

О ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ РАЗЛОЖЕНИЯХ СВЯЗАННЫХ СИСТЕМ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ

Кардаш С. Н.

Объединённый институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси

Минск, Республика Беларусь

E-mail: kardash77@gmail.com

Рассматривается задача построения совместных (использующих общие подфункции) дизъюнктивных и конъюнктивных разложений систем булевых функций. Приводятся результаты экспериментального исследования компьютерных программ, реализующих разработанные алгоритмы построения таких разложений.

I. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время стремление уменьшить площадь цифровых систем, реализуемых на элементной базе заказных комплементарных металл-оксид-полупроводниковых схем (КМОП-схем) и систем-на-кристалле стало причиной появления новых и совершенствования известных методов решения задач, связанных с проектированием логических схем. Синтез логических схем из библиотечных элементов обычно выполняется по оптимизированным двухуровневым либо многоуровневым представлениям систем булевых функций. Двухуровневыми (И-ИЛИ) представлениями называют представления функций в виде дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ), многоуровневыми – различные формы функциональных разложений [1,2]. Идея использовать связанность (общность) областей определений булевых функций при синтезе многовыходных комбинационных схем предложена в [3].

«Хорошая» связанность функций существенно влияет на появление одинаковых структурных частей (конъюнкций, алгебраических выражений, подфункций и т.д.) в оптимизированных двухуровневых либо многоуровневых формах представления функций, по которым и строятся логические схемы в том или ином технологическом базисе. Чем сильнее связаны функции, тем скорее можно ожидать, что в представлениях таких функций будет больше одинаковых подвыражений и синтезированные схемы будут менее сложными. По существу, выделение связанных функций является одним из приемов логической оптимизации многоуровневых представлений систем функций [4]. Для связанных подсистем функций более эффективно решаются задачи логической оптимизации, например, оптимизации в классе ДНФ [2, 3], оптимизации BDD-представлений [4] и декомпозиции различных видов, например, при построении совместных функциональных разложений [5]. В данной работе для многоуровневой оптимизации систем функций, обладающих связанностью областей определения, предлагается использовать совместные функциональные разложения и приводятся результаты эксперименталь-

ного исследования программ построения таких разложений.

II. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ.

Представим исходную систему СДНФ в матричном виде парой булевых матриц – U и S . Столбцы матрицы U соответствуют аргументам системы, а строки задают элементарные конъюнкции. Столбцы матрицы S соответствуют функциям системы, а единичные значения элементов в матрице S отмечают вхождения соответствующих конъюнкций в ДНФ функций системы. Будем считать, что функции системы доступны как в прямом, так и в инверсном виде. В этом случае, очевидно, для любой системы СДНФ всегда существует дизъюнктивное разложение – т.е. всегда найдется компонента связности $h(x)$ мощности не ниже 1. Остаточные функции будут индивидуальными для каждой функции исходной системы. Их удобно объединить в одну систему $g(x)$. Назовем такое представление системы ее дизъюнктивным разложением. Очевидно также, что для решения практических задач имеет смысл искать компоненты связности максимальной, по крайней мере, больше единичной мощности.

Постановка задачи. Пусть задана система СДНФ булевых функций. Требуется выделить в ней w -связную (заданную на w элементарных конъюнкциях) подсистему, содержащую не менее k ($k > 1$) функций. Для полученной подсистемы построить дизъюнктивное разложение. Из функций, не вошедших в подсистему, образовать подсистему «остаток».

В качестве критерия для оценки качества получаемого разложения будем использовать суммарную площадь (вес) представляющих разложение матриц. От этой величины напрямую зависит площадь схемы, при реализации ее на кристалле.

Для решения этой задачи предлагается эвристический алгоритм. Идея предлагаемого алгоритма состоит в пошаговом формировании w -связной подсистемы путем выбора подходящих функций с учетом их полярности и последую-

щего включения их в подсистему. Числа w и k служат параметрами алгоритма.

III. ОРГАНИЗАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА И РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Предложенные алгоритмы реализованы в виде программ на языке C++. В настоящей работе приводятся результаты экспериментального исследования эффекта от применения программы, разработанной на основе алгоритма построения дизъюнктивного разложения. Исследование проводилось в системе FLC [6]. В качестве объектов исследования использовались системы полностью определенных булевых функций, взятые из библиотеки примеров Berkeley PLA Test Set [7]. Для каждого примера применялась многошаговая процедура, состоящая в циклическом построении дизъюнктивного разложения. Параметры разложения во всех случаях имели одинаковые значения: $w = 5$, $k = 2$. В результате получалось многоблочное представление схемы на языке SF. При этом оценивалась площадь получаемого схемного решения.

Результаты экспериментального исследования представлены в таблице 1. Здесь: n – число переменных, m – число функций, l – число элементарных конъюнкций исходной системы СДНФ булевых функций. Результат: A – площадь исходной СДНФ, представленной в матричном виде, B – площадь разложения, PROC – отношение результата к исходному заданию.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Уменьшить площадь получаемых в процессе синтеза комбинационных нерегулярных логических схем можно с помощью логической оптимизации исходных описаний. Одним из наиболее эффективных способов логической оптимизации

является минимизация BDD-представлений систем булевых функций. Хорошим средством для улучшения конечных схемных решений может служить предварительная обработка исходных систем с помощью программ построения дизъюнктивно-конъюнктивных разложений. Проведенное исследование программ, разработанных на основе предложенных алгоритмов, показало, что во всех исследованных случаях их применение приводило к сокращению площади получаемых схемных решений. При этом использование разработанных программных средств может сократить площадь получаемых схем на 25 процентов.

V. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Закревский, А. Д. Логические основы проектирования дискретных устройств / А. Д. Закревский, Ю. В. Поттосин, Л. Д. Черемисинова. – М.: Физматлит, 2007. – 592 с.
2. Бибило, П. Н. Декомпозиция булевых функций на основе решения логических уравнений / П. Н. Бибило. – Минск: Беларус. навука, 2009. – 211 с.
3. Кузнецов, О. П. О программной реализации логических функций и автоматов / О. П. Кузнецов // Автоматика и телемеханика. – 1977. – № 7. – С. 63–74.
4. Akers, S. B. Binary decision diagrams / S. B. Akers // IEEE Trans. on Computers. – 1978. – Vol. C-27, no. 6. – P. 509–516.
5. Бибило, П.Н. Дизъюнктивно-конъюнктивные разложения систем полностью определенных булевых функций / П.Н. Бибило, С.Н. Кардаш, / Доклады Восьмой Международной научной конференции «Танаевские чтения», 27–30 марта 2018 г. – Минск, ОИПИ НАН Беларуси, 2018 г. – С. 28–32.
6. Бибило П.Н., Романов В.И. Логическое проектирование дискретных устройств с использованием продукционно-фреймовой модели представления знаний. Изд. 2-е, испр. – М.: ЛЕНАНД, 2014, 256 с.
7. Berkeley PLA test set [Electronic resource]. – Mode of access: <http://www1.cs.columbia.edu/cs4861/sis/espresso-examples/ex/>. – Date of access: 10.10.2011.

Таблица 1 – Результаты эксперимента

Имя	n	m	l	A	B	PROC
add6	9	8	512	77824	76243	98
addm4	9	8	512	8704	8480	97
max512	9	6	512	7680	7535	98
max1024	10	6	1024	16384	16094	98
mp2d	14	14	16384	458752	335200	73
tial	14	8	16384	360448	356752	99
dk48	15	17	1048576	524736	356752	50
m4	8	16	256	6144	4914	80
m3	7	16	128	2944	2449	83
z5xp	7	10	128	2176	2167	99
root	8	5	256	3328	3013	90
adr4	8	5	2560	3328	3069	92