УДК 511.42

Оценки меры Хаара множеств -адических чисел, в которых целочисленные полиномы имеют малую норму

М. А. Калугина (Беларусь, г. Минск)
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
М. В. Ламчановская (Беларусь, г. Минск)
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
Н. В. Шамукова (Беларусь, г. Минск)
Университет гражданской защиты МЧС Республики Беларусь

Estimates for the Haar measure of the sets of -adic numbers in which the integer polynomials have small norm

M. A. Kalugina (Belarus, Minsk)
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics
M. V. Lamchanovckaya (Belarus, Minsk)
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics
N. V. Shamukova(Belarus, Minsk)
University of Civil Protection of the Ministry for Emergency Situations of the Republic of Belarus

В середине 60-х годов прошлого века В.Г. Спринджук [1] доказал гипотезу Малера [2] о мере множества действительных и комплексных чисел, а также ее аналог для поля p-адических чисел.

Далее будем использовать следующие обозначения, в которых ≥ 2 - фиксированное простое число. Q - поле p-адических чисел, |□| - p-адическая норма □ ∈ Q, □□ - мера Хаара множества □ ⊂ Q.

Пусть □(□,) ∈ Q и для натурального □ > 1 состоит из □ ∈ Q, для которых неравенство

$$|□(□)| < □^{-} \tag{1}$$

при > +1 выполняется для □(□) ∈ Z[□], а высота □ многочлена □ удовлетворяет условию □ = □(□) ≤ □.

Спринджук В.Г. доказал, что □□(□,) < □$^{-□_1}$, если = + □ и □$_1$(□) → 0 при □ → 0. Приведем более общий результат.

Теорема 1. При + 1 < < + 2 справедливо неравенство

$$□□(□,) < □()□^{---1}. \tag{2}$$

Доказательство использует метод Спринджука, одну лемму В.И. Берника [3], классификацию целочисленных полиномов по взаимному расположению корней и отдельно доказанную лемму о разрешимости (1) для приводимых полиномов.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Спринджук В. Г. Проблема Малера в метрической теории чисел. — Минск: Наука и техника, 1967. 182 с.
2. Mahler K. Uber das Mass der Menge aller S-Zahlen. — Mathematishe Annalen. 1932. Vol. 106, no .1, pp. 131-139.
3. Берник В. И. О точном порядке приближения нуля значениями целочисленных многочленов. — Acta Arithmetica. 1989. Т. 53, с. 17-28.