

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

УДК

Шарый
Владимир Андреевич

ТЕОРИЯ РАВНОВЕСИЯ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ
ЭКОНОМИКИ

Автореферат
на соискание степени магистра технических наук

по специальности 1-40 80 04 Математическое моделирование, численные
методы и комплексы программ

Научный руководитель
Костюкова Ольга Ивановна
доктор физико-математических наук , профессор

Минск 2015

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Цель и задачи исследования

Целью диссертационной работы является рассмотрение решений задач теории равновесия, вариационных неравенств, применение теории равновесия в математических моделях экономики, разработка соответствующих алгоритмов и программного обеспечения.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Изучить существующий раздел теории игр - равновесие Нэша.
2. Ознакомиться с существующими методами решений вариационных неравенств.
3. Создать программное средство для решения задачи теории равновесия, проанализировать полученные результаты.
4. Применить теорию равновесия для решения экономической модели Нэша-Курно производства распределения.
5. Разработать соответствующие алгоритмы и программное средство, для нахождения оптимальных параметров рыночного взаимодействия рассматриваемой экономической модели.
6. Провести экспериментальное исследование разработанного программного продукта, проверить корректность полученных результатов, сделать выводы.

Объектом исследования являются задачи теории равновесия, вариационные неравенства, экономическая модель рыночной конкуренции – олигополия Курно.

Предметом исследования является представление задачи поиска равновесия по Нэшу в виде вариационных неравенств, применение теории равновесия в математических моделях экономики, создание алгоритмов, программного обеспечения для решения поставленных задач, визуализация результатов.

Основной *гипотезой*, положенной в основу диссертационной работы, является предположение о решении задач по поиску точки равновесия, действительно ли найденные точки равновесия являются максимально выгодными для игроков и игроки не могут увеличить свои прибыли отклонившись от их стратегий, при неизменных стратегиях конкурентов.

Личный вклад соискателя

Результаты, полученные в диссертации, получены соискателем лично. Созданы программные средства для решения задач по поиску точки равновесия по Нэшу для n лиц и экономической модели Нэша-Курно производства распределения.

Вклад научного руководителя О.И. Костюкова заключается в формулировке целей, задач исследования, объяснения теоретических аспектов.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из перечня условных обозначений и терминов, введения, общей характеристики работы, трех глав, заключения, списка использованных источников. В первой главе изложен анализ предметной области, равновесие по Нэшу в игре n лиц представлено в виде вариационного неравенства, определены методы решений вариационных неравенств. Вторая глава представляет собой обзор экономической модели Нэша-Курно производства распределения, ее описание и принятый метод решения. В третьей главе рассмотрены вопросы разработки и практического использования программных средств для решения задач теории равновесия, производится анализ полученных данных.

Общий объем работы составляет x страницы, из которых основного текста – x страницы, x рисунок на x страницах, список использованных источников из x наименований на x страницах.

ВВЕДЕНИЕ

Методы теории игр в последнее время все чаще применяются при описании сложных социально-экономических систем. Характерной особенностью таких систем является наличие в них нескольких участников, решения которых влияют на развитие системы и которые действуют в собственных интересах. При этом решение одного игрока не может полностью определить развитие системы, процесс принятия решения в сложных системах носит конфликтный характер, поэтому для его адекватного описания применяются методы теории игр.

Игры представляют собой строго определённые математические объекты. Игра образуется игроками, набором стратегий для каждого игрока и указаниями выигрышей или платежей игроков для каждой комбинации стратегий. Большинство кооперативных игр описываются характеристической функцией.

Теория равновесия (равновесие Нэша) - тип решений игры двух и более участников, в котором ни один из них не может увеличить выигрыш, изменив своё решение в одностороннем порядке, если другие участники не меняют решения. Данная тема является актуальной, в 1994 году Дж. Нэшу, Дж. Харсаньи, Р.Зельтену была присуждена Нобелевская премия в области экономики за работы, связанные с формулировкой и развитием равновесия по Нэшу.

В данной работе применяются методы, при которых решение задач по нахождению равновесия Нэша, сводится к решениям вариационных неравенств. В частных случаях решение вариационных неравенств можно представить в виде решения оптимизационной задачи, задачи нелинейного программирования. Одним из способов решения таких задач является применение условий Каруша-Кун-Таккера, в особых случаях можно перейти к решению задач квадратичного программирования, также существуют другие методы решений вариационных неравенств.

Среди многих практических применений концепций теории равновесия, следует отметить экономическую модель Нэша-Курно производства распределения – олигополию Курно. В данной модели, однородные товары производятся несколькими фирмами-игроками. Каждая фирма стремится максимизировать свои прибыли путем оптимального производства и распределения товаров. В контексте данной модели равновесие Нэша является решением, при котором каждая фирма определяет свою максимальную прибыль, и ни одна не может повысить свои прибыли в одностороннем порядке; т.е. каждая фирма определяет свой лучший ответ на действия других фирм. Основная цель состоит в нахождении оптимальных равновесных параметров рыночного взаимодействия, путем разработки алгоритмов и программного обеспечения и имитации экономической модели, а также проверка полученных данных и решение задачи для каждого игрока

по максимизации прибыли, при известных действиях других игроков. Таким образом проверяется истинность найденного решения, точки равновесия.

В основу данной работы легли результаты полученные магистрантом во время подготовки дипломного проекта. Несмотря на объем работы проделанный в рамках дипломного проекта, некоторые вопросы остались за его пределами. Исследование этих вопросов и явилось основной целью данной работы. Материал изложенный в диссертации расширяет накопленный ранее теоретический материал.

Также уделяется внимание архитектуре разработанных программных средств. Компоненты содержащие общую логику выносятся в отдельный модуль, который может быть использован для решения смежных задач.

Актуальность диссертационной работы подтверждается тем, что связь исследуемого предмета с реальными экономическими моделями дает возможность провести проверку полученных результатов и использовать разработанное программное средство при анализе рыночных взаимодействий. Анализ реальных взаимодействий на рынке в настоящее время требует учета большого количества параметров. Рассматриваемая экономическая модель представляет собой решение базовой модели производства распределения, и при конкретной направленности исследований и использовании рассмотренных методов, возможно исследовать реальные процессы рыночных взаимодействий.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

1.1 Исследование элемента теории игр - равновесия по Нэшу, обзор решений вариационных неравенств

На первом этапе работы над диссертацией был выполнен краткий обзор раздела математической экономики - теории игр.

Произведен анализ равновесия по Нэшу в играх n лиц. Задача поиска равновесия по Нэшу приведена к некоторому вариационному неравенству.

Были рассмотрены методы решений вариационных неравенств, включающие в себя сведение задач к решению задач нелинейного программирования, а в частных случаях к задачам квадратичного программирования. Условия Каруша-Куна-Таккера были применены к вариационным неравенствам. Были рассмотрены задачи дополнителности.

Проведен обзор S -функции (Фишера-Бурмейстера) и ее применения, позволяющего избавиться от условий дополняющей нежесткости в последующем решении неравенства.

1.2 Экономическая модель Нэша-Курно производства распределения

Вторая часть диссертации посвящена исследованию экономической модели Нэша-Курно, нахождению точки равновесия по Нэшу и формулировке решения в виде вариационного неравенства при выполнении достаточно типичных для экономических задач предположений, с последующим его решением.

Проведен обзор основных параметров экономической модели, включающих в себя описание игроков на рынке, структуру рынка, функцию зависимости спроса, определение цен на товар, транспортные функции и функции затрат, вывод главной функции прибыли. В частном случае предположив линейность основных функций, задача сводится к решению квадратичного неравенства, для решения которого определяются основные параметры, как ограничения типа равенств и неравенств, вектор свободных членов, матрица вторых производных.

1.3 Разработка и практическое использование программ для решения задач поиска равновесия Нэша и экономической модели производства распределения.

Третья часть работы представляет собой практическую часть, в которой описывается среда разработки, применяемые алгоритмы и методы создания программных средств.

В ней приводится практическое решение задачи поиска равновесия по Нэшу для n лиц, а также решение задачи по поиску равновесия в экономической модели Нэша-Курно.

Производится анализ и проверка полученных результатов, формируются выводы о выполненной работе.

Библиотека БГУИР

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная магистерская диссертация явилась логическим продолжением дипломного проекта магистранта. Предыдущие результаты исследований нашли широкое применение в данной работе.

В ходе предварительного анализа материалов на тему магистерской диссертации была тщательно изучена литература, посвященная методам теории игр, равновесию по Нэшу, вариационным неравенствам. Выделены предпосылки, а также приведено обоснование написания магистерской диссертации.

Приведено практическое решение задач поиска равновесия по Нэшу в играх n лиц и в экономической модели Нэша-Курно производства распределения. Разработанное программное средство находит точку равновесия и вычисляет оптимальные, равновесные параметры рыночного взаимодействия. На примере любой ситуации, можно найти равновесную ситуацию для заданного набора фирм и параметрах рынка. Проведя дополнительные вычисления, было доказано, что вычисленная равновесная ситуация, является единственной и любое отклонение участника приведет только к уменьшению его прибыли. Следует отметить, что данная задача рассматривалась в рамках некооперативных игр, поэтому равновесное решение не всегда является эффективным, т.е. максимально выгодным для участников.

В результате проведенной работы была широко раскрыта тема магистерской диссертации, описанные идеи были реализованы практически. В дальнейшем планируется развивать и изучать применение теории равновесия в математических моделях экономики.