УДК 621.396.6

АЛЕКСЕЕВ В.Ф., ЖУРАВЛЕВ В.И.

# ТЕПЛОПЕРЕНОС В МНОГОСЛОЙНОЙ СИСТЕМЕ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ НАГРЕВЕ

Приводится частное аналитическое решение задачи теплопроводности для многослойной системы интегральной схемы при импульсном источнике тепла, действующего на поверхности. С помощью линейного преобразования координат задача сводится к изотропному теплопереносу, описываемому уравнением Лапласа, которое решается преобразованиями Фурье. Полученное решение удобно использовать при оценке средней температуры слоя для нахождения затем локальных перегревов.

## ВВЕДЕНИЕ

Решение задачи теплопроводности для многослойной системы при импульсном источнике тепла представляет собой важный этап в моделировании нестационарных тепловых режимов интегральных схем с целью повышения их надежности. Поскольку микросхема представляет собой неоднородную структуру, включающую компоненты с разными тепловыми свойствами, нужно моделировать процесс распространения теплоты в анизотропном теле, содержащим некоторое количество слоев. Трудности такого моделирования заключаются в сложности получения аналитического решения для рассматриваемой структуры и громоздкости применяемого математического аппарата, поэтому часто требуется использование некоторых существенных допущений. Так, в частности, во многих моделях полагается, что слои, сформированные в объеме кристалла, имеют одинаковые теплофизические параметры, и различаются только по электрическим характеристикам. Ряд моделей позволяют определить закон теплопереноса в структурах со строго ограниченным количеством слоев [1…2], другие модели рассматривают только процесс постоянного нагрева [3]. Однако часто требуется определить закон распространения избыточной температуры в некотором слое структуры при воздействии импульсного теплового источника.

## ЛИНЕЙНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ КООРДИНАТ

Рассмотрим модель многослойной структуры, на поверхности которой действует импульсный источник тепла $P_0$ (рис.1). Каждый слой однороден и имеет собственное постоянное значение теплопроводности. Между слоями установлен идеальный тепловой контакт. Двумерное уравнение теплопереноса в структуре имеет вид:

$$K_{11}\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+2K_{12}\frac{\partial^2 T}{\partial r\partial z}+K_{22}\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}=0, \qquad (1)$$

где $T$ – температура; $K$ – коэффициент теплопроводности.

Выражение (1) представляет собой линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами, которое можно преобразовать посредством линейного преобразования координат:

$$\begin{bmatrix} R \\ Z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & b \end{bmatrix}\begin{bmatrix} r \\ z \end{bmatrix} \qquad (2)$$

где $a = -K_{12}/K_{22}$, $b = K/K_{22}$, $K=\sqrt{K_{11}K_{22}-K_{12}^2}$.

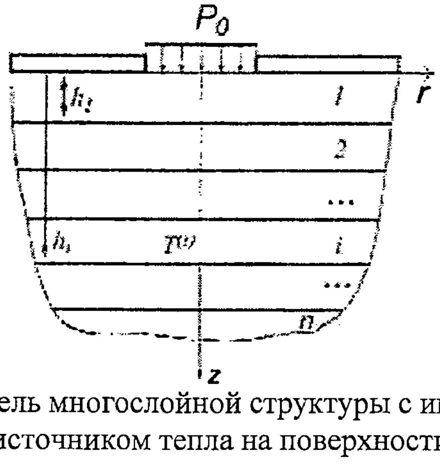


Рис.1. Модель многослойной структуры с импульсным источником тепла на поверхности

Используя формулу (2), выражение (1) можно тогда записать как обычное уравнение Лапласа в координатах $RZ$:

$$K\left(\frac{\partial^2 T}{\partial R^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial Z^2}\right)=0 \qquad (3)$$

Физический смысл такого преобразования заключается в том, что задача анизотропного теплопереноса представляется эквивалентной задачей изотропного теплопереноса. Преобразование согласно (2) является линейным и непрерывным, а также не имеет деформации граничных условий на рассматриваемом участке структуры.

НАГРЕВ В ПРОИЗВОЛЬНОМ СЛОЕ

Нетрудно показать, что для $i$-слоя структуры преобразование координат аналогично выражению (2) и имеет вид:

$$\begin{bmatrix} R \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a_i \\ 0 & b_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ z \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^{i-1} h_i \begin{bmatrix} a_i & -a_{i+1} \\ b_i & -b_{i+1} \end{bmatrix} \qquad (4)$$

где $a_i = -\dfrac{K_{12}^{(i)}}{K_{22}^{(i)}}$, $b_i = \dfrac{K_i}{K_{22}^{i}}$, $K_i = \sqrt{K_{11}^{(i)} K_{22}^{(i)} - K_{12}^{(i)2}}$, $i = 1, 2, \ldots, n-1$.

Соответственно

$$K_{i+1}\left(\frac{\partial^2 T^{(i+1)}}{\partial R^2} + \frac{\partial^2 T^{(i+1)}}{\partial Z^2}\right) + K_1\left(\frac{\partial^2 T^{(1)}}{\partial R^2} + \frac{\partial^2 T^{(1)}}{\partial Z^2}\right) = 0 \qquad (5)$$

Второе слагаемое в выражении (5) представляет собой теплоперенос в первом слое с импульсным источником теплоты. Последовательность его определения, а также нахождение значений $T^{(1)}$ рассматривалось ранее в [4].

На границе смежных слоев выполнение граничных условий сохраняется:

$$T^{(i)}\Big|_{Z=h_i} = T^{(i+1)}\Big|_{Z=h_i} \qquad (6)$$

Тепловую поглощающую и отражающую способности каждого слоя относительно смежного с ним опишем соответствующими коэффициентами:

$$Fr_i = \frac{2K_i}{K_i + K_{i+1}}, \quad Fl_i = -\frac{K_i - K_{i+1}}{K_i + K_{i+1}} \qquad (7)$$

Уравнение (5) при заданных граничных условиях удобно поэтапно решать двунаправленными преобразованиями Фурье [2]. Тогда для $i$-слоя с учетом коэффициентов (7) решение (5) принимает вид:

$$T_{r,z}^{i} = T_0 \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\pi}\left(Fr_i \frac{z}{r^2 + z(2h_i + 2h_{n-i})^2} + Fl_i \frac{z}{r^2 + z(2h_i - 2h_{n-i})^2}\right) + T^{(1)} \qquad (8)$$

На рис.2 показано распределение значений температуры по слоям для разных случаев соотношения их теплопроводности.

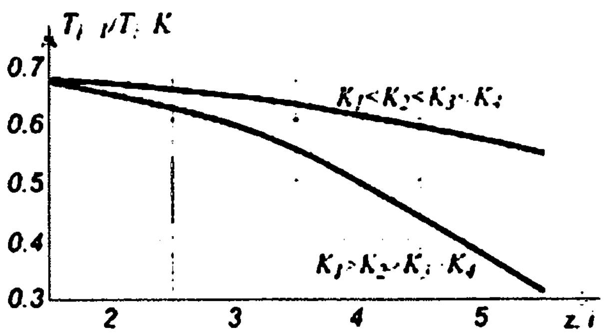


Рис.2. Расчетные величины температуры для нескольких слоев структуры

Полученное значение температуры для рассматриваемого слоя является усредненным, т.е. "средневзвешенным". В действительности тепловое поле при импульсном воздействии неоднородно даже в тонких слоях структуры, а на границе смежных слоев происходит выделение теплоты вследствие переходного сопротивления. Поэтому получаемые значения нагрева целесообразно использовать для предварительного определения средней температуры рассматриваемого слоя, а затем находить локальный перегрев в слое с учетом рассчитанной температуры [5].

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Hsien M.H., Ma C.C. Analytical investigations for heat conduction problems in anisotropic thin-layer media with embedded heat sources. // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2002. – nr.45. – pp.4117-4132.

2. Ozisik M.N. Heat Conduction. – New York: Wiley, 1993. – 520 p.

3. Ma C.C., Chang S.W. Analytical exact solutions of heat conduction problems for anisotropic multi-layered media. // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2004. – nr.47. – pp.1643-1655.

4. Урбанович П.П., Алексеев В.Ф., Верниковский А.П. Избыточность в полупроводниковых интегральных микросхемах памяти. – Мн.: Навука і тэхніка, 1995. – 262 с.

5. Power Semiconductor Applications. Thermal Management. – Philips Semiconductors, 2002. – pp.553-573.

**Алексеев Виктор Федорович**
Профессор кафедры радиоэлектронных средств, канд. техн. наук
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, г.Минск
Тел.: (+375 17) 239-84-10
E-mail: snto@bsuir.unibel.by
**Журавлев Вадим Игоревич**
Ассистент кафедры радиоэлектронных средств
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, г.Минск
Тел.: (+375 17) 239 89 37
E-mail: snto@bsuir.unibel.by