
ДОКЛАДЫ БГУИР

Выходит два раза в квартал

Научный журнал издается с января 2003 года

Главный редактор М. П. Батура

Редакционная коллегия:

А.П. Кузнецов (зам. главного редактора),
Л.М. Лыньков (зам. главного редактора),

Т.В. Борботько (ответственный секретарь),
В.Е. Борисенко, С.Е. Карпович, Н.Т. Квасов, В.К. Конопелько,
А.А. Кураев, В.А. Лабунов, В.В. Муравьев, Р.Х. Садыхов

Редакционный совет:

И.И. Абрамов, В.Е. Агабеков, В.В. Баранов, А.И. Белоус, И.В. Боднар, С.В. Бордусов,
С.В. Гапоненко, В.В. Голенков, В.Ф. Голиков, А.Л. Гурский, Л.И. Гурский, А.П. Достанко,
В.А. Емельянов, И.Е. Зуйков, В.М. Колешко, Ф.Ф. Комаров, Ф.П. Коршунов, С.П. Кундас,
В.А. Куренев, В.И. Курмашев, С.В. Лукьянец, В.Е. Матюшков, Л.И. Минченко, Ф.И. Пантелеенко,
А.А. Петровский, В.А. Пилипенко, С.Л. Прищепа, А.М. Русецкий, В.А. Сокол, Н.К. Толочко,
А.А. Хмыль, В.В. Цегельник, В.А. Чердынцев, Г.П. Яблонский, В.Н. Ярмолик

АДРЕС РЕДАКЦИИ:

220013, Минск, ул. П. Бровки, 6, к. 325

293-88-41

doklady@bsuir.by

www.doklady.bsuir.by

СОДЕРЖАНИЕ

ЭЛЕКТРОНИКА, РАДИОФИЗИКА, РАДИОТЕХНИКА, ИНФОРМАТИКА

Осипов А.Н., Киселев М.Г., Лабунь Е.И. Экспериментальная оценка анальгетического эффекта при сочетанном воздействии электростимуляции и ударно- фрикционного массажа	5
Юрцев О.А., Наумович Н.М., Дгали М.М. Зеркальная антенна в режиме приема сферической волны.....	9
Хорошко Л.С., Ореховская Т.И., Меледина М.В., Николаенко И.А., Кочев А.С., Ашариф А.М., Колосницын Б.С., Гапоненко Н.В., Мудрый А.В. Люминесценция пленок оксида алюминия и перспективы их использования в планарных микроструктурах нанофотоники	16

Степанов А.А., Смирнов А.Г. Структура, морфология и электрофизические свойства прозрачных наносетчатых пленок алюминия	21
Филиппович А.Г. Моделирование побочных электромагнитных излучений ПЭВМ методом интегральных уравнений.	28
Хехнёв Р.Г. Обнаружение летательных аппаратов на малых и предельно малых высотах методом пассивной макроволновой радиолокации.....	35
Кроливец А.В. Анализ систем управления резиносмещением.....	42
Певнева Н.А., Гусинский А.В., Гурский А.Л. СВЧ-метод определения диэлектрических свойств жидкостей	46
Колосов С.В., Кураев А.А., Сенько А.В. Усилители и умножители на основе Гиро-ЛБВ ...	51
Овсянников А.В. Обобщенное распределение $Sech^k$	58
Стрижнев А.Г., Марков А.В., Русакович А.Н. Идентификация объекта управления по переходной характеристике замкнутой системы.....	65
Борискевич А.А. Алгоритм маркирования изображений на основе визуальной криптографии для защиты от несанкционированного распространения информации.....	73
Чашинский А.С., Баркалин В.В. Акустоэлектронные химические сенсоры на основе массивов модифицированных углеродных нанотрубок: адсорбционные свойства массивов УНТ.....	80
Рак А.О. Эффективный алгоритм численного интегрирования уравнений движения крупных частиц в приборах СВЧ.....	86
Ходыко Д.Л., Саломатин С.Б. Смежно-групповые спектральные преобразования сложных сигналов	93
Абдаллах Дияб С.А.О. Параметрическое моделирование эффективности управления автотранспортным средством по каналу скорости движения.....	99
Актанорович С.В., Минченко Л.И., Тараканов А.Н. Расширенное условие постоянного ранга и его приложения к параметрическим задачам оптимизации.....	103
Галушка С.В., Али Альхамруни Мухамед, Насонова Н.В., Позняк А.А. Исследование влияния природы и концентрации различных наполнителей гибких экранов электромагнитного излучения на их экранирующие характеристики в СВЧ диапазоне: I. Растворы кислот и солей калия.....	110
Лысюк А.Н., Дереченник С.С. Рекурсивный алгоритм построения функции Дирихле.....	116
Кукин Д.П., Пригара В.Н. Построение диаграмм качества цифровых устройств с фазовым управлением.....	122
Гриднев Ю.В., Пальцев В.А. Компьютерные модели адаптивных систем пространственно-временной обработки флуктуирующего сигнала на фоне коррелированных помех.....	129

Учредитель: учреждение образования
"Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники"

Редактор Т.В. МИРОНЕНКО
Компьютерный дизайн и вёрстка Е.Г. МАКЕЙЧИК

Подписано в печать 07.08.2012. Формат 60×84 1/4. Гарнитура "Таймс". Бумага офсетная.
Отпечатано на ризографе. Усл. печ. л. 16,04. Уч.-изд. л. 14,9. Тираж 120 экз. Заказ 379.
Индекс для индивидуальной подписки 00787.
Индекс для ведомственной подписки 007872.

Отпечатано в БГУИР. ЛП № 02330/0494175 от 03.04.2009. 220013, г. Минск, ул. П. Бровки, 6.

Издатель: учреждение образования "Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники".
Свидетельство о государственной регистрации средства массовой информации № 1087 от 23.01.2010.

© УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», 2012

DOKLADY BGUIR

Published twice quarterly

The journal has been published since January, 2003

Editor-In-Chief M. P. Batura

ADDRESS OF EDITORIAL OFFICE

220013, Minsk, P. Brovka Str., 6, Room 325

293-88-41

doklady@bsuir.by

www.doklady.bsuir.by

CONTENTS

ELECTRONICS, RADIOPHYSICS, RADIO ENGINEERING, INFORMATICS

Osipov A.N., Kiselev M.G., Labun E.I. Experimental estimation of the analgesic effect at combined influence of the electrostimulation and the percussive-frictional massage.....	5
Yurtsev O.A., Naumovich N.M., Dgali M.M. Reflector antenna receiving a spherical wave	9
Khoroshko L.S., Orekhovskaya T.I., Meledina M.V., Nikolaenko I.A., Kochev A.S., Asharif A.M., Kolosnitsyn B.S., Gaponenko N.V., Mudry A.V. Luminescence of aluminum oxide films and perspectives of their application in nanophotonics planar microstructures.....	16
Stsiapanau A.A., Smirnov A.G. Structure, morphology and electrical properties of transparent nanomeshy aluminum films	21
Filippovich A.G. Modelling of side electromagnetic radiations of PC by the method of moments..	28
Khekhnev R.G. Aircraft detection at low and extreme low altitudes through passive macrowave radiolocation	35
Krolivets A.V. The analysis of control systems of rubbermixing	42
Pevneva N.A., Gusinskii A.V., Gurskii A.L. Microwave method for determination of dielectric properties of liquids.....	46
Kolosov S.V., Kurayev A.A., Senko A.V. Amplifiers and multipliers on basis Gyro-TWT.....	51
Ausiannikau A.V. Generalized distribution Sech^k	58
Stryzhniou A.G., Markov A.V., Rusakovich A.N. Control object identification using closed-loop system transient response.....	65

Boriskevich A.A. An algorithm of marking images based on the visual cryptography for protecting from unconfidentiality information distribution	73
Chashynski A.S., Barkaline V.V. Acoustic-electronic chemical sensors on the basis of modified nanotubes arrays: adsorptive properties of CNT arrays.....	80
Rak A.O. Efficient algorithm for numerical integration of motion equations of large particles in microwave devices.....	86
Khodyko D.L., Salomatin S.B. Adjacent-group spectral transformation complex signals.....	93
Abdullah Diab S.A.O. Parametric modeling the effectiveness of motor vehicles on speed channel....	99
Aktanorovich S.V., Minchenko L.I., Tarakanov A.N. Extended constant rank condition and its application to parametric optimization problems.....	103
Halushka S.V., Ali Alhamruni Muhamed, Nasonova N.V., Poznyak A.A. Influence of nature and concentration of various fillers for flexible EMR shields upon their shielding characteristics in SHF band: I. Solutions of acids and potassium salts.....	110
Lysiuk A.N., Derechennik S.S. The recursive algorithm to construct Dirichlet function.....	116
Kukin D.P., Prigara V.N. Constructing charts quality of digital devices with the phase control.....	122
Gridnev Y.V., Paltsev V.A. Computer models of adaptive systems of space-time processing of the fluctuating signal against the correlated hindrances.....	129

ЭЛЕКТРОНИКА, РАДИОФИЗИКА, РАДИОТЕХНИКА, ИНФОРМАТИКА

УДК 612.424.4/615.82

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА АНАЛЬГЕТИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА ПРИ СОЧЕТАННОМ ВОЗДЕЙСТВИИ ЭЛЕКТРОСТИМУЛЯЦИИ И УДАРНО-ФРИКЦИОННОГО МАССАЖА

А.Н. ОСИПОВ*, М.Г. КИСЕЛЕВ, Е.И. ЛАБУНЬ

**Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь**Белорусский национальный технический университет
пр. Независимости, 65, Минск, 220013, Беларусь**Поступила в редакцию 29 марта 2012*

Статья посвящена эксперименту по количественной оценке анальгетического эффекта при сочетанном воздействии электростимуляции и ударно-фрикционного массажа. Электростимуляция является значимым видом терапии, однако имеются существенные ограничения по субъективным болевым ощущениям пациента. Ударно-фрикционное воздействие массажера может послужить альтернативой принятой лекарственной анальгезии.

Ключевые слова: электростимуляция, механический массаж, физиотерапия, анальгезия.

Введение

Как известно [1], электростимуляция широко используется для мионейростимулирующей, трофостимулирующей, сосудорасширяющей, катаболической терапии. Однако при осуществлении данных процедур возникают определенные проблемы, связанные с субъективными болевыми ощущениями пациентов, что ограничивает применяемые импульсные токи по видам сигналов и их мощности.

На практике с целью снижения уровня болевого ощущения либо ограничивают область применения электростимуляции по типам и мощности импульсных токов, либо применяют лекарственные анальгезирующие препараты, что в ряде случаев недопустимо, т.к. для пациентов зачастую имеются аллергические и другие противопоказания по их применению.

В ходе выполнения предшествующих исследований [2], при кратковременном вибрационном воздействии массажера ударно-фрикционного действия с функцией электростимуляции, было выявлено снижение у пациентов болевой чувствительности к импульсным токам. Однако на сегодня отсутствуют данные, количественно отражающие связь между вибрационным воздействием и снижением уровня болевых ощущений у пациентов в ходе проведения процедуры электростимуляции.

В этой связи цель данной работы состояла в количественной оценке анальгетического эффекта у пациентов при сочетанном воздействии ударно-фрикционного массажа и электростимуляции диадинамическими токами.

Методика проведения экспериментальных исследований

В качестве устройства, обеспечивающего одновременно массажное и электростимуляционное воздействие, использовался разработанный авторами массажер ударно-фрикционного действия с функцией электростимуляции, фотография которого показана на рис. 1.

Он состоит из корпуса 1, внутри которого расположены аккумулятор и электродвигатель. На его выходном валу закреплена насадка 2, содержащая массажные гибкие лопасти из кожи с установленными в них электродами 3. На корпусе массажера предусмотрен разъем 4 для подключения одного из электродов генератора импульсных токов.

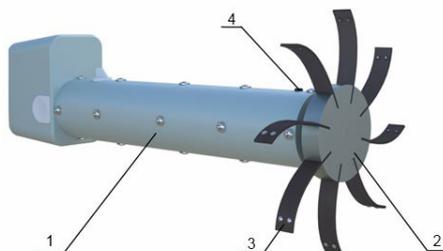


Рис. 1. Фотография общего вида макета массажера ударно-фрикционного действия с функцией электростимуляции

В ходе проведения экспериментов использовалась насадка диаметром 50 мм, содержащая 8 кожаных лопастей со свободным вылетом в 85 мм. Ширина каждой лопасти составляла 16 мм при толщине 2 мм.

Массажер имел ступенчато регулируемую частоту вращения 90, 150, 200, 250, 300 мин⁻¹; номинальная мощность установленного электродвигателя составляла 22 Вт. Процедура сочетанного воздействия электростимуляции и массажа выполнялась следующим образом. Массажер подводился к телу человека и устанавливался таким образом (см. рис. 2), чтобы расстояние от оси вращения насадки до поверхности тела составляло 90-100 мм, т.е. величина натяга лопастей находилась в пределах 10-15 мм, после чего включался привод вращения насадки.

В результате осуществлялось механическое воздействие лопастей на участок поверхности тела, которое характеризуется их периодическим ударным взаимодействием в сочетании с относительным скольжением (фрикционное взаимодействие). Одновременно с этим происходит замыкание электрической цепи, а протекание импульса тока за время ударно-фрикционного взаимодействия лопасти с поверхностью тела характеризуется наличием скользящего электрического контакта, влияющего на условия его прохождения.



Рис. 2. Расположение массажера относительно поверхности тела человека

Количественная оценка уровня болевых ощущений

Для оценки интенсивности острой боли использовалась цифровая рейтинговая шкала (см. рис 3, Numerical Rating Scale, NRS), которая широко применяется на практике для определения субъективного ощущения пациентом боли в момент хода проведения различных исследований [3]. В ее основу положено численное выражение субъективных ощущений пациента от 0 до 10.



Рис. 3. Наиболее широко используемые одномерные шкалы интенсивности боли: цифровая рейтинговая шкала (NRS), а так же вербальная рейтинговая шкала (VRS) и визуальная аналоговая шкала (VAS)

Эксперимент по оценке анальгетического эффекта при сочетанном воздействии электростимуляции и ударно-фрикционного массажа

Для участия в эксперименте было отобрано семь волонтеров обоих полов, которые соответствовали следующим требованиям: отсутствие каких бы то ни было острых, текущих или хронических заболеваний, отсутствие избыточного веса, возраст от 21 до 30 лет.

На головку мышцы лучевой сгибатель запястья (лат. *Musculus flexor carpi radialis*) накладывался один электрод и закреплялся с помощью жгута, затем массажер, с подключенным к нему вторым электродом, соответствующим образом устанавливался относительно мышцы и подавался импульсный ток диадинамического типа с уровнем такой величины, при котором можно было объективно зафиксировать наличие вызванных электростимуляцией ее сокращений (от 1 до 30 мА). Волонтер согласно системе NRS (0-10 баллов) сообщал об уровне боли. Затем, при неизменном уровне импульсного тока, включался массажер с последовательным ступенчатым изменением частоты вращения насадки, начиная с 90 до 300 мин⁻¹. При каждом ее значении волонтер сообщал об уровне возникающего болевого ощущения. Все результаты были сведены в общую таблицу.

Субъективные ощущения волонтеров

Частота вращения насадки, n_n , мин ⁻¹	Ощущения по NRS, баллы						
	Волонтер В	Волонтер Ю	Волонтер О	Волонтер Л	Волонтер Н	Волонтер М	Волонтер Е
0	7	10	7	5	7	7	7
90	5	9	5	4	4	5	6
150	3	8	6	4	4	5	4
200	2	7	6	5	5	4	5
250	2	9	6	5	6	4	5
300	4	10	7	5	6	5	4

Результаты экспериментов

В таблице представлены результаты экспериментальных исследований, отражающие изменение уровня болезненных ощущений волонтеров в зависимости от частоты вращения насадки (n_n). Из анализа полученных данных следует, что по сравнению с электростимуляцией в обычных условиях ($n_n=0$) наличие ударно-фрикционного воздействия, начиная с частоты вращения насадки 90 мин⁻¹, у всех волонтеров вызывает снижение уровня болезненных ощущений. По мере увеличения частоты вращения насадки до значений порядка 150-200 мин⁻¹ этот эффект усиливается, а при больших значениях n_n , вплоть до 300 мин⁻¹, у всех волонтеров наблюдается увеличение уровня болезненных ощущений, причем у трех из них он достигает значения, соответствующего электростимуляции в обычных условиях. Следует заметить, что при таких частотах вращения насадки некоторые волонтеры не смогли явно выделить ощущения от электростимуляции из всего спектра ощущений, вызванных ударно-фрикционным воздействием массажера.

Для установления общей закономерности влияния частоты вращения насадки на изменение уровня болевых ощущений волонтеров воспользуемся усредненными значениями баллов по шкале NRS, которые представлены на рис. 4.

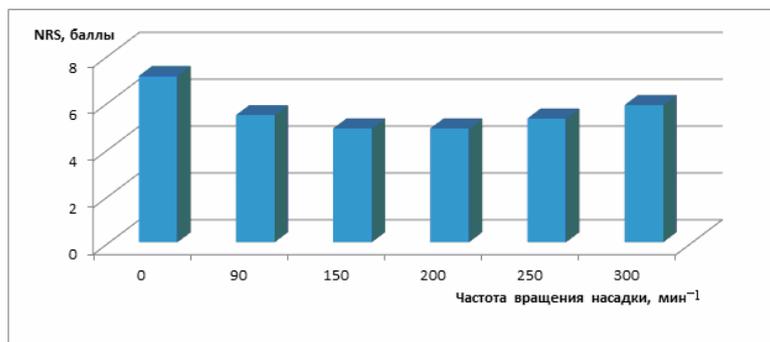


Рис. 4. Диаграмма зависимости уровня болезненных ощущений волонтеров при различной частоте вращения насадки

Из них видно, что по сравнению с электростимуляцией в обычных условиях применение ударно-фрикционного массажа позволяет снизить уровень болезненных ощущений. При этом существует оптимальный диапазон частоты вращения насадки ($n_n=150-200$ мин⁻¹), обеспечивающий наибольший анальгетический эффект, при котором уровень болезненных ощущений человека снижается по сравнению с традиционной электростимуляцией на 35-40%.

Таким образом, несмотря на необходимость проведения более глубоких и всесторонних исследований протекания сочетанного воздействия электростимуляции и виброударного массажа, на основе уже полученных экспериментальных данных установлено, что такой способ осуществления электростимуляции обладает четко выраженным анальгетическим эффектом, за счет которого уровень болезненных ощущений человека может быть существенно (на 35-40 %) снижен по сравнению с выполнением этой процедуры в традиционных условиях. Это в свою очередь позволяет повысить эффективность выполнения процедуры электростимуляции путем увеличения мощности применяемых импульсных токов.

EXPERIMENTAL ESTIMATION OF THE ANALGESIC EFFECT AT COMBINED INFLUENCE OF THE ELECTROSTIMULATION AND THE PERCUSSIVE-FRICTIONAL MASSAGE

A.N. OSIPOV, M.G. KISELEV, E.I. LABUN

Abstract

The experiment by a quantitative estimation of the analgesic effect at combined influence of the electrostimulation and the percussive -frictional massage has been considered. Electrostimulation is a significant kind of therapy; however there are essential restrictions on subjective painful sensations of the patient. Percussive-frictional massage can be used like the alternative instead of the accepted medicinal analgesics.

Список литературы

1. Улащик В.С. // Физиотерапия. Универсальная медицинская энциклопедия. Минск, 2008. С. 591-596
2. Лабунь Е.И., Киселев М.Г. // Сборник тезисов докладов Республиканской научной конференции студентов и аспирантов Республики Беларусь «НИРС-2011», 18 окт. 2011. С. 206-207.
3. Breivik H., Borchgrevink P.C., Allen S.M., et al. // British Journal of Anaesthesia. 2008. 101 (1). P. 17-24.
4. Покровский В.М., Коротько Г.Ф. // Медицина. 2003. С. 55-63.

УДК 621.396.677

ЗЕРКАЛЬНАЯ АНТЕННА В РЕЖИМЕ ПРИЕМА СФЕРИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ

О.А. ЮРЦЕВ, Н.М. НАУМОВИЧ, М.М. ДГАЛИ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь**Поступила в редакцию 30 марта 2012*

Рассматривается однозеркальная антенна с параболическим рефлектором полного профиля. Облучатель – пирамидальный рупор. Методом физической оптики исследуется распределение поля в ближней зоне и диаграмма направленности при фокусировке антенны в дальнюю и ближнюю зоны.

Ключевые слова: зеркальная антенна, метод физической оптики, режим передачи и приема, распределение поля в дальней и ближней зонах.

Введение

Зеркальные антенны используются в различных радиосистемах как средне- и остро-направленные антенны. В системах радиовидения используются многолучевые антенны в режиме приема при фокусировке на заданное расстояние, включая ближнюю зону. В таких системах анализ распределения поля в области расположения облучателя при приеме волны из заданной точки пространства, включая ближнюю зону, может быть проведен только численно. В известных работах, посвященных зеркальным антеннам, как правило, рассматривается режим передачи. Кроме того, вопросы фокусировки антенны исследуются с использованием аналитических выражений, полученных с различными приближениями. В настоящей статье излагаются результаты численного моделирования зеркальной антенны с облучателем в виде пирамидального рупора, смещенного из фокуса в заданную точку. Антенна облучается сферической волной от источника, расположенного в точке, расположенной в любой зоне пространства. Используется метод физической оптики, позволяющий достаточно точно определить поле, рассеянное рефлектором, в переднем полупространстве.

Метод решения задачи и математическая модель зеркальной антенны в режиме приема

Антенна с рупорным облучателем показана на рис.1. Обозначения на рис.1: D – диаметр рефлектора; F – фокус рефлектора; f – фокусное расстояние рефлектора; B_r , A_r – размеры раскрытия рупора облучателя в плоскостях E и H ; DrY , DrZ – смещение облучателя из фокуса вдоль оси Y и Z ; N – произвольная точка на поверхности рефлектора; R_n , θ_n , φ_n – сферические координаты точки N ; P – точка, в которой определяется поле, рассеянное рефлектором (точка наблюдения); R_p , θ_p , φ_p – сферические координаты точки P ; Q – точка, в которой расположен источник сферической волны, облучающей антенну; R_q , θ_q , φ_q – сферические координаты точки Q (угловая координата φ точек P и Q отсчитывается от оси X к оси Y); R_{np} – расстояние между точками N и P ; R_{nq} – расстояние между точками N и Q .

Размеры поперечного сечения прямоугольного волновода, питающего рупор, обеспечивают выполнение условия единственности основной волны H_{10} . Структура силовых линий электрического поля этой волны показана на рис.1 на раскрытии облучателя.

Для определения поля в точке P используется метод физической оптики. В соответствии с этим методом по полю сферической волны, излучаемой из точки Q и имеющей заданную

амплитуду E_i , определяется вектор плотности поверхностного тока \vec{J}_n на поверхности рефлектора с использованием граничного условия для идеально проводящей поверхности:

$$\vec{J}_n = 2[\vec{n}_0, \vec{H}_i], \quad (1)$$

где \vec{n}_0 – единичный вектор нормали к поверхности рефлектора; \vec{H}_i – вектор магнитного поля облучающей электромагнитной волны (ЭМВ).

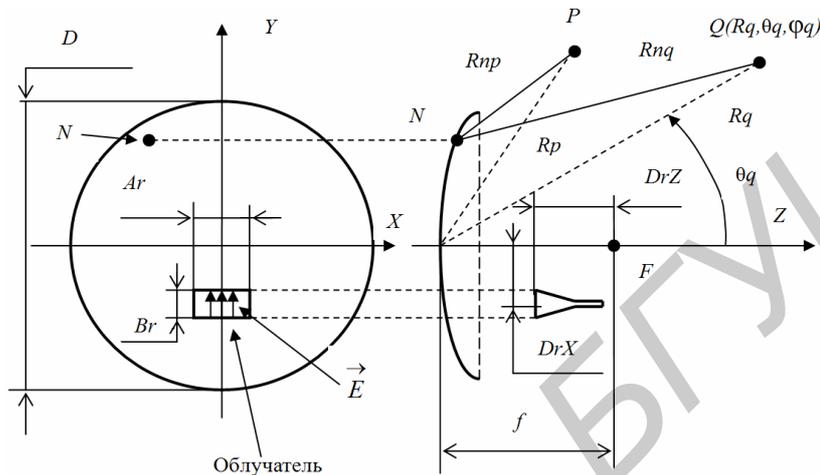


Рис. 1. Зеркальная антенна

Векторы \vec{E}_i и \vec{H}_i связаны соотношением

$$\vec{E}_i = Z_c[\vec{R}_0, \vec{H}_i], \quad (2)$$

где Z_c – характеристическое сопротивление свободного пространства.

На рис. 2 показаны рефлектор, векторы \vec{n}_0 , \vec{R}_0 , векторы поля облучающей ЭМВ и декартовы составляющие вектора $\vec{J}_n = \vec{J}_{nx} + \vec{J}_{ny} + \vec{J}_{nz} = J_{nx}\vec{x}_0 + J_{ny}\vec{y}_0 + J_{nz}\vec{z}_0$ ($\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$ – орты системы координат X, Y, Z).

По току \vec{J}_n методом векторного потенциала определяется поле в точке P :

$$\vec{E}_p \approx -i\omega \vec{A}_p, \text{ где } \vec{A}_p = \frac{\mu_a}{4\pi} \int_S \vec{J}_n \frac{e^{-ikRnp}}{Rnp} dS \quad (3)$$

где μ_a – абсолютная магнитная проницаемость пространства, в котором расположена антенна; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число свободного пространства, λ – длина волны.

В математической модели используются следующие соотношения.

Связь между прямоугольными и сферическими координатами для точки N :

$$Xn = R \sin \theta_n \cos \varphi_n; Yn = R \sin \theta_n \sin \varphi_n; Zn = R \cos \theta_n, \quad (4)$$

где R – радиус-вектор точки N на поверхности параболоида в системе координат, начало которой совпадает с фокусом параболоида:

$$R = \frac{2f}{1 + \cos \psi}, \quad (5)$$

ψ – угол между фокальной осью параболоида (осью Z) и направлением на точку N из фокуса.

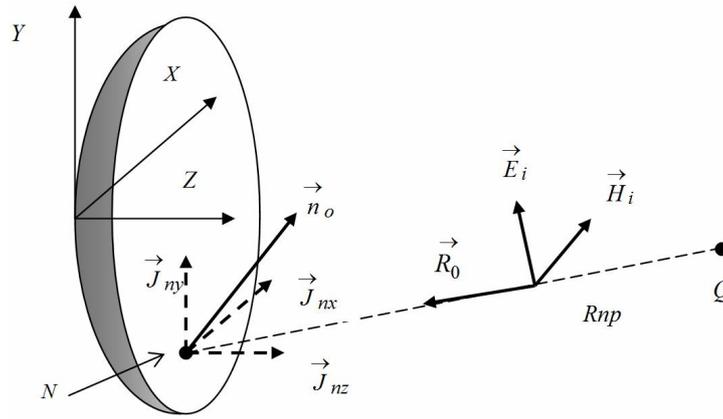


Рис. 2. Составляющие вектора плотности тока на поверхности рефлектора

Связь между прямоугольными и сферическими координатами для точек P и Q , определяется выражениями, аналогичными (4). Через эти координаты нетрудно выразить расстояния между точками N и P , N и Q .

Векторы поля облучающей волны представляются в виде суммы декартовых составляющих:

$$\vec{E}_i = E_{ix} \vec{x}_0 + E_{iy} \vec{y}_0 + E_{iz} \vec{z}_0; \quad \vec{H}_i = H_{ix} \vec{x}_0 + H_{iy} \vec{y}_0 + H_{iz} \vec{z}_0. \quad (6)$$

Поле \vec{E}_p на раскрыве рупора облучателя возбуждает рупор и далее питающий волновод. Для решения задачи возбуждения использована теория возбуждения волноводов методом собственных волн [1]. В соответствии с этой теорией поле в волноводе \vec{E} , \vec{H} представляется в виде суммы собственных волн волновода \vec{E}_v и \vec{H}_v , где v – обобщенный индекс, характеризующий тип поля и направление его распространения:

$$\vec{E} = \sum_{(v)} C_v \vec{E}_v, \quad \vec{H} = \sum_{(v)} C_v \vec{H}_v, \quad (7)$$

где коэффициенты возбуждения C_v связаны со сторонними источниками – плотностью стороннего электрического \vec{J}_e и стороннего магнитного \vec{J}_h токов соотношением

$$C_v = \frac{1}{N_v} \int_V \left[\vec{J}_e \vec{E}_{-v} - \vec{J}_h \vec{H}_{-v} \right] dV, \quad (8)$$

где V – объем, в котором расположены сторонние источники поля; N_v – норма, определяемая выражением

$$N_v = \int_S \{ [\vec{E}_v, \vec{H}_{-v}] - [\vec{E}_{-v}, \vec{H}_v] \} m_0 dS. \quad (9)$$

В выражениях (7)-(9) \vec{E}_v, \vec{H}_v – прямые собственные волны, $\vec{E}_{-v}, \vec{H}_{-v}$ – обратные собственные волны; S – площадь поперечного сечения волновода; m_0 – единичный вектор нормали к плоскости поперечного сечения волновода.

Далее приведенные соотношения используются для решения задачи возбуждения волны H_{10} в прямоугольном волноводе с размерами поперечного сечения Ar и Br , т.е. не учитывается переход с раскрытого рупора на волновод. Считается, что высшие типы волн, кроме волны H_{10} , не распространяются в волноводе, что обеспечивается выбором размеров Ar и Br . В случае возбуждения волновода полем на раскрытии интегрирование в (8) необходимо проводить по раскрытию рупора. Вектор $\vec{J}_e = 0$, а вектор \vec{J}_h выражается через касательную к раскрытию рупора составляющую поля \vec{E}_p . Ось возбуждаемого волновода ориентирована вдоль оси Z . В этом случае можно записать $\vec{m}_0 = \vec{z}_0$,

$$\vec{J}_h = -[z_0, \vec{E}_p]. \quad (10)$$

Используя известные [1] выражения для составляющих векторов электрического и магнитного поля волны H_{10} , нетрудно получить следующее для нормы этой волны:

$$N_v = N_{h10} = \frac{E_m^2}{Z_v} Ar \cdot Br, \quad (11)$$

где $Z_v = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} / \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2Ar}\right)^2}$ – поперечное характеристическое сопротивление волновода с размерами Ar и Br для волны H_{10} ; ϵ_a, μ_a – абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, заполняющей полость волновода; E_m – амплитуда электрического поля волны H_{10} в центре поперечного сечения.

После необходимых преобразований выражение для электрического поля волны H_{10} получается следующим (есть только одна составляющая E_y):

$$E = E_y = \frac{\cos\left(\frac{\pi \cdot x}{Ar}\right)}{Ar \cdot Br} \int_{x=-0,5Ar}^{0,5Ar} \int_{y=-0,5Br}^{0,5Br} E_{py}(x, y) \cos\left(\frac{\pi \cdot x}{Ar}\right) dy \cdot dx, \quad (12)$$

где E_{py} – комплексная амплитуда составляющей стороннего поля на раскрытии рупора, касательная к раскрытию;

$$E_{py} = \left(\vec{E}_p, \vec{y}_o \right) = \left| \vec{E}_p(x, y) \right| \cdot e^{i\Psi_p(x, y)}, \quad (13)$$

$\Psi_p(x, y)$ – распределение фазы стороннего поля на раскрытии рупора.

Из (12) следует выражение для амплитуды поля в центре широкой стороны рупора и мощности, принятой рупором:

$$E_{\max} = \frac{1}{Ar \cdot Br} \left| \int_{x=-0,5Ar}^{0,5Ar} \int_{y=-0,5Br}^{0,5Br} E_{py}(x, y) \cos\left(\frac{\pi \cdot x}{Ar}\right) dy \cdot dx \right|. \quad (14)$$

$$Pr = \frac{E_{\max}^2}{4Z_v} Ar \cdot Br. \quad (15)$$

Диаграмма направленности в режиме приема определяется как зависимость \sqrt{Pr} от угловых координат источника сферической волны (точки Q на рис.1).

Результаты численного моделирования

Описанная математическая модель реализована в виде программы, которая позволяет для заданной геометрии антенны рассчитать:

1) распределение поля в картинной плоскости $z = \text{const}$, вдоль фокальной оси при заданных значениях координат Z_{\min} и Z_{\max} , ограничивающих область наблюдения поля, и на сфере $R_q = \text{const}$;

2) диаграмму направленности антенны (ДН) в режиме приема, т.е. зависимость амплитуды поля в волноводе облучателя от угла θ_q , в том числе при фокусировке антенны в ближнюю зону, и диаграмму направленности антенны в режиме передачи при заданном смещении облучателя с фокальной оси;

3) параметры диаграммы направленности θ_m – направление главного максимума, F_{bm} – максимальный уровень боковых лепестков.

Моделирование проведено при различных геометрических параметрах антенны D/λ и F/D , но ниже основные закономерности иллюстрируются, в основном, на антенне с $D/\lambda=30$ и $F/D=0,5$, если специально не оговорено иное. Геометрические размеры раскрыва облучателя Ar , Br выбраны так, чтобы в режиме передачи на кромке рефлектора облучатель создавал поле с амплитудой, равной 0,3 от максимума поля в центре рефлектора.

Распределение поля в ближней зоне. На рис.3 показано распределение нормированной к максимуму амплитуды электрического поля вдоль фокальной оси рефлектора (оси Z на рис. 1) при облучении антенны со стороны оси Z ($\theta_p=0$) для двух случаев: $R_q=100D$ (из дальней зоны – рис. 3,а) и $R_q=D$ (из ближней зоны). На графиках по горизонтальной оси отложена линейная координата вдоль фокальной оси Z , деленная на диаметр зеркала D .

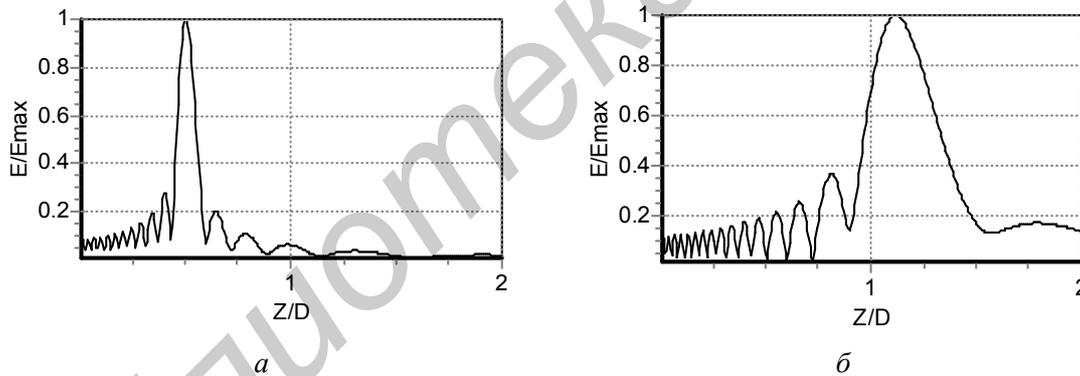


Рис. 3. Распределение поля вдоль фокальной оси: а – $R_q=100D$, б – $R_q=D$

Из рис. 3 следует, что при облучении антенны из дальней зоны точка фокусировки (максимума поля) располагается в фокусе рефлектора ($Z/D = F/D = 0,5$). С приближением точки излучения к раскрыву рефлектора область фокусировки поля удаляется от плоскости рефлектора и расширяется. Так, при $R_q=100D$ область фокусировки на уровне $E/E_{\max}=0,707$ составляет $\Delta Z/D=0,07D$, а при $R_q=D$ эта область расширяется до значения $\Delta Z/D=0,27D$. Величина $\Delta Z/D$ уменьшается при увеличении отношения D/λ , однако, абсолютное значение ширины области ΔZ не зависит от величины D/λ и составляет приблизительно $2,2\lambda$ при облучении из дальней зоны. Максимум поля на фокальной оси соответствует той точке, в которую надо поместить фазовый центр рупорного облучателя для фокусировки антенны в точку Q в режиме передачи (или приема).

На рис. 4 показана диаграмма направленности антенны с параметрами $D/\lambda=30$ и $F/D=0,5$, рассчитанная методом физической оптики в режиме передачи для двух случаев: а – облучатель расположен в фокусе, ДН рассчитана для дальней зоны (расстояние до точки наблюдения $100D$); б – облучатель смещен вдоль фокальной оси в точку фокусировки в режиме

приема волны при расстоянии $Rq=3D$ до источника (точка Q на рис.1). В эту точку фокусируется антенна в режиме передачи.

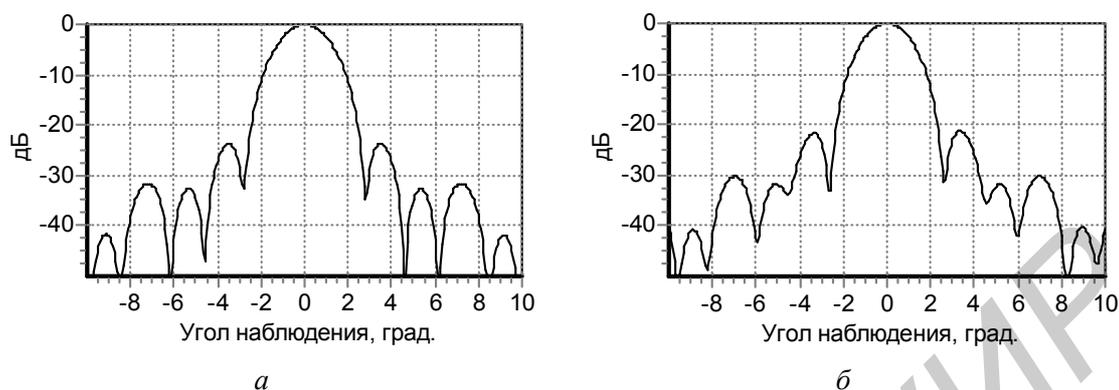


Рис. 4. ДН антенны, сфокусированной в дальнюю зону (а) и сфокусированной на расстоянии $Rq=3D$ (б)

Как видно, обе ДН близки друг к другу по основным параметрам – ширине главного лепестка и уровню боковых лепестков.

На рис.5 показано распределение нормированной амплитуды поля вдоль оси Y при $Z=F$ (в фокальной плоскости) для антенны с параметрами $D/\lambda=30$ и $F/D=0,5$. Точка источника расположена на расстоянии $Rq=30D$ для двух случаев: а – при $\theta q=0$ (рис. 1) и б – $\theta q=5^\circ$. Ширина области фокусировки по уровню 0,707 от максимума приблизительно равна длине волны λ при $\theta q=0$. С отклонением точки источника с оси Z область фокусировки смещается в фокальной оси и расширяется. Ширина области фокусировки практически не зависит от отношения D/λ при неизменном отношении F/D . Смещение области в фокальной плоскости увеличивается с ростом D/λ при $F/D=\text{const}$, что иллюстрируется рис.6.

Диаграмма направленности в режиме приема. Расчеты показывают, что зависимость амплитуды поля в фокусе рефлектора от угла прихода ЭМВ (угла θq на рис.1) заметно отличается от диаграммы направленности антенны в режиме передачи. На рис.7 показана эта зависимость для антенны с параметрами $D/\lambda=30$ и $F/D=0,5$ при $Rq=30D$ (прием волны из дальней зоны). Из сравнения рис. 7 и рис. 4,а видно это различие. Оно особенно проявляется в уровне первого бокового лепестка. На рис. 8 показана ДН антенны в режиме приема. Из сравнения рис. 8 и рис. 4,а следует, что рассчитанные методом физической оптики с ранее описанными приближениями ДН в режимах передачи и приема близки друг к другу по основным параметрам – ширине главного лепестка и уровню максимального бокового лепестка.

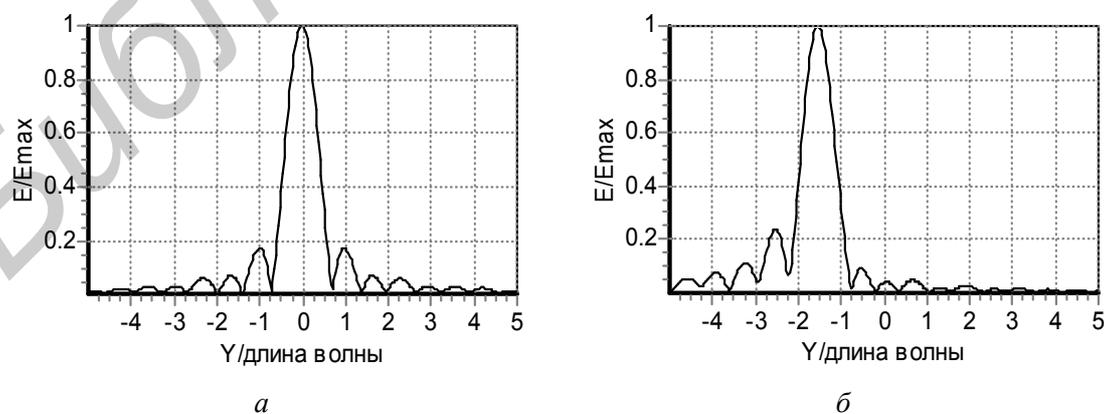
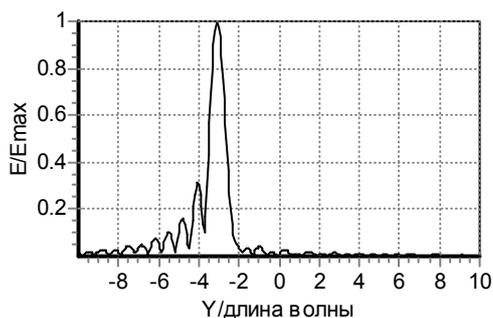
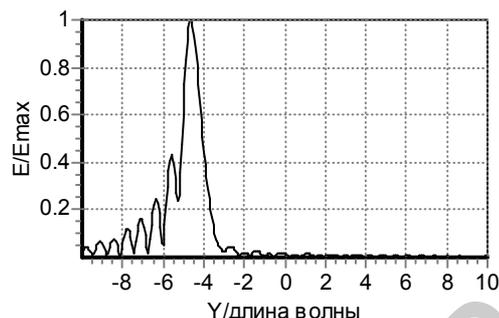


Рис. 5. Распределение поля в фокальной плоскости при $D/\lambda=30$: а – $\theta q=0$, б – $\theta q=5^\circ$



a



б

Рис. 6. Распределение поля в фокальной плоскости при $\theta q = 5^\circ$: *a* – $D/\lambda = 60$, *б* – $D/\lambda = 90$

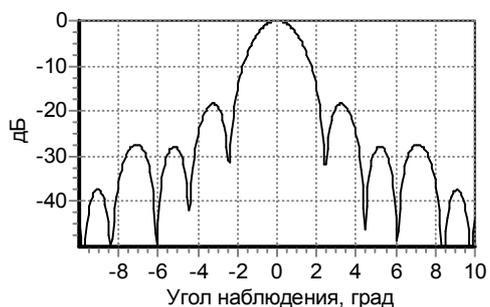


Рис. 7. Зависимость амплитуды поля в фокусе рефлектора от угла θq

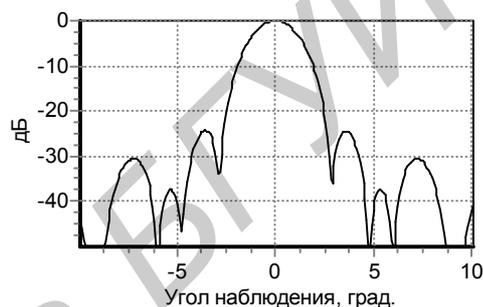


Рис. 8. Диаграмма направленности в режиме приема

Аналогичные результаты получены из сравнения диаграммы направленности в режиме передачи при фокусировке антенны в ближнюю зону на заданное расстояние Rq и диаграммы направленности в режиме приема при облучении антенны из точки, расположенной на расстоянии Rq .

Заключение

Проведено численное моделирование зеркальной антенны в режиме приема. Исследовано распределение поля в области, включающей точку фокусировки, при различном положении источника сферической волны. Моделирование антенны в этом режиме позволяет исследовать поле, отраженное от рефлектора, в ближней зоне, оптимизировать положение и размеры раскрыва рупора облучателя, развязку между соседними рупорами в многолучевой зеркальной антенне.

REFLECTOR ANTENNA RECEIVING A SPHERICAL WAVE

O.A. YURTSEV, N.M. NAUMOVICH, M.M. DGALI

Abstract

The paraboloidal reflector antenna is considered. The feed element is a horn. Using physical optics (PO) method the near field distribution and antenna pattern are studied when the antenna is focused to near-field and far-field region.

Список литературы

1. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. М., 1988.

УДК 621.315.592

ЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ ПЛЕНОК ОКСИДА АЛЮМИНИЯ И ПЕРСПЕКТИВЫ ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В ПЛАНАРНЫХ МИКРОСТРУКТУРАХ НАНОФОТОНИКИ

Л.С. ХОРОШКО, Т.И. ОРЕХОВСКАЯ, М.В. МЕЛЕДИНА, И.А. НИКОЛАЕНКО, А.С. КОЧЕВ,
А.М. АШАРИФ, Б.С. КОЛОСНИЦЫН, Н.В. ГАПОНЕНКО, А.В. МУДРЫЙ*

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь*

*Институт физики твердого тела и полупроводников НАН Беларуси
П. Бровка, 19, Минск, 220072, Беларусь*

Поступила в редакцию 20 марта 2012

Анализируются различные методы формирования люминесцентных пленочных структур на основе анодного оксида алюминия. Изготовление люминесцентных структур анодированием алюминия в щавелевой кислоте позволяет получить видимую невооруженным глазом фотолюминесценцию в синем диапазоне, которая сохраняется при хранении образцов в комнатных условиях в течение года и более. Ксерогель оксида алюминия, приготовленный в виде порошка, также демонстрирует люминесценцию в синем диапазоне, которая исчезает полностью после отжига порошка при температуре 800 °С. Исследована фотолюминесценция пористого анодного оксида алюминия, содержащего тербий, осажденный из растворов солей или в составе ксерогеля оксида алюминия, сформированного в порах анодного оксида алюминия. Обсуждаются перспективы формирования планарных микроструктур с использованием пористого анодного оксида алюминия, поддерживающих электромагнитные моды шепчущей галереи.

Ключевые слова: люминесценция, пористый анодный оксид алюминия, золь-гель синтез, фотолитография.

Введение

В течение последнего десятилетия возрастает интерес к синтезу микроструктур для различных оптических приложений. Микросферы из двуокиси кремния, легированные лантаноидами и соединенные с оптическим волноводом, используются для возбуждения на сферической поверхности оптических мод, так называемых мод шепчущей галереи [1]. Оптические резонаторы, поддерживающие моды шепчущей галереи обладают рекордно высокой добротностью $\sim 10^6$ и более [2]. Кроме этого, моды шепчущей галереи занимают малый объем, что привлекательно для изменения скорости спонтанного испускания возбужденных атомов и молекул, излучающих на частоте мод [3]. Изготовление планарных микрорезонаторов, поддерживающих моды шепчущей галереи, и их оптическое соединение с волноводом для возбуждения и извлечения моды является весьма сложной технологической задачей. Ряд изложенных технических решений их изготовления включает травление кремния, ионную имплантацию лантаноидов в микродиск или нанесение легированного лантаноидами ксерогеля по периметру микродиска [4-6].

На наш взгляд, своевременно обратить внимание на возможность изготовления планарных микроструктур нанофотоники, формируемых анодированием алюминия, фотолитографией и золь-гель методом [7-9]. Для наблюдения люминесценции могут быть использованы ионы, вводимые в состав ксерогеля, или осажденные из растворов солей в пористый анодный оксид

алюминия, или собственная люминесценция пористого анодного оксида алюминия. В данной работе исследуется люминесценция ионов в пористом анодном оксиде алюминия и в пленках ксерогелей, сформированных на его поверхности, и обсуждаются возможности изготовления планарных микроструктур ксерогель/пористый анодный оксид алюминия с помощью фотолитографии.

Методика эксперимента

Для исследования собственной фотолюминесценции (ФЛ) пористого анодного оксида алюминия (ПАОА) были синтезированы пленки ПАОА с толщиной пористого оксида 20 мкм анодированием в растворе 3,6 % щавелевой кислоты. Полученные образцы после сушки отжигались на воздухе при температуре 200 и 500 °С в течение 30 мин.

Для формирования структур, демонстрирующих люминесценцию в зеленом диапазоне, были синтезированы образцы пористого анодного оксида алюминия, содержащие в порах трехвалентные ионы тербия, осажденные пропиткой в растворе азотнокислого тербия с концентрацией 30 мг/мл, а также легированный тербием оксид алюминия, сформированный в порах анодного оксида алюминия с помощью золь-гель синтеза. Для приготовления золя оксида алюминия в раствор ацетилацетона и изопропанола добавили в молярном соотношении $\text{Al}(\text{OC}_3\text{H}_7)_3$ и изопропоксид алюминия 1:2 с последующим перемешиванием в течение часа при комнатной температуре. После выдержки в течение часа проводился гидролиз модифицированного прекурсора в соответствии со стехиометрическим количеством воды в среде изопропанола. Золь стабилизировали азотной кислотой. В итоге образовывался чистый, светло-желтоватый золь оксида алюминия, который стабилен в течение одного месяца. Для введения легирующей примеси в состав золя добавлялась спирто-водная смесь нитрата тербия из расчета 40% Tb_2O_3 – 60 % Al_2O_3 , 50% Tb_2O_3 – 50 % Al_2O_3 или 60% Tb_2O_3 – 40 % Al_2O_3 (масс. %). Окончательная термообработка образцов с пленками ксерогелей проводилась при температуре 1000 °С в течение 30 мин для образцов ПАОА на кремниевых пластинах и 200 °С в течении 30 мин для образцов ПАОА на фольге алюминия.

Порошок оксида алюминия формировался из того же золя, что и пленки, и подвергался последовательному отжигу на воздухе при температурах 600, 700 и 800 °С в течение 30 мин.

Для возбуждения люминесценции использовалась ксеноновая лампа ДКСЭЛ-1000 (мощностью 1000 Вт) с набором оптических фильтров, обеспечивающих возбуждение в спектральной области 220-280 нм, в том числе и селективное возбуждение с использованием соответствующих интерференционных фильтров. Излучение, возникающее в области возбуждения образцов, собиралось в плоскости входной щели монохроматора при помощи сферического и плоского зеркал. В экспериментах использовался монохроматор МДР-23У с дифракционной решеткой 1200 штрихов/мм. Спектры возбуждения люминесценции регистрировались с использованием монохроматора МДР-12. Оптический сигнал регистрировался с помощью фотоэлектрического умножителя R7400U-20 (Hamamatsu, Japan). Все измерения проводились при комнатной температуре.

Возможность формирования люминесцентных структур с использованием фотолитографии исследовали как для анодирования алюминия в сочетании с золь-гель методом, так и без него. Для получения люминесцентных структур с использованием золь-гель метода исследовали золь оксида титана с учетом однородности формируемого из него покрытия и воспроизводимости результатов [7]. Для этого пленки пористого анодного оксида алюминия формировали на электрохимически полированной фольге алюминия толщиной 250 мкм марки А99 двухстадийным потенциостатическим анодированием в водном растворе 10% серной кислоты при напряжении 20 вольт. Толщина пленок пористого анодного оксида алюминия после второй стадии анодирования составила 20 и 50 мкм.

Структуры ПАОА формировались методом анизотропного травления ПАОА в окнах литографической маски. В качестве защитной маски использовался позитивный фоторезист S 1813.

Титаносодержащий коллоидный раствор (золь оксида титана) готовили путем растворения тетраэтоксититана $\text{Ti}(\text{OC}_2\text{H}_5)_4$ в 96 % этаноле. Концентрация оксида титана в растворе составила 33,4 мг/мл. Для приготовления зольей, содержащих европий, использовали кристаллогидрат азотнокислой соли европия $\text{Eu}(\text{NO}_3)_3 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$. Концентрация оксида лантанида в таком

растворе составила 28 мг/мл. Затем растворы пленкообразователя и спиртоводную смесь соли лантанида смешивали в количествах, необходимых для получения пленок ксерогеля с заданным соотношением содержания оксидов пленкообразователя и лантанида.

Для нанесения 8-ми слоев золя ($40\%TiO_2+60\%Eu_2O_3$) на поверхность подложек использовался метод центрифугирования с послойной сушкой при температуре 150-200 °С в течение 10 мин. Отжиг образца проводился при температуре 200 °С в течение 30 мин.

Результаты и обсуждение

Образцы, изготовленные в электролите щавелевой кислоты, имеют интенсивную полосу ФЛ в области 410-550 нм (рис. 1,а), что соответствует собственной люминесценции ПАОА [10, 11]. Наблюдаемая люминесценция характеризуется большой полушириной и может быть обусловлена как наличием кислородных вакансий, так и присутствием органических групп в ПАОА. ФЛ сформированных нами пленок ПАОА заметна невооруженным глазом. Более высокая интенсивность ФЛ достигнута для образца, отожженного при более высокой температуре; подобное изменение интенсивности ФЛ отмечено и в работе [11] для мембран пористого анодного оксида алюминия толщиной 50-100 мкм. Существенно, что ФЛ сформированных пленок ПАОА (рис. 1,а) является стабильной, поскольку спектры ФЛ тех же образцов, зарегистрированные через год, идентичны спектрам, полученным непосредственно после синтеза образцов.

Известно, что номинально чистые анион-дефектные монокристаллы $\alpha-Al_2O_3$, выращенные методом направленной кристаллизации, проявляют фото-, радио- и термолюминесценцию, связанную с кислородными вакансиями. [12-14]. В связи с этим представляет интерес исследовать возможность синтеза люминесцентных порошков и пленок для синего диапазона золь-гель методом. Однако при исследовании ФЛ-порошка оксида алюминия, приготовленного из золя изопророксида алюминия, обнаружено убывание интенсивности ФЛ по мере увеличения температуры отжига на воздухе. ФЛ исчезает полностью после отжига при температуре 800 °С (рис. 1,б).

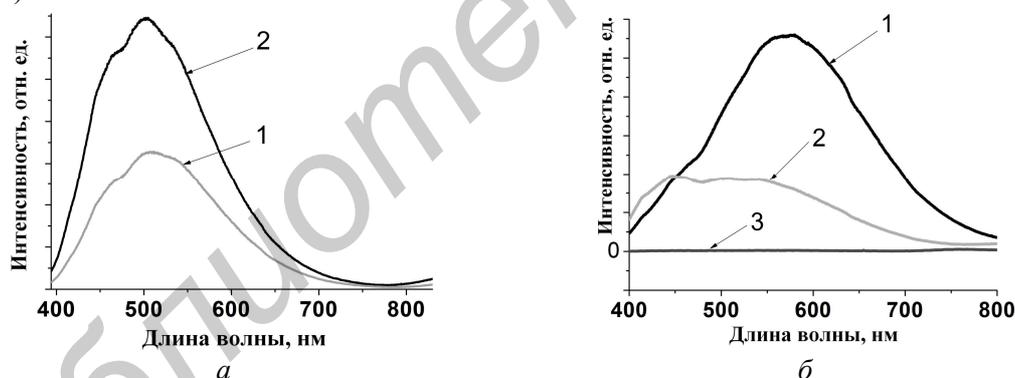


Рис. 1. Спектры ФЛ оксида алюминия: пленок ПАОА, выращенных в электролите щавелевой кислоты (а) и порошков ксерогеля (б): отжиг при 200 (а – 1), 500 (а – 2), 600 (б – 1), 700 (б – 2) и 800 °С (б – 3)

Таким образом, анодные пленки оксида алюминия, полученные в электролите щавелевой кислоты, могут представлять интерес для формирования микроструктур с широкой полосой люминесценции в видимой области. Сужение полосы люминесценции для микроцилиндров и микродисков, изготовленных из пленок ПАОА, может быть вызвано возбуждением в них мод шепчущей галереи.

Изменение спектра ФЛ микроструктур на основе пленок ПАОА может быть достигнуто при возбуждении не матрицы ПАОА, а встроенной в ней примеси. Как было показано ранее, в пористом анодном оксиде алюминия, наряду с собственной люминесценцией, наблюдается интенсивная люминесценция трехвалентных ионов лантаноидов, которые можно вводить как осаждением ионов солей, так и золь-гель методом в каналы пор диаметром от ~40 нм и более [7]. В частности, фото-, катодо- и рентгенолюминесценцию тербия мы наблюдали при комнатной температуре для структур ксерогель оксида алюминия/ПАОА [15], однако зависимость интенсивности ФЛ от концентрации тербия не исследовалась.

Спектры фотолюминесценции и возбуждения ФЛ для образцов ПАОА на кремнии с пленкой ксерогеля $Tb_2O_3-Al_2O_3$ с различной концентрацией тербия (масс. %) приведены на рис. 2.

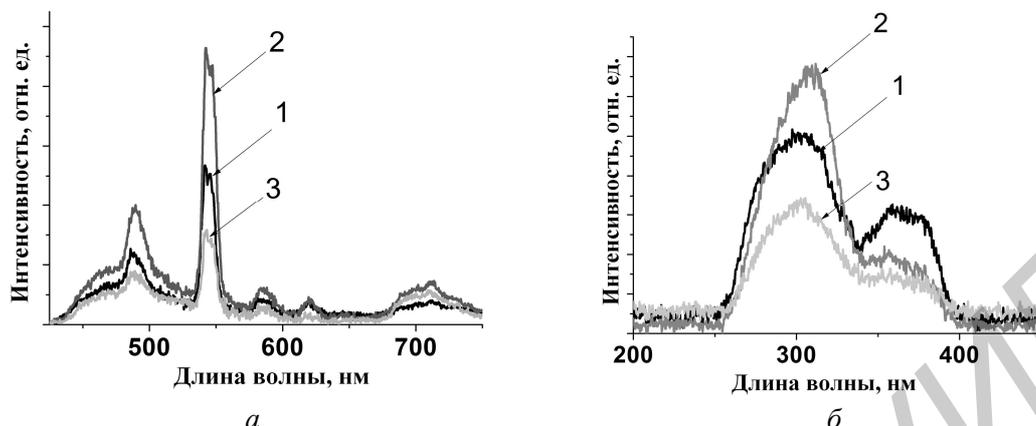


Рис. 2. Спектры ФЛ (а) и возбуждения люминесценции (б) содержащих тербий образцов ПАОА на кремнии с пленкой ксерогеля $Tb_2O_3-Al_2O_3$ с концентрацией тербия (масс. %):
1 – 40 % Tb_2O_3 – 60 % Al_2O_3 , 2 – 50 % Tb_2O_3 – 50 % Al_2O_3 , 3 – 60 % Tb_2O_3 – 40 % Al_2O_3

Наибольшая интенсивность ФЛ достигается для ксерогеля состава 50 % Tb_2O_3 – 50 % Al_2O_3 , уменьшение интенсивности при большей концентрации тербия вызвано, скорее всего, концентрационным тушением ФЛ.

Для создания структур с применением фотолитографии и золь-гель технологии использовался ПАОА с диаметром пор не более 20 нм. На поверхность ПАОА наносилась 8-слойная пленка ксерогеля оксида титана, которая закрывала поры ПАОА, образуя ровную поверхность, на которую затем наносился фоторезист. Анизотропное травление структуры ксерогель/ПАОА в окнах полученной литографической маски с заданным рисунком производилось травителем, состоящим из соляной кислоты и фторид-ионов, после чего фоторезист удалялся.

На рис. 3 представлены изображения сформированных структур ксерогеля оксида титана / ПАОА. Толщина полученных структур составила 20 и 50 мкм. Анализ люминесценции в сформированных микроструктурах является предметом наших дальнейших исследований.

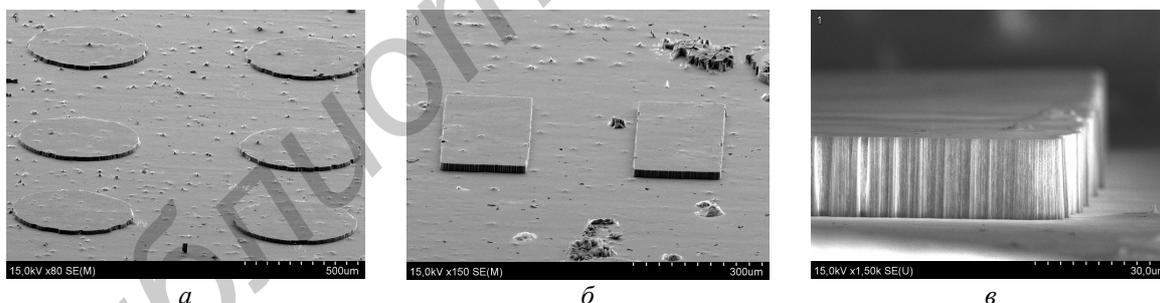


Рис.3. Структуры ПАОА, полученные методами анодного окисления, золь-гель, фотолитографии и анизотропного химического травления: а - микродиски диаметром 600 нм; б, в – прямоугольные структуры высотой 20 мкм.

Заключение

Таким образом, микроструктуры размером порядка 100 мкм могут быть сформированы на основе ПАОА с пленкой ксерогеля. Выбор режима анодирования и легирующих ионов в ксерогеле позволят изменять в видимом диапазоне область люминесценции микроструктур. Задачей дальнейших исследований является изготовление люминесцирующих микродисков, оптически соединенных планарным волноводом для возбуждения в них мод шепчущей галереи.

LUMINESCENCE OF ALUMINUM OXIDE FILMS AND PERSPECTIVES OF THEIR APPLICATION IN NANOPHOTONICS PLANAR MICROSTRUCTURES

L.S. KHOROSHKO, T.I. OREKHOVSKAYA, M.V. MELEDINA, I.A. NIKOLAENKO,
A.S. KOCHEV, A.M. ASHARIF, B.S. KOLOSITSYN, N.V. GAPONENKO, A.V. MUDRY

Abstract

Various methods of fabrication the luminescent film structures based on porous anodic alumina are analyzed. Manufacturing of luminescent structures by anodizing aluminum in oxalic acid allows observation of visible to the naked eye photoluminescence in the blue range, which remains under ambient conditions for a year or longer. Alumina xerogel prepared in a form of powder demonstrates luminescence in the blue range, which disappears totally after annealing at 800 °C. Photoluminescence of porous anodic alumina which contains terbium ions in the xerogel of alumina or deposited from solutions of salts formed in the anodic alumina pores has been investigated. The perspectives of formation of planar microstructures using a porous anodic alumina supporting electromagnetic whispering gallery modes are discussed.

Список литературы

1. *Cai M., Painter O., Vahala K.J.* // Optics letters. 2000. Vol. 25, №19. P. 1430-1432.
2. *Vahala K.J.* // Nature. 2003. Vol. 424. P. 839-846.
3. *Gaponenko S. V.* // Introduction to Nanophotonics. Cambridge University Press. 2010. P. 484.
4. *Polman A., Min B., Kalkman J. et al.* // Appl. Phys. Lett. 2004. Vol. 84, №7. P. 1037-1039.
5. *Yang L., Armani D.K.* // Appl. Phys. Lett. 2003. Vol. 83, №5. P. 825.
6. *Knight J. C., Dubreuil N., Sandoghdar V. et al.* // Optics Letters. 1996. Vol. 21, №10. P. 698-700.
7. *Гापоненко Н.В.* Пленки, сформированные золь-гель методом на полупроводниках и в мезопористых матрицах. Мн., 2003.
8. *Позняк А.А.* Модифицированный анодный оксид алюминия и композитные материалы на его основе. Мн., 2007.
9. *Сокол В.А.* Анодные оксиды алюминия. Мн., 2011.
10. *Wu J.H., Wu X.L., Tang N. et al.* // Appl. Phys. A. 2001. Vol. 72. P. 735-737.
11. *Du Y., Cai W.L., Mo C.M. et al.* // Appl. Phys. Lett. 1999. Vol. 74, №20. P. 2951-2953.
12. *Кортюв В.С., Мильман И.И., Никифоров С.В. и др.* // Физика твердого тела. 2004. Т. 46, №12. С. 2143-2147.
13. *Кортюв В.С., Мильман И.И., Никифоров С.В.* // Физика твердого тела. 1997. Т. 39, №9. С. 1538-1543.
14. *Кортюв В.С., Мильман И.И., Никифоров С.В. и др.* // Физика твердого тела. 2003. Т. 45, № 7. С. 1202-1208.
15. *Gaponenko N.V., Kortov V.S., Smirnova N.P. et al.* // Microelectronic Engineering. 2012. Vol. 90. P. 131-137.

УДК 544.6.076.32

СТРУКТУРА, МОРФОЛОГИЯ И ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПРОЗРАЧНЫХ НАНОСЕТЧАТЫХ ПЛЕНОК АЛЮМИНИЯ

А.А. СТЕПАНОВ, А.Г. СМИРНОВ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 5 июня 2012

Впервые разработана, теоретически обоснована и экспериментально подтверждена концепция использования наносетчатых пленок алюминия в качестве прозрачных проводящих покрытий. Предлагаемый метод позволяет формировать однородные по площади наносетчатые пленки алюминия с прозрачностью до 85% и эффективным поверхностным сопротивлением менее 50 Ом/□.

Ключевые слова: наносетчатая пленка алюминия, электрохимическое анодирование, прозрачные покрытия, оптоэлектроника.

Введение

В настоящее время наблюдается чрезвычайно высокий интерес к прозрачным проводящим покрытиям, который можно объяснить резким увеличением объемов выпуска и областей применения современной электронной техники, включая все виды дисплеев, разнообразных приборов и систем на их основе, светоизлучающих и солнечных элементов, «умных окон» и др., в которых они являются важнейшей составной частью [1]. В связи с этим возникла потребность в прозрачных проводящих материалах с новыми эксплуатационными свойствами, технологичностью, структурой и морфологией.

Традиционно в качестве прозрачных тонкопленочных электродов используются легированные оксиды металлов. За более чем 80-летнюю историю их применения эти материалы достаточно хорошо изучены и усовершенствованы. В 1930-х годах ученые американской фирмы Corning впервые исследовали новые проводящие оксиды. Исследования в данном направлении были продолжены в 1940-х годах, причем ученые все больше склонялись к использованию смесей индия и олова (ИТО) и отходили от легирования сурьмой из-за ее насыщенного темно-синего цвета. За последующие несколько десятилетий для изготовления тонкопленочных оксидов металлов стали применяться усовершенствованные методы осаждения, а использование ИТО начало распространяться на производство разнообразных приборов и устройств электронной техники.

Открытие полиацетилена в начале 1970-х годов положило начало использованию проводящих полимеров, органического аналога оксидам металлов. Однако только спустя десятилетие в этих первоначально не проводящих органических материалах удалось обеспечить высокую проводимость благодаря применению специальных схем легирования. Легированные оксиды металлов и классы проводящих полимерных материалов доминировали в 20-м веке наряду с оксидами металлов, которые были наиболее применяемым классом материалов в то время. Сегодня наблюдается интенсивный поиск альтернативных материалов, которые должны заменить ИТО и их аналоги, что связано, прежде всего, с резким ростом потребления и в то же время ограниченными объемами мировой добычи индия.

Для достижения этой цели предложены и интенсивно исследуются различные варианты технологий и материалов, среди которых можно выделить тонкие металлические пленки, ме-

таллические нанорешетки [2-5], пленки углеродных нанотрубок (УНТ) [6, 7], а в последнее время и пленки графена [8, 9]. Показано их успешное использование в качестве проводящих прозрачных электродов в органических светоизлучающих диодах и солнечных элементах [10-12]. Тем не менее, их эффективность с точки зрения поверхностного сопротивления и прозрачности все еще уступает пленкам ИТО, и задача поиска новых материалов и технологий их получения остается по-прежнему актуальной.

В данной работе впервые предложено, теоретически и экспериментально обосновано применение прозрачных проводящих наносетчатых пленок алюминия, формируемых низкотемпературным методом электрохимического анодирования, в качестве альтернативного варианта пленкам ИТО и их аналогам.

Теоретические и экспериментальные исследования

На ранних этапах исследований нами было установлено, что поверхность ячеек оксида алюминия на границе раздела оксид/металл представляет собой выпуклые полусферы с регулярной сотовой структурой, а поверхность алюминиевой пленки наследует «обратный» рельеф его поверхности [13]. Если процесс анодирования остановить в момент касания барьерным слоем прозрачной диэлектрической подложки, структура алюминиевой пленки приобретает вид, представленный на рис. 1,а. Из рисунка видно, что после селективного травления пористого оксида, оставшаяся пленка алюминия обладает наносетчатой морфологией с регулярной рельефной поверхностью. Данная структура обладает электрической проводимостью за счет алюминиевой наносетки и оптической прозрачностью за счет пор. Очевидно, что с увеличением времени анодирования диаметр пор будет увеличиваться, а толщина алюминия - уменьшаться (рис. 1,б) вплоть до разрывов и перехода наносетчатой пленки в структуру отдельных нанодоменов алюминия (рис. 1,в), при этом оптическая прозрачность и эффективное поверхностное сопротивление будут возрастать. При определении максимально допустимых размеров пор можно допустить, что размер ячеек пористого оксида алюминия в точности совпадает с ячейкой наносетки алюминия, что позволяет использовать установленные зависимости размеров структуры пористого оксида алюминия от режимов анодирования.

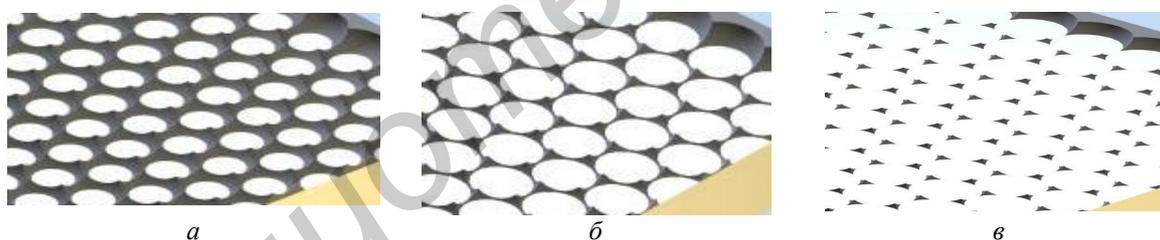


Рис. 1. Наносетчатая пленка алюминия в момент времени t_1 , t_2 и t_3 , причем $t_1 < t_2 < t_3$

Известно, что основным параметром самоупорядоченности структуры пористого оксида алюминия является напряжение анодирования U [14]. Как показано на рис. 2, размер ячеек пропорционален приложенному напряжению с коэффициентом пропорциональности k , равным приблизительно $2,5 < k \text{ (нм/В)} < 2,8$, то есть $D_c = kU$. Это соотношение справедливо и для наносетчатой пленки алюминия.

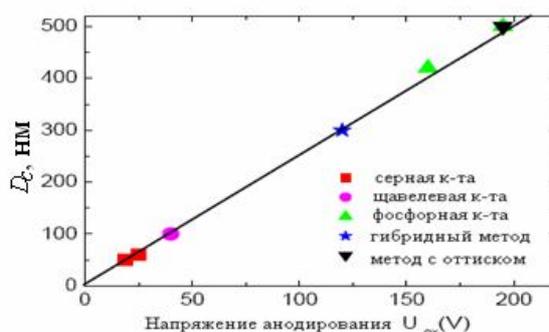


Рис. 2. Зависимость размеров ячеек D_c от напряжения анодирования

Другим фактором, влияющим на самоупорядоченность структуры, является тип и концентрация электролита, которые для заданного напряжения выбираются таким образом, чтобы обеспечивать рост самоорганизующихся пор. Обычно анодирование алюминия проводится в водных растворах серной кислоты в диапазоне напряжений 5-40 В. Для анодирования при напряжениях от 30 до 80 В используются водные растворы щавелевой кислоты, от 80 до 200 В – фосфорная кислота. Данные ограничения обусловлены значениями проводимости и рН используемых электролитов. Таким образом, из сказанного выше следует, что размер пор алюминиевой наносетки может варьироваться в пределах от 15 до 500 нм.

Для теоретического исследования зависимости оптического пропускания и эффективного поверхностного сопротивления от размеров пор наносетчатой алюминиевой пленки нами задана ее модель в виде полых полусфер с плотной гексагональной упаковкой, расположенных в алюминиевой пленке с толщиной, равной радиусу полусферы. Данная модель является приближением структуры «пористый оксид алюминия – алюминий» в тот момент времени, когда доньшки пор касаются диэлектрической подложки. Дальнейший процесс анодирования соответствует увеличению размера полусфер при заданном расстоянии между ними. Практический интерес представляет структура, которая обладает конечным электрическим сопротивлением и максимальной оптической прозрачностью. Из представленной геометрии структуры следует, что конечное электрическое сопротивление будет существовать при условии, что конечный радиус полусфер не превысит более чем в $\sqrt{2}$ раз их первоначальное значение.

С использованием пакета для моделирования FDTD Solutions LUMERICAL [15] нами исследованы модели наносетчатых алюминиевых пленок с размером ячеек D_c 200 и 400 нм для расчета их оптического пропускания и пакет COMSOL Multiphysics [16] – для расчета поверхностного сопротивления. Значения для действительной n' и мнимой k частей коэффициента преломления $n=n'+ik$ для алюминия заимствованы из [17].

Пленки алюминия толщиной 200 нм получали методом магнетронного распыления алюминиевой мишени чистотой 99,99 % на стеклянную подложку размером 60×48 мм при рабочем давлении в камере 0,1 Па и остаточном давлении – не более 0,003 Па. Поскольку подложки разогревались только за счет воздействия ионного источника, температура процесса не превышала 120 °С. Электрохимическое анодирование проводили в ячейке погружного типа с перемешиванием электролита с помощью магнитной мешалки. Ширина алюминиевого держателя совпадала с шириной анодируемых образцов, что позволило обеспечить дополнительный равномерный теплоотвод. Для исключения отсечки на границе раздела воздух – электролит алюминий покрывали химическим лаком.

Проводили одностадийное анодирование в 0,3 М водном растворе щавелевой кислоты в потенциостатическом режиме с рабочим напряжением 40 В и в 0,04 М водном растворе щавелевой кислоты при напряжении 80 В при температуре 11 °С. Время окончания процесса анодирования контролировали по характерному уменьшению тока на конечной стадии. Пористый оксид алюминия травили в селективном травителе $\text{CrO}_3:\text{H}_3\text{PO}_4:\text{H}_2\text{O}$ в течение 10 мин при температуре 70 °С, затем образцы промывали дистиллированной водой в ультразвуковой ванне СТ-400D и просушивали в течение часа при $T=75$ °С.

Для процесса анодирования использовали источник постоянного тока Gwinstek GPR-30H10D, регистрацию электрических параметров процесса осуществляли с помощью цифрового мультиметра MAS-345, подключенного к персональному компьютеру с целью автоматизации процесса записи временных зависимостей тока и обеспечения воспроизводимости результатов. Коэффициент пропускания наносетчатых пленок алюминия измеряли спектрометром Ocean Optics HR 2000, а их эффективное поверхностное сопротивление – 2-х зондовым методом мультиметром MAS-345. Морфологию поверхности наносетчатой пленки исследовали с помощью сканирующего электронного микроскопа SUPRA-55WDS.

Для исследования однородности и критических разрывов наносетки использовали жидкокристаллическую ячейку, в которой общим электродом является стандартная пленка ИТО, а в качестве контр-электрода используется исследуемая наносетчатая алюминиевая пленка. Однородное «включение» всей области ЖК-ячейки служит доказательством отсутствия критических разрывов наносетчатой алюминиевой пленки по всей тестируемой области [18].

Результаты и их обсуждение

Результаты моделирования оптического пропускания и поглощения для наносетчатых алюминиевых пленок с размером ячеек $D_c = 200$ нм и диаметрами полусфер 228 нм, 256 нм, 284 нм представлены на рис. 3. Из рисунка видно, что максимальный коэффициент пропускания наносетчатых алюминиевых пленок в видимом диапазоне составляет более 90 %, при этом остальная часть света не отражается и не рассеивается, а поглощается наносетчатой пленкой, что может быть связано с формой исследуемой структуры и использовано практически при создании высокоэффективных антиотражающих покрытий.

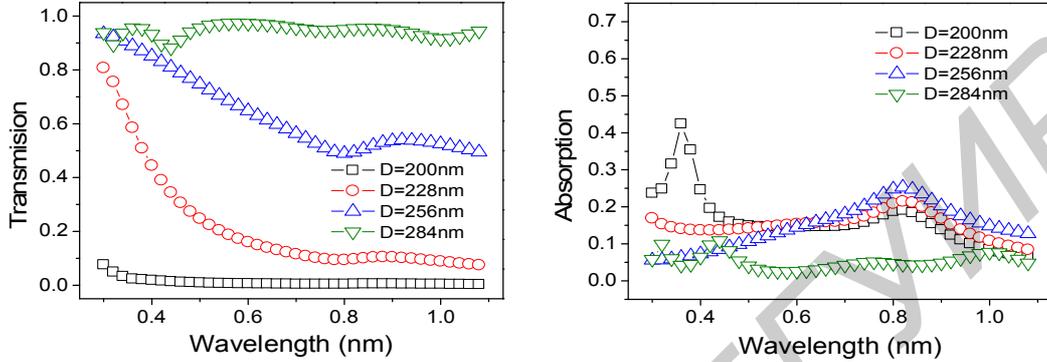


Рис. 3. Оптическое пропускание и поглощение наносетчатой пленки алюминия для $D_c = 200$ нм

На рис. 4 изображены результаты моделирования оптического пропускания для наносетчатых алюминиевых пленок с размером ячеек $D_c = 400$ нм и диаметрами полусфер 456 нм, 512 нм и 568 нм. Из рисунка видно, что кривые оптической прозрачности имеют ярко выраженные минимумы и максимумы, которые, возможно, связаны с наличием плазмонных эффектов, зависящих от соотношения размеров и формы рельефа в наносетчатой пленке с длинами волн.

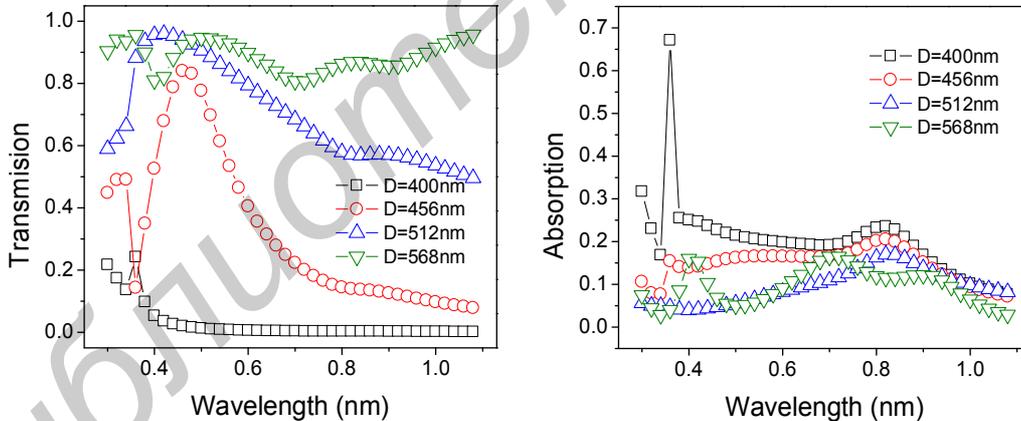


Рис. 4. Оптическое пропускание и поглощение наносетчатой пленки для $D_c = 400$ нм

Результаты моделирования эффективного поверхностного сопротивления наносетчатых алюминиевых пленок с размером ячеек $D_c = 200$ нм и 400 нм и радиусами полусфер 114 нм, 128 нм, 142 нм и 228 нм, 256 нм, 280 нм соответственно, представлены на рис. 5. Из рисунка видно, что с уменьшением толщины пленки эффективное поверхностное сопротивление увеличивается экспоненциально и может составлять для пленок с прозрачностью 70 – 90 % и размером ячеек 200 нм от 10 до 1000 Ом/□, для пленок с ячейкой 400 нм – от 4,5 до 250 Ом/□.

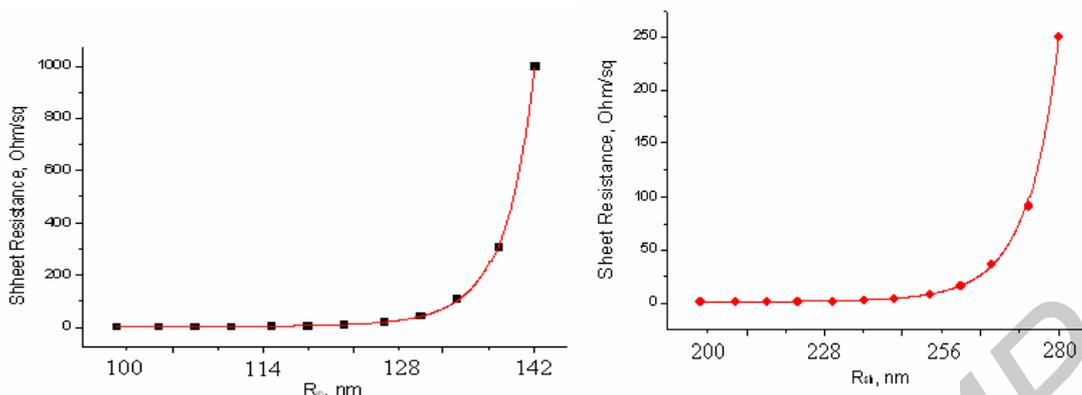


Рис. 5. Поверхностное сопротивление наносетчатой пленки для $D_c = 200$ нм и 400 нм

В соответствии с описанными в предыдущем разделе режимами осаждения алюминиевой пленки на стеклянную подложку, анодирования и селективного травления, нами получены пленки алюминия с размерами зерен 114-165 нм и наносетчатые алюминиевые пленки с размерами ячеек от 100 нм до 250 нм. Морфология поверхности осажденной пленки алюминия и наносетчатой пленки изображены на рис. 6.

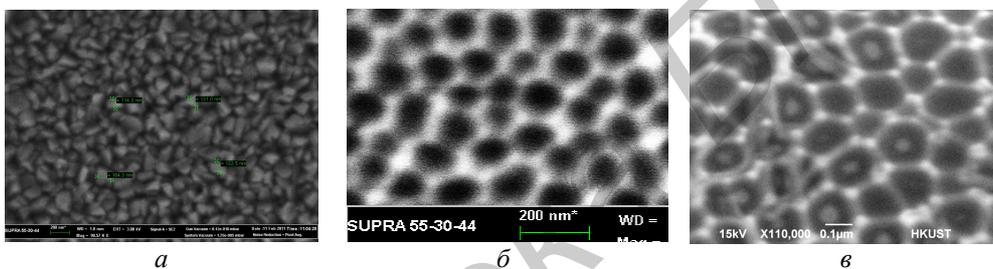


Рис. 6. Морфология поверхности осажденной пленки алюминия и наносетчатой пленки

Эффективное поверхностное сопротивление пленок полученных при напряжении анодирования 40 В (рис. 6,б) варьировалось в пределах от 20 до 100 Ом/□. Оптическое пропускание таких пленок составило 60-65% (рис. 7). Пленки полученные при напряжении анодирования 80 В (рис. 6,в) имеют средний размер ячеек 200 нм и обладают эффективным поверхностным сопротивлением от 4,5 до 50 Ом/□. Оптическое пропускание таких пленок варьируется в пределах от 75 до 85% (рис. 8).

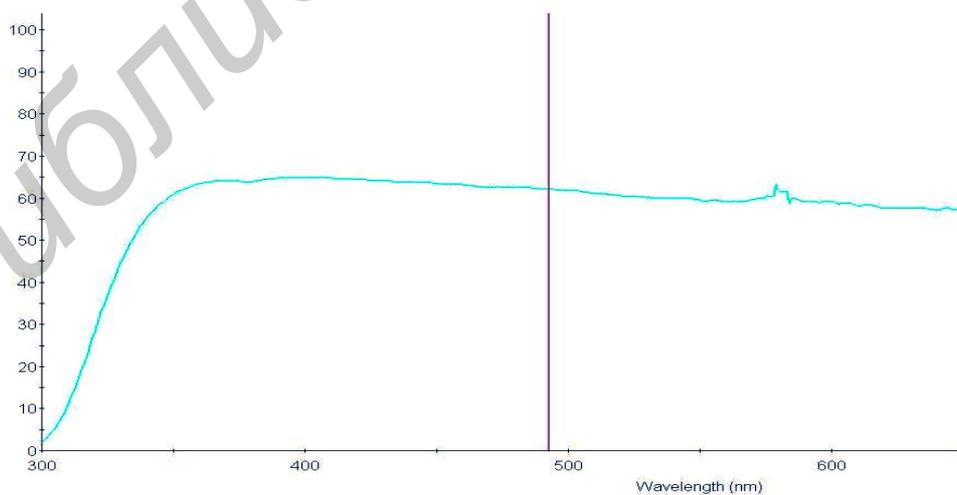


Рис. 7. Спектр пропускания наносетчатой пленки алюминия, сформированной при напряжении анодирования 40 В

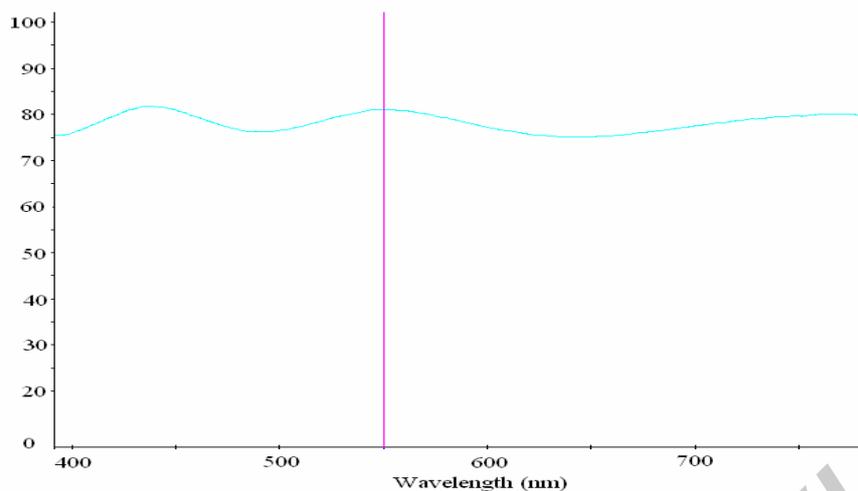


Рис.8 Спектр пропускания наносетчатой пленки алюминия, сформированной при напряжении анодирования 80 В

Таким образом, представленные результаты подтверждают, что предложенная нами модель адекватно описывает структуру, морфологию и электрофизические свойства наносетчатой алюминиевой пленки. Проведенное численное моделирование позволило установить количественные зависимости между характеристическими параметрами, свойствами наносетчатой алюминиевой пленки и параметрами анодирования. Это позволяет определить оптимальные режимы формирования для получения прозрачных проводящих пленок с заданными свойствами, необходимыми для конкретных применений.

Заключение

Предложена модель наносетчатой пленки алюминия и получены путем численного моделирования зависимости оптического пропускания и эффективного поверхностного сопротивления от характеристических параметров сетчатой структуры. Исследована низкотемпературная технология формирования наносетчатых алюминиевых пленок методом электрохимического анодирования пленок алюминия, осажденных магнетронным распылением на стеклянные подложки с последующим химическим селективным травлением анодного оксида алюминия. Приведены результаты исследований морфологии и структуры наносетчатых пленок алюминия от напряжения и времени анодирования. Предлагаемый метод позволяет формировать однородные по площади наносетчатые пленки алюминия с прозрачностью до 80 % и поверхностным сопротивлением менее 50 Ом/□.

STRUCTURE, MORPHOLOGY AND ELECTRICAL PROPERTIES OF TRANSPARENT NANOMESHY ALUMINUM FILMS

A.A. STSIAPANAU, A.G. SMIRNOV

Abstract

Nanomeshy aluminum film is the promising alternative to a tin-doped indium oxide film (ITO) as transparent conductive electrodes. In this paper we describe the fabrication of a nanomeshy aluminum film by electrochemical anodization of aluminum deposited by magnetron sputtering on a glass substrate. The process of anodization is strictly controlled by the characteristic changes of process parameters, followed by selective chemical etching of aluminum oxide.

We proposed the model for a nanomeshy Al film and calculated numerically the dependences of their optical transmittance and surface resistance on the characteristic dimensions of the network structure. The proposed method allows fabricating the uniform and stable nanomeshy aluminum film with transparency up to 80% with less than 50 Ohm/□ resistance.

Список литературы

1. *Ginley D.S., Hosono H., Paine D.C.* Handbook of Transparent Conductors. NY., 2010.
2. *Kang M.G., Kim M.S., Kim J.S. et. al.* // Adv. Mater. 2008. №20. P. 4408.
3. *Kang M.G., Guo L.J.* // Adv. Mater. 2007. №19. P. 1391.
4. *Kang M.G., Guo L.J.* // J. Vacuum Sci. Technol. 2007. №25. P. 2637.
5. *Tvingstedt K., Inganas O.* // Adv. Mater. 2007. №19. P. 2893.
6. *Hecht D.S., Grüner G.* Flexible Electronics. NY., 2009.
7. *Hecht D.S.* Properties and applications of carbon nanotube films: A revolutionary material for transparent and flexible electronics. VDM, 2008.
8. *Grüner G.* // J. Mater. Chem. 2006. №16. P. 3533.
9. *Geim A.K., Novoselov K.S.* // Nat. Mater. 2007. №6. P. 183.
10. *Zhu Y.W., Cai W.W., Piner R.D., et. al.* // Appl. Phys. Lett. 2009. P. 95.
11. *Hong W.J., Xu Y.X., Lu G.W., et. al.* // Electrochem. Commun. 2008. №10. P. 1555.
12. *Wang X., Zhi L.J., Mullen K.* // Nano Lett. 2008. №8. P. 323.
13. *Smirnov A., Stsiapanau A., Abubakar S., et. al.* // Proc. SID Symposium «Display Week». 2011. P. 1385-1387.
14. *Сокол В.А.* Анодные оксиды алюминия. Мн., 2011.
15. Официальный сайт разработчика пакета для моделирования [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.lumerical.com>.
16. Официальный сайт разработчика пакета для моделирования [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.comsol.com>.
17. *Rakić A.D.* // Appl. Opt. 1995. P. 4755-4767.
18. *Степанов А.А., Смирнов А.Г. Муха Е.В. и др.* // Материалы 19-го Международного симпозиума «Перспективные технологии дисплеев и полупроводниковой осветительной техники». 2011. P. 140-144.

УДК 621.370

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОБОЧНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ ПЭВМ МЕТОДОМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

А.Г. ФИЛИППОВИЧ

*Оперативно-аналитический центр при Президенте РБ
Кальварийская, 17, Минск, 220004, Беларусь*

Поступила в редакцию 22 мая 2012

Предложена строгая электродинамическая модель ПЭВМ как источника побочных электромагнитных излучений на основе метода интегральных уравнений. Приведены результаты экспериментов, подтверждающие эффективность модели.

Ключевые слова: побочные электромагнитные излучения, интегральные уравнения.

Введение

Современные ПЭВМ используются для решения широкого круга задач, связанных с хранением, обработкой и передачей информации, в том числе и конфиденциальной. Вместе с тем средства вычислительной техники имеют уязвимости, позволяющие осуществить несанкционированный доступ к обрабатываемой информации. В том случае, если средство вычислительной техники не подключено к локальным вычислительным сетям или сети Интернет, и к ПЭВМ ограничен физический доступ посторонних лиц, основным каналом утечки обрабатываемой информации являются побочные электромагнитные излучения (ПЭМИ) [1]. Эксперименты показывают, что дальность возможного перехвата информации по каналу ПЭМИ варьируется в достаточно большом диапазоне (от единиц до сотен метров) [2, 3], поэтому для принятия обоснованных мер по блокированию канала ПЭМИ проводится оценка защищенности ПЭВМ. Показателем эффективности защиты информации является отношение сигнал/шум на входе приемного тракта средства технической разведки. Для определения отношения сигнал/шум проводятся измерения напряженности излучаемого ПЭВМ электромагнитного поля в местах возможной установки технических средств разведки. Однако на практике часто возникают ситуации, когда возможность проведения таких измерений ограничена [1], и для определения напряженности ПЭМИ применяются методы электродинамического моделирования. Используемые на сегодняшний день для расчета ПЭМИ электродинамические модели [1, 2] имеют приближенный характер, и могут привести к ошибкам при проведении оценки защищенности ПЭВМ [4]. Для обеспечения высокой точности расчета характеристик излучения ПЭВМ необходимо использовать более строгие электродинамические методы.

Электродинамическое моделирование источников ПЭМИ

Наиболее эффективно задача электродинамического моделирования объектов сложной геометрии решается с помощью методов вычислительной электродинамики. С точки зрения обеспечения минимального времени расчета на ПЭВМ и объема оперативной памяти предпочтение следует отдать методу интегральных уравнений [5], который предполагает предварительный расчет распределений функций источников поля на поверхности электродинамического объекта, на основании которых в дальнейшем может быть рассчитано излучаемое объектом электромагнитное поле. Вид интегрального уравнения для электродинамического моделирования канала ПЭМИ будет зависеть от особенностей физической реализации процесса обработки

защищаемой информации. Для выбора подходящего интегрального уравнения необходимо выделить в архитектуре ПЭВМ интерфейсы, наиболее подверженные перехвату информации по каналу ПЭМИ. Потенциально опасные интерфейсы должны обладать следующими свойствами [2]:

- наличием значительной энергии у излученных информативных сигналов, зафиксированных в непосредственной близости от ПЭВМ;
- использовать последовательный или параллельный со сравнительно небольшим количеством разрядов код в информационных цепях;
- использовать режим многократных повторений в информационных цепях;
- передавать опасные сигналы в информационных цепях интерфейса в течение значительного периода времени работы ПЭВМ.

Всеми вышеперечисленными свойствами одновременно обладают только интерфейсы передачи видеоизображения [2]. Потенциальная опасность видеоинтерфейсов по сравнению с другими интерфейсами ПЭВМ, в которых также циркулирует защищаемая информация, подтверждается экспериментальными исследованиями [3, 6]. Это дает основания полагать, что эффективность защиты информации будет зависеть от напряженности ПЭМИ, источником которых является видеотракт ПЭВМ.

Физически в процессе формирования видеоизображения участвуют расположенный в корпусе системного блока ПЭВМ видеоадаптер и монитор, соединенные кабелем видеоинтерфейса. В этом случае ПЭВМ как излучатель электромагнитных волн представляет собой совокупность двух объемных проводящих тел, соединенных тонким проводником (см. рис. 1).

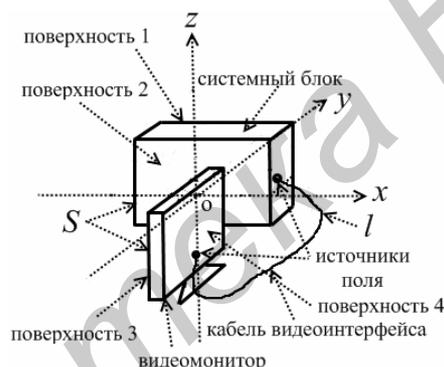


Рис. 1. Электродинамическая модель ПЭВМ

Распределения функций тока на поверхности объекта, состоящего из совокупности объемных проводящих тел и тонких проводников произвольной геометрии, могут быть получены при решении следующей системы интегральных уравнений [7]:

$$\begin{cases} -i\omega\varepsilon_a E_l = \int_L K_{ll'} I_l' dl' + \int_S K_{lv'} j_{v'} dS' + \int_S K_{l\omega'} j_{\omega'} dS' \\ 2H_v = j_\omega + \frac{1}{2\pi} \int_L L_{\omega l'} I_l' dl' + \frac{1}{2\pi} \int_S L_{\omega v'} j_{v'} dS' + \frac{1}{2\pi} \int_S L_{\omega\omega'} j_{\omega'} dS' \\ 2H_\omega = -j_v + \frac{1}{2\pi} \int_L L_{v l'} I_l' dl' + \frac{1}{2\pi} \int_S L_{vv'} j_{v'} dS' + \frac{1}{2\pi} \int_S L_{v\omega'} j_{\omega'} dS' \end{cases} \quad (1)$$

где E_l, H_v, H_ω – проекции векторов напряженностей электрического и магнитного полей сторонних источников соответственно, I_l, j_v, j_ω – искомые функции распределения тока в тонких проводниках и плотностей тока на поверхности объемных проводящих тел соответственно, ω – круговая частота, ε_a – абсолютная диэлектрическая проницаемость среды, K и L – ядра интегральных уравнений, $\vec{v}, \vec{\omega}$ – орты системы координат на поверхности объемных проводящих тел, \vec{l} – орт линейной системы координат в проводнике.

Неизвестными в системе (1) являются функции плотности тока j_{ν}, j_{ω} на поверхностях S и функция тока I_l на поверхности проводника l (рис. 1). Слагаемые в левой части системы (1) описывают функции сторонних источников поля, расположенные на поверхности ПЭВМ. Экспериментально было установлено, что основное проникновение сигналов видеоинтерфейса на внешнюю проводящую поверхность ПЭВМ происходит в местах соединения интерфейсного кабеля с корпусами системного блока и монитора (рис. 1) [6]. В этом случае функции сторонних источников поля в системе (1) могут быть определены с помощью модели δ -генератора, представляющего собой идеальный генератор с нулевым внутренним сопротивлением и постоянным значением напряжения, равномерно распределенным на участках тонкого проводника, в котором расположены источники поля [8]. Во всех остальных областях поверхностей S и проводника l функции сторонних источников поля должны быть равны нулю. Амплитуды сторонних источников поля будут зависеть от экранирующих свойств кабеля видеоинтерфейса и разъемов на корпусах системного блока и монитора, и могут быть определены экспериментально. Разность фаз между источниками поля будет определяться следующим выражением:

$$\varphi = 2\pi \frac{L_k}{\lambda}, \quad (2)$$

где L_k – длина кабеля видеоинтерфейса.

С помощью системы (1) были проведены расчеты распределения тока на поверхности ПЭВМ типовой конфигурации практически в частотном диапазоне ПЭМИ [1, 2]. На рисунке 2 представлены графики распределения амплитуды и фазы тока на поверхности кабеля видеоинтерфейса, на рис. 3 и 4 – графики распределений амплитуды и фазы одной из компонент плотности тока на проводящих поверхностях системного блока и монитора ПЭВМ, обозначенных в соответствии с рисунком 1. При расчетах полагалось, что для поверхностей системного блока 1 и 2 орт \vec{u} ориентирован под углом 45° к орту \vec{x} , а для поверхностей 3 и 4 монитора орт \vec{u} ориентирован под углом 45° к орту \vec{y} .

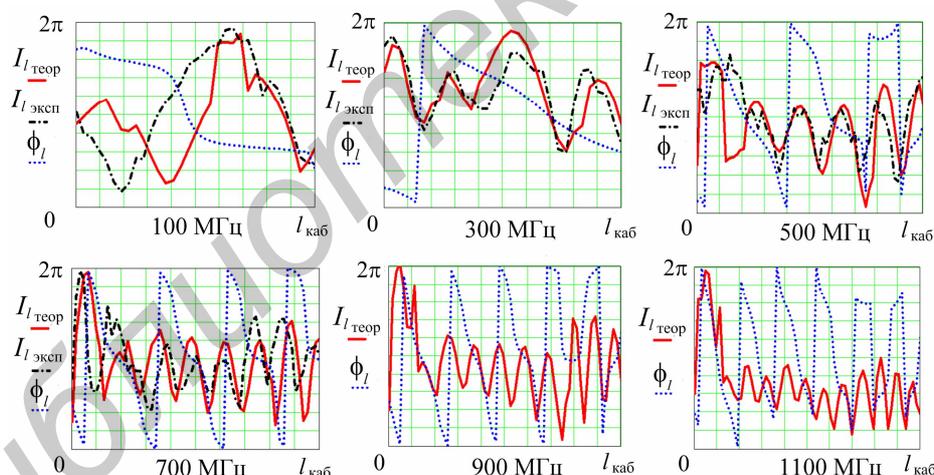


Рис. 2. Экспериментальные и расчетные распределения тока на поверхности кабеля видеоинтерфейса

Из графиков рис. 2-4 можно сделать следующие выводы:

- амплитудно-фазовое распределение определяется суперпозицией двух сторонних источников поля, расположенных в местах подключения кабеля видеоинтерфейса к корпусам системного блока и монитора, и зависит от их амплитуды, разности начальных фаз и частоты сигнала ПЭМИ;

- количество максимумов амплитудного распределения пропорционально двукратному отношению линейного геометрического размера проводящей поверхности к длине волны сигнала ПЭМИ. С увеличением частоты сигнала ПЭМИ количество максимумов в амплитудном распределении увеличивается, а, следовательно, будет увеличиваться количество максимумов в диаграмме направленности;

- амплитуда плотности тока на поверхностях 2 и 4 выше, чем на поверхностях 1 и 3, что объясняется экранированием поверхностей 1 и 3 от сторонних источников поля.

Также расчеты показывают, что вид амплитудно-фазового распределения, а, следовательно, и вид излучаемого ПЭВМ электромагнитного поля, будет зависеть от геометрической формы, размеров ПЭВМ и взаимного расположения монитора и системного блока. Поэтому при проведении оценки защищенности информации необходимо учитывать пространственное расположение ПЭВМ в реальных условиях эксплуатации.

На основании решения задачи о нахождении распределений тока в кабеле видеointерфейса и плотности тока на проводящих поверхностях системного блока и монитора может быть произведен расчет векторов напряженностей ПЭМИ в местах возможной установки технических средств разведки. Для этого могут быть использованы выражения, полученные из интегральных представлений векторов напряженностей электрического и магнитного полей [9].

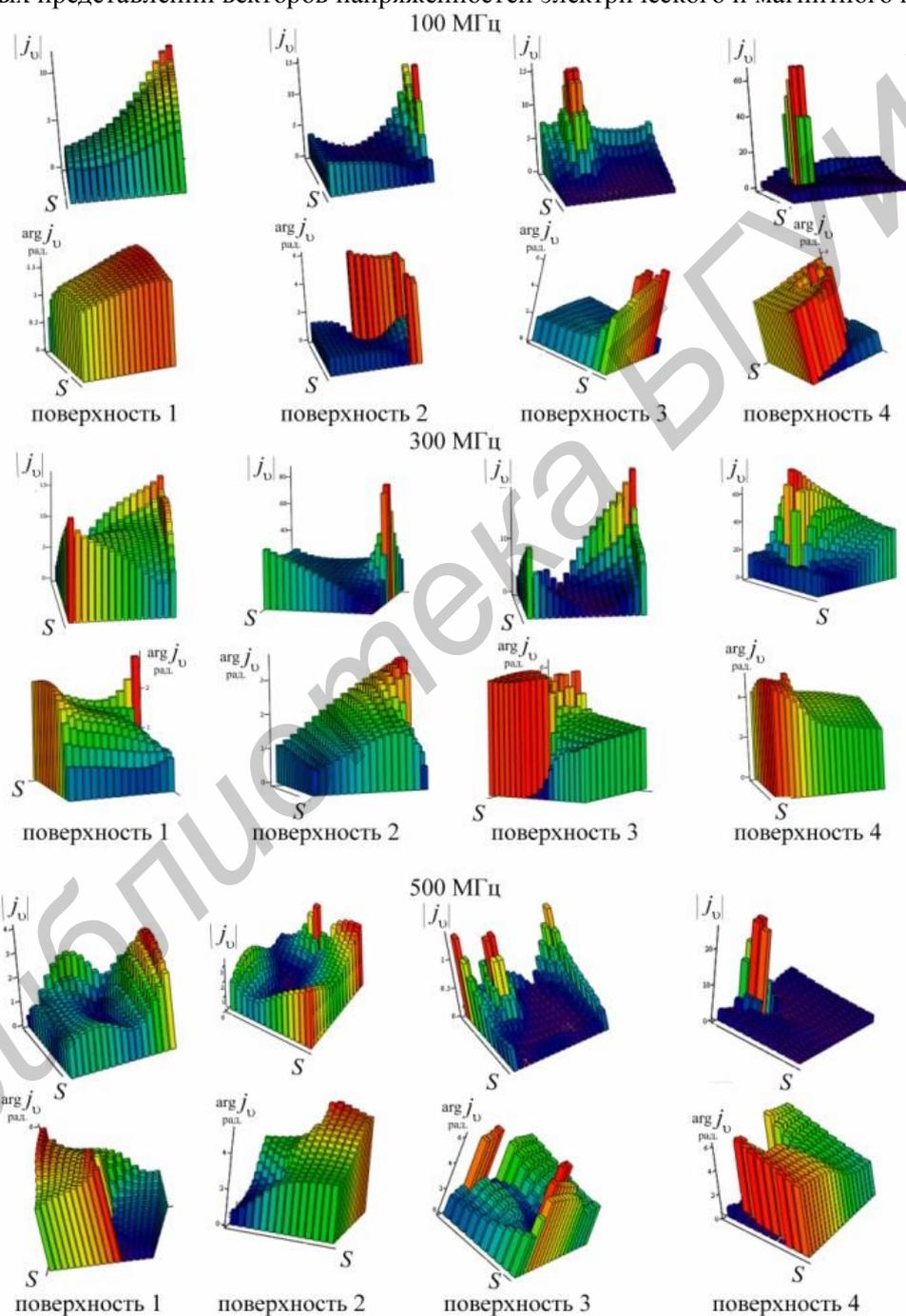


Рис. 3. Расчетное распределение плотности тока на проводящих поверхностях ПЭВМ на частотах 100 МГц, 300 МГц и 500 МГц

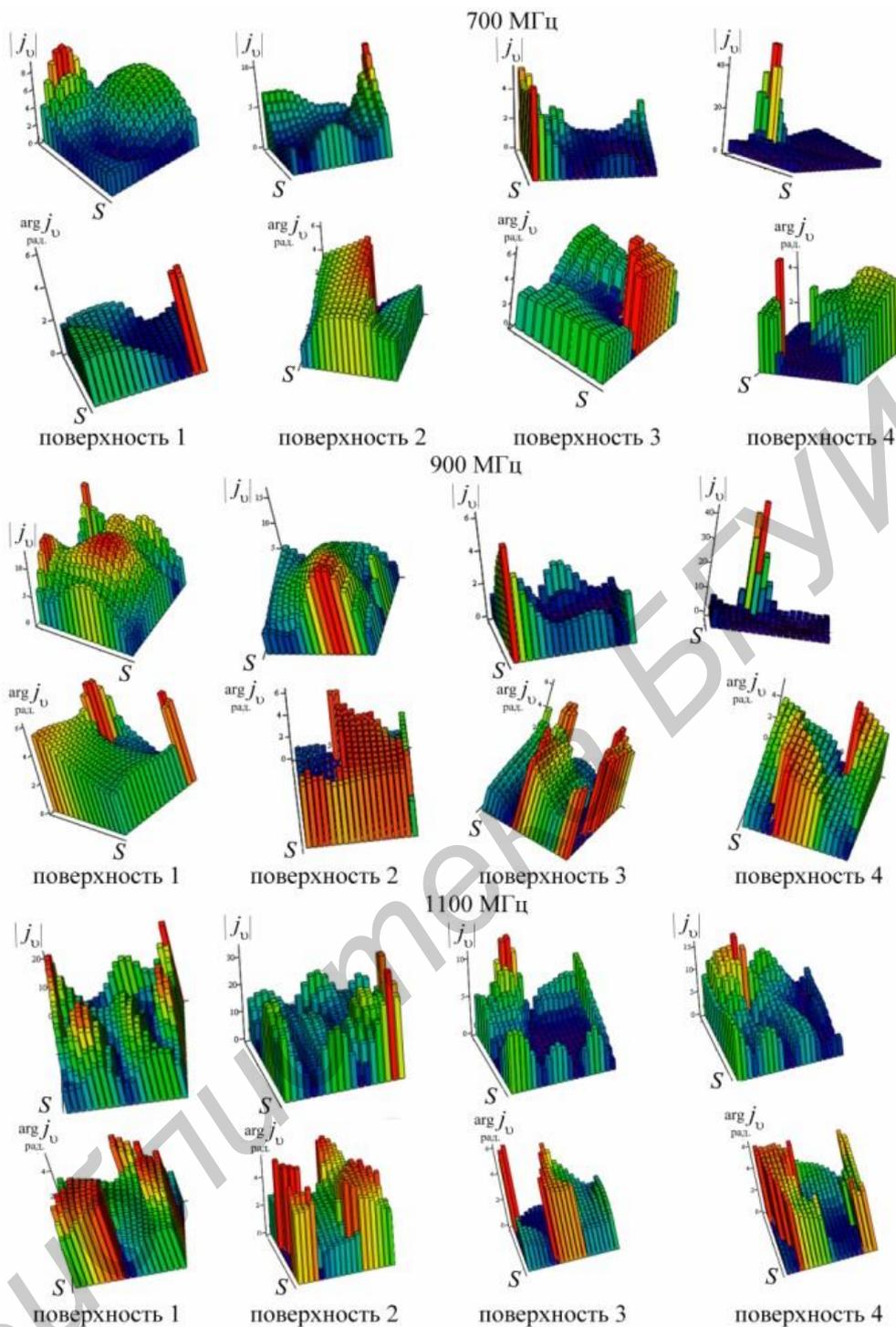


Рис. 4. Расчетное распределение плотности тока на проводящих поверхностях ПЭВМ на частотах 700 МГц, 900 МГц и 1100 МГц

Результаты экспериментальных исследований

Оценка возможности использования метода интегральных уравнений для электродинамического моделирования ПЭВМ как источника ПЭМИ была исследована экспериментально. В ходе эксперимента были проведены измерения распределения тока на поверхности кабеля видеointерфейса и плотности тока на поверхности 1 системного блока. Схема эксперимента представлена на рис. 5. Для проведения измерений были использованы анализатор спектра и

датчик ближнего поля, представляющий собой дипольную антенну с размером плеча, равного одному сантиметру. С целью уменьшения влияния сторонних наводок на внешнюю поверхность коаксиального кабеля был установлен ферритовый фильтр. Также для увеличения интенсивности ПЭМИ в видеотракте ПЭВМ был создан специальный тестовый режим [10].

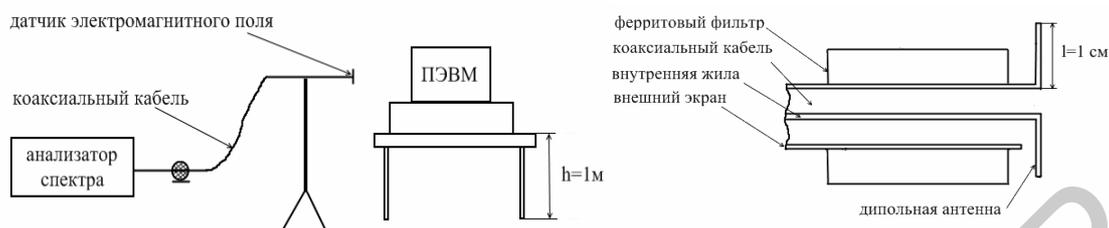


Рис. 5. Схема проведения эксперимента

Результаты измерений тока на поверхности кабеля видеointерфейса представлены на рис. 2, плотности тока на проводящей поверхности 1 системного блока на рис. 6. Экспериментальные графики амплитудных распределений имеют достаточно высокую степень корреляции с графиками распределений, полученных при решении системы (1). На основании анализа результатов эксперимента можно сделать вывод о том, что предложенная электродинамическая модель ПЭВМ на основе метода интегральных уравнений позволяет проводить достаточно точные расчеты излучаемого поля в любой пространственной области вокруг ПЭВМ.

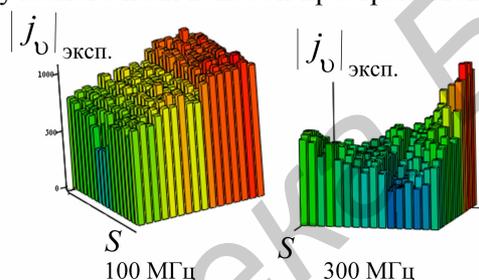


Рис. 6. Экспериментальное распределение одной из компонент плотности тока на поверхности 1

Заключение

Метод интегральных уравнений позволяет достаточно точно производить расчет распределения источников ПЭМИ на проводящей поверхности ПЭВМ, и, следовательно, напряженности излучаемого электромагнитного поля [9]. Использование метода интегральных уравнений упрощает задачу выделения опасных сигналов на фоне помех, поскольку в соответствии с (1), измерения напряженности ПЭМИ необходимо проводить не в местах возможной установки технических средств разведки, а в местах расположения источников поля на проводящей поверхности ПЭВМ. Предложенная в статье электродинамическая модель ПЭВМ может быть использована специалистами по технической защите информации для оценки защищенности средств вычислительной техники от утечки информации по каналу ПЭМИ.

MODELLING OF SIDE ELECTROMAGNETIC RADIATIONS OF PC BY THE METHOD OF MOMENTS

A.G. FILIPPOVICH

Abstract

Achieved the electrodynamic model of PC as source of side electromagnetic radiations based on the method of moments. The results of experiments confirming efficiency of model are given.

Список литературы

1. Хорев А.А. // Специальная техника. 2007. №4. С. 40-51.
2. Пятчиков А.Г. Защита информации, обрабатываемой вычислительной техникой, от утечки по техническим каналам. М., 2007
3. Kuhn M.G. Technical report UCAM-CL-TR-577, 2003.
4. Горячев С.В. // Специальная техника. 2002. №1. С. 49-59.
5. Ахияров В.В. // Материалы 3 Всероссийской конференции «Радиолокация и радиосвязь». 2009. С. 1022-1026.
6. Tanaka H., Takizawa O., Yamamura A. // Journal of the Institute of Image Electronics Engineers of Japan. 2005. Vol. 34, №2. P. 213-223.
7. Филиппович А.Г., Рунов А.В. // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2011. №2. С. 39-45.
8. Васильев Е.Н. Возбуждение тел вращения. М., 1987.
9. Филиппович А.Г., Рунов А.В. // Вестник Военной академии РБ. 2011. №2. С. 115-121.
10. Филиппович А.Г., Шульган К.К. // Докл. БГУИР. 2011. №4. С. 80-85.

УДК 621.396.96

ОБНАРУЖЕНИЕ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ НА МАЛЫХ И ПРЕДЕЛЬНО МАЛЫХ ВЫСОТАХ МЕТОДОМ ПАССИВНОЙ МАКРОВОЛНОВОЙ РАДИОЛОКАЦИИ

Р.Г. ХЕХНЕВ

Минский государственный высший авиационный колледж
Уборевича, 77, Минск, 220096, Беларусь

Поступила в редакцию 4 апреля 2012

Рассматривается способ обнаружения летательных аппаратов, являющихся носителями электрического заряда при их полете на малых и предельно малых высотах (20-60 м). Приведено уравнение дальности обнаружения в зависимости от параметров статической электризации маловысотной цели, характера рельефа местности и предметов на ней по трассе полета, уровня естественных помех в диапазоне инфранизких частот, чувствительности устройства, регистрирующего установленное автором явление.

Ключевые слова: пассивная радиолокация, статическая электризация, электромагнитное поле, ток смещения, летательный аппарат.

Введение

Основу современных средств обнаружения летательных аппаратов (ЛА) составляют радиолокационные станции (РЛС) различного назначения, однако в силу известных причин они практически не решают своей задачи, когда полет ЛА совершают на малых высотах. Поэтому как у нас, так и за рубежом, интенсивно ведутся работы по поиску новых методов и средств обнаружения маловысотных целей.

Анализ материалов научных исследований в решении этой проблемы показывает, что наибольший интерес исследователи как у нас, так и за рубежом, проявляют к методу пассивной радиолокации [1, 2], причем важное место отводится изучению физических полей, генерируемых современными ЛА. Они вызваны различными физическими явлениями: инфракрасное излучение двигательных установок, электромагнитное излучение плазменной струи от работы двигательных установок, электростатическое и электромагнитное поле, возникающее при движении в диэлектрической среде материальных тел, сверхнизкочастотное излучение, обусловленное взаимодействием ЛА, являющимся носителем электрического заряда, с магнитным и электростатическим полем Земли.

Довольно широкое распространение получил способ обнаружения, основанный на использовании собственного заряда ЛА [1-4], который считается одним из перспективных способов пассивной радиолокации.

Электризация летательных аппаратов в процессе полета

ЛА при своем полете приобретает электрический заряд. В [1] выполнено подробное исследование процессов, связанных с зарядом и разрядом самолета при его взаимодействии с потоком воздуха в процессе полета. Как результат этих исследований приведена эквивалентная электрическая схема, характеризующая процесс заряда-разряда самолета в полете (см. рис. 1). Элементами схемы являются: I_1, I_2, I_3 – токи заряда ЛА; I_a, I_c, I_p, I_k – токи разряда; C – емкость ЛА; R_a – эквивалентное сопротивление, по которому заряд стекает в атмосферу; R_c – эк-

вивалентное сопротивление струи газов двигателей; R_p – эквивалентное сопротивление статических разрядников; R_k – эквивалентное сопротивление коллекторного эффекта. Современные ЛА заряжаются до напряжения порядка 1,5 млн. вольт, заряд ЛА в пределах $10^{-6} \div 10^{-3}$ К, ток заряда $i=10$ мА, мощность электростатического генератора, заряжающего ЛА, достигает 10 Квт (данные для ЛА ТУ-104, совершающих полет на высотах порядка 10 км) [1]. Для ЛА, совершающих полет на малых высотах, следует ожидать значительного увеличения этих показателей, ибо основным фактором статической электризации ЛА является ток, вызванный соударением частиц, взвешенных в воздухе, с лобовой поверхностью ЛА. Концентрация этих частиц на малых высотах значительно выше, чем на больших.

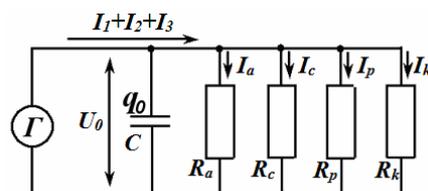


Рис. 1. Эквивалентная электрическая схема самолета в полете

В силу закона электростатической индукции, на земной поверхности в зоне нахождения ЛА наводится точно такой же, но противоположный по знаку электростатический заряд. На рис. 2 представлена нормированная диаграмма плотности распределения индуцированного заряда на поверхности Земли в зависимости от высоты полета ЛА, при этом диаметр зоны индукции равен удвоенной высоте полета [3] (рис. 2). С помощью датчиков, установленных на поверхности Земли и изолированных от нее (рис. 3), могут быть замерены количественные характеристики электрического поля движущихся воздушных объектов, в особенности маловысотных, а также определены некоторые траекторные данные (скорость, высота) [2].

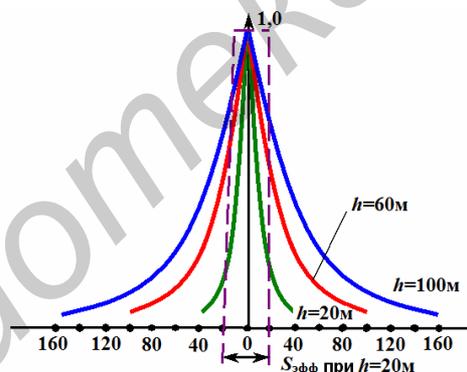


Рис. 2. Нормированная диаграмма плотности распределения индуцированного заряда

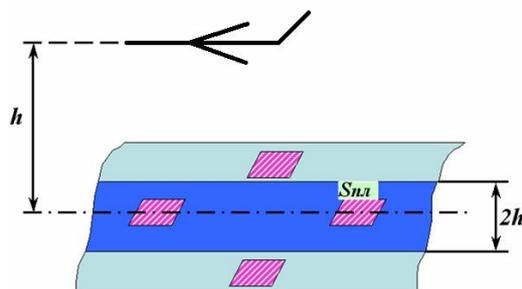


Рис. 3. Обнаружение ЛА способом, основанном на явлении электростатической индукции

Мощность электростатического генератора, который электризует ЛА, составляет единицы – десятки киловатт, однако для целей обнаружения и траекторных измерений при способе, основанном на явлении электростатической индукции, используется очень малая часть

$(5 \cdot 10^{-6})$ энергии собственного заряда ЛА [3]. По этой причине расстояние, на котором возможно решение задач обнаружения ЛА и траекторных измерений, составляет сотни метров [2].

Физические основы предлагаемого способа обнаружения

Решение этих задач можно осуществить иным способом, использующим физические явления, объективно сопутствующие процессу полета ЛА на малых высотах [3].

Поверхностная оболочка Земли (за исключением ледовых районов) является хорошо проводящей, следовательно эквипотенциальной, и образует с поверхностью ЛА конденсатор с воздушным диэлектриком. Емкость этого конденсатора зависит от площади ЛА в плане (площадь плоскостей, стабилизатора, фюзеляжа), диэлектрической проницаемости среды, толщины диэлектрика (в нашем случае – это высота полета).

Обычно считается, что ЛА, использующие преимущества полета на малых и предельно малых высотах, при полете копирует складки местности. Однако при точном копировании ЛА профиля поверхности Земли и предметов на ней при скорости полета $V=200\div 250$ м/сек ($720\div 900$ км/час) нагрузка на несущие элементы плоскостей, фюзеляжа, стабилизатора, рули высоты практически вызвала бы механическое разрушение конструкции, особенно при прохождении горных складок местности, оврагов с отвесными стенками, границ лес-поле и т.д. Поэтому на определенном участке полета, протяженность которого определяется скоростью полета, быстродействием системы управления, допустимыми нагрузками конструкции и т.д., высота полета ЛА по отношению к микронеровностям земной поверхности и предметами на ней представляет собой некоторое усредненное значение, отклонение от которого обязательно имеет место. Это обстоятельство вызывает соответствующее изменение емкости системы «ЛА – поверхность Земли», а при наличии на ней электрического заряда – появление тока смещения через емкость «ЛА – поверхность Земли».

Как показывают расчеты [3], величина тока смещения зависит от тока заряда ЛА и относительного изменения объема зоны индукции (рис. 2) собственного заряда ЛА из-за перепадов рельефа местности, предметов на ней, характера подстилающей поверхности и т.д. по трассе полета (рис. 3).

Этот ток смещения охватывает сравнительно большой объем пространства, что предопределяет появление возмущений электрической и связанной с ней магнитной компоненты электромагнитного поля (ЭМП), которые могут быть зарегистрированы на значительном расстоянии от места, где точного копирования ЛА рельефа местности и предметов на ней не происходит. Таким образом, ЛА при полете на малых высотах являются источником возмущений электромагнитного поля (ЭМП), спектр которых, как показывают данные теоретических и экспериментальных исследований [3], находится в области инфранизких частот (десять доли – десятки Гц). Спектральный «портрет» помех такого рода для каждого типа ЛА и конкретного участка земной поверхности имеет свои характерные особенности, что может быть использовано для идентификации ЛА и для решения задачи определения местоположения маловысотных целей. Интересующие нас участки земной поверхности могут быть заранее протестированы, введены в память ЭВМ и в сопряжении с цифровыми картами рельефа местности, корреляционно-экстремальной обработкой сигналов [4] использованы для решения этой задачи.

Изменение емкости системы «ЛА – поверхность Земли» происходит при движении ЛА относительно Земли, т.е. источник возмущения ЭМП по существу является параметрическим генератором, в котором на изменение емкости расходуется часть механической энергии движения ЛА. Это обуславливает на несколько порядков (до 10^5 раз) более высокую энергетику явления предлагаемого способа в сравнении со способом обнаружения НЛЦ, основанным на явлении электростатической индукции [3]. Согласно расчетным данным [3], для наиболее характерных для Европы участков рельефа местности импульсная мощность возникающих при этом сигналов может достигать 1 кВт.

С учетом частотного диапазона обозначенных выше возмущений ЭМП этот источник может рассматриваться как точечный излучатель. Диаграмма направленности такого излучателя имеет вид торроида в его срединном сечении [5]. Процесс приема и регистрации таких возмущений имеет свою специфику. Он происходит в ближней зоне, где основным в энергетическом отношении является процесс периодического обмена энергией между источником и

ближней зоной. При этом энергия то забирается от источника и накапливается в электромагнитном поле ближней зоны, то отдается обратно источнику.

Непосредственное измерение флуктуаций электромагнитного поля этого диапазона частот измерительными приборами в настоящее время практически не ведется.

Регистрация возмущения электромагнитного поля

В основу предложенного автором способа обнаружения маловысотных целей положено использование возмущений в поле вертикальных токов атмосферного электричества [3, 4], которые опосредованно связаны с изменением напряженности электрического или магнитного поля.

Действительно, на основе первого уравнения Максвелла [5]

$$\delta_{\text{см}} = j\omega\epsilon_a E = \text{rot}\vec{H}, \quad (1)$$

где $\delta_{\text{см}}$ – плотность тока смещения.

Для наблюдателя, находящегося на поверхности Земли, ток смещения, вызванный изменениями векторов магнитного и электрических полей, направлен нормально к ее поверхности и алгебраически складывается с током проводимости атмосферы. Это обстоятельство дает возможность приборы и методы для измерения параметров электричества атмосферы использовать в качестве инструмента для обнаружения маловысотных целей.

При измерении параметров электричества атмосферы (напряженность электрического поля, плотности тока, проводимости атмосферы, зарядов, проводимости атмосферы и т.д.), используются электрометрические приборы, отличительной особенностью которых является очень большое входное сопротивление, малый уровень тока во входных измерительных цепях, обычно большая постоянная времени процесса измерения, которая ограничивает верхнюю граничную частоту спектра измеряемого физического параметра [6]. Очень широк круг детекторов (устройств), преобразующих измеряемый физический параметр в вид сигнала, удобный для регистрации [6, 7].

В качестве детектора, преобразующего плотность тока проводимости атмосферы в ток, регистрируемый электрометром, может быть использована изолированная пластина известной площади $S_{\text{пл}}$ (рис. 3), расположенная на поверхности Земли.

При этом плотность тока проводимости атмосферы $j_{\text{пр}}$ определяется выражением

$$J_{\text{пр}} = \frac{I}{S_{\text{пл}}}, \quad (2)$$

где I – ток, измеренный электрометром (в А); $S_{\text{пл}}$ – площадь пластины.

В качестве детектора может быть использована обычная шлейфовая антенна [8]. При этом

$$J_{\text{пр}} = \frac{I}{\left(\frac{1}{2}\right) \cdot l \cdot h}, \quad (3)$$

где I – ток, измеренный электрометром (в А); l – длина антенны; h – высота подвеса антенны.

Второй детектор обладает большей чувствительностью, но менее помехозащищен от электростатических наводок.

Плотность тока проводимости атмосферы $j_{\text{пр}}$ несколько отличается для различных районов поверхности Земли, имеет крайне незначительное суточное изменение и уровень $j_{\text{пр}}=10^{-16}$ А/см² [6]. На фоне $j_{\text{пр}}$ осуществляется измерение тока, вызванного маловысотной целью. Для повышения чувствительности устройства ток проводимости атмосферы, с учетом его практического постоянства, довольно легко может быть скомпенсирован.

Современные электрометры имеют предел чувствительности по току ($10^{-16} \div 10^{-17}$) А [7]. С учетом этого обстоятельства при использовании в качестве детектора шлейфовой антенны длиной 25 м и высотой подвеса 4 м (такое устройство использовалось при проведении натур-

ных испытаний по обнаружению маловысотных целей на авиаполигоне «Ружаны» 1986 г.) аппаратурная чувствительность устройства, регистрирующего плотность тока смещения, составляет $2 \cdot (10^{-22} \div 10^{-23}) \text{ А/см}^2$, что по данным предварительных исследований [3] с избытком обеспечивает необходимую для практических целей чувствительность регистрирующего устройства.

Электромагнитное поле в диапазоне сверхнизких частот непостоянно. Оно претерпевает хаотические изменения, вызванные как природными явлениями, так и деятельностью человека. Наиболее подробный анализ результатов исследований этих явлений произведен в [8].

Флуктуации электромагнитного поля в инфранизкочастотном диапазоне вызывают флуктуации плотности вертикального тока атмосферного электричества. При решении задачи обнаружения маловысотных целей, являющихся носителем электрического заряда посредством регистрации возмущений электромагнитного поля в диапазоне инфранизких частот [3], эти флуктуации определяют предел чувствительности устройств, регистрирующих это явление, и прямым образом влияют на оценку параметров полезного сигнала. Их аналитическая оценка крайне затруднена и может иметь недостоверный характер. Как отмечается в [8], данные теоретических расчетов, выполненных различными авторами в сходных условиях, различаются на порядок. По этой причине при оценке уровня флуктуаций плотности тока смещения в диапазоне частот полезного сигнала наиболее целесообразно использовать данные экспериментальных исследований, произведенных непосредственно на месте установки регистрирующего устройства.

Так как число источников помех, вызывающих флуктуацию плотности тока атмосферного электричества, достаточно велико [8], то независимо от закона распределения флуктуаций каждого из них закон распределения флуктуаций совместного события можно считать нормальным. Это обстоятельство существенно упрощает аппаратурное определение среднеквадратичного значения флуктуации этого тока.

Экспериментальная часть

Экспериментальные данные измерений среднеквадратичного значения флуктуаций этого тока с использованием двух независимых регистрирующих устройств, проведенные автором совместно с А.И. Прохоровым и В.Г. Игнатовичем на авиаполигоне «Ружаны» в июле 1986 г. во время проведения натурных испытаний по обнаружению низколетящих целей, составили для аппарата №1 $\sigma \Delta j = 1,16 \cdot 10^{-20} \text{ А/см}^2$; для аппарата №2 $\sigma \Delta j = 1,06 \cdot 10^{-20} \text{ А/см}^2$. Полученные результаты могут быть использованы в качестве ориентировочных при оценке порога чувствительности регистрирующего устройства.

Плотность тока смещения как функция тока излучателя I_m и расстояния R до источника излучения, высоты полета h имеет вид [3]:

$$\delta_{\theta, M}(t) = \frac{I_m \cdot h \cdot \sin \theta}{4\pi} \times \left[\frac{\sin\left(\omega t - \frac{\omega R}{c}\right)}{R^3} + \frac{\omega}{R^2 \cdot c} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\omega R}{c}\right) \right] \quad (4)$$

Как видно из (4), плотность тока смещения $\delta_{\theta, M}(t)$ имеет две составляющие, одна из которых убывает обратно пропорционально кубу расстояния, другая убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от источника излучения. В качестве критерия, определяющего преобладающее влияние одной из составляющих, примем условие, когда одна из них на порядок меньше другой, т.е.

$$0,1 \frac{1}{R^3} \geq \frac{\omega}{R^2 \cdot c}. \quad (5)$$

$$\text{При } F=30 \text{ Гц имеем: } 0,1 \frac{1}{R^3} \geq \frac{6,28 \cdot 30}{R^2 \cdot 3 \cdot 10^8}; R \leq 160 \text{ км.}$$

Таким образом, при $R \leq 160$ км амплитудное значение плотности тока смещения $\delta_{\theta_{\max}}$ (при $\theta=90^\circ$) можно считать определяемой первым слагаемым (4):

$$\delta_{\theta_{\max}} = \frac{I_m \cdot h}{4\pi R^3}. \quad (6)$$

Совершенно идентичное выражение для плотности тока смещения $\delta_{\theta_{\max}}$ в ближней зоне получается и в случае, если плотность тока смещения рассматривать как функцию изменения напряженности электрического поля [3].

Из уравнения (6) можно определить максимальную дальность обнаружения НЛЦ предлагаемым способом:

$$R_{\max} \leq \sqrt[3]{\frac{i \cdot h}{4\pi \cdot \Delta j_{\text{пр. мин}}} \cdot \frac{V_i}{V_{\text{экв}}}}, \quad (7)$$

где i – ток заряда ЛА в установившемся режиме полета; h – высота полета; $\frac{V_i}{V_{\text{экв}}}$ – относительные изменения объема зоны индукции собственного заряда ЛА за счет изменения рельефа местности и предметов на ней по трассе полета (рис. 2); $\Delta j_{\text{пр. мин}}$ – порог чувствительности регистрирующего устройства, определяемый уровнем флуктуации плотности вертикального атмосферного тока в диапазоне частот полезного сигнала. Согласно экспериментальным исследованиям, он принят равным 10^{-20} А/см².

Рассчитанная по (7) дальность обнаружения самолета АН-26 при $h=50$ м, преодолеваемом перепаде высот $\Delta h=5$ м, $\Delta j_{\text{пр. мин}}=10^{-20}$ А/см² и при данных для этого типа ЛА значений i [3] составляет (50÷60) км. При проведении натурных испытаний (июль 1986 г., полигон Ружаны) для ЛА АН-26 при высоте полета $h=50$ м дальность обнаружения составила около 70 км.

Эффект изменения уровня вертикальных токов электричества атмосферы, вызванный низколетящей целью [3, 4], может быть положен в основу принятия решения о наличии цели в пределах дальности обнаружения. Этот эффект будет проявляться в большей мере при уменьшении высоты полета: Δh от высоты полета h не зависит, а при увеличении h увеличивается площадь зоны индукции ($S=4\pi h^2$), что приводит к появлению дополнительных знакопеременных составляющих тока смещения, вызванного изменением емкости системы «ЛА – поверхность Земли», которые могут компенсировать друг друга.

Заключение

Представленный в данной работе материал является результатом многолетних теоретических и экспериментальных исследований автора по пассивному методу радиолокации и может быть использован для практической реализации проблемы обнаружения маловысотных целей, являющихся носителем электрического заряда, определения их местоположения, мониторинга физических полей околоземного воздушного пространства, обусловленных движущимися маловысотными целями.

Автор выражает благодарность сотрудникам кафедры радиотехнических систем БГУИР Игнатовичу В.Г. и Прохорову А.И. за участие в изготовлении регистрирующих устройств и в проведении натурных испытаний, главному штурману 26 Воздушной Армии генерал-майору авиации Сахарову М.Г. за организацию и участие в проведении натурных испытаний по обнаружению маловысотных целей в 1985-1986 гг.

AIRCRAFT DETECTION AT LOW AND EXTREME LOW ALTITUDES THROUGH PASSIVE MACROWAVE RADIOLOCATION

R.G. KHEKHNEV

Abstract

This article deals with describing of the means of electrically charged aircraft detection while they are flying at low and extremely low altitudes (20-60 metres). The equation to count the range of detection that depends on parameters of static electrification of low altitude flying aircraft, on relief nature with its objects in the flying track, on the level of natural interferences on the range of infrared frequencies, on sensitivity of the device that registers the phenomena stated by the author is given.

Список литературы

1. *Именитов И.М.* Электризация самолетов в облаках и осадках. Л, 1970.
2. *Небабин В.Г., Сергеев В.В.* Методы и техника радиолокационного распознавания. М, 1984.
3. *Хехнев Р.Г.* Способ Хехнева обнаружения низколетящего объекта, являющегося носителем электрического заряда. №3155419/24-09. Заявл. 22.08.86.
4. *Красовский А.А.* // Изв. РАН. Теория и системы управления, 1998. №3.
5. *Бессонов Л.А.* Теоретические основы электротехники. М, 1967.
6. *Именитов И.М.* Приборы и методы для изучения электричества атмосферы. М, 1975.
7. *Илюкович А.М.* Техника электрометрии. М, 1976.
8. *Александрова М.С.* Флуктуации электромагнитного поля Земли в диапазоне сверхнизких частот. М., 1972.

УДК 658.012.011.56

АНАЛИЗ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ РЕЗИНОСМЕШЕНИЕМ

А.В. КРОЛИВЕЦ

ОАО «Белизна»
Минское шоссе, Бобруйск, 213824, Беларусь

Поступила в редакцию 2 марта 2012

В статье приводится сравнение различных систем управления резиносмешением и описывается взаимосвязь параметров резиносмесителя и процесса смешения.

Ключевые слова: резиносмешение, система управления, математическая модель, оптимизация.

Введение

Для интенсификации и увеличения эффективности производства необходимы автоматизация и внедрение оптимизирующих управляющих систем, использующих методы кибернетического моделирования и электронную вычислительную технику [1-3]. Использование этих средств позволяет не только снижать трудовые затраты, но также стабилизировать весь производственный процесс и повысить его уровень за счет исключения из производства субъективных факторов и оптимизации технологического процесса в целом. Целью автоматизации подготовительного производства, кроме того, является устранение тяжелого ручного труда при развеске и загрузке ингредиентов.

Теоретический анализ

Подготовительное производство шинных заводов все еще продолжает оставаться одним из наиболее трудоемких и энергоемких участков в целом по отрасли. Вместе с тем следует подчеркнуть, что при современных коротких циклах смешения (2-3 мин) и обилии различных компонентов резиновой смеси (до 30-40), проведение процесса и управление им вручную осуществить вообще невозможно. Это можно сделать только с помощью автоматизирующих и программирующих систем.

Системы автоматизированного контроля и управления (САУ) охватывают все многообразие осуществляемых при изготовлении резиновых смесей процессов, включая управление транспортировкой ингредиентов, их дозированием, обеспечение необходимой последовательности загрузки и работой резиносмесителя [3].

Появление резиносмесителей с плавным регулированием частоты вращения роторов и температуры поступающих хладагентов создало возможность использования автоматизированных систем управления (АСУ) резиносмесителями.

В работе [4] рассмотрена проблема оптимального управления частотой вращения роторов резиносмесителя. Показано, что управление частотой вращения роторов по полученному расчетному закону при приготовлении резиновых смесей заданного качества сокращает продолжительность смешения на 10 % и снижает энергозатраты на 3,5 %.

Методика

Влияние размеров резиносмесителя на процесс смешения рассматривалось еще Бергеном [5], который связал эффективность резиносмесителя с определенным уровнем напряжения сдвига:

$$\sigma = \eta \frac{U}{H} = \eta \frac{RN}{H} = C_1,$$

где U – общий коэффициент теплопередачи; H – зазор между выступами ротора и стенкой камеры; R – радиус ротора; N – угловая скорость; C_1 – константа.

Берген также отметил необходимость равенства общего напряжения сдвига материала в больших и малых машинах:

$$\Upsilon = \frac{L}{H} \cdot N = C_2,$$

где L – длина выступа на роторе; C_2 – константа.

Было указано, что скорость ротора большого резиносмесителя должна быть снижена для достижения одинакового эффекта.

Применение экспериментальных методов для получения обобщенных зависимостей в сочетании с математической статистикой, а также с теорией подобия и моделирования, позволяет в значительной степени облегчить решение различных задач при разработке режимов приготовления смесей и конструкций нового смесительного оборудования. Методы теории подобия и анализа размерностей достигли большой детализации в технологии перемешивания простых и аномально-вязких жидкостей [6].

Математический подход основан на нормализации основных дифференциальных уравнений гидродинамики вязкой жидкости.

Эти уравнения в сокращенной записи для трехмерной задачи будут:

$$D(p\omega) = -\nabla p + \eta(\nabla \cdot V_{ij}) + \rho \bar{g}, \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \omega_i}{\partial t} + \frac{\partial \omega_i}{\partial x_j} \omega_j \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g + \eta \left(\frac{\partial^2 \omega_i}{\partial x_k \partial x_j} \right) \quad (2)$$

где D – знак полной производной; ∇ – оператор Гамильтона; V_{ij} – тензор скорости деформации; $V_{ij} = \partial \omega_i / \partial x_j + \partial \omega_j / \partial x_i$; ω – скорость течения жидкости.

Суммирование (в данном случае – по « j ») производится в соответствии с правилом относительно «немного» индекса. Для гидродинамически подобных изотермических систем уравнения (1-2) при подстановках типа $a_p = \frac{\rho'}{\rho}$ преобразуются:

$$a_p \rho \left[\frac{a_\omega}{a_i} \frac{\partial \omega_i}{\partial t} + \frac{a^2 \omega}{a_i} \left(\frac{\partial \omega_i}{\partial x_j} \right) \cdot \omega_j \right] = a_p a_g \rho g - \frac{a_p}{a_i} \frac{\partial p}{\partial x_i} + a_\eta \eta \left[\frac{a_\omega}{a_L^2} \frac{\partial \omega_i}{\partial x_k \partial x_j} \right]. \quad (3)$$

При соблюдении подобия уравнения (2) и (3) идентичны. Учитывая попарное равенство произведений коэффициентов подобия и деля их все на $a_p a_\omega^2 / a_L$, получим:

$$\frac{a_L}{a_\omega a_i} = \frac{a_g a_L}{a_\omega^2} = \frac{a_p}{a_p a_\omega^2} = \frac{a_\eta}{a_L a_p a_\omega} = 1 \quad (4)$$

В каждом из отношений (4) имеется определяющий множитель (t , g , p , η). Из первого отношения:

$$\frac{a_L}{a_\omega a_i} = \frac{L_M / L_H}{\omega_M / \omega_H \cdot t_M / t_H} = 1$$

$$\frac{\omega_M t_M}{L_M} = \frac{\omega_H t_H}{L_H} = \text{idem}$$

где индекс «*M*» – означает модель, а «*H*» – натуру.

Таким образом, из первого отношения получим критерий гомохронности. $H_0 = \frac{\omega t}{L}$, а из других – критерии Фруда (*Fr*), Эйлера (*E_u*) и Рейнольдса (*Re*), отсюда

$$f(H_0, Fr, E_u, Re) = 0$$

или

$$E_u = A Fr^m Re^l H_0^1 \quad (5)$$

Таким образом, *E_u* выражен степенной функцией критериев *Fr*, *H₀* и *Re*. Критериальное уравнение (5) дает общую связь между критериями гидродинамического подобия, которое должно быть для различных классов явлений и устройств конкретизировано путем экспериментального определения коэффициентов уравнения.

Так, для перемешивающих устройств, эксплуатирующихся в вязкой среде, Штербачеком и Тауском [7] определен критерий мощности *K_M* или критерий Эйлера при смешении (*E_{u см}*).

При средних скоростях смешения и больших вязкостях *Fr* можно не учитывать (можно принять *m=0*), а в установившемся процессе *H₀=const* (*l=0*). Тогда *K_N* и *E_{u см}* будут зависеть только от *Re*:

$$E_{u_{\text{см}}} = K_N = C Re_{\text{см}}^k = C \left(\frac{p n d_y^2}{\eta} \right)^k,$$

где *Re_{см}* – критерий Рейнольдса, преобразованный для вращательного движения при смешении; *n* – частота вращения мешалки, ротора, лопасти и т.п.; *d_y* – диаметр устройства (смесителя); *C* – постоянный коэффициент.

При ламинарном течении (*k≈-1*), пользуясь понятием эффективной вязкости, имеем:

$$K_N = C_1 Re^{-1}.$$

или

$$N = C_1 \eta_{\text{эф}} n^2 d_y^3;$$

т.к. $\eta_{\text{эф}} \cdot n \approx \text{const}$, то $N = C_1 (\eta_{\text{эф}} \cdot n) \cdot n \cdot d_y^3$

Заключение

В статье приводится сравнение различных систем управления резиносмешением, которые позволяют более эффективно организовать шинное производство. Наиболее эффективное воздействие на процесс приготовления резиновых смесей оказывает управление частотой вращения роторов, которое сокращает продолжительность смешения на 10% и снижает энергозатраты на 3,5 %.

THE ANALYSIS OF CONTROL SYSTEMS OF RUBBERMIXING

A.V. KROLIVETS

Abstract

Comparison of various control systems of rubbermixing and description of the interrelation of rubbermixer parametres and process of mixture are given in the article.

Список литературы

1. *Lenk P.S.* // J. Appl. Polymer Sci. 1978. Vol. 22, №7. P. 1775-1781.
2. *Вострокнутов Е.Г., Новиков М.И., Прозоровская Н.В. и др.* Процессы и оборудование для изготовления резиновых смесей. М., 1977.
3. *Фадеев А.К.* Шприцевание резиновых заготовок. М., 1960.
4. *Кроливец А.В.* // Докл. БГУИР.2005. №2(10).С. 46-51.
5. *Мак-Келви Д.М.* Переработка полимеров. М., 1965.
6. *Новиков В.И., Чесноков В.В., Шварц А.Г.* Планирование эксперимента и применение вычислительной техники в процессе синтеза резины. М., 1970.
7. *Орлова В.Г., Чесноков В.В., Вострокнутов Е.Г. и др.* // Производство шин, РТИ и АТИ. 1975. №3. С. 24-26.

УДК 621.317.335

СВЧ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЖИДКОСТЕЙ

Н.А. ПЕВНЕВА, А.В. ГУСИНСКИЙ, А.Л. ГУРСКИЙ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь**Поступила в редакцию 22 мая 2012*

Рассмотрен волноводный метод определения диэлектрической проницаемости материалов с использованием панорамного измерителя коэффициента отражения и передачи. Проведена оценка влияния параметров волноводного тракта (линейных размеров, коэффициентов отражения материалов) на точность измерений диэлектрической проницаемости в СВЧ диапазоне.

Ключевые слова: диэлектрическая проницаемость, диэлектрический стержень, стоячая волна, коэффициент отражения.

Введение

Изучение диэлектрических свойств вещества, т. е. исследование поведения его комплексной диэлектрической проницаемости в зависимости от частоты, температуры, давления, напряженности электрического поля и прочих факторов, имеет весьма важное научное и техническое значение. Эти исследования позволяют выявить некоторые закономерности строения молекул, недоступные другим методам, а также дают возможность получить новые необходимые технике изоляционные материалы с заданными свойствами [1].

Выбор метода измерений определяется многими обстоятельствами: частотным диапазоном, свойствами исследуемого материала, необходимостью дополнительных внешних воздействий на образец (температура, излучение, магнитное или электрическое поле и др.). Важно также учитывать, что методы, пригодные для измерения образцов с небольшой величиной проницаемости, оказываются непригодными для образцов с высокими значениями диэлектрической проницаемости и тангенса угла потерь.

Широко известны такие методы изучения свойств материалов с использованием радиоволновой техники, как волноводные, резонансные и свободного пространства [1]. В сантиметровом диапазоне длин волн одним из наиболее удобных и точных методов является волноводный метод с частичным заполнением волновода (метод тонкого стерженька) [2]. В данной работе рассмотрена модификация этого метода с целью увеличения точности и оптимизации математической модели обработки результатов.

Методика эксперимента и его результаты

В общем случае измерительная установка для реализации метода тонкого стерженька включает: генератор; аттенюатор; вентиль; зонд отбора мощности; волновод; образец; поршень; микрометрический винт; термостатирующая рубашка; термостат; детектор; фильтр СВЧ; измеритель отношений напряжений; частотомер [3]. Диэлектрическая проницаемость вычисляется через определение эквивалентной нормированной проводимости (ее действительной и мнимой составляющих). Реактивная составляющая проводимости определяется по сдвигу положения поршня p при измерении положения минимума тока без образца и с образцом. Активная часть проводимости определяется через отношение токов, измеренных в максимуме без образца и в минимуме с образцом при квадратичной характеристике детектора [2].

Метод тонкого стерженька базируется на вычислении диэлектрической проницаемости твердых и жидких диэлектриков путем воздействия электромагнитного поля на объект измерения и измерении параметров стоячей волны (ослабления сигнала и его фазы) при закороченном волноводе в присутствии и отсутствии образца. Расчет диэлектрической проницаемости осуществляется через эквивалентную нормированную проводимость.

Основным отличием модифицированного метода тонкого стерженька является то, что для определения активной и реактивной составляющих проводимости с помощью панорамного измерителя проводится измерение коэффициентов отражения в максимуме стоячей волны в отсутствии образца и в минимуме стоячей волны в присутствии и отсутствии образца.

Для реализации данного способа применялась измерительная установка, состоящая из высокоточного генератора качающейся частоты (ГКЧ) с системой автоматического регулирования мощности (АРМ); СВЧ измерительного тракта (1), состоящего из двух последовательно соединенных направленных ответвителей (НО); унифицированного индикатора Я2Р-70; объекта измерения в виде диэлектрического стержня (2); аттенюатора (3) и подвижного поршня (4) (рис. 1).

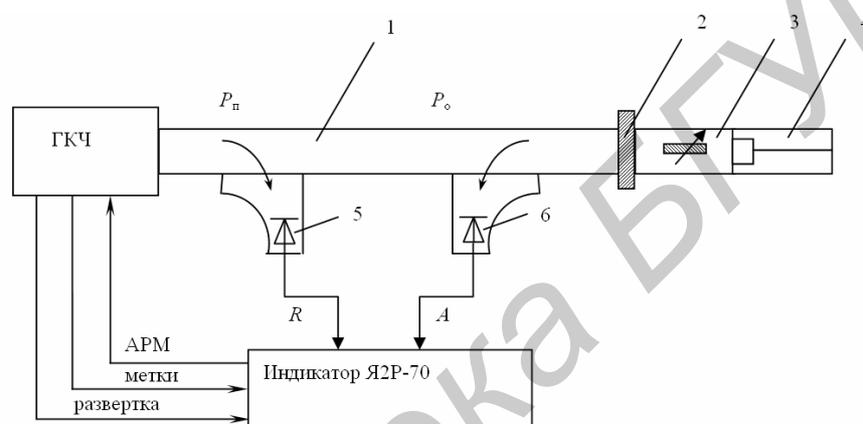


Рис. 1. Структурная схема измерительной установки

На выходе ГКЧ формируется частотно- и амплитудно- модулированный СВЧ-сигнал постоянного уровня. Постоянство выходной мощности ГКЧ поддерживается с помощью системы АРМ, которая работает по сигналу P_n' , подаваемому из индикатора в генератор. НО1 отводит сигнал, пропорциональный мощности падающей волны P_n ; НО2 – мощности отраженной волны P_o . Сигналы НО детектируются квадратичными детекторами (5, 6). Выходные напряжения детекторов позволяют определить модуль коэффициента отражения и ослабления. Сигналы, пропорциональные коэффициенту ослабления, снимаются с детекторных головок, подключаемых как оконечные нагрузки на выход измеряемого устройства и чувствительных к прошедшей через измеряемый объект СВЧ мощности. Сигналы, пропорциональные коэффициенту отражения, снимаются с детекторов, включенных во вторичные каналы направленных ответвителей и чувствительных к величине отраженной от измеряемого устройства СВЧ мощности [4].

Объект измерения представлял собой полиэтиленовый полый стержень диаметром d , в который помещается исследуемый материал. Стержень фиксируется в сквозном отверстии со стороны широкой стенки волновода шириной a (рис. 2). Отношение d/a может меняться в широких пределах (от 0,12 до 0,05) [2].

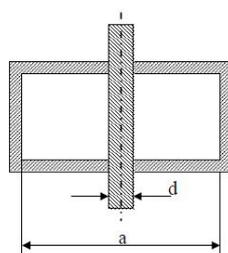


Рис. 2. Поперечное сечение волновода с диэлектрическим стержнем

Способ измерения сводится к определению в прямоугольном волноводе эквивалентной нормированной проводимости некоторой неоднородности, которая вносится в волновод цилиндрическим диэлектрическим стерженьком, помещаемым в центре широкой стенки волновода параллельно вектору напряженности электрического поля волны Н10, распространяющейся в волноводе.

Предполагая, что материал образца обладает комплексной диэлектрической проницаемостью, можно определить ее составляющие через параметры волноводной линии, размеры образца и экспериментально измеренные проводимости G и B .

Проводимости G и B измеряются с помощью подвижного короткозамыкающего поршня. Реактивная составляющая проводимости B определяется по сдвигу положения поршня при измерении положения минимума коэффициента отражения без образца и с образцом:

$$B = \operatorname{tg} \frac{2\pi}{\lambda_g} p, \quad (1)$$

где p – сдвиг положения поршня; λ_g – длина волны в волноводе.

Активная часть проводимости G определяется через коэффициенты отражения в максимуме без образца и в минимуме с образцом:

$$G = \frac{1}{\sqrt{10^{\frac{S1-S2}{10}} - 1}}, \quad (2)$$

где $S1$ и $S2$ – коэффициенты отражения в децибелах в максимуме без образца и в минимуме с образцом соответственно.

Комплексная диэлектрическая проницаемость и ее составляющие рассчитываются по формулам [1, 2]:

$$\varepsilon = \varepsilon' + \varepsilon'', \quad (3)$$

$$\varepsilon' = 1 + \left[2 \left(\frac{\lambda}{\pi d} \right)^2 + 0,5 \right] \cdot \frac{u}{u^2 + v^2}, \quad (4)$$

$$\varepsilon'' = \left[2 \left(\frac{\lambda}{\pi d} \right)^2 + 0,5 \right] \cdot \frac{v}{u^2 + v^2}, \quad (5)$$

где ε – комплексная диэлектрическая проницаемость, ε' и ε'' – действительная и мнимая составляющая диэлектрической проницаемости соответственно, λ – длина волны в свободном пространстве, d – диаметр стерженька, u и v – переменные, введенные для упрощения выражения, рассчитываемые по формулам:

$$u = 2 \sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} \left[\frac{1}{\sqrt{n^2 - (2a/\lambda)^2}} - \frac{1}{n} \right] - 1,75 + \ln 4a / \pi d + \frac{2\lambda_g}{a} \frac{B}{B^2 + G^2}, \quad (6)$$

$$v = \frac{2\lambda_g}{a} \frac{G}{B^2 + G^2}, \quad (7)$$

где a – размер широкой стенки волновода.

Предлагаемый метод измерений основывается на возможности получения информации об активной и реактивной составляющих проводимости через коэффициент отражения стоячей волны в измерительном тракте.

Особенностью предложенной методики измерений является измерение коэффициентов отражения, а не значений токов. При этом вычисление активной части проводимости производится по выведенной в данной работе формуле (2), в отличие от известного метода, где активная часть проводимости определяется через отношение токов, измеренных в максимуме без образца I_{\max} и в минимуме с образцом I_{\min} .

$$G = \frac{1}{\sqrt{\frac{I_{\text{макс}}}{I_{\text{мин}}} - 1}}$$

Предполагаемая последовательность операций позволяет не проводить измерение токов и соответственно исключить из установки вентиль; зонд отбора мощности; микрометрический винт; термостатирующую рубашку; термостат; фильтр СВЧ; частотомер. За счет упрощения измерительной установки уменьшается вклад в погрешность измерения, поскольку исключаются несколько инструментальных погрешностей.

В Центре 1.9 «Научно-образовательный инновационный центр СВЧ технологий и их метрологического обеспечения» Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники была проведена проверка работоспособности модифицированного метода. Основой измерительной установки, в которой реализован предложенный способ, был скалярный анализатор цепей P2-104, имеющий следующие метрологические характеристики: рабочие диапазоны частот 0,01-18 ГГц; 17,44-25,86 ГГц; 25,86-37,50 ГГц; основная погрешность установки частоты от $\pm 0,1\%$ до $\pm 0,5\%$ (в зависимости от диапазона частот); диапазон измерения КСВН 1,1-5,0; диапазон измерения ослабления от 0 до -40 дБ; погрешность измерения КСВН $\pm(5K+6)\%$, где K – величина измеряемого КСВН; погрешность измерения ослабления $\pm(0,05A+0,5)$ дБ, где A – величина измеряемого ослабления. Измерения были проведены на частоте 9,5 ГГц.

По результатам исследований опытного образца в виде ацетона сдвиг положения поршня p составил 3,5 мм, разница S1-S2 равна 6,7 дБ. Рассчитанная комплексная диэлектрическая проницаемость равна 22. Погрешность измерений составляет 2,7%. Табличное значение диэлектрической проницаемости ацетона 21,4.

При исследовании опытного образца в виде трансформаторного масла сдвиг положения поршня p составил 1,6 мм, разница S1-S2 равна 14,7 дБ. Рассчитанная комплексная диэлектрическая проницаемость равна 2,43. Погрешность измерений составляет 2,9%. Табличное значение диэлектрической проницаемости трансформаторного масла 2,5.

Проведены испытания с опытным образцом в виде этилового спирта. Сдвиг положения поршня p составил 2,4 мм. Разница S1-S2 равна 5,0 дБ. Рассчитанная комплексная диэлектрическая проницаемость равна 24,8. Погрешность измерений составляет 1,2%. Табличное значение диэлектрической проницаемости этилового спирта 25,1.

Далее эксперимент проводился для солей KCl. По полученным экспериментальным данным были построены зависимости действительной и мнимой составляющих диэлектрической проницаемости (рис. 3) для пяти различных концентраций водных растворов KCl, причем растворы готовились из трех видов руд, концентрация KCl в которых составляла 29, 85 и 96% (определена по данным химического анализа).

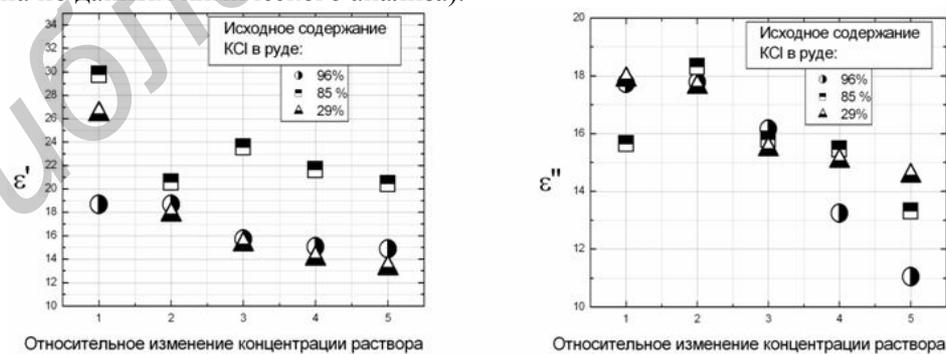


Рис. 3. Результаты расчетов действительной и мнимой составляющих диэлектрической проницаемости водных растворов KCl для различных концентраций растворов

Заключение

На основе метода диэлектрического стерженька разработана методика анализа процентного содержания KCl в многофазной смеси, которая позволяет существенно снизить тру-

доемкость работы, в сравнении с уже существующими волноводными методами. Данный метод отличается простотой и обеспечивает надежность получаемых результатов при измерении, многократные наблюдения повторяют полученные результаты. Для эксперимента требуется малое количество исследуемого материала (до 0,5 г KCl), что позволяет исследовать вещества, получаемые в малых количествах, а также обеспечить достаточную однородность образцов по объему (при условии размельчения руды до порошкового состояния).

MICROWAVE METHOD FOR DETERMINATION OF DIELECTRIC PROPERTIES OF LIQUIDS

N.A. PEVNEVA, A.V. GUSINSKII, A.L. GURSKII

Abstract

The waveguide method for determining the dielectric constant of materials was considered with using a panorama meter of the reflection and transmission coefficients. The influence of the waveguide channel's parameters (linear dimensions, the reflection coefficients of materials) on the accuracy of the permittivity in the microwave range was assessed.

Список литературы

1. Брандт А.А. Исследование диэлектриков на сверхвысоких частотах. М., 1963.
2. J. Le Bot, S. Le Montagner. // Comptes Rendus. 1953. P 236-469.
3. Логинова Д.В., Лилеев А.С., Ляценко А.К. // Журн. неорганической химии. 2002. Т. 47, №9. С. 1558-1565.
4. Белошицкий А.П., Гусинский А.В., Кострикин А.М. Метрология и измерения. Измерение параметров цепей с распределенными постоянными. Мн., 1996.

УДК 621.385

УСИЛИТЕЛИ И УМНОЖИТЕЛИ НА ОСНОВЕ ГИРО-ЛБВ

С.В. КОЛОСОВ, А.А. КУРАЕВ, А.В. СЕНЬКО

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 17 января 2012

Рассмотрены возможности конструирования Гиро-ЛБВ с высоким коэффициентом усиления. Представлены конструкции Гиро-ЛБВ на первой и второй гармониках циклотронной частоты и умножителя частоты с первой гармоники на вторую гармонику циклотронной частоты. Проведен анализ влияния гофрировки поглощающей секции Гиро-ЛБВ на коэффициент усиления и КПД лампы.

Ключевые слова: Гиро-ЛБВ, умножители частоты, гирорезонанс.

Введение

Теория возбуждения нерегулярного волновода релятивистским электронным потоком с учетом омических потерь в стенках волновода изложена в [1]. Возможности создания Гиро-ЛБВ с невысоким коэффициентом усиления проанализированы в [2].

Для достижения высокого коэффициента усиления Гиро-ЛБВ требуется использовать лампы большой длины. В выходной отбирающей секции Гиро-ЛБВ происходит возбуждение волны не только бегущей вместе с электронным потоком (попутной волны), но и возбуждается встречная волна. Хотя амплитуда этой волны мала, но она может достигнуть входа лампы, где она уже соизмерима и даже может превышать амплитуду входного сигнала, а это приводит к ее самовозбуждению. Другими словами мы получим не усилитель, а генератор. Для предотвращения попадания встречной волны на вход лампы следует в средней части помещать секцию поглощения волн, как это, например, показано в [3].

Самосогласованные уравнения Гиро-ЛБВ

Воспользуемся общей теорией возбуждения продольно-нерегулярного волновода с учетом конечной проводимости стенок, развитой в [1], для H_{0i} -волн (азимутальный индекс $n=0$). Заметим, что при $n=0$ [1] волны H_{0i} и E_{0i} оказываются энергетически не связанными. Однако в Гиро-ЛБВ сгруппированный спирализованный поток электронов возбуждает не только рабочие H_{0i} -волны, но и E_{0i} (распространяющиеся и закритические). Поэтому в уравнениях возбуждения должны быть представлены как H_{0i} , так и E_{0i} -волны (распространяющиеся и закритические).

В соответствии с [1] имеем:

$$\vec{E}_t^p = \text{Re} \sum_m \dot{\vec{E}}_m^e \cdot e^{jm\omega t}, \quad \vec{E}_z = \text{Re} \sum_m \dot{\vec{E}}_{zm}^e \cdot e^{jm\omega t}, \quad (1)$$

$$\text{где } \dot{\vec{E}}_t^p = \sum_{p=1}^l (\dot{A}_{m0p}^e(z) \cdot \vec{e}_p^e + \dot{A}_{m0i}^m(z) \cdot \vec{e}_p^m), \quad \dot{\vec{E}}_{zm}^e = \sum_{p=1}^l \dot{C}_{m0p}^e(z) \cdot \vec{z}_0 \cdot \varphi_p, \quad (2)$$

$$\Phi_p = J_0(v_{0p} \cdot \rho); \quad \vec{e}_p^e = \vec{\rho}_0 \cdot v_{0p} \cdot J_0'(v_{0p} \cdot \rho) = -\vec{\rho}_0 \cdot v_{0p} \cdot J_1(v_{0p} \cdot \rho);$$

$$\vec{e}_p^m = -\vec{\Phi}_0 \cdot \mu_{0p} \cdot J_0'(\mu_{0p} \cdot \rho) = \vec{\Phi}_0 \cdot \mu_{0p} \cdot J_1(\mu_{0p} \cdot \rho),$$

$J_0(x)$, $J_1(x)$ – функции Бесселя соответственно нулевого и первого порядков, $J_0(v_{0p}) = 0$, $J_1(\mu_{0p}) = 0$.

Здесь $\vec{\rho}_0$, $\vec{\Phi}_0$, \vec{z}_0 – единичные векторы в преобразованной системе координат [1], $\rho = r/b(z)$, $b(z)$ – внутренний радиус нерегулярного волновода.

Физические компоненты вектора \vec{E} связаны с «расчетными» компонентами \vec{E}^p следующим образом:

$$E_z = E_\rho^p / b, \quad E_\phi = E_\phi^p / b, \quad E_z = E_z^p - E_\rho^p \frac{db}{dz} \frac{\rho}{b}, \quad \dot{B}_m = \frac{j \cdot \text{rot}(\vec{E}_m)}{m \cdot \omega}. \quad (3)$$

Амплитуды связанных волн в соответствии с [1] определяется следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений.

Уравнения возбуждения для E_{0i} -волн.

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{A}_{m0p}^e}{dz} &= \dot{V}_{m0p} + v_{0p} \dot{C}_{m0p}; \\ v_{0p} \dot{C}_{m0p} &= -\frac{\dot{V}_{m0p} v_{0p}^2}{m^2 g^2} + \frac{v_{0p}}{g e_{0pp}} \cdot \frac{dg}{dz} \cdot \left[\sum_i \dot{A}_{m0i}^e I_{2oip} \right] - j \frac{\Delta v_{0p}}{m \cdot e_{0pp} \cdot \pi \cdot g^2} \cdot \frac{1}{N_e} \cdot \sum_{j=1}^{N_e} J_0(v_{0p} \rho_j) e^{-jmT_j} - \\ &- j \frac{v_{0p} J(v_{0p}) \cdot \sqrt{1+(g')^2} \cdot \dot{W}}{g \cdot m \cdot e_{0pp}} \times \sum_i [J_1(v_{0i}) \dot{V}_{m0i}]; \\ \frac{d\dot{V}_{m0p}}{dz} &= -m^2 \cdot \dot{A}_{m0p}^e - m^2 \cdot \left(\frac{dg}{dz} \right)^2 \cdot \frac{1}{e_{0pp}} \cdot \sum_i \dot{A}_{m0i}^e I_{3opi} + m^2 \cdot g \cdot \frac{dg}{dz} \cdot \frac{1}{e_{0pp}} \sum_i \dot{C}_{m0i} I_{2opi} + \\ &+ \frac{j \cdot m \cdot \Delta}{e_{0pp} \cdot g \cdot \pi} \cdot \frac{1}{N_e} \cdot \sum_{j=1}^{N_e} \left[\left(\beta_{r_j} - \rho \beta_{z_j} \frac{dg}{dz} \right) \cdot J_1(v_{0p} \rho_j) \right] \frac{e^{-jmT_j}}{\beta_{z_j}}. \end{aligned} \quad (4)$$

Уравнения возбуждения для H_{0i} -волн.

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{A}_{m0p}^m}{dz} &= \dot{P}_{m0p}; \\ \frac{d\dot{P}_{m0p}}{dz} &= -\dot{A}_{m0p}^m \left[m^2 - \frac{\mu_{0p}^2}{g^2} - \frac{\gamma_{s0p}^5}{g^2} \left(\frac{dg}{dz} \right)^2 \right] + \sum_{i \neq p} \dot{A}_{m0i}^m \left(\left(\frac{1}{g} \cdot \frac{dg}{dz} \right)^2 \gamma_{0pi}^7 + \frac{1}{g} \frac{d^2 g}{dz^2} \gamma_{0pi}^8 \right) / h_{0pp} + \\ &+ \frac{1}{g} \cdot \frac{dg}{dz} \cdot \sum_{i \neq p} \dot{P}_{m0i} \gamma_{0pi}^9 / h_{0pp} - j \frac{m \cdot \Delta}{h_{0pp} \cdot \pi \cdot g} \cdot \frac{1}{N_e} \sum_{j=1}^{N_e} j \beta_{\phi_j} J_1(\mu_{0p} \rho_j) \cdot \frac{e^{-jmT_j}}{\beta_{z_j}} + \\ &+ \frac{j(1+(g')^2)^{\frac{2}{3}} \cdot \mu_{0p} \cdot J_0(\mu_{0p}) \dot{W}}{m \cdot g^3 \cdot h_{0pp}} \cdot \sum_i \dot{A}_{m0i} \mu_{0i} J_0(\mu_{0i}), \end{aligned} \quad (5)$$

В (4) и (5) коэффициенты h , e , γ , I имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
h_{0pp} &= \frac{1}{2} \cdot J_0^2(\mu_{0p}); \quad e_{0pp} = \frac{1}{2} \cdot J_1^2(v_{0p}); \\
\gamma_{s0p}^5 &= (\mu_{0p}^2) \cdot J_0^2(\mu_{0p}) / (6h_{0pp}) = \mu_{0p}^2 / 3; \\
\gamma_{0pi}^7 &= \frac{\mu_{0i} J_0(\mu_{0i}) \cdot J_0(\mu_{0p})}{\mu_{0p} (\mu_{0i}^2 - \mu_{0p}^2)} [\mu_{0p}^2 (\mu_{0i}^2 + 3\mu_{0p}^2)]; \\
\gamma_{0pi}^8 &= \frac{\mu_{0i} \cdot \mu_{0p}}{\mu_{0i}^2 - \mu_{0p}^2} \cdot J_0(\mu_{0i}) \cdot J_0(\mu_{0p}); \\
\gamma_{0pi}^9 &= \frac{2 \cdot \mu_{0i} \cdot \mu_{0p}}{\mu_{0i}^2 - \mu_{0p}^2} \cdot J_0(\mu_{0i}) \cdot J_0(\mu_{0p}); \\
I_{2opi} &= \frac{v_{0p} \cdot J_1(v_{0p}) \cdot J_1(v_{0i})}{v_{0i}^2 - v_{0p}^2}, \quad i \neq p; \\
I_{2opp} &= -\frac{1}{2v_{0p}} \cdot J_1^2(v_{0p}) = -\frac{e_{0pp}}{v_{0p}}; \\
I_{3opi} &= \frac{2(v_{0i}^2 + v_{0p}^2)}{(v_{0i}^2 - v_{0p}^2)^2} J_1(v_{0p}) J_1(v_{0i}), \quad i \neq p; \\
I_{3opp} &= J_1^2(v_{0p}) \left[\frac{1}{6} + \frac{1}{v_{0p}^2} \left(\frac{2}{3} \right) \right].
\end{aligned}$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$z = z' \cdot 2\pi / \lambda_0$, z' – размерная координата;

$g(z) = b(z') \cdot 2\pi / \lambda_0$, $2\pi / \lambda_0 = \omega_0 / c$, ω_0 – опорная частота в расчетах, c – скорость света,

$m = \omega / \omega_0$, $\vec{\beta}_j = \vec{v}_j / c$, \vec{v}_j – скорость j -й «крупной частицы» в электронном потоке,

$\Delta = I_0 \cdot 0,73723 \cdot 10^{-3}$, I_0 – ток электронного потока в амперах;

$\dot{A}_{m0p}^e = \frac{\dot{E}_{m0p}^e \cdot \eta_0}{c^2}$, $\dot{C}_{m0p} = \frac{\dot{E}_{zm0p}^e \cdot \eta_0}{\omega_0 \cdot c}$, $\dot{A}_{\varphi m0p}^m = \frac{\dot{E}_{\varphi m0p}^e \cdot \eta_0}{c^2}$, \dot{E}_{m0p}^e , \dot{E}_{zm0p}^e – размерные комплексные

компоненты вектора напряженности электрического поля волны E_{0p} на частоте $n\omega$;

$\dot{E}_{\varphi m0p}^m$ – размерная комплексная компонента вектора напряженности электрического поля волны H_{0p} на частоте $n\omega$.

$\eta_0 = e / m_0$ – отношение заряда (e) электрона к его массе (m_0),

$\dot{W} = (1 + j) \cdot \sqrt{f[\text{Гц}] \cdot \rho[\text{мкОм/м}] \cdot 2,77 \cdot 10^{-8}}$,

$\dot{W}_\sigma^m = (1 + j) \cdot W_0 \cdot \sqrt{\frac{m \cdot \omega \cdot \varepsilon_0}{2 \cdot \sigma}} = W^0 \cdot \dot{W}$,

$W_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$.

Граничные условия к системе (4) имеют следующий вид.

На левой границе волновода для рабочей волны граничные условия задаются следующим образом:

$$\dot{V}_{m0p} \frac{\chi_{e,0p}}{m^2} - j \dot{A}_{m0p}^e = -2j \sqrt{\left| K_{in} \frac{(1 - R_0) \chi_{e,0p}}{R_0 \cdot \pi \cdot e_{0pp} \cdot m} \right|} \Bigg|_{z=0} \quad (6)$$

для распространяющихся не рабочих волн –

$$\dot{V} \frac{\chi_{e,0p}}{m^2} - j\dot{A}_{m0p}^e = 0|_{z=0}, \quad (7)$$

для закритических волн –

$$\dot{V}_{m0p} \frac{|\chi_{e,m0p}|}{m^2} + \dot{A}_{m0p}^e = 0|_{z=L}. \quad (8)$$

На правой границе волновода граничные условия для распространяющихся волн имеют вид –

$$\dot{V}_{m0p} \frac{\chi_{e,0p}}{m^2} + j\dot{A}_{m0p}^e = 0|_{z=0}, \quad (9)$$

для закритических типов волн –

$$-\dot{V}_{m0p} \frac{|\chi_{e,0p}|}{m^2} + \dot{A}_{m0p}^e = 0|_{z=0}. \quad (10)$$

Здесь:

$$\chi_{e,0p}^2 = m^2 - \frac{v_{0p}^2}{g^2}. \quad (11)$$

Соответственно граничные условия для системы (5) формулируются как следует ниже.

На левой границе волновода для рабочей волны граничные условия задаются следующим образом:

$$\dot{P}_{m0p} - j\chi_{m,0p} \dot{A}_{m0p}^m = -j2\chi_{m,0p} \sqrt{K_{in} \frac{(1-R_0) \cdot m}{R_0 \cdot \pi \cdot h_{0pp} \cdot \chi_{m,m0p}}}, \quad (12)$$

для распространяющихся не рабочих волн –

$$\dot{P}_{m0p} - j\chi_{m,0p} \dot{A}_{m0p}^m = 0|_{z=0}, \quad (13)$$

для закритических волн –

$$\dot{P}_{m0p} - |\chi_{m,0p}| \dot{A}_{m0p}^m = 0|_{z=L}. \quad (14)$$

На правой границе волновода граничные условия для распространяющихся волн имеют вид –

$$\dot{P}_{m0p} + j\chi_{m,0p} \dot{A}_{m0p}^m = 0|_{z=L}, \quad (15)$$

для закритических типов волн –

$$\dot{P}_{m0p} + |\chi_{m,0p}| \dot{A}_{m0p}^m = 0|_{z=L}. \quad (16)$$

Здесь:

$$\chi_{m,0p}^2 = m^2 - \frac{\mu_{op}^2}{g^2}. \quad (17)$$

Систему уравнений возбуждения (4), (5) следует дополнить уравнением движения «крупных частиц» с номерами $j = 1, N$:

$$\frac{d\vec{\beta}_j}{dz} = -\frac{\eta_0}{\omega_0 \cdot c \cdot \beta_{zj}} \cdot \sqrt{1-\beta_j^2} \cdot \{\vec{E} + c \cdot [\vec{\beta}_j, \vec{B}^1] - \vec{\beta}_j \cdot (\vec{\beta}_j, \vec{E})\}, \quad (18)$$

$$\frac{d\vec{r}_j}{dz} = \frac{\vec{\beta}_j}{\beta_{zj}}, \quad \frac{d(\omega_0 t_j)}{dz} = \frac{1}{\beta_{zj}}, \quad \vec{B}^1 = \vec{B} + \vec{B}^0.$$

Начальные условия для (18) имеют вид:

$$\vec{\beta}_j(0) = \vec{\beta}_{j0}, \quad \vec{r}_j(0) = (r_{vc} + \beta_{\perp 0} / (F(0)R_0) \cos \varphi_j) \vec{x}_0 + (\beta_{\perp 0} / (F(0)R_0) \sin \varphi_j) \vec{y}_0, \quad \phi_j(0) = \frac{2\pi j}{N}. \quad (19)$$

Совокупность (1)...(19) образует общую математическую модель Гиро-ЛБВ.

Результаты моделирования

В качестве прототипа была выбрана Гиро-ЛБВ из [3]. Электронная пушка обладала следующими параметрами. Ток электронного пучка – 5 А, напряжение пучка – 100 КВ, пинч фактор – $q=V_{\perp}/V_z=1$, начальный угловой скоростной разброс электронов – $\Delta V_z/V_z=5\%$, радиус ведущего центра $r_{вц}=1,77$ радиан. Рабочая частота – 94 ГГц. Длина прибора составляла – $l = \frac{2\pi L}{\lambda_0} = 268$ радиан, 231 радиан из которых занимал поглотитель с удельным сопротивлением $\rho_{пог.}=70000 \rho_{св.}$. Эта Гиро-ЛБВ работала на первой гармонике циклотронной частоты с рабочей модой H_{01} . Коэффициент усиления этой лампы составлял 50 дБ, КПД достигал 28 % при полосе усиления 5 %.

Наши оптимизационные расчеты с использованием программного комплекса КЕДР [4] позволили получить конструкцию Гиро-ЛБВ, работающую на первой гармонике циклотронной частоты и волне типа TE_{01} , с волновым КПД ~34% при коэффициенте усиления 54 дБ в полосе частот 5,7 %. Интегральные характеристики приведены на рис. 1.

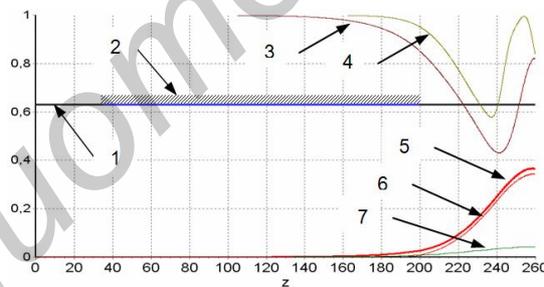


Рис. 1. Интегральные характеристики 1-го варианта Гиро-ЛБВ: 1 – нормированный радиус волновода, 2 – поглотитель, 3 – функция группировки по первой гармонике, 4 – функция группировки по второй гармонике, 5 – электронный КПД, 6 – волновой КПД, 7 – амплитуда волны H_{01}

Следует отметить, что замена поверхности поглощающей секции с регулярной на гофрированную позволяет повысить коэффициент усиления с 54 дБ до 62 дБ при той же длине прибора.

Интегральные характеристики этой Гиро-ЛБВ приведены на рис. 2.

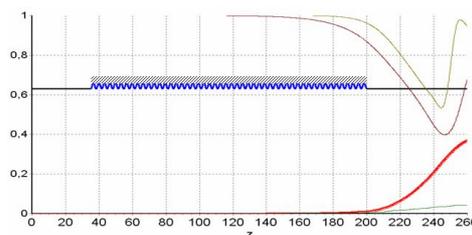


Рис. 2. Интегральные характеристики Гиро-ЛБВ с поглощающим покрытием гофрировки

Частотная характеристика этой Гиро-ЛБВ приведена на рис.3

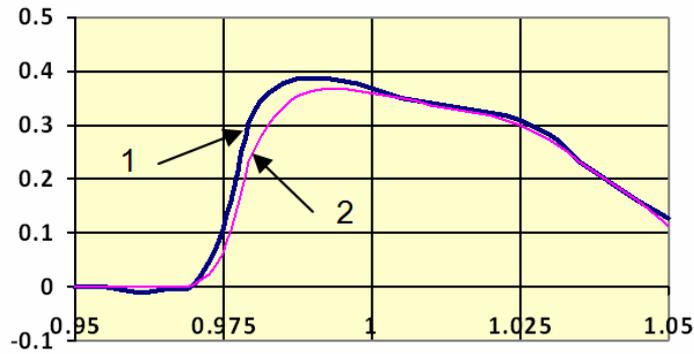


Рис. 3. Зависимости электронного КПД (1) и волнового КПД (2) от частоты

Расчеты Гиро-ЛБВ, работающей на второй гармонике циклотронной частоты и волне типа H_{02} , показали, что можно достичь волнового КПД $\sim 13\%$ в полосе 5% при коэффициенте усиления 34ДБ . В этом случае на ларморовской орбите образуются два сгустка электронов, как это показано на рис. 4.

Была проанализирована возможность создания Гиро-ЛБВ умножителя частоты. Входной сигнал на моде H_{01} подавался с частотой, совпадающей с первой гармоникой циклотронной частоты, а в выходной секции возбуждалась волна H_{02} на второй гармонике циклотронной частоты.

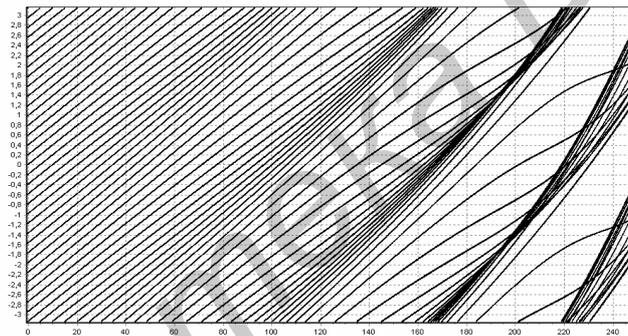


Рис. 4. Фазовые траектории электронов

Интегральные характеристики Гиро-ЛБВ – умножителя частоты приведены на рис. 4.

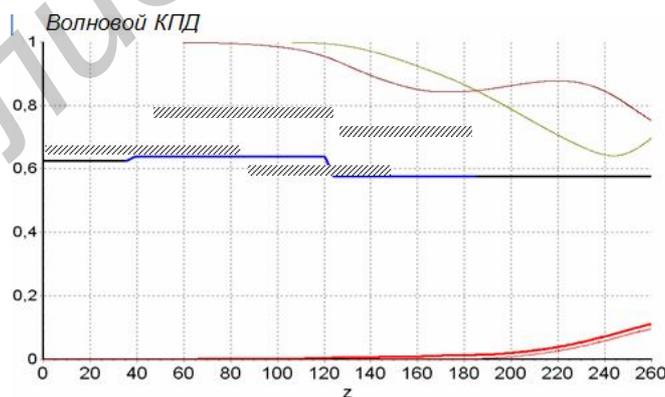


Рис. 5. Интегральные характеристики 2-го варианта Гиро-ЛБВ

Кривые на этом рисунке соответствуют кривым на рис. 1. Выходная секция в этой Гиро-ЛБВ имеет меньший диаметр по сравнению с входной секцией и обеспечивает циклотронный синхронизм волны H_{02} с электронным потоком. Волновой КПД данного умножителя частоты достигает $9,5\%$, а коэффициент усиления 48ДБ .

Частотная характеристики этого варианта прибора приведена на рис. 5.

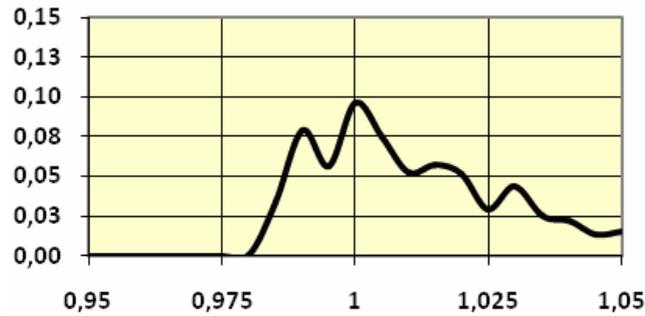


Рис. 6. АЧХ 2-го варианта Гиро-ЛБВ

Как следует из полученных результатов моделирования Гиро-ЛБВ, такие приборы могут обеспечивать на первой гармонике гирочастоты коэффициент усиления до 60 дБ, КПД ~37 % в полосе частот 7 %, на второй гармонике коэффициент усиления 34 дБ, КПД ~13 % в полосе частот 5 % и усилитель с двукратным умножением частоты обеспечивает коэффициент усиления 48 дБ при КПД 9,5 %.

AMPLIFIERS AND MULTIPLIERS ON BASIS GYRO-TWT

S.V. KOLOSOV, A.A. KURAYEV, A.V. SENKO

Abstract

The possibilities of construction Gyro-TWT with the high gain are examined. Constructions Gyro-TWT on the first and second harmonics of cyclotron frequency and frequency multiplier from the fundamental harmonic to the second harmonic of cyclotron frequency are described. The analysis of the influence of the corrugation of the absorbing section Gyro-TWT on the gain and efficiency of lamp is carried out.

Список литературы

1. Колосов С.В., Кураев А.А., Сенько А.В. // Техника и приборы СВЧ. 2009. №2. С. 8-13.
2. Kurayev A.A., Kolosov S.V., Stekolnikov A.F., et al. // Int. J. Electronics. 1988. Vol. 65, №3. P. 437-462.
3. Song H.H., McDermott D.B., Hirata Y. et al. // Physics of Plasmas. 2004. Vol. 11, №5. P. 2935-2941.
4. Kolosov S.V., Kurayev A.A., Senko A.V. // IVEC-2010. P. 115-116.

УДК 519.246

ОБОБЩЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ SECH^k

А.В. ОВСЯННИКОВ

Белорусский государственный университет
пр. Независимости, 4, Минск, 220030, Беларусь

Поступила в редакцию 14 марта 2012

Исследуется модель обобщенного закона распределения Sech^k и ее применение в статистической радиотехнике. Приводятся основные свойства и статистики распределения. Получены алгоритмы генерирования случайных чисел и алгоритмы моделирования стохастических процессов с одномерной плотностью Sech^k . Приведены алгоритмы точечной оценки параметра сдвига при известных и неизвестных параметрах масштаба, а также алгоритмы последовательной интервальной оценки параметра сдвига. Результаты моделирования подтверждают теоретические расчеты.

Ключевые слова: распределение, нелинейное преобразование, алгоритм, робастность, генерация, точечная и интервальная оценка, параметр сдвига, параметры масштаба.

Введение

В литературе, затрагивающей вопросы статистической обработки данных (результатов наблюдений) для математического описания разнообразных помеховых процессов в каналах связи, используются стохастические дифференциальные уравнения (СДУ) в которых детерминированная функция $f(\xi)$ определяется одномерной плотностью вероятности (ПВ)

$$d\xi(t) / dt + f(\xi) = \gamma n(t), f(\xi) = bZ(\xi) / 2, \quad (1)$$

где $Z(\xi) = -d \ln P(\xi) / d\xi$ – нелинейное преобразование над процессом $\xi(t)$ с плотностью [1] $P(\xi) = (C / \sqrt{b}) \exp(-2 \int_{\xi}^{\xi} f(x) dx / b)$, $\gamma = \sqrt{2b / N}$, N – односторонняя спектральная плотность белого шума $n(t)$ с нулевым математическим ожиданием и дельтаобразной корреляционной функцией, коэффициент диффузии $b = \text{const}$, C – константа.

Для описания широкого класса помех, распределенных по частоте, времени или пространству (флуктуационные), а также сосредоточенных во времени или пространстве (импульсные), используется обобщенная экспоненциальная модель [2]:

$$P(\xi) = \frac{\nu}{2C(\nu)\Gamma(1/\nu)} \exp(-|\xi / C(\nu)|^\nu), C(\nu) = \sigma [\Gamma(1/\nu) / \Gamma(3/\nu)]^{1/2}, \quad (2)$$

где σ^2 – дисперсия (мощность) помехи, $\nu \geq 1/2$ – параметр, принимаемый в различных ситуациях за $\nu = 1/2$, $\nu = 1$ (лапласовская ПВ) или $\nu = 2$ (гауссовская ПВ).

Модель вида (2) при несомненных достоинствах экспоненциальной формы содержит изменяющийся параметр ν , что не всегда удобно при построении алгоритмов и практических схем демодуляторов, поскольку требует их структурной перестройки. Например, нелинейное преобразование с $\nu = 2$ имеет вид $Z(\xi) = \xi / \sigma^2$ (линейный вход демодулятора), а в случае $\nu = 1$ – жесткий ограничитель в составе демодулятора $Z(\xi) = \sqrt{2} \text{sign}(\xi) / \sigma$.

В практике статистических расчетов в ряде случаев для вероятностного описания помехи используют модель распределения с ε -загрязнением (приближенно нормальное распределение, допускающее удлиненные хвосты) $P(\xi) = (1 - \varepsilon)P_0(\xi) + \varepsilon P_1(\xi)$, где $P_0(\xi)$ – гауссовская ПВ, $P_1(\xi)$ – произвольная ПВ. Если $P_1(\xi)$ лапласовская ПВ, то нелинейное преобразование имеет вид $Z(\xi) = \left\{ \Delta \text{sign}(\xi) / \sigma^2, \text{ при } |\xi| > \Delta; \xi / \sigma^2, \text{ при } |\xi| < \Delta \right\}$, где Δ – ширина зоны линейной части нелинейного преобразования.

В этой связи в [3] получено распределение имеющее ПВ

$$P(\xi) = \alpha C(k) \text{Sech}^k(\alpha \xi), k = \beta / \alpha, \alpha, \beta > 0, \quad (3)$$

где $C(k) = \Gamma((1+k)/2) \Gamma^{-1}(k/2) / \sqrt{\pi}$, $\Gamma(x)$ – гамма-функция.

Такая модель помехи (одномодальная, двухпараметрическая) позволяет учесть медленные нестационарные изменения интенсивности и амплитуды процесса $\xi(t)$. При параметре $\alpha \rightarrow 0$ распределение стремится в пределе к гауссовскому, а при $\alpha \rightarrow \infty$ к лапласовскому (рис. 1). Нелинейное преобразование для ПВ (3) имеет вид мягкого ограничения $Z(\xi) = \beta \text{th}(\alpha \xi)$ (рис. 2), это позволяет получать алгоритмы обработки без структурной перестройки схемы, используя только адаптивную настройку параметров $Z(\xi)$.

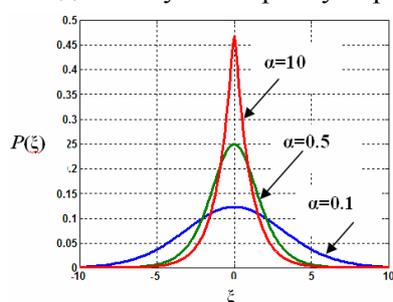


Рис. 1. Распределение (3), 1 – $\alpha=10$; 2 – $\alpha=0,5$; 3 – $\alpha=0,1$

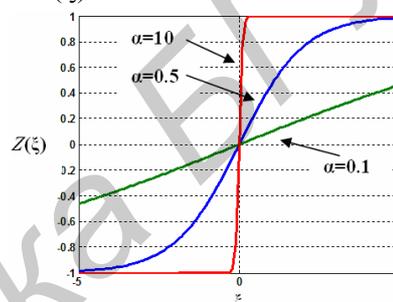


Рис. 2. Нелинейное преобразование, 1 – $\alpha=10$; 2 – $\alpha=0,5$; 3 – $\alpha=0,1$

Цель работы – обобщить сведения о свойствах, статистике и информационных характеристиках распределения с ПВ (3); получить алгоритмы генерации случайной величины ξ_i и процесса $\xi(t)$, оценки параметра сдвига при известных и неизвестных параметрах масштаба, интервальной оценки параметра сдвига.

Основные свойства и статистики распределения Sech^k

Распределение с ПВ (3) с точки зрения построения робастных алгоритмов и устройств обработки является распределением в классе [3] $\mathfrak{R}_0 = \left\{ P: \int \xi^{2q} P(\xi) d\xi \leq C_{2q} \right\}$, где $C_{2q} = f(\gamma_2, \gamma_4, \dots, \gamma_{2q}) \sigma^{2q}$, γ_{2q} – безразмерные кумулянтные коэффициенты ($\gamma_2 = 1$, γ_4 – коэффициент эксцесса), $q = 1, 2, \dots$ – индекс. Класс распределений \mathfrak{R}_0 шире, чем классы: $\mathfrak{R}_1 = \{P: P(0) \geq \delta > 0\}$ («наихудшая» ПВ-лапласовская) и $\mathfrak{R}_2 = \left\{ P: \int \xi^2 P(\xi) d\xi \leq \sigma^2 \right\}$ («наихудшая» ПВ-гауссовская), которые являются предельными для \mathfrak{R}_0 .

Распределение с ПВ (3) включает в себя, как частный случай, распределение Чамперна [4] $P(\xi) = \alpha \text{Sech}(\alpha \xi) / \pi$ (здесь в (3) $k=1$) и т.н. распределение « Sech^2 » с ПВ $P(\xi) = \alpha \text{Sech}^2(\alpha \xi) / 2$ (здесь в (3) $k=2$). Таким образом, распределение (3) можно определить как обобщенное « Sech^k » распределение.

Функция распределения имеет вид

$$F(\xi) = \frac{2^k}{k} C(k) e^{\alpha k \xi} {}_2F_1 \left(\left[\frac{k}{2}, k \right], \left[1 + \frac{k}{2} \right], -e^{2\alpha \xi} \right), \quad (4)$$

где ${}_2F_1$ – обобщенная гипергеометрическая функция. Для практических расчетов удобно воспользоваться аппроксимацией (4) в виде $F_a(\xi) = (1 + \text{th}[(a_1 + b_1 k^c) \alpha \xi]) / 2$. При такой аппроксимации на интервале $y = \alpha \xi \in [-10^2; 10^2]$, $k \in [0,05; 1]$ с коэффициентами $a_1 = -4,10 \cdot 10^{-3}$, $b_1 = 64,23 \cdot 10^{-2}$, $c_1 = 92,76 \cdot 10^{-2}$ среднеквадратическая ошибка $D(\Delta F = F_a - F)$ не превосходит величины $5 \cdot 10^{-5}$, а в случае $k \in [1; 20]$, $a_1 = -18,98 \cdot 10^{-2}$, $b_1 = 79,37 \cdot 10^{-2}$, $c_1 = 56,23 \cdot 10^{-2}$ эта ошибка $D(\Delta F) < 5 \cdot 10^{-6}$.

Характеристическая функция ПВ (3)

$$\Phi(\xi) = 2^{k-1} C(k) e^{-\frac{\pi(t+j\alpha k)}{2\alpha}} \left(B \left[-1, \frac{1}{2} \left(k - \frac{j t}{\alpha} \right), 1 - k \right] + e^{\frac{\pi}{\alpha}} B \left[-1, \frac{1}{2} \left(k - \frac{j t}{\alpha} \right), 1 - k \right] \right), \quad (5)$$

где $B(z, a, b) = \int_0^z t^{a-1} (1-t)^{b-1} dt$ – неполная бета-функция.

В табл. 1 в качестве примера приведены ПВ (3), функции распределения (4) и характеристические функции (5) для параметра $k = 3, 4$.

Таблица 1. ПВ (3), функции распределения и характеристические функции для $k=3, 4$

Параметр k	$k = 3$	$k = 4$
ПВ $P(\xi)$	$2\alpha \text{Sech}^3(\alpha \xi) / \pi$	$3\alpha \text{Sech}^4(\alpha \xi) / 4$
Функция распределения $F(\xi) - 0,5$	$\frac{1}{\pi} (2 \arctg(\text{th}(\alpha \xi / 2)) + \text{Sech}(\alpha \xi) \text{th}(\alpha \xi))$	$\frac{1}{4} (2 + \text{Sech}^2(\alpha \xi)) \text{th}(\alpha \xi)$
Характеристическая функция $\Phi(\xi)$	$(1 + \frac{t^2}{\alpha^2}) \text{Sech}(\frac{\pi t}{2\alpha})$	$\frac{\pi t}{8\alpha} (4 + \frac{t^2}{\alpha^2}) \text{csch}(\frac{\pi t}{2\alpha})$

Математическое ожидание и асимметрия ПВ (3) равны нулю, а дисперсия и эксцесс (рис. 3) определяются функциями, зависящими от параметров β и k :

$$D(k, \beta) = \frac{2^{k+2} C(k)}{k \beta^2} {}_4F_3 \left(\left[\frac{k}{2}, \frac{k}{2}, \frac{k}{2}, k \right], \left[\frac{k}{2} + 1, \frac{k}{2} + 1, \frac{k}{2} + 1 \right], -1 \right), \quad (6)$$

$$\gamma(k) = \frac{3k 2^{-k} {}_6F_5 \left(\left[\frac{k}{2}, \frac{k}{2}, \frac{k}{2}, \frac{k}{2}, \frac{k}{2}, k \right], \left[\frac{k}{2} + 1, \frac{k}{2} + 1, \frac{k}{2} + 1, \frac{k}{2} + 1, \frac{k}{2} + 1 \right], -1 \right)}{C(k) {}_4F_3 \left(\left[\frac{k}{2}, \frac{k}{2}, \frac{k}{2}, k \right], \left[\frac{k}{2} + 1, \frac{k}{2} + 1, \frac{k}{2} + 1 \right], -1 \right)^2} - 3 \quad (7)$$

где ${}_4F_3$, ${}_6F_5$ – обобщенные гипергеометрические функции. Функция эксцесса $\gamma(k)$ при значениях $\alpha \rightarrow \infty$ ($k \rightarrow 0$) стремится к трем (лапласовская ПВ), а при $\alpha \rightarrow 0$ ($k \rightarrow \infty$) к нулю (гауссовская ПВ), что соответствует отмеченному выше свойству предельных распределений для обобщенного “Sech^k” распределения. Также можно отметить, что не менее, чем у 50 % всех используемых в практических задачах распределений [4], коэффициент эксцесса находится в пределах $[0, \dots, 3]$. Ввиду громоздкости точных формул (6), (7) их можно аппроксимировать упрощенными зависимостями $D_a(k, \beta) = (a_2 + b_2 k^{c_2}) / \beta^2$, $\gamma_a(k) = 3 / (a_3 + b_3 k^{c_3})$, где для интервала значений $k \in [0, 1]$ параметры $a_2 = 2$, $b_2 = 0,47$, $c_2 = 1,65$, $a_3 = 1$, $b_3 = 0,5$, $c_3 = 1,7$ и среднеквадратическая ошибка не превосходит величины 10^{-5} (для D_a) и $3 \cdot 10^{-5}$ (для γ_a). В интервале значений $k \in [1, 10]$ параметры $a_2 = 1,29$, $b_2 = 0,99$, $c_2 = 0,99$, $a_3 = 0,8$, $b_3 = 0,7$, $c_3 = 1,3$ и среднеквадратическая ошибка не превосходит $3 \cdot 10^{-3}$ (для D_a) и 10^{-4} (для γ_a). Заметим, функции (6), (7) имеют точные значения $D(0, \beta) = 2$, $\gamma(0) = 3$, $\gamma(1) = 2$, $\gamma(2) = 1,2$.

Количество информации Фишера рассматриваемой ПВ

$$I_{\xi}(k, \beta) = \int_{-\infty}^{\infty} Z^2(\xi) P(\xi) d\xi = \beta^2 / (1 + k). \quad (8)$$

Коэффициент подавления помехи имеющей ПВ (3), определяется формулой $\mu(k) = D(k, \beta) I_{\xi}(k, \beta)$ и находится в пределах $\mu(k) \in [1, \dots, 2]$ (рис. 4).

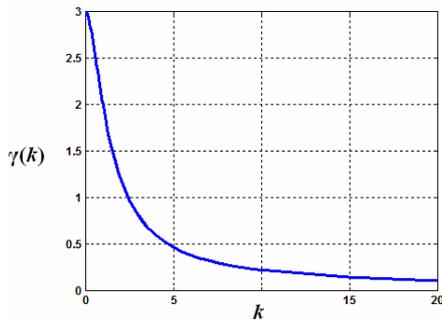


Рис. 3. Коэффициент эксцесса

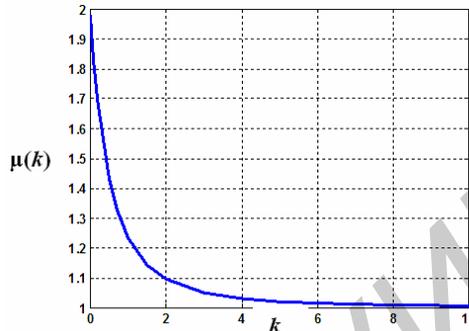


Рис. 4. Коэффициент подавления

Генерация случайных величин и процессов

Аналоговый алгоритм генерирования процесса с одномерной ПВ (3) непосредственно следует из (1) $d\xi(t) / dt + b\beta th(\alpha\xi) / 2 = \gamma n(t)$ и легко реализуется, например, в системе Simulink Matlab. При реализации аналогового алгоритма следует обеспечить выполнение соотношения $T_{\xi} \approx M(|df(\xi) / d\xi|)^{-1} = 2 / (bI_{\xi}) \gg T_n$, где T_{ξ} – постоянная времени моделируемой системы, T_n – постоянная времени процесса $n(t)$.

В случае дискретного варианта алгоритма численного моделирования СДУ (1) для симметризированной формы уравнения можно использовать метод Рунге-Куты второго или четвертого порядка, а для формы Ито – метод Эйлера. Так оптимальная разностная схема, при понимании СДУ (1) в форме Ито, имеет вид ($\Delta \ll 1$):

$$\xi_{i+1} = \xi_i - \Delta b\beta th(\alpha\xi_i) / 2 + \Delta\gamma n_i, \quad (9)$$

где Δ – шаг квантования, n_i – стандартный дискретный белый шум (независимые гауссовские случайные величины с нулевым средним и $M(n_i n_j) = \delta_{ij}$, где δ_{ij} – символ Кронекера). Глобальная среднеквадратическая погрешность схемы (9) определяется формулой [5]:

$$\sigma \leq \Delta \left(\int_0^T M \left[(f'_{\xi}(\xi)\gamma)^2 \right] dt \right)^{1/2} = (\Delta)^{3/2} (b/2)^2 \gamma \alpha \beta \sqrt{\frac{k(k+2)}{(k+1)(k+3)}} m, \quad (10)$$

здесь $T = \Delta m$, m – объем выборки. Неравенство (10) позволяет определить шаг квантования Δ .

Для генерирования случайных чисел с ПВ (3) можно применить стандартный подход с использованием обратной функции распределения $\xi_i = F^{-1}(\eta_i)$ (определяемой из $F_{\alpha}(\xi)$) и генератора равномерно распределенных чисел η_i .

Более точный результат можно получить с использованием современных вычислительных средств на основе модифицированного алгоритма ступенчатой аппроксимации функции распределения. Алгоритм состоит в следующем.

1. Задать параметры k, α .
2. Сгенерировать равномерную сетку по Y на интервале $[-c/k, c/k]$, где параметр $c = 10 \dots 20$ обеспечивает покрытие сеткой не менее 99,995 % всей области значения функции $F(\xi)$ (4) при $k \leq 10$. В этом случае ширина ступеньки аппроксимации функции распределения будет определяться шагом сетки ΔY .

3. Вычислить $F(Y_j)$ по формуле (4) $j = \overline{1, l}$, $l = \text{length}(Y)$.

4. Сгенерировать равномерно распределенное число η_i , где $i = \overline{1, m}$, $m \geq l$.

5. Вычислить индекс j из условия $j = \arg \min_{j \in \{1, l\}} [\eta_i - F(Y_j)]$.

6. Вычислить для индекса i число $\xi_i = Y_j / \alpha$.

7. Вернуться к шагу 4 если $i < m$.

Абсолютная погрешность метода $\Delta_\xi = \max_{j \in \{1, l\}} (F(Y_{j+1}) - F(Y_j)) / 2\alpha = \Delta Y F_y'(0) / 2\alpha$, где величина

$F_y'(0) = C(k)$, $\Delta Y = 2c / kl = (20..40) / kl$. Заметим, при равномерной сетке по $z_j = F(Y_j)$, $z_j \in [0, 1]$, $j = \overline{1, d}$, (неравномерная сетка по Y_j) абсолютная погрешность определяется величиной $\Delta_\xi = \Delta z / 2\alpha = (2\alpha d)^{-1}$. Для получения случайной величины $\xi_i = Y_j / \alpha$ необходимо решать одним из численных методов обратную задачу $Y_j = F^{-1}(z_j)$ для каждого конкретного значения k .

Оценка параметра сдвига при известных параметрах масштаба

Рассмотрим задачу оценки параметра сдвига θ по имеющейся однородной независимой выборке $\mathbf{r} = [r_1 \dots r_m]$, принадлежащей распределению с плотностью $P_\theta(\xi) = P(\mathbf{r} | \theta)$, где $\theta \in \Theta$ и Θ – интервал на действительной оси. При фиксированном объеме выборки \mathbf{r} выборочным пространством является m – мерное евклидово пространство $\mathbf{R} = R^m$, на котором задана плотность $P_\theta(\xi)$, $\mathbf{r} \in \mathbf{R}$. В этом случае в (3) следует положить $\xi_i = r_i - \theta$, $i = \overline{1, m}$.

Частная функция потерь имеет вид $B(\xi_i) = -\ln P(\xi_i) = C - k \ln(\text{Sech}(\alpha \xi_i))$. Метод максимального правдоподобия и использование выборочного эмпирического функционала $W_s(\xi_i) = (1/m) \sum_i B(\xi_i)$ приводит к оценке $\theta^* = \arg \max_r W_s(r_i - \theta)$ и, следовательно, получаем неявный интегральный робастный алгоритм

$$\frac{1}{m} \sum_i Z(\xi_i) \frac{d\xi_i}{d\theta} = \frac{\beta}{T} \int_0^T Z(\xi(t)) \frac{d\xi(t)}{d\theta} dt \Big|_{\theta=\theta^*} \Rightarrow \frac{\beta}{T} \int_0^T th(\alpha(r(t) - \theta)) dt \Big|_{\theta=\theta^*} = 0. \quad (11)$$

Применение стохастической градиентной процедуры к последнему уравнению позволяет перейти к последовательным робастным оценкам

$$\theta_{i+1}^* = \theta_i^* - \left[M \left(\frac{\partial^2 \ln P(\xi)}{\partial \theta^2} \right) \right]^{-1} \frac{d \ln P(\xi_i)}{d\theta} = \theta_i^* + K_i Z(\xi_i) \frac{d\xi_i}{d\theta} = \theta_i^* + \frac{\beta}{i I_\xi} th(\alpha(r_i - \theta_i^*)), \quad (12)$$

где $K_i = \left[M \left(\frac{\partial^2 \ln P(\xi)}{\partial \theta^2} \right) \right]^{-1} = - \left[M \left((\partial \ln P(\xi) / \partial \theta)^2 \right) \right]^{-1} = -1 / i I_\xi$.

В табл. 2 приведены качественные характеристики алгоритма (12) для случая $\theta = 0, 1$, $\theta_0^* = 0$, $k = 1$, ОСПвх, ОСПвых – отношение сигнал/помеха до и после применения алгоритма (11).

Таблица 2. Качественные характеристики алгоритма (8)

Длина выборки	Параметр α	0,2	0,5	1	2	5
	ОСПвх, дБ	-37,8	-29,9	-24,0	-17,7	-10,1
$n=50$	ОСПвых, дБ	-22,6	-18,3	-8,4	-4,6	8,1
$n=500$	ОСПвых, дБ	-13,5	-9,7	-0,1	2,0	15,5
$n=5000$	ОСПвых, дБ	-7,9	-1,2	8,6	10,3	22,9

Оценка параметра сдвига при неизвестных параметрах масштаба

Общая постановка задачи аналогична рассмотренной выше, однако параметры масштаба α и β (α и k) являются неизвестными. Интегральный алгоритм оценки получаем из уравнения $dW_3(\xi_i) / d\Lambda = 0$, где $\Lambda^* = [\alpha^*, k^*]$. Тогда система уравнений интегральных оценок примет вид

$$\begin{cases} \frac{k}{T} \int_0^T \alpha \xi(t) th(\alpha \xi(t)) dt \Big|_{\alpha=\alpha^*, k=k^*} = 1, \\ \frac{1}{2} \left(\Psi\left(\frac{k}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1+k}{2}\right) \right) - \frac{1}{T} \int_0^T \ln(\text{Sech}(\alpha \xi(t))) dt \Big|_{\alpha=\alpha^*, k=k^*} = 0, \end{cases} \quad (13)$$

где $\Psi(x) = d \ln \Gamma(x) / dx$ – логарифмическая производная гамма-функции. Полученная система не позволяет найти явные выражения для оценок α^* , k^* , однако процедурами стохастической аппроксимации можно получить систему алгоритмов последовательных оценок. В сочетании с уравнением (11) система (13) принимает замкнутый вид.

Для приближенного решения систему (13) можно упростить, используя аппроксимацию сложных нелинейных функций более простыми. Так, функция $\ln(\text{Sech}(x))$ аппроксимируется зависимостью $-|x|$, при этом среднеквадратическая ошибка такой аппроксимации на интервале $x \in [-10^3, 10^3]$ не превосходит единицы. Функцию $\Psi((1+k)/2) - \Psi(k/2)$ на интервале $k \in [10^{-2}, 10^2]$ можно аппроксимировать зависимостью $1,94/k$ со среднеквадратической ошибкой аппроксимации не превышающей 10^{-2} .

Более простой и надежный (при достаточном объеме выборки, времени наблюдения), легко реализуемый программными средствами способ идентификации состоит в следующем.

1. Оценить выборочную дисперсию D^* .
2. Оценить выборочный коэффициент эксцесса γ^* . Если $\gamma(k^*) \notin [1, \dots, 3]$, то необходимо увеличить объем выборки.
3. Вычислить оценку параметра k^* из формулы $\gamma(k^*) = \gamma^*$.
4. Вычислить оценку параметра β^* из формулы $D(k^*, \beta^*) = D^*$.
5. Вычислить величину $\alpha^* = \beta^* / k^*$.

В качестве функций $D(k, \beta)$, $\gamma(k)$ можно использовать их аппроксимации D_a , γ_a .

В табл. 3 приведены качественные характеристики алгоритма (11) с оценкой параметров масштаба по приведенному выше алгоритму. Исходные условия соответствуют табл. 2.

Таблица 3. Качественные характеристики алгоритма (8) с оценкой параметров масштаба

Длина выборки	Параметр α	0,2	0,5	1	2	5
$n=50$	ОСПвых, дБ	-37,8	-29,9	-24,0	-17,7	-10,1
$n=500$	ОСПвых, дБ	-23,8	-18,7	-9,2	-4,9	7,9
$n=5000$	ОСПвых, дБ	-13,7	-9,8	-0,9	1,1	15,4
	ОСПвых, дБ	-8,1	-1,3	8,2	9,4	22,3

Интервальная оценка параметра сдвига

Для получения интервальной оценки используем тот факт, что величина $-\partial \mathbf{B}(\xi) / \partial \theta$ асимптотически нормальна с параметрами $(0, i I_\xi)$ (Г. Крамер, 1946), т.е. если $i \rightarrow \infty$ то $-(i I_\xi)^{-1/2} \partial \mathbf{B}(\xi) / \partial \theta \xrightarrow{i \rightarrow \infty} N\{0, 1\}$. Алгоритм последовательных интервальных оценок

$$\begin{cases} \theta_i^* - \operatorname{arctch}(t_{p,i} \sqrt{\frac{i}{k+1}} + G_{i-1}^*) / \alpha \leq \theta_i \leq \theta_i^* + \operatorname{arctch}(t_{p,i} \sqrt{\frac{i}{k+1}} - G_{i-1}^*) / \alpha, \\ G_i^* = G_{i-1}^* + \operatorname{th}(\alpha(r_i - \theta_i^*)), \end{cases} \quad (14)$$

где $t_{p,i}$ – квантиль распределения Стьюдента. Минимальный объем выборки, который обеспечивает заданную точность оценки $\Delta\theta$, определяется неравенством $m \leq t_p^2(k+1)^{-1} \operatorname{th}^{-2}(\alpha\Delta\theta)$. Если величина $\alpha\Delta\theta \ll 1$, неравенство можно упростить $m \leq t_p^2(k+1)^{-1}(\alpha\Delta\theta)^{-2}$.

Заключение

В заключении необходимо отметить теоретическую и практическую ценность рассматриваемого распределения, которая заключается в следующем. Модель ПВ (3) может использоваться для описания импульсных промеховых процессов с изменяющейся интенсивностью и амплитудой выбросов, при этом вместо двух различных распределений описывающих поведение процесса вблизи математического ожидания и на удлинённых хвостах (хьюберовский класс приближенно нормальных распределений, распределения с ε -загрязнением) используется одно. В связи с этим модель (3) интересна и может найти применение не только в области статистической радиотехники, но и в разнообразных задачах статистической обработки результатов наблюдений, возникающих в финансово-экономической сфере, метрологии, социологии и т.д.

Для модели (3) в отличие от (2) и модели с ε -загрязнением всегда существует $\partial^i P(r|\theta) / \partial \theta^i$ и непрерывна $\forall i=1,2,\dots$. ПВ (3) является «наихудшей» в обобщенном классе распределений \mathfrak{R}_0 и дает возможность получать робастные алгоритмы оценивания, фильтрации. Модель (3) позволяет, не меняя структуру демодулятора, использовать адаптивную процедуру настройки параметров α, β и, следовательно, применять робастно-адаптивные алгоритмы работы демодулятора. Практическая реализация нелинейного преобразования $Z(\xi)$ может быть осуществлена на базе дифференциального усилителя-ограничителя.

GENERALIZED DISTRIBUTION SECH^k

A.V. AUSIANNIKAU

Abstract

Model of generalized law of distribution of Sech^k and its researched application in statistical radio engineering. Base attributes and statisticians of distribution are given. Algorithms of point estimation of parameter of shift for known and unknown parameters of scale, and also algorithms of a sequential interval estimation of parameter of shift are resulted.

Список литературы

1. Тихонов В.И., Кульман Н.К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. М., 1975.
2. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М., 1989.
3. Овсянников А.В. // Радиотехника. 2011. №3. С. 85-89.
4. Вадзинский Р.Н. Справочник по вероятностным распределениям. СПб., 2001.
5. Никитин Н.Н., Разевиг В.Д. // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1978. Т 18, №1. С. 106-117.

УДК 621.382.3

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ ПО ПЕРЕХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКЕ ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ

А.Г. СТРИЖНЕВ*, А.В. МАРКОВ, А.Н. РУСАКОВИЧ*

*ООО «ТЕХНОСОЮЗПРОЕКТ»

пр-т Независимости, 115, Минск, 220114, Беларусь

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 21 марта 2012

Изложен метод идентификации объекта управления по переходной характеристике замкнутой системы. Рассмотрены переходные функции типовых звеньев: апериодического - первого, второго и высокого порядка; колебательного. Получены аналитические выражения, позволяющие определить параметры передаточных функций объектов управления по параметрам переходных функций замкнутых систем. На конкретном примере осуществлен расчет параметров различных объектов управления, и через дискретные передаточные функции объектов управления синтезированы цифровые регуляторы для проверки полученных результатов. Проведено цифровое моделирование, подтверждающее правильность сделанных расчетов. Сформулированы рекомендации по практическому применению полученных результатов.

Ключевые слова: объект управления, переходная характеристика, цифровые регуляторы.

Введение

Разработке любой системы автоматического управления (САУ) предшествует изучение объекта управления и определение его математической модели. Математическая модель объекта включает математическое описание зависимостей между основными переменными (выходные регулируемые переменные, управляющие воздействия и возмущения) и накладываемые на них ограничения. Существуют различные (статические и динамические) виды математических моделей, однако на практике наиболее широко используют математические модели в виде передаточных функций. Для определения передаточных функций объектов применяют аналитические и экспериментальные методы идентификации [1]. Аналитические методы используют тогда, когда хорошо изучены и могут быть описаны количественно физические процессы, происходящие в объекте. Когда такой информации нет, или невозможно получить модель аналитически, применяют экспериментальные методы. Вместе с тем, создание точной рабочей модели сложного объекта управления без экспериментальной проверки и доводки практически невозможно. С учетом того, что процесс разработки САУ всегда ограничен по времени, на практике широко используют различные экспериментальные (активные и пассивные) методы идентификации объектов управления. При активном эксперименте на объект подают пробные воздействия различного вида (ступенчатые, импульсные, гармонические, случайные и др.) и фиксируется реакция объекта на эти воздействия. При пассивном эксперименте пробные воздействия не подают, а осуществляется непрерывная регистрация входных и выходных переменных в процессе нормальной эксплуатации объекта. Следует заметить, что в большинстве случаев разработчики САУ отдают предпочтение активным экспериментальным методам идентификации.

Для определения математических моделей линейных объектов с помощью активного эксперимента наибольшее распространение получили методы анализа временных (переходных

и импульсных переходных) характеристик и методы анализа частотных характеристик. Наиболее простым из них является метод анализа переходных характеристик, полученных при подаче на вход объекта ступенчатого воздействия величиной Δx относительно x_0 нормального (установившегося) режима работы объекта.

При постановке данного эксперимента величина Δx должна выбираться по возможности большей, чтобы свести к минимуму погрешности измерений. С другой стороны, величина Δx ограничена допустимыми значениями x и зоной линейности статической характеристики исследуемого объекта. Проведение данного эксперимента существенно затрудняется и даже становится невозможным, когда объект управления имеет узкий диапазон изменения выходной координаты y . Этот недостаток может быть устранен, если математическая модель объекта управления определяется по переходной характеристике замкнутой системы.

Идентификация объекта управления по переходной характеристике замкнутой системы

Сущность данного метода заключается в том, что на вход замкнутой системы (рис. 1,а) подаются возмущающие воздействия, например в виде ступенчатых сигналов Δx , а на выходе в течение определенного времени t наблюдают реакцию y системы.

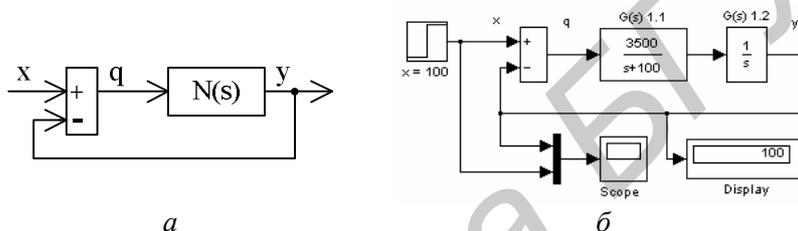


Рис. 1. Структурная схема: а - замкнутой системы; б - модели замкнутой системы

Изменение выходной координаты y системы во времени t представляет собой переходную функцию замкнутой системы. Переходная функция определяется внутренней структурой системы и может иметь различные формы, которые описываются соответствующими дифференциальными уравнениями. В теории автоматического управления все многообразие поведения элементов автоматики принято сводить к поведению нескольких типовых, элементарных звеньев, переходные функции которых приведены на рис. 2.

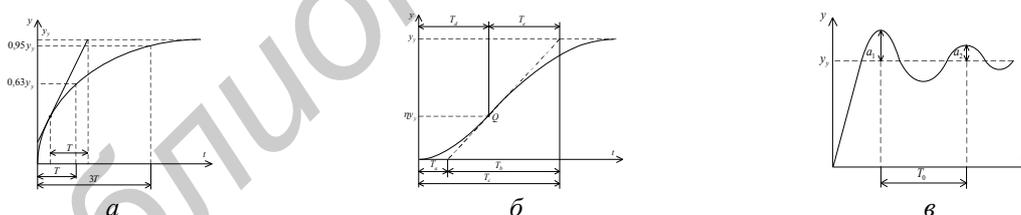


Рис. 2. Переходная функция звена: а – аperiodического первого порядка; б – аperiodического высокого порядка; в – колебательного

Процесс (рис. 2,а) имеет вид экспоненты и похож на переходную функцию типового аperiodического звена первого порядка с дифференциальным уравнением $T \frac{dy}{dt} + y = kx$ и передаточной функцией

$$F(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{k}{Ts + 1}, \quad (1)$$

где k – коэффициент усиления замкнутой системы в установившемся состоянии; T – постоянная времени.

Коэффициенты k и T легко можно вычислить через параметры переходной функции (рис. 2,а):

$$k = \frac{y_y}{x}; y(T) = 0,63y_y; y(3T) = 0,95y_y, \quad (2)$$

где x – значение входной координаты; y_y – установившееся значение выходной координаты.

Процесс (рис. 2,б) имеет вид двойной экспоненты и похож на переходную функцию апериодического звена высокого порядка с дифференциальным уравнением

$$T_n^n \frac{d^n y}{dt^n} + T_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + T_1 \frac{dy}{dt} + y = kx \text{ и передаточной функцией}$$

$$F(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \dots (T_n s + 1)}. \quad (3)$$

Коэффициенты k и T_n легко можно вычислить через параметры переходной функции (рис. 2,б) только для апериодического звена второго порядка с дифференциальным уравнением

$$T_2^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1 \frac{dy}{dt} + y = kx \text{ и передаточной функцией}$$

$$F(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}, \quad (4)$$

где k – коэффициент усиления системы в установившемся состоянии; T_1, T_2 – постоянные времени, причем $T_1 \geq 2T_2$.

Параметры переходной функции (рис. 2,б) и параметры передаточной функции (4) апериодического звена второго порядка связаны соотношениями [2]:

$$k = \frac{y_y}{x}; T_1 = T_e - T_2; T_2 = T_a; T_d = \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2} \ln \frac{T_1}{T_2}, \quad (5)$$

где x – значение входной координаты; y_y – установившееся значение выходной координаты; T_a, T_b, T_c, T_d, T_e – параметры переходной функции, причем $T_c = T_a + T_b = T_d + T_e$.

Вычисление параметров апериодического звена выше второго порядка обычно из-за сложности на практике не используют. Однако процесс вычисления параметров апериодического звена высокого порядка значительно упрощается, если передаточную функцию (3) представить в обобщенном виде [3]:

$$F(s) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \dots (T_n s + 1)} \approx \frac{k}{(\tau s + 1)^n}, \quad (6)$$

где k – коэффициент усиления системы в установившемся состоянии, τ – обобщенная постоянная времени, n – количество обобщенных постоянных времени.

Для определения τ и n следует использовать табл. 1 и значения $\eta, T_a/T_b, T_e/T_b$. Параметры η, T_a, \dots, T_e , определяют относительно точки перегиба Q (рис. 1,б), в которой производная $d^2 y / dt^2$ равна нулю. После определения степени n из T_a/T_b (и проверки по T_e/T_b) можно найти τ из уравнения (6) по величине T_a/τ (и проверки по $T_b/\tau, T_d/\tau, T_e/\tau$) на соответствие с табл. 2.

Процесс (рис. 2,в) имеет вид затухающей синусоиды и похож на переходную функцию типового колебательного звена с дифференциальным уравнением $T^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 2\xi T \frac{dy}{dt} + y = kx$ и передаточной функцией

$$F(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1}, \quad (7)$$

где k – коэффициент усиления системы в установившемся состоянии; T – постоянная времени; ξ – коэффициент относительного демпфирования, причем $0 < \xi < 1$.

Коэффициенты k , ξ и T легко можно вычислить через параметры переходной функции (рис. 2,в) [4]:

$$k = \frac{y_y}{x}; \quad \xi = \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi^2}{\delta^2} + 1}}; \quad T = \frac{T_0 \sqrt{1 - \xi^2}}{2\pi}, \quad (8)$$

где y_y – установившееся значение выходной координаты; $\delta = \ln\left(\frac{a_1}{a_2}\right)$ – логарифмический декремент затухания; a_1, a_2 – амплитуды, взятые в моменты времени, отличающиеся на период колебаний T_0 .

Таблица 1. Справочные данные для апериодического звена второго порядка ($n=2$)

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T_a / T_b	0	0,104	0,218	0,319	0,410	0,493	0,570	0,642	0,709	0,773
T_c / T_b	1	0,736	0,677	0,647	0,629	0,616	0,606	0,599	0,593	0,587
η	0	0,264	0,323	0,353	0,371	0,384	0,394	0,401	0,407	0,413

Таблица 2. Справочные данные для параметра τ

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T_a / τ	0	0,282	0,805	1,425	2,1	2,811	3,549	4,307	5,081	5,869
T_b / τ	1	2,718	3,695	4,463	5,119	5,699	6,226	6,711	7,164	7,59
T_d / τ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
T_e / τ	1	2	2,5	2,888	3,219	3,51	3,775	4,018	4,245	4,458

Замкнутая система с единичной обратной связью (рис. 1,а) имеет передаточную функцию

$$M(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{N(s)}{1 + N(s)}, \quad (9)$$

где $N(s)$ – передаточная функция прямой цепи системы. Приравняв $M(s)$ и $F(s)$, из выражения (9), получим

$$N(s) = \frac{y(s)}{\varepsilon(s)} = \frac{F(s)}{1 - F(s)}. \quad (10)$$

Последовательно подставляя выражения (1), (4), (6) и (7) в (10) и с учетом, что у замкнутой системы коэффициент передачи $k \approx 1$, соответственно получим:

$$N_1(s) = \frac{y(s)}{\varepsilon(s)} = \frac{\alpha}{s}, \quad \text{где } \alpha = \frac{1}{T}; \quad (11)$$

$$N_2(s) = \frac{y(s)}{\varepsilon(s)} = \frac{\alpha}{s(s+b)}, \quad \text{где } \alpha = \frac{1}{T_1 T_2}, \quad b = \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2}; \quad (12)$$

$$N_3(s) = \frac{y(s)}{\varepsilon(s)} = \frac{\alpha}{s(s^2 + bs + a)}, \quad \text{где } \alpha = \frac{1}{\tau^3}, \quad b = \frac{3}{\tau}, \quad a = \frac{3}{\tau^2}. \quad (13)$$

$$N_4(s) = \frac{y(s)}{\varepsilon(s)} = \frac{\alpha}{s(s+b)}, \quad \text{где } \alpha = \frac{1}{T^2}, \quad b = \frac{2\xi}{T}. \quad (14)$$

Здесь выражение (13) получено за счет использования выражения (6) для аperiodического звена третьего порядка. Аналогичным образом можно определить передаточную функцию объекта более высокого порядка, но на практике часто ограничиваются третьим порядком.

Моделирование работы замкнутых систем

Проверку полученных результатов осуществим с помощью цифрового моделирования, которое проведено в среде Simulink пакета программ MATLAB, на примере объекта управления, математическая модель которого описывается передаточной функцией $G(s) = \alpha[s(s+b)]^{-1}$, где $\alpha = 328,2 \text{ с}^{-2}$, $b = 30 \text{ с}^{-1}$.

Схема моделирования работы системы приведена на рис. 1,б.

При подаче на вход замкнутой системы сигнала $x = 100$ дел, на выходе получим переходную функцию, которая приведена на рис. 3,а.

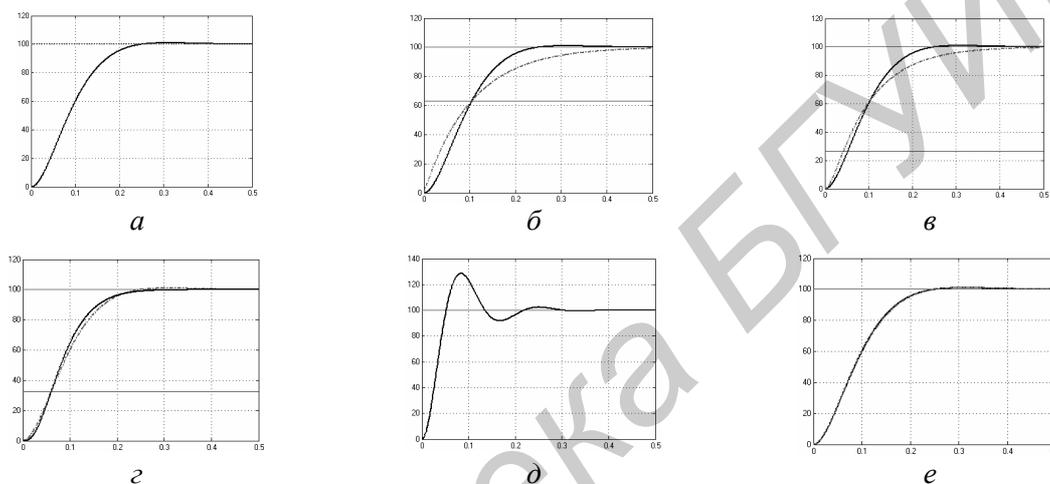


Рис. 3. Результаты моделирования работы замкнутых систем: а - с объектом $G(s)$; б - с объектами $G(s)$ и $N_1(s)$; в - с объектами $G(s)$ и $N_2(s)$; г - с объектами $G(s)$ и $N_3(s)$; д - с объектом $G(s)$ и дополнительным усилителем $k_0 = 5$; е - с объектами $G(s)$ и $N_4(s)$

Отожествим данный переходной процесс с переходной функцией аperiodического звена первого порядка (рис. 2,а), для чего определим значение постоянной времени $T = 0,1046 \text{ с}$, когда выходная координата $y = 63$ дел. Используя выражение (11) находим параметр $\alpha = 9,5602 \text{ с}^{-1}$ объекта управления $N_1(s)$, результаты моделирования работы которого, приведены на рис. 3,б. Отожествим данный переходной процесс с переходной функцией аperiodического звена второго порядка (рис. 2,б). Для выходной координаты $y = \eta \cdot x = 26,4$ дел определим параметр переходной функции $T_d = 0,0521 \text{ с}$. Из табл.1 для аperiodического звена второго порядка ($n = 2$) находим: $T_a / T_b = 0,104$, $T_e / T_b = 0,736$. Используя выражения (5), последовательно определим $T_a = 0,0147 \text{ с}$, $T_b = 0,1416 \text{ с}$, $T_c = 0,1563 \text{ с}$, $T_e = 0,1042 \text{ с}$, $T_1 = 0,0895 \text{ с}$, $T_2 = 0,0147 \text{ с}$. Используя выражение (12), находим параметры $\alpha = 760,0806 \text{ с}^{-2}$, $b = 79,2004 \text{ с}^{-1}$ объекта управления $N_2(s)$, результаты моделирования которого приведены на рис. 3,в.

Отожествим данный переходной процесс с переходной функцией аperiodического звена третьего порядка (рис. 2,б). Для выходной координаты $y = \eta \cdot x = 32,3$ дел определим параметр переходной функции $T_d = 0,06 \text{ с}$. Из табл. 1 для аperiodического звена третьего порядка ($n = 3$) находим: $T_a / T_b = 0,218$, $T_e / T_b = 0,677$. Используя выражения (5) последовательно определим $T_a = 0,0242 \text{ с}$, $T_b = 0,1109 \text{ с}$, $T_c = 0,1351 \text{ с}$, $T_e = 0,0751 \text{ с}$. Из табл. 2 находим параметр $\tau = T_a / 0,805 = 0,03 \text{ с}$. Используя выражение (13) находим параметры $\alpha = 37037,037 \text{ с}^{-3}$, $b = 100 \text{ с}^{-1}$, $a = 3333,333 \text{ с}^{-2}$ объекта управления $N_3(s)$, результаты моделирования которого

приведены на рис. 3,з. Для получения колебательного переходного процесса в прямую цепь замкнутой системы (рис. 1,б) включим дополнительный усилитель с коэффициентом усиления $k_o = 5$. Переходная функция, полученная при подаче на вход замкнутой системы сигнала $x = 100$ дел, представлена на рис. 3,д. Отожествим данный переходной процесс с переходной функцией колебательного звена (рис. 2,в) и определим параметры $a_1 = 28,52$ дел, $a_2 = 2,33$ дел, $T_0 = 0,167$ с. Используя выражения (8), находим параметры $\xi = 0,37$; $T = 0,025$. Используя выражения (13), находим параметры $\alpha = 320 \text{ с}^{-2}$, $b = 29,6 \text{ с}^{-1}$ объекта управления $N_4(s)$, результаты моделирования которого, приведены на рис. 3,е. Анализируя результаты моделирования можно отметить, что чем выше порядок апериодического звена $F(s)$, отождествляемого переходной процесс замкнутой системы, тем точнее определяется передаточная функция $N(s)$ объекта управления и ближе становятся переходные процессы в системах с реальным $G(s)$ и идентифицированным $N(s)$ объектами управления (см. рис. 3,б,в,з). В том случае, когда идентифицированная $N(s)$ передаточная функция объекта управления приближается к реальному $G(s)$, происходит совпадение переходных процессов замкнутых систем (см. рис. 3,е).

Расчет цифровых регуляторов для различных объектов управления

Конечной целью, для которой определяется передаточная функция объекта управления, является создание САУ, удовлетворяющей определенным требованиям. Для придания системе требуемых динамических свойств, в ее состав включают корректирующие устройства (регуляторы). В современных системах обычно используют цифровые регуляторы ЦР, которые реализуют на микро-ЭВМ или микропроцессорах, работающих в дискретном режиме.

С целью проверки полученных результатов, осуществим синтез цифровых регуляторов для различных объектов управления $N_1(s)$, $N_2(s)$, $N_3(s)$ и $N_4(s)$, полученных ранее. Проще всего можно определить передаточную функцию $W(z)$ цифрового регулятора через дискретную передаточную функцию $HN(z)$ объекта управления при заданном шаге квантования.

Согласно рекомендациям [5], для объекта управления, имеющего дискретную передаточную функцию $HG(z) = \frac{c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_N z^{-N}}{1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + \dots + d_N z^{-N}}$, передаточная функция цифрового регулятора имеет вид $W(z) = K_0 \frac{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_N z^{-N}}{1 - k_1 z^{-1} - k_2 z^{-2} - \dots - k_N z^{-N}}$, где $b_1 = d_1$, $b_2 = d_2$, ..., $b_N = d_N$;

$k_1 = c_1 K_0$, $k_2 = c_2 K_0$, ..., $k_N = c_N K_0$; $K_0 = \frac{1}{c_1 + c_2 + \dots + c_N}$. Приближенную дискретную модель объекта управления можно получить из непрерывной модели с помощью метода прямоугольников $s = \frac{1 - z^{-1}}{h}$, или метода трапеций $s = \frac{2}{h} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$, где z^{-1} – символ, означающий задержку на время h ; h – шаг квантования. Более точная дискретная модель объекта управления может быть получена из непрерывной модели с помощью пакета прикладных программ MATLAB на основе фиксатора нулевого порядка. Экстраполятор нулевого порядка фиксирует значение входного сигнала $u(t)$ в начале интервала квантования h и поддерживает на выходе это значение – сигнал $u[k]$, до окончания интервала квантования [6]. Затем выходной сигнал изменяется скачком до величины входного сигнала на следующем шаге $k = 0, 1, 2, \dots$ квантования $u(t) = u[k]$, $kh \leq t < (k+1)h$. Экстраполятор нулевого порядка имеет импульсную переходную функцию прямоугольного вида.

В пакете MATLAB для дискретного преобразования используется функция: $c2d(ob, h, 'method')$, где ob – непрерывная передаточная функция объекта управления; h – шаг квантования, c ; $method$ – метод дискретного преобразования (для фиксатора нулевого порядка zoh). Важнейшей характеристикой любой дискретной модели является шаг квантования мгно-

венного ключа h (интервал дискретизации аналогового сигнала), выбору которого необходимо уделять особое внимание. При выборе шага квантования h требуется учитывать ряд противоречивых требований и следовать рекомендациям [6]. Однако для многих практических применений достаточно иметь от 6 до 15 шагов квантования за время установления переходного процесса в замкнутой системе управления. Для дальнейших расчетов выберем шаг дискретизации $h = 0,01$ с. Используя пакет MATLAB, определены дискретные передаточные функции ранее полученных объектов управления и передаточные функции цифровых регуляторов:

$$HN_1(z) = \frac{c_1 z^{-1}}{1 + d_1 z^{-1}}, \quad W_1(z) = K_0 \frac{1 + b_1 z^{-1}}{1 - k_1 z^{-1}}, \quad \text{где } c_1 = 0,0956; \quad K_0 = \frac{1}{c_1} = 10,46; \quad b_1 = d_1 = -1;$$

$$k_1 = c_1 K_0 = 1;$$

$$HN_2(z) = \frac{c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}}{1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2}}, \quad W_2(z) = K_0 \frac{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 - k_1 z^{-1} - k_2 z^{-2}}, \quad \text{где } c_1 = 0,02968; \quad c_2 = 0,02282;$$

$$K_0 = \frac{1}{c_1 + c_2} = 19,0471; \quad b_1 = d_1 = -1,453; \quad b_2 = d_2 = 0,4529; \quad k_1 = c_1 K_0 = 0,5653; \quad k_2 = c_2 K_0 = 0,4347;$$

$$HN_3(z) = \frac{c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + c_3 z^{-3}}{1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + d_3 z^{-3}}, \quad W_3(z) = K_0 \frac{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3}}{1 - k_1 z^{-1} - k_2 z^{-2} - k_3 z^{-3}}, \quad \text{где } c_1 = 0,004819;$$

$$c_2 = 0,01504; \quad c_3 = 0,002921; \quad K_0 = \frac{1}{c_1 + c_2 + c_3} = 43,8998; \quad b_1 = d_1 = -2,163; \quad b_2 = d_2 = 1,531;$$

$$b_3 = d_3 = -0,3679; \quad k_1 = c_1 K_0 = 0,2116; \quad k_2 = c_2 K_0 = 0,6602; \quad k_3 = c_3 K_0 = 0,1282;$$

$$HN_4(z) = \frac{c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}}{1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2}}, \quad W_4(z) = K_0 \frac{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 - k_1 z^{-1} - k_2 z^{-2}}, \quad \text{где } c_1 = 0,01453; \quad c_2 = 0,01317;$$

$$K_0 = \frac{1}{c_1 + c_2} = 36,1028; \quad b_1 = d_1 = -1,744; \quad b_2 = d_2 = 0,7438; \quad k_1 = c_1 K_0 = 0,5246; \quad k_2 = c_2 K_0 = 0,4754.$$

Моделирование работы замкнутых систем с цифровыми регуляторами

Для проверки полученных результатов проведено моделирование работы замкнутых систем с объектом $G(s)$ и различными цифровыми регуляторами $W_1(z)$, $W_2(z)$, $W_3(z)$ и $W_4(z)$.

Результаты моделирования при входном сигнале $x = 100$ дел, представлены на рис. 4.

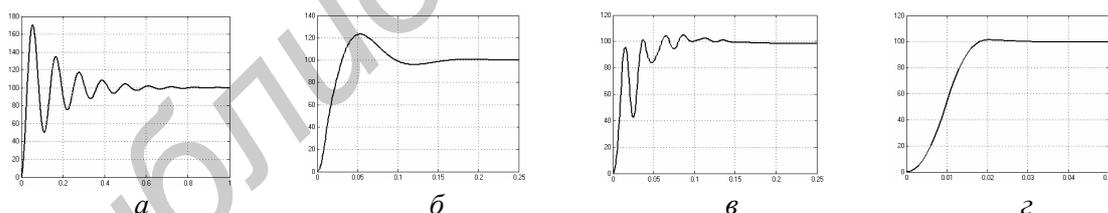


Рис. 4. Результаты моделирования работы замкнутых систем с объектом $G(s)$ и различными цифровыми регуляторами: а - $W_1(z)$; б - $W_2(z)$; в - $W_3(z)$; з - $W_4(z)$

Анализируя результаты моделирования, можно отметить, что наилучшие (рис. 4,з) показатели качества работы системы обеспечивает цифровой регулятор $W_4(z)$, а системы с цифровыми регуляторами $W_1(z)$, $W_2(z)$ и $W_3(z)$ обеспечивают (рис. 4,а-в) колебательный переходной процесс. Если требования по быстродействию невысокие, то в значительной степени колебательность переходного процесса можно уменьшить и даже исключить путем подбора коэффициента усиления K_0 цифрового регулятора. В том случае, когда требуется получить оптимальный переходной процесс без перерегулирования за минимальное время, следует использовать цифровые оптимальные по быстродействию регуляторы или регуляторы, которые функционируют на базе нечеткой логики [7-9].

Заключение

Проведенные исследования показывают, что параметры объектов управления могут быть определены через переходные характеристики замкнутых систем. Используя переходные характеристики реальных замкнутых систем, цифровое моделирование и изложенные аналитические зависимости, разработчик может определить передаточные функции объектов управления, когда невозможно применить другие методы идентификации.

CONTROL OBJECT IDENTIFICATION USING CLOSED-LOOP SYSTEM TRANSIENT RESPONSE

A.G. STRYZHNIU, A.V. MARKOV, A.N. RUSAKOVICH

Abstract

The method of control object identification using the transient response of closed-loop system is given. The transient functions of typical elements are considered. These elements are the inertial element of first, second and higher order and the oscillating element. Analytical expressions allowing to determine parameters of control objects transfer functions using parameters of transient functions of the closed-loop systems are received. The parameters of various control objects are calculated on a concrete example. The digital regulators are synthesized using the discrete transfer functions of control objects. The digital modeling is realized for calculations verification. Recommendations concerning practical application of the received results are presented.

Список литературы

1. *Красовский А.Я.* Локальные системы автоматки: Конспект лекций. Минск, 2003.
2. *Бесекерский В.А., Попов Е.П.* Теория систем автоматического управления. СПб., 2003.
3. *Грон Д.* Методы идентификации систем. М., 1979.
4. *Попов Д.Н.* Механика гидро- и пневмоприводов. М., 2002.
5. *Гостев В.И., Стеклов В.К.* Системы автоматического управления с цифровыми регуляторами. Киев, 1998.
6. *Franklin G.F.* Digital Control of Dynamic Systems. Addison-Wesley, 1998.
7. *Гостев В.И., Худолый Д.А., Баранов А.А.* Синтез цифровых регуляторов систем автоматического управления. Киев, 2000.
8. *Гостев В.И.* Проектирование нечетких регуляторов для систем автоматического управления. СПб., 2011.
9. *Стрижнев А.Г., Ледник Г.В.* // Информатика. 2011. №2(30). С. 124-133.

УДК 621.391

АЛГОРИТМ МАРКИРОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ВИЗУАЛЬНОЙ КРИПТОГРАФИИ ДЛЯ ЗАЩИТЫ ОТ НЕСАНКЦИОНИРОВАННОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ

А.А. БОРИСКЕВИЧ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 12 мая 2012

Предлагается алгоритм маркирования изображений для защиты от копирования и незаконного распространения информации, основанный на принципах визуальной криптографии, представлении защищаемого изображения в виде набора взвешенных битовых плоскостей и двоичной маски маркирования (ДММ) в виде двух изображений-соответствий. Результаты моделирования показали, что алгоритм обеспечивает высокую защищенность изображений без изменения их качества и качественное восстановление ДММ пользователя без использования вычислительных средств.

Ключевые слова: защищаемое изображение, визуальная криптография, маска маркирования, битовая плоскость, фрактальная структура.

Введение

Быстрое развитие и широкое распространение информационных и коммуникационных технологий, простота передачи и распространения информации в компьютерных сетях влекут за собой необходимость защиты публикуемых в открытом доступе или передаваемых по сети электронных документов. Одним из средств предотвращения несанкционированного доступа является шифрование сообщений, чтобы данные не были использованы третьим лицом. Для предотвращения несанкционированного использования данных, их модификации и нарушения авторских прав распространяемой информации (например, плагиат – присвоение авторства другим лицом), а также незаконного распространения данных используются различные технологии маркирования: ДММ в виде цифрового водяного знака (ЦВЗ) и цифрового отпечатка (ЦФ) [1]. В первом случае все защищаемые документы маркируются кодом ЦВЗ, одинаковым для всех пользователей и разными для всех владельцев, а во втором случае – кодом ЦФ, уникальным для каждого пользователя. Они идентифицируют владельца документа, обеспечивают возможность подтверждения подлинности авторства в любой момент использования документа и удерживают пользователя от нелегального распространения контента документа.

Для повышения уровня защищенности контента изображения без любой его модификации могут быть использованы алгоритмы визуальной криптографии [2-6], обладающие следующими свойствами:

- регулярность (производятся одинаковые действия для каждого исходного пикселя);
- независимость (каждый исходный пиксель шифруется независимо от других);
- простота (возможно визуальное расшифрование посредством физического процесса наложения шумоподобных изображений без вычислений).

В [2] предложена визуальная схема разделения секретной информации k из n (ВСРС (k, n)). В данной ВСРС (k, n) секретная информация K делится на n частей (по числу участников схемы):

- любые k участников могут составить из частей секретную информацию K ;

- ни одна группа из $(k-1)$ участников не может восстановить всю секретную информацию K или его часть.

Секретной информацией для ВСРС может быть любая информация, например ДММ. Сущность ВСРС заключается в том, что секретное изображение разделяется на k частей и они раздаются n участникам схемы. Каждая часть представляет собой некоторое шумоподобное изображение на прозрачной пленке-диапозитиве. Если k участников совместят свои пленки-диапозитивы друг с другом в произвольной последовательности, то они смогут увидеть секретное изображение, в то время как меньшее число участников – нет. Наиболее простой структурой ВСРС является схема ($k=2$ из $n=2$). В этом случае секретное бинарное изображение шифруется двумя частями (разделениями), имеющими шумоподобную структуру, и обе требуются для успешного расшифрования. При использовании данной технологии шифрования уменьшается контраст (разность между числом черных субпикселей белого и черного пикселей расшифрованного изображения) и увеличивается размер восстановленного секретного изображения по сравнению с исходным секретным изображением в горизонтальном направлении.

Целью данной работы является разработка алгоритма маркирования изображения на основе технологии визуальной криптографии ВСРС (2, 2), который не искажает защищаемые данные и не оставляет следов встраивания, но при этом обеспечивает высокую точность распознавания авторского ДММ и надежно защищает передаваемую визуальную информацию от присваивания и дальнейшего незаконного использования третьими лицами.

Алгоритм защиты изображений от несанкционированного использования состоит из процедуры зашифрования ДММ, осуществляемой перед распространением информации в сети, и процедуры восстановления ДММ, необходимой для обнаружения незаконного использования предоставляемой информации.

Процедура зашифрования ДММ I_F на основе двух изображений-соответствий E_1 и E_2

Данная процедура состоит из следующих шагов.

Шаг 1. Инициализация начальных параметров.

1.1. Исходное защищаемое изображение I_C размером $M \times N$.

Защищаемое изображение $I_C = (I_C(m, n) | m = \overline{1, M}, n = \overline{1, N})$ может быть цветным или полутоновым.

1.2. Генерация уникальной ДММ I_F размером $P \times Q$

Уникальная двоичная маска маркирования

$I_F = (I_F(m, n) | m = \overline{1, P}, n = \overline{1, Q}, I_F(m, n) \in \{0, 1\})$ может быть использована в качестве авторского ЦВЗ или ЦФ. Размеры ДММ должны быть меньше или равны размерам защищаемого изображения: $P \times Q \leq M \times N$.

Синтезированная пространственная фрактальная структура I_F^N с парой псевдослучайных углов θ_1 и θ_2 на N -м уровне итерации определяется с помощью соотношения

$$I_F^N = (I_F^N(m, n, \theta_1, \theta_2))_{P \times Q}, \quad (1)$$

где $I_F^N(m, n, \theta_1, \theta_2) = (I_{F_j}^N(m, n, \theta_1, \theta_2) = S_j^N(G^N(m, n, \theta_1, \theta_2), I_j^{N-1}(m, n)) | j = \overline{1, J_N})$ – значение пиксела фрактальной структуры на N -м уровне итерации; $S_j^N(\cdot)$ – оператор замещения j -го элемента инициатора $I_j^{N-1}(m, n)$ генератором $G^N(m, \theta_1, \theta_2)$ для синтеза элементов $I_{F_j}^N(m, n, \theta_1, \theta_2)$ фрактальной структуры на N -м уровне итерации; $G^1 = (G^1(m, \theta_1, \theta_2))$ – исходный генератор, состоящий из определенного числа линейных элементов, образующих различные формы импульсов и характеризующихся парой секретных псевдослучайных углов θ_1 и θ_2 углов наклона крайних элементов; $I^1 = \{I_j^1(m, n) | j = \overline{1, J_1}\}$ – исходный инициатор, представляющий собой простую

геометрическую фигуру (треугольник, квадрат, многоугольник) и состоящий из J_1 элементов длиной L_1 ; J_N – число элементов инициатора на N -м уровне итерации.

Оценка фрактальной размерности или размерности самоподобия D фрактальных структур осуществляется с помощью соотношения:

$$D = \log m / \log \mu, \quad (2)$$

где m – число линейных элементов, из которых состоит генератор G^1 фрактальной структуры I_F^N ; l_1 – размер линейного элемента генератора; L_1 – расстояние между начальной и конечной точками генератора или размер генератора; $\mu = L_1/l_1$ – параметр формы генератора.

Из (1) и (2) следует, что синтез концентрических фрактальных структур с одинаковой длиной $l = l_{N_1}^1 = l_{N_2}^2 = \dots = l_{N_{N_E}}^{N_E}$ элементов генератора и числом вложений N_E осуществляется с помощью выбора числа итераций $N \in \{N_1, \dots, N_{N_E}\}$ для каждого вложения и скейлинговых соотношений между размерами элементов исходных инициаторов $L \in \{L_{1,1}, \dots, L_{1,N_E}\}$.

Таким образом, фрактальная пространственная структура I_F^N характеризуется ключевыми параметрами генератора G_1 ($\theta_1, \theta_2, m, \mu = L_1/l_1, D$), инициатора $I^1(J_1, L_1 \in \{L_{1,1}, \dots, L_{1,N_E}\})$, числом вложений N_E и количеством итераций на каждом вложении $N \in \{N_1, \dots, N_{N_E}\}$.

1.3. Формирование псевдослучайной последовательности целых чисел Z из интервала $[0, MN]$ с помощью секретного ключа K_S .

Множество псевдослучайных целых чисел $Z = (Z_1, \dots, Z_k, \dots, Z_{PQ})$, где $k \in [1, PQ]$ – номер позиции пикселя изображения I_C , представляет собой множество псевдослучайных позиций пикселей I_C , используемых для зашифрования ДММ.

Шаг 2. Формирование одномерной последовательности пар пикселей бинарного изображения-соответствия E_2 .

2.1. Выборка значения пикселя $I_C(k)$ одномерной последовательности изображения I_C с k -й позицией и l -го бита его кодового слова.

Одномерная последовательность $I_C = (I(1), \dots, I(k), \dots, I(MN))$ из изображения размером $M \times N$ формируется с помощью одного из способов его развертки (горизонтальная, вертикальная и другие). Псевдослучайная выборка значений пикселей из одномерной последовательности значений изображения I_C осуществляется с помощью множества псевдослучайных целых чисел $Z = (Z_1, \dots, Z_k, \dots, Z_{PQ})$ для формирования псевдослучайной последовательности значений пикселей $I_C = \{I_C(k) | k = \overline{1, PQ}\}$. Для повышения криптостойкости шифрования одномерной последовательности изображения I_C дополнительно используется поточный алгоритм шифрования RC4 с размером секретного ключа, равным 1700 бит.

Значение пикселя $I_C(k)$ можно представить в двоичной форме с помощью соотношения

$$I_C(k) = \sum_{l=0}^{L-1} b_l(k) 2^l, \quad (3)$$

где L – длина кодового слова $b = b_{L-1} \dots b_1 \dots b_0$ значения пикселя $I_C(k)$; $b_l(k) \in \{0, 1\}$ – значение l -го бита кодового слова значения пикселя $I_C(k)$.

Выбор l -го бита $b_l(k) \in \{0,1\}$ из кодового слова k -го пикселя $I_C(k)$ обусловлен требованиями устойчивости выбранных бинарных изображений, используемых для зашифрования ДММ, к различного рода воздействиям на качество защищаемого изображения: сжатие, фильтрация, шумы канала и т.п. Для определения количества битовых плоскостей, из которого осуществляется выбор визуально значимой битовой плоскости, и количественной оценки психовизуальной значимости битовых плоскостей целесообразно использовать объективные перцептуальные критерии качества изображения [7]. Обычно это наиболее визуально значимые биты: $l \in \{7,6,5,4\}$ при $L=8$ бит. Выбор трех определенных бинарных изображений дает возможность формирования устойчивого, полухрупкого и хрупкого ДММ за счет выбора, например, соответственно 6, 4 и 0 битовых плоскостей исходного изображения.

2.2. Формирование пикселей бинарного изображения-соответствия E_1 изображению I_C .

В соответствии с правилом формирования изображения-соответствия E_1 (см. табл. 1) значению $b_l(k)$ пикселя $I_C(k)$ изображения I_C должна соответствовать пара пикселей изображения-соответствия E_1 , определенная посредством выбора пары строк: одна строка для нулевого бита и вторая строка для единичного бита. Например, $b_l(k) \rightarrow \{01,10\}$.

Таблица 1. Правило формирования бинарного изображения-соответствия E_1 изображению I_C

Значение бита $b_l(k)$ пикселя $I_C(k)$ изображения I_C	Значение пикселя $E_1(k)$ изображения-соответствия E_1
0	10
0	01
1	10
1	01

Конечным результатом данного шага является значение пикселя $E_1(k)$, определенное с помощью выбранного правила формирования бинарного изображения-соответствия E_1 для $b_l(k)$: $E_1(k) \rightarrow \{01,10\}$. Это приводит к увеличению размера изображения-соответствия E_1 , равного $2P \times Q$, по сравнению с размером $P \times Q$ изображения I_C .

2.3. Формирование пикселей бинарного изображения-соответствия E_2 ДММ.

Таблица 2. Правило формирования бинарного изображения-соответствия E_2 ДММ

Значение пикселя изображения-соответствия E_1	Значение пикселя изображения-соответствия E_2	Значение пикселя $\tilde{I}_F(k)$ при наложении пикселей изображений-соответствий E_1 и E_2
10	10	10
01	01	01
10	01	11
01	10	11

С помощью пары пикселей изображения-соответствия E_1 и правила формирования бинарного изображения-соответствия E_2 ДММ (см. табл. 2) определяется такая пара пикселей изображения-соответствия E_2 , которая позволяет вычислить k -ю пару пикселей бинарного изображения ДММ: $E_1(k) \vee E_2(k) = \tilde{I}_F(k)$, где \vee – символ логической операции ИЛИ. Например, $E_1(k) \rightarrow \{01,10\}$ и $\tilde{I}_F(k) \rightarrow \{01,11\}$ соответствует $E_2(k) \rightarrow \{01,01\}$.

2.4. Проверка условия окончания формирования одномерной последовательности изображения-соответствия E_2 .

Если $k < P \times Q$, то переход к шагу 2.1. В противном случае – к шагу 3.

Конечным результатом данного шага является одномерная последовательность $E_2 = (E_2(k) | k = 1, 2P \times Q)$ пар пикселей изображения-соответствия E_2 .

Шаг 3. Формирование бинарного изображения-соответствия E_2 ДММ.

Из одномерной последовательности $E_2 = (E_2(k) | k = 1, 2P \times Q)$ пар пикселей изображения-соответствия E_2 с помощью строчной развертки формируется изображение-соответствие $E_2: E_2 = (E_2(m, n) | m = \overline{1, 2P}, n = \overline{1, Q})$.

Процедура восстановления ДММ \tilde{I}_F^N на основе исходного изображения I_C и изображения-соответствия E_2

Данная процедура требует официальной регистрации ДММ в виде авторского ЦВЗ или ЦФ. Кроме того, она требует знания правила формирования изображений-соответствий E_1 и E_2 , секретного ключа K_S и она состоит из следующих шагов.

Шаг 1. Инициализация начальных параметров.

1.1. Исходное защищенное (маркированное) изображение $I_C = (I_C(m, n) | m = \overline{1, M}, n = \overline{1, N})$.

1.2. Уникальная ДММ $I_F^N = (I_F^N(m, n) | m = \overline{1, P}, n = \overline{1, Q}, I_F^N(m, n) \in \{0, 1\})$.

1.3 Секретный ключ K_S для генерации псевдослучайной последовательности целых чисел, принадлежащих интервалу $[0, MN]$: $Z = (Z_1, \dots, Z_k, \dots, Z_{PQ})$ при $P \times Q \leq M \times N$, и секретный ключ алгоритма RC4.

1.4 Изображение-соответствие $E_2 = (E_2(m, n) | m = \overline{1, 2P}, n = \overline{1, Q})$, формируемое при внедрении ДММ I_F^N .

Шаг 2. Формирование бинарного изображения-соответствия E_1 .

2.1. Выборка значения пиксела $I_C(k)$ из одномерной псевдослучайной последовательности изображения I_C с k -й позицией и определение l -го бита $b_l(k) \in \{0, 1\}$ кодового слова $I_C(k)$.

2.2. Формирование одномерной последовательности пар пикселей изображения-соответствия E_1 .

Одномерная последовательность пар пикселей изображения-соответствия E_1 имеет вид: $E_1 = (E_1(k) | k = \overline{1, 2P \times Q})$.

Конечным результатом шага 2 является изображение-соответствие E_1 , формируемое с помощью развертки определенного типа из одномерной последовательности пар пикселей данного изображения-соответствия: $E_1 = (E_1(m, n) | m = \overline{1, 2P}, n = \overline{1, Q})$.

3. Восстановление уникального ДММ для установления подлинности авторства.

Уникальный ДММ восстанавливается посредством сложения бинарных изображений E_1 и E_2 по правилу дизъюнкции:

$$\tilde{I}_F^N = E_1 \vee E_2 = (I_F^N(m, n) = E_1(m, n) \vee E_2(m, n) | m = \overline{1, 2P}, n = \overline{1, Q}). \quad (4)$$

Из (4) видно, что восстановление ДММ возможно с помощью наложения двух диапазонов, на которых зарегистрированы бинарные изображения E_1 и E_2 , без использования вы-

числительных средств. Восстановленный ДММ имеет по сравнению с исходным ДММ увеличенные размеры $2P \times Q$.

Результаты моделирования

Для оценки эффективности предложенного алгоритма используется спутниковое изображение размером 512×512 и ДММ в виде фрактальной структуры с уникальными параметрами (рис. 1). Уровень защищенности исходного изображения зависит от выбора размера секретных ключей, бинарных изображений с требуемой визуальной значимостью и количества структурных параметров уникального ДММ.

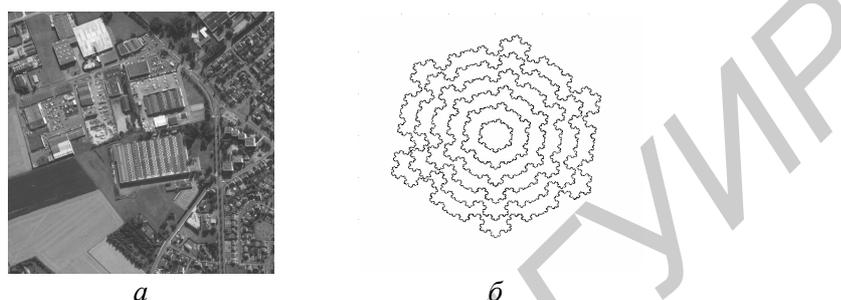


Рис. 1. Исходное защищаемое полутоновое изображение и уникальная двоичная маркирующая маска: *a* – спутниковое изображение; *б* – фрактальная структура с секретными параметрами

На рис. 1,б приведена концентрическая двухмерная структура, состоящая из шести вложенных структур с одинаковым числом итераций ($N=6$), разными диаметрами инициатора, находящимися в линейном отношении $L_1 : L_2 : L_3 : L_4 : L_5 : L_6 = 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6$. В качестве генератора и инициатора используются соответственно треугольная линейная форма и шестиугольник, $\theta_1 = \theta_2 = 6,39368$. Фрактальная размерность данной структуры составляет $d = 1,2618$ при $\mu=3$.

Реализация процедур зашифрования ДММ и его восстановления происходит без потерь качества защищаемого изображения. Восстановление ДММ \tilde{I}_F^N может осуществляться посредством наложения изображений-соответствий E_2 и E_1 (рис. 2).

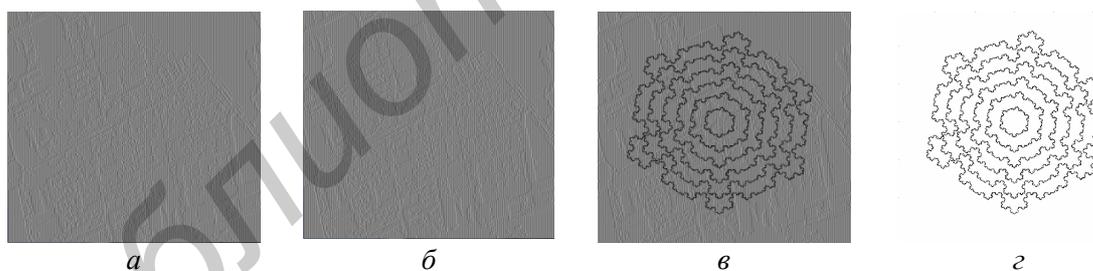


Рис. 2. Восстановление ДММ посредством наложения бинарных шумоподобных изображений: *a* – изображение-соответствие E_2 ; *б* – изображение-соответствие E_1 ; *в* – восстановленная ДММ; *г* – восстановленная ДММ после пороговой обработки

Из рис. 2 видно, что любое из изображений-соответствий не несет никакой информации, но вместе они восстанавливают ДММ с уменьшенным контрастом и увеличенным размером. Это обусловлено тем, что когда два расширенных бинарных изображений-соответствий совмещаются вместе, черные пиксели на формируемом бинарном изображении ДММ остаются такими же, а белые становятся серыми. Несмотря на то, что контраст ДММ становится меньше, расшифрованное изображение ДММ достоверно распознается. После пороговой обработки восстановленный ДММ не отличается от исходного ДММ. Данный алгоритм позволяет формировать устойчивый, полухрупкий и хрупкий ДММ за счет выбора соответствующих битовых плоскостей защищаемого изображения с целью обеспечения различной чувствительности ДММ к возможным воздействиям на исходное защищаемое изображение для контроля его подлинности.

Заключение

Предложен алгоритм защиты изображений от копирования и незаконного распространения информации, основанный на представлении защищаемого изображения в виде набора взвешенных битовых плоскостей, ДММ в виде двух бинарных шумоподобных изображений-соответствий и восстановление ДММ пользователя посредством наложения двух диапозитивов сформированных изображений-соответствий. Он обеспечивает высокий уровень защищенности контента изображений без изменения их качества за счет возможности использования секретных ключей шифрования большой длины (1700 бит и более), восьми параметров генерации фрактальной ДММ, различных правил формирования изображений-соответствий с учетом визуальной информации о ДММ и контенте защищаемого изображения и требует официальной регистрации ДММ пользователя.

Представлены результаты моделирования разработанного алгоритма в среде программирования C#.

AN ALGORITHM OF MARKING IMAGES BASED ON THE VISUAL CRYPTOGRAPHY FOR PROTECTING FROM UNCONFIDENTIALITY INFORMATION DISTRIBUTION

A.A. BORISKEVICH

Abstract

An algorithm of marking image protecting from copying and illegal distribution of information based on the visual cryptography principles, representing an original image in form of the weighted binary plane set and binary marking mask in form of two shadow image is proposed. The modeling result have shown that the algorithm provides the high protection level of the images without changing of the image quality and qualitative reconstruction of the binary marking mask without the computational tools.

Список литературы

1. *Milano D.* Content control: Digital watermarking and fingerprinting [Electronic resource]. Mode of access: www.rhozet.com/whitepapers/Fingerprinting_Watermarking.pdf.
2. *Noar M., Shamir A.* // *Advances in Cryptology: Eurocrypt'94.* 1995. Vol. 950. P. 1-12.
3. *Ateniese G., Blundo C., De Santis A. et al.* // *Inf. Comput.* 1996. Vol. 129, №2. P. 86-106.
4. *Hwang, R.J.* // *Tamkang Journal of Science and Engineering.* 2000. Vol. 3, №2. P. 97-106.
5. *Surekha B., Swamy G.N., Srinivasa R.K. et al.* // *Journal of Information Assurance and Security.* 2009. №4. P. 470-473.
6. *Pal J.K., Mandal K., Dasgupta K.* // *International Journal of Network Security & Its Applications.* 2010. Vol. 2, №4. P. 118-127.
7. *Борискевич А.А., Руус Л.А.* // Сборник научных статей 6-я Международной научно-технической конференции Медэлектроника-2010. С. 34-37.

УДК 681.586: 534.2

АКУСТОЭЛЕКТРОННЫЕ ХИМИЧЕСКИЕ СЕНСОРЫ НА ОСНОВЕ МАССИВОВ МОДИФИЦИРОВАННЫХ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК: АДСОРБЦИОННЫЕ СВОЙСТВА МАССИВОВ УНТ

А.С. ЧАШИНСКИЙ, В.В. БАРКАЛИН

Белорусский национальный технический университет
пр. Независимости 65, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 12 мая 2012

Обсуждаются перспективы использования ориентированных массивов углеродных нанотрубок в химических сенсорах с акустическим информационным сигналом. Массивы рассматриваются как наноструктурированная дисперсная среда с межтрубочными молекулярными взаимодействиями, модулированными молекулами, адсорбированными в пространстве между трубками и изменяющими упругие свойства массива. Описаны адсорбционные свойства массивов. Показана возможность их нековалентной функциональной модификации. Обсуждается химическая чувствительность таких систем и способы достижения их селективности.

Ключевые слова: химические сенсоры, углеродные нанотрубки, адсорбция, функционализация, метод молекулярной динамики.

Введение

Важнейшими требованиями, предъявляемыми к конструкциям современных химических сенсоров, являются высокая, вплоть до единичных молекул, чувствительность к контролируемым веществам, высокая селективность, т.е. слабая чувствительность к неконтролируемым веществам и другим физическим воздействиям окружающей среды, минимальное время срабатывания и обратимость реакции сенсора. Кроме того, требуется совместимость технологии изготовления сенсора с современными микро- и нано-технологическими процессами производства. Очевидно, что в этой связи наибольший интерес представляют разработки наносенсоров отдельных молекул на основе использования индивидуальных углеродных нанотрубок (УНТ), находящиеся в настоящее время на стадии лабораторных исследований [1]. Однако промышленное освоение таких сенсоров требует отработанных технологий разделения УНТ по размерам, числу слоев и хиральности, технологии локализации трубок на подложке и создания контактов к ним, новых методов снятия и обработки выходного сигнала.

С другой стороны, уже в настоящее время имеется достаточно отработанная технология нанесения горизонтально и вертикально ориентированных массивов углеродных нанотрубок на кремниевые подложки [2]. В этой связи представляется своевременной разработка химических сенсоров разного типа с чувствительными элементами на основе таких массивов, в том числе акустических и импедансных, по отечественной технологии. В данной работе, представляющей собой первую часть цикла, обсуждаются результаты моделирования адсорбционных свойств массивов УНТ.

Теоретический анализ

Работа акустоэлектронных химических сенсоров на объемных акустических волнах (ОАВ) основана на влиянии абсорбированных в газочувствительном слое молекул на его геометрические, электрические и упругие свойства, а также изменении массового нагружения ре-

зонансной структуры, несущей акустическую волну, при адсорбции. Эти эффекты приводят к изменению резонансной частоты акустического резонатора, определяющего выходной сигнал сенсора (рис. 1).



Рис. 1. Схема работы перспективных акустоэлектронных и импедансных сенсорных структур с чувствительным слоем на основе массивов углеродных нанотрубок

Для сенсоров на ОАВ связь между равновесным относительным изменением резонансной частоты сенсора и изменениями акустических свойств газочувствительного слоя дается соотношением:

$$\frac{\Delta f}{f} = \sum_{IJ} A_{IJ} \frac{\Delta C_{IJ}}{C_{IJ}} + B \frac{\Delta m}{m} + D \frac{\Delta h}{h}. \quad (1)$$

Здесь f – резонансная частота структуры, C_{IJ} – упругие модули чувствительного слоя, m – его поверхностная плотность, h – его толщина, A_{IJ} , B и D – параметры, зависящие от геометрических, кристаллографических и материальных параметров резонатора, ΔC_{IJ} , Δm , Δh – изменение указанных величин вследствие адсорбции. Для обычно используемых поликристаллических пористых и полимерных газочувствительных материалов характерное значение $\Delta f/f$ для частот ОАВ 10-100 МГц не превышает сотых долей процента [3].

Таким образом, для оценки перспектив акустоэлектронных химических сенсоров на основе массивов УНТ необходимо в первую очередь исследовать их адсорбционные свойства.

Результаты и обсуждение

Адсорбционные свойства массивов углеродных нанотрубок.

Многостенные УНТ (МУНТ) являются основным объектом в технологии создания массивов УНТ на различных подложках. Они представляют собой вложенные друг в друга одностенные УНТ, причем расстояние между стенками вложенных УНТ близко к межслоевому расстоянию в решетке графита 3.4 Å. Основным интерес для химической сенсорики представляют МУНТ диаметром до 10 нм, хотя могут быть использованы и МУНТ диаметром до 100 нм.

Одностенные УНТ в составе МУНТ могут обладать как соизмеримыми, так и несоизмеримыми периодами вдоль оси МУНТ. Моделирование методом молекулярной динамики (МД) с эффективным потенциалом ММ+ [4], который использовался во всех МД-вычислениях в данной работе, показывает, что существует корреляция между хиральностями одностенных

УНТ, составляющих МУНТ с минимальной энергией. В частности, для МУНТ $5 \times 5 @ 10 \times 10 @ 15 \times 15$ и $2 \times 7 @ 10 \times 10 @ 15 \times 15$ энергии связи различаются более чем в 4 раза, причем большая из них соответствует второй структуре, в то время как вариация оптимальных по энергии радиусов УНТ в их составе не превышает $\pm 0.2 \text{ \AA}$.

Особенностью сорбции газов на МУНТ является то, что межслоевое расстояние между УНТ в них слишком мало для проникновения в него даже двухатомных молекул. Поэтому молекулы газов адсорбируются на внешней и внутренней поверхностях изолированной МУНТ. Моделирование методом МД выявляет слабую зависимость энергии адсорбции от числа слоев МУНТ для широкого многообразия молекул (рис. 2).

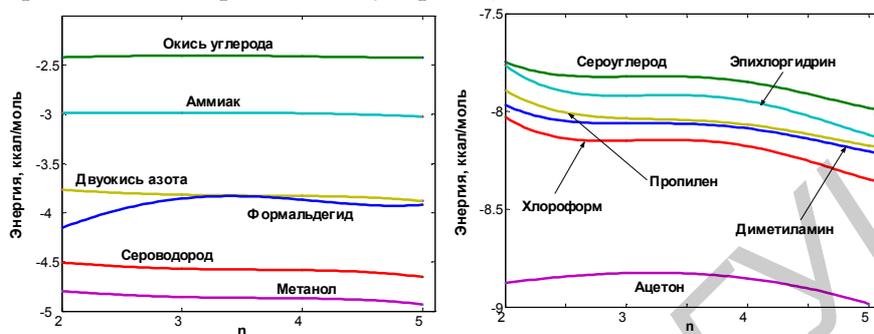


Рис. 2. Адсорбционные минимумы для внешней поверхности МУНТ с внешним диаметром 40 нм в зависимости от количества слоев трубки

При открытых концах УНТ молекулы газа могут также адсорбироваться на внутренних стенках трубки. При рассмотрении постепенного заполнения изолированной УНТ газовыми молекулами методом МД установлено, что сначала молекулы адсорбируются именно на внутренних стенках, образуя упорядоченные слои или спиральные структуры внутри УНТ, и лишь после этого начинают заполняться адсорбционные сайты на внешней поверхности и концах УНТ (рис. 3,а). Число внутренних слоев растет с ростом диаметра УНТ. Определялась адсорбционная емкость УНТ для различных газов, т.е. отношение максимального числа адсорбированных молекул к числу атомов нанотрубки. Адсорбционные емкости УНТ в зависимости от их диаметра для газов H_2 , O_2 и CO представлены на рис. 3,б.

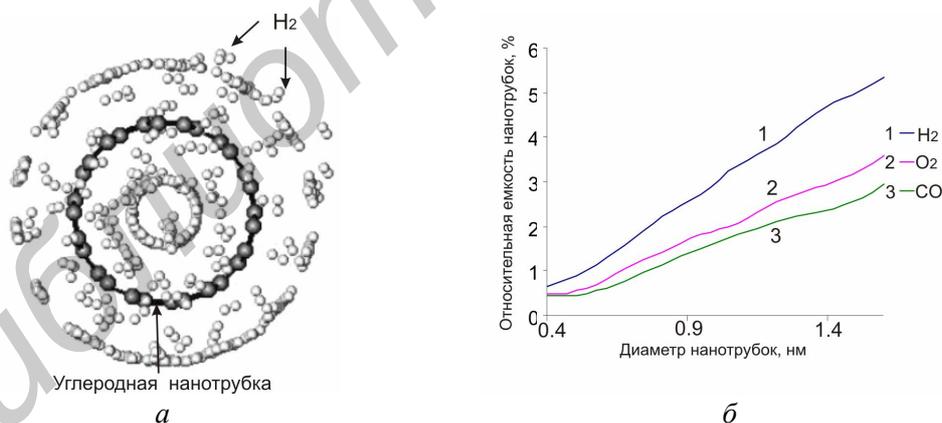


Рис. 3. Заполнение УНТ (7,7) молекулами водорода (а); адсорбционная емкость нанотрубок в зависимости от ее диаметра для адсорбции H_2 , O_2 и CO (б)

Для массивов параллельных УНТ методами МД проведен поиск локализации адсорбционных минимумов. Показано, что небольшие молекулы имеют адсорбционные минимумы не внутри нанотрубок массива, а в каналах между трубками, причем их глубина существенно превосходит энергии связи для физической адсорбции внутри трубок. Исследования проводились на массиве треугольной структуры из УНТ (10,10) длиной 50 \AA при минимальном расстоянии между трубками $3,4 \text{ \AA}$. На рис. 4,а представлены соответствующие зависимости энергии молекулы кислорода от координаты вдоль массива. Энергия молекул сильно зависит от минимального расстояния между трубками в массиве и при его уменьшении становится положительной, что соответствует отсутствию связанного состояния. На рис. 4,б представлены результаты рас-

чета адсорбции молекул кислорода, водорода и оксида углерода в канал массива УНТ (10,10) при минимальном расстоянии между трубками $3,0 \text{ \AA}$, показывающие отсутствие связанного состояния для CO и наличие потенциального барьера на входе в массив для всех молекул. Для тех же газов был произведен поиск минимального расстояния между трубками, при котором все еще происходит адсорбция в порах массива. Критическое расстояние составило $3,02 \text{ \AA}$ для CO, $2,83 \text{ \AA}$ для O_2 и $2,71 \text{ \AA}$ для H_2 . Данный эффект в принципе может быть использован для разделения различных молекул, т.е. массивы могут выступать в качестве молекулярных сит.

Функциональная модификация УНТ.

Функционализация УНТ через привитие молекулярных фрагментов основывается на способности некоторых атомов и радикалов образовывать химическую связь с атомами углерода нанотрубки, которые при этом меняют свое состояние гибридизации от sp^2 к sp^3 . При этом в нанотрубке нарушается ароматичность связей и они превращаются в чередующиеся однократные и двойные связи. Для локализации указанного дефекта необходимо использовать присоединение, например, атома водорода, в окрестность первой связи. При этом электронное состояние трубки меняется только в окрестности новой связи.

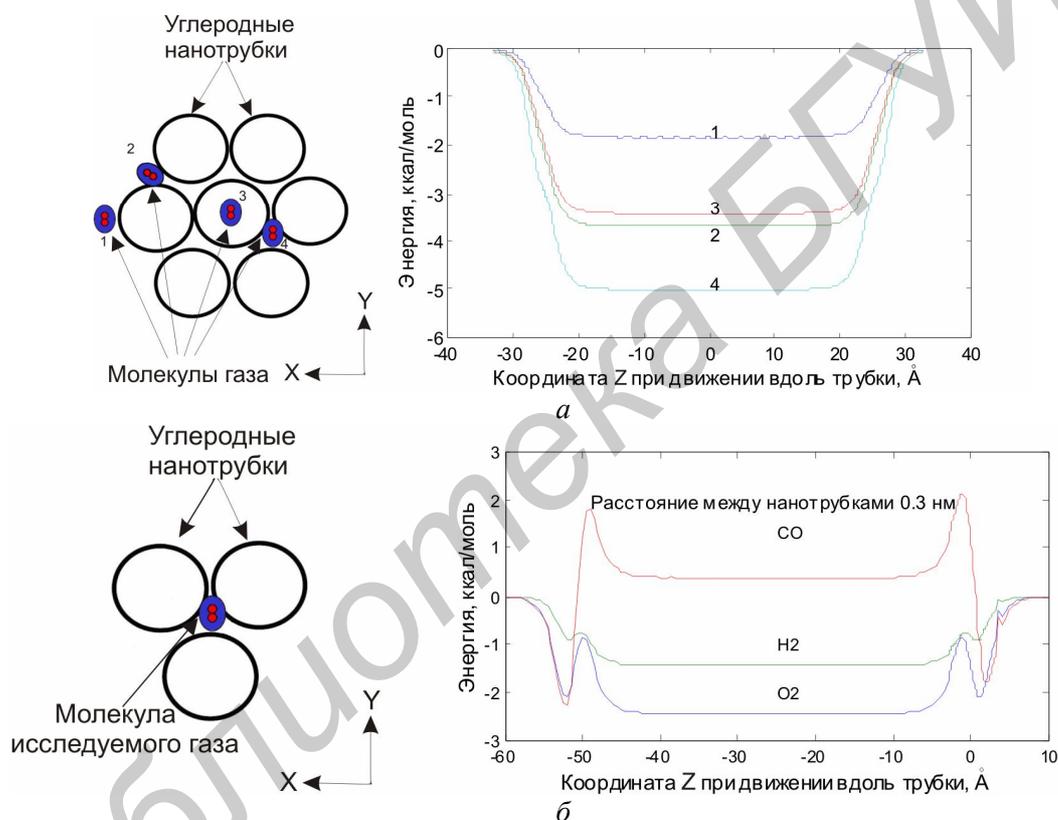


Рис. 4. Изменение энергии молекулы кислорода для указанных локализаций при минимальном расстоянии между трубками $3,4 \text{ \AA}$ (а); изменение энергии молекул кислорода, водорода и оксида углерода для указанной локализации при минимальном расстоянии между трубками $3,0 \text{ \AA}$ (б)

В качестве радикалов химической функционализации предлагается использовать карбоксильные ($-COOH$), карбонильные ($-CO$) или гидроксильные ($-OH$) группы, которые при этом могут являться частью более сложных молекулярных структур. В зависимости от условий и природы окислительного агента, могут также образовываться группы $-NO_2$, $-OH$, $-H$, $=O$ [5]. Были выполнены квантово-механические вычисления взаимодействия группы $-O-C_nH_{2n+1}$ с поверхностью УНТ, связь УНТ- $O-C_nH_{2n+1}$ локализована в центре модельного кластера, содержащего 96 атомов поверхности УНТ, граничащих со связью. Для локализации влияния гибридного дефекта к соседнему со связью атому углерода присоединялся атом водорода. Создание добавочной связи вызывает уменьшение энергии системы.

Рассмотрена также функционализация УНТ карбоксильной группой $-COOH$. Группа $-COOH$ вызывает местную деформацию на боковой стенке трубки, которая вызвана локальной

sp^3 -гибридизацией С–С связей (рис. 5,а). Изменение электронной плотности (рис. 5,б) указывает на создание ковалентной связи.

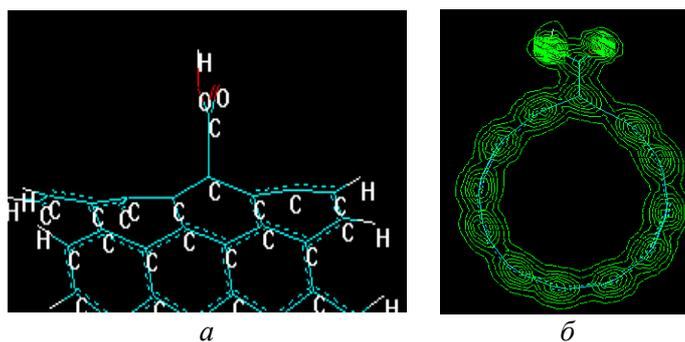


Рис. 5. Карбоксильная группа (а); контурная схема электронной плотности в функционализированной УНТ (б)

Образующаяся химическая связь радикалов-модификаторов с нанотрубками весьма прочна, что не всегда желательно с точки зрения десорбции газовых молекул и восстановления активности чувствительного слоя сенсоров. В этой связи представляет интерес модификация нанотрубок за счет физической адсорбции молекул, содержащих каркас из нескольких плоских бензольных колец, энергия связи которых с УНТ превышает 20 ккал/моль (~1 эВ). В частности, проведено моделирование адсорбции хлор-производных дибензодиоксина на УНТ (10,10). Диоксины в своей структуре содержат бензольные кольца, водород в которых частично или полностью замещен атомами галогенов. Определена зависимость энергии молекул диоксинов от расстояния до стенки нанотрубки при различном содержании хлора (рис. 6). С увеличением числа атомов хлора в составе молекулы ее энергия связи с УНТ растет. Моделирование длительного отжига системы диоксин-УНТ в воде при 295 К показало, что молекулы диоксина не отделяются от стенки УНТ.

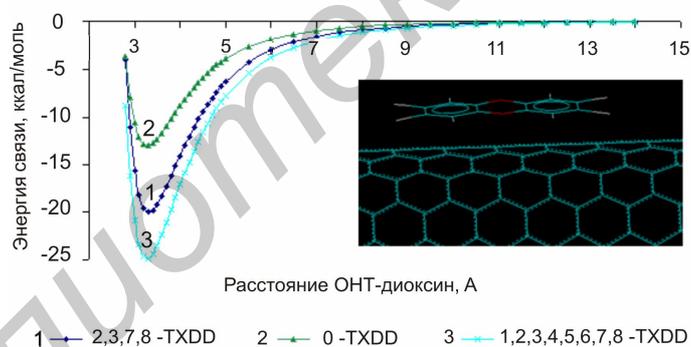


Рис. 6. Зависимость энергии молекул хлор-производных дибензодиоксинов от расстояния до УНТ

Заключение

Рассмотрены адсорбционные свойства упорядоченных массивов УНТ, представляющих собой перспективный материал чувствительного слоя акустоэлектронных химических сенсоров. Методом молекулярной динамики определены положения адсорбционных минимумов в массивах и энергия связи молекул газа с массивом углеродных нанотрубок с учетом взаимодействия в адсорбированной фазе. Проведен комплекс расчетов адсорбции газов H_2 , O_2 и CO на одностенные углеродные нанотрубки. Установлена возможность управления специфичностью адсорбции газов на массиве углеродных нанотрубок за счет выбора геометрических и структурных параметров массива. Показано, что наибольшей вероятностью заполнения характеризуются межтрубные области массива нанотрубок, причем энергия связи молекул при физической сорбции в эти области в 1,5-2 раза превышает энергию связи на индивидуальных нанотрубках. Отмечено, что при расстояниях между нанотрубками в массиве, сравнимых с размерами адсорбированных молекул, последними образуется линейная цепочка. При больших рас-

стояниях адсорбционные молекулы образуют слои, параллельные поверхностям нанотрубок, ограничивающих их межтрубные области.

Исследована специфичность адсорбции и адсорбционная емкость массивов МУНТ в зависимости от числа слоев и геометрических параметров массивов. Для увеличения чувствительности и изменения селективности сенсоров определены перспективные молекулы спецификаторов адсорбции. В качестве перспективных спецификаторов адсорбции для химических сенсоров определены карбоксильная и аминная группы. Показано, что для достижения селективности и обратимости сенсорных структур следует использовать нековалентную функционализацию нанотрубок молекулами с бензольным каркасом.

ACOUSTIC-ELECTRONIC CHEMICAL SENSORS ON THE BASIS OF MODIFIED NANOTUBES ARRAYS: ADSORPTIVE PROPERTIES OF CNT ARRAYS

A.S. CHASHYNSKI, V.V. BARKALINE

Abstract

Perspectives of carbon nanotubes arrays in chemical sensors with acoustic information-carrying signal are discussed. The arrays are regarded as nanostructured disperse medium with inter-tube molecular interaction modulated by molecules adsorbed in the space among the tubes and changing elastic properties of the array. Adsorptive properties of the arrays are described. The possibility of their non-covalent functional modification is proved. Chemical sensitivity of such systems and ways of its selectivity rising are discussed.

Список литературы

1. *Li J., Nog H.T.* // Encyclopedia of nanosciences and Nanotechnology. 2001. Vol. 1. P. 591-601.
2. *Labunov V., Shulitski B., Prudnikava A. et al.* // Physica status solidi. 2011. Vol. 208, Iss. 2. P. 453-458.
3. *Dorozhkin L.M., Rozanov I.A.* // Journal of Analytical Chemistry. 2001. Vol. 56(5). P. 399-416.
4. *Burkert U., Allinger N.L.* // Washington, D.C.: ACS Monograph 177, 1982.
5. *Shelimov K., Esenaliev R., Rinzler A. et al.* // Chem. Phys. Lett. 1998. Vol. 282, Iss. 5-6. P. 429-434.

УДК 519.62:621.385

ЭФФЕКТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ КРУПНЫХ ЧАСТИЦ В ПРИБОРАХ СВЧ

А.О. РАК

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 18 июня 2012

Сформулирован алгоритм численного интегрирования уравнений движения крупных частиц. Алгоритм представлен в трех формах: явной, предсказания-коррекции и модифицированной, предназначенной для моделирования движения крупных релятивистских частиц в электромагнитном поле. Проведен анализ порядка точности предложенного алгоритма. Представлены результаты сравнения со стандартными алгоритмами. Показана эффективность сформулированного алгоритма.

Ключевые слова: численное интегрирование, уравнение движения, временной слой, четные и нечетные производные, предсказание, коррекция.

Введение

При моделировании электронно-вакуумных приборов необходимо численно решать уравнения движения крупных частиц. Особо важную роль скорость и точность этих вычислений играют при использовании РС-методов, когда требуется многократно вычислять траектории и скорости миллионов частиц. В работе представлен эффективный метод численного интегрирования уравнений движения, основанный на принципах, описанных в [1].

Движение крупной частицы описывается в соответствии со вторым законом Ньютона:

$$a = \frac{F}{m}.$$

Основные параметры, описывающие состояние частицы: $x(t)$ – координата частицы, $v(t)$, $a(t)$ – соответственно ее скорость и ускорение.

Эти величины связаны следующим образом:

$$\dot{x} = v; \quad \ddot{x} = \dot{v} = a.$$

Формулировка алгоритма

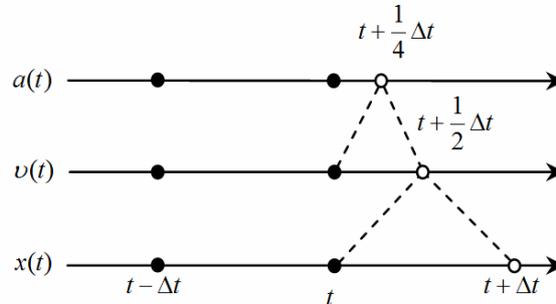
Значение функции, ее четных производных и ее нечетных производных определим на разных временных слоях [1], как это показано на рисунке. На основании этого:

$$\frac{x_{t+\Delta t} - x_t}{\Delta t} = v_{t+\frac{1}{2}\Delta t}, \quad (1)$$

$$x_{t+\Delta t} = x_t + v_{t+\frac{1}{2}\Delta t} \Delta t, \quad (2)$$

$$\frac{v_{t+\frac{1}{2}\Delta t} - v_t}{\frac{1}{2}\Delta t} = a_{t+\frac{1}{4}\Delta t},$$

$$v_{t+\frac{1}{2}\Delta t} = v_t + \frac{1}{2}a_{t+\frac{1}{4}\Delta t}\Delta t. \quad (3)$$



Конечно-разностная схема

Значение $a_{t+\frac{1}{4}\Delta t}$ экстраполируем по значениям ускорения с двух предыдущих временных шагов ($a_{t-\Delta t}$ и a_t):

$$a_{t+\frac{1}{4}\Delta t} = \frac{1}{4}(5a_t - a_{t-\Delta t}). \quad (4)$$

Подставив (4), (3) в (2) получим выражение для $x_{t+\Delta t}$:

$$x_{t+\Delta t} = x_t + v_t\Delta t + \frac{1}{8}(5a_t - a_{t-\Delta t})\Delta t^2.$$

Для уточнения значения $x_{t+\Delta t}$ интерполируем $a_{t+\frac{1}{4}\Delta t}$ по значениям a_t и $a_{t+\Delta t}(x_{t+\Delta t})$:

$$a_{t+\frac{1}{4}\Delta t} = \frac{1}{4}(a_{t+\Delta t} + 3a_t). \quad (5)$$

Подставив (5), (3) в (2) получим следующее выражение для коррекции координаты:

$$x_{t+\Delta t} = x_t + v_t\Delta t + \frac{1}{8}(a_{t+\Delta t} + 3a_t)\Delta t^2. \quad (6)$$

Теперь найдем выражение для $v_{t+\Delta t}$ с использованием $a_{t+\Delta t}(x_{t+\Delta t})$:

$$\frac{v_{t+\Delta t} - v_{t+\frac{1}{2}\Delta t}}{\frac{1}{2}\Delta t} = a_{t+\frac{3}{4}\Delta t}, \quad (7)$$

$$a_{t+\frac{3}{4}\Delta t} = \frac{1}{4}(3a_{t+\Delta t} + a_t). \quad (8)$$

Используя (1) и (8), приведем (7) к следующему виду:

$$v_{t+\Delta t}\Delta t = x_{t+\Delta t} - x_t + \frac{1}{8}(3a_{t+\Delta t} + a_t)\Delta t^2. \quad (9)$$

Окончательно алгоритм в форме предсказания-коррекции формулируется следующим образом:

Предсказание:

$$x_{t+\Delta t} = x_t + v_t \Delta t + \frac{1}{8}(5a_t - a_{t-\Delta t}) \Delta t^2. \quad (10)$$

Коррекция:

$$x_{t+\Delta t} = x_t + v_t \Delta t + \frac{1}{8}(a_{t+\Delta t} + 3a_t) \Delta t^2, \quad (11)$$

$$v_{t+\Delta t} \Delta t = x_{t+\Delta t} - x_t + \frac{1}{8}(3a_{t+\Delta t} + a_t) \Delta t^2. \quad (12)$$

Количество итераций коррекции может контролироваться по разности между значениями $x_{t+\Delta t}$ на разных шагах коррекции.

Используя (10) для определения координаты и подставив (10) в (12), приведем алгоритм к явной форме:

$$x_{t+\Delta t} = x_t + v_t \Delta t + \frac{1}{8}(5a_t - a_{t-\Delta t}) \Delta t^2, \quad (13)$$

$$v_{t+\Delta t} = v_t + \frac{1}{8}(3a_{t+\Delta t} + 6a_t - a_{t-\Delta t}) \Delta t. \quad (14)$$

Алгоритмы (10)-(12) и (13), (14) могут быть использованы только в том случае, когда a_t не является функцией от v_t . При движении электронов в магнитном поле либо с релятивистскими скоростями это условие не выполняется. В таких случаях необходимо также предсказывать значение $v_{t+\Delta t}$:

$$\frac{v_{t+\Delta t} - v_t}{\Delta t} = a_{t+\frac{1}{2}\Delta t} = \frac{1}{2}(3a_t - a_{t-\Delta t}),$$

$$v_{t+\Delta t} = v_t + \frac{1}{2}(3a_t - a_{t-\Delta t}) \Delta t. \quad (15)$$

Для коррекции значения (15) может быть использовано выражение (14).

Полученный алгоритм весьма близок к алгоритму Бимана (Бимана-Шофилда). Для удобства сравнения оба алгоритма представлены в табл. 1.

Определение порядка точности алгоритма

Определим порядок точности предложенного алгоритма. Для этого выразим с помощью ряда Тейлора основные выражения. Для выражения (2) представим $x_{t+\Delta t}$ и x_t в следующем виде:

$$x_{t+\Delta t} = x_{t+\frac{1}{2}\Delta t+\frac{1}{2}\Delta t} = x_{t+\frac{1}{2}\Delta t} + \frac{1}{2}v_{t+\frac{1}{2}\Delta t} \Delta t + \frac{1}{8}a_{t+\frac{1}{2}\Delta t} \Delta t^2 + \frac{1}{48}b_{t+\frac{1}{2}\Delta t} \Delta t^3 + O(\Delta t^4), \quad (16)$$

$$x_t = x_{t+\frac{1}{2}\Delta t-\frac{1}{2}\Delta t} = x_{t+\frac{1}{2}\Delta t} - \frac{1}{2}v_{t+\frac{1}{2}\Delta t} \Delta t + \frac{1}{8}a_{t+\frac{1}{2}\Delta t} \Delta t^2 - \frac{1}{48}b_{t+\frac{1}{2}\Delta t} \Delta t^3 + O(\Delta t^4). \quad (17)$$

Вычтем (17) из (16):

$$x_{t+\Delta t} - x_t = v_{t+\frac{1}{2}\Delta t} \Delta t + \frac{1}{24}b_{t+\frac{1}{2}\Delta t} \Delta t^3 + O(\Delta t^4). \quad (18)$$

Выполним аналогичные операции для выражения (3):

$$v_{t+\frac{1}{2}\Delta t} = v_{t+\frac{1}{4}\Delta t+\frac{1}{4}\Delta t} = v_{t+\frac{1}{4}\Delta t} + \frac{1}{4}a_{t+\frac{1}{4}\Delta t}\Delta t + \frac{1}{32}b_{t+\frac{1}{4}\Delta t}\Delta t^2 + O(\Delta t^3),$$

$$v_t = v_{t+\frac{1}{4}\Delta t-\frac{1}{4}\Delta t} = v_{t+\frac{1}{4}\Delta t} - \frac{1}{4}a_{t+\frac{1}{4}\Delta t}\Delta t + \frac{1}{32}b_{t+\frac{1}{4}\Delta t}\Delta t^2 + O(\Delta t^3).$$

После вычитания получим:

$$v_{t+\frac{1}{2}\Delta t} = v_t + \frac{1}{2}a_{t+\frac{1}{4}\Delta t}\Delta t + O(\Delta t^3). \quad (19)$$

Для (4) имеем:

$$a_{t+\frac{1}{4}\Delta t} = a_t + \frac{1}{4}b_t\Delta t + O(\Delta t^2), \quad (20)$$

$$a_{t-\Delta t} = a_t - b_t\Delta t + O(\Delta t^2). \quad (21)$$

Используя представления (20) и (21), выразим $a_{t+\Delta t}$ двумя способами: первый – умножим (20) на 4 и прибавим (21); второй – умножим (20) на 3 и прибавим (21). В результате получим следующие выражения:

$$a_{t+\frac{1}{4}\Delta t} = \frac{1}{4}(5a_t - a_{t-\Delta t}) + O(\Delta t^2), \quad (22)$$

$$a_{t+\frac{1}{4}\Delta t} = \frac{1}{3}(4a_t - a_{t-\Delta t}) - \frac{1}{12}b_t\Delta t + O(\Delta t^2). \quad (23)$$

Подставляя поочередно (22), (23) в (19), а результат в (18), получим выражения для предсказания координаты частицы в следующем виде:

$$\begin{aligned} x_{t+\Delta t} &= x_t + v_t\Delta t + \frac{1}{8}(5a_t - a_{t-\Delta t})\Delta t^2 + \frac{1}{24}b_t\Delta t^3 + O(\Delta t^4) = \\ &= x_t + v_t\Delta t + \frac{1}{8}(5a_t - a_{t-\Delta t})\Delta t^2 + O(\Delta t^3), \end{aligned} \quad (24)$$

$$x_{t+\Delta t} = x_t + v_t\Delta t + \frac{1}{6}(4a_t - a_{t-\Delta t})\Delta t^2 + O(\Delta t^4). \quad (25)$$

Выражение (25) соответствует алгоритму Бимана. Как видно из (24), предложенный алгоритм определяет позицию с третьим порядком точности, однако при малых значениях Δt и b_t (зависит от характера движения) слагаемое $\frac{1}{24}b_t\Delta t^3$ может стремиться к нулю (например, при равноускоренном движении). Также следует отметить, что в (24) используется коэффициент $1/8 = 0,125$, являющийся конечной десятичной дробью, в отличие от коэффициента $1/6$ в алгоритме Бимана, приводящего к появлению ошибки округления из-за замены бесконечной десятичной дроби конечной.

Аналогичным образом можно определить порядок точности для оставшихся выражений.

Для (6) и (9):

$$x_{t+\Delta t} = x_t + v_t\Delta t + \frac{1}{8}(a_{t+\Delta t} + 3a_t)\Delta t^2 + \frac{1}{24}b_t\Delta t^3 + O(\Delta t^4), \quad (26)$$

$$v_{t+\Delta t} \Delta t = x_{t+\Delta t} - x_t + \frac{1}{8}(3a_{t+\Delta t} + a_t) \Delta t^2 - \frac{1}{24}b_t \Delta t^3 + O(\Delta t^4). \quad (27)$$

После подстановки (26) в выражение (27) (которое имеет второй порядок точности) получим выражение для (14), обеспечивающее третий порядок точности:

$$v_{t+\Delta t} = v_t + \frac{1}{8}(3a_{t+\Delta t} + 6a_t - a_{t-\Delta t}) \Delta t + O(\Delta t^3).$$

Результат оценки порядка точности для всех форм алгоритма представлен в табл. 1.

Как видно из таблицы, алгоритм Бимана определяет координату с четвертым порядком точности, а скорость – с третьим, т.о. алгоритм имеет общую погрешность третьего порядка. Предложенный нами метод имеет второй порядок точности в форме предсказания-коррекции и третий порядок в явной форме и модифицированной форме предсказания-коррекции. При этом, как было показано ранее, предложенный алгоритм более устойчив к ошибкам округления за счет использования коэффициента 1/8 вместо 1/6. Также отметим, что достоинством алгоритма Бимана является хорошее сохранение энергии и низкая чувствительность к ошибкам округления, благодаря тому, что в алгоритме вычисляется разность значительно отличающихся чисел $(4a_t - a_{t-\Delta t})$. В предложенном алгоритме вычисляется разность между числами, которые сильнее отличаются по значению $(5a_t - a_{t-\Delta t})$.

Таблица 1. Предложенный алгоритм и алгоритм Бимана

Предложенный алгоритм	Алгоритм Бимана
Форма предсказания-коррекции	
Предсказание: $x_{t+\Delta t} = x_t + v_t \Delta t + \frac{1}{8}(5a_t - a_{t-\Delta t}) \Delta t^2 + O(\Delta t^3)$	Предсказание: $x_{t+\Delta t} = x_t + v_t \Delta t + \frac{1}{6}(4a_t - a_{t-\Delta t}) \Delta t^2 + O(\Delta t^4)$
Коррекция: $x_{t+\Delta t} = x_t + v_t \Delta t + \frac{1}{8}(a_{t+\Delta t} + 3a_t) \Delta t^2 + O(\Delta t^3)$	Коррекция: $x_{t+\Delta t} = x_t + v_t \Delta t + \frac{1}{6}(a_{t+\Delta t} + 2a_t) \Delta t^2 + O(\Delta t^4)$
$v_{t+\Delta t} = \frac{x_{t+\Delta t} - x_t}{\Delta t} + \frac{1}{8}(3a_{t+\Delta t} + a_t) \Delta t + O(\Delta t^2)$	$v_{t+\Delta t} = \frac{(x_{t+\Delta t} - x_t)}{\Delta t} + \frac{1}{6}(2a_{t+\Delta t} + a_t) \Delta t + O(\Delta t^3)$
Явная форма	
$x_{t+\Delta t} = x_t + v_t \Delta t + \frac{1}{8}(5a_t - a_{t-\Delta t}) \Delta t^2 + O(\Delta t^3)$	$x_{t+\Delta t} = x_t + v_t \Delta t + \frac{1}{6}(4a_t - a_{t-\Delta t}) \Delta t^2 + O(\Delta t^4)$
$v_{t+\Delta t} = v_t + \frac{1}{8}(3a_{t+\Delta t} + 6a_t - a_{t-\Delta t}) \Delta t + O(\Delta t^3)$	$v_{t+\Delta t} = v_t + \frac{1}{6}(2a_{t+\Delta t} + 5a_t - a_{t-\Delta t}) \Delta t + O(\Delta t^3)$
Модифицированная форма предсказания-коррекции	
Предсказание: $x_{t+\Delta t} = x_t + v_t \Delta t + \frac{1}{8}(5a_t - a_{t-\Delta t}) \Delta t^2 + O(\Delta t^3)$	Предсказание: $x_{t+\Delta t} = x_t + v_t \Delta t + \frac{1}{6}(4a_t - a_{t-\Delta t}) \Delta t^2 + O(\Delta t^4)$
$v_{t+\Delta t} = v_t + \frac{1}{2}(3a_t - a_{t-\Delta t}) \Delta t + O(\Delta t^3)$	$v_{t+\Delta t} = v_t + \frac{1}{2}(3a_t - a_{t-\Delta t}) \Delta t + O(\Delta t^3)$
Коррекция: $x_{t+\Delta t} = x_t + v_t \Delta t + \frac{1}{8}(a_{t+\Delta t} + 3a_t) \Delta t^2 + O(\Delta t^3)$	Коррекция: $x_{t+\Delta t} = x_t + v_t \Delta t + \frac{1}{6}(a_{t+\Delta t} + 2a_t) \Delta t^2 + O(\Delta t^4)$
$v_{t+\Delta t} = v_t + \frac{1}{8}(3a_{t+\Delta t} + 6a_t - a_{t-\Delta t}) \Delta t + O(\Delta t^3)$	$v_{t+\Delta t} = v_t + \frac{1}{6}(2a_{t+\Delta t} + 5a_t - a_{t-\Delta t}) \Delta t + O(\Delta t^3)$

Численное сравнение с другими алгоритмами

Для практической оценки характеристик алгоритма и сравнения с другими методами выполним численное моделирование гармонического осциллятора. Его движение в одномерном пространстве описывается следующим уравнением:

$$a = -\omega^2 x. \quad (28)$$

Аналитическое решение этого уравнения:

$$x = C_1 \cos(\omega t) + C_2 \sin(\omega t).$$

Константы C_1 и C_2 зависят от начальных условий.

Вычисления выполнялись с использованием следующих методов:

- Верле (в скоростной форме);
- Бимана (в явной форме);
- предложенный алгоритм (в явной форме);
- Рунге-Кутты 4-го порядка (уравнение второго порядка (28) приводилось к системе уравнений первого порядка).

Скоростной алгоритм Верле – численный метод, предназначенный для решения уравнений движения. Алгоритм Бимана считается его вариацией, лучше сохраняющей энергию.

Записывается скоростной алгоритм Верле в следующем виде:

$$x_{t+\Delta t} = x_t + v_t \Delta t + \frac{1}{2} a_t \Delta t^2,$$

$$v_{t+\Delta t} = v_t + \frac{1}{2} (a_{t+\Delta t} + a_t) \Delta t.$$

Алгоритмы Верле, Бимана и предложенный алгоритм являются специальными алгоритмами для интегрирования дифференциальных уравнений второго порядка. Основным их преимуществом относительно алгоритмов для уравнений первого порядка является скорость вычислений. В методе Рунге-Кутты вычисление силы (или ускорения) на каждом временном шаге выполняется четыре раза, в приведенных алгоритмах – только один раз. Поэтому когда основное время затрачивается на вычисление силы специальные алгоритмы оказываются в четыре раза быстрее. Если же для определения силы требуется меньше вычислений, чем для самого алгоритма, то специальные алгоритмы оказываются в десятки раз быстрее. Так для рассматриваемого примера специальные алгоритмы более чем в 60 раз быстрее метода Рунге-Кутты.

В рассмотренных методах по-разному проявляется погрешность вычисления координаты: в методе Рунге-Кутты ошибка накапливается и при больших значениях шага и расчетного интервала решение вырождается; в специальных методах погрешность вычисления координаты приводит к изменению частоты колебаний, но амплитуда и энергия остаются практически неизменными, позволяя выполнять расчеты с крупным шагом и на сколь угодно протяженных расчетных интервалах.

Важным параметром при моделировании движения частицы является сохранение энергии. Специальные методы имеют погрешность определения энергии, не выходящую за определённые границы на всем интервале вычислений. Метод Рунге-Кутты имеет накапливающуюся погрешность, из-за чего его на больших интервалах вычислений он хуже сохраняет энергию.

В табл. 2, 3 представлены погрешности определения энергии в зависимости от шага и интервала интегрирования соответственно. Из представленных данных видно, что предложенный алгоритм значительно лучше сохраняет энергию, по сравнению с другими специальными алгоритмами. Следует отметить, что метод Рунге-Кутты при значительном увеличении шага или интервала интегрирования уступает предложенному алгоритму.

Таблица 2. Максимальная погрешность определения энергии при $t = 1000$ с, %

dt, c	0.001	0.01	0.02	0.08	0.1	0.3
Верле	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	0,01	0,15	0,25	2,3
Бимана	$8 \cdot 10^{-6}$	$8,5 \cdot 10^{-4}$	$3,3 \cdot 10^{-3}$	0,05	0,08	0,65
Предложенный	$6 \cdot 10^{-9}$	$6,5 \cdot 10^{-6}$	$4,8 \cdot 10^{-5}$	$3,8 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	0,3
РК4	$6 \cdot 10^{-12}$	$1,5 \cdot 10^{-7}$	$4,5 \cdot 10^{-6}$	$4,5 \cdot 10^{-3}$	0,015	3,3

Таблица 3. Максимальная погрешность определения энергии при $dt = 0,04$ с, %

Метод \ t , с	10^2	10^3	10^4	10^5
Верле	$4 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-2}$
Бимана	$1,4 \cdot 10^{-2}$	$1,4 \cdot 10^{-2}$	$1,4 \cdot 10^{-2}$	$1,4 \cdot 10^{-2}$
Предложенный	$4,5 \cdot 10^{-4}$	$4,5 \cdot 10^{-4}$	$4,5 \cdot 10^{-4}$	$4,5 \cdot 10^{-4}$
РК4	$1,4 \cdot 10^{-5}$	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$1,4 \cdot 10^{-3}$	$1,4 \cdot 10^{-2}$

Заключение

Представленные в работе результаты указывают на целесообразность использования предложенного алгоритма в качестве замены алгоритма Бимана, а при необходимости большого количества расчетов за ограниченное время и в качестве альтернативы другим распространенным методам.

EFFICIENT ALGORITHM FOR NUMERICAL INTEGRATION OF MOTION EQUATIONS OF LARGE PARTICLES IN MICROWAVE DEVICES

A.O. RAK

Abstract

The algorithm for the numerical integration of the motion equations of large particles is formulated. The algorithm is presented in three forms: explicit, prediction-correction and a modified, designed to simulate the motion of large relativistic particle in an electromagnetic field. The analysis of the order of accuracy of the proposed algorithm is presented. The results the comparison with the popular algorithms is shown. The efficiency of the algorithm is formulated.

Список литературы

1. Батура М.П., Кураев А.А., Попкова Т.Л. и др. Нерегулярные электродинамические структуры. Теория и методы расчета. Минск, 2011.
2. Гулд Х., Тобочник Я. Компьютерное моделирование в физике. М., 1990.

УДК 621.391; 621.395.44

СМЕЖНО-ГРУППОВЫЕ СПЕКТРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИГНАЛОВ

Д.Л. ХОДЫКО, С.Б. САЛОМАТИН

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 20 мая 2012

Рассматривается алгоритм смежно-группового спектрального преобразования со свойством циклического сдвига спектра сигнала. Дается пример применения спектрального преобразования для формирования сигналов с дискретной частотно-фазовой манипуляцией. Предложенное спектральное преобразование также может использоваться для поиска и оценки параметров сложного сигнала.

Ключевые слова: смежно-групповое спектральное преобразование, смежные классы.

Спектральные смежно-групповые преобразования

Дискретное z -преобразование сигнала определяется выражением

$$X(z) = \sum_{n=0}^{L-1} S(n) z^{-n}, \quad (1)$$

где $s(n)$ – дискретные отсчеты сигнала; $z = \exp(sT_d)$, $s = j\omega + \sigma$; L – длина преобразования; T_d – интервал дискретизации. При $z = v \exp(j2\pi k/L)$, где v – радиус вектора на комплексной плоскости, выражение (1) сводится к вычислению дискретного преобразования Фурье от взвешенного сигнала $v^{-n}s(n)$ [1, 2], которое в матричном виде записывается как

$$\mathbf{X} = \mathbf{W} \mathbf{v} \mathbf{S}, \quad (2)$$

где \mathbf{W} – матрица преобразования Фурье, \mathbf{v} – диагональная матрица элементов v^{-n} .

Использование смежных классов преобразования Фурье [3] приводит выражению (2) к следующей записи:

$$\mathbf{F}_T^{(q)} = \mathbf{W} \mathbf{U}^{(q)} \mathbf{v} \mathbf{S}, \quad (3)$$

где $\mathbf{U}^{(q)} = \text{diag} \left[\exp \left(\frac{-j2\pi qn}{L\tilde{Q}} \right) \right]$; \tilde{Q} – число смежных классов; $q = 0.. \tilde{Q}-1$. Выражение (3)

можно представить в виде бичастотного преобразования по параметрам q, k :

$$X(z_1, z_2) = \sum_{n=0}^{N-1} S(n) z_1^{-n} z_2^{-n},$$

где $z_1 = v \exp(j2\pi k/L)$; $z_2 = \exp(j2\pi q/(L\tilde{Q}))$.

На рис. 1 показан результат спектрального преобразования дискретно-экспоненциальной функции (ДЭФ) $S(n) = \exp(j2\pi n(k_s + \Delta k)/L)$ с дискретной расстройкой по частоте $\Delta k = 0,5$ и дискретным индексом частоты $k_s = 3$. Длина сигнала $L = 64$, радиус $\nu = 1$. Число смежных классов $\tilde{Q} = 8$. Из рис. 1 видно, что максимум энергетического спектра приходится на единственное значение $q = 4$.

Результат не изменится при умножении (3) на единичную диагональную матрицу: $\mathbf{F}_T^{(q)} = \mathbf{I}\mathbf{F}_T^{(q)} = \mathbf{W}\mathbf{U}^{(q)}\mathbf{v}\mathbf{S}$. Единичная матрица может быть представлена через матрицу линейного оператора циклического сдвига [4], тогда прямое и обратное смежно-групповое преобразование (СГП) при $\nu = 1$ будет иметь вид

$$\mathbf{F}_T^{(q,i)} = \mathbf{W}(\mathbf{D}^i \mathbf{U}^{(q)})\mathbf{S}, \quad \mathbf{S}' = L^{-1}(\mathbf{D}^m \mathbf{U}^{(q)})^H \mathbf{W}^{-1} \mathbf{F}_T^{(q,i)}, \quad (4)$$

где i, m – показатель степени матрицы циклического сдвига, $i, m = 0..L-1$.

Спектр $\mathbf{F}_T^{(q,i)}$ зависит от двух переменных – номера смежного класса q и показателя степени i матрицы циклического сдвига. В таблице приведены свойства матрицы линейного оператора циклического сдвига и свойства $\mathbf{D}^i \mathbf{U}^{(q)}$.

Свойства матрицы циклического сдвига

Свойства матрицы линейного оператора циклического сдвига	Свойства произведения $\mathbf{D}^i \mathbf{U}^{(q)}$
$(\mathbf{D}^i)^H = (\mathbf{D}^{L-i}), (\mathbf{D}^{L-i})^H = (\mathbf{D}^i), \mathbf{D}^{-i} = \mathbf{D}^{L-i}, (\mathbf{D}^i)^H \mathbf{D}^i = \mathbf{I}$ $(\mathbf{D}^{L-i})^H \mathbf{D}^i \neq \mathbf{D}^{L-i} (\mathbf{D}^i)^H, (\mathbf{D}^{L-i})^H \mathbf{D}^i = \mathbf{D}^i (\mathbf{D}^{L-i})^H$	$(\mathbf{D}^i \mathbf{U}^{(q)})^H \mathbf{D}^i \mathbf{U}^{(q)} = (\mathbf{U}^{(q)})^H \mathbf{U}^{(q)} = \mathbf{I},$ $(\mathbf{D}^{L-i} \mathbf{U}^{(q)})^H \mathbf{D}^i \mathbf{U}^{(q)} = (\mathbf{U}^{(q)})^H \mathbf{D}^{2i} \mathbf{U}^{(q)}$

Справедливость свойств устанавливается прямым вычислением. Например, для матрицы правого сдвига

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D}^H = \mathbf{D}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Свойство ортогональности. Произведение операторов разложения и восстановления сигнала из (4)

$$\begin{aligned} & \left(L^{-1} (\mathbf{D}^m \mathbf{U}^{(q)})^H \mathbf{W}^{-1} \right) \left(\mathbf{W} (\mathbf{D}^i \mathbf{U}^{(q)}) \right) = (\mathbf{D}^m \mathbf{U}^{(q)})^H (\mathbf{D}^i \mathbf{U}^{(q)}) = \\ & = (\mathbf{U}^{(q)})^H \mathbf{D}^{L-m} \mathbf{D}^i \mathbf{U}^{(q)} = (\mathbf{U}^{(q)})^H \mathbf{D}^{i-m} \mathbf{U}^{(q)} \end{aligned}$$

при $(i-m) \bmod L = 0$ дает единичную диагональную матрицу. Восстановленный сигнал по преобразованию (4) является инвариантным относительно значения q .

В смежно-групповом преобразовании (4) помножим спектр на \mathbf{D}^i и получим пару преобразований

$$\mathbf{F}_T^{(q,i)} = \mathbf{D}^i \mathbf{W} (\mathbf{D}^i \mathbf{U}^{(q)}) \mathbf{S}, \quad \mathbf{S}' = L^{-1} (\mathbf{D}^m \mathbf{U}^{(q)})^H \mathbf{W}^{-1} \mathbf{F}_T^{(q,i)}. \quad (5)$$

Выражение (5) позволяет выполнить циклический сдвиг спектра сигнала в частотной области. На рис. 2 приведен пример циклического сдвига линейно-частотно-модулированного сигнала $S(n) = \exp(j2\pi nk_s/L + j\alpha_{NB} n^2)$ с параметрами $k_s = 5$, $L = 64$, $\alpha = 0,015$. Параметр преобразования $i = 40$.

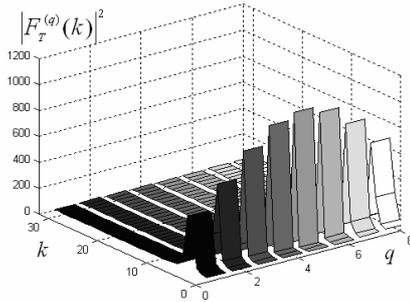


Рис. 1. Бичастотное преобразование дискретно экспоненциальной функции

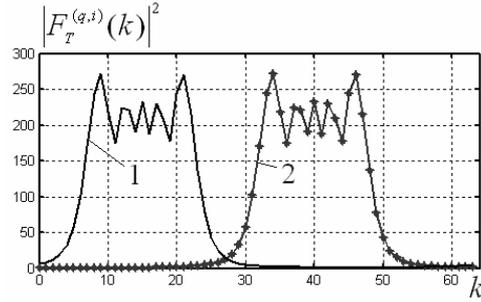


Рис. 2. Энергетический спектр исходного сигнала (1) и его циклически сдвинутый спектр (2)

В общем случае в силу различий i , m сигнал и его спектр не будут соответствовать друг другу. Для соответствия сдвинутого спектра с его временной формой в обратном преобразовании должно выполняться условие $i = m$.

Алгоритм (5), также как и алгоритм (4), частотный сдвиг в пределах смежных классов во временную область не трансформирует. Для сохранения частотного сдвига необходимо применить обратное преобразование (4) с параметрами $m = q = 0$.

Вычислительная сложность преобразования (5) определяется вычислительной сложностью преобразования Фурье. Для (5) на основе алгоритма быстрого преобразования Фурье (БПФ) типа «бабочка» длиной $L = 2^n$ потребуется $L \log_2(L)$ операций сложения, $0,5L \log_2(L) + 2L$ операций комплексного умножения, включая $\mathbf{U}^{(q)}$. Матрицы циклического сдвига заменяются на операции перестановки входных и выходных значений алгоритма БПФ.

Синтез сигналов с фазовой манипуляцией

Внесем в восстановленный сигнал по преобразованию (4) зависимость от параметра q и запишем выражение для восстановления сигнала как $\mathbf{S}' = L^{-1} (\mathbf{D}^m \mathbf{U}^{(q)}) \mathbf{W}^{-1} \mathbf{F}_T^{(q,i)}$. Тогда преобразование, связывающее сигналы \mathbf{S} и \mathbf{S}' , имеет вид

$$\mathbf{S}' = (\mathbf{D}^{m+i} \mathbf{U}^{(q)}) \mathbf{S}. \quad (6)$$

Матрица циклического сдвига приводит к фазовому изменению спектра сигнала. Во временной области фазовые изменения соответствуют циклическому сдвигу исходного сигнала на величину $i + m$. В сигнал в виде ДЭФ с дискретной расстройкой по частоте Δk после преобразования (6) добавляются два фазовых изменения на позициях m и $(i + m) \bmod L$, в общем случае пропорциональных значению $2\pi(\Delta k - q/\tilde{Q})$. Значения Δk и \tilde{Q} определяют возможный набор фазовых изменений. В частном случае, когда $\tilde{Q} = 1$, имеем одно изменение фазы сигнала в месте $(i + m) \bmod L$. Наличие смежных классов приводит к дискретному частотному сдвигу не более чем на два значения.

Выбор соответствующих параметров преобразования (6) позволяет получить модели сигналов с дискретным изменением фазы, преобразование (5) выполняет частотный сдвиг спектра сигнала. Указанные свойства позволяют синтезировать сигналы с частотно-фазовой манипуляцией. По преобразованию (6) сформируем сигнал, используя параметры i, m и q . На рис. 2 показан пример синтезированного сигнала с фазовой манипуляцией из ДЭФ с $\Delta k = 0,8$ и произвольными параметрами преобразования: $\tilde{Q}=4, q=2, i=40, m=8$.

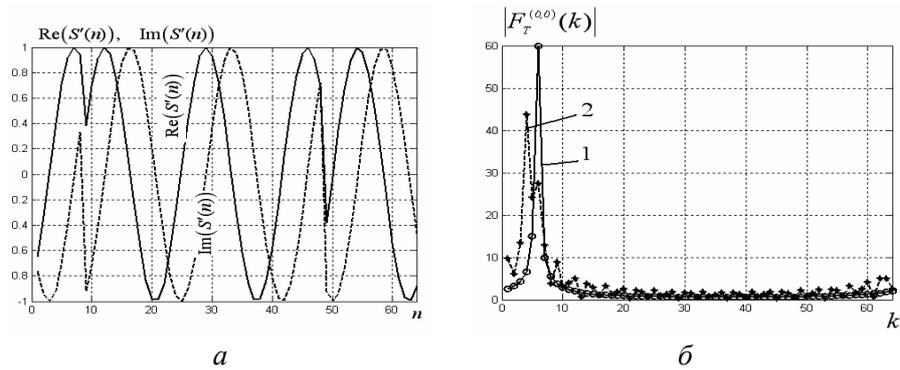


Рис. 3. Синтезированный сигнал (а) и его спектр (б):
1 – спектр исходной ДЭФ, 2 – спектр синтезированного сигнала

Из рис. 3,а видно, что фазовые изменения произошли на позициях 8 и 48. Максимум спектра синтезированного сигнала смещен относительно максимума спектра исходной ДЭФ (рис. 3,б).

Параметры i, m используются для установки фазового преобразования в заданном месте. Конкатенацией синтезированных реализаций получается сигнал без изменения фазы на краях выборки. Преобразование (б) позволяет формировать сигналы с требуемым числом изменений фазы в синтезированном сигнале, причем в одной выборке длиной L может быть не более двух изменений фазы.

Кодофазоманипулированный (КФМ) сигнал получается из ДЭФ с $\Delta k = 0$ с параметрами преобразования, например, $i=0, m=0, \tilde{Q}=2$. В прямом преобразовании (б) q принимает значения 0 или 1 в соответствии со значениями псевдослучайной последовательности (ПСП). КФМ-сигнал также можно получить при $i=0, \Delta k=0, \tilde{Q}=1$, управляя m , которое принимает два значения: 0 и $0,5L/k$. На рис. 4 а показаны совмещенные реализации синтезированного КФМ-сигнала.

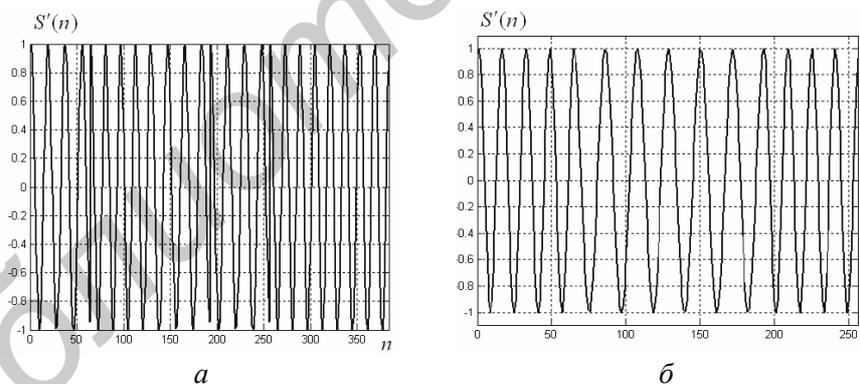


Рис. 4. Временные реализации синтезированных КФМ (а) и ЧМ (б) сигналов

Частотно-манипулированный (ЧМ) сигнал получается из ДЭФ с $\Delta k=0,5$ при $i=0, m=0, \tilde{Q}=4$. Значения дискретных частот уточняются выбором q . На рис. 4,б показана реализация ЧМ сигнала. Из рис. 4,б видно, что в точках соединения сигналов фаза не изменяется, следовательно, может использоваться когерентная обработка синтезированного сигнала. Спектральное преобразование (4) можно применить для детектирования ЧМ-сигналов.

Сигналы с ортогональными частотами в спектральной области получаются из комплексной экспоненты на основании преобразования (5):

$$\mathbf{F}_T^{(q,p,i)} = \left(\sum_{p \in \mathbf{P}} \mathbf{D}^{i-p} \right) \mathbf{W} \left(\left(\sum_{p \in \mathbf{P}} \mathbf{D}^{i-p} \right) \mathbf{U}^{(q)} \right) \mathbf{s},$$

где \mathbf{p} является множеством натуральных чисел размерности L .

Значения из множества \mathbf{p} определяют расположение частот на частотной оси. Во временную область спектр переводится обратным преобразованием со значениями $q = 0$, $i = m = 0$: $\mathbf{S}_{MF} = L^{-1} \mathbf{W}^{-1} \mathbf{F}_T^{(q,\mathbf{p},i)}$.

Управление частотами осуществляется значениями из \mathbf{p} и частотным сдвигом i . Это позволяет формировать сигналы с прыгающими частотами по заранее определенному закону и двигать их по частотной оси.

Алгоритм многоканальной спектральной обработки при поиске и оценке параметров сложных сигналов

Быстрые алгоритмы корреляционной обработки реализуются с использованием алгоритмов быстрого преобразования Фурье. Максимальный частотный сдвиг в спектральном преобразовании (5) равен L/T_H . Это может превосходить область неопределенности по частоте $[f_{Dop\min} \ f_{Dop\max}]$ при поиске сигнала. Поэтому логично использовать количество сдвигов P , укладывающихся в область неопределенности: $P = (|f_{Dop\min}| + |f_{Dop\max}|) T_H$. С учетом свойства циклического сдвига спектра в преобразовании (5), алгоритм вычисления дискретной функции неопределенности [4]

$$\Phi(k, m) = \left| \sum_{n=0}^{L-1} y(n) G_0(n+m) \exp(-j 2\pi kn/L) \right|^2,$$

где $y(n)$ – отсчеты наблюдаемого сигнала; $G_0(n)$ – значения опорной псевдослучайной последовательности, k и m – отсчеты дискретных индексов частоты и задержки соответственно, включает следующие действия.

1. Вычисляется СГП (5) с параметрами $i = 0$, $q = 0..Q-1$ от входной смеси $y(n)$.
2. Вычисляется СГП (5) с параметрами $i = 0..P-1$, $P < L$ и $q = 0$ от опорной ПСП $G_0(n)$.
3. Вычисляется спектр $\mathbf{F}_T^{(i,q)}$ сечений двумерной корреляционной функции r :

$$\mathbf{F}_T^{(i,q)} = F^{(0,q)} \{ \mathbf{y} \} \cdot F^{(i,0)} \{ \mathbf{G}_0 \}^*,$$

где $F^{(i,q)} \{ \mathbf{x} \}$ – обозначает спектральное преобразование от \mathbf{x} : $\mathbf{F}_T^{(i,q)} = F^{(i,q)} \{ \mathbf{x} \}$; \mathbf{y} и \mathbf{G}_0 – вектора отчетов входного сигнала и опорной ПСП длиной L .

4. Вычисляются сечения функции неопределенности как обратное СГП (5) от $\mathbf{F}_T^{(i,q)}$ с параметрами $m = i$, $q = 0..Q-1$:

$$\Phi^{(i,q)} = \left| L^{-1} (\mathbf{D}^i \mathbf{U}^{(q)})^H \mathbf{W}^{-1} (\mathbf{D}^i \mathbf{U}^{(q)}) \mathbf{F}_T^{(i,q)} \right|^2.$$

5. Оценка параметров сигнала определяется как:
 - номер смежного класса $\hat{q} = \arg \max_{i,q} (\Phi(k, m)^{(q,i)})$;
 - выбор функции неопределенности $\Phi(k, m) = \arg \max_{i,q} (\Phi(k, m)^{(q,i)})$;
 - дискретный индекс частоты $\hat{k} = \arg \max_{k,m} (\Phi(k, m))$;
 - дискретный индекс задержки $\hat{m} = \arg \max_{k,m} (\Phi(k, m))$;

- оценка частоты доплеровского смещения [3] $\hat{f}_{Dop} = (\hat{q} + \hat{k}\tilde{Q}) / (L\tilde{Q}T_H)$, где T_H – интервал анализа.

Спектральный алгоритм поиска сигналов является многоканальным с числом каналов $P \times \tilde{Q}$, работа которых может быть организована в последовательном или параллельном режимах. Свойство циклического сдвига спектра сигнала по частоте позволяет обойтись без произведения опорного гармонического колебания на ПСП, а применение смежных классов повышает точность оценки частоты. Время поиска $P \times \tilde{Q}$ -канального спектрального преобразования равно интервалу анализа T_H , что соответствует n -канальному обнаружителю [5].

Вычислительная сложность одного канала составляет $3L \log_2 L$ операций сложения, $1,5L \log_2 L + 6L$ операций умножения.

Выводы

Представлен алгоритм частотно-сдвигового спектрального преобразования, обладающий свойством циклического сдвига спектра сигнала. Изменение параметров алгоритма обработки позволяет синтезировать сигналы с дискретной частотно-фазовой манипуляцией. При этом получаемые ЧМ-сигналы являются когерентными. Вычислительная сложность спектрального преобразования соизмерима с вычислительной сложностью алгоритма быстрого преобразования Фурье. Рассмотрено применение спектрального преобразования для поиска и оценки параметров сложного сигнала. Время поиска составляет интервал анализа. Точность оценки частоты пропорциональна числу смежных классов.

ADJACENT-GROUP SPECTRAL TRANSFORMATION COMPLEX SIGNALS

D.L. KHODYKO, S.B. SALOMATIN

Abstract

An algorithm presented by the adjacent-group transformation of the spectral properties of a cyclic shift of the signal is considered. The transformation is used to generate signals with a frequency-phase-shift keying and to search for complex signals.

Список литературы

1. Рабинер П., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. М., 1978.
2. Петько В.И., Куколин В.Е., Шихов Н.Б. Цифровая фильтрация и обработка сигналов. Мн., 1995.
3. Ходыко Д.Л., Саломатин С.Б. // Докл. БГУИР. 2008. №1(31). С. 16-21.
4. Марпл С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М, 1990.
5. Тузов Г.И. Статистическая теория приема сложных сигналов. М., 1977.

УДК 656.052

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ АВТОТРАНСПОРТНЫМ СРЕДСТВОМ ПО КАНАЛУ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ

ДИЯБ АБДАЛЛАХ С.А.О.

*Белорусский национальный технический университет
пр. Независимости 65, Минск, 220013, Беларусь*

Поступила в редакцию 20 апреля 2012

Рассмотрено параметрическое моделирование эффективности управления автотранспортным средством. Приведены модели операторов-водителей с различными степенями мотивационного восприятия. Проведен факторный анализ ошибок управления.

Ключевые слова: математические модели, эффективность управления, канал управления скоростью движения, ошибки управления.

Введение

Быстрый рост количества автомобилей и увеличение насыщенности города автомобильным транспортом приводят к изменению характера всего уличного движения. Одним из отрицательных последствий автомобилизации является дорожная аварийность с высоким травматизмом пострадавших. Аварийные потери имеют экономическую составляющую – это утрата части национального дохода из-за гибели или ранения людей, повреждения машин и грузов, расходов на лечение, пенсии, пособия и т.д.

По оценкам Всемирного банка, являющегося инициатором создания Всемирного общества по дорожной безопасности, потери от дорожно-транспортных происшествий могут составлять от 1 до 3 % стоимости валового продукта страны. Общие мировые потери от автомобильных аварий составляют до 500 млрд. долларов США в год.

Значительные потери от дорожно-транспортных происшествий несет и наше государство. По оценке Министерства труда Республики Беларусь гибель одного работника на производстве оценивается в 100000 долларов США. Вероятно, данную цифру реально применить и к дорожной аварийности.

Аварийность – это результат, следствие организации дорожного движения, и бороться нужно не с аварийностью, а с причинами, ее порождающими. Основные направления этой работы определены довольно четко – это общая культура движения, оптимальность выполнения движения, нормативы, информация, электронная автоматика управления. Это обширный и очень дорогостоящий комплекс, который, безусловно, себя окупает.

Проведенный Управлением ГАИ Республики Беларусь мониторинг эксплуатации средств автомобильного транспорта, дорожной сети, дорожно-транспортных происшествий показывает, что главной особенностью проблемы безопасности дорожного движения является ее комплексный характер. Следовательно, изучение безопасности дорожного движения, как и предмет научного исследования, требует системного подхода к объекту исследования – системе «человек – автомобиль – безопасность».

Экспериментальная часть

Структурная схема информационной поведенческой модели оператора-водителя автотранспортного средства с низкой степенью мотивационного восприятия с учетом динамики канала управления скоростью движения имеет вид, представленный на рис. 1.

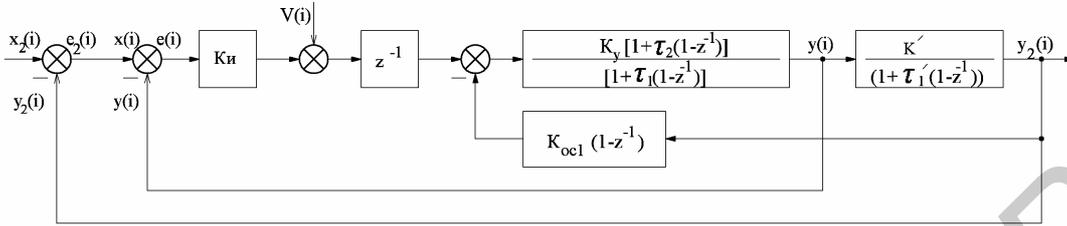


Рис. 1. Структурная схема информационной поведенческой модели оператора-водителя автотранспортного средства с низкой степенью мотивационного восприятия с учетом динамики канала управления скоростью движения

Анализ результатов поведенческого моделирования операторов-водителей с низкой степенью мотивационного восприятия с учетом динамики канала управления скоростью движения автотранспортного средства показывает, что при постоянных (не изменяющихся во времени) задающих воздействиях на канал управления скоростью движения существует установившееся значение динамической ошибки.

Вариант 1 – зависимость динамической ошибки установившегося режима $e_{2x}(i)$ в модели (рис. 2,а) от коэффициента преобразования k при $x_2(i)=0,1i$; $v(i)=0$; $K_u=1$; $K_y=1$; $\tau_1=1$; $\tau_2=1$; $K_{oc1}=1$; $\tau=1$.

Вариант 2 – зависимость динамической ошибки установившегося режима $e_{2x}(i)$ в модели (рис. 2,б) от коэффициента преобразования τ при $x_2(i)=0,1i$; $v(i)=0$; $K_u=1$; $K_y=1$; $\tau_1=1$; $\tau_2=1$; $K_{oc1}=1$; $k=1$.

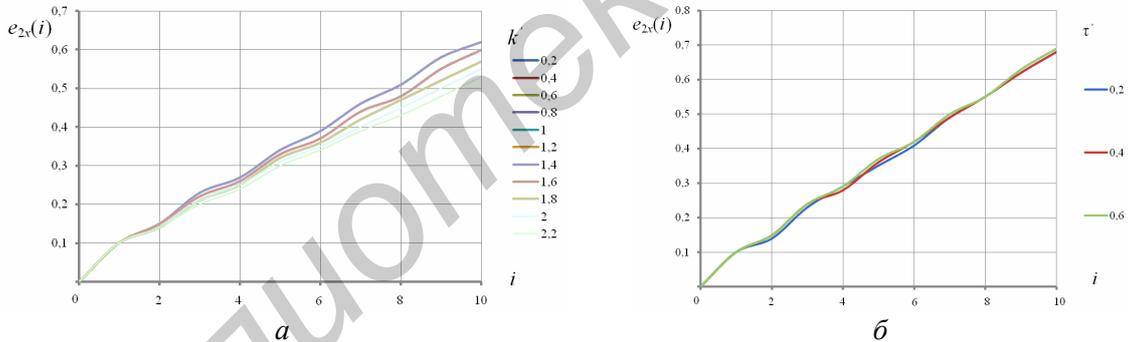


Рис. 2. Зависимость динамической ошибки установившегося режима $e_{2x}(i)$ в модели от коэффициента преобразования k (а) и τ (б)

Увеличение коэффициента преобразования автотранспортного средства при управлении скоростью движения приводит к уменьшению динамических ошибок в канале управления скоростью движения. Увеличение постоянной времени дискретного аperiodического звена в модели канала управления скоростью автотранспортного средства приводит к увеличению динамических ошибок. При увеличении интенсивности линейно изменяющегося задающего воздействия динамические ошибки в канале управления скоростью движения увеличиваются и может наступить катастрофная ситуация.

При случайных задающих и возмущающих воздействиях увеличение параметрической интенсивности этих воздействий приводит к увеличению дисперсий ошибок в канале управления скоростью движения. Увеличение коэффициента преобразования канала управления скоростью движения автотранспортного средства приводит к уменьшению дисперсии ошибки по задающему воздействию, увеличение постоянной времени дискретного аperiodического звена – к увеличению дисперсии динамической ошибки. Изменение коэффициента преобразования k ведет к увеличению дисперсии ошибки по возмущающему воздействию, увеличение постоянной времени τ ведет к увеличению дисперсии ошибки по возмущающему воздействию.

Структурная схема информационной поведенческой модели оператора-водителя автотранспортного средства со средней степенью мотивационного восприятия с учетом динамики канала управления скоростью движения имеет вид, представленный на рис. 3.

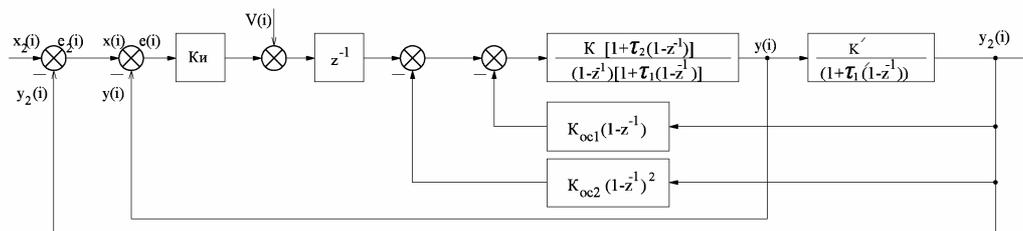


Рис. 3. Структурная схема информационной поведенческой модели оператора-водителя автотранспортного средства с низкой степенью мотивационного восприятия с учетом динамики канала управления скоростью движения

Вариант 3 – зависимость динамической ошибки установившегося режима $e_{2x}(i)$ в модели (рис. 4,а) от коэффициента преобразования k при $x_2(i)=0,1i$; $v(i)=0$; $K_u=1$; $K_y=1$; $\tau_1=1$; $\tau_2=1$; $K_{oc1}=1$; $K_{oc2}=1$; $\tau=1$.

Вариант 4 – зависимость динамической ошибки установившегося режима $e_{2x}(i)$ в модели (рис. 4,б) от коэффициента преобразования τ при $x_2(i)=0,1i$; $v(i)=0$; $K_u=1$; $K_y=1$; $\tau_1=1$; $\tau_2=1$; $K_{oc1}=1$; $K_{oc2}=1$; $k=1$.

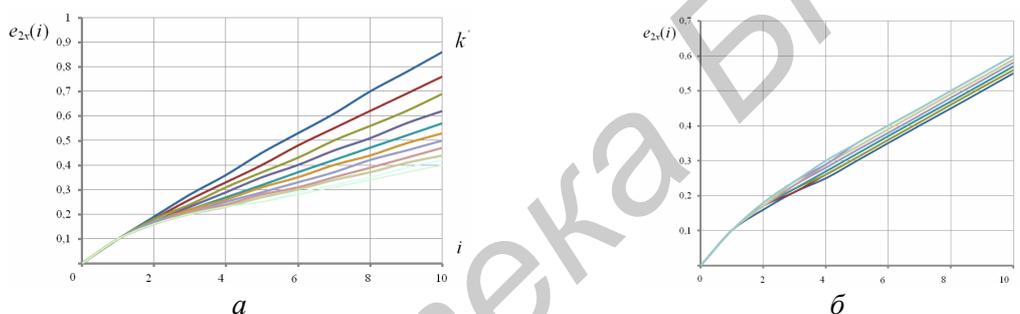


Рис. 4. Зависимость динамической ошибки установившегося режима $e_{2x}(i)$ в модели (рисунок 3) от коэффициента преобразования k (а) и τ (б)

Увеличение коэффициента преобразования автотранспортного средства при управлении скоростью движения приводит к уменьшению динамических ошибок в канале управления скоростью движения. Увеличение постоянной времени дискретного апериодического звена в модели канала управления скоростью автотранспортного средства приводит к увеличению динамических ошибок. При увеличении интенсивности линейно изменяющегося задающего воздействия динамические ошибки в канале управления скоростью движения увеличиваются.

Структурная схема информационной поведенческой модели оператора-водителя автотранспортного средства с высокой степенью мотивационного восприятия с учетом динамики канала управления скоростью движения имеет вид, представленный на рис. 5.

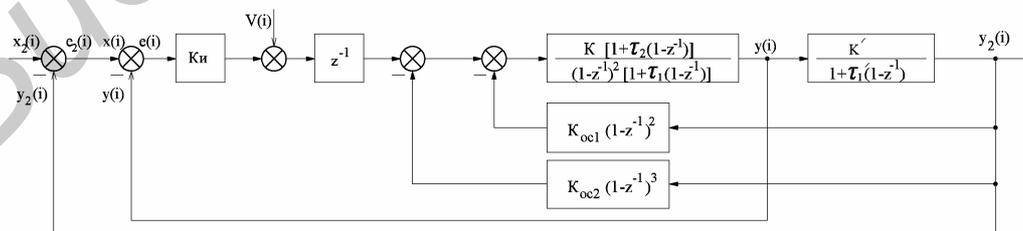


Рис. 5. Структурная схема информационной поведенческой модели оператора-водителя автотранспортного средства с высокой степенью мотивационного восприятия с учетом динамики канала управления скоростью движения

Вариант 5 – зависимость динамической ошибки установившегося режима $e_{2x}(i)$ в модели (рис. 6,а) от коэффициента преобразования k при $x_2(i)=0,1i$; $v(i)=0$; $K_u=1$; $K_y=1$; $\tau_1=1$; $\tau_2=2$; $K_{oc1}=1$; $K_{oc2}=0,1$; $\tau=1$.

Вариант б – зависимость динамической ошибки установившегося режима $e_{2x}(i)$ в модели (рис. 6,б) от коэффициента преобразования τ при $x_2(i)=0,1i$; $v(i)=0$; $K_u=1$; $K_y=1$; $\tau_1=1$; $\tau_2=2$; $K_{oc1}=1$; $K_{oc2}=0,1$; $k=1$

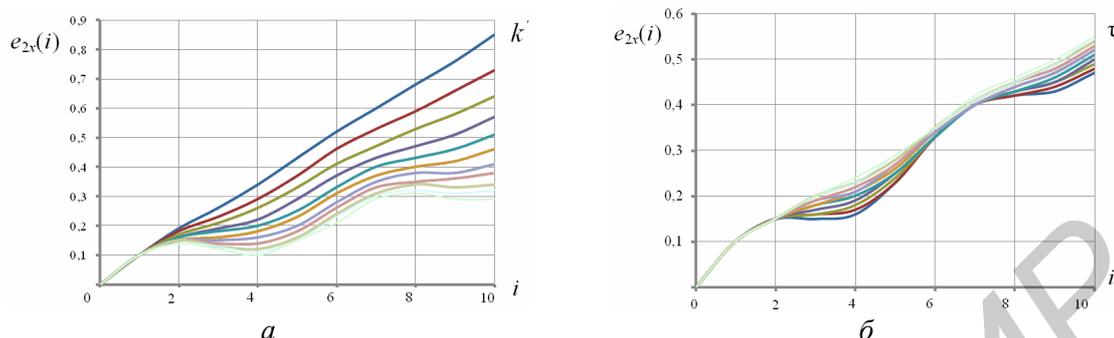


Рис. 6. Зависимость динамической ошибки установившегося режима $e_{2x}(i)$ в модели от коэффициента преобразования k' (а) и τ (б)

Выводы

Увеличение коэффициента преобразования автотранспортного средства при управлении скоростью движения приводит к уменьшению динамических ошибок в канале управления скоростью движения. Увеличение постоянной времени дискретного аperiodического звена в модели канала управления скоростью автотранспортного средства приводит к увеличению динамических ошибок. При увеличении интенсивности линейно изменяющегося задающего воздействия динамические ошибки в канале управления скоростью движения увеличиваются.

При случайных задающих и возмущающих воздействиях увеличение параметрической интенсивности этих воздействий приводит к увеличению дисперсий ошибок в канале управления скоростью движения. Увеличение коэффициента преобразования канала управления скоростью движения автотранспортного средства приводит к уменьшению дисперсии ошибки по задающему воздействию, увеличение постоянной времени дискретного аperiodического звена – к уменьшению дисперсии динамической ошибки. Увеличение коэффициента преобразования k' приводит к увеличению дисперсии ошибки по возмущающему воздействию, увеличение постоянной времени τ ведет к уменьшению дисперсии ошибки по возмущающему воздействию.

PARAMETRIC MODELING THE EFFECTIVENESS OF MOTOR VEHICLES ON SPEED CHANNEL

DIAB ABDULLAH S.A.O.

Abstract

Parametrical modeling of management efficiency by the vehicle is considered. Models of operators-drivers with various degrees of motivational perception are given. The factorial analysis of errors of management is carried out.

Список литературы

1. Ганэ В.А., Мацкевич А.Н., Цеховой А.Е. Поведенческие модели и модели ситуационного анализа безопасности дорожного движения. Минск, 2002.
2. Ганэ В.А., Соловьева С.В. Основы теории управления: теория систем и системного анализа. Минск, 2008.
3. Ганэ В.А., Дияб Абдаллах С.А.О. // Вестник Белорусского национального технического университета. 2010. №5. С. 40-43.

УДК 517.977

РАСШИРЕННОЕ УСЛОВИЕ ПОСТОЯННОГО РАНГА И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ К ПАРАМЕТРИЧЕСКИМ ЗАДАЧАМ ОПТИМИЗАЦИИ

С.В. АКТАНОРОВИЧ, Л.И. МИНЧЕНКО, А.Н. ТАРАКАНОВ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 2 марта 2012

Предлагается модификация известного условия регулярности постоянного ранга Р.Жанена, позволяющая доказать дифференцируемость по направлениям функции оптимального значения в задаче параметрического нелинейного программирования.

Ключевые слова: нелинейное программирование, условия регулярности, функция оптимального значения, дифференцируемость по направлениям.

Введение

В теории оптимизации дифференциальным свойствам функции оптимального значения посвящено большое число публикаций (обзор их можно найти в работах [1, 2]) ввиду значения данных свойств в анализе устойчивости задачи относительно возмущений ее параметров.

Рассмотрим функцию оптимального значения

$$\varphi(x) = \inf \{ f(x, y) \mid y \in F(x) \},$$

определенную для задачи минимизации

$$f(x, y) \rightarrow \inf_y$$

на множестве

$$F(x) = \{ y \in R^m \mid h_i(x, y) \leq 0 \quad i \in I, \quad h_i(x, y) = 0 \quad i \in I_0 \},$$

где $x \in R^n$ – вектор параметров, $f(x, y)$, $h_i(x, y)$ $i = 1, \dots, p$ – непрерывно дифференцируемые функции из $R^n \times R^m$ в R , $I = \{1, \dots, s\}$, $I_0 = \{s+1, \dots, p\}$.

Обозначим через

$$\omega(x) = \{ y \in F(x) \mid f(x, y) = \varphi(x) \}$$

множество оптимальных решений поставленной задачи, через F – многозначное отображение, ставящее в соответствие каждой точке $x \in R^n$ множество $F(x) \subset R^m$. Будем предполагать, что для точки $x_0 \in \text{dom}F$ существуют окрестность $V(x_0)$ и ограниченное множество $Y_0 \subset R^m$ такие, что $\omega(x) \subset Y_0$ для всех $x \in V(x_0)$.

Пусть $z = (x, y)$, $z_0 = (x_0, y_0)$, $\bar{z} = (\bar{x}, \bar{y})$. Введем функцию Лагранжа

$$L(z, \lambda) = f(z) + \langle \lambda, h(z) \rangle, \text{ где } \lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_p), \quad h = (h_1, \dots, h_p).$$

Обозначим через

$$\Lambda(z) = \{ \lambda \in \mathbb{R}^p \mid \nabla_x L(z, \lambda) = 0, \lambda_i \geq 0 \text{ и } \lambda_i h_i(z) = 0, i \in I \}$$

множество множителей Лагранжа и через $I(z) = \{i \in I \mid h_i(z) = 0\}$ множество индексов активных ограничений в точке $z = (x, y) \in grF$.

Пусть $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$. Для функции оптимального значения изучим существование производной по направлению \bar{x} в точке x_0 :

$$\phi'(x_0; \bar{x}) = \lim_{t \downarrow 0} t^{-1} (\phi(x_0 + t\bar{x}) - \phi(x_0)).$$

Наличие дифференцируемости функции оптимального значения по направлениям тесно связано с налагаемыми на ограничения задачи условиями регулярности, среди которых одним из самых известных является условие постоянного ранга, введенное в работе Р. Жанена [3]. Условие регулярности постоянного ранга (CRCQ) достаточно часто используется в нелинейном программировании для исследования дифференцируемости функции оптимального значения и устойчивости и чувствительности решений экстремальных задач относительно возмущений параметров [4, 5]. В то же время явными недостатками условия CRCQ являются как достаточная жесткость (существует достаточно широкий круг задач, для которых оно не выполняется там, где другие условия регулярности могут быть вполне эффективны), так и трудность его проверки. В работах [6, 7] было получено так называемое ослабленное условие регулярности постоянного ранга, которое позволяет в определенной степени минимизировать отмеченные недостатки CRCQ.

Определение 1 ([6, 7]). Будем говорить, что в точке $z_0 = (x_0, y_0) \in grF$ выполнено ослабленное условие регулярности постоянного ранга (RCRCQ), если для любого подмножества индексов J такого, что $I_0 \subset J \subset I(z_0) \cup I_0$, система векторов $\nabla_y h_i(z)$, $i \in J$ имеет постоянный ранг в некоторой окрестности точки z_0 .

Ослабленное условие регулярности постоянного ранга и его приложения вызвали ряд интересных публикации [8-11] по данной тематике. В то же время следует отметить, что ни выполнение классического условия постоянного ранга, ни его обобщения RCRCQ не обеспечивают сами по себе дифференцируемости по направлениям функции оптимального значения в задаче нелинейного программирования и требуют наличия дополнительных условий. В этой связи предлагается расширенное условие постоянного ранга (ECR), которое в совокупности с RCRCQ позволяет гарантировать существование производной $\phi'(x_0; \bar{x})$.

Определение 2. Будем говорить, что многозначное отображение F удовлетворяет расширенному условию постоянного ранга (или ECR-регулярно) по направлению \bar{x} в точке $z_0 = (x_0, y_0)$, $y_0 \in F(x_0)$, если для любого подмножества индексов $J = K \cup I_0$, где $K \subset I(z_0)$, система векторов

$$\left(\begin{array}{c} \nabla_y h_i(x, y) \\ \langle \nabla_x h_i(x, y), \bar{x} \rangle \end{array} \right)_{i \in J}$$

имеет постоянный ранг в некоторой окрестности точки $z_0 = (x_0, y_0)$.

Следуя [2], введем нижнюю производную Дини многозначного отображения F в точке $z_0 = (x_0, y_0) \in grF$ по направлению \bar{x} :

$$DF(z_0; \bar{x}) = \{ \bar{y} \in \mathbb{R}^m \mid \exists o(t) \text{ такая, что } o(t)/t \rightarrow 0 \text{ для } t \downarrow 0 \\ \text{и } y_0 + t\bar{y} + o(t) \in F(x_0 + t\bar{x}) \forall t \geq 0 \}$$

и множество

$$\Gamma((x, y); \bar{x}) = \{ \bar{y} \in R^m \mid \langle \nabla h_i(x, y), (\bar{x}, \bar{y}) \rangle \leq 0 \quad i \in I(x, y), \quad \langle \nabla h_i(x, y), (\bar{x}, \bar{y}) \rangle = 0 \quad i \in I_0 \}$$

$$\Gamma(z_0; \bar{x}) = \{ \bar{y} \in R^m \mid \langle \nabla h_i(z_0), \bar{z} \rangle \leq 0 \quad i \in I(z_0), \quad \langle \nabla h_i(z_0), \bar{z} \rangle = 0 \quad i \in I_0 \}, \quad \bar{z} = (\bar{x}, \bar{y}).$$

Покажем, что при $\bar{x} \in \text{dom} \Gamma(z_0; \cdot)$ из условия *ECR*-регулярности в точке $z_0 = (x_0, y_0) \in \text{gr}F$ следует частичное выполнение условия RCRCQ в этой точке.

Действительно, положим, что $I^2(z_0, \bar{z}) = \{ i \in I(z_0) \mid \langle \nabla h_i(z_0), (\bar{x}, \bar{y}) \rangle = 0 \}$. Пусть $\bar{y} \in \Gamma(z_0; \bar{x})$, $J = J(\bar{z}) = I^2(z_0, \bar{z}) \cup I_0$. Обозначим $z = (x, y)$, $\bar{z} = (\bar{x}, \bar{y})$. Тогда $\langle \nabla_y h_i(z_0), \bar{y} \rangle + \langle \nabla_x h_i(z_0), \bar{x} \rangle = 0 \quad i \in J$ и, следовательно, вследствие условия *ECR*-регулярности для всех точек z , достаточно близких к z_0 , справедливо

$$\text{rank} \begin{pmatrix} \nabla_y h_i(z) & i \in J \\ \langle \nabla_x h_i(z), \bar{x} \rangle \end{pmatrix} = \text{rank} \begin{pmatrix} \nabla_y h_i(z_0) & i \in J \\ \langle \nabla_x h_i(z_0), \bar{x} \rangle \end{pmatrix} = \text{rank} \begin{pmatrix} \nabla_y h_i(z_0) & i \in J \end{pmatrix} = l,$$

откуда

$$\text{rank} \begin{pmatrix} \nabla_y h_i(z) & i \in J \end{pmatrix} \leq l.$$

Последнее означает, что

$$\text{rank} \begin{pmatrix} \nabla_y h_i(z_0) & i \in J \end{pmatrix} = \text{rank} \begin{pmatrix} \nabla_y h_i(z) & i \in J \end{pmatrix} = l.$$

Таким образом, при выполнении в точке z_0 условия *ECR*-регулярности по направлению \bar{x} система векторов $\{ \nabla_y h_i(z) \quad i \in J \}$ при всех $J = J(\bar{z}) = I^2(z_0, \bar{z}) \cup I_0$ и всех $\bar{y} \in \Gamma(z_0; \bar{x})$ сохраняет ранг в некоторой окрестности z_0 .

Вычисление производной многозначного отображения F

Следующая теорема позволяет вычислять производные *ECR*-регулярного отображения F .

Теорема 1. Пусть многозначное отображение F *ECR*-регулярно в точке $z_0 = (x_0, y_0) \in \text{gr}F$ по направлению $\bar{x} \in \text{dom} \Gamma(z_0; \cdot)$. Тогда $DF(z_0; \bar{x}) = \Gamma(z_0; \bar{x})$.

Доказательство. Пусть $\bar{y} \in \Gamma(z_0; \bar{x})$. Положим $J = J(\bar{z}) = I^2(z_0, \bar{z}) \cup I_0$, где $I^2(z_0, \bar{z}) = \{ i \in I(z_0) \mid \langle \nabla h_i(z_0), (\bar{x}, \bar{y}) \rangle = 0 \}$. Тогда для любой m -векторной функции $r(t)$ такой, что $r(t)/t \rightarrow 0$ при $t \downarrow 0$ найдется число $t_0 > 0$ такое, что для всех $i \in I \setminus I^2(z_0, \bar{z})$

$$h_i(x_0 + t\bar{x}, y_0 + ty + r(t)) < 0 \quad t \in (0, t_0).$$

Действительно, если $i \in I \setminus I^2(z_0, \bar{z})$, то $h_i(x_0, y_0) < 0$ и, значит,

$$h_i(x_0 + t\bar{x}, y_0 + t\bar{y} + r(t)) = h_i(x_0, y_0) + t \langle \nabla h_i(x_0 + \theta t\bar{x}, y_0 + \theta(t\bar{y} + r(t))), (\bar{x}, \bar{y}) \rangle < 0$$

($0 < \theta < 1$) при достаточно малых $t > 0$.

Если $i \in I(z_0)$, но $i \notin I^2(z_0, \bar{z})$, то

$$\begin{aligned} h_i(x_0 + t\bar{x}, y_0 + ty + r(t)) &= h_i(x_0, y_0) + t \langle \nabla h_i(x_0, y_0), (\bar{x}, \bar{y}) \rangle + \gamma(t) = \\ &= t \langle \nabla h_i(x_0, y_0), (\bar{x}, \bar{y}) \rangle + \gamma(t), \end{aligned}$$

где $\gamma(t) = \langle \nabla_y h_i(x_0, y_0), r(t) \rangle + \langle \nabla h_i(x_0 + \theta t \bar{x}, y_0 + \theta(t \bar{y} + r(t))) \rangle - \langle \nabla h_i(x_0, y_0), (t \bar{x}, t \bar{y} + r(t)) \rangle$, $(0 < \theta < 1)$.

Поскольку $\langle \nabla h_i(x_0, y_0), (\bar{x}, \bar{y}) \rangle < 0$ и $\gamma(t)/t \rightarrow 0$ при $t \rightarrow 0$, то $h_i(x_0 + t \bar{x}, y_0 + t \bar{y} + r(t)) < 0$, $i \in J$, для всех достаточно малых положительных t .

Пусть $|J| = N$. Поскольку $J = J(\bar{y}) = I^2(y_0, \bar{y}) \cup I_0$, то в точке $(t, r) = (0, 0)$ у матрицы Якоби системы функций $h_i(x_0 + t \bar{x}, y_0 + t \bar{y} + r)$ $i \in J$ относительно r ,

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial h_1(x_0 + t \bar{x}, y_0 + t \bar{y} + r)}{\partial r_1} & \dots & \frac{\partial h_1(x_0 + t \bar{x}, y_0 + t \bar{y} + r)}{\partial r_m} & \frac{\partial h_1(x_0 + t \bar{x}, y_0 + t \bar{y} + r)}{\partial t} \\ \frac{\partial h_2(x_0 + t \bar{x}, y_0 + t \bar{y} + r)}{\partial r_1} & \dots & \frac{\partial h_2(x_0 + t \bar{x}, y_0 + t \bar{y} + r)}{\partial r_m} & \frac{\partial h_2(x_0 + t \bar{x}, y_0 + t \bar{y} + r)}{\partial t} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial h_N(x_0 + t \bar{x}, y_0 + t \bar{y} + r)}{\partial r_1} & \dots & \frac{\partial h_N(x_0 + t \bar{x}, y_0 + t \bar{y} + r)}{\partial r_m} & \frac{\partial h_N(x_0 + t \bar{x}, y_0 + t \bar{y} + r)}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (1)$$

последний столбец нулевой. Следовательно, ее ранг в данной точке совпадает с рангом матрицы Якоби системы функций $h_i(y_0 + t \bar{y} + r)$ $i \in J$ относительно r

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial h_1(x_0 + t \bar{x}, y_0 + t \bar{y} + r)}{\partial r_1} & \dots & \frac{\partial h_1(x_0 + t \bar{x}, y_0 + t \bar{y} + r)}{\partial r_m} \\ \frac{\partial h_2(x_0 + t \bar{x}, y_0 + t \bar{y} + r)}{\partial r_1} & \dots & \frac{\partial h_2(x_0 + t \bar{x}, y_0 + t \bar{y} + r)}{\partial r_m} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial h_N(x_0 + t \bar{x}, y_0 + t \bar{y} + r)}{\partial r_1} & \dots & \frac{\partial h_N(x_0 + t \bar{x}, y_0 + t \bar{y} + r)}{\partial r_m} \end{bmatrix}.$$

Пусть ранг этой матрицы в точке $(t, r) = (0, 0)$ равен l . Поскольку

$$\frac{\partial h_i(x_0 + t \bar{x}, y_0 + t \bar{y} + r)}{\partial t} = \langle \nabla_x h_i(x_0 + t \bar{x}, y_0 + t \bar{y} + r), \bar{x} \rangle + \langle \nabla_y h_i(x_0 + t \bar{x}, y_0 + t \bar{y} + r), \bar{y} \rangle,$$

то в силу условия (ECR) матрица Якоби (1) системы функций $h_i(x_0 + t \bar{x}, y_0 + t \bar{y} + r)$ $i \in J$ относительно r сохранит ранг l и в некоторой окрестности $(0, 0)$. Тогда (см. [12] стр.505) в этой окрестности l функций системы (для определенности перенумеруем их так чтобы это были h_1, \dots, h_l) независимы, а остальные (если они есть) от них зависят, т.е. $h_{l+1} = \varphi_1(h_1, \dots, h_l), \dots, h_{l+q} = \varphi_q(h_1, \dots, h_l)$, где $\varphi_1, \dots, \varphi_q$ – непрерывные функции с непрерывными частными производными, $q = N - l$.

Рассмотрим в окрестности точки $(0, 0)$ систему уравнений

$$\begin{cases} h_1(x_0 + t \bar{x}, y_0 + t \bar{y} + r) = 0 \\ \dots \\ h_l(x_0 + t \bar{x}, y_0 + t \bar{y} + r) = 0 \\ \dots \\ h_{l+q}(x_0 + t \bar{x}, y_0 + t \bar{y} + r) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где $l + q = |J|$.

Данная система равносильна системе

$$\begin{cases} h_1(x_0 + t\bar{x}, y_0 + t\bar{y} + r) = 0 \\ \dots \\ h_l(x_0 + t\bar{x}, y_0 + t\bar{y} + r) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

с дополнительным условием

$$\begin{cases} h_{l+1}(x_0 + t\bar{x}, y_0 + t\bar{y} + r) = \varphi_1(h_1(x_0 + t\bar{x}, y_0 + t\bar{y} + r), \dots, h_l(x_0 + t\bar{x}, y_0 + t\bar{y} + r)) = 0 \\ \dots \\ h_{l+q}(x_0 + t\bar{x}, y_0 + t\bar{y} + r) = \varphi_q(h_1(x_0 + t\bar{x}, y_0 + t\bar{y} + r), \dots, h_l(x_0 + t\bar{x}, y_0 + t\bar{y} + r)) = 0. \end{cases}$$

При этом

$$\varphi_1(h_1(x_0, y_0), \dots, h_l(x_0, y_0)) = 0, \dots, \varphi_q(h_1(x_0, y_0), \dots, h_l(x_0, y_0)) = 0$$

и, следовательно,

$$\varphi_1(0, \dots, 0) = 0, \dots, \varphi_q(0, \dots, 0) = 0.$$

Если $l = m$, то по теореме о неявной функции (см. [12], стр. 488) система (3) определяет в окрестности $(0, 0)$ неявную непрерывно дифференцируемую функцию $r = r(t)$ такую, что

$$r(0) = 0 \text{ и } \frac{dr}{dt}(0) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{r(t)}{t} = 0.$$

Если $l < m$, то, не ограничивая общности, можно предположить, что ранг системы (3) равен l относительно первых l координат вектора r . Положим в этом случае $r = (\bar{r}, \bar{\bar{r}})$, где $\bar{r} = (r_1, \dots, r_l)$, $\bar{\bar{r}} = (r_{l+1}, \dots, r_m)$.

Тогда в силу теоремы о неявной функции система (3) определяет в окрестности точки $(0, 0, 0)$ неявную непрерывно дифференцируемую функцию $\bar{r} = \bar{r}(t, \bar{\bar{r}})$, удовлетворяющую условиям

$$\bar{r}(0, 0) = 0, \quad \frac{\partial \bar{r}}{\partial t}(0, 0) = 0.$$

Пусть $\bar{\bar{r}} = 0$, положим $\bar{r} = \bar{r}(t) = \bar{r}(t, 0)$. Тогда функция $r = r(t) = (\bar{r}(t), 0)$ удовлетворяет системе (3), а значит и (2). Кроме того, $r(t)/t \rightarrow 0$ при $t \downarrow 0$.

Таким образом, при выполнении условий леммы для $\bar{y} \in \Gamma(z_0; \bar{x})$ существует функция $r(t)$ такая, что при $t \in (0, t_0)$, где t_0 достаточно малое положительное число, справедливы условия

$$h_i(x_0 + t\bar{x}, y_0 + t\bar{y} + r(t)) = 0 \quad i \in J,$$

$$h_i(x_0 + t\bar{x}, y_0 + t\bar{y} + r(t)) < 0 \quad i \in I \setminus J,$$

и $r(t)t^{-1} \rightarrow 0$ при $t \downarrow 0$.

Последнее означает, что $y_0 + t\bar{y} + r(t) \in F(x_0 + t\bar{x})$ при $t \in [0, t_0]$ и, следовательно, $\bar{y} \in DF(x_0, y_0; \bar{x})$. Таким образом, $\Gamma(z_0; \bar{x}) \subset DF(z_0; \bar{x})$. Поскольку включение $DF(z_0; \bar{x}) \subset \Gamma(z_0; \bar{x})$ всегда справедливо, получаем $\Gamma(z_0; \bar{x}) = DF(z_0; \bar{x})$.

Производные функции оптимального значения

Теорема 2. Пусть многозначное отображение F во всех точках $z_0 = (x_0, y_0)$, где $y_0 \in \omega(x_0)$, удовлетворяет условиям RCR -регулярности и ECR -регулярности по направлению $\bar{x} \in \text{dom}\Gamma(z_0; \cdot)$. Тогда функция φ дифференцируема в точке x_0 по направлению \bar{x} , причем

$$\varphi'(x_0; \bar{x}) = \min_{y_0 \in \omega(x_0)} \min_{\bar{y} \in \Gamma(z_0; \bar{x})} \langle \nabla f(z_0), \bar{z} \rangle = \min_{y_0 \in \omega(x_0)} \max_{\lambda \in \Lambda(z_0)} \langle \nabla_x L(z_0, \lambda), \bar{x} \rangle. \quad (4)$$

Доказательство.

1. Пусть $y_0 \in \omega(x_0)$. Поскольку в силу теоремы 1 $\Gamma(z_0; \bar{x}) = DF(z_0; \bar{x})$ и $\bar{x} \in \text{dom}\Gamma(z_0; \cdot)$, то для любого $\bar{y} \in \Gamma(z_0; \bar{x})$ найдется функция $o(t)$ такая, что $o(t)/t \rightarrow 0$ при $t \rightarrow 0$ и $y_0 + t\bar{y} + r(t) \in F(x_0 + t\bar{x})$ при всех $t > 0$.

Следовательно,

$$\varphi(x_0 + t\bar{x}) - \varphi(x_0) \leq f(x_0 + t\bar{x}, y_0 + t\bar{y} + o(t)) - f(x_0, y_0),$$

откуда

$$D^+ \varphi(x_0; \bar{x}) = \limsup_{t \downarrow 0} t^{-1} [\varphi(x_0 + t\bar{x}) - \varphi(x_0)] \leq \langle \nabla f(z_0), \bar{z} \rangle$$

для всех $\bar{z} = (\bar{x}, \bar{y})$. Поскольку y_0 и \bar{y} произвольные элементы из множеств $\omega(x_0)$ и $\Gamma(z_0; \bar{x})$, то из последнего соотношения получается

$$D^+ \varphi(x_0; \bar{x}) \leq \inf_{y_0 \in \omega(x_0)} \inf_{\bar{y} \in \Gamma(z_0; \bar{x})} \langle \nabla f(z_0), \bar{z} \rangle \quad (5)$$

2. Пусть предел $D_+ \varphi(x_0; \bar{x}) = \liminf_{t \downarrow 0} t^{-1} (\varphi(x_0 + t\bar{x}) - \varphi(x_0))$ достигается на последовательности $t_k \downarrow 0$ и пусть $x_k = x_0 + t_k \bar{x}$, $y_k \in \omega(x_k)$ $k=1, 2, \dots$. Не ограничивая общности, можно считать, что последовательность $\{y_k\}$ сходится $y_k \rightarrow y_0$, причем $y_0 \in F(x_0)$ в силу замкнутости многозначного отображения F .

Поскольку $\varphi(x_0 + t_k \bar{x}) - \varphi(x_0) \leq t_k D^+ \varphi(x_0; \bar{x}) + o(t_k)$, то в силу (5)

$$f(x_0, y_0) = \limsup_{k \rightarrow \infty} f(x_0 + t_k \bar{x}, y_k) = \limsup_{k \rightarrow \infty} \varphi(x_0 + t_k \bar{x}) \leq \varphi(x_0)$$

и, следовательно, $y_0 \in \omega(x_0)$.

В силу условия RCRCQ и леммы 5 [10] найдется последовательность $\{y_{0k}\}$ такая, что

$$y_{0k} \in F(x_0), \quad |y_{0k} - y_k| \leq M |x_k - x_0|, \quad M = \text{const} > 0,$$

и $h_i(x_k, y_k) \leq h_i(x_0, y_{0k}) \leq 0 \quad i \in I(x_0, y_0)$.

Тогда, не ограничивая общности, можно считать, что $t_k^{-1}(y_k - y_{0k}) \rightarrow \bar{y}_0$ и, следовательно, $y_k = y_{0k} + t_k \bar{y}_0 + o(t_k)$. Тогда из соотношений

$$h_i(x_k, y_k) - h_i(x_0, y_{0k}) \leq 0 \quad i \in I(x_0, y_0), \quad h_i(x_k, y_k) - h_i(x_0, y_{0k}) = 0 \quad i \in I_0$$

получаем

$$\langle \nabla h_i(x_0, y_0), (\bar{x}, \bar{y}_0) \rangle \leq 0 \quad i \in I(x_0, y_0), \quad \langle \nabla h_i(x_0, y_0), (\bar{x}, \bar{y}_0) \rangle = 0 \quad i \in I_0,$$

т.е. $\bar{y}_0 \in \Gamma(z_0; \bar{x})$. С другой стороны,

$$\begin{aligned} D_+ \varphi(x_0; \bar{x}) &= \lim_{t_k \downarrow 0} t_k^{-1} (f(x_0 + t_k \bar{x}, y_k) - f(x_0, y_0)) = \\ &= \lim_{t_k \downarrow 0} t_k^{-1} (f(x_0 + t_k \bar{x}, y_{0k} + t_k \bar{y}_0 + o(t_k)) - f(x_0, y_{0k})) = \langle \nabla f(x_0, y_0), (\bar{x}, \bar{y}_0) \rangle, \end{aligned}$$

где $\bar{y}_0 \in \Gamma(z_0; \bar{x})$.

$$\text{Отсюда } D_+ \varphi(x_0; \bar{x}) \geq \inf_{y \in \omega(x_0)} \inf_{\bar{y} \in \Gamma((x_0, y); \bar{x})} \langle \nabla f(x_0, y), \bar{z} \rangle = \min_{y \in \omega(x_0)} \min_{\bar{y} \in \Gamma((x_0, y); \bar{x})} \langle \nabla f(x_0, y), \bar{z} \rangle,$$

где $\bar{z} = (\bar{x}, \bar{y})$.

Сравнивая последнюю оценку с оценкой (5), получаем, что существует конечная производная

$$\varphi'(x_0; \bar{x}) = \min_{y_0 \in \omega(x_0)} \min_{\bar{y} \in \Gamma(z_0; \bar{x})} \langle \nabla f(z_0), \bar{z} \rangle.$$

Применение теоремы двойственности в линейном программировании [13] приводит к (4).

Заключение

Предложено обобщение условия регулярности постоянного ранга и на его основе доказаны новые достаточные условия дифференцируемости по направлениям функции оптимального значения в задачах нелинейного программирования.

EXTENDED CONSTANT RANK CONDITION AND ITS APPLICATION TO PARAMETRIC OPTIMIZATION PROBLEMS

S.V. AKTANOROVICH, L.I. MINCHENKO, A.N. TARAKANOV

Abstract

Extended constant rank condition is introduced and its applications to the sensitivity analysis of parametric nonlinear programming problems are studied.

Список литературы

1. *Bonnans J.F., Shapiro A.* Perturbations analysis of optimization problems. New York, 2000.
2. *Luderer B., Minchenko L., Satsura T.* Multivalued analysis and nonlinear programming problems with perturbations. Dordrecht, 2002.
3. *Janin R.* // Mathematical Programming Study. 1984. Vol. 21. P. 110-126.
4. *Ralph D. and Dempe S.* // Mathematical Programming 70. 1995. P. 159-172.
5. *Pang J.-S. and Ralph D.* // Math. Oper. Res. 21. 1996. P. 401-426.
6. *Минченко Л.И., Стаховский С.М.* // Докл. НАН Беларуси. 2009. №5. С. 6-10.
7. *Minchenko L. and Stakhovski S.* // Optimization. 2011. Vol. 60. P. 429-440.
8. *Lu S.* // Optimization. 2010. DOI: 10.1080/02331934.2010.527972.
9. *Andreani R., Haeser G., Schuverdt M.L. et al.* // Mathematical Programming. 2011. DOI: 10.1007/s10107-011-0456-0.
10. *Minchenko L. and Stakhovski S.* // SIAM Journal on Optimization. 2011. Vol. 21, №1. P. 314-332.
11. *Minchenko L. and Tarakanov A.* // Journal of Optimization Theory and Applications. 2011. Vol. 148. P. 571-579.
12. *Зорич В.А.* Математический анализ. М., 1981.
13. *Юдин Д.Б., Гольштейн Е.Г.* Линейное программирование. М., 1963.

УДК 621.37, 537.874.7

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПРИРОДЫ И КОНЦЕНТРАЦИИ РАЗЛИЧНЫХ НАПОЛНИТЕЛЕЙ ГИБКИХ ЭКРАНОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ИХ ЭКРАНИРУЮЩИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ В СВЧ ДИАПАЗОНЕ: I. РАСТВОРЫ КИСЛОТ И СОЛЕЙ КАЛИЯ

С.В. ГАЛУШКА, АЛИ АЛЬХАМУНИ МУХАМЕД, Н.В. НАСОНОВА, А.А. ПОЗНЯК

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь*

Поступила в редакцию 15 мая 2012

Исследованы экранирующие характеристик и гибких радиопоглощающих материалов, представляющих собой текстильную матрицу, пропитанную водными растворами органических кислот и борной кислоты и солей калия разной концентрации в диапазонах частот 8-11 и 27-36 ГГц. Разбавленные (0,1 М) растворы кислот и солей по своим свойствам слабо отличаются от воды; т. е. на подавление ЭМИ большое влияние оказывает растворитель (дистиллированная вода), который обладает высоким поглощением ЭМИ. Наименьший коэффициент передачи обеспечивает образец с 1 М раствором гексацианоферрата (III) калия – до минус 17,8 дБ в диапазоне 8-11 ГГц и коэффициентом передачи до минус 31 дБ в диапазоне 27-36 ГГц за счет повышенной доли отражаемой энергии (при коэффициенте отражения до минус 2,7 дБ).

Ключевые слова: экранирование электромагнитного излучения, эффективность, поглощение, отражение, растворные наполнители, текстильная матрица, гибкие экраны, растворы солей, растворы кислот.

Введение

Неизбежность воздействия электромагнитного излучения (ЭМИ) на население и окружающую живую природу стало данью современному техническому прогрессу и все более широкому применению телевидения и радиовещания, радиосвязи и радиолокации, использования сверхвысокочастотных (СВЧ) излучающих приборов и технологий и т.п. В результате жизнедеятельности человечества уровень ЭМИ возрастает на несколько порядков по сравнению с естественным фоном. Повышенные уровни электромагнитного поля (ЭМП) усложняют функционирование маломощного высокоточного измерительного оборудования, обостряют проблемы электромагнитной совместимости радиоэлектронных средств (РЭС) и защиты информации, оказывают отрицательное влияние на организм человека и биологические объекты.

У человека наиболее чувствительными к воздействию электромагнитных полей являются нервная, сердечно-сосудистая, репродуктивная системы, мозг. Электромагнитные поля вызывают изменения кровотока, нарушения со стороны эндокринной системы, метаболических процессов, заболевания органов зрения. Самые опасные поля – это поля СВЧ-диапазона. Сантиметровые и миллиметровые волны действуют на кожу, а дециметровые, проникая на глубину 10 – 15 см, уже напрямую воздействуют на внутренние органы.

Экранирование – наиболее эффективный способ защиты. Под экранированием в общем случае понимается как защита объектов от воздействия внешних полей, так и локализация излучения каких-либо средств, препятствующая проявлению этих излучений в окружающей среде. В некоторых случаях для защиты невозможно применить экран в виде корпуса или пластины, тогда используют гибкие экраны. Особенно актуальна проблема создания гибких, мобиль-

ных, воздухопроницаемых, технологичных и дешевых материалов, обеспечивающих достаточную степень подавления ЭМИ в широком диапазоне частот.

Гибкие электромагнитные экраны находят широкое применение не только для «классических» целей подавления нежелательных излучений электронной техники, а также актуальны и в других областях, таких как защита живых организмов от вредного воздействия ЭМИ, создание одежды и накидок специального назначения, подавление электромагнитного канала утечки информации, снижение радиолокационной заметности объектов и защита устройств обработки информации от электромагнитного воздействия.

Например, основным средством скрытия наземных объектов от обнаружения радиолокационной техникой является установка маскирующих радиопоглощающих материалов, позволяющих преобразовать отражаемый от металлических поверхностей и объектов сложной формы сигнал в сигнал с другими характеристиками, близкими к фону окружающей среды, что позволяет снизить дальность обнаружения подвижных и неподвижных радиолокационных целей в широком диапазоне частот. Различия в характеристиках электромагнитных сигналов, отраженных от объектов, позволяют сделать выводы об их природе, структуре, зачастую и составе на основе анализа радиолокационного портрета некоторой области пространства [1].

Одним из перспективных направлений является создание экранов на основе гибких полимерных материалов с различными наполнителями. Но, несмотря на актуальность проблемы, эта область изучена слабо, а объем экспериментальных данных по электромагнитным характеристикам и физическим свойствам ограничен. На сегодняшний день крайне мало разработано тонких радиопоглощающих материалов и экранов ЭМИ, обладающих хорошей гибкостью, приемлемыми электромагнитными характеристиками при небольшом весе и толщине. Все это обусловило необходимость проведения исследований в этой области. В то же время, в работах [2, 3] предложено создавать экраны ЭМИ на основе капиллярно-пористых матриц, внутреннее поровое пространство которых заполняется растворами электролитов, что обуславливает их электрофизические, а следовательно и экранирующие характеристики. В развитие этих предложений и осуществлено предлагаемое исследование.

Целью работы является получение новых экспериментальных данных о влиянии природы и концентрации растворов различных электролитов, используемых для пропитки капиллярно-пористых матриц гибких экранов ЭМИ на текстильной основе, на их экранирующие характеристики в СВЧ диапазоне и их анализ.

Методика

Механизмы взаимодействия ЭМИ с материалами рассмотрены в [4], там же приводится обоснование использования текстильных полотен в качестве капиллярно-пористых матриц для создания экранов ЭМИ, кратко характеризуются свойства использованного полотна, а также методики приготовления образцов ткани для последующей пропитки и проведения измерений.

Отличие от экспериментов и их результатов, обсуждавшихся ранее [4, 5] в том, что в данной работе в качестве наполнителя капиллярно-пористой матрицы использовались водные растворы солей и кислот без каких-либо иных добавок, а диапазон частот был расширен и, наряду с исследованиями радиопоглощающих и экранирующих характеристик в частотном диапазоне, были исследованы характеристики и в диапазоне 27-36 ГГц. Для проведения измерений в диапазоне 8-11 ГГц были использованы индикатор КСВН и ослабления Я2Р-67 и генератор качающейся частоты ГКЧ-61, а в диапазоне 27-36 ГГц – измеритель КСВН панорамный Р2-65 (с ГКЧ).

Рассмотрим кратко методику приготовления растворов для создания влагонаполненных экранов ЭМИ на текстильной основе. В зависимости от необходимой концентрации пропиточного раствора, рассчитывали массу кислоты (соли) для приготовления раствора электролита объемом 250 мл, достаточного для изготовления большого количества экспериментальных образцов, исходя из формулы

$$m = C_M \cdot M \cdot 1000 / V,$$

где m – необходимая масса вещества, M – молярная масса вещества, V – объем раствора, равный 250 мл, C_M – молярная концентрация раствора.

С помощью технических весов с точностью до 10^{-2} г взвешивали рассчитанную массу вещества, которую растворяли в дистиллированной воде, доводя объем раствора до метки в мерной колбе 2-го кл. точности. Процесс растворения для разных веществ и для веществ разной концентрации протекал с различной скоростью, поэтому медленно растворяющиеся соединения приходилось несколько подогревать.

Для пропитки матриц использовали дистиллированную воду, 0,1 М растворы сульфосалициловой ($C_7H_6O_6S \cdot 2H_2O$), щавелевой ($H_2C_2O_4 \cdot 2H_2O$), малоновой ($C_3H_4O_4$), винной ($C_4H_6O_6 \cdot H_2O$), лимонной ($C_6H_8O_7 \cdot H_2O$) и борной (H_3BO_3) кислот; 0,1 и 1 М растворы хлорида калия (KCl), гексацианоферрата (III) калия ($K_3[Fe(CN)_6]$), 0,1 и 0,4 М растворы бихромата калия ($K_2Cr_2O_7$). Растворы кислот более высокой концентрации не использовали для того, чтобы не вызвать возможного разрушения синтетической нити, обусловленного гидролизом полимера, борная кислота не образует водных растворов высокой концентрации, 0,4 М раствор бихромата калия в условиях, близких к стандартным, также близок к насыщению.

Для расчета объема пропиточной жидкости, вводимой в капиллярно-пористую текстильную матрицу, использовали следующую формулу:

$$v = m_0 \cdot v_{\max},$$

где v – объем вводимого растворного наполнителя, мл, m_0 – масса образца, г, v_{\max} – удельное влагопоглощение полотна, равное 1,667 мл/г.

С помощью мерной пипетки 2-го кл. точности набирали рассчитанный объем пропиточной жидкости и вводили в подготовленную текстильную матрицу. В остальном методика приготовления экспериментальных образцов идентична изложенной в [4]

Результаты и их обсуждение

Растворы кислот

Как уже было сказано выше, для пропитки текстильных матриц использовали 0,1 М растворы сульфосалициловой (ССК), щавелевой (ЩК), малоновой (МК), винной (ВК), лимонной (ЛК) и борной кислот (БК). Поскольку вода сама по себе обладает радиопоглощающими характеристиками, а ослабление энергии электромагнитной волны влагосодержащими матрицами зависит от коэффициента их влагосодержания [6], то в качестве образца сравнения для раствородержащих матриц были приготовлены экспериментальные образцы, пропитанные дистиллированной водой (H_2O дист.).

Экспериментальные результаты измерения коэффициентов отражения и передачи материалов, содержащих водные растворы кислот, в частотных диапазонах 8-11 ГГц и 27-36 ГГц в различных частотных диапазонах показаны на рис. 1. Анализируя представленные частотные зависимости, можно сделать вывод о том, что коэффициент передачи в диапазоне 8-11 ГГц увеличивается с ростом частоты, а в диапазоне частот 27-36 ГГц с увеличением частоты падает; коэффициент отражения в обоих диапазонах проявляет слабую (в пределах возможной погрешности эксперимента) зависимость.

В диапазоне от 8 до 11 ГГц в качестве радиопоглощающего экрана наилучшим из рассмотренных является образец, пропитанный 0,1 М раствором ССК (S11 до минус 4,6 дБ, S21 до минус 14,4 дБ). Однако разница между свойствами гибких экранов на основе волокнистых матриц, пропитанных дистиллированной водой и разбавленными (0,1 М) растворами кислот невелика (в пределах 8 %), что объясняется доминирующим влиянием растворителя, обладающим высоким коэффициентом подавления ЭМИ (см. рис. 1,а,б).

В диапазоне 27-36 ГГц текстильные матрицы, пропитанные растворами кислот, имеют значительно большее отражение и меньший коэффициент передачи, чем водонаполненный образец, что, по-видимому, связано с более высокой электропроводностью полученных образцов, обусловленной электролитической диссоциацией и появлением в растворном наполнителе гидратированных ионов водорода, обладающих высокой подвижностью. Здесь наименьший коэффициент передачи ЭМИ показали текстильные матрицы, пропитанные ССК и ЛК (S21 до минус 32 дБ) (см. рис. 1,в,г).

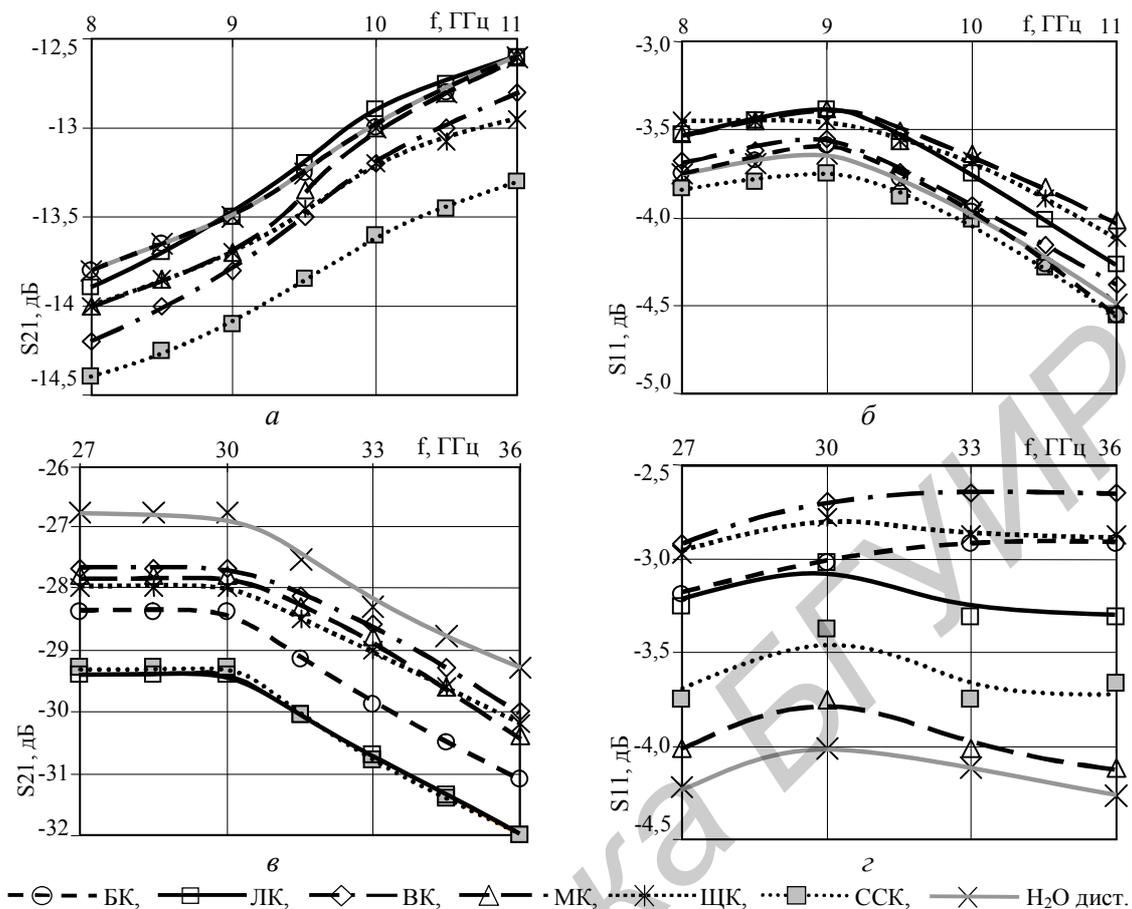


Рис. 1. Зависимость коэффициентов передачи (a , v) и отражения (b , z) от частоты для образцов, пропитанных водными растворами кислот

Растворы солей калия

Для пропитки текстильных матриц использовали водные 1,0 М и 0,1 М растворы хлорида калия; 0,4 М и 0,1 М растворы бихромата калия; 1,0 М и 0,1 М растворы гексацианоферрата (III) калия.

Полученные характеристики коэффициентов отражения и передачи для образцов с соевыми наполнителями в частотных диапазонах 8-11 ГГц и 27-36 ГГц отражены на графиках рис. 2, из которых видно, что в диапазоне от 8 до 11 ГГц коэффициент передачи (S_{21}) всех образцов, наполненных растворами солей калия, меньше, чем образца сравнения. При этом замечено, что коэффициент передачи снижается с ростом концентрации раствора (см. рис. 2, a). Из вышесказанного следует, что добавление в дистиллированную воду солей калия снижает коэффициент передачи ЭМИ при использовании этих растворов в качестве наполнителей гибких текстильных экранов.

Коэффициент отражения (S_{11}) исследуемых образцов в этом диапазоне частот немного выше по сравнению с водонаполненным, за исключением текстильной матрицы, пропитанной 1 М раствором гексацианоферрата (III) калия $K_3[Fe(CN)_6]$. Этот образец показал значительно более хорошие радиопоглощающие и ослабляющие свойства, чем образец сравнения. Значение коэффициента передачи на 31 % меньше, чем образца, пропитанного дистиллированной водой, при равных коэффициентах отражения (S_{21} до минус 17,8 дБ, S_{11} до минус 4,4 дБ). Концентрация растворов на коэффициент отражения влияет слабо, за исключением гексацианоферрата (III) калия $K_3[Fe(CN)_6]$, более концентрированный раствор которого дает на 0,6 дБ меньший коэффициент отражения (рис. 2, b). Следует отметить, что исследованные материалы имеют лучшие характеристики по сравнению с аналогичными по толщине экранами из трикотажных полотен с металлическими нитями. У последних в диапазоне 8-12 ГГц коэффициент передачи достигает только минус 9 дБ при коэффициенте отражения до минус 6 дБ [7, с. 280]).

На более высоких частотах (26-37 ГГц) разницы между коэффициентами передачи более и менее концентрированных растворов практически не наблюдается. Минимальный коэффициент передачи имеет образец, пропитанный 1 М раствором гексацианоферрата (III) калия $K_3[Fe(CN)_6]$ (S_{21} до минус 31 дБ). В качестве поглощающего ЭМИ материала в этом диапазоне лучшим оказался водонаполненный образец, т.к. материалы с растворами солей калия имеют значительно большее отражение. Причем, как и следовало ожидать, чем больше концентрация раствора, тем больше коэффициент отражения имеют исследованные образцы, поскольку отражение зависит от электропроводности, а электропроводность растворов электролитов возрастает с увеличением их концентрации.

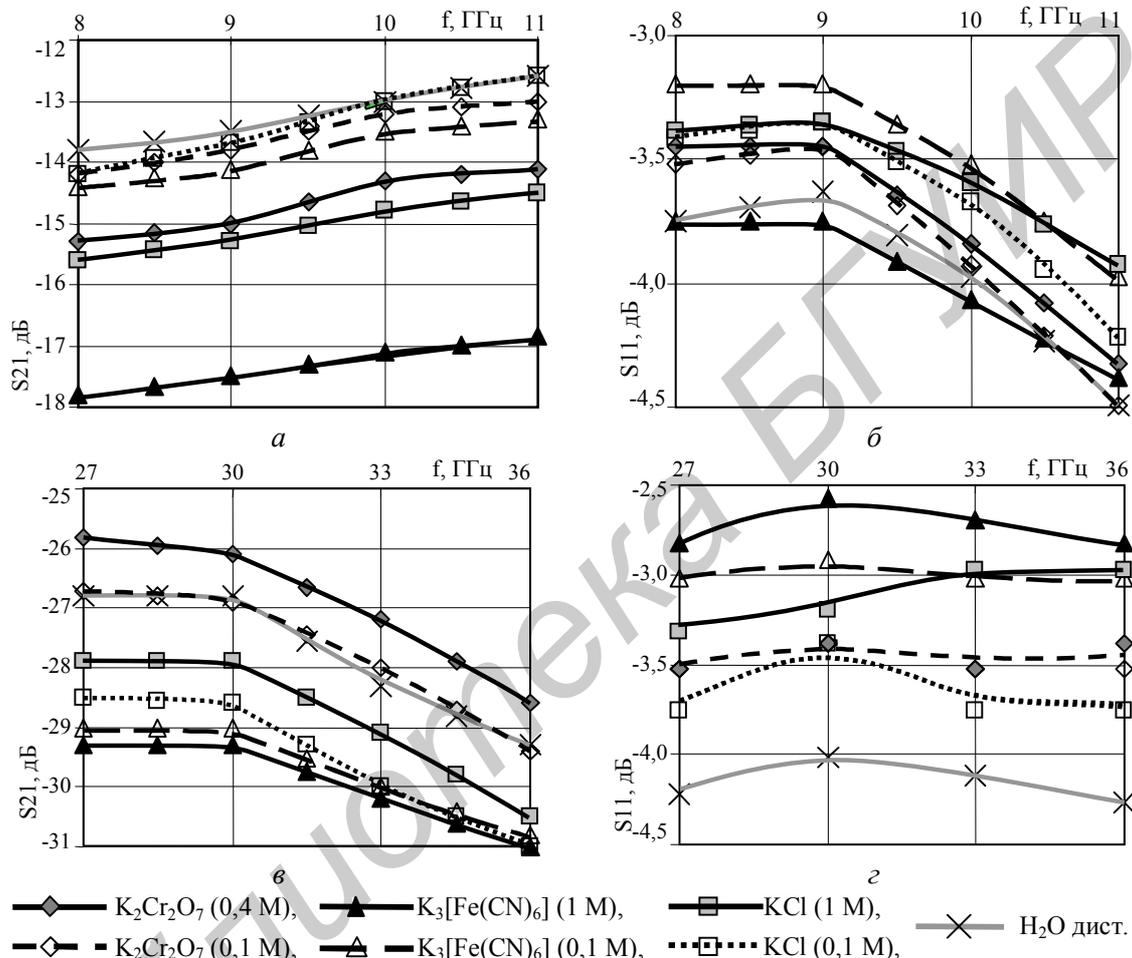


Рис. 2 Зависимость коэффициентов передачи (а, в) и отражения (б, г) от частоты для образцов с растворами различных солей калия

Заключение

В результате выполнения измерений и анализа их результатов можно сформулировать следующие выводы: разбавленные (0,1 М) растворы кислот и солей по своим свойствам слабо отличаются от воды; т.е. на подавление ЭМИ большое влияние оказывает растворитель (дистиллированная вода), который обладает высоким поглощением ЭМИ.

Далее приведены самые эффективные из исследованных гибкие экраны ЭМИ на основе полиакрилонитрильного полотна толщиной 2 мм с различными наполнителями.

1. Материалы, поглощающие ЭМИ:

- наполнитель – 1 М раствор гексацианоферрата (III) калия, коэффициент передачи до минус 17,8 дБ при коэффициенте отражения до минус 4,4 дБ в диапазоне 8-11 ГГц;

- в диапазоне частот 27-36 ГГц наилучшим радиопоглотителем является образец, пропитанный дистиллированной водой, коэффициент передачи до минус 29,3 дБ при коэффициенте отражения до минус 4,3 дБ.

2. Материалы, ослабляющие ЭМИ:

- наполнитель – 1 М раствор гексацианоферрата (III) калия, коэффициент передачи до минус 17,8 дБ в диапазоне 8-11 ГГц, до минус 31 дБ в диапазоне 27-36 ГГц.

В работе удалось достичь высоких показателей экранирования ЭМИ гибкими и тонкими материалами, которые по сравнению с аналогичными по толщине экранами из трикотажных полотен с металлическими нитями имеют преимущество в поглощении ЭМИ, имеют меньшую удельную массу, а также значительно проще и дешевле в изготовлении, что обуславливает технико-экономическую эффективность их внедрения.

Полученные данные необходимы для дальнейших исследований в области экранирования. Также эти результаты могут использоваться для изготовления гибких электромагнитных экранов, применяемых в различных сферах:

- в военной области для снижения радиолокационной заметности объектов и повышения их помехозащищенности;
- в области экологической защиты живых организмов от вредного воздействия ЭМИ путем создания специальной одежды, накидок, других средств индивидуальной защиты;
- в области защиты информации для подавления электромагнитного канала утечки информации;
- для защиты устройств обработки и хранения информации от воздействия ЭМИ;
- в измерительной и контрольной аппаратуре;
- в других областях науки и техники.

INFLUENCE OF NATURE AND CONCENTRATION OF VARIOUS FILLERS FOR FLEXIBLE EMR SHIELDS UPON THEIR SHIELDING CHARACTERISTICS IN SHF BAND: I. SOLUTIONS OF ACIDS AND POTASSIUM SALTS

S.V. HALUSHKA, ALI ALHAMRUNI MUHAMED, N.V. NASONOVA, A.A. POZNYAK

Abstract

The effectiveness characteristics of flexible shielding materials based on textile matrixes impregnated with aqueous solutions of organic acids, boric acid and potassium salts of various concentration in the frequency bands 8-11 и 27-36 GHz are studied. Diluted solutions (0,1 M) of acids and salts slightly differ from distilled water as the EMR suppression is produced due to high dielectric losses of water. The smallest transmission coefficient was obtained for the sample with a 1 M solution of potassium ferricyanide (III) – down to minus 17,8 dB in the frequency band of 8-11 GHz and down to minus 31 dB in the frequency band of 27-36 GHz because of its high reflective properties.

Список литературы

1. Борботько Т.В., Колбун Н.В., Лыньков Л.М. и др. Поглотители электромагнитного излучения. Применение в вооруженных силах: монография. Минск, 2006.
2. Лыньков Л.М., Богуш В.А., Колбун Н.В. и др. // Докл. БГУИР. 2004. Т. 2, №5. С. 152-167.
3. Колбун Н.В., Лыньков Л.М., Борботько Т.В. и др. // Вестник ПГУ. 2004. №12. С. 30-34.
4. Головатая С.В., Ковальчук Н.В., Насонова Н.В. и др. // Докл. БГУИР. 2010. №8(54). С. 71-77.
5. Ковальчук Н.В., Насонова Н.В., Мухамед Али Альхамруни и др. // Докл. БГУИР. 2011. №8(62). С. 27-33.
6. Колбун Н.В., Лыньков Л.М., Терех И.С. // Проблемы проектирования и производства радиоэлектронных средств: Сб. матер. III МНТК. В 2-х томах. Т. 1. – Новополоцк. 2004. С. 65-67.
7. Богуш В.А., Борботько Т.В., Гусинский А.В. и др. Электромагнитные излучения. Методы и средства защиты. Минск, 2003.

УДК 519.651

РЕКУРСИВНЫЙ АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ФУНКЦИИ ДИРИХЛЕ

А.Н. ЛЫСЮК, С.С. ДЕРЕЧЕННИК

*Брестский государственный технический университет
Московская, 267, Брест, 224017, Беларусь**Поступила в редакцию 30 мая 2012*

Рассмотрена задача определения общего количества рациональных дробей, значения которых одинаковы и равны x . Продемонстрирована важность данной задачи для процедуры обработки статистических данных, представляющих собой соотношение двух дискретных величин с переменным знаменателем. Установлено, что искомое количество дробей равно значению функции Дирихле в точке x , для построения которой предложено оригинальное порождающее правило, имеющее простую геометрическую интерпретацию. Предложен вариант реализации данного алгоритма, показана его вычислительная эффективность, отмечена его важность в задачах, требующих генерации взаимно простых чисел.

Ключевые слова: функция Дирихле, фрактал, рекурсивный алгоритм, взаимно простые числа, статистическая обработка данных.

Введение

Рассмотрим следующий математический объект. Пусть имеется множество \mathbb{D} рациональных дробей следующего вида:

$$\mathbb{D} = \left\{ \frac{m}{n} : n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N}_0, m \leq n \right\}. \quad (1)$$

Каждая дробь такого множества представляет собой рациональное число, принадлежащее отрезку $[0; 1]$. Найдем количество дробей, таких, что их значение одинаково и равно некоторому рациональному числу x из указанного отрезка. Очевидно, что для любого x существует бесконечное количество дробей вида $\frac{c \cdot m}{c \cdot n}$, где $c \in \mathbb{N}$ и $\gcd(n, m) = 1$. Поэтому выполним нормирование искомого количества дробей следующим образом: разделим данное значение на общее количество натуральных чисел. В результате получим некоторую функцию $f(x)$, показанную на рис. 1, где по оси абсцисс располагаются значения x , а по оси ординат нормированное количество дробей из множества \mathbb{D} , значения которых равно x . Кроме того, на данном графике также показаны нормали, опущенные из точек функции $f(x)$ на ось абсцисс. Как будет показано далее, данные нормали представляют собой основу для построения фрактального объекта, характеризующего функцию $f(x)$.

В статье рассматриваются основные свойства и способы формирования данной функции, а также показывается ее значимость в статистической обработке данных, представленном соотношением двух дискретных величин.

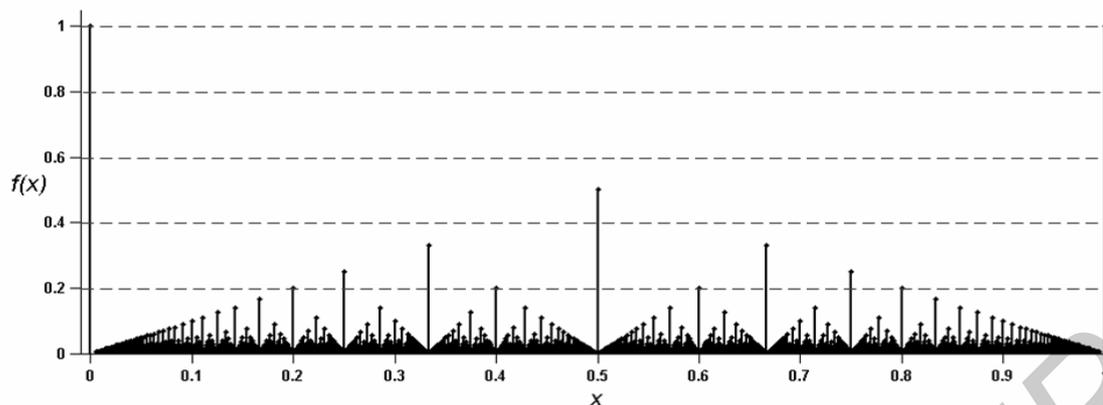


Рис. 1. К задаче определения количества дробей, равных значению x

Статистический анализ соотношения дискретных величин

Предположим, что имеется некоторая генеральная совокупность объектов произвольной природы, в которой выделяется класс «особых» объектов. Примером может служить партия деталей, в которой присутствуют бракованные изделия. Перед аналитиком ставится задача выяснить характер распределения «особых» объектов в генеральной совокупности на основании данных из L выборок. Если для каждой выборки известны значения n_i и m_i , соответствующие общему размеру выборки и количеству особых объектов в ней, то задача может быть решена путем анализа следующего соотношения двух дискретных величин:

$$x_i = \frac{m_i}{n_i}, \quad i = 1, 2, \dots, L. \quad (2)$$

В зависимости от значения величины n_i , следует рассматривать два случая:

Первый случай. Если размеры выборок одинаковы ($n_i = n_j$ для всех выборок), то можно воспользоваться методами классической математической статистики, в результате чего будет построено дискретное эмпирическое распределение, удовлетворяющее решению поставленной задачи.

Второй случай. Если размеры выборок неоднородны по численному составу ($n_i \neq n_j$), то возникает ситуация, когда знаменатели в (2) различаются и при построении эмпирического распределения (гистограммы) мы будем сталкиваться с эффектом, показанным на рис. 1. Чтобы понять, почему это происходит, рассмотрим пример, в котором «особые» объекты распределены в выборках равновероятно. В этом случае вероятность того, что величина m_i примет конкретное целое значение из промежутка $[0; n_i]$ равна $1/(n_i + 1)$. Если при этом всем n_i попарно различны, и значение L стремится к бесконечности, то ряд значений x_i будет соответствовать множеству \mathbb{D} и задача построения теоретического распределения сводится к ранее сформулированной задаче подсчета количества дробей.

Примером реальной задачи является нахождение распределения относительного количества отчисленных/восстановленных студентов в Брестском государственном техническом университете, где в качестве выборок выступали академические потоки, представленные своим размером n_i (численностью студентов) и количеством отчисленных/восстановленных (за учебный год) студентов m_i . В результате обработки выборок были получены гистограммы, приведенные на рис. 2,а и 2,б, на которых видно, что для величины 0 соответствующая частота максимальна, тогда как для величин, близких к нулю, частоты имеют локальные минимумы.

Нерегулярности формы полученных гистограмм главным образом обусловлены эффектами, упомянутыми во введении и отраженными на рис. 1. При дальнейшей обработке таких гистограмм необходимо использовать специальные методы сглаживания, основанные, например, на свойствах операции округления. Выявление различных, в т.ч. фрактальных особенно-

стей исследуемого математического объекта, может быть полезно с точки зрения повышения эффективности методов статистической обработки данных в аналогичных задачах.

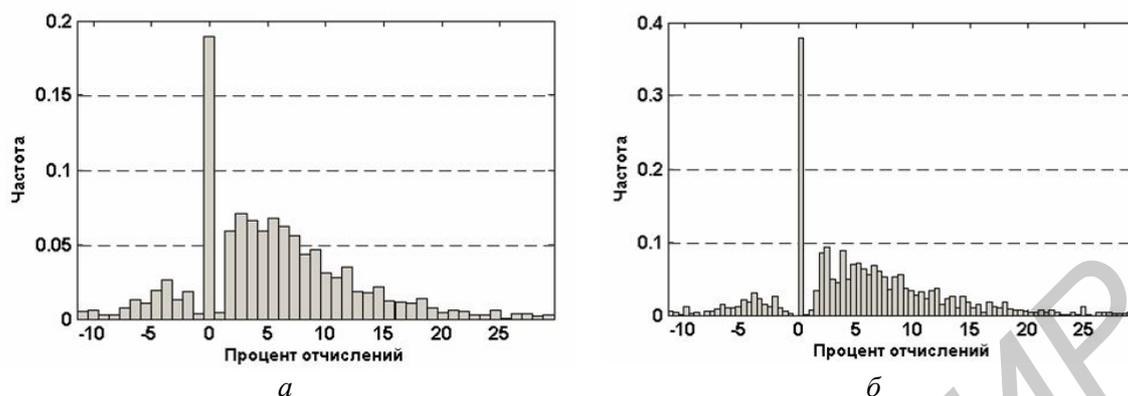


Рис. 2. Гистограмма процента отчислений, построенная на 45 интервалах (а); гистограмма процента отчислений, построенная на 90 интервалах (б)

Связь с функцией Дирихле

Как известно, любое неотрицательное рациональное число может быть единственным образом представлено в виде несократимой дроби [1]:

$$x = \frac{m}{n} : x \in \mathbb{Q}, m \in \mathbb{N}_0, n \in \mathbb{N}, \gcd(m, n) = 1. \quad (3)$$

Ограничимся рассмотрением рациональных чисел на отрезке $[0;1]$. Как уже отмечалось, для заданного числа x существует бесконечное количество сократимых дробей, принадлежащих множеству \mathbb{D} , вида $\frac{c \cdot m}{c \cdot n}$, где $c \in \mathbb{N}$. Для нахождения функции $f(x)$ воспользуемся тем фактом, что значения знаменателя $c \cdot n$ равномерно распределены на множестве натуральных чисел. На основании того, что каждому фиксированному значению знаменателя соответствует единственное значение числителя при заданном x , и так как $n \geq m$, то общее количество дробей, равных x , будет эквивалентно общему количеству различных знаменателей $\frac{|\mathbb{N}|}{n}$, где $|\mathbb{N}|$ – размерность множества натуральных чисел. Поэтому значение $f(x)$ можно рассчитать следующим образом:

$$f(x) = \frac{|\mathbb{N}|}{n} \cdot \frac{1}{|\mathbb{N}|} = \frac{1}{n}. \quad (4)$$

Данная функция будет эквивалентна модифицированной функции Дирихле [2] и может рассматриваться в качестве ее альтернативного определения через количество дробей из множества \mathbb{D} :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{n} & x \in \mathbb{Q} \\ 0 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}. \quad (5)$$

Традиционный алгоритм построения данной функции заключается в итерационном переборе натуральных значений n и m , при этом если $\gcd(n, m) = 1$, то точка с координатами $\left(\frac{m}{n}, \frac{1}{n}\right)$ будет принадлежать данной функции. Данный алгоритм обладает тем недостатком, что

для проверки принадлежности точки функции необходимо выполнять проверку чисел n и m на взаимную простоту, что требует порядка $O\{\lg n\}$ операций [3].

Рассмотрим альтернативный способ нахождения данной функции, основанный на генерации соответствующего фрактала.

Определение фрактала пересекающихся отрезков

Рассмотрим следующее порождающее правило.

Шаг 1: пусть имеются два отрезка нормали, заданные координатами своих вершин: $(x_1, 0)$, (x_1, y_1) для первого отрезка; $(x_2, 0)$, (x_2, y_2) для второго отрезка, причем $x_1 < x_2$ и между этими нормальями на данном шаге нет ни одной промежуточной нормали, т.е. они являются соседними.

Шаг 2: построим еще два отрезка, путем соединения вершин $(x_1, 0)$, (x_2, y_2) и (x_1, y_1) , $(x_2, 0)$ соответственно.

Шаг 3: найдем координаты точки пересечения двух, образованных на предыдущем шаге отрезков:

$$x_* = \frac{x_1 \cdot y_2 + x_2 \cdot y_1}{y_1 + y_2}; \quad y_* = \frac{y_1 \cdot y_2}{y_1 + y_2}. \quad (6)$$

Шаг 4: опустим из найденной точки пересечения нормаль на ось абсцисс, тем самым формируя новый элемент искомой фигуры.

Шаг 5: переходим к шагу 1, выбирая в качестве исходных две соседние нормали.

В качестве начальных используются отрезки-нормали с координатами $(0, 0)$, $(0, 1)$ для первого отрезка и $(1, 0)$, $(1, 1)$ – для второго.

Применение данного правила для нескольких циклов показано на рис. 3. Из приведенного рекуррентного способа формирования данной геометрической фигуры можно сделать заключение, что полученный математический объект будет являться фракталом.

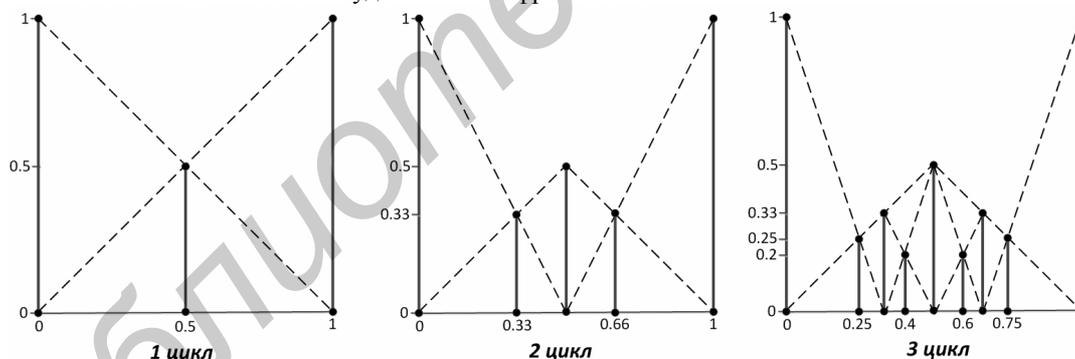


Рис. 3. Фрактал пересекающихся отрезков

На основании (6) можно сделать следующие выводы:

- каждый образуемый отрезок нормали располагается строго между двумя порождающими отрезками, его высота меньше высоты любого из них, но строго больше нуля;
- если вершины порождающих нормалей имеют рациональные значения, то и образуемый отрезок также обладает данным свойством.

Докажем тождественность данного фрактала функции Дирихле. Для чего докажем утверждение для всех соседних отрезков нормали выполняется следующий ряд свойств:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{m_1}{n_1}; y_1 = \frac{1}{n_1}; x_2 = \frac{m_2}{n_2}; y_2 = \frac{1}{n_2}; \\ m_2 \cdot n_1 - m_1 \cdot n_2 = 1. \end{cases} \quad (7)$$

Действительно, предположим, что на некоторой итерации рекурсивного выполнения порождающей функции выполняется данное утверждение, тогда выполним подстановку значений из (7) в (6). В результате получаем:

$$\begin{cases} x_* = \frac{m_1 + m_2}{n_1 + n_2} = \frac{m_*}{n_*}; y_* = \frac{1}{n_1 + n_2} = \frac{1}{n_*}; \\ m_* \cdot n_1 - m_1 \cdot n_* = 1; m_2 \cdot n_* - m_* \cdot n_2 = 1. \end{cases} \quad (8)$$

Таким образом, сформулированное утверждение выполняется и для вновь образованного отрезка нормали. Несложно также убедиться в справедливости данного утверждения и для первоначальных отрезков нормали ($n_1 = 1, n_2 = 1, m_1 = 0, m_2 = 1$), на основании чего методом математической индукции можно обобщить полученный результат абсолютно для всех отрезков нормали.

Важно отметить тот факт, что нижние строки уравнений в (7) и (8) удовлетворяют соотношению Безу для взаимно простых чисел, согласно которому наибольший общий делитель чисел a, b можно всегда представить как линейную комбинацию a и b с целыми коэффициентами [4]. Таким образом, пары чисел $(m_1, n_1), (m_2, n_2)$ и (m_*, n_*) – взаимно простые. Следовательно, рассматриваемый фрактал приводит к формированию функции Дирихле и также может служить одним из ее представлений. Формируемые таким образом дроби (см. формулы 8) носят название дробей Фарея, открытых им в 1816 году [5].

Порождающая функция, рассматриваемая выше, может выступать в качестве алгоритма вычисления функции Дирихле. При этом целесообразнее использовать соотношения (8), а не (6). В этом случае для работы алгоритма необходимы два целочисленных массива, хранящие значения m_i и n_i . В момент инициализации данные массивы будут хранить значения $\{0;1\}$ и $\{1;1\}$, соответственно. Во время выполнения очередного цикла для каждого массива выполняются два действия: суммируются значения в двух соседних ячейках, и результат суммирования помещается в ячейку массива между этими двумя ячейками. Иллюстрация данного алгоритма представлена на рис. 4, на котором элементы, формируемые на очередном этапе, показаны в прямоугольнике.

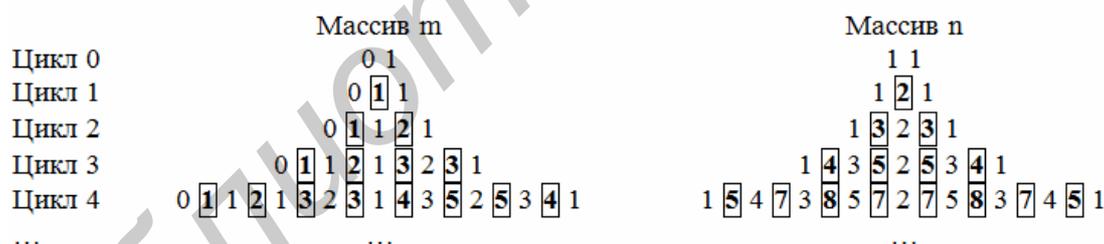


Рис. 4. Иллюстрация алгоритма построения фрактала

Преимущество данного алгоритма очевидно, так как новые значения точек функции Дирихле получаются за $O\{1\}$, а не за $O\{\lg n\}$ операций. Отметим еще одну важную особенность предложенного алгоритма. Так, в результате его работы образуются пары взаимно простых чисел, соответствующие элементам рабочих массивов с одинаковыми индексами. Следовательно, алгоритм может использоваться в качестве генератора взаимно простых чисел, что, например, может быть востребовано в системе шифрования Хилла [6] или системе подстановки Цезаря [7]. Кроме того, взаимно простые числа применимы при построении простейших линейных конгруэнтных генераторов псевдослучайных чисел вида $X_{k+1} = (X_k + m_i) \bmod n_i$ с периодом равным n_i [8].

Заключение

В данной работе была рассмотрена задача определения общего количества рациональных дробей из множества \mathbb{D} , значения которых одинаковы и равны x . Продемонстрирована важность данной задачи для процедуры обработки статистических данных, представляющих собой соотношение двух дискретных величин с переменным знаменателем. Отмечено, что возникающий при этом эффект приводит к заметному искажению результирующей гистограммы, что затрудняет ее восприятие и интерпретацию и требует дополнительной обработки.

В ходе исследования установлено, что искомое количество дробей равно значению функции Дирихле в точке x , для построения которой предложено оригинальное порождающее правило, имеющее простую геометрическую интерпретацию. Тем самым был получен фрактальный объект, соответствующий функции Дирихле и имеющий, в отличие от нее, более простой алгоритм формирования. Предложен вариант реализации данного алгоритма, показана его вычислительная эффективность. Алгоритм может применяться, в том числе, в задачах, требующих генерации взаимно простых чисел.

THE RECURSIVE ALGORITHM TO CONSTRUCT DIRICHLET FUNCTION

A.N. LYSIUK, S.S. DERECHENNIK

Abstract

The problem of determining the total number of rational fractions with values are equal to x is considered. The importance of this problem is demonstrated for the procedures processing statistical data, representing the ratio of two discrete variables with a variable denominator. It is found out, that that required number of fractions is equal to the Dirichlet function value at the x point, and the original rule is proposed to construct it, which has a simple geometric interpretation. A proposed implementation of this algorithm shows its computational efficiency, and its importance is noted for problems requiring generation of relatively prime numbers.

Список литературы

1. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию. М., 1977.
2. Bruckner A., Bruckner J., Thomson B. Elementary Real Analysis. NJ, 2008.
3. Кнут Д.Э. Искусство программирования. Получисленные методы. М., 2007.
4. Виноградов И.М. Основы теории чисел. М., 1965.
5. Apostol T.M. Modular Functions and Dirichlet Series in Number Theory. NY, 1997.
6. Hill L.S. // The American Mathematical Monthly. 1929. Vol. 36. P. 306-312.
7. Kahn D. The Codebreakers: The Story of Secret Writing. NY, 1996.
8. Gentle J. Random Number Generation and Monte Carlo Methods. NY, 2003.

УДК 681.511.4

ПОСТРОЕНИЕ ДИАГРАММ КАЧЕСТВА ЦИФРОВЫХ УСТРОЙСТВ С ФАЗОВЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

Д.П. КУКИН, В.Н. ПРИГАРА

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 29 марта 2012

Рассмотрены принципы функционирования цифровых устройств с фазовым управлением. Предложен метод выбора параметров системы на основании требований точности, включающий построение диаграмм качества и учитывающий разнообразные виды нелинейности характеристик составных блоков. Предложенный метод проиллюстрирован на примере выбора частоты дискретизации цифрового устройства.

Ключевые слова: цифровые устройства фазовой синхронизации, нелинейность, диаграмма качества по точности, параметрический синтез, частота дискретизации.

Введение

В настоящее время устройства с фазовым управлением нашли широкое применение во многих областях радиотехники, например, в системах радиопередачи, радионавигации, радиоизмерения и т.д. Как правило, упомянутые выше устройства базируются на цифровых системах фазовой синхронизации, которые применяются для частотной модуляции и демодуляции, умножения и преобразования частоты, частотной фильтрации, синхронизации и демодуляции поднесущих и модулирующих колебаний, синхронизации и демодуляции бинарных символов цифровых данных, выделения опорного колебания для когерентного детектирования и в других целях. Путем оптимизации структуры колец, типов входящих в них узлов и цепи управления, можно создавать устройства, обладающие требуемыми характеристиками по точности работы, быстродействию, помехоустойчивости для различных типов входных сигналов и законов модуляции. Настоящая статья посвящена построению диаграмм качества по точности цифровых устройств с фазовым управлением, что значительно упрощает процессы выбора параметров составных блоков системы при параметрическом синтезе. Решение этой задачи неразрывно связано с исследованием нелинейных режимов работы системы, в которых учитываются не только нелинейные свойства фазового детектора, но также и других узлов. В статье предложен метод исследования моделей цифровых устройств фазовой синхронизации (ЦУФС), имеющих несколько нелинейностей. При этом одна из них периодическая, обусловленная фазовым детектором. Кроме того, в общем случае должны учитываться и непериодические – ограничивающие нелинейности.

Принципы функционирования цифровых устройств фазовой синхронизации

В общем случае структурная схема ЦУФС имеет вид, приведенный на рис. 1. ЦУФС сравнивает фазы входного и опорного сигналов и выводит сигнал ошибки, соответствующий разности между этими фазами. Сигнал ошибки проходит далее через фильтр низких частот и используется в качестве привода для объекта управления (ОУ), обеспечивающего отрицательную обратную связь. Если выходная частота отклоняется от опорной, то сигнал ошибки увели-

чивается, воздействуя на ОУ в сторону уменьшения ошибки. В состоянии равновесия выходной сигнал фиксируется на частоте опорного.

Рассмотрим назначение отдельных элементов ЦУФС более подробно. На вход ЦУФС поступают синхроимпульсы СИ, например в виде последовательности коротких импульсов.

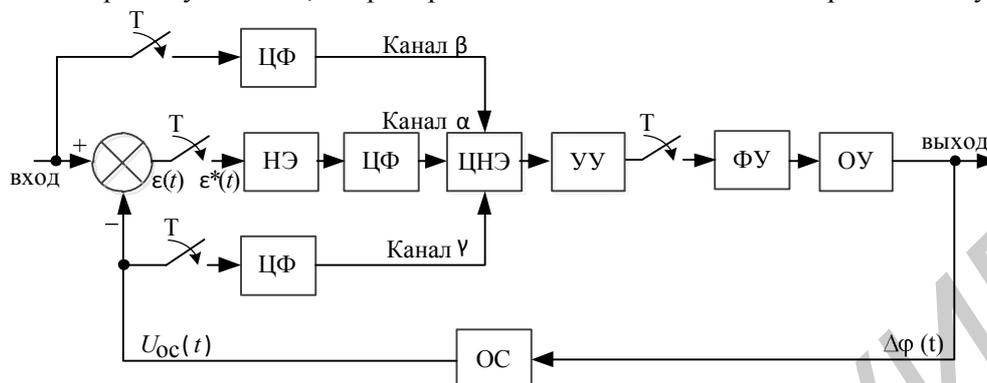


Рис. 1. Структурная схема ЦУФС: НЭ – нелинейный элемент; ЦФ – цифровой фильтр; ЦНЭ – цифровой нелинейный элемент; УУ – устройство управления; ФУ – формирующее устройство; ОУ – объект управления; ОС – обратная связь; Т – период дискретизации

В качестве ЦФ используется пропорционально-интегрирующий фильтр первого или второго порядка. Он преобразует сигнал ошибки к форме необходимой для работы ЦНЭ. Этот фильтр эквивалентен параллельному соединению пропорционального и дискретного интегрирующего звеньев с соответствующими коэффициентами передачи. В приведенной схеме канал α предназначен непосредственно для выявления фазового рассогласования сравниваемых сигналов, в то время как каналы β и γ используются в рамках определения частот упомянутых колебаний. Двоичный код, содержащий информацию о выявленном фазовом рассогласовании, поступает на вход УУ, обеспечивающего требуемое качество работы ЦУФС (динамику работы). ФУ осуществляет восстановление непрерывного сигнала из цифрового кода, сформированного УУ на основании выявленного фазового рассогласования в соответствии с заложенным алгоритмом управления.

Выбор параметров ЦУФС на основании требований по точности

Частота дискретизации сигналов в ЦУФС является одним из основных факторов, влияющих на точность подстройки устройства [1]. Таким образом, оценка влияния выбора периода дискретизации, а, как следствие, и выработка методики определения этого параметра является важной задачей синтеза подобных устройств [2]. Кроме этого она послужит хорошим примером, иллюстрирующим предлагаемую методику построения диаграмм качества по точности.

Для оценки влияния периода дискретизации на качественные характеристики ЦУФС воспользуемся приближенной методикой, предложенной в [3]. Согласно предложенной методике рассмотрим колебательные переходные процессы, симметричные относительно оси времени, возникающие в ЦУФС при различных режимах работы. Эти процессы условно могут быть описаны затухающей или расходящейся синусоидой с медленно меняющимися во времени показателями затухания ζ и частотой ω . Переходный процесс в этом случае будет описываться выражением: $x = a \cdot \sin \psi$,

с учетом того, что: $\frac{da}{dt} = a \cdot \zeta$, $\omega = \frac{d\psi}{dt}$, $\psi = \int_0^t \omega dt + \psi_0$;

где ψ_0 – начальная фаза.

Следовательно,

$$\frac{da}{a} = \zeta \cdot dt, \quad a = a_0 \cdot e^{\int \zeta dt}.$$

Показатель «затухания» ζ в данном случае характеризует как собственно затухание колебаний, так и их расхождение. Далее при расчете искомыми величинами будут являться медленно меняющиеся ζ и ω .

Для анализа качества предлагается использовать несколько упрощенный вариант структурной схемы ЦУФС, приведенный на рис. 2 и учитывающий две наиболее характерные нелинейные характеристики системы: дискриминационную характеристику ФД $F_1(e, T_{\text{вх}})$; нелинейность объекта управления $F_2(u)$. При этом e – ошибка слежения системы; $T_{\text{вх}}$ – период входного колебания устройства; u – управляющий сигнал, непосредственно воздействующий на ОУ. Дальнейший расчет системы требует применения метода гармонической линеаризации нелинейностей [3], который по своей сути близок к методу эквивалентной линеаризации или методу гармонического баланса, предложенному Н.М. Крыловым и Н.Н. Боголюбовым. Получаемый в результате выбранного метода результат близок к методу малого параметра Б.В. Булгакова. Метод гармонической линеаризации выбран благодаря своим относительно небольшим вычислительным требованиям и достаточно высокой точности получаемого результата.

Согласно выбранному методу получается нелинейное выражение вида:

$$y = F(x', px')$$

где y – выходная переменная звена, x – входная; преобразуется к следующему виду:

$$y = q \cdot x' + q' \cdot \frac{p - \zeta}{\omega} \cdot x' + \text{высшие}_\text{гармоники}. \quad (1)$$

При этом $x' = a' \cdot \sin \psi'$, $\psi' = \omega' \cdot t$.

В выражении (1) q и q' – коэффициенты гармонической линеаризации, определяемые по формулам:

$$\left. \begin{aligned} q &= \frac{1}{\pi \cdot a'} \cdot \int_0^{2\pi} F(a' \cdot \sin \psi', a' \cdot \omega' \cdot \cos \psi' + a' \cdot \zeta \cdot \sin \psi') \cdot \sin \psi' d\psi', \\ q' &= \frac{1}{\pi \cdot a'} \cdot \int_0^{2\pi} F(a' \cdot \sin \psi', a' \cdot \omega' \cdot \cos \psi' + a' \cdot \zeta \cdot \sin \psi') \cdot \cos \psi' d\psi'. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

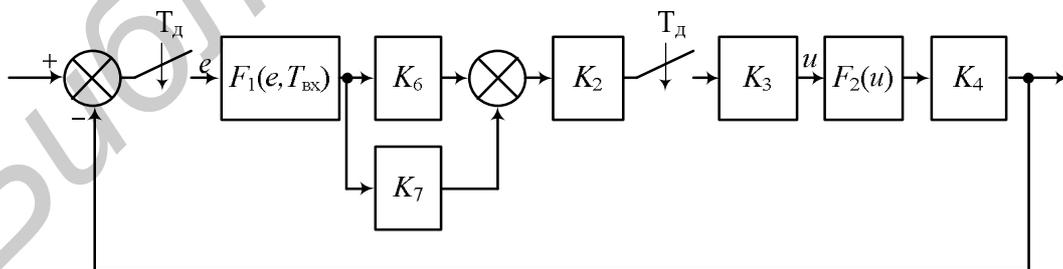


Рис. 2. Упрощенная структурная схема ЦУФС: T_d – период дискретизации ЦУФС; K_6 и K_7 – суммарно дают передаточную характеристику ЦНЭ и равны соответственно коэффициенту усиления K_6 и $K_7 = k_7 \cdot \frac{F_p}{p}$; K_2 – передаточная функция УУ, в рамках решаемой задачи принята линейной; K_3 – ФУ, передаточная характеристика которого $K_3 = \frac{1 - e^{-p \cdot T_d}}{p}$; K_4 – ОУ, ха-

рактеристика которого $K_4 = \frac{k_4}{p \cdot (T \cdot p + 1)}$.

Если же нелинейность описывается выражением вида $y = F(x')$, тогда выражения (2) примут следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} q &= \frac{1}{\pi \cdot a'} \cdot \int_0^{2\pi} F(a' \cdot \sin \psi') \cdot \sin \psi' d\psi', \\ q' &= \frac{1}{\pi \cdot a'} \cdot \int_0^{2\pi} F(a' \cdot \sin \psi') \cdot \cos \psi' d\psi'. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Начнем с гармонической линеаризации дискриминационной характеристики. График линеаризуемой зависимости $F_1(e)$ приведен на рис. 3, где обозначено:

$$\psi''_i = \arcsin \frac{i \cdot b}{a'};$$

или в данном случае:

$$\psi''_1 = \arcsin \frac{1 \cdot b}{a'}.$$

k_1 – коэффициент усиления ФД, характеризующий нелинейность.

В случае дискриминационной характеристики используем выражение (3). Интеграл (3) на участке от 0 до π , в случае, когда $b > a > 2b$, разбиваем на три слагаемых и получаем

$$\begin{aligned} q_{\text{ФД}} &= \frac{2}{a' \cdot \pi} \cdot \int_0^{\psi''_1} k_1 \cdot (a' \cdot \sin \psi') \cdot \sin \psi' d\psi' + \frac{2}{a' \cdot \pi} \cdot \int_{\psi''_1}^{\pi - \psi''_1} k_1 \cdot (a' \cdot \sin \psi' - b) \cdot \sin \psi' d\psi' + \\ &+ \frac{2}{a' \cdot \pi} \cdot \int_{\pi - \psi''_1}^{\pi} k_1 \cdot (a' \cdot \sin \psi') \cdot \sin \psi' d\psi'. \end{aligned}$$

Получаем

$$q_{\text{ФД}} = \frac{k_1}{\pi} \cdot (\pi - 2 \cdot \cos \psi''_1 \cdot \sin \psi''_1 - \sin(2 \cdot \psi''_1)).$$

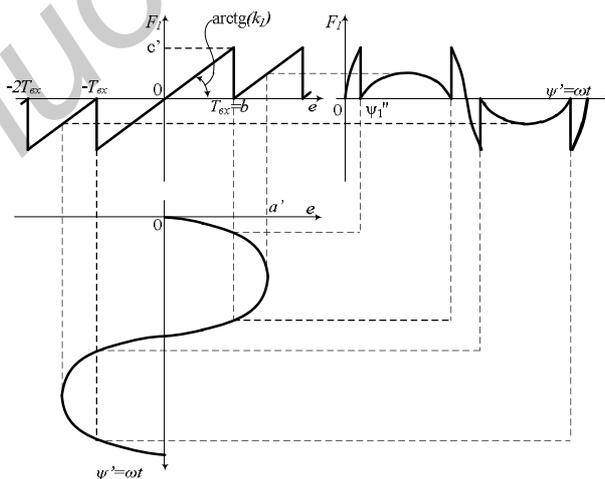


Рис. 3. График зависимости $F_1(e)$

В общем случае получаем выражение

$$q_{\text{ФД}} = \frac{4}{a \cdot \pi} \cdot \sum_{i=0}^n \int_{\psi''_i}^{\psi''_{i+1}} k_1 \cdot (a \cdot \sin \psi'' - b \cdot i) \cdot \sin \psi'' d\psi'';$$

где $n = \frac{a}{T_{\text{ВХ}}}$.

Ввиду отсутствия у характеристики на рис. 3 гистерезисной петли, $\Psi_{\text{ФД}}' = 0$. В результате уравнение дискриминационной характеристики ФД будет иметь вид:

$$F_2(u) = q_{\text{ФД}} \cdot e.$$

Далее линейризуем характеристику ОУ, представляющую из себя зависимость с зоной нечувствительности и насыщением (рис. 4) где обозначены:

$$\psi_1' = \arcsin \frac{b_1}{a'},$$

$$\psi_2' = \arcsin \frac{b_2}{a'} = \arcsin \frac{c + b_1 \cdot k_5}{a' \cdot k_5};$$

k_5 – коэффициент усиления ОУ, характеризующий нелинейность.

В этом случае для расчета также используем выражения (3), в результате чего, в общем случае при $a > b_2$, получаем

$$q_{\text{ОУ}} = \frac{2 \cdot k_5}{\pi} \cdot (\psi_2' - \psi_1' + \frac{1}{2} \cdot \sin 2 \cdot \psi_2' - \frac{1}{2} \cdot \sin 2 \cdot \psi_1')$$

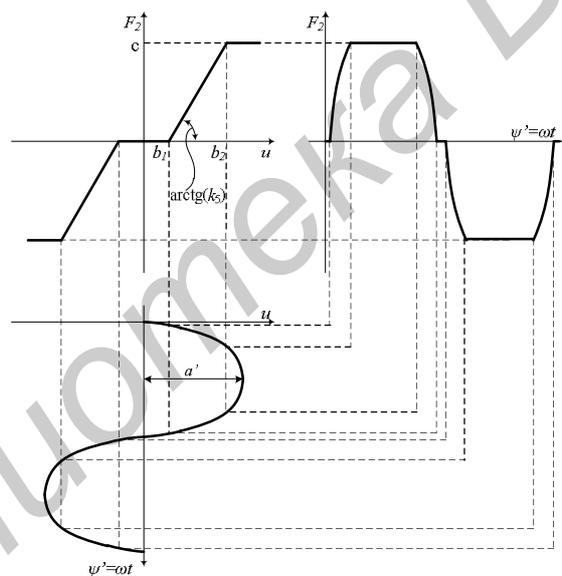


Рис. 4. График зависимости $F_2(e)$

Так как характеристика на рис. 4 также не имеет гистерезисной петли $q_{\text{ОУ}}' = 0$. В результате уравнение нелинейного ОУ будет иметь вид $F_2(u) = q_{\text{ОУ}} \cdot u$.

В общем случае дифференциальное уравнение колебательного переходного процесса имеет вид $Q(p) \cdot x' + R(p) \cdot F(x', p \cdot x') = 0$.

После гармонической линейризации получаем:

$$Q(p) \cdot x + R(p) \cdot (q + q' \cdot \frac{p - \zeta}{\omega}) \cdot x' = 0. \quad (4)$$

Колебательный процесс в нелинейной системе определяется медленно меняющимися значениями ζ и ω , которые можно находить путем определения пары комплексных корней $z = \zeta \pm j\omega$ характеристического уравнения гармонически линейризованной системы (4).

Передаточная функция системы на рис. 2 имеет следующий вид:

$$K(z) = \frac{k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot q_{\Phi Д} \cdot q_{OY} \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_D}{T}}\right) \cdot \left[\left(k_7 \cdot F_p + k_6\right) \cdot z - k_6\right]}{\left(z - e^{-\frac{T_D}{T}}\right) \cdot (z - 1) + k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot q_{\Phi Д} \cdot q_{OY} \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_D}{T}}\right) \cdot \left[\left(k_7 \cdot F_p + k_6\right) \cdot z - k_6\right]}$$

Таким образом, характеристическое уравнение системы будет иметь вид:

$$\left(z^2 - \left(e^{-\frac{T_D}{T}} + 1\right) \cdot z + e^{-\frac{T_D}{T}}\right) + k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot q_{\Phi Д} \cdot q_{OY} \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_D}{T}}\right) \cdot \left[\left(k_7 \cdot F_p + k_6\right) \cdot z - k_6\right] = 0$$

Далее применяем w -преобразование. В данном случае комплексные корни будем находить в следующем виде:

$$w = \zeta + j\lambda \frac{T_D}{2}; \text{ где } \lambda - \text{ абсолютная псевдочастота [4].}$$

В результате получаем искомое выражение, характеризующее качество ЦУФС относительно периода дискретизации T_D :

$$T_D = -\ln \left[\frac{-1 - 3 \cdot \zeta}{\zeta \cdot (k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot (k_7 \cdot F_p + k_6) + 1)} + 1 \right] \cdot T.$$

Кроме этого, получаем выражение, характеризующее качество устройства относительно коэффициентов усиления АЦП и ЦАП (величины элементарных ступенек) k_1 :

$$k_1 = \frac{2 + e^{-\frac{T_D}{T}} + \frac{1}{\zeta}}{k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_D}{T}}\right) \cdot (k_7 \cdot F_p + k_6)}$$

По полученным выражениям при параметрическом синтезе ЦУФС достаточно легко построить диаграммы качества (пример диаграммы качества для рассмотренного примера приведен на рис. 5). Построенные в результате диаграммы для разных структурных схем ЦУФС являются основанием при выборе наилучших параметров системы исходя из требований точности.

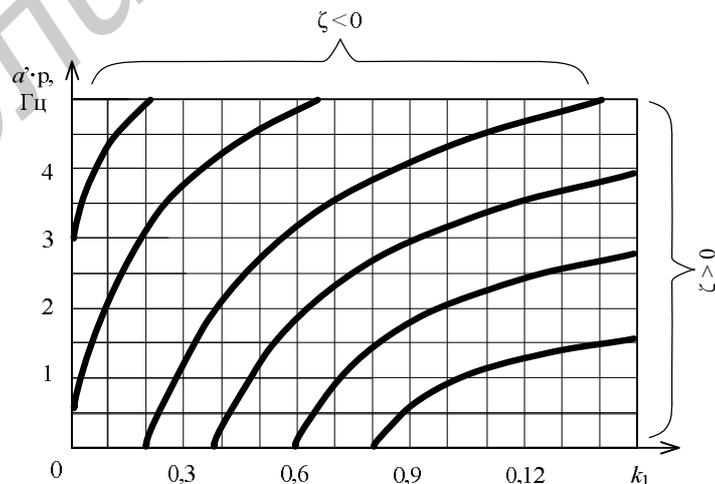


Рис. 5. Пример диаграммы качества ЦУФС

Заключение

В статье предложен способ построения диаграмм качества ЦУФС по точности для разных структурных схем. Построенные в результате диаграммы могут быть использованы при выборе наилучших параметров системы в ходе ее параметрического синтеза. Описанный метод может служить источником информации при автоматизированном построении областей качества синтезируемого устройства, что позволит значительно упростить учет разнообразных факторов и требований при его разработке.

CONSTRUCTING CHARTS QUALITY OF DIGITAL DEVICES WITH THE PHASE CONTROL

D.P. KUKIN, V.N. PRIGARA

Abstract

Principles of operation of digital devices with a phase control are considered. The method of arguments select of system ground the exactitude requests, switching on constructing of charts of quality and allowing for diverse kinds of nonlinearity of characteristics of constituent units is tendered. The tendered method is illustrated on an instance of a select of sampling rate of the digital device.

Список литературы

1. *Горбачев А.Д.* Современные методы синтеза систем управления. Минск, 1994.
2. *Алексеев В.М.* Оптимальное управление. Минск, 2007.
3. *Бесекерский В.А.* Теория систем автоматического управления. СПб., 2003.
4. *Васильев Ф.П.* Методы оптимизации. М., 2002.

УДК 621.396.1.001.24

КОМПЬЮТЕРНЫЕ МОДЕЛИ АДАПТИВНЫХ СИСТЕМ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ ОБРАБОТКИ ФЛУКТУИРУЮЩЕГО СИГНАЛА НА ФОНЕ КОРРЕЛИРОВАННЫХ ПОМЕХ

Ю.В. ГРИДНЕВ, В.А. ПАЛЬЦЕВ

*Физико-технический институт НАН Беларуси
Купревича, 10, Минск, 220141, Беларусь*

*Военная академия Республики Беларусь
пр. Независимости, 220, Минск, 220057, Беларусь*

Поступила в редакцию 16 мая 2012

Построены и проанализированы компьютерные модели пространственно-временных автокомпенсатора и автокогерентного накопителя в программе MATLAB-SIMULINK.

Ключевые слова: пространственно-временной фильтр, компьютерная модель.

Введение

В РЛС с большой апертурой система между периодной и междуканальной обработки сигнала на фоне коррелированных помех определяется пространственно-временной (ПВ) матрицей, которую можно представить в виде произведения двух сомножителей [1]:

$$\|R_{kl\gamma\lambda}^y\| = \left[E + \left(\|Q_{kl\gamma\lambda}^f\| \cdot \|R_{kl\gamma\lambda}^x\| \right)^{-1} \right]^{-1} \|Q_{kl\gamma\lambda}^f\|, \quad (1)$$

где $\|R_{kl\gamma\lambda}^f\| = \|Q_{kl\gamma\lambda}^f\|$ – первый этап обработки входного сигнала, который определяется ПВ матрицей фона; $\|R_{kl\gamma\lambda}^u\| = \left[E + \left(\|Q_{kl\gamma\lambda}^f\| \cdot \|R_{kl\gamma\lambda}^x\| \right)^{-1} \right]^{-1}$ – второй этап обработки входного сигнала, который определяется ПВ-матрицей полезного сигнала и остатками фона. Учитывая изменения по пространству и времени параметров отраженного сигнала цели и помехи, оптимальная система обработки, согласно выражения (1), должна быть адаптивной, т.е. ее структура и параметры должны подстраиваться под входной сигнал. В настоящее время для решения этой задачи применяют пространственный и временной автокомпенсаторы подавления помехи, а также пространственный и временной автокогерентные накопители полезного сигнала. Недостатком данных технических решений является отсутствие ПВ системы самонастройки (ПВСС), которая бы учитывала пространственно-временную корреляцию сигнала цели и помехи и за счет этого повышала бы эффективность подавления сигнала помехи и накопление полезного сигнала [2, 3].

Алгоритмы формирования сигналов ошибок ПВ систем самонастройки

ПВ матрицу фона $\|Q_{kl\gamma\lambda}^f\|$ за счет ПВ корреляционной связи можно представить тремя сомножителями $\|Q_{kl\gamma\lambda}^f\| = \|Q_{kl}^f\| \cdot \|Q_{\gamma\lambda}^f\| \cdot \|Q_{k\lambda}^{f1}\|$, которые учитывают подавление и декорреляцию

фона по времени, углу и по времени-углу. Квадрат амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) ПВ фильтра подавления помехи, полученного путем преобразования Фурье матрицы $\|Q_{kl\gamma\lambda}^f\|$, обратно пропорционален между периодному $S_{kl}^f(\omega T_n)$, междуканальному $S_{\gamma\lambda}^f(\omega_y T_y)$ и между периодно-междуканальному $S_{k\lambda}^{f1}(\omega T_n, \omega_y T_y)$ энергетическим спектрам фона

$$|K^f(\omega T_n, \omega_y T_y)|^2 = \sum_{k-l} \sum_{\gamma-\lambda} Q_{kl\gamma\lambda}^f e^{-j[(k-l)\omega T_n + (\gamma-\lambda)\omega_y T_y]} = \frac{1}{S_{kl}^f(\omega T_n)} \cdot \frac{1}{S_{\gamma\lambda}^f(\omega_y T_y)} \cdot \frac{1}{S_{k\lambda}^{f1}(\omega T_n, \omega_y T_y)}.$$

В качестве модели междуканального пространственного фильтра подавления рассмотрим адаптивную антенную решетку (ААР) в виде двухканальной схемы, представленной на рис. 1,а. Регулируемый «комплексный вес» $\dot{k}_{\chi-1}^f$ ААР охвачен комплексной системой автоподстройки, в которой на выходе дискриминатора формируется сигнал ошибки вида $U_{\text{соП}} = K_d \left[\dot{U}_{\chi-1}^* (\dot{U}_{\chi} - \dot{k}_{\chi-1}^f \dot{U}_{\chi-1}) \right] = 2\sigma_{\text{п}}^2 K_d \left[r_{\text{п}} e^{-j\Delta\psi_{\text{п}}} - \dot{k}_{\chi-1}^f e^{-j\Delta\psi_{\text{пкор}}} \right]$.

В качестве модели между периодного временного фильтра подавления рассмотрим временной автокомпенсатор (АК) (рис. 1,б). Его регулируемый «комплексный вес» $\dot{\alpha}$ охвачен комплексной системой автоподстройки, в которой на выходе дискриминатора формируется сигнал ошибки вида $U_{\text{соВ}} = K_d \left[\dot{U}_{k-1}^* (\dot{U}_k - \dot{\alpha} \dot{U}_{k-1}) \right] = 2\sigma_{\text{п}}^2 K_d \left[r_{\text{в}} e^{-j\Delta\psi_{\text{в}}} - \dot{\alpha} e^{-j\Delta\psi_{\text{вкор}}} \right]$.

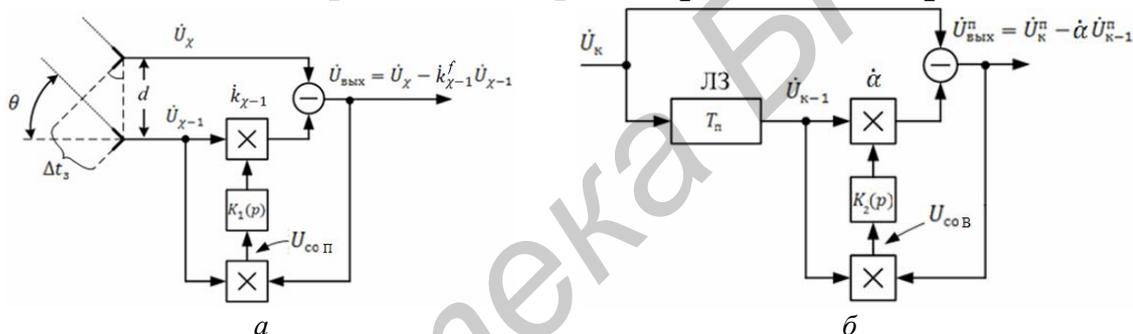


Рис. 1. Модели автокомпенсаторов сигнала помехи: а – междуканальный пространственный фильтр; б – между периодный временной фильтр

В качестве модели ПВ-фильтра подавления предлагается к известным адаптивным фильтрам подавления помехи применить дополнительную ПВ комплексную систему автоподстройки с «ПВ комплексным весом» $\dot{\nu} = \nu e^{-j\Delta\psi_{\text{ПВ}}} = \dot{k}^f \dot{\alpha}$, который включает пространственный \dot{k}^f и временной $\dot{\alpha}$ вес. Сигнал ошибки такой ПВ комплексной цепи самонастройки должен определяться следующим выражением [4]:

$$U_{\text{соПВ}} = \left[r_{\text{ПВ}} e^{-j\Delta\psi_{\text{ПВ}}} - \nu e^{-j\Delta\psi_{\text{ПВкор}}} \right].$$

Второй этап обработки входного сигнала $\dot{y}_{k\lambda}$ заключается в накоплении полезного когерентно-импульсного сигнала цели $x_{k\lambda} e^{j\theta_{k\lambda}}$ на декоррелированном фоне, элементы центральной диагональной матрицы которого определяются отношением сигнал/фон μ .

Матрица второго этапа обработки (см. выражение (1)) с учетом подавленного сигнала помехи имеет вид

$$\|R_{kl\gamma\lambda}^{II}\| = \left[E + \left\| \mu r_{kl\gamma\lambda}^x e^{-j[(k-l)\Delta\theta_{\text{в}} + (\gamma-\lambda)\Delta\theta_{\text{п}}]} \right\|^{-1} \right]^{-1},$$

что указывает на когерентное накопление флуктуирующего сигнала с относительной интенсивностью μ на фоне декоррелированной помехи. Квадрат АЧХ второго этапа обработки после дискретного преобразования Фурье от элементов корреляционной матрицы сигнала цели можно записать в виде

$$\left| K_{\text{опт}}^H(\omega T_n, \omega_y T_y) \right|^2 = \frac{\mu S_{kl}^x(\omega T_n) S_{\chi\lambda}^x(\omega_y T_y) S_{\text{ПВ}}^x(\omega T_n, \omega_y T_y)}{1 + \mu S_{kl}^x(\omega T_n) S_{\chi\lambda}^x(\omega_y T_y) S_{\text{ПВ}}^x(\omega T_n, \omega_y T_y)}$$

где $S_{kl}^x(\omega T_n)$, $S_{\chi\lambda}^x(\omega_y T_y)$, $S_{\text{ПВ}}^x(\omega T_n, \omega_y T_y)$ – энергетические спектры междупериодных, междуканальных и междупериодно-междуканальных дискретных значений сигнала цели.

В качестве модели междуканального фильтра накопления используем ААР в виде двухканальной схемы (рис. 2,а). Регулируемый «комплексный вес» $\dot{k}_{\chi-1}^x$ ААР охвачен комплексной системой автоподстройки, в которой на выходе дискриминатора формируется сигнал ошибки вида $U_{\text{соПх}} = 2\sigma_{\text{п}}^2 K_{\text{д}} \left[r_{\text{п}} e^{-j\Delta\theta_{\text{п}}} - k_{\chi-1}^x e^{-j\Delta\theta_{\text{пкор}}} \right]$.

В качестве модели междупериодного фильтра накопления рассмотрим автокогерентный накопитель (АКН) на базе рециркулятора с комплексной системой автоподстройки, которая формирует «комплексный вес» $\dot{\beta} = \beta e^{-j\Delta\theta_{\text{Вхкор}}}$ в задержанном канале (рис. 2,б). Регулируемый «комплексный вес» $\dot{\beta}$ управляется комплексной системой автоподстройки, в которой на выходе дискриминатора (схемы перемножения) формируется сигнал ошибки вида $U_{\text{соВх}} = K_{\text{д}} \left[\dot{U}_{k-1}^* (\dot{U}_k - \dot{\beta} \dot{U}_{k-1}) \right] = 2\sigma_{\text{п}}^2 K_{\text{д}} \left[r_{\text{Вх}} e^{-j\Delta\theta_{\text{Вх}}} - \beta e^{-j\Delta\theta_{\text{Вхкор}}} \right]$.

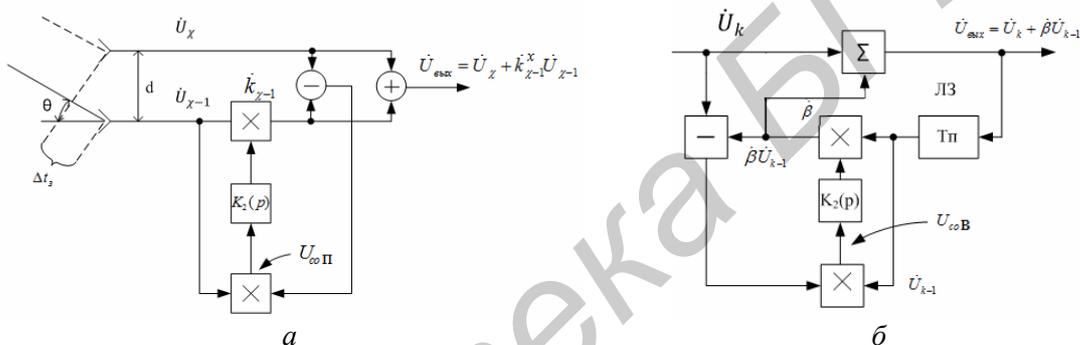


Рис. 2. Модели АКН сигнала цели: а – междуканальный пространственный АКН; б – междупериодный временной АКН

В качестве модели ПВ-фильтра накопления предлагается к известным адаптивным фильтрам накопления полезного сигнала применить дополнительную ПВ комплексную систему автоподстройки с «ПВ комплексным весом», который должен включать два веса: пространственный \dot{k}^x и временной $\dot{\beta}$ и определяться выражением: $\dot{v} = v e^{-j\Delta\psi_{\text{ПВ}}} = \dot{k}^x \dot{\beta}$. Сигнал ошибки такой ПВ-системы автоподстройки должен соответственно определяться следующим выражением [5]:

$$U_{\text{соПВ}} = \left[r_{\text{ПВ}} e^{-j\Delta\theta_{\text{ПВ}}} - v e^{-j\Delta\theta_{\text{ПВкор}}} \right].$$

Компьютерные модели адаптивных систем ПВ обработки сигнала

Для проверки работоспособности и эффективности рассмотренных ПВ автокомпенсатора (ПВ-АК) и автокогерентного накопителя (ПВ-АКН) предложена их компьютерная модель в программе MATLAB-SIMULINK (рис. 3). Компьютерная модель включает в себя следующие подсистемы:

- модель формирования пакета из 10 радиоимпульсов цели, помехи и непрерывного шума (Block1);
- модель последовательно включенных пространственного АК (ПАК) и временного АК (ВАК) с коммутируемой ПВ системой самонастройки (ПВ автокомпенсатор);
- модель последовательно включенных пространственного АКН (ПАКН) и временного АКН (ВАКН) с коммутируемой ПВ системой самонастройки (ПВ автокогерентный накопитель);

- средства визуализации результатов моделирования (СВРМ).

Block1 включает цепи формирования пакета радиопульсов сигнала цели, помехи и шума. Сигналы с выхода Block1 можно подавать на ПВ автокомпенсатор и ПВ автокогерентный накопитель. Контроль процесса моделирования осуществляется с помощью блоков отображения информации (СВРМ) Scope1 и Scope2, а также спектроанализаторов Power Spectral Density 1,2,3.

Основная цель моделирования – показать положительный эффект применения ПВ системы самонастройки в ПВ-АК и ПВ-АКН. Моделирование ПВ-АК проводилось в два этапа. При первом этапе из Block1 на вход ПВ-АК с выключенной ПВ системой самонастройки подается пакет сигнала помехи и «белый» шум (рис. 4,а,б). Результаты подавления сигнала помехи на выходах пространственного АК и временного АК показаны на рис. 5,а,д соответственно. Спектр скомпенсированного сигнала помехи на выходе пространственного АК показан на рис. 5,в, а спектр сигнала на выходе временного АК – на рис. 5,ж.

При втором этапе процесс моделирования ПВ-АК повторяется, но уже при включенной ПВ-системе самонастройки. Результаты подавления сигнала помехи на выходах пространственного АК и временного АК показаны на рис. 5,б,е соответственно. Спектр скомпенсированного сигнала помехи на выходе пространственного АК показан на рис. 5,з, а спектр сигнала на выходе временного АК – на рис. 5,з.

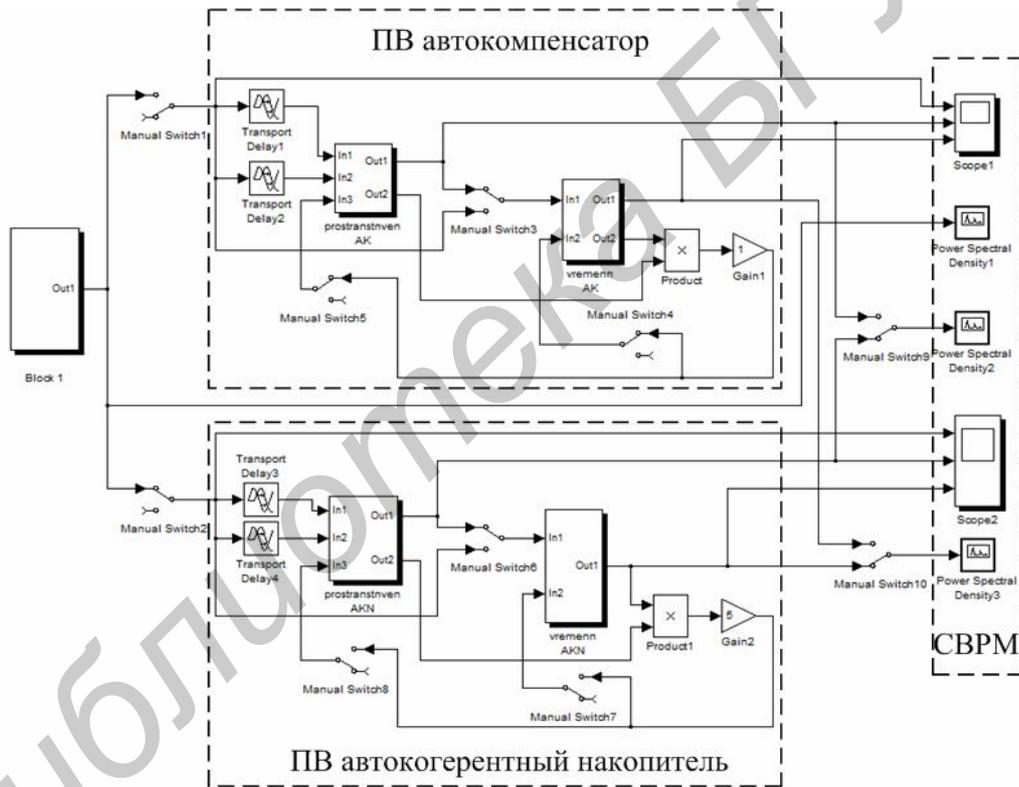


Рис. 3. Компьютерная модель ПВ-АК и ПВ-АКН в программе MATLAB-SIMULINK

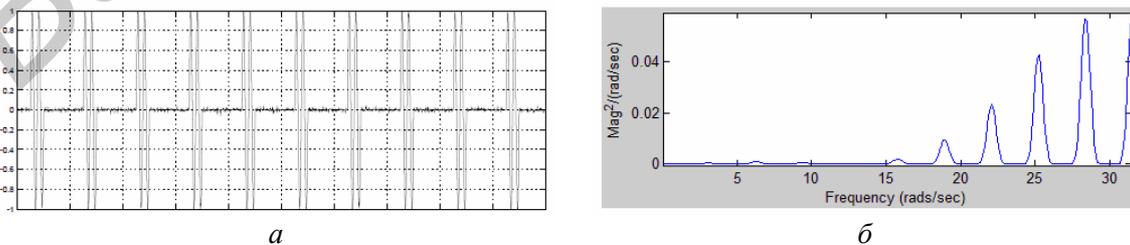


Рис. 4. Сигнал с выхода Block1 и его спектр: а – радиосигнал помехи и шума; б – энергетический спектр помехи

Сравнительный анализ спектров сигнала помехи показывает, что при включенной ПВ-системе самонастройки гребенчатый спектр помехи на выходе пространственного АК (рис. 5,2) еще сохраняет гребенчатый вид, а на выходе временного АК (рис. 5,3) помеха декоррелируется и имеет вид спектра белого шума. Сравнение спектров (рис. 5,ж,з) показывает, что при включении ПВ-системы самонастройки мощность помехи уменьшилась с $2 \cdot 10^{-5}$ до $4 \cdot 10^{-6}$ (в 5 раз).

Моделирование ПВ-АКН также проводилось в два этапа. При первом этапе из Block1 на вход ПВ-АК с выключенной ПВ-системой самонастройки подается пакет сигнала цели и «белый» шум (рис. 6,а,б).

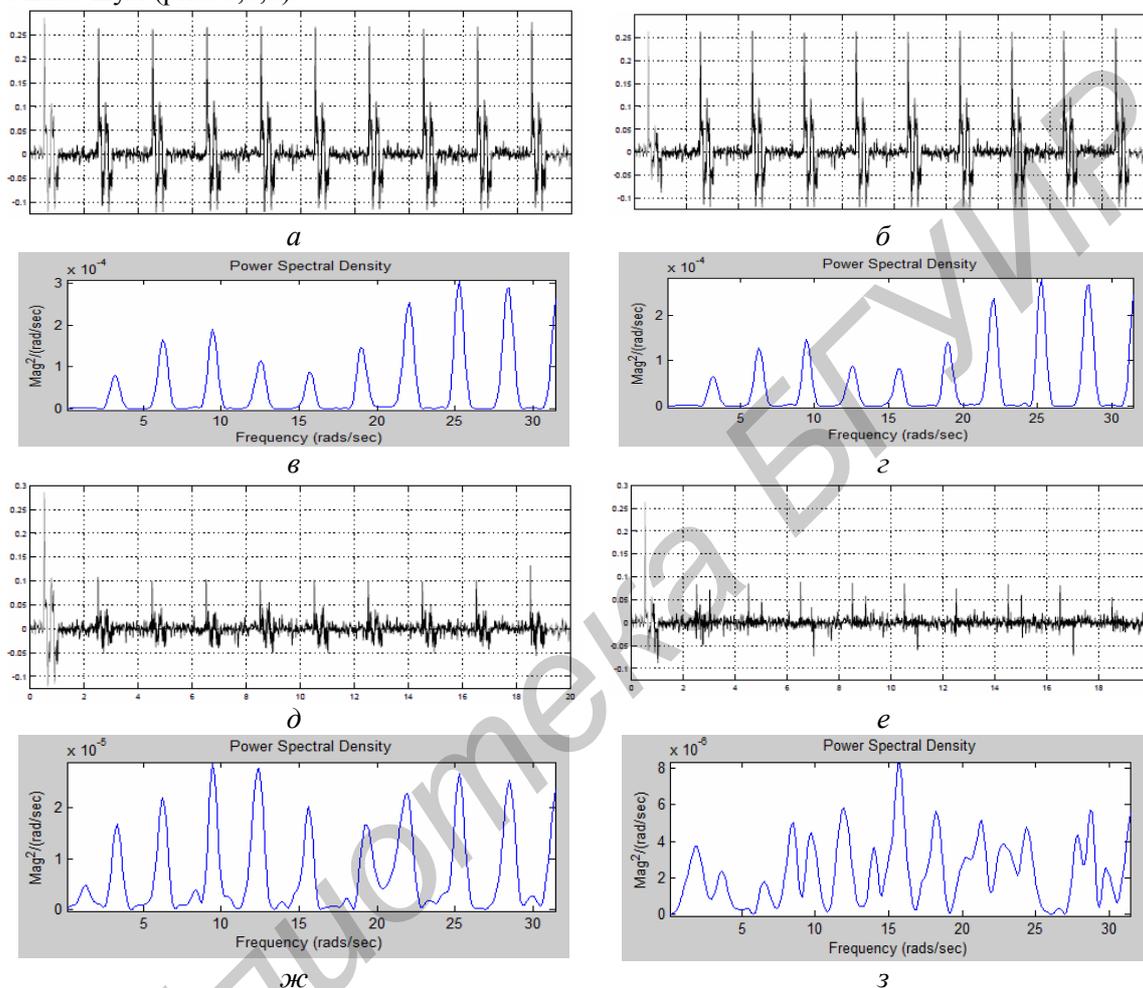


Рис. 5. Сигналы помехи и их спектры: а – радиосигнал помехи с выхода ПАК без ПВСС; б – радиосигнал помехи с выхода ПАК с ПВСС; в – энергетический спектр помехи на выходе ПАК без ПВСС; г – энергетический спектр помехи на выходе ПАК с ПВСС; д – радиосигнал помехи с выхода ВАК без ПВСС; е – радиосигнал помехи с выхода ВАК с ПВСС; ж – энергетический спектр помехи на выходе ВАК без ПВСС; з – энергетический спектр помехи на выходе ВАК с ПВСС

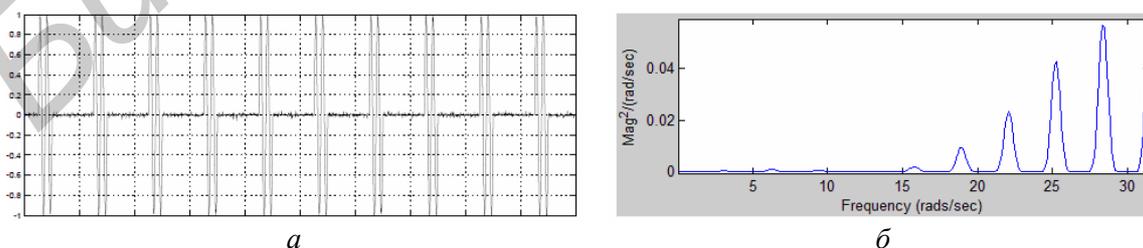


Рис. 6. Сигнал с выхода Block1 и его спектр

Результаты накопления сигнала помехи на выходах пространственного АКН и временного АКН показаны на рис. 7,а,д. Спектр накопленного сигнала цели на выходе пространственного АКН показан на рис. 7,в, а спектр сигнала на выходе временного АКН – на рис. 7,ж.

При втором этапе процесс моделирования ПВ-АК повторяется, но уже при включенной ПВ-системе самонастройки. Результаты накопления сигнала цели на выходах пространственного АКН и временного АКН показаны на рис. 7,б,е соответственно. Спектр накопленного сигнала цели на выходе пространственного АКН показан на рис. 7,з, а спектр сигнала на выходе временного АКН – на рис. 7,з.

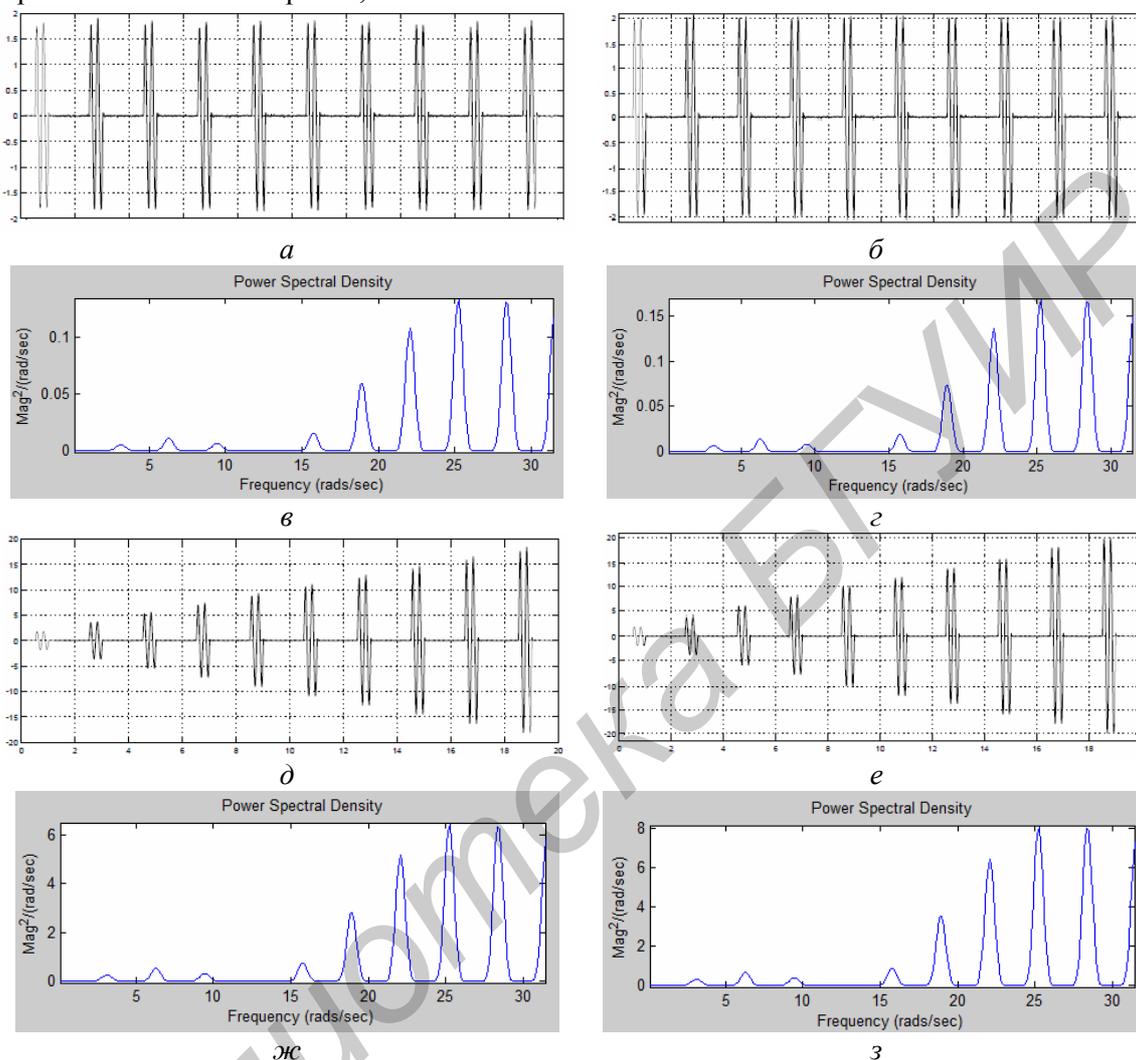


Рис. 7. Сигналы цели и их спектры: *а* – радиосигнал цели с выхода ПАКН без ПВСС; *б* – радиосигнал цели с выхода ПАКН с ПВСС; *в* – энергетический спектр сигнала цели на выходе ПАКН без ПВСС; *г* – энергетический спектр сигнала цели на выходе ПАКН с ПВСС; *д* – радиосигнал цели с выхода ВАКН без ПВСС; *е* – радиосигнал цели с выхода ВАКН с ПВСС; *ж* – энергетический спектр сигнала цели на выходе ВАКН без ПВСС; *з* – энергетический спектр сигнала цели на выходе ВАКН с ПВСС

Сравнительный анализ спектров сигнала цели (рис. 7,ж,з) показывает, что при включении ПВ системы самонастройки мощность сигнала цели увеличилась в 1,3 раза.

Заключение

Применение в ПВ-АК и ПВ-АКН дополнительной ПВ-системы самонастройки приводит к увеличению коэффициента компенсации помехи и коэффициента накопления полезного сигнала.

COMPUTER MODELS OF ADAPTIVE SYSTEMS OF SPACE-TIME PROCESSING OF THE FLUCTUATING SIGNAL AGAINST THE CORRELATED HINDRANCES

Y.V. GRIDNEV, V.A. PALTSEV

Abstract

Computer models of the space-time auto compensator and the auto coherent drive in the MATLAB-SIMULINK program are constructed and analyzed.

Список литературы

1. *Охрименко А.Е.* Основы радиолокации и РЭБ. М, 1983.
2. *Коростелев А.А.* Пространственно-временная теория радиосистем. М., 1987.
3. *Монзинго Р.А., Миллер Т.У.* Адаптивные антенные решетки. М., 1986.
4. *Гриднев Ю.В.* Авторское свидетельство SU №1632209
5. *Гриднев Ю.В., Пальцев В.А., Осипова Д.Н.* Патент на полезную модель ВУ №7898 U.

Библиотека БГУИР

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ РУКОПИСЕЙ, НАПРАВЛЯЕМЫХ В РЕДАКЦИЮ ЖУРНАЛА «ДОКЛАДЫ БГУИР»

1. К публикации принимаются материалы, касающиеся результатов **оригинальных научно-технических исследований и разработок, не опубликованные и не предназначенные для публикации в других изданиях**. Тематика представляемого материала должна соответствовать рубрикам журнала (электроника, радиофизика, радиотехника, информатика).

2. Статьи должны быть написаны в сжатой и ясной форме и содержать: соответствующий индекс УДК; название на русском и английском языках; инициалы и фамилии авторов на русском и английском языках; полное название учреждений (с указанием адреса), в которых выполнялось исследование; ключевые слова (до 10 слов) на русском языке; аннотацию на русском и английском языках (3-5 предложений); рекомендуется стандартизировать текст статьи, используя подзаголовки **введение, теоретический анализ, методика, экспериментальная часть, результаты и их обсуждение, заключение, список литературы**.

3. Статья представляется на листах формата А4 в двух экземплярах с одиночным интервалом между строками и в электронном виде файлом формата MS Word (*.doc). Также необходимо представить *акт экспертизы* о возможности опубликования статьи в открытой печати.

Объем статей (и иллюстраций, содержащихся в статье):

для оригинальной статьи – не более 7 страниц и 8 иллюстраций, для краткого сообщения – не более 2 страниц и 2 иллюстраций.

4. При наборе текста используются шрифты – Times New Roman и Symbol, размер 11 pt. Установливаемый размер бумаги – А4 210×297 мм. Поля слева, справа, сверху и снизу – по 25 мм.

Формульные выражения выполняются только в MathType, стиль «Математика», шрифты Times New Roman и Symbol, размер 11 pt, математические функции и цифры набираются прямым начертанием.

Рисунки выполняются в соответствии со следующими требованиями:

- рисунок должен быть оформлен как графический объект;
- буквенные и цифровые обозначения на рисунках по начертанию и размеру должны соответствовать обозначениям в тексте статьи;
- размер рисунка – не более 15×20 см, желательно в портретной ориентации;
- текстовая информация и условные обозначения выносятся из рисунка в текст статьи или подрисуночные подписи.

Сканированные фотографии или выполненные в графических редакторах иллюстрации должны быть представлены в виде черно-белых или полутоновых графических файлов форматов *.jpg, *.tif, *.bmp с разрешением 300 dpi.

Все иллюстрации сопровождаются подрисуночными подписями. Их следует помещать в виде самостоятельных абзацев после ссылок на иллюстрации в тексте статьи. Подрисуночные подписи обязательно должны включать в себя название иллюстрации и при необходимости могут содержать условные обозначения.

6. Термины и определения, единицы физических величин, употребляемые в статье, должны соответствовать действующим ГОСТам.

7. Математические функции и цифры набираются прямым начертанием. Латинские буквы набираются курсивом, греческие символы остаются прямыми.

8. Формулы в тексте следует нумеровать подряд в круглых скобках. Нумеровать рекомендуется те формулы, на которые имеются ссылки в последующем тексте.

9. Ссылки на литературу приводятся в порядке их появления в тексте статьи и заключаются в квадратные скобки; цитирование двух или более работ под одним номером не допускается.

10. Подстрочные замечания отмечаются звездочками.

Авторы несут ответственность за оригинальность материалов, поданных в печать.

Адрес для пересылки рукописей в электронной форме и переписки с редакцией: doklady@bsuir.by.