УДК 539.12

А.В. ИВАШКЕВИЧ[1], **О.А. ВАСИЛЮК**[2], **В.В. КИСЕЛЬ**[3], **В. М. РЕДЬКОВ**[1]
[1]Минск, Институт физики НАН Беларуси
[2]Брест, БрГУ;[3]Минск, БГУИР

ТЕОРИЯ ФРАДКИНА ДЛЯ ЧАСТИЦЫ СО СПИНОМ 3/2, НЕРЕЛЯТИВИСТСКИЙ ПРЕДЕЛ

Для частицы со спином 3/2[1-14] хорошо известно уравнение Паули – Фирца. Фрадкиным [5]было предложено более общее уравнение. С целью установления физической интерпретации дополнительного параметра Λв уравнении Фрадкина исследован вопросо нерелятивистском приближении в этой теории. Выведено обобщенное нерелятивистское уравнение для 4-компонентной волновой функции. Показывается, что при сохранении членов 1-го порядка по параметру Λполучается обычное нерелятивистское уравнение [14] для теории Паули –Фирца. Если сохранить члены второго порядка по Λ, то возникает уравнение с дополнительным членом взаимо- действия, причем только с магнитным полем. Это взаимодействие квадратично по компонентам магнитного поля. Делается вывод, что теория Фрадкина описывает частицу с магнитным квадрупольным моментом.

Исходим из уравнения Фрадкина в матричной форме [13]:

$$(D_\mu \Gamma_\mu + M + Q)\Psi = 0, D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu, \tag{1}$$

где волновая функция Ψ преобразуется как вектор-биспинор относительно группы Лоренца. Используемые 16-мерные матрицы Γ_μ представляются с помощью элементов полной матричной алгебры:

$$\Gamma_\mu = \gamma_\mu \otimes e^{\nu,\nu} + \frac{1}{\sqrt{3}}\gamma_\rho \otimes (e^{\rho,\mu} - e^{\mu,\rho}). \tag{2}$$

Величина Q в (1) описывает дополнительное взаимодействие с внешним электромагнитным полем:

$$Q = -\frac{ie}{3M}\Lambda F_{\mu\nu}\Big\{2\sqrt{3}\gamma_\lambda\gamma_\nu \otimes e^{\lambda,\mu} - 2\gamma_\mu\gamma_\rho \otimes (e^{\nu,\rho} + e^{\rho,\nu}) +$$

$$+\gamma_\mu\gamma_\nu \otimes e^{\rho,\rho} + 2I \otimes e^{\mu,\nu} + \varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}\gamma^5 \otimes e^{\lambda,\rho}\Big\}. \tag{3}$$

С учетом минимального уравнения для матрицы Γ_4: $\Gamma_4^2(\Gamma_4^2 - 1) = 0$ можно убедиться в существовании трех проективных операторов:

$$P_+ = +\frac{1}{2}\Gamma_4^2(\Gamma_4 + 1), P_- = -\frac{1}{2}\Gamma_4^2(\Gamma_4 - 1), P_0 = 1 - \Gamma_4^2, P_+ + P_- + P_0 = 1. \tag{4}$$

Они позволяют волновую функции разложить в сумму трех частей: $\Psi_+ = P_+\Psi, \Psi_- = P_-\Psi, \Psi_0 = P_0\Psi.$ Для этих составляющих находим представления:

$$\Psi^{(+)} = \frac{1}{2}(1+\gamma_4)\begin{vmatrix}\Psi_c - \frac{1}{3}\gamma_c\gamma_b\Psi_b \\ 0\end{vmatrix}, \Psi^{(-)} = \frac{1}{2}(1-\gamma_4)\begin{vmatrix}\Psi_c - \frac{1}{3}\gamma_c\gamma_b\Psi_b \\ 0\end{vmatrix}, \Psi^{(0)} = \begin{vmatrix}\frac{1}{3}\gamma_c\gamma_b\Psi_b \\ \Psi_4\end{vmatrix}. \tag{5}$$

Из общей теории следует, что в нерелятивистском приближении компонента $\Psi^{(+)}$ является большой, а компоненты $\Psi^{(-)}$ и $\Psi^{(0)}$ – малыми.После выполнения необходимых вычислений выводится нерелятивистское уравнение для 4-компонентной функции.

Сначала при выводе нерелятивисткого уравнения учитываются только члены первого порядка по параметру Λ; оказывается, что получаемое уравнение совпадает с тем, которое следует из теории Паули – Фирца [14]:

$$\left\{D_4 - \frac{1}{2M}D^2 - \frac{e}{3M}(\,F_{23}S_1 + F_{31}S_2 + F_{12}S_3)\right\}\psi = 0. \qquad (6)$$

Выражения для компонент оператора спина в (6) такие

$$S_3 = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}, \quad S_1^{\,\prime} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & -3 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \end{vmatrix}, \quad S_2^{\,\prime} = \frac{i}{2}\begin{vmatrix} 0 & -3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{vmatrix}. \qquad (7)$$

Затем находим нерелятивистское уравнение сучетом квадратичных по Λ членов. После выполнения необходимых вычислений – при этом учитываем присутствие и электрических и магнитных полей – получаем нерелятивистское 4-компонентное уравнение со следующей структурой:

$$D_4\psi = \left\{\frac{1}{2M}D^2 + \frac{e}{3M}\sum_i B_i S_i - \frac{4}{M}\left(\frac{e\Lambda}{3M}\right)^2 \sum_{(ik)} B_i B_k M_{ik}\right\}\psi. \qquad (8)$$

где B_i представляет вектор внешнего магнитного поля. Член дополнительного взаимодействия в (8) имеет следующий явный вид:

$$\frac{4}{M}\left(\frac{e\Lambda}{3M}\right)^2 \left\{ B_3^2 \begin{vmatrix} -1 & 0 & i & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -i \\ -i & 0 & -1 & 0 \\ 0 & i & 0 & -1 \end{vmatrix} + B_3B_2 \begin{vmatrix} 0 & i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & -i & 0 \end{vmatrix} + B_3B_1 \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2i & 0 & 1 \\ -2i & 0 & -1 & 0 \end{vmatrix} + \right.$$

$$\left. + B_2^2 \begin{vmatrix} 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} + B_2B_1 \begin{vmatrix} -i & 0 & -2 & 0 \\ 0 & i & 0 & -2 \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \end{vmatrix} + B_1^2 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \end{vmatrix} \right\}. \qquad (9)$$

Вуравнении (8) отсутствуют вклады, обусловленные электрическим полем, а есть только вклады взаимодействия с магнитным полем. По этой причине это уравнение можно рассматривать как описывающее частицу с магнитным квадрупольным моментом.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fierz, M. ÜberdierelativistischetheorieKraftefreierTeilchenmitbeliebigemSpin / M. Fierz // Helv. Phys. Acta. – 1939. – Vol. 12. – P. 3–37.

2. Pauli, W. ÜberrelativistischeFeldleichungenvonTeilchenmitbeliebigemSpinimelektromagnetishenFeld / W. Pauli // Helv. Phys. Acta. – 1939. – Vol. 12. – P. 297–300.

3. Rarita, W. On a theory of particles with half-integral spin / W. Rarita, J. S. Schwinger // Phys. Rev. – 1941. – Vol. 60, № 1. – P. 61–64.

4. Гельфанд, И. М. Общие релятивистские инвариантные уравнения и бесконечномерные представления группы Лоренца / И. М. Гельфанд, А. М. Яглом // ЖЭТФ. – 1948. – Т. 18, вып. 8. – С. 703–733.

5. Фрадкин, Е. С. К теории частиц с высшими спинами / Е. С. Фрадкин // ЖЭТФ. – 1950. – Т. 20, вып. 1. – С. 27–38.

6. Федоров, Ф. И. Обобщенные релятивистские волновые уравнения / Ф. И. Федоров // Докл. Акад. наук СССР. – 1952. – Т. 82, № 1. – С. 37–40.

7. Файнберг, В. Я. К теории взаимодействия частиц с высшими спинами с электромагнитными и мезонными полями / В. Я. Файнберг // Тр. ФИАНСССР. – 1955. – Т. 6. – С. 269–332.

8. Богуш, А. А. Уравнение для частицы со спином 3/2, обладающей аномальным магнитным моментом / А. А. Богуш, В. В. Кисель // Изв. вузов. Физика. – 1984. – № 1. – С. 23–27.

9. Плетюхов, В. А. К теории частиц со спином 3/2 / В. А. Плетюхов, В. И. Стражев // Изв. вузов. Физика. – 1985. – № 1. – С. 91–95.

10. Редьков, В. М. Поля частиц в римановом пространстве и группа Лоренца / В. М. Редьков. – Минск: Белорус.наука, 2009. – 486 с.

11. Плетюхов, В. А. Релятивистские волновые уравнения и внутренние степени свободы / В. А. Плетюхов, В. М. Редьков, В. И. Стражев. – Минск: Беларус. навука, 2015. – 328 с.

12. Elementary particles with internal structure in external fields. I. General theory, II. Physical problems / V. V. Kisel [et al.]. – New York: Nova Science Publishers Inc., 2018. – 404 p.

13. Fradkin Equation for a Spin 3/2 Particle in Presence of External Electromagnetic and Gravitational Fields / V. V. Kisel [et al.] // Ukr. J. Phys. – 2019. – Vol. 64, № 12. – P. 1112–1117.

14. Частица со спином 3/2: теория Паули-Фирца, нерелятивистский предел / А. В. Ивашкевич, Я. А. Войнова, К. М. Овсиюк, В. В. Кисель, В. М. Редьков // Вес. Нац. акад. навукБеларусі. Сер.фіз.-мат. навук. – 2020. – Том 56, № 3. – С. 335–349.