs test of system NIST is carried out at use of the uniform law as the probability reference distribution law and at use of the found distribution laws.

Список литературы

1. A statistical test suite for random and pseudorandom number generators for cryptographic applications. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://csrc.nist.gov/publications/nistpubs/800-22-rev1a/SP800-22rev1a.pdf>. – Дата доступа: 13.11.2012.
2. Дихунян В.Л., Шаньгин В.Ф. Электронная идентификация. Бесконтактные электронные идентификаторы и смарт-карты. М., 2004.
3. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М., 1977.
4. Nonparametric Statistical Interference. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://f3.tiera.ru/2/M_Mathematics/MV_Probability/MVsa_Statistics%20and%20applications/Gibbons%20J.%20Nonparametric%20statistical%20inference%20\(Dekker,%202003\)\(ISBN%200824740521\)\(O\)\(672s\)_MVsa_.pdf](http://f3.tiera.ru/2/M_Mathematics/MV_Probability/MVsa_Statistics%20and%20applications/Gibbons%20J.%20Nonparametric%20statistical%20inference%20(Dekker,%202003)(ISBN%200824740521)(O)(672s)_MVsa_.pdf). – Дата доступа: 25.02.2014.

УДК 620.22 – 026.61

ЭКСПРЕСС–ОЦЕНКА ВОЗДЕЙСТВИЯ ИСТОЧНИКОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИМПУЛЬСОВ И ЭЛЕКТРОИСКРОВЫХ РАЗРЯДОВ НА ИМИТАТОРЫ БИОЛОГИЧЕСКИХ ТКАНЕЙ

Я.Т.А. АЛЬ-АДЕМИ, М.В. ДАВЫДОВ, Т.А. ПУЛКО, Н.В. НАСОНОВА, Л.М. ЛЫНЬКОВ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6; Минск, 220013, Беларусь*

Поступила в редакцию 25 июня 2014

Исследовано воздействие импульсного магнитного поля на разработанные образцы имитаторов биологической ткани. Предложена экспериментальная методика экспресс-оценки воздействий электрошоковых разрядов на имитаторы тела человека при использовании различных видов защитных материалов, снижающих уровень воздействия этих разрядов.

Ключевые слова: электромагнитные импульсы, электроискровые импульсы, водосодержащие волокнистые материалы, имитаторы биологических тканей.

Введение

Множество научных и лечебных лабораторий и институтов всего мира занимаются проблемами воздействия магнитных полей на организм человека, но многие вопросы механизма действия магнитных полей остаются неразрешенными. Это обуславливает актуальность разработки материалов, способных имитировать биологические ткани человека для изучения эффектов воздействия магнитных полей на человеческий организм [1].

Существует широкий круг медицинских приборов и устройств, методов диагностики и лечения, способов борьбы с различными медицинскими проблемами, в которых магнитные явления и свойства магнитных материалов с успехом используются и оправданы [2]. Более половины миллиона человек ежегодно проходят лечение по поводу брадикардии путем использования частотно-адаптирующих кардиостимуляторов, имплантируемых в область грудной клетки [3]. Помимо общих рекомендаций пациентам со встроенными кардиостимуляторами, существуют определенные ограничения относительно различных видов транспорта, детектирующих устройств аэропортов, вокзалов, супермаркетов и т.д., а также при использовании бытовой техники и электроискровых разрядов. Поэтому одним из основных направлений разработки систем защиты организма человека от различных воздействий является создание универсальных индивидуальных средств. Целью данной работы являлось исследование электромагнитных воздействий и электроискровых разрядов на имитаторы биологической ткани для выявления наведенных электрических сигналов.

Обоснование проведения исследования

В настоящее время разрабатываются различные методы и средства имитации человеческого тела для применения в качестве заменителей и восстановителей утраченных органов, различных имплантантов. Системы компьютерной имитации тела человека все шире используются для обработки различных хирургических и терапевтических навыков. Использование таких имитаторов позволяет снизить количество лабораторных животных при проведении различных медицинских и биологических исследований, что делает их наиболее популярными в области биологических исследований.

Появляется все более широкий круг изделий медицинского назначения в виде разнообразных сенсоров, имплантантов, вживляемых непосредственно в тело человека, работа которых может быть некорректной под влиянием электромагнитных и электроискровых импульсов (электрошокеры). Имплантация кардиостимулятора проводится путем хирургического вмешательства под местной анестезией. После установки электродов в сердечные мышцы аппарат размещают в «карман» между кожей и мышцей. После проверки работоспособности устройства рану зашивают [4]. С помощью электрокардиостимулятора восстанавливается подача регулярных электрических импульсов к сердечной мышце. Все стимуляторы обычно защищены от различного вида электромагнитных воздействий. Однако часть технологического оборудования, систем транспорта, связи являются источниками сильных электрических или магнитных полей. Имеется целый ряд условий пользования различного вида бытовой техники лицами, которым имплантирован кардиостимулятор.

Одной из таких мер рекомендовано использование сохранения минимального расстояния между помехой и устройством. Например, при пользовании мобильным телефоном сохранять расстояние не менее 15 см от стимулятора. Пользователям таких устройств не следует пользоваться электронными весами для определения массы жира в организме, электрошокерами, находиться вблизи передающих антенн, линий электропередач, трансформатора, средств электродуговой сварки [5]. Однако соблюдение всех этих условий предосторожности ограничивает людей с имплантантами различного рода в их повседневной жизни. Поэтому крайне важно разработать такие имитаторы биологической ткани, которые позволяли бы не только имитировать импедансные характеристики тканей человека при проведении различных исследований, но и обладать экранирующими свойствами при воздействии магнитных полей различной природы на организм человека.

Методика проведения эксперимента

На основе анализа полученных результатов измерения удельной проводимости образцов [6] и литературных данных по электрическим свойствам биологических тканей человеческого тела были выбраны образцы, наиболее соответствующие тканям тела человека. Для имитации свойств биологических тканей были выбраны волокнистые матрицы на основе целлюлозы со средним размером пор порядка десятков микрон. Выбранный материал имеет упорядоченную структуру пор, удержание жидкости в его объеме происходит за счет капиллярных сил и высоких гигроскопических свойств компонентов раствора. В качестве заполняющих жидкостей использовались водные растворы солей металлов. В составе сформированной матрицы содержится большое количество объемов связанной воды, разделенной диэлектрическими прослойками, что имитирует клеточную структуру тканей организма. Состав раствора, степень заполнения пространства пор в матрицах и структура пор обуславливают электрические параметры разрабатываемых материалов. Использование предложенных растворов позволяет повысить сроки использования разрабатываемого модуля до нескольких лет [7].

Проводилось исследование имитаторов биологических тканей проводами с использованием разработанной методики оценки воздействий магнитных импульсов на плотность тока, возникающего в образцах (рис. 1). Индуктор устанавливали на расстоянии 5, 10, 15 и 20 мм от исследуемого имитатора.



Рис. 1 Структурная схема установки для измерений влияния импульсного магнитного поля на образцы

Проводилось экспериментальное исследование оценки воздействий разрядов электрошокера на имитатор биологической ткани в виде пропитанного водой образца целлюлозы толщиной 1,5 мм. В качестве защитных слоев (имитаторов одежды) использовались такие материалы как двухслойный материал для вакуумной упаковки продуктов в виде комбинированной пленки «лавсан–полиэтилен»

толщиной 0,3 мм и сухая целлюлоза (бумага) толщиной от 1 до 2,5 мм.

На основании того, что функционирование электрошоковых устройств основано на полном соответствии их основных параметров регламентирующими документами (ГОСТ 50 940-56) для проведения экспериментов по определению воздействия электрошоковых разрядов использовали экспериментальную методику согласно структурной схеме, представленной на рис. 2.



Рис. 2 Структурная схема установки для измерений влияния электрошоковых разрядов на образцы

Обсуждение результатов

На рис. 3 представлены осциллограммы импульсного напряжения, возникающего на электродах, при воздействии импульсного магнитного поля 0,8 Тл на образце водосодержащей целлюлозы. В результате проведенных исследований были получены экспериментальные значения импульсного напряжения на имитаторе серого вещества мозга и их расчетные значения напряженности поля (табл. 1, 2).

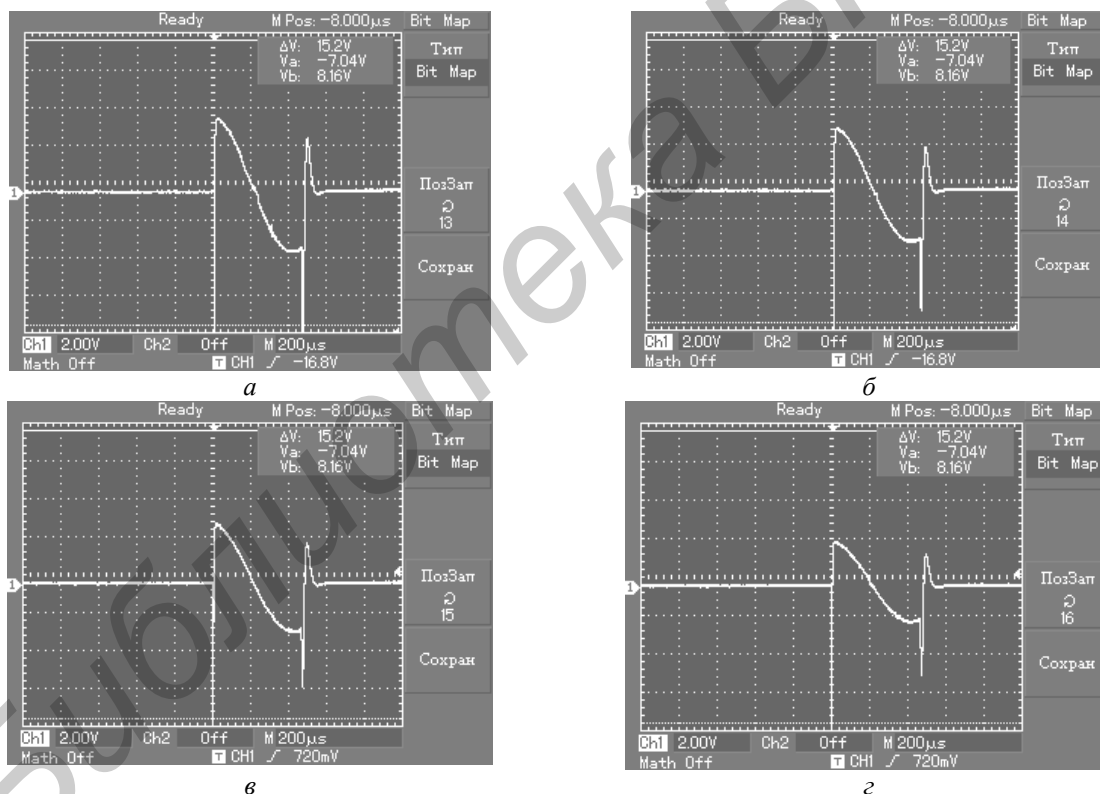


Рис. 3 Осциллограмма импульсного напряжения, возникающего на электродах при воздействии магнитного поля 0,8 Тл на образец, имитирующего серое вещество мозга: а – расстояние от индуктора 5 мм; б – расстояние от индуктора 10 мм; в – расстояние от индуктора 15 мм; г – расстояние от индуктора 20 мм

Таблица 1. Экспериментальные значения импульсного напряжения в имитаторе серого вещества мозга

Образец	U, В			
	5 мм	10 мм	15 мм	20 мм
Водосодержащая целлюлоза	7	6	5,5	4,2

Таблица 2. Расчетные значения напряженности поля в имитаторе серого вещества мозга

Образец	E, В/м			
	5 мм	10 мм	15 мм	20 мм
Водосодержащая целлюлоза	140	120	10	84

Исследование имитаторов биологических тканей с использованием разработанной методики оценки воздействий магнитных импульсов на плотность тока, возникающего в образцах, проводилось посредством индуктора, устанавливаемого на расстоянии 5, 10, 15, 20 мм от исследуемого имитатора. На рис. 4 представлен график зависимости рассчитанных значений плотности тока в исследуемом имитаторе.

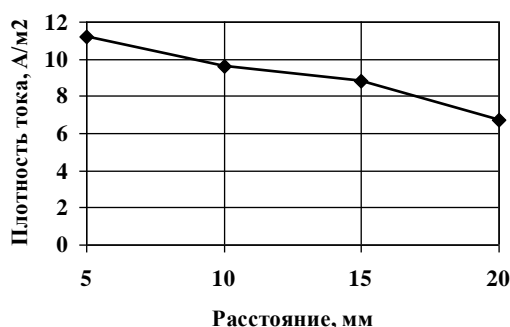


Рис. 4 Расчетные значения плотности тока в образцах, имитирующих серое вещество мозга

В табл. 3 представлены экспериментальные результаты значений напряжения на обратной стороне водосодержащего образца из целлюлозы в зависимости от толщины защитного слоя из сухой целлюлозы.

Таблица 3. Экспериментальные результаты значений напряжения на обратной стороне водосодержащего образца из целлюлозы

Биологическая ткань	σ	Образец	Z	σ
Белое вещество мозга	0,062574	Водосодержащая целлюлоза	19700	0,050761

Получены осциллограммы импульсного напряжения возникающего при воздействии электрошокового разряда на электродах на имитатор при длительности импульсов 40 микросекунд, частотой следования 25 кГц и напряжением ≈ 50 кВ (рис. 5).

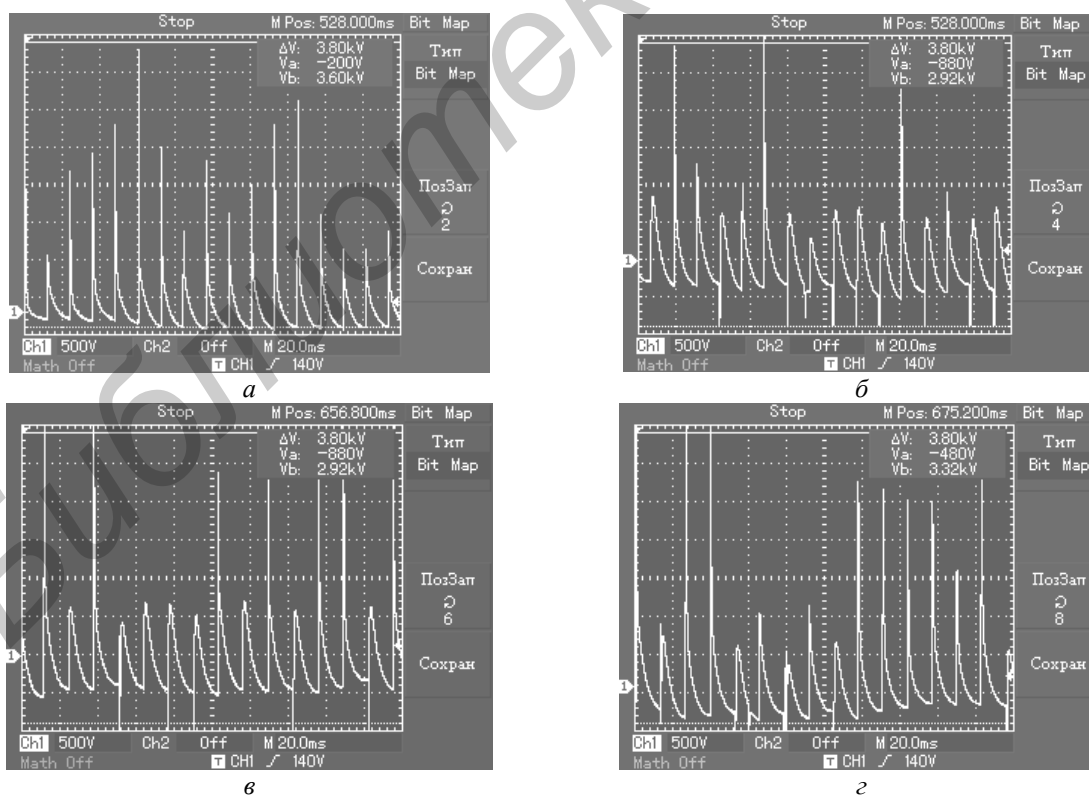


Рис. 5 Осциллограммы импульсного напряжения возникающего при воздействии электрошокового разряда на электродах: а – толщина защитного слоя сухой бумаги 1 мм, б – толщина защитного слоя сухой бумаги 1,5 мм, в – толщина защитного слоя сухой бумаги 2 мм, г – толщина защитного слоя сухой бумаги 2,5 мм

В результате проведения экспериментальных исследований показано, что при использовании имитаторов биотканей на основе водосодержащей целлюлозы толщиной 1,5 мм наблюдается снижение воздействующего электрошокового импульсного напряжения от 50 до 3 кВ. При этом использование дополнительных защитных слоев из сухой целлюлозы толщиной 2,5 мм приводит к снижению напряжения до 1 кВ. При использовании 2-слойной пленки «лавсан–полиэтилен» на поверхности исследуемого водосодержащего образца целлюлозы, на его обратной стороне электрические сигналы не фиксировались.

На рис. 6 представлена схема конструкции защитного модуля, встраиваемого в чехол из различных материалов, например из хлопчатобумажной ткани 4. Для изготовления такой конструкции защитный модуль представляет собой два слоя целлюлозы в виде водосодержащего плотного картона 2, разделяемого металлической фольгой 3 (алюминий). Разработанный защитный модуль, может быть использован в качестве пассивного средства, которое позволяет одновременно снизить уровень воздействия излучений мобильных телефонов и последствий электрошокового разряда.

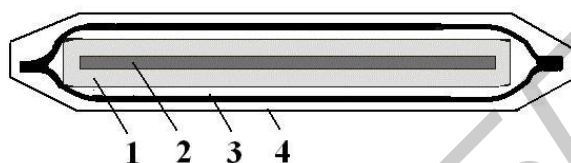


Рис. 6. Индивидуальное средство защиты организма человека со встроенным защитным модулем

Заключение

Результаты данных исследований позволяют предложить экспериментальную методику экспресс–оценки воздействий электрошоковых разрядов на имитаторы тела человека, при использовании различных видов защитных материалов, снижающих уровень воздействия этих разрядов.

Разработанные образцы, как модели биологических тканей могут найти применение для определения силы стимулирующего воздействия импульсных магнитных полей во многих значимых областях деятельности.

В медицинской практике данный подход позволит оценить степень воздействия на биологические ткани при проведении диагностики методом ядерно-магнитного резонанса и диагностики нервной проводимости методами вызванной электромиографии, а также при проведении транскраниальной магнитной стимуляции мозга человека.

Разработанные образцы имитаторов могут применяться в качестве элементов специальной защитной одежды от воздействий на организм человека: как излучений мобильного телефона, так и электрошоковых разрядов. Может быть предложен, например, пользователям электрокардиостимуляторов различных типов и лицам, для которых существует риск получения электрошокового разряда как в область спины, так и в область грудной клетки.

RAPID IMPACT ASSESSMENT OF THE SOURCES OF ELECTROMAGNETIC PULSES AND ELECTRIC SPARK DISCHARGE ON SIMULATORS OF BIOLOGICAL TISSUES

Y.T.A. AL-ADEMI, M.V. DAVYDOV, T.A. PULKO, N.V. NASONOVA, L.M. LYNKOV

Abstract

Effects of pulsed magnetic field on developed samples of models of biological tissue are examined. Experimental methodology for rapid assessment of stun effects of discharges on replicas of the body, using different types of protective materials, reduces the impact of these discharges is proposed.

Список литературы

1. *Савостьяник С.А., Спас В.В., Якубцевич Р.Э. и др.* // Медицинские новости. 2010. №12. С. 11–18.
2. *Улащик В.С.* // Здоровоохранение. 2009. № 2. С. 4–10.
3. *Шевченко Н.М.* Кардиология. Москва. 2006.
4. *Туров А.Н.* Жизнь с электрокардиостимулятором: памятка пациенту. Новосибирск, 2013.
5. *Вотчал Ф.Б., Костылева О.В.* // Вест. аритмологии. 2004. №35. С. 74–80.
6. *Пулко Т.А., Насонова Н.В., Давыдов М.В. и др.* // Биомедицинская радиоэлектроника. 2011. № 3. С. 9–15.
7. *Пулко Т.А., Альябад Х.М., Насонова Н.В.* // Инж. вест. 2010. № 2 (30). С. 32–34.

Библиотека БГУИР

УДК 661.717.52–021.465

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА ПРОИЗВОДСТВА КАРБАМИДА

И. КАРРАСКЕЛЬ, И.Ф. КУЗЬМИЦКИЙ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь*

*Белорусский государственный технологический университет
Свердлова 13А, Минск, 220006, Беларусь*

Поступила в редакцию 17 апреля 2014

Идентификация нелинейной системы с помощью модели Вольтера-Лагерра – это метод, который позволяет оценить динамические коэффициенты ряда Вольтерра, применяя свойства ортогональных функций Лагерра. На основе экспериментальных данных входа-выхода процесса производства карбамида, оцениваются коэффициенты рядов Вольтерра посредством фильтров Лагерра и метода наименьших квадратов.

Ключевые слова: математическая модель, идентификация систем, карбамид, ряды Вольтерра, фильтр Лагерра.

Введение

Многие промышленные процессы имеют нелинейные характеристики, а основная часть методов идентификации основывается на том, что системы являются линейными. Для незначительных нелинейностей линейаризация динамического процесса в области интервала эксплуатации удовлетворяет предъявляемым требованиям. Если случаются большие отклонения интервала эксплуатации, тогда модель должна быть изменена. Если необходимо выполнять эту операцию часто, то использование таких методов является неудобным. Другим случаем сложности в системах идентификации является наличие большего количества оборудования с изменяющимися нагрузками, а также различные интервалы их эксплуатации.

Одной из наиболее популярных структур идентификации нелинейных систем являются модели в виде усеченных рядов Вольтерра [1]. Эти ряды – обобщенное представление ответа на линейный импульс или свертки входа-выхода. Ряды Вольтерра полезны для теоретического и качественного понимания нелинейной динамики, хотя формально в процессе идентификации может быть большое количество коэффициентов идентификации [1, 2].

В этой работе используются ряды Вольтерра на основе сети фильтров Лагерра. Использование сети фильтров позволяет уменьшить количество коэффициентов рядов Вольтерра. Преимущество предложенной модели заключается в том, что она линейна относительно параметров, и они могут быть оценены посредством метода наименьших квадратов.

Теоретический анализ идентификации систем методом модели Вольтерра-Лагерра

В данной работе будет произведен расчет динамических параметров реактора карбамида. Ограничим нелинейную систему моделью Вольтерра вторым порядком следующего вида [2]:

$$y(k) = \sum_{i=0}^{N-1} h_1(i)u(k-i) + \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} h_2(i,j)u(k-i)u(k-j), \quad (1)$$

где N – количество динамической памяти системы, h_1, h_2 – ядра ряда Вольтерра, $y(k)$ – выход нелинейной системы и u – вход системы.

Выход фильтра Лагерра запишем следующим выражением [1]:

$$y(Z) = \left(\sum_{i=1}^{NF} c_i L_i \right) u(Z), \quad (2)$$

где L_i – выход фильтра Лагерра, c_i – коэффициенты фильтры и Z – аргумент.

Представление фильтров Лагерра в интервале времени – непростая задача, поэтому уравнение (2) плоскости Z – более удобная форма. Сначала работают фильтры в плоскости Z , а затем берется обратное преобразование для работы в дискретном времени.

Принимая во внимание, что ядра ряда Вольтерра являются суммируемыми в интервале $[N-1]$, они могут быть аппроксимированы, используя ортогональную основу $\varphi_{ki}(mi)$ обобщенных многочленов Лагерра измерений NF , которые независимы линейно. Применяя определения [3], модель Вольтерра–Лагерра для нелинейной системы второго порядка будет выражена следующими формулами:

$$y(k) = y^1(k) + y^2(k), \quad (3)$$

$$y(k) = \sum_{k_1=1}^{NF} C_1(k_1) L_{k_1}(k) + \sum_{k_1=1}^{NF} \sum_{k_2=1}^{k_1} C_2 L_{k_1}(k) L_{k_2}(k), \quad (4)$$

$$L_{k_i}(k) = \sum_{m_i=0}^{NS-1} \varphi_{k_i} u(k-m_i), \quad (5)$$

где $y(k)$ – выход системы, $y^1(k)$ – линейный выход системы, $y^2(k)$ – квадратичный выход системы, φ_{ki} – ортогональная основа Лагерра, NS – число выборок эксперимента [4, 5].

Аналогично (3) и (4) можно сказать, что модель Вольтерра–Лагерра для системы ММО (англ. Multiple Input Multiple Output), процесса производства карбамида, выражена следующим уравнением [2, 6, 7]:

$$y_i(k) = y_1^1(k) + y_1^2(k) + y_2^1(k) + y_2^2(k) + \dots + y_r^1(k) + y_r^2(k); i = 1, 2, \dots; r = 1, 2, \dots; \quad (6)$$

где i представляет количество выходов, а r – входов.

Можно описать модель системы в соответствии с [8] как:

$$y_m(k) = H\theta, \quad (7)$$

где y_m – выход модели, H – матрица известных значений и θ – матрица неизвестных параметров.

Ошибку идентификации запишем в виде [1]:

$$e(k) = y(k) - y_m(k), \quad (8)$$

или в форме квадратичной целевой функции:

$$J(k) = \frac{1}{2} e^T(k) e(k). \quad (9)$$

Подставляя уравнение (7) в уравнение (8) и минимизируя квадратичную ошибку (9) посредством $dJ/d\theta = 0$, получаем, что коэффициенты динамической системы определяются:

$$\theta = (H^T H)^{-1} H^T y(k). \quad (10)$$

Результаты идентификации и моделирования

Функциональная схема процесса производства мочевины, используемой как азотное удобрение (также называемое карбамидом) показано на рис. 1 [9], а схема взаимодействий сигналов входа-выхода представлена на рис. 2, а на рис. 3 и 4 – временные характеристики.

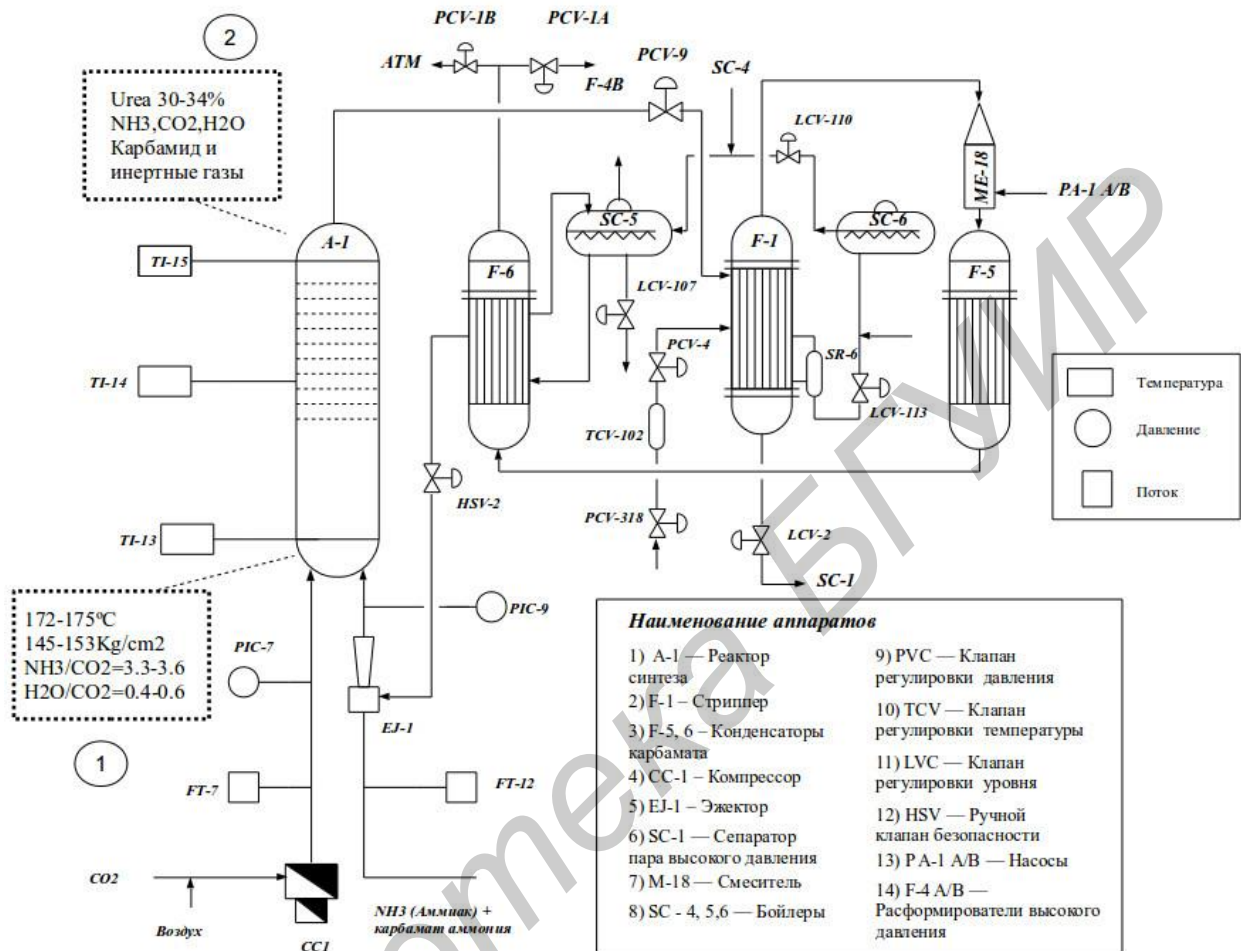


Рис. 1. Синтез производства карбамида

Номерам каналов [9] на рис. 2 соответствуют следующие экспериментальные временные характеристики на рис. 3 и 4. На входе: канал 1 – поток FT_{7} , канал 2 – поток FT_{12} , канал 3 – давление PIC_{7} , канал 4 – давление PIC_{9} , канал 5 TI_{13} – температура на входе реактора карбамида. На выходе: UREA – процент концентрации мочевины на выходе реактора и REND – процент эффективности реактора.

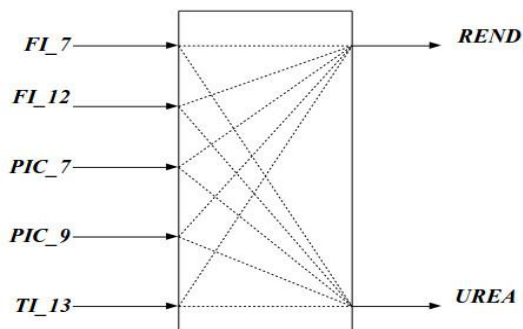


Рис. 2. Взаимодействие входных/выходных сигналов процесса производства карбамида

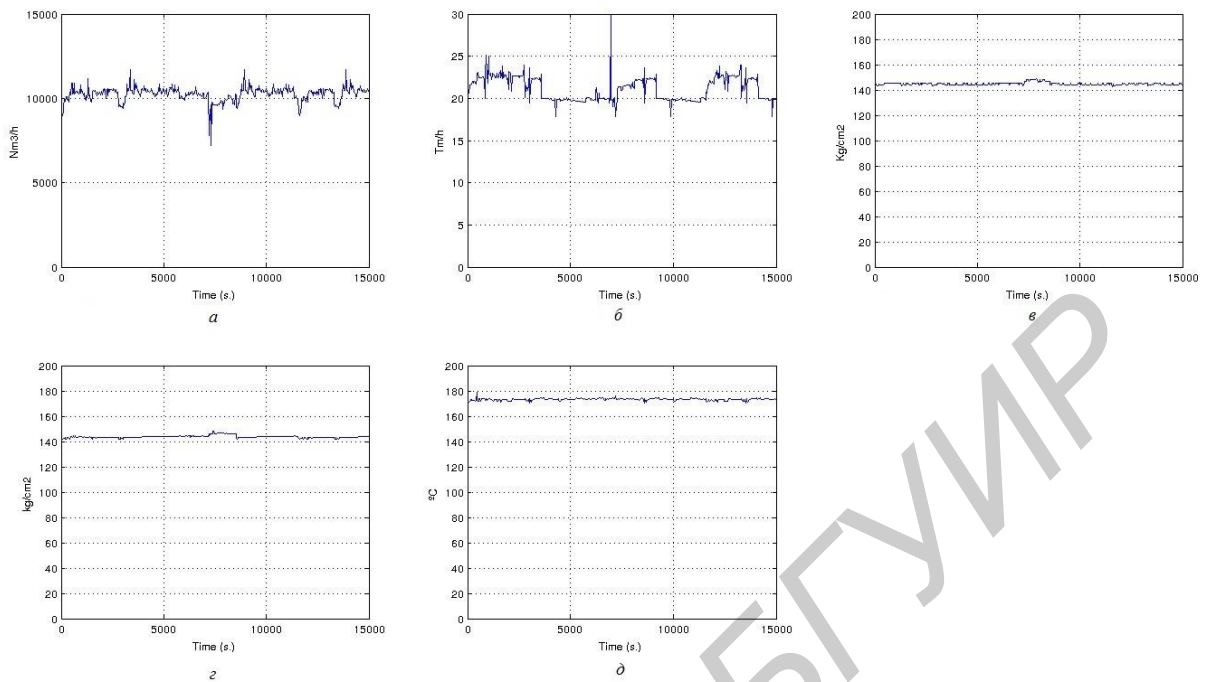


Рис. 3. Входные сигналы. *a* – поток двуокиси углерода CO_2 + воздух; *б* – поток аммиака NH_3 + карбамат рециркуляции; *в* – давление двуокись углерода CO_2 + воздух; *г* – давление аммиака NH_3 + карбамат рециркуляции; *д* – температура реактора на входе

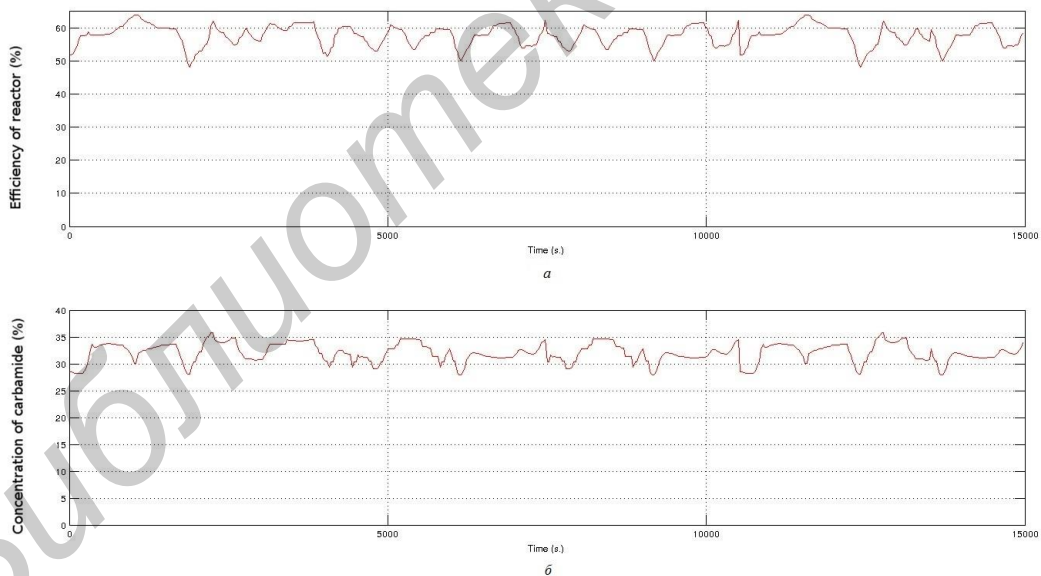


Рис. 4. Выходные сигналы: *a* – процент эффективности реактора; *б* – процент концентрации карбамида

Используем модель идентификации процесса в виде:

$$y_1(k) = \sum_{r=1}^{Nu} \sum_{i=1}^{NF} c_1(i)^{1,r} [l_i(k)]_r + \sum_{r=1}^{Nu} \sum_{i=1}^{NF} \sum_{j=1}^i c_2(i, j)^{1,r} [l_i(k)]_r [l_j(k)]_r, \quad (11)$$

$$y_2(k) = \sum_{r=1}^{Nu} \sum_{i=1}^{NF} c_1(i)^{2,r} [l_i(k)]_r + \sum_{r=1}^{Nu} \sum_{i=1}^{NF} \sum_{j=1}^i c_2(i, j)^{2,r} [l_i(k)]_r [l_j(k)]_r, \quad (12)$$

где $y_1(k)$ – процент эффективности на выходе реактора, $y_2(k)$ – процент концентрации карбамида. Индекс r имеет отношение ко входу системы, c – коэффициент Лагерра, $l_i(k), l_j(k)$ – фильтры Лагерра (5).

Эти уравнения описывают динамические характеристики процесса производства карбамида, используя критерий уравнения (10). Обработка экспериментальных данных (рис. 3 и 4) на основе приближенных уравнений позволила найти численные значения коэффициентов, которые приведены в табл. 1.

Таблица 1. Полученные коэффициенты в процессе идентификации для сигнала эффективности реактора

Коэффициенты	Входы (r)				
	1 – (FI-7)	2 – (FI-12)	3 – (PIC-7)	4 – (PIC-9)	5 – (TI-13)
$C_1(1)^{1,r}$	-0,06	49,17	-160,12	105,17	42,30
$C_1(2)^{1,r}$	-0,07	99,82	-66,62	91,25	-29,68
$C_1(3)^{1,r}$	-0,06	51,17	5,43	40,33	-42,10
$C_1(4)^{1,r}$	-0,05	8,48	27,78	-0,97	-20,62
$C_1(5)^{1,r}$	-0,02	0,59	9,73	-3,86	-3,91
$C_2(1,1)^{1,r}$	0	-0,39	0,19	-0,12	-0,04
$C_2(2,2)^{1,r}$	0	-0,80	0,07	-0,10	0,02
$C_2(3,3)^{1,r}$	0	-0,41	-0,01	-0,04	0,04
$C_2(4,4)^{1,r}$	0	-0,07	-0,02	-0,003	0,02
$C_2(5,5)^{1,r}$	0	-0,01	-0,01	0,002	0,003

Таблица 2. Полученные коэффициенты в процессе идентификации для сигнала концентрации карбамида

Коэффициенты	Входы (r)				
	1 – (FI-7)	2 – (FI-12)	3 – (PIC-7)	4 – (PIC-9)	5 – (TI-13)
$C_1(1)^{2,r}$	-0,06	44,84	-168,36	219,63	-44,21
$C_1(2)^{2,r}$	-0,06	82,03	-72,82	105,67	-33,97
$C_1(3)^{2,r}$	-0,09	47,62	-24,71	40,34	-14,67
$C_1(4)^{2,r}$	-0,05	14,25	-4,82	7,09	-0,33
$C_1(5)^{2,r}$	-0,01	2,55	-4,29	1,34	2,93
$C_2(1,1)^{2,r}$	0	-0,36	0,20	-0,26	0,04
$C_2(2,2)^{2,r}$	0	-0,66	0,08	-0,12	0,03
$C_2(3,3)^{2,r}$	0	-0,38	0,02	-0,04	0,01
$C_2(4,4)^{2,r}$	0	-0,11	0,01	-0,01	0
$C_2(5,5)^{2,r}$	0	-0,01	0,01	-0,001	-0,003

При моделировании с двумя фильтрами Лагерра получается, что значения квантификаций MSE, RMSE, FIT (Best Fit) и VAF (Variance Accounted for Value) [10] являются намного ниже ожидаемых, чтобы использовать эти параметры, как результативные для обоснования модели. Повышая количества фильтров Лагерра до трех, видим улучшение параметров. Наилучшие результаты были получены, когда использовали пять фильтров Лагерра. Повышение количества фильтров Лагерра требует большого объема вычислений.

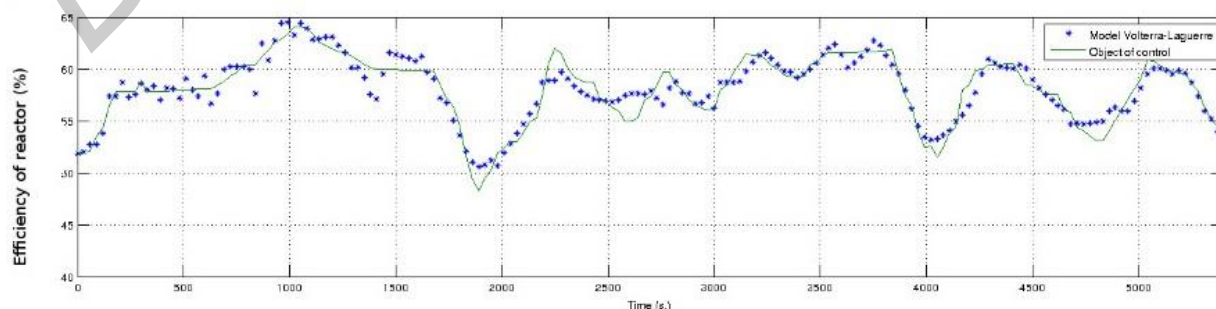


Рис. 5. Эффективность реактора карбамида. Выходные сигналы реального объекта (–) и модели (*)

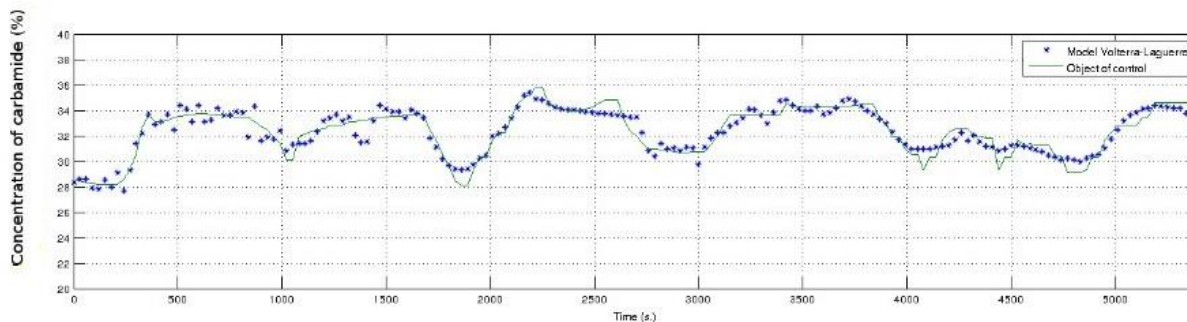


Рис. 6. Концентрация карбамида на выходе реактора. Выходные сигналы реального объекта (—) и модели (*)

На рис. 5 и 6 показаны результаты на основе моделей в сравнении с реальными значениями процесса. Рисунки свидетельствуют о высокой точности аппроксимации экспериментальных данных. Анализ полученной модели выполнен с помощью расчета MSE, RMSE, FIT и VAF.

Заключение

В этой работе использовалась структура Вольтерра-Лагерра для описания производства карбамида в условиях температуры 172–175 °С, давления 145–153 кг/см², потока 3,3–3,6. Параметры нелинейной системы оценены посредством наименьших квадратов. Полученные результаты соответствуют реальным значениям, что позволяет использовать предложенную модель Вольтерра-Лагерра для идентификации процесса производства карбамида.

IDENTIFICATION AND QUALITATIVE ESTIMATION OF DYNAMIC PARAMETERS FOR CARBAMIDE PRODUCTION PROCESS

H. CARRASQUEL, I.F. KYZMITSKI

Abstract

The identification of nonlinear systems using Volterra-Laguerre model is a method for estimating the dynamic coefficients of Volterra series. On base of experimental input-output data from carbamide production process, the estimation of coefficients will be using Laguerre filters and method of lest squares.

Список литературы

1. *Montazeri A., Mahmoodi S.* Adaptive Volterra-Laguerre modeling for NMPC. Iran – Petroleum Institute.
2. *Doyle III F.J., Pearson R.K., Ogunnaike B.A.* Identification and control using Volterra models. London, 2003.
3. *Medina C.* Identification of nolinear systems using Volterra-Laguerre series. Peru, 2011.
4. *Gunther J., Lopez R.* Blind input, initial state and system identification of SIMO laguerre systemes. USA, 2004.
5. *Wang L.* Model predictive control system design and implementation using MATLAB. London, 2009.
6. *Dale A.S.* Identification of nolinear control models using Volterra-Laguerre series. Agust, 2010.
7. *Oliveira T.* Laguerre Filters. An introduction. Janeiro, 1995.
8. *Toth R.* Modeling and implementation of linear parameter-varying systems. Netherlands, 2008.
9. Руководство для определения процессов производства мочевины установки 301-А.
10. *Zhang H., C M.* Laguerre-Volterra observer-controller design and its applications. Seoul, 2008.

УДК 621.762

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПОЛУЧЕНИЯ ПОРИСТОГО МАТЕРИАЛА, СОДЕРЖАЩЕГО ЧАСТИЦЫ ДИОКСИДА ТИТАНА, ДЛЯ ФОТОКАТАЛИТИЧЕСКОЙ ОЧИСТКИ ВОДЫ

Л.П. ПИЛИНЕВИЧ., Е.М. ХАРУК

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 6 октября 2013

Приведены результаты исследований изготовления пористых проницаемых материалов для фотокаталитической очистки жидкостей и газов. Показано, что наиболее эффективным способом является метод химического окисления, который позволяет получать на поверхности пористых материалов из титана слой диоксида титана со структурой анатаза (~ 100 %).

Ключевые слова: пористые проницаемые материалы, фотокатализ, диоксид титана, вода.

Введение

Диоксид титана (TiO_2) является одним из наиболее эффективных катализаторов для очистки жидкостей и газов [1–3]. В работе приведены результаты экспериментальных исследований способов получения пористых элементов, содержащих на поверхности пор частицы диоксида титана для фотокатализатора. Очистка и обезвреживание воды от загрязнений, содержащих различные органические вещества и их соединения, вирусы и бактерии, является одной из основных проблем, стоящих перед мировым сообществом. Анализ методов очистки и обезвреживания воды показал, что наиболее эффективным методом является очистка с помощью фотокатализатора на основе диоксида титана [3–5]. Так, например, сообщается, что в облучаемых суспензиях TiO_2 окислительному процессу подвержены практически любые органические соединения. Анализ современных информационных источников показывает, что совершенствованию схем УФ-обезвреживания воды сейчас уделяется большое внимание. С целью определения возможности использования УФ-методов и УФ-технологий на государственном уровне во многих странах ведутся различного рода исследования (программы Агентства по защите окружающей среды в США, Германия, Италия и др.) [6–9].

Однако, несмотря на то, что в последнее время опубликовано много работ посвященных исследованиям процессов очистки и обезвреживания воды с помощью фотокаталитических систем на основе диоксида титана, в них отсутствуют данные, которые позволили бы на практике разработать высокоэффективный катализатор для вышеуказанных задач. Проблема заключается в том, что использование в качестве катализаторов частиц TiO_2 в виде порошка технологически считается не совсем удобным, так как требует последующего удаления частиц TiO_2 из потока. Наиболее перспективным методом является окисление вредных веществ на поверхности катализатора TiO_2 , который закреплен на поверхность пористого материала. Однако необходимая информация о процессах получения таких материалов отсутствует.

Поэтому проведение исследований, направленных на разработку методов получения высокоэффективных пористых материалов, содержащих частицы диоксидов титана, для очистки и обезвреживания воды с помощью фотокатализа, является актуальной и своевременной задачей.

Целью работы является исследование процессов получения пористого материала, содержащего частицы диоксида титана, для очистки и обезвреживания воды с помощью фотокатализа.

Методика эксперимента

В соответствии с поставленной целью нами исследованы четыре метода получения пористых материалов, содержащих частицы диоксида титана.

Первый метод. Порошок титана с размером частиц 400–630 мкм (размер частиц был выбран на основании экспериментальных исследований с учетом максимальной удельной поверхности и ресурса работы пористых материалов), увлажняли однопроцентным раствором альгината натрия и хлористого натрия, затем добавляли порошок диоксида титана с размером частиц 40–50 нм и подвергали вибрациям с целью равномерного его распределения в объеме титанового порошка. В результате проведенных исследований были определены оптимальные параметры вибрации (частота 400–500 Гц, ускорение 10–12 м/с²). При заданных режимах вибрации частицы оксида титана полностью и равномерно покрывали каждую частицу порошка титана. Порошок диоксида титана добавляли в количестве 0,1–0,2 об. %. Затем методом гидростатического прессования формовали пористую заготовку в виде трубы (диаметр 80 мм, длина 200 мм) при минимальном давлении, при котором заготовка после формования сохраняла свою форму. Проведенные предварительные исследования показали, что величина оптимального давления прессования составляет $P = 50\text{--}55$ МПа. В процессе проведенных исследований, определена оптимальная температура спекания сформованной заготовки в вакууме (1150–1160 °С).

Второй метод. Метод заключается в изготовлении пористой заготовки из титана и нанесении на ее поверхность слоя частиц двуокиси титана путем микродугового оксидирования, причем перед операцией микродугового оксидирования, пористую заготовку, с целью увеличения удельной поверхности, подвергали термообработке в вакууме при температуре 1230–1260 °С (данная оптимальная температура термообработки определена в результате проведенных экспериментальных исследований).

Третий метод. Метод основан на получении субмикронной пористости в пористом титане, в результате применения гетерогенных химических реакций на границе твердое тело-газ с объемным эффектом. Метод использует окисление пористого титана газообразным окислителем. Проведенные экспериментальные исследования позволили определить оптимальные режимы данного процесса, который включает приготовление шихты из порошка титана с размером частиц 0,63–1,0 мм – (90–98) масс. % и порошка титана с размером частиц 0,05–0,1 мм – остальное, прессование пористой заготовки и спекание в режиме инициирования самовоспламеняющегося высокотемпературного синтеза. Причем процесс спекания спрессованной заготовки производят многостадийно в воздушной среде следующим образом:

- подъем температуры до 200 °С со скоростью 2 °С/мин.;
- выдержка при 200 °С в течение 1 ч;
- нагрев с 200 °С до 600 °С со скоростью 2 °С / мин.;
- нагрев с 600 °С до 690 °С со скоростью 1 °С / мин.;
- выдержка при 690 °С в течение 0,5 ч;
- охлаждение вместе с печью.

Четвертый метод. По данному методу в начале изготавливали пористую заготовку путем прессования титанового порошка марки ТПП при давлении $(0,8\text{--}1,0)\times 10^2$ МПа и последующего спекания в вакууме при температуре (1130 ± 10) °С. Затем полученные пористые элементы подвергали химическому оксидированию в три этапа:

- нанесение тонкого слоя состава $\text{Ti}(\text{HPO}_4)_2\cdot\text{H}_2\text{O}$ на поровую структуру пористого элемента методом пропитки 15%-м раствором ортофосфорной кислоты;
- обработка нанесенного слоя на пористом элементе 15%-м раствором гидроксида натрия;
- термообработка фильтроэлемента при температуре 250 °С с образованием поверхностного слоя TiO_2 .

Для экспериментальных исследований процессов фотокаталитической очистки воды с помощью разработанных пористых материалов и установления наиболее эффективного метода была разработана модельная экспериментальная установка, схема которой представлена на рисунке.

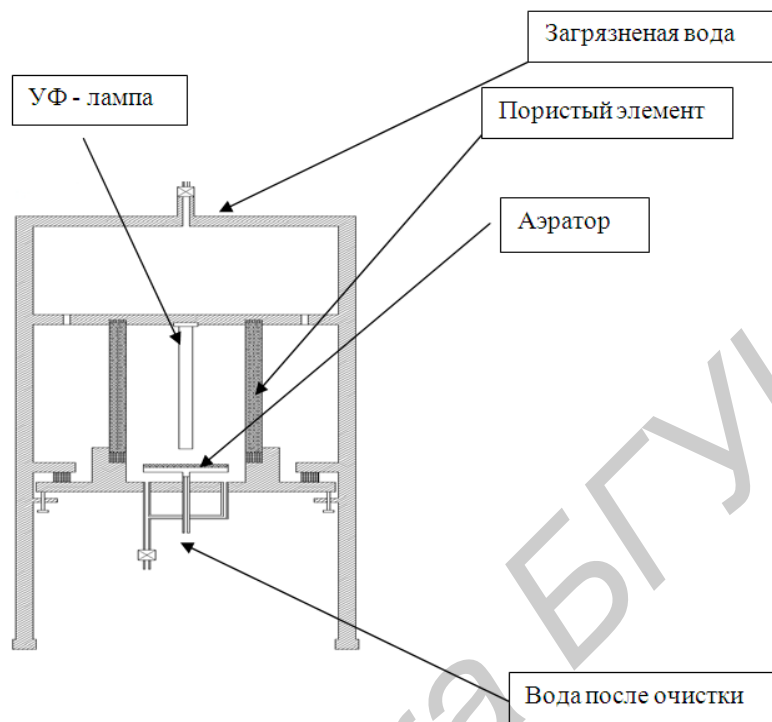


Рис. 1. Экспериментальная установка исследования процессов очистки воды

Процесс очистки происходит в режиме прямотока, т.е. по схеме идеального вытеснения. Конструкция данной установки, за счет развитой поверхности контакта фаз, позволяет обеспечить эффективное фотокаталитическое окисление, а также исключает возможность протекания на выход исследуемой воды без обработки. Органические молекулы из потока адсорбируются на поверхности фотокатализатора, нанесенного на поверхности пористого титанового элемента, и окисляются до углекислого газа и воды под действием света от УФ-лампы. Данная установка содержит пневматический аэратор. Аэрация очищаемой воды приводит к интенсификации процессов фотокаталитической деструкции загрязнителя.

Результаты и их обсуждение

Первый метод. Проведенные исследования показали, что на основе пористых элементов, содержащих частицы диоксида титана, полученных методом вибрационного формирования и последующего спекания в вакууме (первый метод) можно получать изделия с высокой удельной поверхностью. Однако они обладают низкой фотокаталитической активностью. Это можно объяснить тем, что при спекании (1150–1160 °С) диоксид титана имеет структуру рутила.

Второй метод. Исследования пористых элементов, полученных методом нанесения на поверхность слоя частиц двуокиси титана путем микродугового оксидирования и последующей термообработки в вакууме при температуре 1230–1260 °С показали, что в результате термообработки по всей поверхности пористой заготовки происходит рост кристаллов из титана, которые увеличивают удельную поверхность фильтрующего материала, поэтому после термообработки и последующего микродугового оксидирования, фильтрующие материалы имеют высокую удельную поверхность. Топограмма поверхности титанового пористого образца после термообработки в вакууме при температуре 1250 °С представлена на рис. 2.

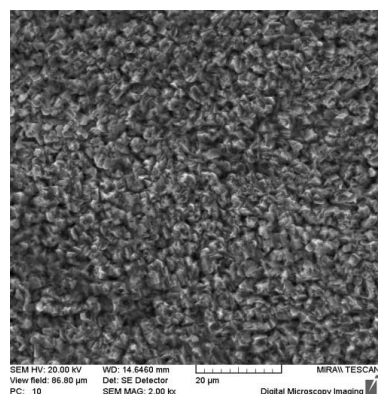


Рис. 2. Топограмма поверхности титанового пористого образца после термообработки в вакууме при температуре 1250 °С

Затем полученную заготовку подвергали микродуговому оксидированию в результате на поверхности фильтрующего материала образуется слой, содержащий наноразмерные частицы двуокиси титана. Проведенные экспериментальные исследования показали, что данный метод получения пористых материалов позволяет увеличить удельную поверхность (до термообработки 500000, после обработки 32550000 м²/м³), т.е. более чем в 6,5 раз. Проведенные экспериментальные исследования также показали, что данный метод требует больших энергетических затрат, поэтому получение крупногабаритных фильтрующих элементов весьма проблематично. Кроме того, диоксид титана имеет структуру рутила, поэтому в пористых элементах в процессах фотокаталитической очистки применять его нецелесообразно.

Третий метод. Исследования метода получения пористых проницаемых элементов с помощью гетерогенных химических реакций на границе твердое тело-газ с объемным эффектом показал, что на поверхности пористых элементов из титана образуются наноразмерные частицы титана, что подтверждает топограмма поверхности пористого элемента со слоем диоксида титана, представленная на рис. 3 (белые области на топограмме соответствуют частицам диоксида титана).

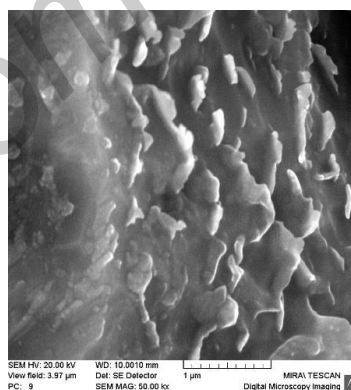


Рис. 3. Топограмма поверхности титанового элемента с внешним слоем частиц диоксида титана

Необходимо отметить, что очистка и обезвреживание воды обеспечивается не только за счет размеров пор пористого титанового элемента, а в первую очередь за счет фотокаталитического окисления с помощью наноразмерных частиц диоксида титана, развитой поверхности поровых каналов и их извилистости. Однако данный метод, как и предыдущие, позволяет получать на поверхности пористых элементов частицы диоксида титана со структурой рутила.

Результаты исследования четвертого метода химического оксидирования показали, что данный метод позволяет получать пористые проницаемые элементы, содержащие на поверхности диоксид титана со структурой анатаза. На рис. 3 представлены фотографии внешнего вида образцов пористых элементов до и после обработки поверхности.



Рис. 4. Внешний вид спеченных пористых образцов до и после обработки:
a – вид образца без обработки поверхности; *б* – вид образца с модифицированным слоем $Ti(HPO_4)_2 \cdot H_2O$; *в* – вид поверхности образца со слоем TiO_2 после химического оксидирования

На рис. 5 представлены топограммы поверхности шлифов образцов пористых элементов без обработки и после химического оксидирования.

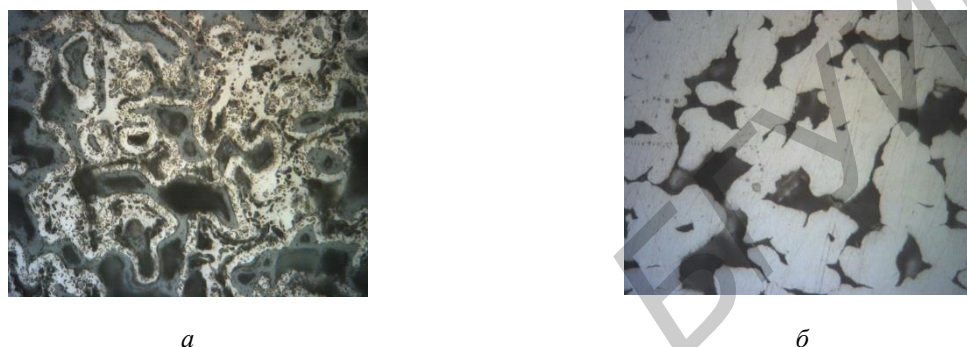


Рис. 5. Топограммы поверхности шлифов образцов пористых элементов: *a* – вид образца без обработки поверхности; *б* – вид поверхности образца со слоем TiO_2 после химического оксидирования, ($\times 300$)

На рис. 5 видно, что на поверхности порового пространства пористого материала образуется слой TiO_2 . Данный метод позволяет получать крупногабаритные изделия, другим достоинством этого технологического процесса является исключение повторного спекания, что обеспечивает получение на поверхности пористых элементов диоксида титана с фотокаталитической активной структурой анатаза.

Заключение

Проведенные исследования процессов получения пористых материалов, содержащих частицы диоксида титана показали, что наиболее эффективным материалом очистки воды с помощью фотокаталитических систем является материал, полученный химическим оксидированием.

THE RESEARCH OF THE PRODUCING PROCESS OF POROUS MATERIAL, BASED ON TITANIUM DIOXIDE PARTICLES, FOR THE PHOTOCATALYTIC WATER TREATMENT

L.P. PILINEVICH, E.M. HARUK

Abstract

The results of the research on the process of material production based on porous titanium-containing particles of titanium dioxide for photocatalytic water treatment are listed. The results of the experimental studies have shown that the most effective water purification material using photocatalytic systems is the material obtained by chemical oxidation.

Список литературы

1. Фотокаталитическое преобразование солнечной энергии / Под ред. К.И. Замараева, В.Н. Пармона. Новосибирск, 1991. С. 7–17.
2. *Костров А.Н., Горенберг А.А., Надточенко В.А.* // Тез. докл. XIX Симпозиума «Современная химическая физика». Туапсе, 22 сентября – 3 октября 2007. С. 96.
3. *Горенберг А.А., Костров А.Н., Надточенко В.А. и др.* // Труды 50 науч. конф. МФТИ. Часть 4. Москва, 2007. С. 92–95.
4. *Костров А.Н., Горенберг А.А., Надточенко В.А.* // Тез. докл. XX Симпозиума «Современная химическая физика». Туапсе, 2008. С. 67.
5. *Чубуков П.А., Денисов Н.Н., Горенберг А.А. и др.* // Физическая Химия. 2008. Т. 82, № 9. С. 1765–1769.
6. *Toroglidis E., Campbell C.J., Cas A.E.G. et. al.* // Langmuir. 2001. № 17. P. 7899–7906
7. *Zhu H.Y., Lan Y.P., Gao X.P. et. al.* // J. Am. Chem. Soc. 2005. № 127. P. 6730–6736
8. *Xiaobo Chen, Samuel S.* // Chem. Rev. 2007. № 107. P. 2891–2959.
9. *Шульц Г.* // Матер. VIII Междунар. конф. «Механизмы каталитических реакций». Новосибирск, 29 июня – 2 июля 2009. С. 123–128.

Библиотека БГУИР

УДК 534.511.1

ВИБРОУСТОЙЧИВЫЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

А.И. КОНОЙКО, Р.Г. СЕДНЕВ

*Институт физики имени Б.И. Степанова
Независимости, 68, Минск, 220072, Беларусь*

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь*

Поступила в редакцию 16 сентября 2013

Предлагаются высокоточные виброустойчивые интерференционные системы, сформированные с использованием двулучепреломляющих элементов и поляризационных преобразований, которые позволяют расширить диапазон интерферометрических измерений за счет обеспечения условий их работы на линейном участке зависимости интенсивности света от оптической разности хода интерферирующих световых волн.

Ключевые слова: интерференция, поляризация, двулучепреломляющие элементы, разность фаз, вращатель поляризации, анизотропия, интерферометр, виброустойчивость.

Введение

Целесообразность использования интерферометрических систем для формирования и исследования наноразмерных структур обусловлена их высокими чувствительностью и точностью. В отличие от сканирующей зондовой микроскопии, позволяющей исследовать наноразмерные структуры и визуализировать поверхность материалов с атомарным разрешением, интерферометрические системы не требуют вакуумирования для осуществления измерений [1]. Существующие виброустойчивые интерферометрические системы, образованные линзовой оптикой, обладают весьма небольшим диапазоном точного измерения линейных перемещений. Для достижения максимально возможной точности интерферометрических измерений в широких пределах необходимы как минимизация воздействия внешних факторов, таких как вибрации, флуктуации температуры и т.п., так и обеспечение условий работы системы на линейном участке зависимости интенсивности света от оптической разности хода интерферирующих световых волн. Поэтому задача синтеза новых интерферометрических систем для решения вышеизложенных проблем является актуальной.

Виброустойчивый двухканальный интерферометр

Оптическая система двухканального виброустойчивого интерферометра с широким диапазоном линейных перемещений представлена на рис. 1.

Устройство содержит последовательно оптически связанные первый светоделитель 1, выполненный в виде двулучепреломляющего кристалла; фазовый элемент $\lambda/2$ 2; анализатор поляризации излучения 3; фазовый элемент $\lambda/8$ 4; второй светоделитель 5. Вторым светоделителем выполнен в виде двух одинаковых двулучепреломляющих кристаллов. Они развернуты друг относительно друга на угол 90° , а плоскости, в которых лежат их оптические оси, развернуты относительно главной оси анализатора поляризации излучения под углом 45° . Первый и второй выходы светоделителя оптически связаны соответственно с первым 6 и вторым отражателями 7. Двухканальный фотоприемник 8 оптически связан со вторым выходом

анализатора поляризации излучения 3, данные с которого поступают на измерительное устройство 9.

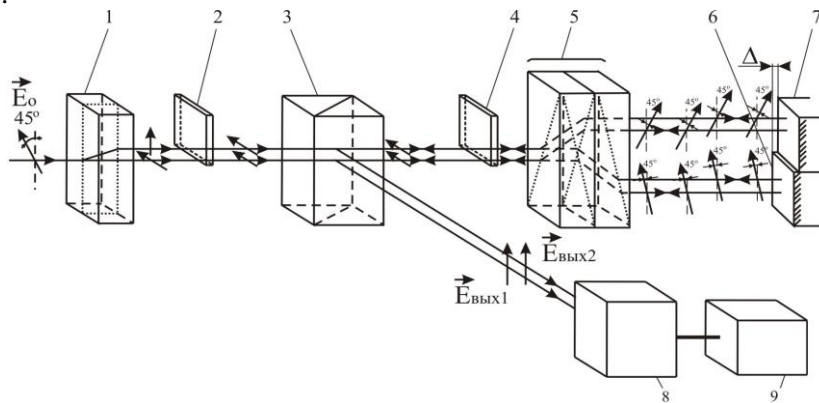


Рис. 1. Оптическая схема виброустойчивого двухканального интерферометра

Двухканальный виброустойчивый интерферометр работает следующим образом. В исходном состоянии на первый светоделитель поступает плоско поляризованный световой пучок с плоскостью поляризации ориентированной под углом 45° к плоскости, в которой лежит его оптическая ось. При прохождении через его световой пучок делится на два равных по амплитуде ортогонально поляризованных пучка. Первый пучок, поляризованный в плоскости перпендикулярной оптической оси первого двулучепреломляющего кристалла, поступает на первый вход анализатора поляризации излучения, а второй, испытав при прохождении фазового элемента $\lambda/2$ поворот своей плоскости поляризации на угол 90° , поступает на второй вход анализатора поляризации излучения. Пройдя его, первый световой пучок поступает на первый вход поляризационного светоделителя, а второй при прохождении фазового элемента $\lambda/8$ приобретает разность фаз между ортогонально поляризованными составляющими равную $\pi/4$ и поступает на второй его вход. Второй светоделитель осуществляет расщепление каждого из поступивших световых пучков на два ортогонально поляризованных световых пучка равной интенсивности, первый из которых поступает на первый выход, а второй – на второй выход поляризационного светоделителя. Причем пара, образованная из светового пучка, поступающего на первый вход второго светоделителя, обладает разностью фаз равной нулю, а образованная из светового пучка, поступающего на второй вход второго светоделителя, обладает разностью фаз равной $\pi/4$. Световые пучки, поступившие на первый выход второго светоделителя, испытывают отражение от первого отражателя, а световые пучки, поступившие на второй выход второго светоделителя – от второго. После чего они идут в обратном направлении, при этом каждая пара световых пучков приобретает оптическую разность хода равную $2\Delta_0$, где Δ_0 – начальное смещение друг относительно друга первого и второго отражателей. В обратном ходе световые пучки каждой пары на выходе второго светоделителя объединяются между собой. После чего первая пара ортогонально поляризованных световых пучков в обратном ходе непосредственно поступает к анализатору поляризации излучения, а вторая пара, пройдя в обратном ходе фазовый элемент $\lambda/8$, приобретает, дополнительно, оптическую разность фаз равную $\pi/4$, также поступает к анализатору поляризации излучения. Интерференция ортогонально поляризованных световых волн приводит, вследствие наличия в первой паре разности фаз равной $4\pi\Delta_0/\lambda$, а во второй – $[4\pi\Delta_0/\lambda + \pi/2]$, к изменению поляризации излучения. Поэтому величина интенсивности излучения, соответственно, на третьем и четвертом выходе анализатора поляризации излучения, будет описываться следующими выражениями:

$$I_{\text{вых1}} = \frac{1}{4} I_0 \left[1 - \cos\left(\frac{4\pi\Delta_0}{\lambda}\right) \right]; \quad (1)$$

$$I_{\text{вых2}} = \frac{1}{4} I_0 \left[1 + \sin\left(\frac{4\pi\Delta_0}{\lambda}\right) \right]; \quad (2)$$

где I_0 – интенсивность входного светового пучка.

Далее излучение поступает на двухканальный фотоприемник, который преобразует световые сигналы в электрические. В измерительном устройстве электрические сигналы поступают на входы двухканального высокоскоростного аналого-цифрового преобразователя, где осуществляется их оцифровка. При дальнейшей обработке сигналов осуществляется вычисление значения величины смещения отражающих поверхностей друг относительно друга, для каждого цифрового отсчета в отдельности. Однозначность и высокая точность измерения величины смещения отражающих зеркал относительно друг друга достигается благодаря тому, что каждый раз, в одном из двух каналов, измерения производятся в области практически линейного участка функциональной зависимости интенсивности излучения от величины относительного смещения первого и второго отражателей. В другом же канале в этот момент времени измерения производятся в области экстремума. В зависимости от «верхнего» или «нижнего» уровня экстремума на программном уровне определяется, на каком из «склонов» функциональной зависимости другого канала производятся измерения, что, в свою очередь, позволяет исключить неоднозначность измерений, так как функциональная зависимость интенсивности излучения от величины относительного смещения первого и второго отражателей является периодической гармонической функцией. Вследствие того, что в предлагаемом интерферометре световые пучки проходят через одни и те же оптические элементы, разность их оптических путей остается постоянной независимо от возникающих смещений элементов. Таким образом, приведенная схема трансляции световых потоков позволяет исключить влияние дестабилизирующих воздействий (например, механических вибраций). При смещении второго отражателя происходит изменение начальной оптической разности хода $\delta\Delta$. Это вызовет на выходе оптической схемы соответствующее изменение интенсивности выходного излучения, в результате измерения которого измерительное устройство однозначно вычисляет значения величины изменения начальной оптической разности хода $\delta\Delta$, определяющей величину смещения отражающих поверхностей друг относительно друга.

Виброустойчивый интерферометр с совмещенными каналами зондирования

Оптическая система двухканального виброустойчивого интерферометра с совмещенными каналами зондирования представлена на рис. 2.

Устройство содержит последовательно оптически связанные формирователь каналов измерения 1; первый отражатель 2; первый светоделитель 3; вращатель поляризации 4; второй светоделитель 5; первый обратный отражатель 6; фазовый элемент $\lambda/8$ 7; второй 8 (подвижный) и третий 9 обратные отражатели. Двухканальный фотоприемник 10 оптически связан через первый и второй отражатели с первым светоделителем 3, данные с которого поступают на измерительное устройство 11. Одноканальный фотоприемник 12 оптически связан через формирователь каналов измерения с первым светоделителем 3, данные с которого поступают на измерительное устройство 11. Первый и второй светоделители выполнены в виде двух одинаковых двулучепреломляющих кристаллов. Они развернуты друг относительно друга на угол 90° , а плоскости, в которых лежат их оптические оси, развернуты относительно главной оси анализатора поляризации излучения под углом 45° . Первый и третий обратный отражатель нанесен на выходной грани фазового элемента $\lambda/8$.

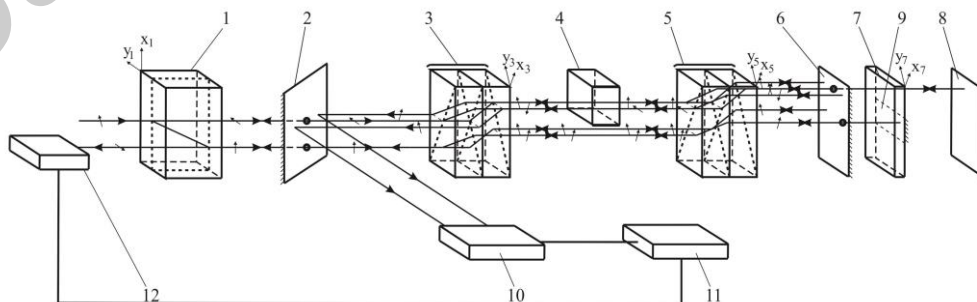


Рис. 2. Оптическая схема виброустойчивого интерферометра с совмещенными каналами зондирования

Виброустойчивый интерферометр с совмещенными каналами зондирования работает следующим образом.

В исходном состоянии световой пучок, падающий на формирователь каналов измерения, делится на два ортогонально поляризованных равных по амплитуде световых пучка, которые непосредственно подаются на первый светоделитель. Эти световые пучки проходят в первом светоделителе одинаковые оптические пути. Так как плоскости, в которых лежат оптические оси его плоскопараллельных кристаллических призм, ортогональны друг другу и ориентированы под углом 45° к плоскости поляризации падающих световых пучков, то при их прохождении каждый из световых пучков делится на два ортогонально поляризованных равных по амплитуде световых пучка. В первой плоскопараллельной кристаллической призме одни являются обыкновенными, другие – необыкновенными, а во второй наоборот – первые являются необыкновенными, а вторые – обыкновенными. Поэтому на выходе первого светоделителя мы имеем две пары когерентных ортогонально поляризованных световых волн, которые образуют два канала измерения. При этом первая пара когерентных ортогонально поляризованных световых волн распространяется в канале измерения величины линейного перемещения второго подвижного обратного отражателя, а вторая – в канале измерения величины изменения толщины фазового элемента $\lambda/8$. Амплитуды ортогонально поляризованных волн, распространяющиеся в первом и втором каналах измерения можно определить из выражения:

$$\begin{cases} E_{x3j} = -\frac{1}{2} E_0 \exp[i(2\pi\nu t + \varphi_j)]; \\ E_{y3j} = \frac{1}{2} E_0 \exp[i(2\pi\nu t + \varphi_j)], \end{cases} \quad (3)$$

где $j = 1, 2$; – номера каналов измерения; E_0 – амплитуда входной световой волны; ν – частота световой волны; t – время существования световой волны; φ_j – фаза световой волны в одном из каналов измерения.

Далее первая пара световых волн поступает на вращатель поляризации. При прохождении через него они испытывают поворот своих плоскостей поляризации на угол 45° , например, по часовой стрелке по ходу пучка. После чего они поступают на входы второго светоделителя. Так как плоскости, в которых лежат оптические оси плоскопараллельных кристаллических призм второго светоделителя ортогональны друг другу и ориентированы под углом 45° к плоскостям поляризации поступающих световых пучков, то при прохождении они делятся на две пары ортогонально поляризованных равных по амплитуде световых пучков. Они проходят во втором светоделителе одинаковые оптические пути. Поэтому на выходе второго светоделителя имеют место две пары когерентных ортогонально поляризованных световых волн (E_{x5I1} , E_{y5I1} , E_{x5II1} , E_{y5II1}), амплитуды которых можно определить из следующего выражения:

$$\begin{cases} E_{x5I1} = \frac{\sqrt{2}}{4} E_0 \exp[i(2\pi\nu t + \varphi_1)]; \\ E_{y5I1} = \frac{\sqrt{2}}{4} E_0 \exp[i(2\pi\nu t + \varphi_1)]; \\ E_{x5II1} = -\frac{\sqrt{2}}{4} E_0 \exp[i(2\pi\nu t + \varphi_1)]; \\ E_{y5II1} = \frac{\sqrt{2}}{4} E_0 \exp[i(2\pi\nu t + \varphi_1)]. \end{cases} \quad (4)$$

Причем, направление x -волны первой (левой) пары E_{x5I1} будет совмещено с направлением y -волны второй (правой) пары E_{y5II1} . Далее y -волна первой (левой) пары E_{y5I1} и x -волна второй (правой) пары E_{x5II1} канала измерения величины линейного перемещения второго подвижного обратного отражателя поступают на первый обратный отражатель. Совмещенные волны, испытав на фазовом элементе $\lambda/8$, соответствующий фазовый сдвиг

относительно друг друга, поступают на второй подвижный обратный отражатель, где после отражения идут в обратном направлении.

На фазовом элементе $\lambda/8$ они приобретают дополнительную разность фаз $\pi/4$, что в сумме с разностью фаз, наведенной в прямом ходе, составит $\pi/2$. Поэтому на второй светоделитель в обратном ходе поступают две пары когерентных ортогонально поляризованных световых волн (E_{x511} , E_{y511} , E_{x512} , E_{y512}), амплитуды которых можно определить из следующего выражения:

$$\begin{cases} E_{x511} = \frac{\sqrt{2}}{4} E_0 \exp[i(\varphi_7 + \varphi_8 + \varphi_9)] \exp[i(2\pi\nu t + \varphi_1)]; \\ E_{y511} = \frac{\sqrt{2}}{4} E_0 \exp[i(2\pi\nu t + \varphi_1)]; \\ E_{x512} = -\frac{\sqrt{2}}{4} E_0 \exp[i(2\pi\nu t + \varphi_1)]; \\ E_{y512} = \frac{\sqrt{2}}{4} E_0 \exp[i(\varphi_7 + \varphi_9)] \exp[i(2\pi\nu t + \varphi_1)], \end{cases} \quad (5)$$

где φ_7 – фазовый сдвиг, вносимый в прямом и обратном ходе на участке между первым обратным отражателем и фазовым элементом $\lambda/8$ в соответствующие ортогонально поляризованные световые волны; $\varphi_8 = \pi/2$ – разность фаз, приобретенная ортогонально поляризованными световыми волнами в прямом и обратном ходе при прохождении через фазовый элемент $\lambda/8$; φ_9 – сдвиг фазы ортогонально поляризованных волн вследствие прохождения в прямом и обратном ходе зазора между фазовым элементом $\lambda/8$ и вторым подвижным обратным отражателем.

Волны каждой пары, пройдя второй светоделитель в обратном направлении, совмещаются и интерферируют между собой. Результат их интерференции выражается в изменении их суммарной поляризации в каждой паре. Проходя в обратном направлении вращатель поляризации, они испытывают поворот поляризации на угол 45° по часовой стрелке по ходу пучка. Выражения для нахождения величин векторов напряженности электрического поля световых волн в канале измерения величины линейного перемещения второго подвижного обратного отражателя, идущих в обратном ходе перед первым светоделителем (E_{x311} , E_{y311} , E_{x312} , E_{y312}), будут иметь следующий вид:

$$\begin{cases} E_{x311} = \frac{\sqrt{2}}{2} (E_{x511} - E_{y511}) = -\frac{1}{4} E_0 \exp[i(2\pi\nu t + \varphi_1)] \left\{ 1 - \exp\left[i\left(\varphi_7 + \varphi_9 + \frac{\pi}{2}\right)\right] \right\}; \\ E_{y311} = \frac{\sqrt{2}}{2} (E_{x511} + E_{y511}) = \frac{1}{4} E_0 \exp[i(2\pi\nu t + \varphi_1)] \left\{ 1 + \exp\left[i\left(\varphi_7 + \varphi_9 + \frac{\pi}{2}\right)\right] \right\}; \\ E_{x312} = \frac{\sqrt{2}}{2} (E_{x512} - E_{y512}) = -\frac{1}{4} E_0 \exp[i(2\pi\nu t + \varphi_1)] \left\{ 1 + \exp[i(\varphi_7 + \varphi_9)] \right\}; \\ E_{y312} = \frac{\sqrt{2}}{2} (E_{x512} + E_{y512}) = -\frac{1}{4} E_0 \exp[i(2\pi\nu t + \varphi_1)] \left\{ 1 - \exp[i(\varphi_7 + \varphi_9)] \right\}. \end{cases} \quad (6)$$

После чего они поступают на первый светоделитель, который направляет световые потоки соответствующие E_{y311} , E_{x311} , на первый отражатель. Выражения для нахождения величины интенсивностей этих пучков имеют следующий вид:

$$\begin{cases} I_I = \frac{1}{4} I_0 \left[1 - \cos\left(\varphi_7 + \varphi_9 + \frac{\pi}{2}\right) \right]; \\ I_{II} = \frac{1}{4} I_0 \left[1 - \cos(\varphi_7 + \varphi_9) \right]; \end{cases} \quad (7)$$

где $I_0 = E_0^2$ – интенсивность излучения входного светового потока.

При смещении второго подвижного обратного отражателя в канале измерения величины линейного перемещения, происходит изменение начального сдвига фазы ортогонально поляризованных волн φ_9 , вследствие прохождения в прямом и обратном ходе зазора между фазовым элементом $\lambda/8$ и вторым подвижным обратным отражателем, что вызовет на выходе, согласно выражению (5), изменение интенсивности выходного излучения.

Отразившись от первого отражателя, световые пучки поступают на соответствующие входы двухканального фотоприемника, где преобразуются в электрические сигналы, которые поступают в измерительное устройство, принцип действия которого аналогичен принципу действия измерительного устройства двухканального виброустойчивого интерферометра.

Вторая пара световых волн после первого светоделителя, распространяющаяся в канале измерения величины изменения толщины фазового элемента $\lambda/8$ в горизонтальной плоскости, поступает на второй светоделитель, где дополнительно смещаются параллельно друг относительно друга. Эти световые пучки проходят во втором светоделителе одинаковые оптические пути. На выходе второго светоделителя имеет место пара когерентных ортогонально поляризованных световых волн (E_{x52} , E_{y52}), амплитуды которых можно определить из следующего выражения:

$$\begin{cases} E_{x52} = \frac{1}{2} E_0 \exp[i(2\pi vt + \varphi_2)]; \\ E_{y52} = \frac{1}{2} E_0 \exp[i(2\pi vt + \varphi_2)]. \end{cases} \quad (8)$$

Далее одна из падающих световых волн, например, E_{y52} испытывает отражение от первого обратного отражателя и возвращается ко второму светоделителю. Другая волна приобретает на фазовом элементе $\lambda/8$ соответствующую фазовую задержку и поступает на третий обратный отражатель, где, после отражения идет, в обратном направлении. На фазовом элементе $\lambda/8$ она приобретает дополнительную фазовую задержку $\pi/4$, что в сумме, с фазовой задержкой наведенной в прямом ходе, составит $\pi/2$. Поэтому на второй светоделитель в обратном ходе поступают две ортогонально поляризованных световых волны (E_{x52} , E_{y52}), амплитуды которых можно определить из следующего выражения:

$$\begin{cases} E_{x52} = \frac{1}{2} E_0 \exp[i(\varphi_8 \pm \delta\varphi_8)] \exp[i(2\pi vt + \varphi_2)]; \\ E_{y52} = \frac{1}{2} E_0 \exp[i(2\pi vt + \varphi_2)], \end{cases} \quad (9)$$

где $2\delta\varphi_8$ – изменение разности фаз между ортогональными световыми пучками в канале измерения величины изменения толщины фазового элемента $\lambda/8$. Эти волны, пройдя второй и первый светоделители в обратном направлении, совмещаются и интерферируют между собой. Результат их интерференции выражается в изменении их суммарной поляризации. Выражения для нахождения амплитуд световых волн перед формирователем каналов измерения (E_{x12} , E_{y12}), будут иметь следующий вид:

$$\begin{cases} E_{x12} = \frac{\sqrt{2}}{2} (E_{x52} + E_{y52}) = \frac{\sqrt{2}}{4} E_0 \exp[i(2\pi vt + \varphi_2)] \left\{ 1 + \exp\left[i\left(\frac{\pi}{2} \pm \delta\varphi_8\right)\right] \right\}; \\ E_{y12} = \frac{\sqrt{2}}{2} (E_{x52} - E_{y52}) = -\frac{\sqrt{2}}{4} E_0 \exp[i(2\pi vt + \varphi_2)] \left\{ 1 - \exp\left[i\left(\frac{\pi}{2} \pm \delta\varphi_8\right)\right] \right\}. \end{cases} \quad (10)$$

Выражения для нахождения величины интенсивностей этих пучков имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \Gamma_{x12} = \frac{1}{4} I_0 \left\{ 1 + \cos \left(\frac{\pi}{2} \pm \delta\varphi_8 \right) \right\}; \\ \Gamma_{y12} = \frac{1}{4} I_0 \left\{ 1 - \cos \left(\frac{\pi}{2} \pm \delta\varphi_8 \right) \right\}. \end{cases} \quad (11)$$

Пройдя формирователь каналов измерения в качестве обыкновенного, световой пучок с интенсивностью Γ_{y12} поступает на одноканальный фотоприемник, где преобразуется в электрические сигналы, которые поступают в измерительное устройство. Таким образом, приведенная схема трансляции световых потоков позволяет исключить влияние дестабилизирующих воздействий (например, температурных флуктуаций, механических вибраций).

Заключение

В работе предлагаются высокоточные виброустойчивые интерференционные системы, сформированные с использованием двулучепреломляющих элементов и поляризационных преобразований, которые позволяют расширить диапазон интерферометрических измерений за счет обеспечения условий их работы на линейном участке зависимости интенсивности света от оптической разности хода интерферирующих световых волн.

Научная новизна полученных результатов заключается: в разработке методов формирования и преобразования световых потоков с использованием двулучепреломляющих элементов, позволяющих реализовать высокоточные виброустойчивые интерференционные системы, отличительной особенностью которых является высокая стабильность характеристик с точность измерения линейных перемещений не менее $0,01\lambda$ (λ – длина волны света) в широком диапазоне линейных перемещений, определяемом длиной когерентности используемого источника излучения. Практическая новизна полученных результатов заключается: в том, что на основе предложенных оптических схем могут быть созданы виброустойчивые интерферометры, обладающие диапазоном и точностью измерения линейных перемещений более высокой, чем существующие [2,3].

SHAKEPROOF POLARIZATION INTERFERENCE SYSTEM FOR MEASUREMENT OF LINEAR MOVEMENT

A.I. KONOIKO, R.G. SEDNIOU

Abstract

A method of transmission light beams based on birefringent elements and polarization transformations that allow them to extend the operating range of interferometric systems by ensuring their working conditions in the linear region of the intensity of light from the optical path difference of the interfering light waves is proposed.

Список литературы

1. *Binnig G., Quate C. F., Gerber Ch.* // Physical Review Letters. 1986. Vol.56. P. 930–936.
2. *Конойко А.И., Малевич Н.А., Поликанин А.М., Седнев Р.Г.* Виброустойчивый интерферометр / Патент РБ № 14118
3. *Конойко А.И., Малевич Н.А., Поликанин А.М., Седнев Р.Г.* Виброустойчивый интерферометр / Патент РФ № 2406971.

УДК 621.396.96

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ПСЕВДОХАОТИЧЕСКИХ ДИСКРЕТНЫХ ЧАСТОТНО-МАНИПУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ С ВЕСОВОЙ ОБРАБОТКОЙ

Е.Н. БУЙЛОВ, С.А. ГОРШКОВ, С.Ю. СЕДЫШЕВ, С.Н. ЯРМОЛИК

Военная академия Республики Беларусь
Минск-57, 220057, Беларусь

Поступила в редакцию 20 марта 2014

Проведен анализ свойств функций неопределенности псевдохаотических дискретных частотно-манипулированных сигналов при использовании в качестве парциальных дискретов линейно-частотно-модулированных радиоимпульсов. Рассмотрена возможность снижения уровня боковых лепестков такого широкополосного сигнала.

Ключевые слова: дискретные частотно-манипулированные сигналы, псевдохаотическая манипуляция частоты, функция неопределенности, весовая обработка.

Введение

Одним из представителей широкополосных сигналов является дискретный частотно-манипулированный сигнал (ДЧМС). Использование ДЧМС позволяет одновременно повышать разрешающую способность как по дальности, так и по скорости, повышая при этом скрытность и имитостойкость зондирующего сигнала. Определенный интерес представляет рассмотрение особенностей псевдохаотических частотно-манипулированных сигналов, а именно свойств их функций неопределенности (ФН). Известно, что псевдохаотический ДЧМС характеризуется узким пиком ФН и низким уровнем боковых лепестков (БЛ) при ненулевых рассогласованиях по времени и частоте. Для обеспечения «кнопочной» формы ФН рассматриваемого сигнала несущая частота парциальных дискретов изменяется по специальному закону. Большой вклад в разработку теории псевдослучайных оптимальных последовательностей внесли Костас, Голомб, Тейлор, Велч, Лемпель и др. [1–9].

Данная работа является второй в цикле статей, посвященных анализу свойств ФН ступенчатых ДЧМС. В первой статье [10] в качестве зондирующих сигналов рассматривались последовательности лестничных ДЧМС. Целью настоящей работы является анализ свойств ФН последовательностей псевдохаотических ДЧМС (одинаковых или различных) с ЛЧМ парциальными дискретами и иллюстрация возможности снижения уровня БЛ таких сигналов в процессе их обработки.

В настоящей статье тела неопределенности (ТН) одиночных псевдохаотических ДЧМС отображены в полном объеме, а их последовательностей – с ограничениями (ввиду больших вычислительных затрат). Вначале показана подробная структура когерентной последовательности псевдохаотических ДЧМС в пределах главного максимума (главного лепестка), а затем пределы отображения расширены до двух периодов повторения.

Одиночные дискретные частотно-манипулированные сигналы

Для обеспечения приближения ФН к кнопочному виду возможно использование последовательности импульсов с псевдослучайными скачкообразными изменениями несущей частоты парциальных импульсов на величину δf . В этом случае частота k -го импульса последовательности отличается от центральной несущей частоты f_0 на величину [8]:

$F_k = \left(\gamma(k) - \frac{M+1}{2} \right) \delta f$, ($k = 1, 2, \dots, M$), где $\gamma(k)$ – псевдослучайная целочисленная функция, M – число используемых частот (парциальных импульсов).

Выбор функций $\gamma(k)$ в числовых полях с конечным числом элементов (полях Галуа) рассмотрен в [8, 9, 11]. На рис. 1, а приведена частотно-временная диаграмма Габора псевдохаотического ДЧМС.

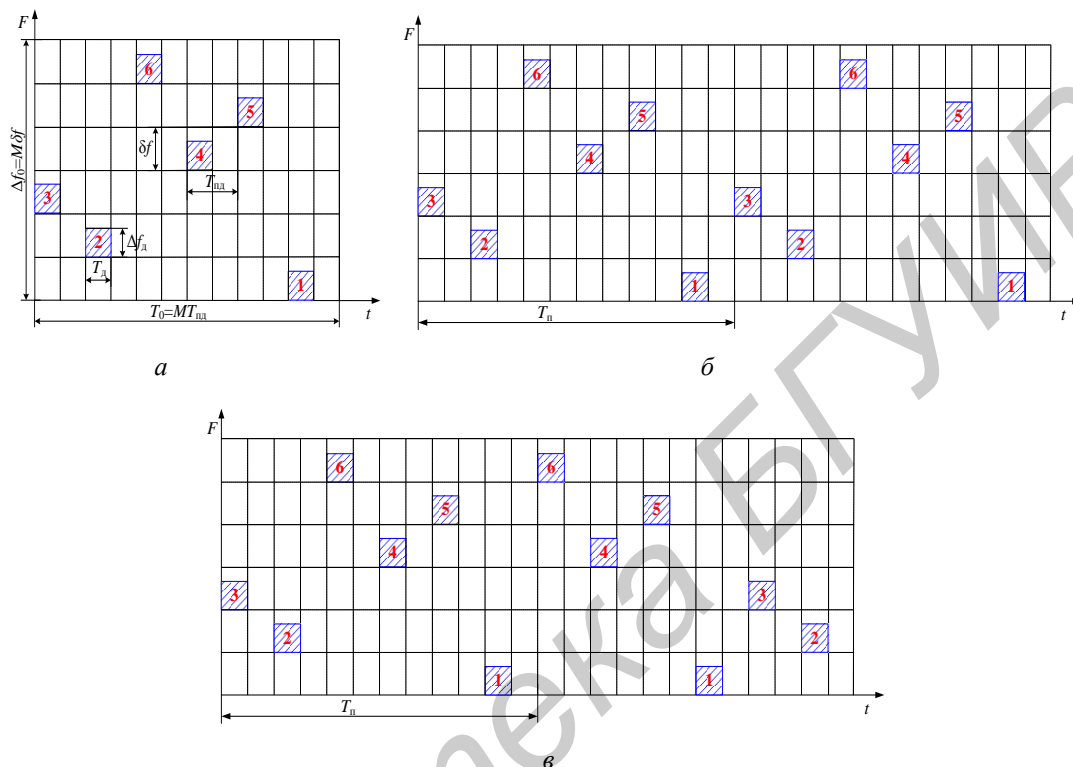


Рис. 1. Частотно-временная диаграмма Габора с длиной кода Костаса-Велча $M = 6$: а – одиночного псевдохаотического ДЧМС; б – когерентной последовательности из двух псевдохаотических с одинаковым кодом частоты ДЧМС; в – когерентной последовательности из двух псевдохаотических с различным кодом частоты ДЧМС

Среди всевозможных вариантов частотно-временного кодирования, тело неопределенности (ТН) псевдохаотического ДЧМС приближается к «кнопочному» виду с уровнем БЛ $1/M$ [1, 8]. В рамках статьи анализ свойств ФН проводится на примере псевдохаотического ДЧМС с ЛЧМ дискретами при длине кода $M = 1020$ ($M + 1$ – простое число) со скачком частоты $\delta f = 1$ МГц, периодом повторения ЛЧМ дискретов $T_{\text{пд}} = 20$ мкс, длительностью дискрета $T_{\text{д}} = 10$ мкс, девиацией частоты дискрета $\Delta f_{\text{м}} = \Delta f_{\text{д}} = 1$ МГц. Общая ширина полосы такого сигнала составляет $\Delta f_0 = 1020$ МГц, потенциальное разрешение по дальности $\Delta r \approx 0,15$ м, длительность сигнала $T_0 = 20,4$ мс, потенциальное разрешение по частоте Доплера – $\Delta F_{\text{д}} \approx 50$ Гц. На рис. 2 приведены сечения ФН анализируемого сигнала вертикальными плоскостями $F = 0$, $F > 0$ и ТН псевдохаотического ДЧМС с ЛЧМ парциальными дискретами.

Анализ полученных результатов показывает, что рассматриваемый ДЧМС характеризуется высоким уровнем БЛ в сечении ФН плоскостью $F = 0$ (порядка -13 дБ), уменьшающимися по закону функции $[\sin(x)/x]^2$ (рис. 2, а). В сечении ФН плоскостью $F > 0$ средний уровень БЛ соответствует теоретическому $1/M$ (порядка -30 дБ) с максимальными выбросами до $2/M$ (порядка -27 дБ) [8, 9]. Полученный центральный максимум ТН псевдохаотического ДЧМС обеспечивает высокую разрешающую способность не только по дальности $\Delta r = c/(2M \cdot \delta f)$, но и по радиальной скорости $\Delta V_r = c/(2T_0 f_0)$ (рис. 2, б).

Отмеченный факт является немаловажным при решении задач классификации радиолокационных объектов. Очевидно, что рассматриваемые широкополосные сигналы обладают приемлемым уровнем БЛ только при использовании большого числа парциальных импульсов M .

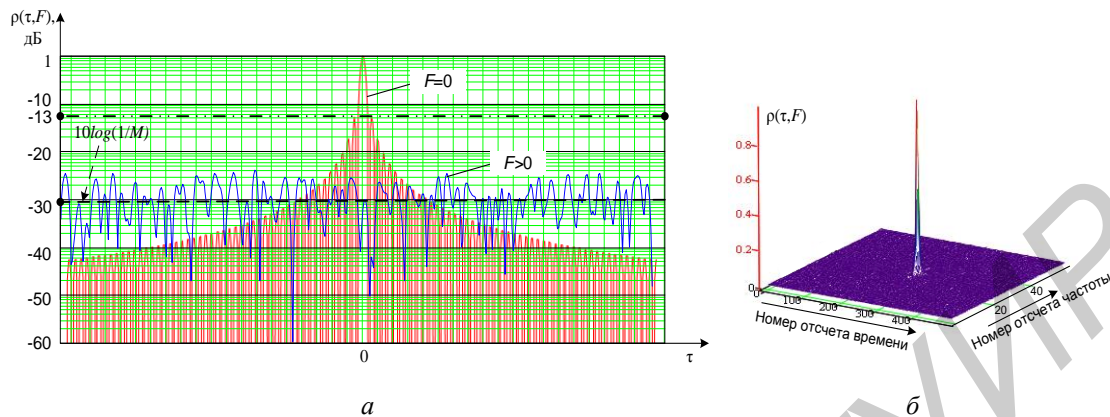


Рис. 2. Сечения ФН плоскостями $F = 0$ и $F > 0$ (а) и ТН псевдохаотического ДЧМС с ЛЧМ парциальными дискретами и длиной кода Костаса-Велча $M = 1020$ (б)

Весовая обработка одиночного дискретного частотно-манипулированного сигнала

Известно [12], что использование весовой обработки (ВО) сжатого сигнала позволяет существенно снизить уровень его БЛ. Особенностью ВО псевдохаотического ДЧМС заключается в необходимости учета того, что номер частотного дискрета растет последовательно (по «ступенчатому» закону), а значение частоты изменяется хаотически. В связи с этим каждый парциальный радиоимпульс сигнала (дискрет частоты) должен быть умножен на весовой коэффициент, соответствующий порядковому номеру дискрета частоты [1]. На рис. 3, а показан пример весовой функции Хемминга, обеспечивающей ВО отсчетов рассматриваемого сжатого ДЧМС сигнала ($M = 1020$).

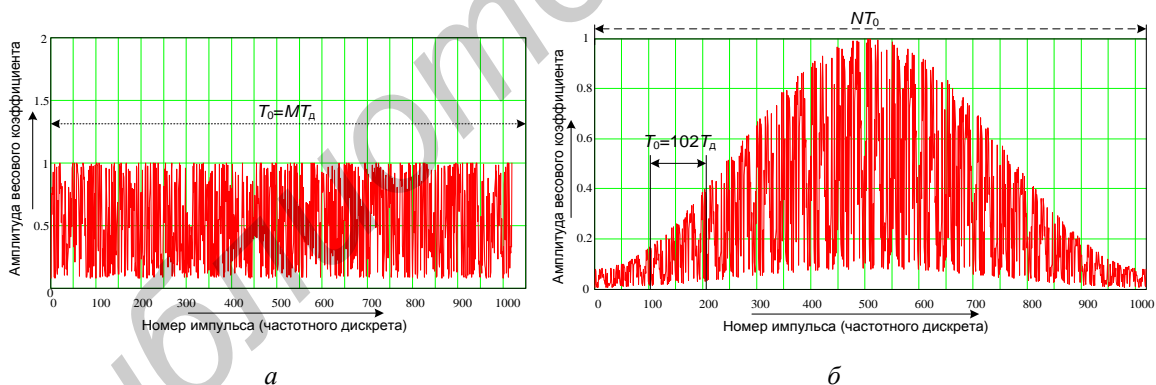


Рис. 3. Временная весовая функция Хемминга, обеспечивающая:

а – ВО одиночного псевдохаотического ДЧМС с длиной кода $M = 1020$; б – двойную ВО когерентной последовательности псевдохаотического ДЧМС с длиной кода $M = 1020$

С целью подтверждения факта снижения уровня БЛ ДЧМС при использовании ВО, на рис. 4 приведены сечения (плоскостями $F = 0$, $F = F_{\text{пд}}/2$ и $F = F_{\text{пд}}$, где $F_{\text{пд}} = 1/MT_{\text{пд}}$ – частота повторения парциальных дискрет) ФН псевдохаотического ДЧМС с ЛЧМ парциальными дискретами.

Результаты анализа сечений ФН рассматриваемого сигнала показывают, что использование весовой функции снижает уровень БЛ только в сечении плоскостью $F = 0$ (например, для функции Хемминга -43 дБ), что полностью соответствует теоретическим данным [12]. В остальных же сечениях уровень боковых остатков достаточно высок (порядка -30 дБ) и определяется только числом дискретов сигнала $1/M$.

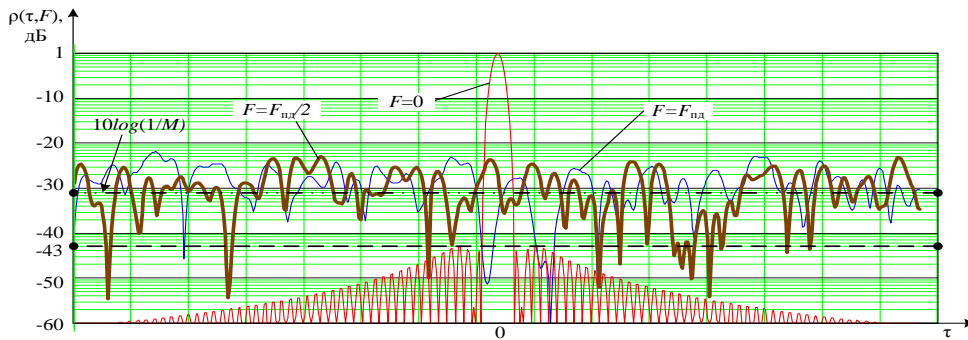


Рис. 4. Сечения ФН плоскостями $F = 0$, $F = F_{пд}/2$ и $F = F_{пд}$ одиночного псевдохаотического ДЧМС с длиной кода $M = 1020$ (использована ВО функцией Хемминга)

Когерентная последовательность дискретных частотно-манипулированных сигналов

Для улучшения энергетического потенциала радиолокационных станций, селекции движущихся целей на фоне пассивных помех и повышения точности сопровождения объектов по радиальной скорости, используют зондирующие сигналы в виде когерентных последовательностей ДЧМС [8] с одинаковыми (рис. 1, б) или различными (рис. 1, в) законами псевдохаотической частотной манипуляции.

Анализ характеристик ФН проведен на примере когерентной последовательности из 10 ($N = 10$) псевдохаотических ДЧМС с ЛЧМ дискретами и длиной кода $M = 102$, величиной скачка частоты $\delta f = 10$ МГц, шириной спектра ЛЧМ дискрета $\Delta f_d = 10$ МГц, длительностью $T_d = 10$ мкс и периодом повторения дискрета $T_{пд} = 20$ мкс. Длительность одиночного ДЧМС $T_0 = 2,04$ мс. Общая ширина спектра сигнала $\Delta f_0 = 1020$ МГц, длительность когерентной последовательности $T_0 N = 20,4$ мс. На рис. 5 приведены сечения ФН вертикальными плоскостями $F = 0$; $F_{пд} / 2$; $F_{пд}$.

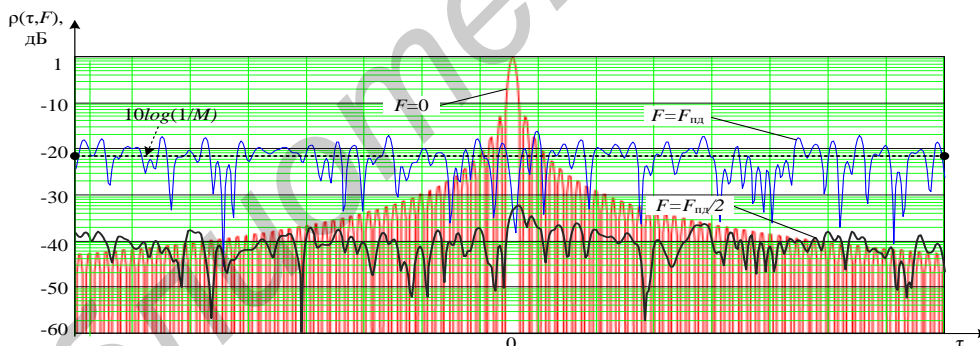


Рис. 5. Сечения ФН плоскостями, $F = 0$, $F = F_{пд}/2$ и $F = F_{пд}$ когерентной последовательности из 10 псевдохаотических ДЧМС с ЛЧМ дискретами и длиной кода Костаса-Велча $M = 102$

Результаты анализа показывают, что при нулевой расстройке по частоте $F = 0$ сечение ФН характеризуется высоким уровнем БЛ (порядка -13 дБ), снижающимся по закону функции $[\sin(x)/x]^2$. Максимальный уровень БЛ соответствует сечению ФН при $F = F_{пд}$. Применительно к рассматриваемому сигналу (с одинаковым кодом частоты) фрагмент ТН и его сечение горизонтальной плоскостью $\rho(\tau, F) = \text{const}$ представлены на рис. 6.

Анализ полученных результатов показывает, что вдоль оси частот располагаются ярко выраженные пики (на частотах кратных $\pm F_{пд}$). При этом уровень частотных пиков вдоль оси времени составляет порядка -20 дБ, что соответствует уровню $1/M$ одиночного ДЧМС. Между пиками наблюдается провал до уровня порядка $(-35 \dots -40)$ дБ. Увеличивая частоту повторения $F_{пд}$ возможно расширить зоны с пониженным уровнем боковых остатков.

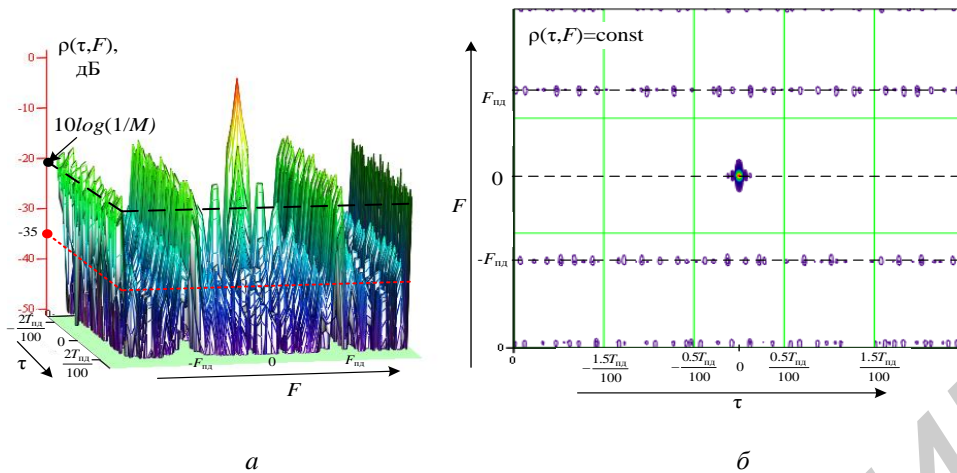


Рис. 6. Фрагмент ТН (а) и сечение ТН горизонтальной плоскостью $\rho(\tau, F) = \text{const}$ когерентной последовательности из 10 псевдохаотических ДЧМС с ЛЧМ дискретами и длиной кода Костаса-Велча $M = 102$ (б)

Весовая обработка когерентной последовательности дискретных частотно-манипулированных сигналов

Интерес вызывает исследование возможности снижения уровня боковых остатков зондирующего сигнала в виде когерентной последовательности псевдохаотических ДЧМС с ЛЧМ дискретами. С этой целью целесообразно использовать известные функции ВО [12]. На рис. 7 приведены сечения ФН каждого ДЧМС из рассматриваемой последовательности вертикальными плоскостями при различных расстройках по частоте.

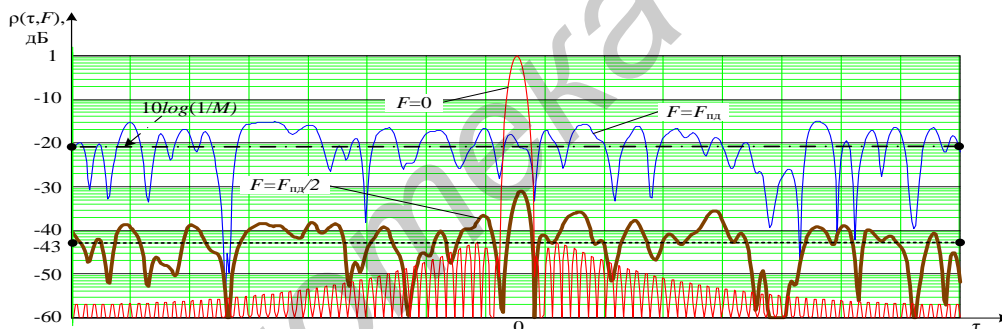


Рис. 7. Сечения ФН плоскостями $F = 0$, $F = F_{\text{пд}}/2$ и $F = F_{\text{пд}}$ когерентной последовательности из 10-ти псевдохаотических ДЧМС с ЛЧМ дискретами, ВО функцией Хемминга и длиной кода $M = 102$

Анализ полученных результатов показывает, что использование функции Хемминга снижает уровень боковых остатков ДЧМС до -43 дБ (согласуется с результатами [12]) только при $F = 0$. При ненулевых расстройках по частоте ($F = F_{\text{пд}}/2$ и $F = F_{\text{пд}}$) уровень БЛ остался неизменным относительно сечений ФН ДЧМС до ВО (рис. 5). На рис. 8 отображены фрагменты ТН когерентной последовательности из 10 псевдохаотических ДЧМС с ЛЧМ дискретами и различными вариантами кода частоты при ВО каждого сигнала в отдельности и дополнительной ВО всей последовательности (двойная ВО). Такой подход позволяет снизить уровень боковых остатков сжатого сигнала, как вдоль оси времени, так и вдоль оси частот до теоретического (например, для функции Хемминга -43 дБ). На рис. 8, а код частоты в каждом ДЧМС одинаковый (рис. 1, б). Уровень БЛ в частотных сечениях кратных $\pm F_{\text{пд}}$ определяется величиной $1/M$ (порядка -20 дБ).

На рис. 8, б код частоты в каждом ДЧМС различный (рис. 1, в). В отличие от результатов рис. 8, а, наблюдается увеличение уровня боковых остатков сжатого сигнала, как вдоль оси частот, так и вдоль оси времени до -45 дБ. Уровень БЛ в частотных сечениях кратных $\pm F_{\text{пд}}$ остается неизменным и определяется величиной $1/M$ (порядка -20 дБ). Использование рассматриваемой когерентной последовательности ДЧМС позволяет повысить помехозащищенность радиолокационных станций от воздействия активных шумовых помех.

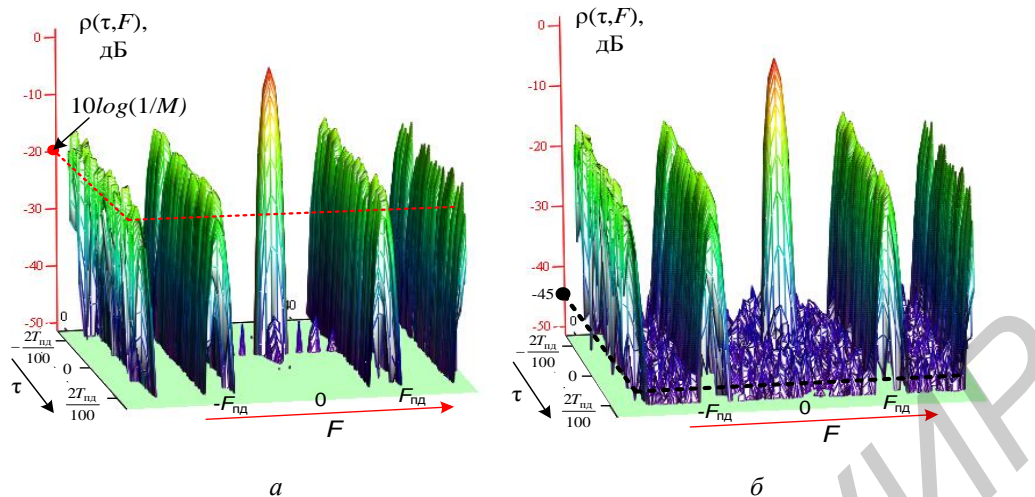


Рис. 8. Фрагмент ТН когерентной последовательности из 10 псевдохаотических ДЧМС с ЛЧМ дискретами после двойной ВО и одинаковым (а) и различным (б) кодами частоты в каждом ДЧМС

На рис. 3, б показан вид двойной весовой функции, обеспечивающей минимизацию боковых остатков сигнала в сечениях по времени и частоте, при использовании зондирующего сигнала в виде когерентной последовательности псевдохаотических ДЧМС. Рассматриваемая функция представляет собой произведение десяти весовых функций псевдохаотических сигналов на общую весовую функцию всей последовательности.

Вид тела неопределенности когерентной последовательности дискретных частотно-манипулированных сигналов на интервалах времени $2T_{пд}$ и частоты $F_{пд}$

Необходимость данного анализа обусловлена тем, что представленный фрагмент ТН ДЧМС (рис. 8) отображает лишь небольшую часть ТН вдоль осей времени ($4T_{пд}/100$) и частоты ($2F_{пд}$). В связи с этим рассматривается ТН когерентной последовательности ДЧМС в следующих пределах: вдоль оси времени ($-T_{пд} - T_{пд}$), вдоль оси частот ($0 - F_{пд} = 1/T_{пд}$).

На рис. 9 отображен фрагмент ТН на примере когерентной последовательности из 5 ($N=5$) псевдохаотических ДЧМС с ЛЧМ дискретами и длиной кода $M=10$, величиной скачка частоты $\delta f = 1$ МГц, шириной спектра ЛЧМ дискрета $\Delta f'_д = 1$ МГц, длительностью дискрета $T_д = 10$ мкс и периодом повторения дискретов $T_{пд} = 20$ мкс. Длительность одиночного ДЧМС $T_0 = 0,2$ мс. Общая ширина спектра ДЧМС и всего сигнала $f_0 = 10$ МГц, а его длительность $T_0 N = 1$ мс. Шаг дискретизации по времени $\Delta t = 20$ нс.

На рис. 9, а использован одинаковый код частоты в каждом ДЧМС. Главные лепестки (ГЛ) ТН последовательности ДЧМС располагаются на частотах кратных $\pm F_{пд}$. На частотах кратных $F_{пд}$, и при временных расстройках кратных $\pm T_{пд}$, значение БЛ определяется величиной $1/M$ (порядка -10 дБ), а их количество – числом дискрет ДЧМС ($M=10$). Уровень ГЛ убывает по закону $[\sin(x)/x]^2$ в пределах ширины спектра всей последовательности (10 МГц). Вдоль оси времени ГЛ следуют с шагом кратным $\pm T_{пд}$, а их уровень снижается по параболе. Среднее значение боковых остатков составляет порядка -30 дБ, и зависит от скачка частоты δf . Их минимальный уровень достигается при $\delta f = \Delta f'_д$. Интервал между ГЛ ТН ДЧМС вдоль оси времени $T_{пд}$ характеризует интервал однозначного определения дальности $r_{одн} = cT_{пд}/2 = 30$ км. Интервал между лепестками ТН ДЧМС вдоль оси частот характеризует интервал однозначного определения доплеровского смещения частоты $F_{д\ одн} = F_{пд} = 1/T_{пд} = 50$ кГц. Однако это не исключает проблему неоднозначности оценивания дальности и частоты (неоднозначности будут возникать на дальностях кратных 3000 м и частотах кратных 5 кГц).

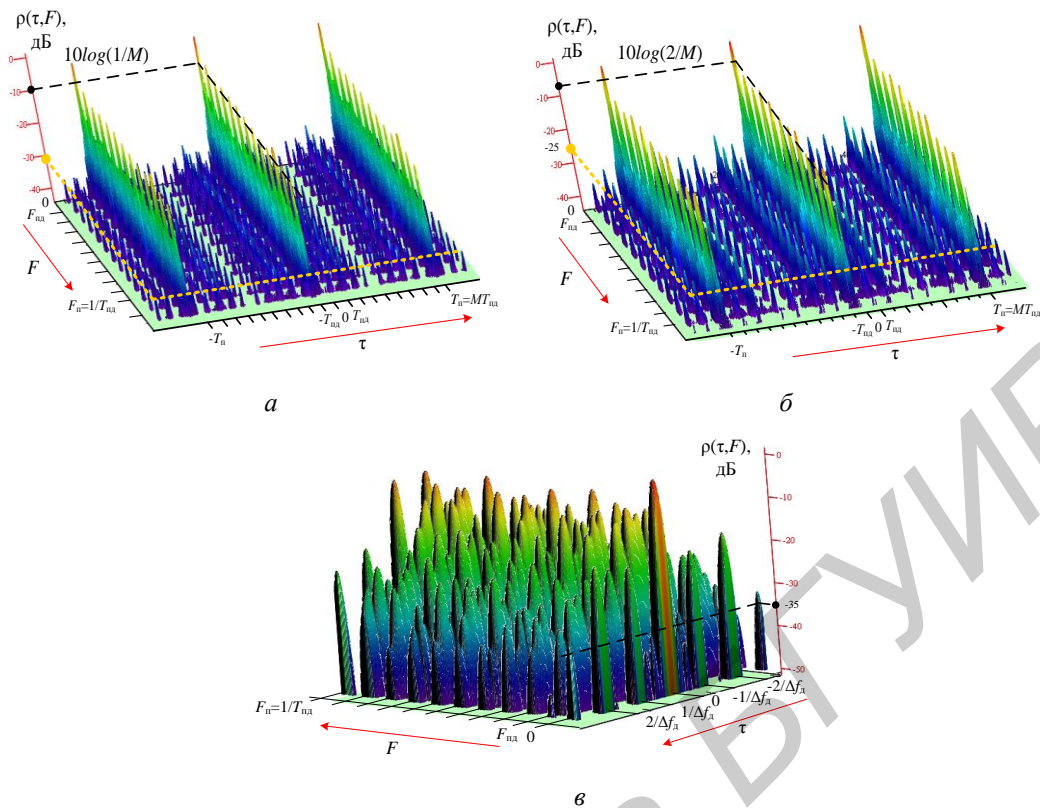


Рис. 9. Фрагмент ТН когерентной последовательности из 5 псевдохаотических ДЧМС с ЛЧМ дискретами: *а* – без ВО; *б* – после двойной ВО; *в* – главного лепестка после двойной ВО

На рис. 9, *б* представлен фрагмент ТН ДЧМС с учетом проведения двойной ВО. На частотах кратных $F_{\text{пд}}$ и при временных расстройках кратных $\pm T_{\text{пд}}$ значение БЛ определяется величиной $2/M$ (порядка -7 дБ). Средний уровень боковых остатков на временных интервалах кратных $\pm T_{\text{пд}}$ и на частотах кратных $\pm F_{\text{пд}}$ составляет порядка -25 дБ. В сечении $\tau=0$ уровень остатков между БЛ составляет менее -43 дБ. Однако во временных сечениях кратных $\pm T_{\text{пд}}$ уровень боковых остатков достигает порядка -35 дБ. Основным недостатком применения двойной весовой обработки является расширение ГЛ ТН, что приводит к ухудшению разрешающей способности как по дальности, так и по частоте Доплера. При этом потери в отношении сигнал-шум составляют порядка $1,7$ дБ.

На рис. 9, *в* представлен ГЛ ДЧМС после двойной ВО (временной интервал $\pm 2/\Delta f_{\text{д}}$ (рис. 9, *а*)). Вдоль оси времени уровень боковых остатков вблизи ГЛ (от $-1/\Delta f_{\text{д}}$ до $1/\Delta f_{\text{д}}$), составляет порядка -35 дБ. При увеличении базы сигнала уровень боковых остатков стремится к пределу, определяемому видом весовой функции. В других временных сечениях, не кратных $\pm 1/\Delta f_{\text{д}}$, и вдоль оси частот не кратных $\pm F_{\text{пд}}$, уровень БЛ снижается до -43 дБ и менее. Огибающая ГЛ вдоль оси времени определяется квадратом модуля корреляционной функции одиночного ЛЧМ дискрета (преобразованием Фурье от квадрата модуля амплитудно-частотного спектра). Ширина зубца вдоль осей времени и частоты определяет разрешающую способность по дальности $\Delta r = c/2\Delta f_0 = 15$ м и частоте Доплера $\Delta F_{\text{д}} = 1/MT_{\text{пд}} = 1$ кГц. Расстояние между зубцами ГЛ ТН ДЧМС вдоль оси времени равно 1 мкс (обратно пропорционально ширине спектра одиночного дискрета $\Delta f_{\text{д}}$), что соответствует 150 м.

В случае использования когерентной последовательности ДЧМС с различными кодами частотной манипуляции (рис. 1, *в*), уровень боковых остатков вдоль оси времени вблизи ГЛ (от $-1/\Delta f_{\text{д}}$ до $1/\Delta f_{\text{д}}$) возрастает до -20 дБ (по сравнению с использованием одинакового закона частотной манипуляции). Уровень БЛ вдоль оси частот (без учета лепестков, кратных $\pm F_{\text{пд}}$) достигает -20 дБ и зависит от базы сигнала.

Заключение

Проведен анализ свойств ФН когерентных последовательностей псевдохаотических ДЧМС с ЛЧМ дискретами. Модулированные парциальные дискреты (например, ЛЧМ) обеспечивают не только высокое разрешение по дальности, но и независимое управление частотными и временными параметрами сигнала. Использование последовательностей рассматриваемых сигналов улучшает энергетический потенциал РЛС и повышает точность сопровождения объектов по радиальной скорости. При высокой разрешающей способности по дальности (за счет увеличения ширины спектра) и частоте Доплера (за счет увеличении времени наблюдения) появляется возможность формировать дальностные и частотные радиолокационные портреты целей, что позволяет переходить к решению задач распознавания. Формирование ДЧМС, с учетом современных цифровых и аналоговых технологий, оказывается технически не очень сложным.

PROPERTIES OF UNCERTAINTY FUNCTION OF THE PSEUDO-CHAOTIC DISCRETE FREQUENCY MANIPULATED SIGNALS WITH WEIGHT PROCESSING

E.N. BUILOV, S.A. GORSHKOV, S.Y. SEDISHEV, S.N. YARMOLIK

Abstract

The analysis of uncertainty functions properties of pseudo-chaotic discrete frequency-manipulated signals with use of linearly-frequency-modulated radio impulses as partial discrete is carried out. Possibility of decrease in level of lateral petals of such broadband signal is considered.

Список литературы

1. Плекин В.Я. Широкополосные дискретно-кодированные сигналы в радиотехнике и радиолокации. М., 2005.
2. Кук Ч., Бернфельд М. Радиолокационные сигналы. Теория и применение. М., 1971.
3. *Levanon N., Mozeson E.* Radar Signals. New Jersey, 2004.
4. *James D. Taylor.* Ultra-Wideband Radar Technology. New York, 2000.
5. Computer simulation of aerial target radar scattering, recognition, detection and tracking / Editor Y.D. Shirman. Boston–London, 2002.
6. *Wehner D.* High Resolution Radar. Norwood, 1987.
7. Орленко В.М., Ширман Я.Д. // Электромагнитные волны и электронные системы. 1999. № 4. С. 86–89.
8. Радиоэлектронные системы: основы построения и теория. Справочник. / Под ред. Я.Д. Ширмана. М., 2007.
9. *Варакин Л.Е.* Системы связи с шумоподобными сигналами. М., 1985.
10. Буйлов Е.Н., Горшков С.А. // Докл. БГУИР. 2014. № 3 (81). С. 78–84.
11. *Виноградов И.М.* Основы теории чисел. М., 1952.
12. Цифровой спектральный анализ и его приложения / Под ред. И.С. Рыжака. М., 1990.

УДК 623.6

КОМПЛЕКС ПОСТАНОВКИ ПОМЕХ ВЫСОКОТОЧНОМУ ОРУЖИЮ С ЛАЗЕРНЫМИ СИСТЕМАМИ НАВЕДЕНИЯ ПОЛУАКТИВНОГО ТИПА

С.И. РУДИКОВ

Научно-технический центр «ЛЭМТ» БелОМО
ул. Макаенка, 23, корп.1, Минск, 220023, Беларусь

Поступила в редакцию 24 апреля 2014

Приведено описание и принцип работы комплекса постановки помех лазерным системам наведения полуактивного типа, устанавливаемым на высокоточных боеприпасах. Работа комплекса основана на обнаружении импульсов целеуказания отраженных от цели и излучения импульсов ложного целеуказания из нескольких точек, расположенных на расстоянии от цели, что обеспечивает увод высокоточного оружия с траектории поражения.

Ключевые слова: высокоточное оружие, лазерные системы наведения, постановка помех.

Введение

Высокоточное оружие (ВТО) относится к классу обычного (неядерного) вооружения, которое способно обеспечить избирательное поражение цели с вероятностью не менее 0,7 [1].

В состав ВТО включают: средства разведки, прицеливания и управления, средства доставки и средства поражения. Таким образом, ВТО – это комплекс вооружения, каждая часть которого выполняет свои функции и взаимодействует с остальными в режиме реального времени. Средства разведки, прицеливания и управления осуществляют поиск, предварительный анализ, захват на автоматическое сопровождение целей и подготовку к пуску средств поражения. Средства доставки осуществляют доставку средств поражения непосредственно в зону пуска. Средства поражения предназначены для самонаведения и поражения цели [2].

Опыт ведения боевых действий с использованием различного рода ВТО показывает его высокую эффективность. Так, для увеличения точности бомбометания американскими военными в период войны во Вьетнаме 1965–1973 годов впервые применялись управляемые авиационные бомбы (УАБ), оснащенные оптико-электронными (лазерными и телевизионными) головками самонаведения (ГСН). Использование управляемых авиационных бомб позволило американскому командованию уменьшить состав ударных авиационных групп в два раза. Последующие военные конфликты отличались значительным увеличением количества применяемого ВТО. В ходе конфликта в Персидском заливе 1991 года между Многонациональными силами и Ираком первыми было израсходовано порядка 16000 высокоточных боеприпасов, а в период военной операции Вооруженных сил НАТО против Югославии за несколько месяцев было использовано порядка 27000. Среди них были управляемые авиационные бомбы и управляемые авиационные ракеты (УАР) класса «воздух-поверхность» с полуактивной лазерной системой наведения. ВТО использовалось для поражения военных и промышленных объектов, объектов ПВО, командных пунктов, танков, боевых машин и т.д.

Широкое применение и постоянное совершенствование высокоточного оружия делает необходимым изучение его тактико-технических характеристик, боевых возможностей и способов применения, а также разработку и совершенствование современных методов противодействия данному типу вооружения. В данной статье рассматривается высокоточное

оружие с лазерными системами наведения полуактивного типа и приводится описание вариантов построения комплекса для защиты объектов от него.

Анализ тактико-технических характеристик, способов применения и типовых целей ВТО с лазерными системам наведения полуактивного типа

На сегодняшний день на вооружении многих стран мира состоит большое количество различного рода высокоточного оружия. Широкое распространение получило ВТО с полуактивными лазерными головками самонаведения. Основными достоинствами данного типа систем наведения являются:

- большая дальность действия по сравнению с телевизионными ГСН;
- высокая угловая разрешающая способность;
- возможность работы в любое время суток;
- повышенная помехозащищенность по сравнению с пассивными оптическими ГСН;
- небольшие массогабаритные характеристики.

К недостаткам полуактивных лазерных систем наведения можно отнести:

- зависимость дальности действия от метеоусловий;
- подверженность воздействию естественных и искусственных помех;
- необходимость постоянного подсвета цели лазерным целеуказателем.

Полуактивные лазерные головки самонаведения используются в авиационных управляемых бомбах и управляемых авиационных ракетах класса «воздух-поверхность». Авиационные управляемые ракеты представляют собой летательные аппараты, снабженные боевым зарядом для уничтожения воздушных, наземных и надводных целей, а также системой наведения [3].

Анализ основных тактико-технических характеристик авиационных управляемых ракет класса «воздух-земля» позволяет сделать вывод, что данный тип высокоточного оружия применяется в диапазоне высот от 0,2 до 10 км и дальностей от 3 до 150 км. Средние скорости составляют 300–500 м/с [4]. Управляемые авиационные бомбы обладают высокой точностью попадания, невысокой стоимостью и предназначены для поражения точечных, защищенных и заглубленных, мобильных и стационарных целей, взлетно-посадочных полос, мостов и других объектов промышленного и военного назначения.

УАБ применяются в диапазоне высот от 0,6 до 12 км и дальностей от 1 до 30 км. Некоторые управляемые бомбы (GBU-39, AGM-154) за счет усовершенствованной конструкции могут применяться на расстояниях до 60–75 км. Оснащение данного типа ВТО ракетными двигателями позволяет увеличить дальность их применения до 150 км (AGM-130C). Средние скорости управляемых авиационных бомб не превышают 300 м/с [5].

На рис. 1 приведены изображения УАР AGM-114 Hellfire и УАБ Paveway III с полуактивной лазерной головкой самонаведения



a



b

Рис. 1. Изображения управляемой авиационной ракеты и управляемой авиационной бомбы:
a – AGM-114 Hellfire [6]; *b* – Paveway III [7].

Тактико-технические характеристики УАР и УАБ обуславливают способы и возможности их применения. УАР обладают большей дальностью применения, чем УАБ и имеют преимущество, если существуют ограничения по подлету самолета-носителя к поражаемому объекту. В свою очередь УАБ имеет преимущество при необходимости поражения защищенных и заглубленных целей, так как поражающие свойства их выше. Это связано с тем, что отношение боевой части УАБ к ее общему весу равняется примерно 0,7–0,9, в то время как для УАР это значение составляет 0,2–0,5. Это означает, что при одинаковом общем весе и дальности применения управляемая авиабомба может доставить к цели почти вдвое большую по весу боевую часть, чем УАР [8].

Принцип действия полуактивной лазерной системы наведения основан на использовании систем подсвета объектов лазерным лучом. Наведение высокоточного средства поражения на объект, в этом случае, осуществляется на отраженный сигнал от цели.

Полуактивные лазерные ГСН работают на длине волны 1,06 мкм и реализуются на базе матричных или квадрантных фотоприемных устройств. Подсвет цели осуществляется лучом лазера, работающего в частотно-импульсном режиме с частотой от 10 до 20 Гц. Для обеспечения помехозащищенности и реализации многоканальности используется кодирование сигнала. Современные лазерные целеуказатели обеспечивают работу на дальностях более 10 км и имеют расходимость лазерного луча не более 130 мкрад [9]. Подсвет может производиться с самолета носителя или наземного передового наблюдательного пункта (рис. 2). Самолет-носитель подлетает к цели на необходимое расстояние, обеспечивающее ее захват, и осуществляет пуск.



Рис 2. Подсвет объекта лазерным целеуказателем для наведения управляемой авиационной бомбы с полуактивной лазерной ГСН

ВТО с лазерными системами наведения последнего поколения совмещают инерциальную систему навигации/глобальную спутниковую систему навигации и полуактивную лазерную головку самонаведения. Такая комбинированная система, в сочетании с технологиями помехозащищенности, позволяет увеличить дальность запуска ВТО и уменьшить время подсвета цели, что приводит к уменьшению сопутствующих потерь и повышению эффективности операций.

Разработка комплекса постановки помех высокоточному оружию с полуактивными лазерными головками самонаведения предполагает также анализ возможных целей для поражения. Основными целями для поражения ВТО боевой авиацией будут наземные, подземные, надводные и подводные объекты. Наиболее вероятные объекты нападения – это средства ПВО и резервы противника.

К средствам ПВО относят, в первую очередь, зенитно-ракетные комплексы, которые с точки зрения объекта прикрытия представляют собой сложный групповой рассредоточенный объект. К резервам противника можно отнести танковые, мотопехотные артиллерийские подразделения, элементы разведывательных комплексов, пункты управления, железнодорожные мосты, автомобильные мосты, переправы, взлетно-посадочные полосы.

Таким образом, можно выделить несколько групп типовых целей, которые будут рассматриваться в качестве объектов прикрытия при определении состава комплекса: крупноразмерные объекты; малоразмерные объекты; групповые рассредоточенные объекты.

Каждую группу можно разделить на стационарные и мобильные объекты.

Состав и принцип работы комплекса

В статье приводятся описание и принцип работы комплекса, предназначенного для защиты объектов от ВТО с полуактивными лазерными системами наведения и пути его совершенствования. В [10] приведены некоторые из способов защиты объектов от высокоточного оружия с лазерной системой наведения.

В первом способе, в случае обнаружения подсветки защищаемого объекта лазерным лучом противника, ложную цель, удаленную на безопасное расстояние, подсвечивают аналогичным по параметрам генерации, но большей интенсивности лазерным лучом. Также, ложное пятно подсвета может перемещаться от защищаемого объекта на ложную цель, с целью постепенного увода ВТО.

Во втором способе результат достигается тем, что между защищаемыми объектами и ложной целью размещают цепочки имитационных лазеров с излучением направленным вверх. После обнаружения подсвета одного из объектов включают ближайший к объекту имитационный лазер, после чего поочередно включают следующие имитационные лазеры в направлении ложной цели.

Способ защиты, реализованный в описываемом комплексе, основан на обнаружении импульсов лазерного подсвета объекта (цели), измерении и оценке периода повторения этих импульсов и постановки синхронной помехи полуактивной лазерной головке самонаведения. Синхронная помеха представляет собой мощное монохроматическое лазерное излучение, имитирующее пространственно-временную структуру сигнала лазерного целеуказателя, направленное на одну или несколько ложных целей.

Основными объектами прикрытия данного комплекса являются стационарные крупноразмерные и малоразмерные объекты различного назначения.

В состав комплекса входят:

- обнаружители импульсов прямого лазерного излучения;
- обнаружители импульсов отраженного от объекта (цели) лазерного излучения;
- излучатели ложного целеуказания;
- специальные ложные цели;
- блок управления;
- блок индикации;
- источник электропитания.

Обнаружители импульсов прямого лазерного излучения обеспечивают обнаружение излучения падающего от целеуказателя непосредственно на приемную апертуру объектива и располагаются на защищаемом объекте в местах наиболее вероятного подсвета. Обнаружители импульсов отраженного от объекта (цели) лазерного излучения обеспечивают обнаружение диффузно рассеянного объектом излучения целеуказателя и располагаются возле защищаемого объекта, при этом поле зрения направлено на поверхность объекта защиты.

Излучатели ложного целеуказания предназначены для генерации импульсов мощного лазерного излучения по командам блока управления и размещаются вблизи защищаемого объекта либо на объекте. Специальные ложные цели представляют собой объекты с диффузной поверхностью, предназначенной для подсвета ее соответствующим излучателем ложного целеуказания. В качестве ложной цели могут быть использованы стенды, изготовленные из доски, окрашенные белой краской.

Блок управления предназначен для измерения параметров сигнала лазерного целеуказания, запуска работы излучателей ложного целеуказания и контроля работоспособности составных частей комплекса. Блок индикации предназначен для выбора и отображения режимов работы комплекса, отображения работоспособности составных частей комплекса.

Результаты испытаний показали, что данный комплекс постановки помех эффективен при использовании его против лазерных систем наведения, использующих кодирование с фиксированными частотами повторения импульсов. Как было сказано выше, современные системы лазерного наведения могут использовать кодирование с модуляцией периода повторения импульсов, делая такой метод постановки помех неэффективным.

При защите крупногабаритных и групповых рассредоточенных объектов обнаружение прямого лазерного излучения подсвета может стать технически сложной задачей. Современные лазерные целеуказатели формируют пятно подсвета радиусом порядка двух метров на расстоянии 10 км. Таким образом, для обнаружения прямого лазерного излучения понадобится большое количество датчиков, размещенных по периметру каждого объекта, что усложнит конструкцию блока управления, значительно увеличит количество соединительных кабелей и стоимость комплекса.

Предлагаемый путь совершенствования комплекса основан на постановке пространственно-разнесенной помехи путем излучения импульсов ложного целеуказания в верхнюю полусферу из нескольких точек без использования специальной поверхности в качестве ложной цели. Работа размещенных специальным образом излучателей осуществляется поочередно, с заданной задержкой, в ответ на каждый принимаемый импульс подсвета (рис. 3). Таким образом, исключается необходимость измерения и оценки периода повторения принимаемых импульсов лазерного целеуказания. Головка самонаведения в данном случае ориентируется на энергетический центр между излучателями ложного целеуказания, что обеспечивает увод ВТО с траектории поражения, а также снижает вероятность поражения самих излучателей.

Для решения проблемы большого количества датчиков излучения предлагается использовать обнаружение только отраженного от объекта лазерного излучения. Обнаружители данного типа размещаются вблизи защищаемого объекта на расстоянии, при котором размеры поля зрения в плоскости объекта защиты соизмеримы с размерами объекта.

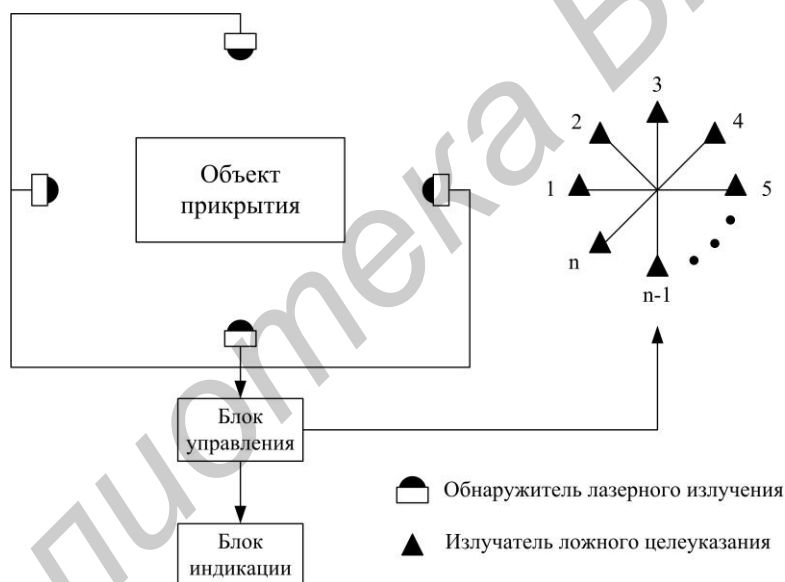


Рис 3. Упрощенная схема прикрытия объекта

Заключение

Высокоточное оружие с лазерными системами наведения получает все большее распространение в современных вооруженных конфликтах. Использование данных систем позволяет существенно уменьшить состав ударных групп, увеличить эффективность и снизить стоимость военных операций. Тенденции развития ВТО требуют создания эффективных средств защиты объектов различного назначения.

Комплекс постановки помех лазерным системам наведения полуактивного типа позволяет обнаруживать импульсы отраженного от объекта прикрытия излучения целеуказателя и излучать импульсы ложного целеуказания из нескольких точек, расположенных на расстоянии от объекта, что обеспечивает увод ВТО с траектории поражения.

Автор выражает благодарность научному руководителю д. ф.-м. н., профессору Шкадаревичу Алексею Петровичу за помощь, оказанную при написании статьи и ряд важных замечаний.

JAMMING COMPLEX FOR PRECISION WEAPON WITH SEMI-ACTIVE LASER-GUIDED SYSTEMS

S.I. RUDIKOV

Abstract

The description and operation mode of the jamming complex for semi-active laser-guided systems, fixed at the high-precision weapon are added. The complex aims to detect the target designation pulse reflected from a target and generation false target designation pulse from several points at a safe distance from the target.

Список литературы

1. *И.М. Косачев, А.А. Степанов* // Вест. Воен. акад. Респ. Бел. 2005. № 4 (9). С. 8–24
2. Информационный сборник «Особенности боевого применения высокоточных средств поражения и способы повышения эффективности борьбы с ними» / Под общ. ред. Ю.Н. Черного. Минск, 2008.
3. *Чечик Д.Л.* Вооружение летательных аппаратов. М., 2002.
4. Авиационная энциклопедия «Уголок неба». [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.airwar.ru/enc/weapon/avz_data.html. – Дата доступа: 16.04.2014.
5. Авиационная энциклопедия «Уголок неба». [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.airwar.ru/enc/weapon/ab_data.html. – Дата доступа: 16.04.2014.
6. File:AGM-114 Hellfire hung on a Predator drone.JPG. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://en.wikipedia.org/wiki/File:AGM-114_Hellfire_hung_on_a_Predator_drone.JPG. – Дата доступа: 16.04.2014.
7. File:Paveway ILA06.JPG. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://en.wikipedia.org/wiki/File:Paveway_ILA06.JPG – Дата доступа: 16.04.2014.
8. Управление и наведение беспилотных маневренных летательных аппаратов на основе современных информационных технологий / Под ред. М.Н.Красильщикова и Г.Г.Себрякова. М., 2003.
9. Technical specification. PLLDS (Portable Lightweight Laser Designator System) Elbit Systems.
10. *Шлома Л.В.* Способ защиты группового объекта от высокоточного оружия с лазерной системой наведения (варианты) / Патент РФ № 2401411С2.

УДК 621.39

СЕТИ ДОСТУПА С ОТНОСИТЕЛЬНЫМ ПРИОРИТЕТОМ

А.Г. КОСТЮКОВСКИЙ

Высший государственный колледж связи
П. Бровка, 14, Минск, 220027, Беларусь

Поступила в редакцию 1 ноября 2013

Приведены результаты разработки и исследования математической модели сети доступа с относительным приоритетом и с предоставлением абонентам услуги гарантированного качества Triple Play (три в одном) при трех значениях коэффициента загрузки сетевого сервера (шлюза): в номинальном режиме работы, при недогрузке и перегрузке. Разработаны инструментальные средства, где гарантированное качество измеряется, как время запаздывания в сетях с коммутацией пакетов.

Ключевые слова: системы массового обслуживания, сети доступа, уровни обслуживания, качество обслуживания QoS, схемы приоритета, среднесетевые задержки.

Введение

Сети доступа – Access Network (AN) находят широкое применение в местных сетях. Они создаются для агрегирования (сбора) разнообразного абонентского трафика на центральную АТС (автоматическую телефонную станцию) в сетях ISDN (Integrated-Service Digital Network – цифровая сеть с интегрированным обслуживанием, ЦСИО) [1]. Наибольшее распространение получила услуга гарантированного качества Triple Play (три в одном) – услуга доведения цифрового потока до каждой абонентской розетки с возможностью одновременного подключения трех цифровых терминалов: цифрового телефона, цифрового телевизора и персонального компьютера.

Чтобы удовлетворять противоречивым по качеству обслуживания требованиям пользователей ЦСИО, выработаны основные положения, определяющие подход к нормированию качества обслуживания QoS (Quality of Service – качество обслуживания), которые изложены в Rec. E.800 ITU-T (<http://www.itu.int/ITU-D>) [2]. Требования к сетевым показателям качества для служб, основанных на протоколе IP, приведены в Rec. Y.1541 ITU-T [3] как среднесетевые задержки. IP – Internet Protocol – межсетевой протокол. Относится к маршрутизируемым протоколам сетевого уровня семейства TCP/IP. Именно IP стал тем протоколом, который объединил отдельные подсети во всемирную сеть Интернет (Internet). Неотъемлемой частью протокола является адресация сети

В вышеуказанных рекомендациях Международного Союза Электросвязи (МСЭ – ITU-T) даются только требования качества обслуживания, но не указаны пути их осуществления. Поэтому на практике применяют сложные схемы управления трафиком.

Одним из наиболее перспективных путей реализации вышеуказанных рекомендаций является использование схемы приоритета без преимущественного права на прерывание [1, 4]. Она находит широкое применение в шлюзах, интегрирующих различные сегменты сетей и сети доступа, когда агрегируют (собирают) абонентский трафик и поставляют на абонентскую розетку современную услугу Triple Play на базе платформы IMS/NGN (IP Multimedia Subsystem – спецификация передачи мультимедиа в электросвязи на основе протокола IP; Next Generation Network – сеть следующего поколения) [5]. Здесь качество обслуживания пакетов информации также измеряется как среднесетевая задержка, что удачно согласуется и с рекомендациями ITU-T.

Удовлетворение противоречивых по качеству обслуживания требований пользователей ЦСИО может быть достигнуто за счет приоритетного обслуживания [1, 6]. При поступлении на единственный сервер пакета с высоким приоритетом обслуживание пакета с более низким приоритетом либо прерывается (абсолютный приоритет), либо пакет с высоким приоритетом становится в начало очереди ожидающих пакетов (относительный приоритет).

Возникает задача расчета вероятностно-временных характеристик (ВВХ) сети доступа трех классов трафика – от цифровых телефонов, цифровых телевизоров и персональных компьютеров (интеграция речевых сигналов, видеоданных и текста). На практике используется дисциплина справедливого обслуживания с использованием относительного приоритета, названного в рамках данной статьи схемой приоритета без преимущественного права на прерывание.

В данной статье автор разработал модель сети доступа с автономным сервером, инструментальные средства для измерения качества обслуживания и при заданных исходных данных исследовал на разработанной модели структурно-сетевые параметры указанной выше схемы приоритета как в номинальном режиме работы, так и осуществил прогноз расчетных показателей при недогрузках и перегрузках экспоненциального и детерминированного серверов.

Теоретический анализ модели

Модель однолинейной СМО с приоритетом в сети доступа представим на рис. 1.

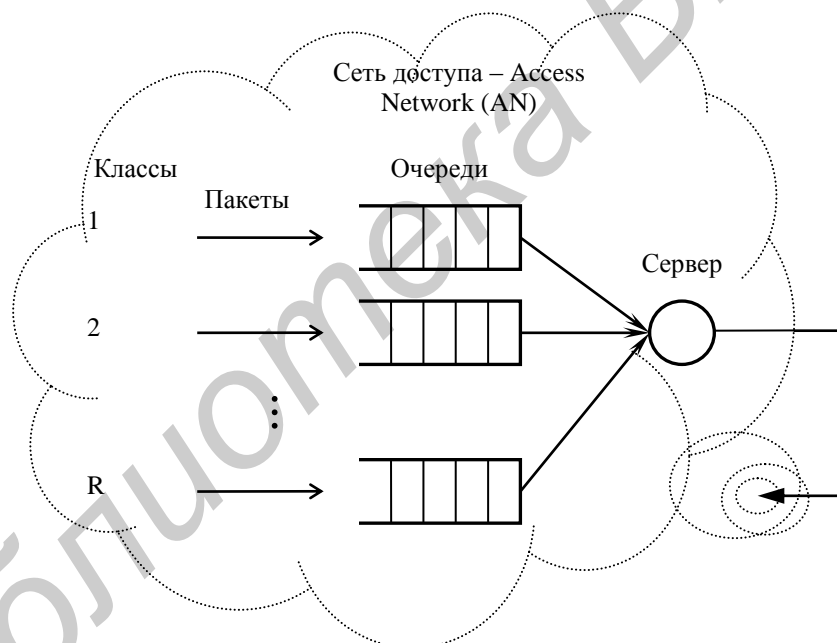


Рис. 1. Модель однолинейной СМО с приоритетом в сети доступа

Поскольку речь о качестве обслуживания можно вести только тогда, когда можно его измерить в конкретных физических величинах, то в нашем случае качество обслуживания необходимо измерять, как задержку пакета информации при его передаче от абонента А к абоненту В в единицах времени, например, в миллисекундах (мс). Следует заметить, что согласно вышеуказанным рекомендациям Международного союза электросвязи сквозное качество обслуживания в сетях с коммутацией пакетов измеряется именно в мс.

Рассмотрим систему единственного сервера, где пакеты класса i , $i = 1, 2, \dots, R$, поступают в случайном порядке с частотой λ_i с произвольно распределенным временем обслуживания со средним значением h_i и вторым моментом $h_i^{(2)}$. Класс более высокого приоритета задан меньшим значением i .

Пусть $\rho_i = \lambda_i h_i$, L_i и W_i будут поступающей нагрузкой, средним количеством ожидающих пакетов и средним временем ожидания, соответственно, для пакетов класса i .

Положим порядок обслуживания пакетов FIFO (First In – First Out – первым пришел, первым и обслужен) с бесконечным буфером в том же самом классе и допустим существование устойчивого состояния. Тогда, если некоторый произвольный пакет в классе i выбирается в случайном порядке как тестовый пакет, то качество его обслуживания определится как среднее время ожидания [1]

$$W_i = \frac{\sum_{i=1}^R \lambda_i h_i^{(2)}}{2 \left(1 - \sum_{j=1}^{i-1} \rho_j\right) \left(1 - \sum_{j=1}^i \rho_j\right)}. \quad (1)$$

Второй момент времени обслуживания $h_i^{(2)}$ в классе i в выражении (1) определим [5] следующим образом:

$$h_i^{(2)} = \int_{-\infty}^{\infty} h^2 dF(h), \quad (2)$$

где $F(h)$ – функция распределения вероятности сервисного времени (вероятность того, что время обслуживания пакета не превышает h).

Например, известно [5], что в простейшем случае, когда допускают, что время завершения вызова осуществляется в случайном порядке, то тогда дополнительная функция распределения $H(h)$ (вероятность того, что время обслуживания превышает h) определяется как $H(h) = e^{-\mu h}$. В этом случае говорят, что время обслуживания распределено экспоненциально с величиной μ^{-1} , где μ называют интенсивностью обслуживания. Отсюда искомая функция $F(h)$ определится следующим образом:

$$F(h) = 1 - H(h) = 1 - e^{-\mu h}. \quad (3)$$

Дифференцируя функцию распределения вероятности сервисного времени $F(h)$ (3) по h и подставляя полученную производную как функцию плотности распределения в выражение (2), получим значение второго момента времени обслуживания

$$h_i^{(2)} = \int_{-\infty}^{\infty} h^2 dF(h) = \mu \int_0^{\infty} h^2 e^{-\mu h} dh, \quad (4)$$

где последний определенный интеграл табулирован в [6].

Отсюда второй момент времени обслуживания $h_i^{(2)}$ определится как

$$h_i^{(2)} = 2 / \mu^2. \quad (5)$$

Наконец, подставляя выражение (5) в формулу (1) и вводя коэффициент загрузки q единственного сервера, мы получим удобную в инженерных расчетах формулу измерения качества обслуживания как среднего времени ожидания по классам приоритета без преимущественного права на прерывание экспоненциального сервера

$$W_i = \frac{q}{\mu(1 - q_{i-1})(1 - q_i)}, \quad (6)$$

где $q = \sum_{i=1}^R \rho_i$ – коэффициент загрузки единственного сервера; $q_{i-1} = \sum_{j=1}^{i-1} \rho_j$ – поступающая

нагрузка по классам высшего приоритета; $q_i = \sum_{j=1}^i \rho_j$ – поступающая нагрузка по классам высшего приоритета, включая и класс i .

Из полученной нами формулы (6), как инструментального средства измерения качества обслуживания при передаче пакетов, следует, что должна существовать некоторая точка

перегиба среднего времени ожидания W_i , когда оно начинает стремительно возрастать, и существует оптимальное значение коэффициента загрузки сервера q_0 в сетях с коммутацией пакетов.

Методика расчета среднесетевых задержек

Разработаем методику расчета структурно-сетевых параметров по формуле (6) вплоть до геометрического подтверждения наличия некоторой рабочей точки с номинальной (тяжелой) загрузкой сервера q_0 .

Вновь рассмотрим схему приоритета с тремя классами i , $i = 1, 2, 3$ и $R = 3$. Допустим, что номинальная загрузка экспоненциального сервера достигается при $q_0 = 0,2$; $\rho_j = \lambda_i / \mu_0 < 1$, а μ_0 – оптимальная интенсивность обслуживания. Тогда из выражения (6) следует:

$$\left\{ \begin{array}{l} W_1 = \frac{0,2}{\mu_0(1-\rho_1)^2}; \\ W_2 = \frac{0,2}{\mu_0(1-\rho_1)(1-(\rho_1+\rho_2))}; \\ W_3 = \frac{1}{4\mu_0(1-(\rho_1+\rho_2))}. \end{array} \right. \quad (7)$$

Когда мы уменьшим интенсивность обслуживания в полтора раза, то во столько же раз увеличится загрузка сервера до $q = 0,3$; тогда система (7) переписется как

$$\left\{ \begin{array}{l} W_1 = \frac{0,45}{\mu_0(1-1,5\rho_1)^2}; \\ W_2 = \frac{0,45}{\mu_0(1-1,5\rho_1)(1-1,5(\rho_1+\rho_2))}; \\ W_3 = \frac{9}{11\mu_0(1-1,5(\rho_1+\rho_2))}. \end{array} \right. \quad (8)$$

А когда мы увеличим интенсивность обслуживания в два раза, то во столько же раз уменьшится загрузка сервера до $q = 0,1$; тогда система (7) переписется следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} W_1 = \frac{0,05}{\mu_0(1-0,5\rho_1)^2}; \\ W_2 = \frac{0,05}{\mu_0(1-0,5\rho_1)(1-0,5(\rho_1+\rho_2))}; \\ W_3 = \frac{0,05}{0,95\mu_0(1-0,5(\rho_1+\rho_2))}. \end{array} \right. \quad (9)$$

Можно показать, что при детерминированном времени обслуживания (например, при использовании технологии АТМ (Asynchronous Transfer Mode – асинхронный способ передачи данных) средние времена ожидания по классам приоритета без преимущественного права на прерывание детерминированного сервера сократятся в 2 раза по сравнению с экспоненциальным сервером (6–9).

Численный эксперимент

Пусть речевой сигнал [5], пакетированный АДИКМ (ADPCM – Adaptive Differential Pulse Code Modulation – Адаптивная дифференциальная импульсно кодовая модуляция со

скоростью 32 кбит/с) от 1000 абонентов, поступает с частотой $\lambda_1 = 21,96/\text{мс}$ по 1 классу приоритета; видеоданные от 100 абонентов поступают с частотой $\lambda_2 = 12177,81/\text{мс}$ по 2 классу приоритета; текст от 200 абонентов поступает с частотой $\lambda_3 = 1047,8/\text{мс}$ по 3 классу приоритета [5].

Расчет номинальной интенсивности обслуживания μ_0 произведем как

$$\mu_0 = (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) / q_0. \quad (10)$$

Для коэффициента загрузки единственного сервера $q_0 = 0,2$ из формулы (10) получим $\mu_0 = (21,96 + 12177,81 + 1047,8) / 0,2 \text{ мс} = 66\,237,85/\text{мс}$.

Переведем размерность интенсивности обслуживания из размерности пакет/с в размерность бит/с, т.е. произведем оценку оптимальной производительности сервера ν_0 :

$$\nu_0 = l\mu_0, \quad (11)$$

где l – размер пакета в бит.

С учетом того, что осуществлена процедура сборки/разборки пакетов по технологии Ethernet с минимальным размером пакета $l = 64$ байта, получим из выражения (11) оценку оптимальной производительности сервера как

$$\nu_0 = 64 \text{ байта} \times 8 \text{ бит} \times 66\,237,85/\text{мс} = 33\,991\,379,2 \text{ бит/мс} \approx 34 \text{ Гбит/с}.$$

Выбираем технологию передачи 10 GigE (Gigabit Ethernet) с последующим уплотнением по технологии DWDM (Dense WDM – Спектральное уплотнение каналов; WDM – Wavelength-Division Multiplexing – мультиплексирование с разделением по длине волны – технология, позволяющая одновременно передавать несколько информационных каналов по одному оптическому волокну на разных несущих частотах) (4 лямбды \times 10 Гбит/с = 40 Гбит/с). Новый стандарт 10-гигабитного Ethernet включает в себя семь стандартов физической среды для LAN, MAN и WAN. В настоящее время он описывается поправкой IEEE 802.3ae и должен войти в следующую ревизию стандарта IEEE 802.3. Отсюда выберем за основу производительность системы передачи $\mu = 10$ Гбит/с.

Подставляя исходные данные в формулы (7 – 9), представим результаты расчетов среднего времени ожидания в зависимости от коэффициента загрузки однолинейного сервера в таблице.

Результаты расчетов численного эксперимента

Среднее время ожидания	Коэффициент загрузки сервера, q		
	0,1	0,2	0,3
W_1 , пс (речь)	1,47	5,9	13,23
W_2 , пс (видеоданные)	1,61	7,2	18,28
W_3 , пс (текст)	1,7	9	33,24

Из таблицы следует, что с ростом телефонной нагрузки растет и среднесетевая задержка. Наибольшую задержку, как и следовало ожидать, испытывает третий класс приоритета (текст), меньшую задержку испытывает второй класс приоритета (видеоданные), а наименьшую задержку испытывает первый класс приоритета (речевой сигнал, пакетированный АДИКМ).

Среднесетевые задержки по классам приоритета при коэффициенте загрузки сервера $q = 0,1$ изменяются незначительно, а уже при $q = 0,3$ разброс задержек начинает стремительно возрастать. Отметим, что среднее время ожидания при использовании однолинейного детерминированного сервера (технология АТМ) будет в 2 меньше.

Для более тонкого анализа представим результаты расчетов в графическом виде на рис. 2, где более наглядно просматриваются сравнительные характеристики различных классов приоритета.

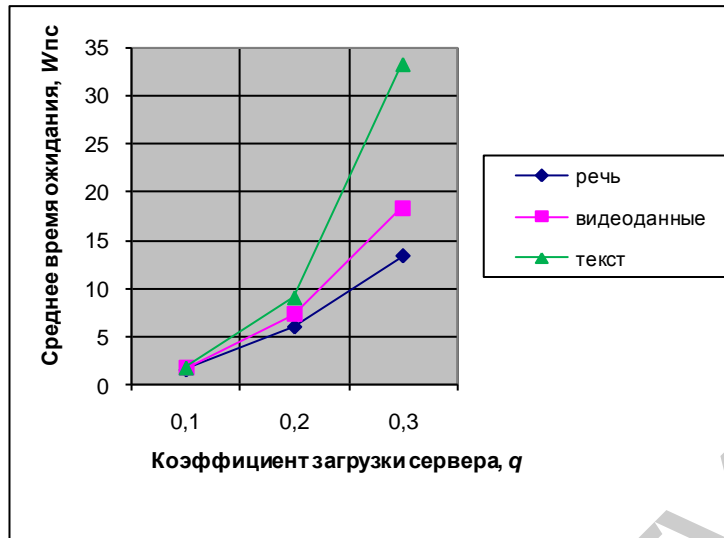


Рис. 2. Среднее время ожидания однолинейного экспоненциального сервера

Заметим, что график дает завышенные задержки, поскольку он рассчитан для оптимальной интенсивности обслуживания μ_0 . На самом деле выбранные нами продуктовые линейки 10 GigE обеспечат меньшие задержки за счет более высокой производительности по сравнению с расчетным значением ν_0 [4].

Результаты и их обсуждение

Заметим также и то, что, как и ожидалось, на рис. 2 имеются некоторые точки приемлемой разбалансировки по уровням обслуживания при коэффициенте загрузки сервера $q = 0,2$. И если полагать, что такая загрузка сервера будет номинальной, то заданный режим работы схемы приоритета 3 классов трафика обеспечит качество обслуживания и пульсирующего IP-трафика.

Таким образом, в некоторых случаях схема приоритета может работать более эффективно, чем более сложная система управления трафиком. Однако эта эффективность достигается при меньшей загрузке однолинейного сервера. А уже при коэффициенте $q > 0,3$ схема приоритета теряет свои преимущества по сравнению с системой управления трафиком.

Становится очевидным, что хрупкая грань применения той или иной технологии обработки трафика должна решаться в ходе тщательного сопоставления технико-экономического анализа обеих сетей доступа по вышеуказанным схемам, если коэффициент загрузки сервера начинает превышать пороговую величину $q = 0,3$.

Заключение

Разработана инженерная методика расчета среднего времени ожидания по классам приоритета без преимущественного права на прерывание экспоненциального сервера как инструментальная база измерения качества обслуживания в сетях с коммутацией пакетов.

Установлено, что на сетях доступа с доминирующей услугой гарантированного качества Triple Play (три в одном), простая схема приоритета обладает преимуществом перед сложной системой управления трафиком при коэффициенте загрузки экспоненциального сервера $q < 0,3$.

Получена упрощенная формула расчета среднесетевых задержек для схемы с 3 классами приоритета. Выполнен численный эксперимент, который подтвердил наличие некоторого номинального режима работы экспоненциального сервера со схемой с 3 классами приоритета.

Установлены методом вычислительного эксперимента точки приемлемой разбалансировки по уровням обслуживания в зависимости от среднего времени ожидания от

коэффициента загрузки экспоненциального сервера при $q = 0,2$, которые и легли в основу создания номинального режима работы экспоненциального сервера со схемой с 3 классами приоритета.

ACCESS NETWORKS WITH THE RELATIVE PRIORITY

A.G. KOSTUKOVSKY

Abstract

The engineering method of calculation of an average waiting time on priority classes a non-preemptive priority model of the exponential server as tool base of measurement of quality of service in networks with switching of packages is developed. It is established that on access networks with the dominating service Triple Play (Three in one) the simple scheme of a priority has advantage over a complex system of traffic control at an exponential server load factor $q < 0.3$. The simplified formula of calculation the average network latency for the scheme with 3 classes of a priority is received. Numerical experiment which confirmed existence of some nominal operating mode of the exponential server with the scheme with 3 classes of a priority is executed. The inflection point in dependence of an average waiting time on coefficient of loading of the exponential server is established at $q = 0.2$ which laid down in a basis of creation of a nominal operating mode of the exponential server with the scheme with 3 classes of a priority.

Список литературы

1. *Лохмотко В.В., Пирогов К.И.* Анализ и оптимизация цифровых сетей интегрального обслуживания. Минск, 1991.
2. P.800: Methods for subjective determination of transmission quality. [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <https://www.itu.int/rec/T-REC-P.800-199608-I/en>. – Дата доступа: 01.11.2013.
3. ITU Y.1541: Network performance objectives for IP-based services. [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <https://www.itu.int/rec/T-REC-Y.1541/en>. – Дата доступа: 01.11.2013.
4. *Akimaru H, Kawashima K.* Teletraffic: theory and applications. London, 1999.
5. *Двайт Г.Б.* Таблицы интегралов и другие математические формулы. М., 1973.
6. *Костюковский А.Г.* // Матер. XVIII Междунар. науч.-техн. конф. «Современные средства связи», Минск, 15–16 октября 2013 г. С. 63–66.

УДК 004.94: 004.9.032.26

АЛГОРИТМ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ ЗАДАЧИ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ВЛАГОПЕРЕНОСА В ПРИРОДНЫХ ДИСПЕРСНЫХ СРЕДАХ

П.К. ШАЛЬКЕВИЧ, С.П. КУНДАС, И.А. ГИШКЕЛЮК

*Международный государственный экологический университет имени А. Д. Сахарова
Долгобродская, 23, Минск, 220070, Беларусь*

Поступила в редакцию 22 мая 2014

Рассматриваются особенности моделирования неизоотермического влагопереноса в природных дисперсных средах. Показана необходимость применения параллельных технологий вычислений при решении указанных задач в трехмерной постановке. Предложен алгоритм параллельных вычислений неизоотермического влагопереноса, который базируется на создании распределенного массива данных при решении системы уравнений неизоотермического влагопереноса методом конечных элементов.

Ключевые слова: тепловлагоперенос в почве, параллельные вычисления, вычислительные алгоритмы.

Введение

Модель неизоотермического переноса влаги и растворенных в ней загрязняющих веществ в дисперсной среде представляет собой системы нелинейных уравнений в частных производных, для решения которых необходимо использовать численные методы [1], в частности, метод конечных элементов (МКЭ), т.к. он имеет меньший порядок погрешности по сравнению с методом конечных разностей (МКР) [2], и большинство современных программных комплексов, предназначенных для моделирования сложных физических процессов, используют для расчетов МКЭ [3–5]. В работе [6] авторами были рассмотрены способы параллелизации расчетов, построенных на основе МКЭ путем последовательных вычислений, применительно к решению одномерной задачи.

При анализе рассматриваемой задачи в трехмерной постановке, предложенные в [6] будут неэффективными, что требует разработки новых подходов и новых алгоритмов параллельных вычислений, что и являлось целью исследований в настоящей работе.

Применение технологий, основанных на гомогенных и гетерогенных компьютерных архитектурах для реализации параллельных вычислительных алгоритмов

Гетерогенные компьютерные архитектуры имеют ряд преимуществ, связанных с тем, что основным методом получения дополнительной производительности вычислительных систем является введение дополнительных специализированных ресурсов [7], что и характеризует гетерогенность. С точки зрения масштабируемости это позволяет использовать несколько типов вычислительных элементов, каждый из которых способен выполнять задачи, которые лучше всего для него подходят [8].

Особенностью гомогенных компьютерных архитектур является однородность структуры, что осложняет задачу организации гомогенного кластера. При этом, гомогенные мультипроцессорные архитектуры получили широкое распространение и применение за счет своей технологичности и дешевизны по сравнению с гетерогенными. Их использование для

решения поставленной задачи имеет ряд недостатков с точки зрения производительности и масштабируемости по сравнению с потенциалом гетерогенных систем [7], однако является более мобильным и востребованным. При использовании гомогенных мультипроцессорных архитектур для решения физических задач наиболее популярным является использование стандарта Open Multi-Processing (OpenMP) [9]. В дальнейшем планируется применение разработанных алгоритмов в гомогенных системах.

Применение крупнозернистого параллелизма для решения задачи расчета взаимосвязанного теплооблагоденоса методом конечных элементов

Принципы параллелизации вычислений базируются на понятии об уровнях параллелизации. Анализ архитектур, обеспечивающих различные уровни параллелизации вычислений [9] показал, что наиболее эффективными являются архитектуры, обеспечивающие крупнозернистый параллелизм. Эффективность этого метода объясняется возможностью реализации параллелизма уровня потоков и уровня заданий.

Технически параллелизм уровня заданий обеспечивается мультикомпьютерными и мультипроцессорными системами, анализ которых проведен в работе [10]. Также, в предыдущей работе [6], была рассмотрена эффективность применения программных средств PVM и MPI для параллелизации метода конечных элементов при расчете неизотермического влагоденоса в дисперсных средах. Решение задачи осуществлялось с помощью неоднородных кластеров, состоящих соответственно из двух и четырех компьютеров, как показано на рис. 1. Впервые был применен метод крупнозернистого параллелизма, реализующий «множественный поток команд – множественный поток данных» (MIMD) для решения задачи теплооблагоденоса в дисперсных средах. На основе перечисленных методов и модели параллельного программирования PVM ставится задача разработки методов и алгоритмов параллелизации вычисления трехмерной модели неизотермического влагоденоса в природных дисперсных средах.

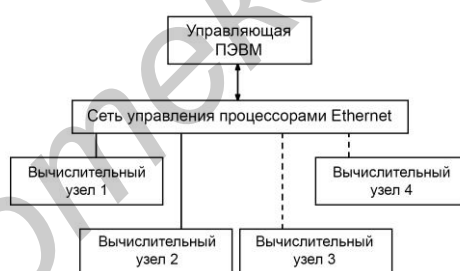


Рис. 1. Схема использованного вычислительного кластера

Модель параллельного программирования PVM

Программное обеспечение Parallel Virtual Machine (PVM) применяется для решения задач в области гетерогенных параллельных вычислений. PVM представляет собой набор программных средств и библиотек, которые эмулируют общецелевые, гибкие гетерогенные вычислительные структуры для параллельных вычислений во взаимосвязанных компьютерах с различными архитектурами. В основе модели параллельного программирования PVM лежат следующие постулаты [11]:

– вычислительные задачи приложения выполняются с привлечением набора машин, которые выбираются пользователем для определенной программы PVM. Как однопроцессорные машины, так и аппаратное обеспечение мультипроцессоров (включая компьютеры с разделяемой и распределенной памятью) могут быть составной частью системы, которая может изменяться добавлением и удалением машин в процессе работы;

– прозрачность доступа к оборудованию: прикладные программы могут «видеть» аппаратную среду как группу виртуальных вычислительных элементов без атрибутов или эксплуатировать по выбору возможности специфических машин из пула хостов путем «перемещения» определенных счетных задач на наиболее подходящие для их решения компьютеры;

– вычисления, производимые с помощью процессов: единицей параллелизма в PVM является задача (часто, но не всегда совпадает с процессом в системе UNIX) - независимый последовательный поток управления, который может быть либо коммуникационным, либо вычислительным. PVM не содержит и не навязывает карты связей процессов; характерно, что составные задачи могут выполняться на одном процессоре;

– модель явного обмена сообщениями: группы вычислительных задач, каждая из которых выполняет часть «нагрузки» приложения – используется декомпозиция по данным, функциям или гибридная, – взаимодействуют, явно посылая сообщения друг другу и принимая их. Длина сообщения ограничена только размером доступной памяти;

– поддержка гетерогенности: система PVM поддерживает гетерогенность системы машин, сетей и приложений. В отношении механизма обмена сообщениями PVM допускает сообщения, содержащие данные более одного типа, для обмена между машинами с различным представлением данных;

– поддержка мультипроцессоров: PVM использует оригинальные возможности обмена сообщениями для мультипроцессоров с целью извлечения выгоды от использования базового оборудования. Производители часто поддерживают собственные, оптимизированные для своих систем PVM, которые становятся коммуникационными в их общей версии.

Применительно к рассматриваемой задаче, программный пакет PVM выполняет алгоритм, приведенный на рис. 2 [12].

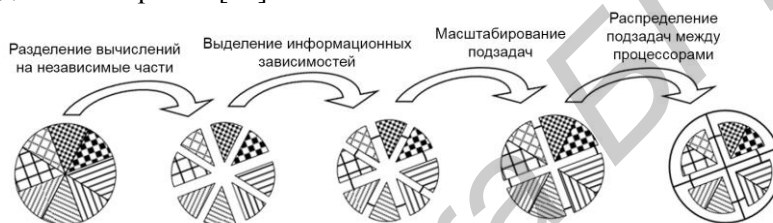


Рис. 2. Схема алгоритма параллельных вычислений

Представленные выше методы и алгоритмы были успешно применены при моделировании взаимосвязанного теплового переноса в дисперсных средах в одномерной постановке. Как уже упоминалось выше, наиболее актуальным является применение технологии параллельных вычислений для решения указанной задачи в трехмерной постановке, что позволит сократить затраты времени и повысить точность получаемых результатов. Проведенный анализ показал, что приведенные выше алгоритмы не могут быть применены для решения трехмерной задачи.

Алгоритмы параллельных вычислений задачи неизотермического влагопереноса в природных дисперсных средах

Для эффективной реализации поставленной задачи, объем вычислений для каждого используемого процессора должен быть примерно одинаков – это позволит обеспечить равномерную вычислительную нагрузку (балансировку) процессоров. Кроме того, распределение подзадач между процессорами должно быть выполнено таким образом, чтобы наличие информационных связей (коммуникационных взаимодействий) между подзадачами было минимальным. Руководствуясь этими принципами рассмотрим возможные варианты параллелизации укрупненного алгоритма решения задачи конвективной диффузии растворимых веществ с учетом неизотермического влагопереноса [13].

Исходя из алгоритма, приведенного на рис. 2, в качестве первого этапа параллелизации задачи необходимо разделить алгоритм, указанный на рис. 3, на независимые части. Так как рассматриваемый алгоритм является циклическим, разделить его на независимые части в явном виде не представляется возможным, что требует дополнительного анализа поставленной задачи.

Для решения системы уравнений неизотермического влагопереноса, вычисления влагосодержания и скорости переноса, а также и для решения уравнения конвективной диффузии с уравнением кинетики сорбции используется метод конечных элементов [13], который делит решение на четыре этапа [14]: 1) создание сеточной модели; 2) задание начальных и граничных

условий; 3) численное решение; 4) обработка и анализ полученных результатов. Следует также отметить, что в настоящее время широкое применение в технологии параллельных вычислений получил метод использования распределенных массивов данных [15], а также «параллельные решатели» [15], реализованные в программном пакете MATLAB.

Исходя из вышеизложенного предлагается алгоритм параллельных вычислений рассматриваемой задачи (рис. 3), который основан на создании распределенного массива путем комбинации существующих методов: 1) деление исходного массива на части,

- 2) построение из локальных частей меньших массивов,
- 3) использование встроенных функций Matlab (типа `rand`, `zeros`, ...).

Масштабирование и распределение подзадач по процессорам осуществляется с учетом их количества и числа вычислительных операций. Как правило, количество операций значительно превышает число процессоров, поэтому применяется укрупнение операций таким образом, чтобы их число соответствовало числу процессоров. При соблюдении алгоритма масштабирования, более высокую эффективность расчетов можно обеспечивать только при качественном изменении прямых коммуникационных линий между процессорами, которые осуществляют информационный обмен при выполнении операции сбора данных.

Основываясь на проведенных исследованиях, параллельный алгоритм решения задачи конвективной диффузии растворимых веществ с учетом неізотермического влагопереноса примет вид, показанный на рис. 3.

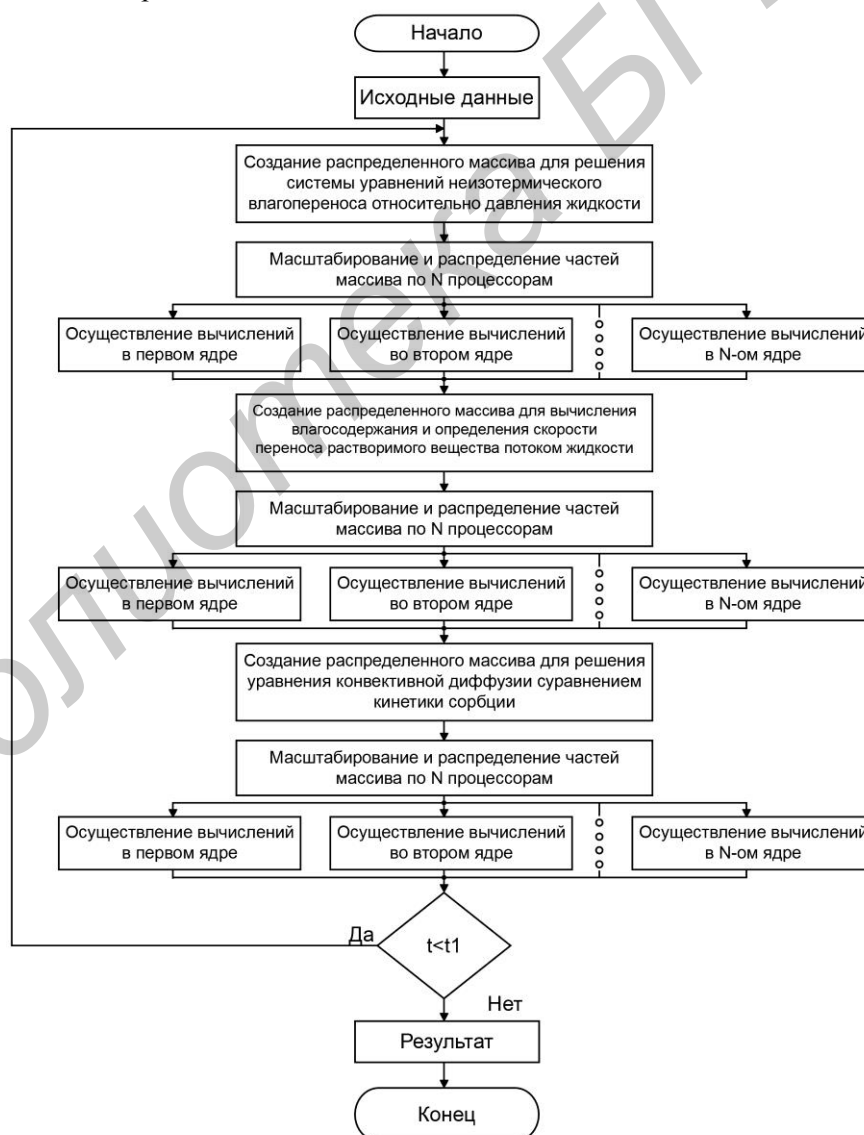


Рис. 3. Алгоритм параллельных вычислений задачи конвективной диффузии растворимых веществ с учетом неізотермического влагопереноса

Проведенный предварительный анализ предложенного алгоритма показывает, что он позволяет осуществлять решение поставленной задачи на суперкомпьютерах с различным числом ядер, что полностью соответствует современным стандартам.

Заключение

В результате анализа алгоритма параллельных вычислений программного пакета PVM и особенностей построения моделей неізотермического влагопереноса, влагосодержания и скорости переноса, а также конвективной диффузии, были выбраны методы параллельного вычисления рассматриваемой задачи. На основе выбранных методов впервые был предложен алгоритм параллельных вычислений взаимосвязанного тепловлагопереноса, особенностью которого является масштабируемость, позволяющая решать поставленные задачи на суперкомпьютерах с эффективным применением различного числа ядер центрального процессора, что полностью соответствует современным стандартам.

THE ALGORITHM OF PARALLEL COMPUTING OF THE NONISOTHERMAL HEAT AND MOISTURE MIGRATION TASK IN NATURAL DISPERSE ENVIRONMENT

P.K. SHALKEVICH, S.P. KUNDAS, I.A. GISHKELUK

Abstract

The modeling of nonisothermal heat and moisture transfer in natural disperse environment is considered. It is necessary to apply parallel computing techniques for solving these problems in three-dimensional setting. An algorithm of parallel computing of nonisothermal heat and moisture transfer is based on the creation of distributed data array by solving a system of equations of nonisothermal heat and moisture transfer with the use of finite element method.

Список литературы

1. *Zienkiewicz O.C., Taylor R.L.* The Finite Element Method: the basis. Oxford, 2000.
2. *Зенкевич О., Морган К.* Конечные элементы и аппроксимация. М., 1986.
3. ANSYS Theory Manual. ANSYS Release. USA, 2001.
4. COMSOL Multiphysics. User's Guide. USA, 2007.
5. *Kotzick L.* MSC/NASTRAN Numerical Methods. User's Guide. MSC, 1998.
6. *Шалькевич П. К., Кундас С. П.* // Сб. науч. статей ГрГУ им. Я. Купалы. 2013. С. 46-50.
7. *Gschwind M.* // International Journal of Parallel Programming. 2006. №21. P. 1-54.
8. *Brodtkorb A. R., Dyken C., Trond R. et. al* // Scientific Programming. 2010. №18. P. 1-33.
9. *Шпаковский Г.И.* Реализация параллельных вычислений: MPI, OpenMP, кластеры, грид, многоядерные процессоры, графические процессоры, квантовые компьютеры БГУ. Минск. 2010.
10. *Shalkevich P.K.* // Actual Environmental Problems. Minsk. 2012. P. 30-32.
11. *Хьюз К., Хьюз Т.* Параллельное и распределенное программирование с использованием C++. М., 2004.
12. *Эндрюс Г.Р.* Основы многопоточного, параллельного и распределенного программирования. М., 2003.
13. *Кундас С.П., Гишкелюк И.А., Коваленко В.И. и др.* Компьютерное моделирование миграции загрязняющих веществ в природных дисперсных средах. Минск. 2011.
14. *Галлагер Р.* Метод конечных элементов. Основы. М., 1984..
15. *Поршнев С.* Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB. М., 2010.

УДК 621.372.851.3

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ОТРАЖЕНИЯ РЕЗОНАНСНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СТРУКТУР ДЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЭКРАНОВ

АХМЕД АЛИ АБДУЛЛАХ АЛЬ-ДИЛАМИ, И.А. ВРУБЛЕВСКИЙ,
Е.В. ЧЕРНЯКОВА, В.Х. ВИДЕКОВ*

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь*

**Технический университет –София
бул. К. Охридски, 8, г. София, 1000, Болгария*

Поступила в редакцию 24 июня 2014

Приведены результаты компьютерного моделирования и изучения спектров отражения в диапазоне частот 7...13 ГГц для резонансных диэлектрических структур, состоящих из ниобата лития и анодного оксида алюминия с напыленной пленкой нихрома.

Ключевые слова: резонансная структура, электромагнитный экран, коэффициент отражения, анодный оксид алюминия.

Введение

Эффективным способом для снижения уровня электромагнитного излучения (ЭМИ) является использование радиопоглощающих материалов [1]. Как показано в [2], создание поглотителя ЭМИ с минимальной толщиной может быть реализовано только с использованием многослойной структуры. Поэтому разработка слоистых поглотителей ЭМИ, имеющих минимальный уровень отражения в заданном диапазоне частот является актуальной технической задачей.

В работе рассчитывались и экспериментально изучались характеристики отражения резонансной структуры, состоящей из ниобата лития (LiNbO_3) и анодного оксида алюминия (Al_2O_3) с напыленной пленкой нихрома. Выбор ниобата лития (верхний слой) обусловлен его высокой диэлектрической проницаемостью, $\epsilon \approx 38$ [3], что необходимо для создания резонансной диэлектрической структуры. В качестве нижнего слоя с низкой диэлектрической проницаемостью использовался анодный оксид алюминия, ϵ которого составляет 8 [4, 5].

Методика эксперимента

Для получения пленок нанопористого оксида алюминия использовали алюминиевую фольгу (99,99 % чистоты) толщиной 100 мкм (AlfaAesar). Анодирование алюминия проводили в 0,3 М водном растворе щавелевой кислоты в гальваностатическом режиме (напряжение на участке стационарного роста 60 В). После формирования анодного оксида алюминия заданной толщины остаточный слой алюминия удаляли в селективном травителе на основе CuCl_2 и HCl .

На одну из сторон пористого оксида алюминия методом ионно-лучевого испарения наносили слои нихрома с удельным поверхностным сопротивлением 12,4 Ом/□. Пластины ниобата лития имели толщину 1,2 мм, пластины нанопористого оксида алюминия – 70,0 мкм. Характеристики исследуемых резонансных структур в диапазоне частот

7...13 ГГц определяли с помощью панорамного измерителя ослабления и коэффициента стоячей волны по напряжению (КСВН) Я2Р-67. При измерениях образцы зажимали между фланцами волноводов прибора. Такой способ регистрации спектров при малой толщине образцов считали эквивалентным использованию измерительной ячейки.

Моделирование характеристик отражения резонансных диэлектрических структур

Для компьютерного моделирования характеристик отражения ЭМИ многослойной структурой в области полуволнового резонанса использовалась специальная программа для расчета отражающей способности пленочных структур, содержащих до 5 слоев в среде Excel. Данная программа, построенная на основе рекуррентного метода, разработана на кафедре электронной техники и технологии БГУИР. Методика такого моделирования описана в работах [6, 7]. Таблицы с данными, вводимыми в программу, и расчетными коэффициентами представлены на рис. 1.

1	Лямбда min, mm	20					
	Лямбда max, mm	50					
	Шаг	0,375					
	Угол падения, град	0					
		Air 1	sloy 2	sloy 3	sloy 4	Subst 5	
2	n	1,00	9,00	2,82	450,00	1	
	Коеф поглощения	0,0000	0,0500	0,0500	0,5000	0,0000	
	h, mm		1,0	0,070	0,0005		
	n-k	1,00	9,00	2,82	450,00	1,00	
		k-n	0,0000	0,0500	0,0500	0,5000	0,0000
			State 12	State 23	State 34	State 45	
	delta		3,1416	0	3,1416	0	
	COS delta		-1	1	-1	1	
	SIN delta		-7,3E-06	0	-7,35E-06	0	
	delta'		0	0	0	0	
R	действ		-0,8	0,522805219	-0,987544	0,995565	
	мнимая		-0,001	-0,00442306	0,000206	4,92E-06	
R^2			0,640009	0,273344861	0,975244	0,99115	
Модуль R			0,800006	0,522823929	0,987544	0,995565	
Sigma	действ		0,199995	1,522805219	0,012456	1,995565	
	мнимая		-0,001	-0,00442306	0,000206	4,92E-06	
Sigma^2			0,039999	2,3189553	0,000155	3,982281	
Модуль Sigma			0,199998	1,522811643	0,012457	1,995565	

Рис. 1. Таблица с двумя группами данных (1 и 2), вводимыми в программу, и расчетными коэффициентами

Как видно из рис. 1, данные, объединенные в группу 1, задают исследуемый диапазон длин волн. Это такие значения, как минимальная и максимальная длина волны, шаг дискретности. Следующие данные, объединенные в группу 2, характеризуют оптические параметры каждого отдельного слоя. Это значения коэффициента преломления n , коэффициента поглощения k и значение толщины слоя h .

Пример расчета коэффициентов отражения и прозрачности для резонансной структуры с 3-мя слоями в диапазоне длин волн 2,0–3,0 см с параметрами первого слоя $n = 9,0$; $k = 0,05$; $h = 1,0$ мм, второго слоя $n = 2,82$; $k = 0,05$; $h = 0,07$ мм, и третьего слоя $n = 450,0$; $k = 0,5$; $h = 0,0005$ мм показан на рис. 2. Выбранным значениям оптических параметров трехслойной структуры отвечает структура со следующими материалами отдельных слоев: ниобат лития, оксид алюминия и пленка нихрома. На рис. 3 показана модельная конструкция предложенной трехслойной резонансной структуры. Как видно из рис. 2, на длине волны $\lambda = 3,2$ см (9,4 ГГц) частотная зависимость спектра отражения (R) для трехслойной структуры имеет отчетливый резонансный минимум.

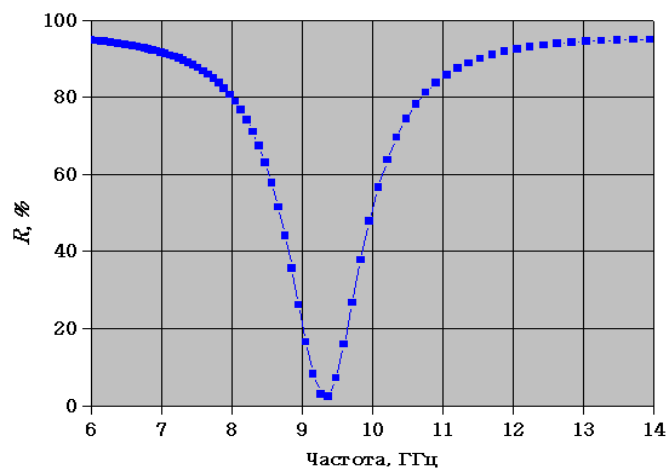


Рис. 2. Графическое представление результатов расчета коэффициентов отражения (R) для выбранной резонансной структуры в компьютерной программе

В работе моделировали спектры отражения трехслойной резонансной структуры, содержащей слои ниобата лития, анодного оксида алюминия и тонкой пленки нихрома в зависимости от толщины ниобата лития в частотном диапазоне 7...13 ГГц. Толщину ниобата лития выбирали равной 0,7; 0,9; 1,2; 1,5 или 1,7 мм, для оптических постоянных задавали следующие значения: $n = 9,0$ и $k = 0,05$.

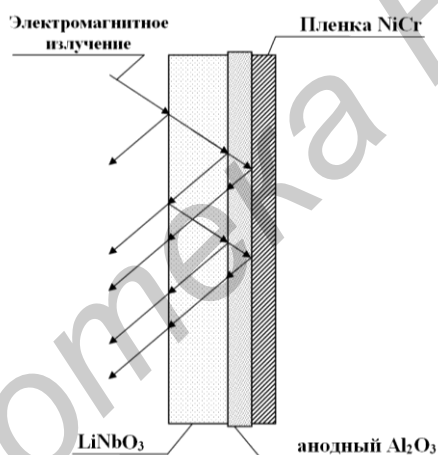


Рис. 3. Модельная конструкция резонансного диэлектрического экрана ЭМИ с тонким слоем нихрома

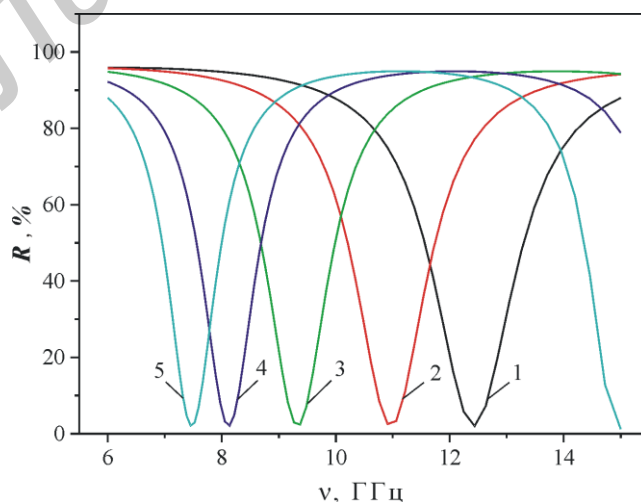


Рис. 4. Результаты расчета спектров отражения заданной многослойной структуры для различной толщины слоя с высоким ϵ . 1 – толщина 0,7 мм; 2 – толщины 0,9 мм; 3 – толщина 1,2 мм; 4 – толщина 1,5 мм; 5 – толщина 1,7 мм

Толщина анодного оксида алюминия была равной 0,07 мм, для оптических постоянных использовали следующие значения $n = 2,82$ и $k = 0,05$. Для пленок нихрома толщина – 0,0005 мм, оптические постоянные $n = 450,0$ и $k = 0,5$.

Как следует из результатов компьютерного моделирования, представленных на рис. 4, все спектры отражения имеют минимум коэффициента отражения на длине волны равной полуволновому резонансу. С увеличением толщины ниобата лития в составе резонансной структуры значение положения минимума коэффициента отражения смещается в низкочастотную область. Так для толщины ниобата лития 0,7 мм резонансный минимум коэффициента отражения наблюдается на частоте 12,4 ГГц, для 0,9 мм – на частоте 11,0 ГГц, для 1,2 мм – на частоте 9,2 ГГц, для 1,5 мм – на частоте 8,1 ГГц и для 1,7 мм – на частоте 7,5 ГГц.

Результаты компьютерного моделирования (рис. 4) хорошо согласуются с экспериментальными результатами для спектров отражения резонансной структуры с ниобатом лития толщиной 1,2 мм и пленкой нихрома с удельным поверхностным сопротивлением 10 Ом/□, напыленной на анодный оксид алюминия [8].

Необходимо отметить, что помимо влияния толщины ниобата лития, для конструкции многослойного электромагнитного экрана важно также знать, как влияет толщина внутреннего слоя анодного Al_2O_3 на положение резонансного минимума на спектре отражения. Поэтому изучили влияние толщины внутреннего слоя Al_2O_3 на спектр отражения резонансной структуры на примере двух толщин: 70 и 140 мкм. На рис. 5 приведены результаты расчета частотных зависимостей коэффициента отражения для электромагнитного экрана с двумя толщинами анодного Al_2O_3 : 70 и 140 мкм. Как видно из рис. 05, увеличение толщины внутреннего слоя Al_2O_3 сдвигало положение резонансного минимума незначительно, от 9,2 ГГц до 9,1 ГГц, без изменения его амплитуды в точке резонанса.

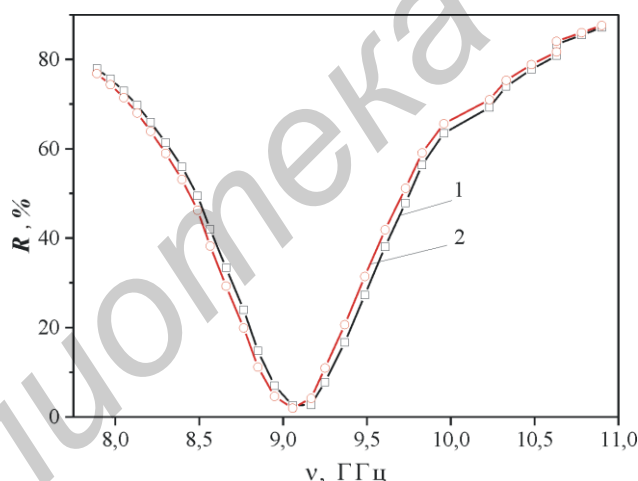


Рис. 5. Расчетные частотные зависимости коэффициентов отражения (R) для заданной многослойной структуры с различной толщиной анодного Al_2O_3 . 1 – Al_2O_3 , толщина 70 мкм, 2 – Al_2O_3 , толщина 140 мкм

Экспериментальные результаты и их обсуждение

Частотный спектр отражения образца имеет две симметричные области уменьшения $K_{отр}$ с минимумом посередине при 9,2 ГГц ($K_{отр} = -9,7$ дБ). Структура поглотителя: $LiNbO_3$, толщина 1,2 мм, анодный Al_2O_3 , толщина 70 мкм, слой $NiCr$ 12,4 Ом/□, рис. 6.

Известно, что если коэффициент преломления верхнего диэлектрического слоя больше коэффициента преломления нижнего слоя (исследуемая структура), то в такой системе наблюдается высокий коэффициент отражения. В то же время, в спектрах отражения таких диэлектрических многослойных структур на определенных частотах (кратным целому числу длин полуволн) возникают резонансные минимумы коэффициента отражения из-за эффекта многократного отражения от различных слоев. Поэтому можно сделать вывод, что минимум на спектре отражения образца является резонансным. Изучение частотного минимума отражения ($K_{отр}$) показало, что резонансный минимум при 9,2 ГГц на спектре отражения относится к полуволновому резонансу.

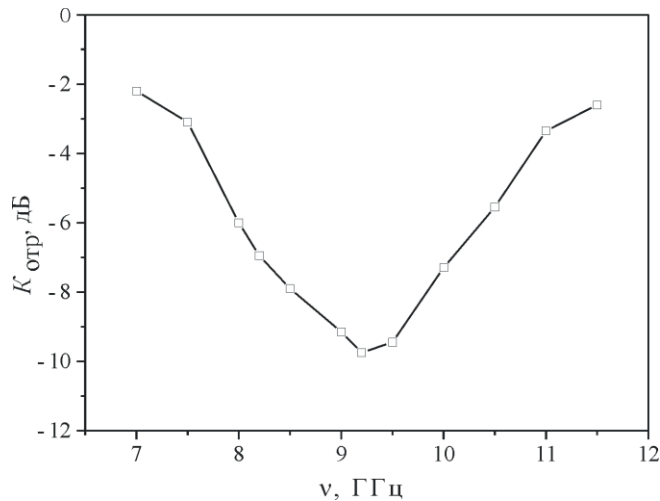


Рис. 6. Частотная зависимость коэффициента отражения ($K_{отр}$) для резонансной структуры $\text{LiNbO}_3\text{-Al}_2\text{O}_3$ с тонким слоем никрома

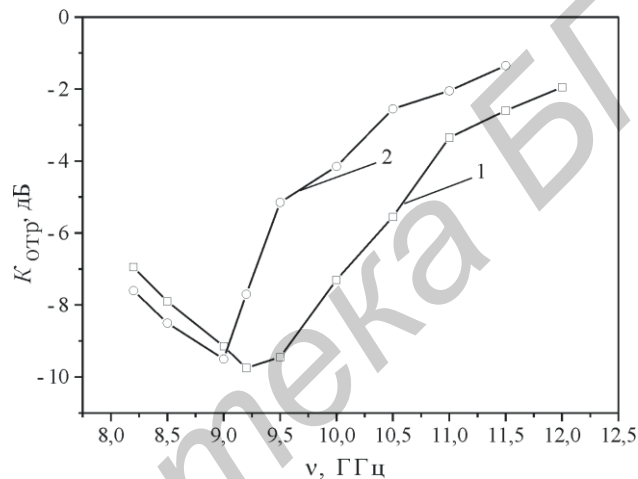


Рис. 7. Частотные зависимости коэффициентов отражения ($K_{отр}$) для резонансной структуры $\text{LiNbO}_3\text{-Al}_2\text{O}_3$ с тонким слоем никрома с различной толщиной анодного Al_2O_3 . Структура поглотителя: LiNbO_3 , толщина 1,2 мм, анодный Al_2O_3 , толщина 70 мкм (1) или 140 мкм (2), слой NiCr 12,4 Ом/□

Для разработки конструкций электромагнитных экранов важно знать, как влияет толщина внутренней пластины анодного Al_2O_3 на положение резонансного минимума на спектре отражения. Увеличение толщины внутреннего слоя Al_2O_3 незначительно сдвигает положение резонансного минимума, от 9,2 ГГц до 9,0 ГГц, без изменения его амплитуды (рис. 7). Этот также хорошо согласуется с данными компьютерного моделирования (рис. 5). Полученный результат можно объяснить тем, что оптическая (волновая) толщина слоя LiNbO_3 (произведение nD) значительно больше оптической толщины слоя анодного Al_2O_3 , и поэтому толщина слоя LiNbO_3 в первую очередь влияет на фазовые условия для возникновения резонанса.

Заключение

Компьютерное моделирование электромагнитных характеристик многослойной резонансной структуры на основе оптических параметров и толщин слоев позволяет достаточно точно определить положение резонансного минимума коэффициента отражения на длине волны равной полуволновому резонансу.

Выбором толщины ниобата лития в резонансной структуре ниобат лития–анодный оксид алюминия–пленка никрома можно изменять положение резонансного минимума коэффициента отражения и за счет этого управлять электромагнитными характеристиками.

Положение резонансного минимума коэффициента отражения в диапазоне частот

7,5–12,4 ГГц регулируется путем изменения толщины ниобата лития от 1,7 до 0,7 мм в составе многослойной резонансной структуры.

Электромагнитный экран с трехслойной структурой и резонансом при 9,2 ГГц на частотной зависимости спектра отражения ЭМИ имеет значение коэффициента отражения –9,7 дБ в точке резонанса.

COMPUTER SIMULATION AND INVESTIGATION OF REFLECTANCE CHARACTERISTICS OF RESONANCE INSULATOR STRUCTURES FOR SHIELDS OF ELECTROMAGNETIC RADIATION

AHMED ALI ABDULLAH AL-DILAMI, I.A. VRUBLEVSKY,
K.V. CHERNYAKOVA, V.H. VIDEKOV

Abstract

The results of computer simulation and investigation of reflectance spectra of resonance in the range of 7...13 GHz for insulator structures consisted of lithium niobate and anodic alumina with thin nichrome film are presented.

Список литературы

1. *Лыньков Л.М., Богуш В.А., Борботько Т.В. и др.* // Докл. БГУИР. 2004. № 3. С. 152–167.
2. *Островский О.С., Одаренко Е.Н., Шматько А.А.* // ФИП ФИП PSE. 2003. Т. 1. № 2. С. 161–173.
3. *Кузьминов Ю.С.* Электрооптический и нелинейно оптический кристалл ниобата лития. М., 1987.
4. *Vrublevsky I., Jagtinas A., Schreckenbach J. et al.* / Electrochim. Acta. 2007. Vol. 53. P. 300–304.
5. *Видеков В., Цанева Б., Банкова А. и др.* // Научни известия на НТСМ, Болгария. 2014. Т. XXII. № 4 (153). С. 374–377.
6. *Крылова Т.Н.* Интерференционные покрытия. Л., Машиностроение, 1973.
7. *Калитеевский Н.И.* Волновая оптика. Учеб. Пособие для ун-тов. Изд. 2-е, испр. и доп. М. Высш. школа, 1978.
8. *Врублеский И., Чернякова К., Видеков В. и др.* // Научни известия на НТСМ, Болгария. 2014. Т. XXII. № 4 (153). С. 168–173.

УДК 519.853

УСЛОВИЯ РЕГУЛЯРНОСТИ В ЗАДАЧАХ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Л. И. МИНЧЕНКО, А. Е. ЛЕЩЕВ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 22 января 2014

Условия регулярности играют важную роль в задачах нелинейного программирования, поскольку гарантируют выполнение необходимых условий оптимальности Куна-Таккера. Среди условий регулярности наиболее известным и широко применяемым является условие Мангасаряна-Фромовица. В то же время, несмотря на сравнительную эффективность условий Мангасаряна-Фромовица, существуют достаточно широкие классы задач оптимизации, в которых это условие не выполняется, однако для которых можно указать более слабые условия регулярности, гарантирующие справедливость необходимых условий Куна-Таккера. Целью данной статьи является исследование задач оптимизации, удовлетворяющих ослабленным условиям регулярности.

Ключевые слова: оптимизация, нелинейное программирование, условия регулярности.

Введение

Пусть h_i , $i=1, \dots, p$ – непрерывно дифференцируемые функции из R^m в R . Введем непустое множество допустимых точек $C = \{y \in R^m \mid h_i(y) \leq 0 \quad i \in I, \quad h_i(y) = 0 \quad i \in I_0\}$, где $I = \{1, \dots, s\}$, $I_0 = \{s+1, \dots, p\}$ или $I_0 = \emptyset$, и рассмотрим задачу *NLP* минимизации непрерывно дифференцируемой целевой функции $f(y)$ на множестве C .

Пусть $I(y) = \{i \in I \mid h_i(y) = 0\}$ – множество индексов активных в точке $y \in C$ ограничений типа неравенства. Для задачи *NLP* определим в точке $y \in C$ множество множителей Лагранжа

$$\Lambda(y) = \{\lambda \in R^p \mid \nabla f(y) + \sum_{i=1}^p \lambda_i \nabla h_i(y) = 0, \lambda_i \geq 0 \quad i \in I(y), \lambda_i = 0 \quad i \in I \setminus I(y)\}.$$

Известно, что основным необходимым условием оптимальности для задачи *NLP* является условие Куна-Таккера: если точка $y \in C$ является локальным решением задачи *NLP*, то в данной точке существуют множители Лагранжа, то есть $\Lambda(y) \neq \emptyset$. Проверка выполнения условия Куна-Таккера позволяет исключить из рассмотрения неоптимальные допустимые точки. Ключевое значение условия Куна-Таккера заключается также в том обстоятельстве, что на его основе строятся многочисленные вычислительные алгоритмы для нахождения оптимальных точек. Однако условие Куна-Таккера справедливо только при выполнении некоторых дополнительных требований к структуре ограничений множества допустимых точек C , так называемых условий регулярности (constraint qualifications or regularity conditions). Таким образом, условие Куна-Таккера теряет свой смысл в исследовании задачи оптимизации *NLP*, если в данной задаче не выполнены условия регулярности.

Наиболее общие условия регулярности формулируются в терминах касательных конусов к множеству допустимых точек. Введем касательный и контингентный конусы

(называемые также в литературе соответственно нижним и верхним касательными конусами) к множеству C в точке $y \in C$:

$$T_C(y) = \{\bar{y} \in R^m \mid \exists \text{ число } t_0 > 0 \text{ и функция } o(t) \text{ такие,}$$

$$\text{что } o(t)/t \rightarrow 0 \text{ при } t \rightarrow 0 \text{ и } y + t\bar{y} + o(t) \in C \quad \forall t \in [0, t_0]\},$$

$$\hat{T}_C(y) = \{\bar{y} \in R^m \mid \exists t_k \downarrow 0 \text{ и } \bar{y}_k \rightarrow \bar{y} \text{ такие, что } y + t_k \bar{y}_k \in C \quad k = 1, 2, \dots\},$$

и касательный конус Кларка

$$T_C^{Cl}(y) = \{\bar{y} \in R^m \mid \forall t_k \downarrow 0 \text{ и } \forall y^k \xrightarrow{C} y$$

$$\exists \text{ последовательность } \bar{y}^k \rightarrow \bar{y} \text{ такая, что } y^k + t_k \bar{y}^k \in C \quad \forall k = 1, 2, \dots\}.$$

В точке $y \in C$ также построим множество

$$\Gamma_C(y) = \{\bar{y} \in R^m \mid \langle \nabla h_i(y), \bar{y} \rangle \leq 0 \quad i \in I(y), \quad \langle \nabla h_i(y), \bar{y} \rangle = 0, \quad i \in I_0\},$$

которое будем называть линейризованным касательным конусом к множеству C в данной точке. Известно, что все введенные выше касательные конусы замкнуты и $T_C^{Cl}(y^0) \subset T_C(y^0) \subset \hat{T}_C(y^0) \subset \Gamma_C(y^0)$.

Говорят, что в точке $y \in C$ выполнено условие регулярности Абади (Abadie), если $\hat{T}_C(y) = \Gamma_C(y)$. Хотя условие Абади имеет весьма общий характер и накладывает на ограничения множества C сравнительно нежесткие требования, это условие практически не проверяемо. Одним из наиболее известных простых в проверке условий регулярности является условие линейной независимости в точке $y \in C$ градиентов $\nabla h_i(y) \quad i \in I(y) \cup I_0$ всех активных в этой точке ограничений (будем обозначать его как LICQ). К достоинствам данного условия регулярности относится также простота множества множителей Лагранжа в случае его выполнения в точке y , именно $\Lambda(y) = \{\lambda\}$. Недостатком условия LICQ является его жесткий характер, данное условие может не выполняться уже в достаточно простых задачах. Более общий характер носит условие регулярности Мангасаряна-Фромовица (MFCQ), выполнение которого в точке $y \in C$ требует, чтобы в этой точке система векторов $\nabla h_i(y) \quad i \in I_0$ была линейно независимой и существовал вектор \bar{y}^0 такой, что $\langle \nabla h_i(y), \bar{y}^0 \rangle = 0, \quad i \in I_0,$
 $\langle \nabla h_i(y), \bar{y}^0 \rangle < 0, \quad i \in I(y)$.

При выполнении условия MFCQ в точке $y \in C$ множество $\Lambda(y)$ ограничено и замкнуто. Введем множество вырожденных множителей Лагранжа в точке $y \in C$:

$$\Lambda_0(y) = \{\lambda \in R^p \mid \sum_{i=1}^p \lambda_i \nabla h_i(y) = 0, \quad \lambda_i \geq 0 \quad i \in I(y), \quad \lambda_i = 0 \quad i \in I \setminus I(y)\}.$$

Известно, что условие регулярности Мангасаряна-Фромовица (MFCQ) в точке $y \in C$ равносильно требованию $\Lambda_0(y) = \{0\}$. Несмотря на широкую общность условия MFCQ и то, что оно достаточно удобно для проверки, существуют целые классы задач нелинейного программирования, в которых это условие не выполняется и для которых требуются условия регулярности более слабые в отношении жесткости требований к ограничениям задачи. Дальнейшая цель данной статьи – предложить слабые условия регулярности, обобщающие условие MFCQ, и исследовать взаимосвязь данных условий.

Ранговые условия регулярности

В литературе известны условия регулярности независимые от MFCQ и имеющие природу отличную от MFCQ. В частности, к ним относятся условие постоянного ранга (CRCQ) и обобщающее его условие ослабленного постоянного ранга (RCRCQ) [1–4]. Говорят, что в точке $y^0 \in C$ выполняется условие регулярности постоянного ранга (CRCQ), если для любого

множества индексов $J = K \cup S$, где $K \subset I(y^0)$, $S \subset I_0$, система векторов $\{\nabla h_i(y), i \in J\}$ имеет постоянный ранг в некоторой окрестности этой точки.

Впервые условие регулярности постоянного ранга CRCQ было предложено при изучении дифференцируемости по направлениям функции оптимального значения в задаче нелинейного программирования с возмущениями параметров. В дальнейшем это условие использовалось в исследовании задач с равновесными ограничениями (equilibrium constraints), двухуровневой оптимизации (bilevel optimization), теории вариационных неравенств, необходимых условий второго порядка. Легко видеть, что данное условие, как и MFCQ, является обобщением условия регулярности LICQ. В то же время, примеры показывают, что условия CRCQ и MFCQ независимы друг от друга, то есть выполнение одного из них не влечет выполнение другого.

В работах [1–4] получено ослабленное условие постоянного ранга (RCRCQ), которое слабее в своих требованиях по сравнению с CRCQ и существенно легче для проверки. Говорят, что в точке $y^0 \in C$ выполняется ослабленное условие постоянного ранга (RCRCQ), если для любого множества индексов $K \subset I(y^0)$ система векторов $\{\nabla h_i(y), i \in K \cup I_0\}$ имеет постоянный ранг в некоторой окрестности точки y^0 .

Таким образом, в отличие от CRCQ в условии RCRCQ рассматривается существенно меньшее множество различных систем градиентов $\nabla h_i(y)$. Отметим, что на RCRCQ переносится справедливость основных приложений CRCQ. В частности, при выполнении условия RCRCQ в работе [4] были доказаны теоремы о дифференцируемости по направлениям функции оптимального значения в задаче с возмущениями параметров и получены сильные достаточные условия оптимальности второго порядка. Большой интерес в свое время вызвала работа L. Qi и Z. Wei, в которой для доказательства сходимости численных алгоритмов оптимизации было введено условие постоянной положительно-линейной зависимости (CPLD), обобщающее одновременно условие регулярности Мангасаряна-Фромова и условие постоянного ранга.

Говорят, что допустимая точка y^0 удовлетворяет условию CPLD, если она удовлетворяет условию регулярности Мангасаряна-Фромова или, в противном случае, для всех подмножеств индексов $J_1 \subset I(y^0)$, $J_2 \subset I_0$, и чисел λ_i , $i \in J_1 \cup J_2$ таких, что

$$\lambda_i \geq 0 \quad i \in J_1 \quad \text{и} \quad \sum_{i \in J_1 \cup J_2} \lambda_i \nabla h_i(y^0) = 0, \quad \sum_{i \in J_1} \lambda_i + \sum_{i \in J_2} |\lambda_i| > 0,$$

система векторов $\nabla h_i(y)$, $i \in J_1 \cup J_2$ является линейно зависимой при всех y из некоторой окрестности y^0 .

L. Qi и Z. Wei выдвинули предположение, что CPLD должно быть условием регулярности, т.е. гарантировать существование множителей Лагранжа в точках локального минимума задачи NLP. Позже R. Andreani, J.M. Martinez и M. Schuverdt доказали справедливость данной гипотезы. Различные аспекты приложений RCRCQ и CPLD и их связь с другими условиями изучались в [5–9].

Хотя условие CPLD обладает широкой общностью, его выполнение не влечет за собой выполнение RCRCQ и возникает вопрос о его соотношении с известными ранее условиями регулярности ослабленного постоянного ранга. Позже на основе развитого в [3–4] метода было получено новое условие, названное ослабленным CPLD (или RCPLD). Однако в работе [10] было предложено и обосновано новое условие регулярности, названное ослабленным (обобщенным) условием Мангасаряна-Фромова (RMFCQ). RMFCQ представляет собой условие не только более слабое по отношению к MFCQ, но и относительно CRCQ и RCRCQ, а также CPLD и RCPLD. Условие RMFCQ также обладает значительным преимуществом в практическом применении по сравнению с CRCQ, RCRCQ, CPLD и RCPLD, сохраняя при этом их основные достоинства, к которым, в первую очередь, относится хорошая обусловленность

(сохранение условия регулярности и в некоторой окрестности исследуемой точки) и наличие эффективных оценок расстояния до множества допустимых точек.

Отметим, что несколько позже условие регулярности, RMFCQ было независимо введено в работе [11] под названием CRSC (constant rank of the subspace component condition). Следуя [10], дадим определение условия RMFCQ и исследуем некоторые свойства точек, в которых RMFCQ выполняется.

Представим множество индексов $I(y)$ в точке $y \in C$ в виде разбиения на два множества $I(y) = I^a(y) \cup I^+(y)$, где $I^a(y) \cap I^+(y) = \emptyset$ и множество $I^a(y)$ состоит из тех и только тех индексов $i \in I(y)$, для которых $\langle \nabla h_i(y), \bar{y} \rangle = 0$ для всех $\bar{y} \in \Gamma_C(y)$, а $I^+(y) = I(y) \setminus I^a(y)$.

Определение 1. Будем говорить, что в точке $y^0 \in C$ выполнено ослабленное условие регулярности Мангасаряна-Фромоваца RMFCQ, если система векторов $\{\nabla h_i(y), i \in I_0 \cup I^a(y)\}$ имеет постоянный ранг в некоторой окрестности этой точки. Непосредственно из определения индексного множества $I^a(y)$ вытекает следующая лемма.

Лемма 1. Пусть $y^0 \in C$. Тогда существует вектор \bar{y}^0 , такой, что $\langle \nabla h_i(y^0), \bar{y}^0 \rangle = 0$ $i \in I_0 \cup I^a(y^0)$, $\langle \nabla h_i(y^0), \bar{y}^0 \rangle < 0$ $i \in I^+(y^0)$.

Доказательство. В случае если $I^+(y) = \emptyset$, оно будет выполнено тривиально. Пусть $I^+(y) \neq \emptyset$. Пусть $i \in I^+(y)$. Тогда $\langle \nabla h_i(y), \bar{y} \rangle \leq 0$ для всех $\bar{y} \in \Gamma_C(y)$. С другой стороны $i \notin I^a(y)$, следовательно, найдется вектор $\bar{y}^i \in \Gamma_C(y)$, такой, что $\langle \nabla h_i(y), \bar{y}^i \rangle < 0$. Построим вектор $\bar{y}^0 = \sum_{i \in I^+(y)} t_i \bar{y}^i$, где все $t_i > 0$. Тогда $\bar{y}^0 \in \Gamma_C(y)$, и для любого $k \in I^+(y)$.

$$\text{Получим } \langle \nabla h_k(y), \bar{y}^0 \rangle = \sum_{i \in I^+(y)} t_i \langle \nabla h_k(y), \bar{y}^i \rangle = \sum_{i \in I^+(y) \setminus k} t_i \langle \nabla h_k(y), \bar{y}^i \rangle + t_k \langle \nabla h_k(y), \bar{y}^k \rangle < 0.$$

Из леммы 1 следует, что для любой точки $y^0 \in C$ имеет место

$$\begin{aligned} \text{ri}\Gamma_C(y^0) &= \{\bar{y} \in R^m \mid \langle \nabla h_i(y^0), \bar{y} \rangle = 0 \ i \in I_0 \cup I^a(y^0), \langle \nabla h_i(y^0), \bar{y} \rangle < 0 \ i \in I^+(y^0)\}, \\ \text{aff}\Gamma_C(y^0) &= \{\bar{y} \in R^m \mid \langle \nabla h_i(y^0), \bar{y} \rangle = 0 \ i \in I_0 \cup I^a(y^0)\}. \end{aligned}$$

Будем называть ограничения с индексами $i \in I^a(y)$ существенно активными для множества $\Gamma_C(y)$.

Следующая лемма получается незначительной модификацией теоремы 17.7 [12].

Лемма 2 . Пусть $y \in C$. Для того чтобы $i \in I^a(y)$ достаточно, чтобы существовал вектор $\lambda \in \Lambda_0(y)$ такой, что $\lambda_i > 0$. Если $I^a(y) \neq \emptyset$, то данное условие является и необходимым.

Пусть $y^0 \in C$. Рассмотрим индексное множество $I^\#$ такое, что $I^a(y^0) \subset I^\# \subset I(y^0)$. Введем множество $C_\# = \{y \in R^m \mid h_i(y) \leq 0 \ i \in I^\#, h_i(y) = 0 \ i \in I_0\}$. И его линейризованный касательный конус в точке $y^0 \in C_\#$ $\Gamma_{C_\#}(y^0) = \{\bar{y} \in R^m \mid \langle \nabla h_i(y^0), \bar{y} \rangle \leq 0 \ i \in I^\#, \langle \nabla h_i(y^0), \bar{y} \rangle = 0, \ i \in I_0\}$.

Обозначим через $I^{a\#}(y^0)$ множество индексов всех существенно активных ограничений для $\Gamma_{C_\#}(y^0)$. Иными словами, пусть $I^{a\#}(y^0) = \{i \in I^\# \mid \langle \nabla h_i(y^0), \bar{y} \rangle = 0 \ \forall \bar{y} \in \Gamma_{C_\#}(y^0)\}$.

Лемма 3. Пусть $I^a(y^0) \subset I^\# \subset I(y^0)$. Тогда $I^a(y^0) = I^{a\#}(y^0)$.

Доказательство. Покажем, что $I^a(y^0) \subset I^{a\#}(y^0)$. Действительно, если $I^a(y^0) = \emptyset$, то данное включение выполняется. Пусть $I^a(y^0) \neq \emptyset$ и $i \in I^a(y^0)$. Тогда по лемме 2 существует вектор $\lambda \in \Lambda_0(y^0)$ такой, что $\lambda_i > 0$, при этом $\lambda_j = 0$ как для всех $j \in I \setminus I(y^0)$, так и для $j \in I(y^0) \setminus I^a(y^0)$ (иначе в силу леммы 2 эти ограничения были бы тоже существенно активными для $\Gamma_C(y^0)$, что невозможно в виду определения множества $I^a(y^0)$). Тогда существует вектор $\lambda \in \Lambda_0^\#(y^0) = \{\lambda \in \mathbb{R}^p \mid \sum_{j \in I_0 \cup I^\#} \lambda_j \nabla h_j(y) = 0, \lambda_j \geq 0 \ j \in I^\#\}$ такой, что $\lambda_i > 0$. В таком случае по лемме 2 $i \in I^{a\#}(y^0)$. Таким образом, $I^a(y^0) \subset I^{a\#}(y^0)$. Обратно, поскольку $\Gamma_{C^\#}(y^0) \supset \Gamma_C(y^0)$, то все существенно активные ограничения для $\Gamma_{C^\#}(y^0)$ останутся существенно активными и для $\Gamma_C(y^0)$. Следовательно, $I^a(y^0) \supset I^{a\#}(y^0)$.

Лемма 4 ([10,11]). Если в точке $y^0 \in C$ выполнено условие *RMFCQ*, то

- 1) $T_C(y^0) = \Gamma_C(y^0)$;
- 2) условие *RMFCQ* выполняется и в некоторой окрестности этой точки на C ;
- 3) существует окрестность $V(y^0)$ точки y^0 такая, что $h_i(y) = 0$ при $i \in I^a(y^0)$ для всех точек $y \in C \cap V(y^0)$.

Лемма 5. Пусть условие *RMFCQ* выполнено в точке $y^0 \in C$. Тогда для всех $y \in C$ из некоторой окрестности y^0 справедливо включение $I^a(y^0) \subset I^a(y)$.

Доказательство. Пусть в точке $y^0 \in C$ выполнено условие *RMFCQ*. Тогда в силу леммы 4 оно выполнено и для любой точки $y \in C$ из достаточно малой окрестности точки y^0 , причем $T_C(y) = \Gamma_C(y)$. Принимая во внимание определение касательного конуса $T_C(y)$, получим $y + t\bar{y} + o(t) \in C$ при достаточно малых $t > 0$ для любого $\bar{y} \in \Gamma_C(y)$. Отсюда по лемме 4 $h_i(y + t\bar{y} + o(t)) = 0$, $h_i(y) = 0$ и, следовательно, $\langle \nabla h_i(y), \bar{y} \rangle = 0$ при всех $i \in I^a(y^0)$. Последнее означает, что $I^a(y^0) \cap I(y) \subset I^a(y)$. Но поскольку $h_i(y) = 0$ для всех $i \in I^a(y^0)$, то $I^a(y^0) \subset I(y)$ и, следовательно, $I^a(y^0) \subset I(y)$, что означает $I^a(y^0) \subset I^a(y)$.

Пусть $X \subset \mathbb{R}^n$. Рассмотрим многозначное отображение $G: x \mapsto G(x)$, ставящее в соответствие каждому $x \in X$ множество $G(x) \subset \mathbb{R}^m$. Следуя [13], определим топологические нижний и верхний пределы многозначного отображения G .

Нижним топологическим пределом многозначного отображения G в точке $x^0 \in clX$ на множестве X называется множество

$$\liminf_{x \rightarrow x^0} G(x) = \{y \in \mathbb{R}^m \mid \forall x^k \rightarrow x^0, x^k \in X, \text{ найдется}$$

последовательность $y^k \in G(x^k) \ k = 1, 2, \dots$ такая, что $y^k \rightarrow y\}$.

Верхним топологическим пределом многозначного отображения G в точке $x^0 \in clX$ на множестве X называется множество

$$\limsup_{x \rightarrow x^0} G(x) = \{y \in \mathbb{R}^m \mid \text{существуют последовательность } x^k \rightarrow x^0, x^k \in X,$$

и последовательность $y^k \in G(x^k) \ k = 1, 2, \dots$ такая, что $y^k \rightarrow y\}$.

Многозначное отображение G называется полунепрерывным снизу (п.н.сн.) в точке $x^0 \in cIX$ на множестве X , если $\liminf_{x \rightarrow x^0} G(x) \supset G(x^0)$. Многозначное отображение G называется полунепрерывным сверху (п.н.св.) в точке $x^0 \in cIX$ на множестве X , если $\limsup_{x \rightarrow x^0} G(x) \subset G(x^0)$.

Пусть $K \subset R^m$ выпуклый конус. Обозначим $K^* = \{\bar{y} \in R^m \mid \langle \bar{y}, y \rangle \leq 0 \quad \forall y \in K\}$ конус двойственный к конусу K .

Рассмотрим многозначное отображение $K(\cdot)$, ставящее в соответствие каждой точке $y \in C$ конус $K(y) \subset R^m$, и многозначное отображение $K^*(\cdot)$, ставящее в соответствие каждой точке $y \in C$ конус $K^*(y)$.

Лемма 6. Пусть многозначное отображение $K(\cdot)$ п.н.сн. в точке $y^0 \in C$ на множестве $Y \subset C$. Тогда отображение $K^*(\cdot)$ п.н.св. в данной точке на данном множестве.

Доказательство. Возьмем любой вектор $\bar{y} \in K(y^0)$. Пусть $\hat{y} \in \limsup_{y \rightarrow y^0} K^*(y)$. Тогда найдутся последовательности $y^k \rightarrow y^0$ такая, что $y^k \in Y$ при всех $k=1, 2, \dots$, и $\hat{y}^k \rightarrow \hat{y}$ такая, что $\hat{y}^k \in K^*(y^k)$ $k=1, 2, \dots$. С другой стороны, поскольку $\bar{y} \in K(y^0)$, из полунепрерывности снизу многозначного отображения $K(\cdot)$ в точке $y^0 \in C$ на множестве Y следует, что существует последовательность $\bar{y}^k \in K(y^k)$ $k=1, 2, \dots$ такая, что $\bar{y}^k \rightarrow \bar{y}$. В таком случае $\langle \hat{y}^k, \bar{y}^k \rangle \leq 0$ при всех $k=1, 2, \dots$, откуда $\langle \hat{y}, \bar{y} \rangle \leq 0$ для любого $\bar{y} \in K(y^0)$. Следовательно, $\hat{y} \in K^*(y^0)$ и $\limsup_{y \rightarrow y^0} K^*(y) \subset K^*(y^0)$.

Условие R-регулярности

При исследовании задач оптимизации важную роль играет также следующее условие, являющееся достаточно общим условием регулярности, и одновременно обладающее полезным в практическом плане свойством, которое позволяет оценить расстояние до множества допустимых точек. Условию R-регулярности (или error bound property во многих публикациях) и его приложениям посвящено большое число исследований [13–17].

Пусть $|y|$ — евклидова норма вектора y , $d_C(y) = \inf_{v \in C} |y - v|$. Через $V_\delta(y)$ будем обозначать окрестность точки y радиуса δ .

Определение 2. Следуя [13–17], будем говорить, что множество C R-регулярно в точке $y^0 \in C$ (или в данной точке имеет место error bound property), если найдутся число $\alpha > 0$ и окрестность $V(y^0) = V_\delta(y^0)$ точки y^0 , такие, что $d_C(y) \leq \alpha \max\{0, h_i(y) \mid i \in I, |h_i(y)| \mid i \in I_0\}$ для всех $y \in V(y^0)$.

В работах [3, 4] при дополнительных предположениях на ограничения задачи получено двойственное описание определения R-регулярности в терминах множителей Лагранжа. Докажем его справедливость, не прибегая к дополнительным предположениям о виде ограничений.

Пусть $v \in R^m$, $v \notin C$. Обозначим через $\Pi_C(v)$ множество точек из C , ближайших к точке v . Очевидно, эти точки являются решениями задачи нелинейного программирования $f_v(y) \rightarrow \min, y \in C$, где $f_v(y) = |y - v|$. Обозначим $L_v(y, \lambda) = f_v(y) + \sum_{i=1}^p \lambda_i h_i(y)$, где $\lambda_i \geq 0 \quad i \in I$.

Пусть

$$\Lambda_v(y) = \{\lambda \in \mathbb{R}^p \mid \nabla f_v(y) + \sum_{i=1}^p \lambda_i \nabla h_i(y) = 0, \lambda_i \geq 0 \ i \in I(y), \lambda_i = 0 \ i \in I \setminus I(y)\},$$

$$\Lambda_v^M(y) = \{\lambda \in \Lambda_v(y) \mid \sum_{i=1}^p |\lambda_i| \leq M\}.$$

Теорема 1. Следующие утверждения равносильны:

a) множество C R -регулярно в точке $y^0 \in C$;

b) существуют числа $M > 0$ и $\delta > 0$ такие, что

$$\Lambda_v^M(y) = \{\lambda \in \Lambda_v(y) \mid \sum_{i=1}^p |\lambda_i| \leq M\} \neq \emptyset \text{ для всех } v \in V_\delta(y^0) \setminus C \text{ и всех } y = y(v) \in \Pi_C(v).$$

Доказательство. 1) (a) \Rightarrow (b). Возьмем $\alpha > 0$ и $\delta > 0$ из определения R -регулярности. Пусть $v \in V_\delta(y^0) \setminus C$ и $y = y(v) \in \Pi_C(v)$. Тогда в силу предложения 2.4.3 [18] $y = y(v)$ является решением следующей задачи: $f_v(z) + d_C(z) \rightarrow \min, z \in \mathbb{R}^m$.

$$\text{Положим } M = \alpha, \bar{\Lambda}_M(y) = \{\lambda \in \mathbb{R}^p \mid \lambda_i h_i(y) = 0, \lambda_i \geq 0 \ i \in I, \sum_{i=1}^p |\lambda_i| \leq M\}.$$

Возьмем положительное число ε такое, что $\varepsilon < \delta$, $V_\varepsilon(y) \subset V_\delta(y^0)$ и $h_i(z) < 0$ для всех $z \in V_\varepsilon(y)$ и всех $i \in I(y)$. Тогда

$$\begin{aligned} f_v(y) &\leq f_v(z) + d_C(z) \leq f_v(z) + \alpha \max\{0, h_i(z) \ i \in I, |h_i(z)| \ i \in I_0\} = \\ &= f_v(z) + M \max\{0, h_i(z) \ i \in I(y), |h_i(z)| \ i \in I_0\} = \\ &= f_v(z) + \max\{\sum_{i=1}^p \lambda_i h_i(z) \mid \lambda \in \bar{\Lambda}_M(y)\} = \\ &= \max\{L_v(z, \lambda) \mid \lambda \in \bar{\Lambda}_M(y)\}, \end{aligned}$$

для всех $z \in V_\varepsilon(y)$.

Поскольку $L_v(y, \lambda) = f_v(y)$, функция $Q(z) = \max\{L_v(z, \lambda) \mid \lambda \in \bar{\Lambda}_M(y)\}$ имеет локальный минимум в точке y и, следовательно, ее производная по направлениям неотрицательна в данной точке, то есть $Q'(y; \bar{y}) \geq 0$ для всех $\bar{y} \in \mathbb{R}^m$. Принимая во внимание [13], что $Q'(y; \bar{y}) = \max\{\langle \nabla L_v(y, \lambda), \bar{y} \rangle \mid \lambda \in \bar{\Lambda}_M(y)\}$, получаем $\delta^*(\bar{y} \mid \nabla L_v(y, \bar{\Lambda}_M(y))) \geq 0$ для всех $\bar{y} \in \mathbb{R}^m$, где через $\delta^*(\bar{y} \mid A)$ обозначена опорная функция множества A . Данное неравенство означает, что $0 \in \nabla L_v(y, \bar{\Lambda}_M(y))$ или иными словами $\Lambda_v^M(y) \neq \emptyset$.

2) (b) \rightarrow (a). Если $y^0 \in \text{int } C$, утверждение (a) верно. Пусть $y^0 \in \text{bd } C$. Возьмем $v \in V_\delta(y^0) \setminus C$ и $y = y(v) \in \Pi_C(v)$. Тогда $y = y(v) \in V_\delta(y^0)$ и существует вектор $\lambda \in \Lambda_v(y)$ такой, что

$$\frac{y-v}{|y-v|} + \sum_{i=1}^p \lambda_i \nabla h_i(y) = 0, \lambda_i \geq 0 \ i \in I(y), \lambda_i = 0 \ i \in I \setminus I(y).$$

Отсюда следует, что найдется число $\varepsilon > 0$ такое, что $\varepsilon \leq \delta$ и для всех $v \in V_\varepsilon(y^0) \setminus C$ и соответствующих $y = y(v) \in \Pi_C(v)$ справедливо следующее:

$$\begin{aligned}
|y-v| &= \left\langle \sum_{i=1}^p \lambda_i \nabla h_i(y), v-y \right\rangle \leq \sum_{i=1}^p \lambda_i (h_i(v) - h_i(y) + o(|v-y|)) = \\
&= \sum_{i=1}^p \lambda_i h_i(v) + \left(\sum_{i=1}^p \lambda_i \right) o(|v-y|) \leq \sum_{i=1}^p \lambda_i h_i(v) + \frac{1}{2} |v-y|.
\end{aligned}$$

Следовательно,

$$d_C(v) = |v-y| \leq 2 \sum_{i \in I} |\lambda_i| \max(0, h_i(v)) + \sum_{i \in I_0} |\lambda_i| |h_i(v)| \leq 2M \left(\sum_{i \in I} \max(0, h_i(v)) + \sum_{i \in I_0} |h_i(v)| \right).$$

Из последнего неравенства следует, что $d_C(v) \leq 2Mp \max\{0, h_i(v) \mid i \in I, |h_i(v)| \mid i \in I_0\}$ для всех $v \in V_\varepsilon(y^0)$.

Теорема 2. Пусть множество C R -регулярно в точке $y^0 \in C$. Тогда $T_C^{Cl}(y^0) = T_C(y^0) = \widehat{T}_C(y^0) = \Gamma_C(y^0)$.

Доказательство. Пусть $\bar{y} \in \Gamma_C(y^0)$ и $\bar{y} \neq 0$. Из R -регулярности множества C в точке $y^0 \in C$ следует его R -регулярность в некоторой δ_0 -окрестности этой точки на множестве C . Возьмем число δ такое, чтобы $0 < \delta < 2^{-1}\delta_0$ и при всех $i \notin I(y^0)$ выполнялось неравенство $h_i(y) < 0$ для всех $y \in V_{2\delta}(y^0)$. Положим $t_0 = \delta|\bar{y}|^{-1}$. Тогда при всех $i \notin I(y^0)$ выполняется неравенство $h_i(y+t\bar{y}) < 0$ для всех $y \in V_\delta(y^0)$ и всех $t \in [0, t_0]$. В таком случае при всех $y \in V_\delta(y^0) \cap C$ и всех $t \in [0, t_0]$ в силу R -регулярности множества C справедливо неравенство

$$\begin{aligned}
d_C(y+t\bar{y}) - d_C(y) &\leq \alpha \max\{0, h_i(y+t\bar{y}) \mid i \in I, |h_i(y+t\bar{y})| \mid i \in I_0\} = \\
&= \alpha \max\{0, h_i(y+t\bar{y}) \mid i \in I(y^0), |h_i(y+t\bar{y})| \mid i \in I_0\} = \\
&= \alpha \max\{0, h_i(y) + t\langle \nabla h_i(y), \bar{y} \rangle + t\gamma_i \mid i \in I(y^0), |h_i(y) + t\langle \nabla h_i(y), \bar{y} \rangle + t\gamma_i| \mid i \in I_0\} \leq \\
&\leq t\alpha \max\{0, \langle \nabla h_i(y), \bar{y} \rangle \mid i \in I(y^0), |\langle \nabla h_i(y), \bar{y} \rangle| \mid i \in I_0\} + t\gamma,
\end{aligned}$$

где

$$\gamma_i = \langle \nabla h_i(y + \tau_i \bar{y}) - \langle \nabla h_i(y), \bar{y} \rangle, \tau_i \in (0, 1), \gamma = \max\{|\gamma_i| \mid i \in I_0 \cup I(y^0)\}.$$

Из данного неравенства следует

$$\begin{aligned}
\xi(\bar{y}) &= \limsup_{y \xrightarrow{C} y^0, t \downarrow 0} t^{-1} [d_C(y+t\bar{y}) - d_C(y)] \leq \\
&\leq \alpha \max\{0, \langle \nabla h_i(y), \bar{y} \rangle \mid i \in I(y^0), |\langle \nabla h_i(y), \bar{y} \rangle| \mid i \in I_0\} = 0.
\end{aligned}$$

Таким образом, для любых последовательностей $t_k \downarrow 0$ и $y^k \xrightarrow{C} y^0$ справедливо

$$\lim_{k \rightarrow \infty} t_k^{-1} d_C(y^k + t_k \bar{y}) = 0.$$

Последнее означает, что существует последовательность $v^k \rightarrow 0$ такая, что $y^k + t_k \bar{y} + t_k v^k \in C$ при всех $k = 1, 2, \dots$. Отсюда следует, что $\bar{y} \in T_C^{Cl}(y^0)$. Таким образом, $\Gamma_C(y^0) \subset T_C^{Cl}(y^0)$ и, поскольку обратное включение всегда справедливо, следовательно, $\Gamma_C(y^0) = T_C^{Cl}(y^0)$ и утверждение теоремы справедливо.

Лемма 7. Пусть множество C R -регулярно в точке $y^0 \in C$. Тогда $\liminf_{y \xrightarrow{C} y^0} \Gamma_C(y) = \Gamma_C(y^0)$.

Доказательство. Поскольку условие R -регулярности остается справедливым и в окрестности точки y^0 на множестве C , то в силу теоремы 2 $\Gamma_C(y) = T_C^{Cl}(y)$ для всех y из

данной окрестности. С другой стороны известно [13], что $\liminf_{y \xrightarrow{c} y^0} \hat{T}_C(y) = T_C^{Cl}(y^0)$. С учетом теоремы 2 получаем требуемое утверждение.

Ослабленное условие Мангасаряна-Фромовица и R -регулярность

Докажем, что выполнение условия RMFCQ влечет наличие R -регулярности в исследуемой точке.

Теорема 3. Пусть множество C удовлетворяет в точке $y^0 \in C$ условию RMFCQ. Тогда множество C R -регулярно в данной точке.

Доказательство. Если $y^0 \in \text{int} C$, то доказываемое утверждение верно. Пусть $y^0 \in \text{bd} C$.

1. Будем рассуждать от противного и предположим, что множество C не является R -регулярным в точке $y^0 \in C$. Тогда существует последовательность $v^k \rightarrow y^0$, $v^k \notin C$, такая что $d_C(v^k) > k \max\{0, h_i(v^k) \mid i \in I, |h_i(v^k)| \mid i \in I_0\}$ для всех $k = 1, 2, \dots$.

Пусть $y^k = y(v^k) \in \text{Pr}_C(v^k)$, $\bar{v}^k = (v^k - y^k) |v^k - y^k|^{-1}$. Тогда $y^k \rightarrow y^0$, $|\bar{v}^k| = 1$.

Ввиду конечности индексного множества I можно извлечь из последовательностей $\{v^k\}$ и $\{y^k\}$ подпоследовательности, на которых $I(y^k) \subset I(y^0)$ и множество индексов $I(y^k)$ постоянно. Поэтому, для простоты записи сохранив для этих подпоследовательностей те же обозначения $\{v^k\}$ и $\{y^k\}$, можно положить $I(y^k) = I^\# \subset I(y^0)$, где $I^\#$ не зависит от y^k .

Без потери общности рассуждений мы можем также предположить, что $\bar{v}^k \rightarrow \bar{v}$. Тогда $|v^k - y^k| > k \max\{0, \langle \nabla h_i(\tilde{v}^k), v^k - y^k \rangle \mid i \in I^\#, \langle \nabla h_i(\tilde{v}^k), v^k - y^k \rangle \mid i \in I_0\}$, где $\tilde{v}^k = y^k + \tau_k(v^k - y^k)$, $0 \leq \tau_k \leq 1$. Из данного неравенства следует

$$\frac{1}{k} > \max\{0, \langle \nabla h_i(\tilde{v}^k), \bar{v}^k \rangle \mid i \in I^\#, \langle \nabla h_i(\tilde{v}^k), \bar{v}^k \rangle \mid i \in I_0\}$$

и, следовательно, $\max\{0, \langle \nabla h_i(y^0), \bar{v} \rangle \mid i \in I^\#, \langle \nabla h_i(y^0), \bar{v} \rangle \mid i \in I_0\} \leq 0$.

Положив $C_\# = \{y \in R^m \mid h_i(y) \leq 0 \mid i \in I^\#, h_i(y) = 0 \mid i \in I_0\}$, получаем из последнего неравенства:

$$\bar{v} \in \Gamma_{C_\#}(y^0), \text{ где } \Gamma_{C_\#}(y^0) = \{\bar{y} \in R^m \mid \langle \nabla h_i(y^0), \bar{y} \rangle \leq 0 \mid i \in I^\#, \langle \nabla h_i(y^0), \bar{y} \rangle = 0, \mid i \in I_0\}.$$

2. С другой стороны, поскольку условие RMFCQ в точке y^0 влечет в силу леммы 4 выполнение условия RMFCQ и в некоторой ее окрестности, то, не ограничивая общности рассуждений, можно считать, что RMFCQ выполняется и в точках y^k и, следовательно, существуют множители Лагранжа $\lambda^k \in R^p$, для которых

$$\frac{v^k - y^k}{|v^k - y^k|} = \sum_{i=1}^p \lambda_i^k \nabla h_i(y^k), \lambda_i^k \geq 0 \mid i \in I, \text{ и } \lambda_i^k = 0 \text{ для } i \in (I \setminus I^\#).$$

Последнее условие можно переписать в виде

$$\bar{v}^k = \sum_{i \in I_0 \cup I^\#} \lambda_i^k \nabla h_i(y^k), \lambda_i^k \geq 0 \mid i \in I^\#,$$

откуда с учетом теоремы о двойственном конусе многогранного конуса следует, что $\bar{v}^k \in [\Gamma_{C_\#}(y^k)]^*$.

Нетрудно видеть, что

$$\Gamma_{C_\#}(y^k) = \{\bar{y} \in R^m \mid \langle \nabla h_i(y^k), \bar{y} \rangle \leq 0 \mid i \in I^\#, \langle \nabla h_i(y^k), \bar{y} \rangle = 0, \mid i \in I_0\},$$

следовательно, $\Gamma_{C_{\#}}(y^k) = \Gamma_C(y^k)$ при всех $k = 1, 2, \dots$.

В силу леммы 4 $I^a(y^0) \subset I^{\#}$. Тогда по лемме 3, условия которой выполнены для выбранного множества $I^{\#}$, и согласно утверждению 1, получаем $ri\Gamma_{C_{\#}}(y^0) = \{\bar{y} \in R^m \mid \langle \nabla h_i(y^0), \bar{y} \rangle < 0 \quad i \in I^{\#} \setminus I^a(y^0), \langle \nabla h_i(y^0), \bar{y} \rangle = 0 \quad i \in I_0 \cup I^a(y^0)\}$.

Возьмем произвольный вектор $\bar{y} \in ri\Gamma_{C_{\#}}(y^0)$. Данный вектор удовлетворяет системе $\langle \nabla h_i(y^0), \bar{y} \rangle = 0, i \in I_0 \cup I^a(y^0), \langle \nabla h_i(y), \bar{y} \rangle < 0, i \in I^{\#} \setminus I^a(y^0)$.

В силу условия RMFCQ для множества C в точке $y^0 \in C$ можно, не ограничивая общности, считать, что $rank\{\nabla h_i(y^k) \mid i \in I_0 \cup I^a(y^0)\} = rank\{\nabla h_i(y^0) \mid i \in I_0 \cup I^a(y^0)\} = l$ для всех $k = 1, 2, \dots$. Следовательно, существует максимальная линейно независимая подсистема $\{\nabla h_i(y^0) \mid i \in J \subset I_0 \cup I^a(y^0)\}$ системы $\{\nabla h_i(y^0) \mid i \in I_0 \cup I^a(y^0)\}$, которая остается максимальной линейно независимой подсистемой $\{\nabla h_i(y^k) \mid i \in J \subset I_0 \cup I^a(y^0)\}$ в системе векторов $\{\nabla h_i(y^k) \mid i \in I_0 \cup I^a(y^0)\}$. Для простоты будем считать, что $J = \{1, \dots, l\}$.

Тогда система уравнений $\langle \nabla h_i(y^0), \bar{y} \rangle = 0 \quad i \in I_0 \cup I^a(y^0)$ равносильна системе $\langle \nabla h_i(y^0), \bar{y} \rangle = 0 \quad i \in J$. (1)

Для определенности считаем, что базисный минор системы уравнений (1) расположен в верхнем левом углу соответствующей матрицы. Тогда систему (1) можно записать в виде

$B_1(y^0)\bar{y}^1 + B_2(y^0)\bar{y}^2 = 0$, где $\bar{y} = (\bar{y}^1, \bar{y}^2)$, $\bar{y}^1 = (\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_l)$, $\bar{y}^2 = (\bar{y}_{l+1}, \dots, \bar{y}_m)$,

$$B_1(y) = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1(y)}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial h_l(y)}{\partial y_l} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial h_l(y)}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial h_l(y)}{\partial y_l} \end{bmatrix}, \quad B_2(y) = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1(y)}{\partial y_{l+1}} & \dots & \frac{\partial h_1(y)}{\partial y_m} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial h_l(y)}{\partial y_{l+1}} & \dots & \frac{\partial h_l(y)}{\partial y_m} \end{bmatrix}.$$

Отсюда $\bar{y}^1 = -B_1^{-1}(y^0)B_2(y^0)\bar{y}^2$. Построим вектор $\bar{y}^k = (\bar{y}^{1k}, \bar{y}^{2k})$ следующим образом: $\bar{y}^{1k} = -B_1^{-1}(y^k)B_2(y^k)\bar{y}^2$, $\bar{y}^{2k} = \bar{y}^2$. Тогда $\langle \nabla h_i(y^k), \bar{y}^k \rangle = 0 \quad i \in J$ и $\bar{y}^k \rightarrow \bar{y}$ при $k \rightarrow \infty$. Кроме того, при $i \in I^{\#} \setminus I^a(y^0)$ справедливо $|\langle \nabla h_i(y^k), \bar{y}^k \rangle - \langle \nabla h_i(y^0), \bar{y} \rangle| \rightarrow 0$ и, следовательно, $\langle \nabla h_i(y^k), \bar{y}^k \rangle < 0$ при достаточно больших k . Таким образом, для любого $\bar{y} \in ri\Gamma_{C_{\#}}(y^0)$ существует последовательность $\bar{y}^k \in \Gamma_{C_{\#}}(y^k)$ такая, что $\bar{y}^k \rightarrow \bar{y}$. Последнее означает, что $\liminf_{k \rightarrow \infty} \Gamma_{C_{\#}}(y^k) \supset ri\Gamma_{C_{\#}}(y^0)$, откуда с учетом замкнутости множеств $\liminf_{k \rightarrow \infty} \Gamma_{C_{\#}}(y^k)$ и $\Gamma_{C_{\#}}(y^0)$ получаем $\liminf_{k \rightarrow \infty} \Gamma_{C_{\#}}(y^k) \supset \Gamma_{C_{\#}}(y^0)$. Следовательно, многозначное отображение $\Gamma_{C_{\#}}(y)$ полунепрерывно снизу в точке y^0 на последовательности $y^k \rightarrow y^0$. В таком случае по лемме 6 конус $[\Gamma_{C_{\#}}(y)]^*$ двойственный к $\Gamma_{C_{\#}}(y)$ будет полунепрерывным сверху в точке y^0 на последовательности $y^k \rightarrow y^0$. С учетом доказанного ранее включения $\bar{v}^k \in [\Gamma_{C_{\#}}(y^k)]^*$ и того, что $\bar{v}^k \rightarrow \bar{v}$, отсюда следует $\bar{v} \in [\Gamma_{C_{\#}}(y^0)]^*$. Но, с другой стороны, в первой части доказательства получено включение $\bar{v} \in \Gamma_{C_{\#}}(y^0)$. Поскольку $|\bar{v}| \neq 0$, последнее невозможно. Полученное противоречие говорит о справедливости утверждения теоремы.

Следующий пример показывает, что утверждение теоремы 3 не допускает обращения и из R -регулярности в исследуемой точке вообще говоря не следует условие RMFCQ в этой точке.

Пример 1. Пусть $C = \{y \in \mathbb{R}^2 \mid y_2 - y_1^3 \leq 0, -y_2 - y_1^3 \leq 0, y_1 = 0\}$, $y^0 = (0, 0)$. Тогда

$$\nabla h_1(y) = \begin{pmatrix} -3y_1^2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \nabla h_2(y) = \begin{pmatrix} -3y_1^2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \nabla h_3(y) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Поскольку $\Gamma_C(y^0) = \{\bar{y} \in \mathbb{R}^2 \mid \bar{y}_1 = \bar{y}_2 = 0\}$, то все ограничения типа неравенства являются существенно активными в точке y^0 .

$$\text{Далее, } \text{rank}\{\nabla h_1(y), \nabla h_2(y), \nabla h_3(y)\} = \text{rank} \begin{pmatrix} -3y_1^2 & -3y_1^2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = 2,$$

следовательно, выполнено условие RMFCQ. С другой стороны, возьмем последовательность положительных чисел $\varepsilon_k \rightarrow 0$. Тогда для $v^k = (-\varepsilon_k, 0)$ получим $\max\{0, h_1(v^k), h_2(v^k), |h_3(v^k)|\} = \max\{0, \varepsilon_k^3, \varepsilon_k^3, |0|\}$, в то время как $d_C(v^k) = \varepsilon_k$. То есть, условие R -регулярности не может выполняться.

Лемма 8. Если в точке $y^0 \in C$ выполнено условие R -регулярности, то существует окрестность $V(y^0)$ точки y^0 такая, что $I^a(y) \subset I^a(y^0)$ для всех $y \in V(y^0) \cap C$.

Доказательство. Предположим противное. Тогда найдется последовательность $\{y^k\} \subset C$ такая, что $y^k \rightarrow y^0$ и для каждого k найдется индекс $i_k \in I^a(y^k)$ такой, что $i_k \notin I^a(y^0)$. Поскольку число элементов в I конечно, не ограничивая общности можно считать $I(y^k) = I^\# \subset I(y^0)$ и $I^a(y^k) = I^{\#a}$, где $I^\#$ и $I^{\#a}$ не зависит от k . Далее, из последовательности $\{i_k\}$ можно выделить постоянную подпоследовательность $\{i_0\}$ (для простоты обозначений можно считать, что это сама $\{i_k\}$, то есть $i_k = i_0$ для всех k). Таким образом, существует $i_0 \in I^{\#a}$, но $i_0 \notin I^a(y^0)$. Возьмем произвольный вектор $\bar{y} \in \Gamma_C(y^0)$. Тогда из леммы 7 следует, что существует последовательность $\bar{y}^k \in \Gamma_C(y^k)$ такая, что $\bar{y}^k \rightarrow \bar{y}$ при $k \rightarrow \infty$. Перейдем к пределу в системе равенств и неравенств

$$\langle \nabla h_i(y^k), \bar{y}^k \rangle = 0 \quad i \in I_0 \cup I^{\#a}, \quad \langle \nabla h_i(y^k), \bar{y}^k \rangle \leq 0 \quad i \in I^\# \setminus I^{\#a}$$

при $k \rightarrow \infty$. Получим $\langle \nabla h_i(y^0), \bar{y} \rangle = 0 \quad i \in I_0 \cup I^{\#a}, \quad \langle \nabla h_i(y^0), \bar{y} \rangle \leq 0 \quad i \in I^\# \setminus I^{\#a}$, для любого $\bar{y} \in \Gamma_C(y^0)$. Таким образом, $\langle \nabla h_{i_0}(y^0), \bar{y} \rangle = 0$ для всех $\bar{y} \in \Gamma_C(y^0)$. Это означает, что $i_0 \in I^a(y^0)$. Полученное противоречие позволяет сделать вывод о справедливости утверждения леммы.

Следствие 1. Пусть в точке $y^0 \in C$ выполнено условие RMFCQ. Тогда существует окрестность $V(y^0)$ данной точки такая, что $I^a(y^0) = I^a(y)$ для всех $y \in V(y^0) \cap C$.

Справедливость следствия непосредственно следует из теоремы 3 с учетом лемм 5 и 8.

Следует отметить то обстоятельство, что условия регулярности описывают качество ограничений, дающих описание множества допустимых точек, а не свойства самого этого множества. В этом плане их суть точнее выражается термином constraint qualifications. Выше говорилось о том, что условия MFCQ и CRCQ независимы друг от друга, то есть существуют примеры, где выполняется MFCQ и не выполняется CRCQ и наоборот. В то же время в работе [19] показано, что если условие CRCQ выполнено в точке $y^0 \in C$, то удалением части ограничений и преобразованием некоторых ограничений из неравенств в равенства можно получить множество локально не отличающееся от C , для которого однако будет справедливо условие MFCQ в точке y^0 . Аналогичный характер, хотя и более сложный, имеют связи CRCQ

и RCRCQ. Если условие RCRCQ выполнено в точке $y^0 \in C$, то существуют локальные диффеоморфизмы, переводящие множество C в множества с другой параметризацией, для которых в отвечающей y^0 точке выполняются соответственно CRCQ и MFCQ. Следующее утверждение демонстрирует связь RMFCQ с MFCQ.

Теорема 4. Пусть условие регулярности RMFCQ выполнено в $y^0 \in C$. Тогда существует окрестность $V(y^0)$ такая, что множество $C \cap V(y^0)$ может быть записано с помощью ограничений, для которых в точке y^0 выполняется условие Мангасаряна-Фромовица.

Доказательство. Пусть RMFCQ выполнено в $y^0 \in C$. То существует окрестность $V(y^0)$ такая, что $\text{rank}\{\nabla h_i(y), i \in I_0 \cup I^a(y)\} = l$ для всех $y \in C \cap V(y^0)$. Следовательно, существует индексное множество $J \subset I_0 \cup I^a(y^0)$ такое, что $\text{rank}\{\nabla h_i(y) \mid i \in J\} = l$ во всех точках $y \in C \cap V(y^0)$. Положим

$$C' = \{y \in R^m \mid h_i(y) \leq 0 \quad i \in I \setminus I^a(y^0), \quad h_i(y) = 0 \quad i \in I_0 \cup I^a(y^0)\} \text{ и}$$

$$C'' = \{y \in R^m \mid h_i(y) \leq 0 \quad i \in I \setminus I^a(y^0), \quad h_i(y) = 0 \quad i \in J\}.$$

Очевидно $C' \subset C$. С другой стороны в силу леммы 4 можно выбрать окрестность $V(y^0)$ столь малой, что $C \cap V(y^0) \subset C' \cap V(y^0)$. Следовательно, $C \cap V(y^0) = C' \cap V(y^0)$.

Для простоты будем считать, что $N = |I_0 \cup I^a(y^0)|$ и $J = \{1, \dots, l\}$. Тогда (см. [20], стр. 504-505) в системе функций $h_i(y) \mid i \in I_0 \cup I^a(y^0)$ первые l уравнений функционально независимы, а остальные в некоторой окрестности точки y^0 (которую мы можем, не ограничивая общности, считать совпадающей с $V(y^0)$) выражаются через них

$$h_i(y) = G_i(h_1(y), \dots, h_l(y)) \quad i = l+1, \dots, N,$$

где $G_i(z) \mid i = l+1, \dots, N$ – гладкие в некоторой окрестности точки $z^0 = (h_1(y^0), \dots, h_l(y^0)) = (0, \dots, 0)$ функции. В таком случае $G_i(0, \dots, 0) = 0 \quad i = l+1, \dots, N$ и система уравнений $h_i(y) = 0 \mid i \in I_0 \cup I^a(y^0)$ в окрестности $V(y^0)$ равносильна системе $h_i(y) = 0 \mid i \in J$ с дополнительными условиями $G_i(h_1(y), \dots, h_l(y)) = 0 \mid i = l+1, \dots, N$. Следовательно, $V(y^0)$ можно выбрать столь малой, что при $y \in C'' \cap V(y^0)$ получаем $h_i(y) = 0 \mid i \in J$ и значит $G_i(h_1(y), \dots, h_l(y)) = 0 \mid i = l+1, \dots, N$. Это означает, что $y \in C'$ и, следовательно, $C'' \cap V(y^0) \subset C'$. Поскольку $C' \subset C''$, отсюда $C'' \cap V(y^0) = C' \cap V(y^0)$. Таким образом, существует окрестность $V(y^0)$ такая, что $C \cap V(y^0) = C'' \cap V(y^0)$. Тогда в силу леммы 1 в точке $y^0 \in C'' \cap V(y^0)$ выполняется условие MFCQ. ?

Отметим, что связь условий RMFCQ и R-регулярности и их приложения и обобщения изучались в работах [21–25].

R-регулярность и ограниченное ослабленное условие Мангасаряна-Фромовица

Недавно опубликованная работа [26] посвящена доказательству интересного результата, касающегося системы решений нелинейных уравнений. Именно в [26] доказано, что из R-регулярности множества с ограничениями типа равенства $C = \{y \in R^m \mid h_i(y) = 0 \quad i = 1, \dots, p\}$ в точке y^0 этого множества следует выполнение условия

$rank\{\nabla h_i(y) \ i=1,\dots,p\} = rank\{\nabla h_i(y^0) \ i=1,\dots,p\}$ для всех точек y из некоторой окрестности точки y^0 на множестве C .

Цель работы – показать, что справедливо гораздо более общее утверждение, касающееся множества допустимых точек $C = \{y \in R^m \mid h_i(y) \leq 0 \ i \in I, \ h_i(y) = 0 \ i \in I_0\}$ в задаче NLP.

Определение 3. Будем говорить, что в точке $y^0 \in C$ выполнено ограниченное ослабленное условие регулярности Мангасаряна-Фромовица (RMF_C), если для всех точек y из некоторой окрестности y^0 на множестве C имеет место равенство $rank\{\nabla h_i(y) \ i \in I_0 \cup I^a(y^0)\} = rank\{\nabla h_i(y^0) \ i \in I_0 \cup I^a(y^0)\}$.

Следующий пример показывает, что условия $RMFCQ$ и RMF_C , вообще говоря, не совпадают.

Пример 2. Пусть $C = \{y \in R^2 \mid y_2 = 0, \ y_2^2 e^{y_1^2} \leq 0\}$, $y^0 = (1, 0)$. Тогда

$\Gamma_C(y^0) = \{\bar{y} \in R^2 \mid \bar{y}_2 = 0\}$. Далее, $h_1(y) = y_2$, $h_2(y) = y_2^2 e^{y_1^2}$, $\langle \nabla h_2(y^0), \bar{y} \rangle = 0$ для любого $\bar{y} \in \Gamma_C(y^0)$, и, следовательно, $I^a(y^0) = \{2\}$. Тогда

$$rank\{\nabla h_i(y) \ i=1,2\} = rank \begin{pmatrix} 0 & 2y_1 y_2^2 e^{y_1^2} \\ 1 & 2y_2 e^{y_1^2} \end{pmatrix} = 1 \text{ на множестве } C.$$

С другой стороны, на последовательности $y^k = (1, 1/k) \rightarrow y^0$ получаем $rank\{\nabla h_i(y^k) \ i=1,2\} = 2$.

Пусть $B = \{y \in R^m \mid |y| < 1\}$, $\bar{B} = \{y \in R^m \mid |y| \leq 1\}$.

Лемма 9. Пусть множество C R -регулярно в точке $y^0 \in C$. Тогда для любого положительного числа ε найдется число $\delta > 0$ такое, что $\Gamma_C(y^0) \cap \bar{B} \subset \Gamma_C(y) + \varepsilon B$ при всех $y \in (y^0 + \delta B) \cap C$.

Доказательство. Допустим противное. Тогда существуют число $\mu > 0$ и последовательность $\{y^k\}$ в C , которая сходится к y^0 , причем для любого $k = 1, 2, \dots$ найдется $\bar{y}^{0k} \in \Gamma_C(y^0) \cap \bar{B}$ и $d_{\Gamma_C(y^k)}(\bar{y}^{0k}) \geq \mu > 0$. Поскольку последовательность $\{\bar{y}^{0k}\}$ ограничена, то, не ограничивая общности, можно считать, что $\bar{y}^{0k} \rightarrow \bar{y}^0$, где $\bar{y}^0 \in \Gamma_C(y^0) \cap \bar{B}$. Но из леммы 7 следует существование последовательности $\bar{y}^k \in \Gamma_C(y^k)$ такой, что $\bar{y}^k \rightarrow \bar{y}^0$. Следовательно, $0 < \mu \leq |\bar{y}^{0k} - \bar{y}^k| \leq |\bar{y}^{0k} - \bar{y}^0| + |\bar{y}^k - \bar{y}^0|$ для всех $k = 1, 2, \dots$, что невозможно.

Теорема 5. Пусть множество C R -регулярно в точке $y^0 \in C$. Тогда в этой точке выполняется условие RMF_C .

Доказательство. Пусть множество C R -регулярно в точке $y^0 \in C$. Тогда в силу леммы 2 для любого вектора $\bar{y} \in \Gamma_C(y^0)$ и любой последовательности $y^k \rightarrow y^0$ такой, что $y^k \in C$, существует последовательность $\bar{y}^k \in \Gamma_C(y^k)$ такая, что $\bar{y}^k \rightarrow \bar{y}$. Будем рассуждать от противного и предположим, что условие RMF_C не выполняется в точке $y^0 \in C$. Последнее означает, что найдется последовательность $y^k \rightarrow y^0$, где $y^k \in C$, такая, что

$$rank\{\nabla h_i(y^k) \ i \in I_0 \cup I^a(y^0)\} > rank\{\nabla h_i(y^0) \ i \in I_0 \cup I^a(y^0)\} \text{ для всех } k = 1, 2, \dots \quad (2)$$

Ввиду конечности индексных множеств в (2) из последовательности $\{y^k\}$ можно извлечь подпоследовательность (для простоты обозначим ее также $\{y^k\}$) такую, что $I(y^k) = I^\# = \text{const}$, $I^a(y^k) = I^{\#a} = \text{const}$, $I^+(y^k) = I^{\#+} = \text{const}$, и чтобы ранг в левой части (2) был постоянным. Тогда из (2) следует, что $\dim \text{aff} \Gamma_C(y^k) < \dim \text{aff} \Gamma_C(y^0)$ при всех $k = 1, 2, \dots$. В то же время в силу леммы 9 для любого положительного числа ε найдется целое положительное k_0 такое, что $\Gamma_C(y^0) \cap \bar{B} \subset \Gamma_C(y^k) + \varepsilon B$ при всех $k > k_0$. Но в виду неравенства $\dim \text{aff} \Gamma_C(y^k) < \dim \text{aff} \Gamma_C(y^0)$ последнее невозможно, если $\varepsilon < d/2$, где d диаметр множества $\Gamma_C(y^0) \cap \{\bar{y} = 1\}$.

Замечание. В частном случае, когда $I = \emptyset$ (то есть $C = \{y \in R^m \mid h_i(y) = 0 \quad i \in I_0\}$), а теорема 5 содержит основной результат [26] (см. теорема 1 [26]).

Таким образом, доказанная выше теорема обобщает основной результат [26] на случай множества решений систем равенств и неравенств.

Следующий пример показывают, что обратное утверждение для теоремы 4 неверно, т.е. из RMFC_C не следует R -регулярность.

Пример 3. Пусть $C = \{y \in R^3 \mid y_1 + y_2 = 0, y_3^2 \leq 0\}$, $y^0 = (0, 0, 0)$. В данном примере условие RMFC_C выполняется, однако

$$\Gamma_C(y^0) = \{\bar{y} \in R^3 \mid \bar{y}_1 + \bar{y}_2 = 0\} \neq \hat{T}_C(y^0) = \{\bar{y} \in R^3 \mid \bar{y}_1 + \bar{y}_2 = 0, \bar{y}_3 = 0\}.$$

Следовательно, в исследуемой точке не выполнено условие регулярности Абади. Поскольку известно, что условие Абади справедливо при выполнении условия R -регулярности, отсюда можно сделать вывод, что множество C не R -регулярно в точке y^0 .

Заключение

Для задачи нелинейного программирования доказан двойственный критерий выполнения условия R -регулярности в терминах множителей Лагранжа без какого-либо рода дополнительных предположений о структуре ограничений. Доказано совпадение касательных конусов $T_C^{Cl}(y^0) = T_C(y^0) = \hat{T}_C(y^0) = \Gamma_C(y^0)$ в допустимых точках, в которых множество C R -регулярно. Без дополнительных предположений относительно ограничений доказано, что выполнение в допустимой точке ослабленного условия Мангасаряна-Фромовица влечет за собой выполнение условия R -регулярности. Доказано, что из условия R -регулярности в допустимой точке следует ограниченное ослабленное условие Мангасаряна-Фромовица. Таким образом, справедливо следующая взаимосвязь условий регулярности в точках множества C :
 $LICQ \Rightarrow MFCQ \Rightarrow CPLD \Rightarrow RCPLD \Rightarrow RMFCQ$,
 $LICQ \Rightarrow CRCQ \Rightarrow RCRCQ \Rightarrow RCPLD \Rightarrow RMFCQ$,
 $RMFCQ \Rightarrow R \Rightarrow RMFC$.

REGULARITY CODITIONS IN NONLINEAR PROGRAMMING PROBLEMS

L.I. MINCHENKO, A.E. LESCHOV

Abstract

Weak regularity conditions are studied. Necessary and sufficient conditions of R -regularity are obtained. The relations between different types of regularity conditions are investigated.

Список литературы

1. Минченко Л.И., Стаховский С.М. // Докл. НАН Беларуси. 2009. Т 53, №5. С. 26–51.
2. Минченко Л.И., Волосевич А.А., Стаховский С.М. // Докл. БГУИР. 2009. № 6. С. 81–87.
3. Minchenko L.I., Stakhovski S.M. // Optimization. 2011. Vol. 60, № 4. P. 429–440.
4. Minchenko L., Stakhovski S. // SIAM Journal on Optimization. 2011. № 21. P. 1314–1332.
5. Сиротко С.И., Стаховский С.М., Минченко Л.И. // Докл. БГУИР. 2009. №4. С. 87–92.
6. Минченко Л.И., Стаховский С.М. // Вести НАН Беларуси. Сер. физ.-матем. наук. 2010. № 1. С. 101–107.
7. Актанорович С.В., Минченко Л.И., Тараканов А.Н. // Докл. БГУИР. 2010. № 4. С.85–88.
8. Минченко Л.И., Волосевич А. Н., Тараканов А.Н. // Докл. БГУИР. 2009. № 8. С. 64–68.
9. Актанорович С.В., Минченко Л.И., Тараканов А.Н. // Докл. БГУИР. 2012. № 5. С. 103–109.
10. Минченко Л.И., Стаховский С.М. // Докл. БГУИР. № 8. 2010. С.104–109.
11. Andreani R., Haeser G., Schuverdt M.L. et. al. // SIAM J. on Optimization. 2012. Vol. 22, № 3. P. 1109–1125.
12. Гороховик В.В. Конечномерные задачи оптимизации. Минск, 2007.
13. Luderer B., Minchenko L., Satsura T. Multivalued analysis and nonlinear programming problems with perturbations. Dordrecht, 2002.
14. Minchenko L.I., Tarakanov A.N. // J. Optimiz. Theory and Appl. 2011. Vol. 148, № 3. P. 571–579.
15. Kruger A., Minchenko L., Oustrata J. // Positivity. 2013. № 17. P. 1–17.
16. Minchenko L.I., Tarakanov A.N. // Optimization. 2013. DOI: 10.1080/02331934.2012.754441.
17. Минченко Л.И., Актанарович С.В., Тараканов А.Н. // Докл. НАН Беларуси. 2010. № 6. С. 18–23.
18. Кларк Ф. Оптимизация и негладкий анализ. М., 1988.
19. Lu S. // Math. Program. 2009. № 126. P. 365–392.
20. Зорич В.А. Математический анализ. Ч.1. М., 1981.
21. Актанорович С.В., Богданов С.А., Лещев А.Е. и др. // Докл. БГУИР. 2013. № 2. С. 5–9.
22. Минченко Л.И., Лещев А.Е. // Докл. НАН Беларуси. 2013. Т. 57, № 4. С. 38–42.
23. Минченко Л.И., Лещев А.Е. // Докл. НАН Беларуси. 2013. Т. 57, № 6. С. 28–34.
24. Minchenko L. On // Int. Conference «Constructiv nonsmooth analysys and applications», S.-Peterbourg, June 18–23, 2012. P. 119–121.
25. Minchenko L. // Abstracts of 25th European conference on Operational Research (EURO-2012), Vilnius, July 8–11, 2012. P. 311.
26. Behling R., Iusem A. The // Math. Program. Ser. A. 2013. № 137. P. 155–165.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЕЙ, НАПРАВЛЯЕМЫХ В РЕДАКЦИЮ ЖУРНАЛА «ДОКЛАДЫ БГУИР»

1. К публикации принимаются статьи, отражающие результаты **оригинальных научно-технических исследований и разработок, не опубликованные и не предназначенные для публикации в других изданиях**. Тематика представляемой статьи должна соответствовать рубрикам журнала (электроника, радиофизика, радиотехника, информатика).

2. Статьи должны быть написаны в сжатой и ясной форме и содержать соответствующий индекс УДК; название на русском и английском языках; инициалы и фамилии авторов на русском и английском языках; полное название учреждений, в которых выполнялось исследование (с указанием адреса); ключевые слова (до 10 слов) на русском языке; аннотацию на русском и английском языках (3–5 предложений). Рекомендуется стандартизировать текст статьи, используя подзаголовки **введение, теоретический анализ, методика, экспериментальная часть, результаты и их обсуждение, заключение, список литературы**.

3. Статья представляется в двух экземплярах, распечатанных на листах формата А4, и в электронном варианте в виде файла формата MS Word (расширение – *.doc). Также необходимо представить *акт экспертизы* о возможности опубликования статьи в открытой печати.

Количество страниц и иллюстраций:

- для оригинальной статьи – не более 7 страниц и 8 иллюстраций;
- для краткого сообщения – не более 3 страниц и 2 иллюстраций.

4. При наборе текста используется гарнитура Times New Roman и Symbol, кегль – 11 pt. Устанавливаемый размер бумаги – А4 (210×297 мм). Поля слева, справа, сверху и снизу – по 25 мм. Межстрочный интервал – 1,0. Абзацный отступ – 1,25 см. *Запрещается* при наборе текста использовать гиперссылки, маркированные списки и ручные переносы слов.

5. **Формульные выражения** выполняются только в редакторе формул MathType, стиль – «Математика» («Math»), гарнитура – Times New Roman и Symbol, кегль – 11 pt. Как в тексте статьи, так и в формульных выражениях, математические функции, цифры, буквы греческого и русского алфавитов набираются прямым начертанием, латинские буквы – курсивом. Нумеровать рекомендуется те формульные выражения, на которые имеются ссылки в последующем тексте, заключая при этом номер в круглые скобки.

6. Рисунки выполняются в соответствии со следующими требованиями:

- размер рисунка – не более 15×20 см, разрешение – не менее 300 dpi;
- рисунок должен быть оформлен как графический объект;
- подрисуночные подписи обязательно должны включать в себя номер и название рисунка;
- словесных обозначений на рисунках рекомендуется избегать, используя при этом цифровые либо буквенные обозначения, пояснения к которым следует давать в тексте статьи либо подрисуночных подписях;
- цифровые и буквенные обозначения на рисунках по начертанию и размеру должны соответствовать обозначениям в тексте статьи либо подрисуночных подписях.

7. Наименования, обозначения, определения и правила применения единиц физических величин, употребляемых в статье, должны соответствовать ГОСТ 8.417–2002.

8. Ссылки на литературные источники нумеруются в порядке их цитирования в тексте. Номера ссылок заключаются в квадратные скобки.

9. Набор статьи рекомендуется производить в шаблоне, доступном для скачивания на сайте БГУИР (www.bsuir.by → «Журнал "Доклады БГУИР"» → раздел «Авторам»).

10. Адрес для пересылки статей в электронном варианте и переписки с редакцией: doklady@bsuir.by.

***Ответственность за оригинальность и достоверность
материалов, поданных в печать, несут авторы.***