

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники»

Кафедра радиотехнических систем

**Э. М. Карпушкин**

## ***РАДИОСИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ***

*Рекомендовано УМО вузов Республики Беларусь  
по образованию в области информатики и радиоэлектроники  
в качестве учебно-методического пособия  
для студентов учреждений,  
обеспечивающих получение высшего образования  
по специальности I-39 01 02 «Радиоэлектронные системы»*

Минск 2008

УДК 621.396.2 (075.8)

ББК 32.841 я73

К 26

Рецензенты:

зав. кафедрой радиоэлектроники МГВРК, канд. техн. наук Р. Г. Хехнев;  
доц. кафедры дискретной математики и алгоритмики БГУ,  
канд. техн. наук Ю. В. Свирид

**Карпушкин, Э. М.**

К 26

Радиосистемы передачи информации : учеб.-метод. пособие /  
Э. М. Карпушкин. – Минск : БГУИР, 2008. – 63 с. : ил.

ISBN 978-985-488-255-0

В пособии изложены темы практических занятий по дисциплине «Радиосистемы передачи информации», в каждой из которых даны краткие теоретические сведения, примеры решения задач и предложены задачи для самостоятельной работы.

**УДК 621.396.2 (075.8)**

**ББК 32.841 я73**

**ISBN 978-985-488-255-0**

© Карпушкин Э. М., 2008

© УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», 2008

## СОДЕРЖАНИЕ

Тема 1. Сигналы в радиосистемах передачи информации.....	5
Тема 2. Псевдослучайные сигналы в радиосистемах передачи информации.....	14
Тема 3. Прохождение сигналов через корреляционно-фильтровые узлы.....	22
Тема 4. Информационные характеристики дискретных сообщений.....	27
Тема 5. Информационные характеристики непрерывных сообщений.....	32
Тема 6. Когерентная обработка сигналов в РС ПИ .....	36
Тема 7. Некогерентная обработка сигналов в РС ПИ .....	44
Тема 8. Энергетический расчет радиосистемы передачи информации.....	52
Литература .....	59
Приложение 1. Таблица двоичных логарифмов целых чисел .....	60
Приложение 2. Таблица интеграла вероятности.....	61

Библиотека БГУИР

## УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

РС ПИ – радиосистема передачи информации

АМ – амплитудная модуляция

ФМ – фазовая модуляция

ЧМ – частотная модуляция

АИМ – амплитудно-импульсная модуляция

ШИМ – широтно-импульсная модуляция

ВИМ – времяимпульсная модуляция

ФИМ – фазоимпульсная модуляция

КИМ – кодово-импульсная модуляция

АКФ – автокорреляционная функция

ФВК – функция взаимной корреляции

ДФМ – дискретная фазовая модуляция

ПСП – псевдослучайная последовательность

ЧКП – четверичнокодированная последовательность

КР – коррелятор

СФ – согласованный фильтр

ГОС – генератор опорного сигнала

СУ – синхронизирующее устройство

ЛЧ – линейная часть приемника

УПЧ – усилитель промежуточной частоты

КД – когерентный детектор

ПУ – пороговое устройство

УС – устройство сравнения

ВУ – видеоусилитель

ЛФ – линейный фильтр

АМн – амплитудная манипуляция

ЧМн – частотная манипуляция

ФМн – фазовая манипуляция

ДО – линейный детектор огибающей

ОФМн – относительная фазовая манипуляция

ФНЧ – фильтр нижних частот

ПФ – полосовой фильтр

УВЧ – усилитель высокой частоты

# Тема 1. СИГНАЛЫ В РАДИОСИСТЕМАХ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

## 1.1. Краткие теоретические сведения

В радиосистемах передачи информации (РС ПИ) сигналы как переносчики информации представляют собой гармонические колебания, частота, фаза, временная задержка, длительность, амплитуда которых может изменяться по закону передаваемой информации. От выбора формы сигнала, вида информационной модуляции зависят такие качественные показатели РС ПИ, как помехоустойчивость, скрытность действия, криптостойкость, дальность действия, сложность, надёжность и т.д.

Выбор сигнала осуществляется исходя из его основных характеристик: длительности (времени анализа), занимаемой полосы частот, мощности, энергии, вида информационной модуляции, корреляционной функции, базы.

Сигнал, передающий непрерывные сообщения, характеризуется временем наблюдения –  $T_n$  и временем анализа –  $T_a$ . Время наблюдения – интервал времени, занимаемый сообщением. Время анализа зависит от верхней граничной частоты передаваемого сообщения  $f_g$  и в соответствии с теоремой Котельникова не превышает величины  $1/2 f_g$ . При передаче дискретных сообщений длительность сигнала  $T_c$  связана с длительностью символа дискретного сообщения.

Эффективная полоса частот, занимаемая сигналом, определяется выражением

$$F_{эф} = \frac{1}{2P} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} F(w) dw}{F(w_0)}, \quad (1.1)$$

где  $F(w) = \frac{1}{T_c} |S(jw)|^2$  – спектральная плотность сигнала,

$S(jw)$  – спектральная функция сигнала,

$F(w_0)$  – мощность центральной несущей частоты сигнала.

Для видеосигнала  $F(w_0) = F(0)$ .

Спектральная функция сигнала  $S(t)$  находится из прямого преобразования Фурье:

$$S(jw) = \int_0^T S(t) e^{-jw t} dt = S(w) e^{jw T/2}, \quad (1.2)$$

а  $|S(jw)|^2 = S(w) e^{jw T/2} \cdot S(w) e^{-jw T/2} = S^2(w)$ .

Энергия сигнала определяется как

$$E = P_{cp} \cdot T_c, \quad (1.3)$$

где средняя мощность сигнала

$$P_{cp} = \frac{1}{2p} \int_{-\infty}^{\infty} F(w)dw = \frac{1}{2pT_c} \int_{-\infty}^{\infty} |S(jw)|^2 dw = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} S^2(t)dt. \quad (1.4)$$

Если передаваемое сообщение  $I(t)$ , то для амплитудной (АМ), фазовой (ФМ) и частотной (ЧМ) видов модуляции имеем

$$\begin{aligned} \text{АМ} &\rightarrow S(t) = A_0[1 + M \cdot I(t)] \cdot \cos(\omega_0 t + j_0), \\ \text{ФМ} &\rightarrow S(t) = A_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \Delta j_m \cdot I(t) + j_0), \\ \text{ЧМ} &\rightarrow S(t) = A_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \Delta \omega_m \int_0^T I(t)dt + j_0). \end{aligned} \quad (1.5)$$

В (1.5)  $M$  – коэффициент амплитудной модуляции,  $\Delta j_m$  – приращение фазы,  $\Delta \omega_m$  – девиация частоты. Величины  $\Delta j_m = m_{\text{фм}}$  и  $\frac{\Delta \omega_m}{2\pi f_m} = m_{\text{чм}}$  – соответственно индексы фазовой и частотной модуляции, а  $f_m$  – полоса частот сообщения  $I(t)$ . Чем больше отличаются индексы модуляции от единицы, тем больше в спектре сигнала информационных составляющих и шире спектр сигнала. Отсюда и высокая потенциальная помехоустойчивость у сигналов с угловой модуляцией (ФМ и ЧМ) по сравнению с АМ.

Таким образом, для описания (1.5) имеем

$$F_{\text{эфам}} = 2f_m, F_{\text{эфчм}} = 2m_{\text{чм}}f_m, F_{\text{эффм}} = 2m_{\text{фм}}f_m. \quad (1.6)$$

Еще более насыщены информационными составляющими сигналы с импульсными видами модуляции (АИМ, ШИМ, ВИМ, ФИМ, КИМ). При разложении импульсной периодической последовательности с амплитудой  $A$ , длительностью импульса  $t$  и периодом следования  $T_n$  в ряд Фурье имеем

$$f(t) = \frac{At}{T_n} \left( 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{kw_1 t}{2}}{\frac{kw_1 t}{2}} \cos(kw_1 t) \right), \quad (1.7)$$

где для

$$\begin{aligned} A &= A_0 + \Delta A \cdot I(t), t = t_0, T_n = T_{n0}; \\ t &= t_0 + \Delta t \cdot I(t), A = A_0, T_n = T_{n0}; \\ T_n &= T_{n0} + \Delta T_n \cdot I(t), A = A_0, t = t_0; \end{aligned}$$

Следует отметить, что эффективная полоса частот, занимаемая сигналом (1.7), практически не зависит от вида модуляции и определяется лишь минимальной длительностью импульса и его формой.

Важной характеристикой сигнала является корреляционная функция. Для ансамбля сигналов  $\{S_i(t)\}, i = 1, 2, \dots, m, 0 \leq t \leq T_c$  имеет значение вид автокорреляционной функции (АКФ) каждого сигнала и вид функции взаимной корреляции (ФВК) между любой парой сигналов ансамбля.

АФК сигнала  $S_j(t)$ :

$$R_j(t) = \int_0^{T_c} S_j(t) \cdot S_j(t-t) dt. \quad (1.8)$$

Основные свойства АКФ:

- а)  $R_j(t) = R_j(-t)$ .
- б)  $R_j(0) = E_j$  – энергия сигнала,
- в)  $R_j(0) > R_j(t), t \neq 0$ .
- г)  $\lim_{t \rightarrow \infty} R(t) = 0$ .

Для сигналов с одинаковой энергией  $E$  применяют нормированную АКФ:

$$r_j(t) = \frac{1}{E} \int_0^{T_c} S_j(t) \cdot S_j(t-t) dt. \quad (1.9)$$

Если использовать спектральную плотность сигнала  $F_j(w)$ , то в соответствии с преобразованием Винера–Хинчина

$$R_j(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_j(w) \cdot e^{jw t} dw. \quad (1.10)$$

При корреляционном анализе дискретных и цифровых сигналов применяют решетчатую АКФ:

$$R(nt_0) = \sum_{i=1}^{N-n} a_i a_{i-n}, \quad n = 0, 1, \dots, (N-1), \quad (1.11)$$

где  $a_i$  – символы дискретной или цифровой последовательности длительности  $t_0$ ,

$N$  – значность (количество символов) дискретного (цифрового) сигнала на длительности  $T_c$ .

Если сигналы периодические, то по (8), (9), (10) можно вычислить АКФ периодического сигнала.

Решетчатая АКФ периодического сигнала записывается так:

$$R_n(nt_0) = \sum_{i=1}^N a_i a_{i-n}. \quad (1.12)$$

Особые требования в РС ПИ предъявляются к сложным сигналам. Сложные сигналы должны иметь АКФ, близкую к кнопочной функции.

ФВК сигналов ансамбля:

$$r_{ij}(t) = \int_0^{T_c} S_i(t) \cdot S_j(t-t) dt, \quad i \neq j. \quad (1.13)$$

Для сигналов с одинаковой энергией  $E$  применяют нормированную запись ФВК:

$$r_{ij}(t) = \frac{1}{E} \int_0^{T_c} S_i(t) \cdot S_j(t-t) dt. \quad (1.14)$$

Основные свойства ФВК:

- а)  $r_{ij}(t) \neq r_{ij}(-t), i \neq j$ ,
- б)  $-1 \leq r_{ij}(t) < 1, i \neq j$ ,
- в)  $r_{ij}(0) = r_{ij}$  – коэффициент взаимной корреляции,  $-1 \leq r_{ij} < 1, i \neq j$ ,
- г)  $r_{ij} = 0, S_i(t)$  и  $S_j(t)$  – взаимно ортогональны,
- д)  $r_{ij} = -1, S_j(t) = -S_i(t)$  – сигналы противоположны,

$$\text{е) если } r_{ij} = \begin{cases} -\frac{1}{m-1}, & m - \text{четное;} \\ -1/m, & m - \text{нечетное,} \end{cases}$$

то система сигналов  $\{S_i(t)\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  называется симплексной (равноудаленной).

## 1.2. Примеры решения задач

1.2.1. Определить эквивалентную полосу частот, занимаемую огибающей прямоугольного радиоимпульса.

Описание прямоугольной огибающей:

$$A(t) = \begin{cases} A_0, & -T_c/2 \leq t \leq T_c/2; \\ 0, & t < -T_c/2, t > T_c/2, \end{cases}$$

где  $T_c$  – длительность огибающей прямоугольного радиоимпульса.

Из (1.1) следует

$$F_{\text{эф}} = \frac{\frac{1}{2P} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) d\omega}{F(0)},$$

$$F(\omega) = \frac{1}{T_c} |S(j\omega)|^2.$$

Спектральная функция прямоугольной огибающей:

$$S(j\omega) = \int_{-T_c/2}^{T_c/2} A(t) e^{-j\omega t} dt = A_0 T_c \frac{\sin \frac{\omega T_c}{2}}{\frac{\omega T_c}{2}}.$$

Спектральная плотность:

$$F(\omega) = A_0^2 T_c \left( \frac{\sin \frac{\omega T_c}{2}}{\frac{\omega T_c}{2}} \right)^2.$$

Эффективная полоса частот:

$$F_{\text{эф}} = \frac{1}{P} \int_0^{\infty} \left( \frac{\sin \frac{\omega T_c}{2}}{\frac{\omega T_c}{2}} \right)^2 d\omega = \frac{1}{T_c}.$$

Следует принять во внимание, что эффективная полоса радиоимпульса с рассматриваемой огибающей в два раза больше и равна  $\frac{2}{T_c}$ .

1.2.2. Вычислить энергию и среднюю мощность сигнала  $A(t)$ , представленного на рис. 1.1



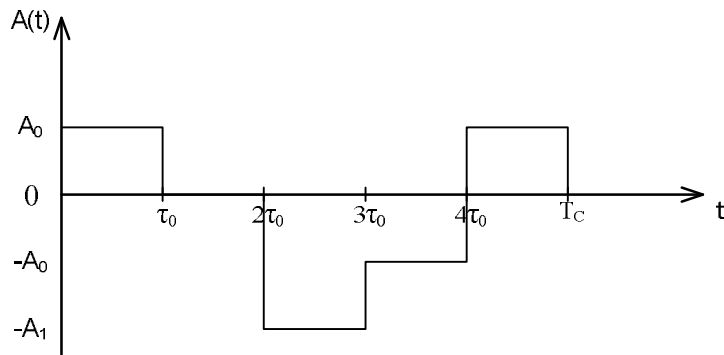


Рис. 1.1

Из (1.3) и (1.4) следует

$$E = \int_0^{T_c} A^2(t) dt = \int_0^{t_0} A_0^2 dt + \int_{2t_0}^{3t_0} (-2A_0)^2 dt + \int_{3t_0}^{4t_0} (-A_0)^2 dt + \int_{4t_0}^{5t_0} A_0^2 dt = 7A_0^2 t_0,$$

$$P_{cp} = \frac{E}{T_c} = \frac{7A_0^2 t_0}{5t_0} = \frac{7}{5} A_0^2.$$

1.2.3. Изобразить на рисунке спектр колебания

$$S(t) = A_0 [1 + M \cdot \cos \Omega t] \cdot \cos w_0 t$$

для случая  $M = 0,5$ ,  $\Omega \ll w_0$ .

Рассматриваемое колебание – амплитудно-модулированный сигнал по закону тональной информации. Преобразуя представленное описание сигнала через сумму колебаний, получим

$$S(t) = A_0 \cos w_0 t + \frac{A_0 M}{2} \cos[(w_0 + \Omega)t] + \frac{A_0 M}{2} \cos[(w_0 - \Omega)t] =$$

$$= A_0 \cos w_0 t + 0,25 \cos[(w_0 + \Omega)t] + 0,25 \cos[(w_0 - \Omega)t].$$

На рис. 1.2 представлен амплитудный спектр сигнала.

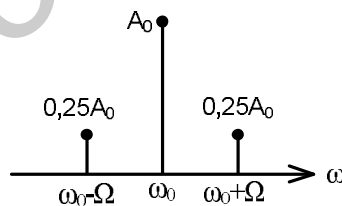


Рис. 1.2

1.2.4. Изобразить на рисунке спектр колебания

$$S(t) = A_0 \cos[w_0 t + m \cdot \cos \Omega t]$$

для случая  $m = 5$ ,  $\Omega \ll w_0$ .

Рассматриваемое колебание – сигнал с угловой модуляцией по закону тональной информации, где  $m$  – индекс угловой модуляции. Преобразуя представленное описание сигнала, получим

$$S(t) = A_0 J_0(m) \cos w_0 t + A_0 \sum_{k=1}^{\infty} J_k(m) \cos(w_0 + k\Omega)t +$$

$$+ A_0 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k J_k(m) \cos(\omega_0 - k\Omega)t = A_0 J_0(5) \cos \omega_0 t +$$

$$+ A_0 \sum_{k=1}^{\infty} J_k(m=5) \cos(\omega_0 - k\Omega)t + A_0 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k J_k(5) \cos(\omega_0 - k\Omega)t,$$

где  $J_k(5)$  – функция Бесселя 1-го рода  $k$ -го порядка.

Из [1] следует

$$J_0(5) = -0,2; \quad J_1(5) = -0,35; \quad J_2(5) = -0,05;$$

$$J_3(5) = 0,35; \quad J_4(5) = 0,4; \quad J_5(5) = 0,22;$$

$$J_6(5) = 0,1; \quad J_7(5) = 0,015.$$

На рис. 1.3 представлен амплитудный спектр сигнала.

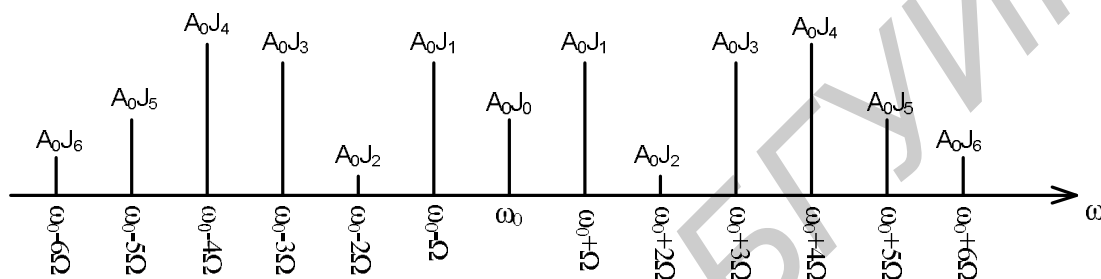


Рис. 1.3

В соответствии с (1.6)  $F_{эф} = \frac{5\Omega}{p}$ .

1.2.5. Вычислить и изобразить АКФ одиночного сигнала  $U(t)$ , представленного на рис. 1.4.

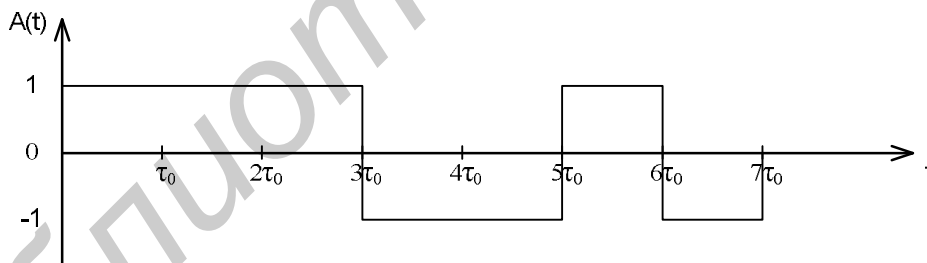


Рис. 1.4

Вычисление целесообразно производить исходя из выражения (1.11) для решетчатой АКФ табличным способом. Суть способа заключается в следующем:

записать в строчку символы дискретного сигнала;

справа от строки записать в столбик символы того же сигнала, но в обратном порядке;

каждый символ столбца умножить на символы строки и полученные строчные символы записать сверху вниз с относительным сдвигом вправо на один символ;

сложить символы по столбцам и записать их в строчку, они и будут значениями решетчатой АКФ одиночного сигнала  $U(t)$ . Ниже (рис. 1.5) де-

монстрируется описанный способ. Для простоты записи амплитудные значения сигнала  $U(t)$  опущены.

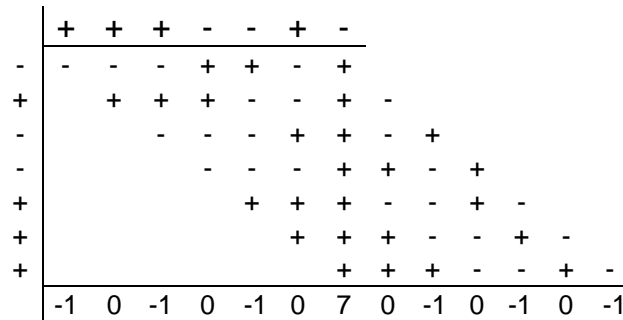


Рис. 1.5

На рис. 1.6 приведен график АКФ одиночного сигнала  $U(t)$ , полученный в результате соединения полученных решетчатых значений.

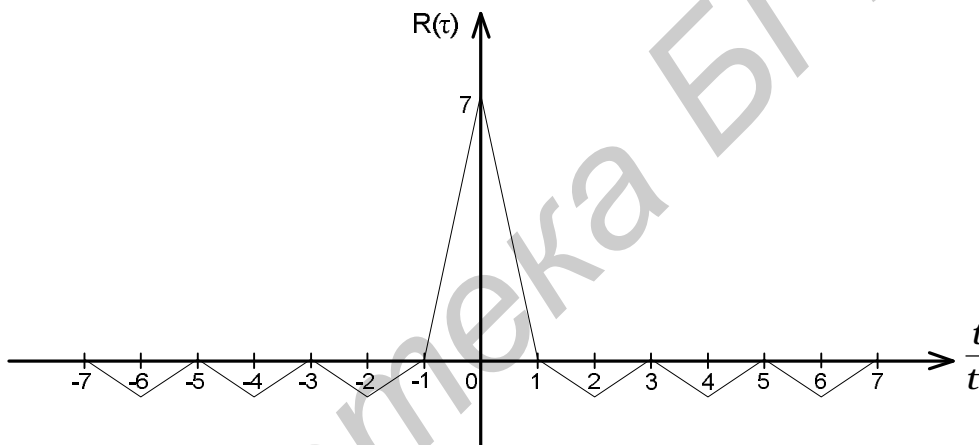


Рис. 1.6

1.2.6. Вычислить ФВК двух одиночных сигналов  $U_1(t)$  и  $U_2(t)$  (рис. 1.7) и изобразить график этой функции.

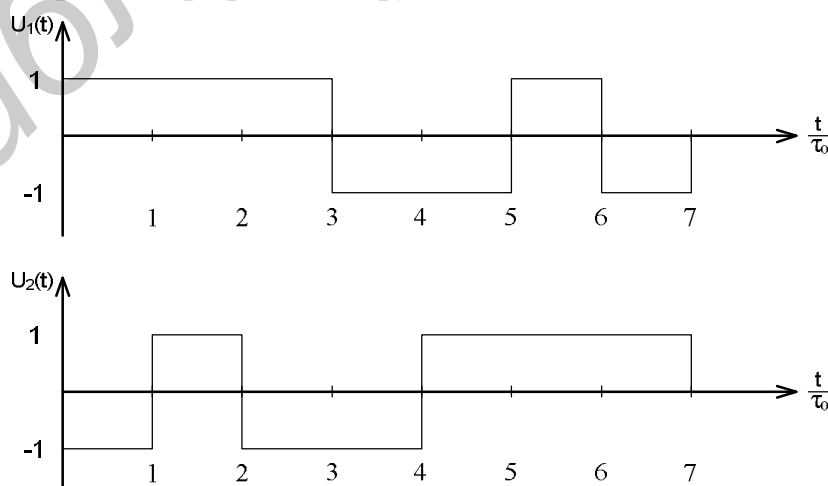


Рис. 1.7

Вычисление ФВК производится через решетчатую функцию (рис.1.8, 1.9).

		+	+	+	-	-	+	-					
+	+	+	+	-	-	+	-						
+		+	+	+	-	-	+	-					
+			+	+	+	-	-	+	-				
-				-	-	-	+	+	-	+			
-					-	-	-	+	+	-	+		
+						+	+	+	-	-	+	-	
-							-	-	-	+	+	-	+
	1	2	3	0	-3	-2	-1	2	-3	0	3	-2	1

Рис. 1.8

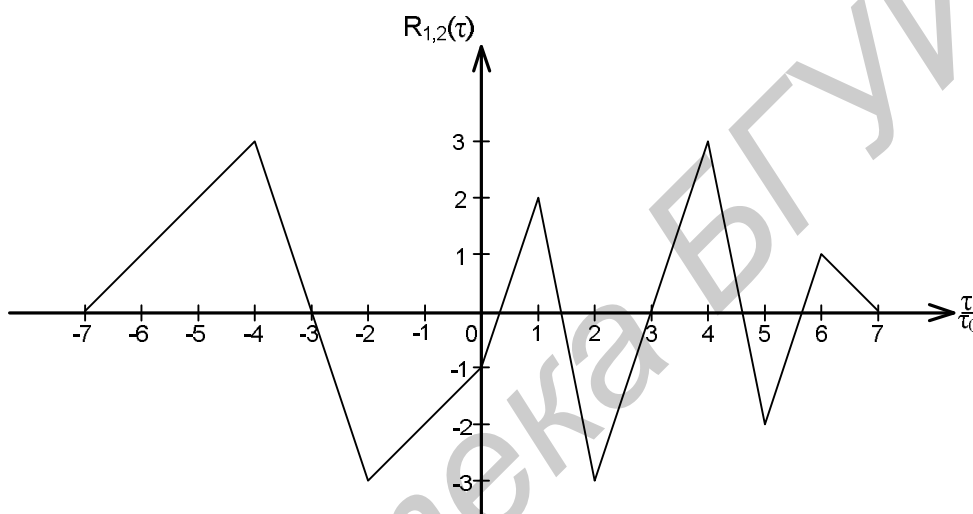


Рис. 1.9

1.2.7. Вычислить АКФ периодического сигнала  $U(t)$  (см. рис. 1.4) и изобразить график полученной функции.

Вычисление производится через решетчатую функцию в соответствии с выражением (1.12). Отличительной особенностью является обеспечение циклического сдвига и получение квадратной матрицы (рис. 1.10).

	+	+	+	-	-	+	-
-	-	-	-	+	+	-	+
+	+	+	+	-	-	+	+
-	-	+	-	-	-	+	+
-	+	-	+	-	-	-	+
+	-	-	+	-	+	+	+
+	+	-	-	+	-	+	+
+	+	+	-	-	+	-	+
	-1	-1	-1	-1	-1	-1	7

Рис. 1.10

График АКФ периодического сигнала приведен на рис. 1.11.

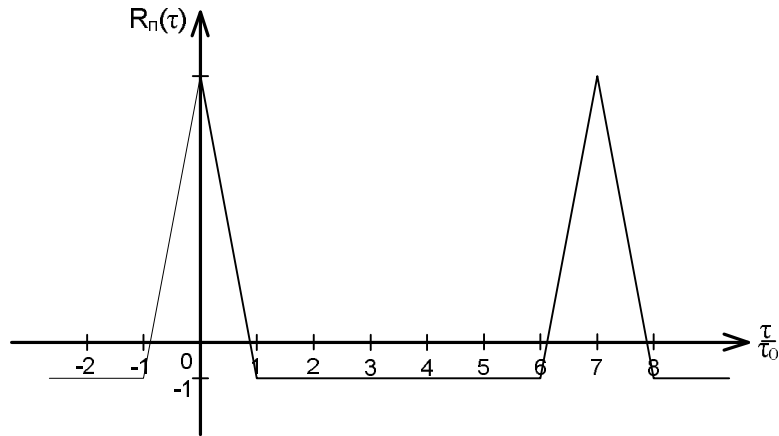


Рис. 1.11

### 1.3. Задачи для самостоятельной работы

1.3.1. Определить эффективную полосу частот, занимаемую сигналом  $U(t) = \exp[-2,8(t/T_a)^2]$ , где  $T_a$  – длительность сигнала на уровне 0,5 от максимальной амплитуды.

1.3.2. Определить эффективную полосу частот, занимаемую сигналом  $U(t) = \sum_{i=1}^N a_i \text{rect}[t - (i-1)t_0]$ ,  $0 \leq t \leq Nt_0$ , где  $a_i = \pm 1$  по случайному закону, а  $t_0$  – длительность символа  $a_i$ .

1.3.3. Вычислить энергию и среднюю мощность сигнала  $U(t) = A_0 \sum_{i=1}^8 a_i \text{rect}[t - (i-1)t_0]$ ,  $0 \leq t \leq 8t_0$ , где  $a_i = \pm 1$ ,  $t_0$  – длительность символа  $a_i$ .

1.3.4. Изобразить на рисунке спектр колебания  $U(t) = A_0[1 + M \cdot I(t)] \cdot \cos w_0 t$  для случая  $M = 0,6$ , где  $I(t)$  – видеосигнал с верхней граничной частотой  $f_e$ ,  $2pf_e \ll w_0$ . Чему равна эффективная полоса частот, занимаемая сигналом?

1.3.5. Изобразить на рисунке спектр колебания

$$S(t) = A_0 \cos[w_0 t + m \cdot I(t)]$$

для случая  $m = 5$ , где  $I(t)$  – видеосигнал с верхней граничной частотой  $f_e$ ,  $2pf_e \ll w_0$ . Чему равна эффективная полоса частот, занимаемая этим сигналом?

1.3.6. Вычислить нормированную АКФ сигнала

$$U(t) = \sum_{i=1}^5 a_i \text{rect}[t - (i-1)t_0], \quad 0 \leq t \leq 5t_0,$$

$$a_1 = 1, a_2 = 0, a_3 = 2, a_4 = 0, a_5 = 3.$$

Нарисовать график этой функции.

1.3.7. Вычислить нормированную АКФ сигнала

$$U(t) = \sum_{i=1}^8 a_i \text{rect}[t - (i-1)t_0], \quad 0 \leq t \leq 8t_0,$$

$$a_1 = 1, a_2 = 1, a_3 = 1, a_4 = -1, a_5 = -1, a_6 = -1, a_7 = 1, a_8 = -1.$$

Нарисовать график этой функции.

1.3.8. Вычислить нормированную АКФ периодического сигнала  $U(t)$  с параметрами, взятыми из предыдущего задания (1.3.7). Нарисовать график этой функции.

1.3.9. Вычислить нормированную ФВК между сигналами

$$U_j(t) = \sum_{i=1}^8 a_{ji} \text{rect}[t - (i-1)t_0], \quad 0 \leq t \leq 8t_0, \quad j = 1, 2;$$

$$a_{11} = 1, a_{12} = 1, a_{13} = 1, a_{14} = -1;$$

$$a_{15} = -1, a_{16} = -1, a_{17} = 1, a_{18} = -1;$$

$$a_{21} = 1, a_{22} = -1, a_{23} = 1, a_{24} = 1;$$

$$a_{25} = -1, a_{26} = 1, a_{27} = 1, a_{28} = 1.$$

Нарисовать график этой функции.

## Тема 2. ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫЕ СИГНАЛЫ В РАДИОСИСТЕМАХ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

### 2.1. Краткие теоретические сведения

Для РС ПИ наибольший интерес представляет класс сложных сигналов – псевдослучайные (шумоподобные) сигналы с дискретными видами модуляции. С точки зрения простоты реализации устройств формирования и обработки предпочтение отдается псевдослучайным сигналам с дискретной фазовой модуляцией (ПС-сигналы с ДФМ). ПС-сигналы с ДФМ – это гармоническое колебание, фаза которого изменяется по закону псевдослучайной последовательности (ПСП). Аналитическое описание сигнала:

$$S(t) = A_0 \sum_{i=1}^N \text{rect}[t - (i-1)t_0] \exp[-j(\omega_0 t + j_i + j_0)], \quad (2.1)$$

$$0 \leq t \leq Nt_0 = T_c,$$

где  $t_0$  – длительность символа ПСП,  $N$  – количество символов в длительности ПС-сигнала,  $j_i$  – дискретные значения фазы, привязанные к соответствующим дискретным значениям модулирующей ПСП, а функция

$$\text{rect}[t - (i-1)t_0] = \begin{cases} 1, & (i-1)t_0 \leq t \leq it_0; \\ 0, & (i-1)t_0 > t > it_0. \end{cases}$$

Комплексная огибающая и закон фазовой модуляции определяются соответственно следующими выражениями:

$$A(t) = A_0 \sum_{i=1}^N \text{rect}[t - (i-1)t_0] \exp(jj_i),$$

$$A(t) = \text{Re}\{A(t)\} = A_0 \sum_{i=1}^N \cos j_i \cdot \text{rect}[t - (i-1)t_0]. \quad (2.2)$$

Функцию  $\cos j_i$  удобно выразить через символ  $a_i$  длительности  $t_0 \rightarrow \cos j_i = a_i$ , а ПСП – как ансамбль символов  $\{a_i\}$ , где  $i = 1, 2, \dots, N$ . Если в  $j_i$  принимается только два значения 0 или  $p$  радиан, то и ПСП будет бинарной (двухуровневой). При  $j_i$ , принимающей множество значений, ПСП будет многоуровневой (многофазной). Очевидно, что спектрально-корреляционные свойства ПС-сигнала с ДФМ полностью будут определяться модулирующей ПСП.

Ансамбли видеопоследовательностей можно отнести к классу ПСП, руководствуясь следующими свойствами:

1. Взвешенность. Характеризуется примерным равенством различных символов  $\{a_i\}$  на длительности  $T_c$ .

2. АКФ последовательности близка к кнопочной функции, т.е. максимальный уровень бокового остатка существенно ниже уровня основного пика АКФ.

3. Спектральная плотность видеопоследовательности в пределах ее эффективной полосы должна быть по возможности равномерной.

Широкое применение в современных РС ПИ с ПС-сигналами нашли бинарные ПСП. К ним относятся М-последовательности и четверично-кодированные последовательности (ЧКП).

Основные свойства М-последовательностей:

1. Это линейные рекуррентные последовательности максимального периода, описываемые неприводимыми и примитивными полиномами  $n$ -й степени, вида

$$c_0 + c_1x + c_2x^2 + \dots + c_nx^n,$$

где  $c_i$  – коэффициенты, принимающие значения 0 или 1 ( $c_0 = 1$ ), определяют количество символов  $n$ -значной комбинации, участвующих в формировании по рекуррентному правилу:

$$a_i = c_1a_{i-1} + c_2a_{i-2} + \dots + c_na_{i-n}. \quad (2.3)$$

Причем число членов в (2.3) всегда четное, а суммирование осуществляется по модулю 2, если  $a_i \in \{0,1\}$ . Сформированная по правилу (2.3) М-последовательность имеет значность  $N = 2^n - 1$ .

Например, неприводимый и примитивный полином  $x^3 + x^2 + 1$  описывает М-последовательность  $N = 7$ , а рекуррентное правило формирования символов имеет вид  $a_i = a_{i-2} + a_{i-3}$ .

2. В одном периоде последовательности число символов разного значения (1 и 0) отличается на единицу.

3. В периоде последовательности содержатся все  $n$ -значные комбинации двоичного кода, кроме нулей.

4. При суммировании по модулю 2 любой М-последовательности с ее циклическим сдвигом меньше периода получается та же М-последовательность, но с другим циклическим сдвигом.

5. Количество М-последовательностей одной значности определяется выражением

$$z = \frac{j(2^n - 1)}{n},$$

где  $j(x)$  – функция Эйлера, равная количеству целых положительных чисел, включая единицу, меньше  $X$  и взаимно простых с  $X$ . Причем если  $X$  – простое число, то  $j(x) = x - 1$ .

Таблицы порождающих полиномов М-последовательностей приведены в [2].

6. АКФ одиночной М-последовательности в общем виде записывается в следующем виде:

$$R(kt_0 + e) = \left(1 - \frac{|e|}{t_0}\right) \sum_{i=1}^{N-k} a_i a_{i+k} + \frac{|e|}{t_0} \sum_{i=1}^{N-k-1} a_i a_{i+k+1}, \quad (2.4)$$

где  $0 \leq k \leq (N-1)$ ,  $0 \leq k \leq (N-1)$ ,  $a_i \in \{0,1\}$ ,  $kt_0 + e = t$ .

Граничные значения нормированной АКФ:

$$|r(t)| = \begin{cases} 1 - \frac{|t|}{t_0}, & |t| \leq t_0, \\ \leq \frac{1,25}{\sqrt{N}}, & |t| > t_0. \end{cases} \quad (2.5)$$

7. Нормированная АКФ периодической М-последовательности в пределах одного периода описывается выражением

$$|r(t)| = \begin{cases} 1 - \frac{|t|}{t_0} \left(1 + \frac{1}{N}\right), & |t| \leq t_0, \\ -\frac{1}{N}, & t_0 \leq |t| \leq (N-1)t_0. \end{cases} \quad (2.6)$$

8. Энергетический спектр одиночной М-последовательности определяется выражением

$$F(w) = |S_0(jw)|^2 \left[ N + 2 \sum_{i=1}^{N-1} R(it_0) \cos wit_0 \right],$$

где  $S_0(jw) = t_0 \cdot \frac{\sin \frac{wt_0}{2}}{\frac{wt_0}{2}}$  – спектральная функция единичного импульса длительности  $t_0$ .

$R(it_0)$  – решетчатая АКФ М-последовательности.

Выражение для энергетического спектра периодической М-последовательности имеет вид

$$F_n(w) = \frac{N+1}{N^2} \left( \frac{\sin \frac{wT_c}{2}}{\frac{wT_c}{2}} \right)^2 \sum_{\substack{i=-\infty \\ i \neq 0}}^{\infty} d\left(w - \frac{2\pi i}{Nt_0}\right) - \frac{1}{N} d(w), \quad (2.7)$$

где  $d(w)$  – дельта-функция.



Спектр имеет линейчатый характер, а мощность  $i$ -й гармоники (исключая  $i=0$ ) равна

$$F\left(\frac{2pi}{Nt_0}\right) = \frac{N+1}{p^{2i^2}} \sin^2 \frac{pi}{N}.$$

### Основные свойства ЧКП

1. Класс нелинейных последовательностей значности  $N = 2^n$ ,  $n = 2, 3, \dots$ , описываемый выражением

$$A_j^n = \overline{\sum_{i=1}^{n-1} B_i \cdot B_{i+1} + \sum_{i=1}^n x_i^j \cdot B_i}, \quad (2.8)$$

где  $A_j^n = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  – запись одиночной ЧКП длительности  $T_c = Nt_0$  порядка  $n$  номера  $j$ , символы которой  $a_i \in \{0, 1\}$ ,  $B_i$  – функция Радемахера, определяемая на длительности  $T_c$  с номером  $i$ ,

$x_i^j \in \{0, 1\}$  – значение  $i$ -го разряда номера последовательности  $j$ , представленного в  $n$ -разрядном двоичном виде. Суммирование осуществляется по модулю 2, а умножение – логическое.

2. Количество ЧКП одной значности  $Z = N$ , и каждой из них в семействе присваивается номер от 0 до  $N-1$ . По  $n$ -разрядному двоичному номеру ЧКП формируется последовательность по следующему алгоритму:

если первый разряд двоичного номера – 0, то записываются два символа 11;

если первый разряд двоичного номера – 1, то записываются два символа 10;

для всех последующих разрядов двоичного номера, начиная со второго, нулю соответствует приписывание к исходной комбинации такой же по размеру комбинации, но отличающейся от исходной инвертированной второй половиной; а единица – инвертирование первой половины приписываемой комбинации.

3. Разность  $\Delta$  между количеством разных символов в ЧКП зависит от порядка  $n$  и определяется соотношением

$$\Delta = \begin{cases} 2^{\frac{n+1}{2}}, & \text{если } K \text{ – нечетное;} \\ 0 & \\ 2^{n/2}, & \text{если } K \text{ – четное.} \end{cases}$$

$\Delta = 0$  соответствуют последовательности, в двоичных номерах которых на нечетных позициях имеется нечетное количество 1.

4. Каждой ЧКП  $A_j^n$  соответствует парная  $A_i^n = \tilde{A}_j^n$ , причем  $|i - j| = 2^{n-1}$ . У парных последовательностей первые  $2^{n-1}$  символа совпадают, а следующие  $2^{n-1}$  – противоположны (или наоборот).

5. Каждой ЧКП  $A_j^n$  соответствует смежная  $A_i^n = A_{\tilde{j}}^n$ , причем  $|i - j| = 1$ . У смежных последовательностей символы, стоящие на нечетных позициях,

совпадают и не совпадают стоящие на четных позициях (или наоборот).

6. Любая ЧКП значности  $N$  получается из двух парных последовательностей значности  $N/2$  путем их присоединения или из двух смежных той же значности ( $N/2$ ) путем чередования их символов.

7. Граничные значения нормированной АКФ одиночной ЧКП определяются соотношением

$$r(t) = \begin{cases} 1 - \frac{|t|}{t_0} \left(1 \pm \frac{1}{N}\right), & 0 \leq |t| \leq t_0, \\ \leq \frac{2,5}{\sqrt{N}}, & |t| > t_0. \end{cases} \quad (2.9)$$

Причем решетчатая АКФ при четном сдвиге принимает нулевые значения.

8. Граничные значения нормированной АКФ периодической ЧКП в пределах одного периода определяются соотношением

$$r_n(t) = \begin{cases} 1 - \frac{|t|}{t_0}, & 0 \leq t \leq t_0; \\ 0, & t_0 \leq t \leq \frac{N}{4}t_0, \frac{3}{4}Nt_0 \leq t \leq (N-1)t_0; \\ \leq \frac{2,5}{\sqrt{N}}, & \frac{N}{4}t_0 \leq t \leq \frac{3}{4}Nt_0. \end{cases} \quad (2.10)$$

9. АКФ парных и смежных ЧКП имеют боковые остатки при одинаковых сдвигах, равные по абсолютной величине и противоположные по знаку:

$$r_{A_j^n}(t) + r_{\tilde{A}_j^n}(t) = \begin{cases} 2 \left(1 - \frac{|t|}{t_0}\right) & |t| \leq t_0, \\ 0, & |t| > t_0. \end{cases}$$

$$r_{A_j^n}(t) - r_{\tilde{A}_j^n}(t) = \begin{cases} 2 \left(1 - \frac{|t|}{t_0}\right) & |t| \leq t_0, \\ 0, & |t| > t_0. \end{cases}$$

Это свойство характерно для дополнительных последовательностей (серий), описанных Голеем [4]. Все свойства, присущие дополнительным последовательностям, справедливы и для семейства ЧКП.

10. Все ЧКП одной значности взаимно ортогональны.

11. Описание энергетического спектра одиночной ЧКП ничем не отличается от аналогичного описания М-последовательности. Энергетический спектр периодической ЧКП описывается выражением

$$F(f) = \frac{1}{N} \left( \frac{\sin pft_0}{pft_0} \right)^2 \left\{ 1 + \sum_{i=1}^{N/4} R_n \left[ \left( \frac{N}{4} + 2i - 1 \right) t_0 \right] \times \right. \quad (2.11)$$

$$\left. \times \cos \left[ 2pf \left( \frac{N}{4} + 2i - 1 \right) t_0 \right] \right\} \sum_{p=-\infty}^{\infty} d \left( 2pf - \frac{2pp}{Nt_0} \right)$$

## 2.2. Примеры решения задач

2.2.1. Сформировать М-последовательность значности  $N = 7$ . Убедиться в свойствах 2–5. Вычислить АКФ последовательности. Показать, что М-последовательность, сформированная вторым полиномом (дополняющим первый), имеет обратный порядок следования символов.

Порядок последовательности:  $7 = 2^n - 1$ , откуда  $n = 3$ . Общая запись генераторного полинома:

$$1 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3.$$

Так как количество коэффициентов  $c_i \neq 0$  должно быть четным, то только два полинома удовлетворяют этому требованию:

$$1 + x + x^3,$$

$$1 + x^2 + x^3.$$

Рекуррентная формула генерирования по первому полному имеет вид

$$a_i = a_{i-1} + a_{i-3}.$$

Следовательно, М-последовательность сформируется на основе 3-разрядного регистра сдвига с двумя выходами в цепи обратной связи.

Сформируем М-последовательность для начальной комбинации в регистре сдвига 111:

0 такт	111	
1 такт	011	1
2 такт	101	1
3 такт	010	1
4 такт	001	0
5 такт	100	1
6 такт	110	0
7 такт	111	0

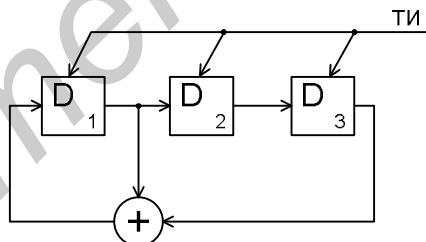


Рис. 2.1

Таким образом, с выхода регистра сдвига сформирована последовательность 1110100, у которой количество 1 на единицу больше количества 0 и присутствуют все трехзначные комбинации, кроме 000. Сложим по модулю 2 полученную последовательность с ее циклическим сдвигом вправо на 1 символ.

Полученная последовательность 1001110 отличается от первоначальной циклическим сдвигом вправо на 4 символа.

Вычислим АКФ сформированной последовательности:

	+	+	+	-	+	-	-
-	-	-	-	+	-	+	+
-		-	-	-	+	-	+
+			+	+	+	-	+
-				-	-	-	+
+					+	+	+
+						+	+
+							+
	-1	-2	-1	0	1	0	7

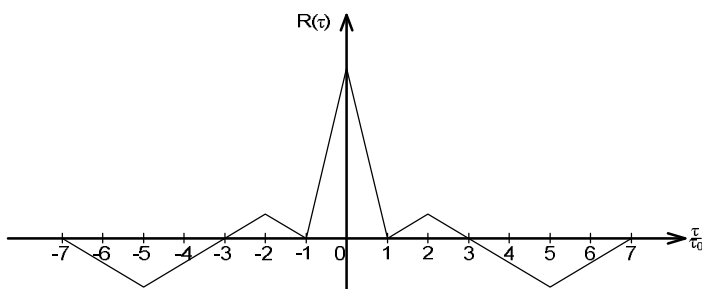


Рис. 2.2

На рис. 2.2 приведен график АКФ одиночной M-последовательности, сформированной по первому полиному с начальной комбинацией 111. Сформируем M-последовательность по второму полиному. Рекуррентная формула по второму полиному:

$$a_i = a_{i-2} + a_{i-3}.$$

0 такт	100	
1 такт	10	0
2 такт	101	0
3 такт	110	1
4 такт	111	0
5 такт	11	1
6 такт	1	1
7 такт	100	1

Возьмем начальную комбинацию 100, тогда сформированная последовательность имеет вид 0010111, которая отличается от первоначальной порядком следования символов.

2.2.2. Сформировать ЧКП  $A_0^3$ ,  $A_1^3$ ,  $A_4^3$ . Какова связь между этими последовательностями? Вычислить их АКФ. Определить коэффициенты корреляции между ними.

Формирование будем вести по двоичному представлению номера последовательности в соответствии со свойством 2.

$$A_0^3 \rightarrow j = 0 \rightarrow 000 \rightarrow 11101101.$$

$$A_1^3 \rightarrow j = 1 \rightarrow 001 \rightarrow 10111000.$$

$$A_4^3 \rightarrow j = 4 \rightarrow 100 \rightarrow 11100010.$$

Последовательности  $A_0^3$  и  $A_1^3$  – смежные, так как символы, стоящие на нечетных позициях, у них совпадают и противоположны на четных позициях (свойство 5).

Последовательности  $A_0^3$  и  $A_4^3$  – парные, так как первая половина символов у них совпадает и вторая половина противоположна (свойство 4). Вычислить АКФ ЧКП  $A_0^3$ .

	+	+	+	-	+	+	-	+
+	+	+	+	-	+	+	-	+
-	-	-	-	+	-	-	-	+
+		+	+	+	-	+	+	
-				-	-	-	-	+
+					+	+	+	
+						+	+	
+							+	
	1	0	1	0	3	0	1	8

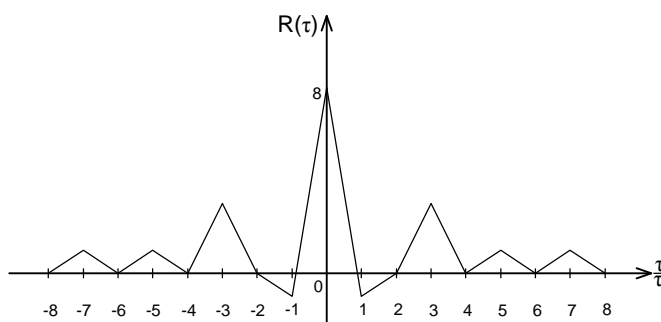


Рис. 2.3

В соответствии со свойством 9 АКФ ЧКП  $A_1^3$  и  $A_4^3$  отличаются от АКФ ЧКП  $A_0^3$  знаком боковых остатков (-10-10-3018). На основании свойства 10 коэффициенты взаимной корреляции:

$$r_{1,0} = r_{1,4} = r_{0,4} = 0.$$

2.2.3. На основе парных ЧКП  $A_2^3$  и  $A_6^3$  сформируйте возможные ЧКП значности  $N=16$  и присвойте им номера:

$$A_2^3 \rightarrow j = 2 \rightarrow 010 \rightarrow 11011110,$$

$$A_6^3 \rightarrow j = 6 \rightarrow 110 \rightarrow 11010010.$$

На основании свойства б, используя операцию присоединения, имеем

$$а) 1101111011010010 \rightarrow 0010 \rightarrow j = 2 \rightarrow A_2^4;$$

$$б) 1101001011011110 \rightarrow 0110 \rightarrow j = 6 \rightarrow A_6^4;$$

$$в) 1101111000101101 \rightarrow 1010 \rightarrow j = 10 \rightarrow A_{10}^4;$$

$$г) 1101001000100001 \rightarrow 1110 \rightarrow j = 14 \rightarrow A_{14}^4.$$

Из ЧКП  $A_2^3$  и  $A_6^3$  можно сформировать четыре ЧКП значности  $N=16$ , принимая дополнительно инвертирование каждой из исходных последовательностей.

### 2.3. Задачи для самостоятельной работы

2.3.1. Сформируйте М-последовательность значности  $N=15$ . Вычислите АКФ этой последовательности. Сколько существует разных М-последовательностей значности 15? Какой минимальный и максимальный коэффициенты взаимной корреляции между ними?

2.3.2. Можно ли на основе генератора М-последовательности значности  $N=15$  сформировать псевдослучайную последовательность значности  $N=14$ ? Если можно, то как?

2.3.3. На базе генератора М-последовательности сформируйте последовательность значности  $N=8$ . Вычислите её АКФ. Можно ли сформированную последовательность отнести к классу псевдослучайных?

2.3.4. Сформируйте ЧКП  $A_2^4$  и вычислите её АКФ. Вычислите АКФ периодической последовательности  $A_2^4$ . Сформируйте парную и смежную ЧКП данной. Какие номера они будут иметь?

2.3.5. По заданным ЧКП  $A_0^2$  и  $A_1^2$  сформируйте возможные ЧКП значности  $N=16$ . Сколько их будет? Присвойте им номера.

2.3.6. Применяя операцию присоединения, из ЧКП  $A_2^3$  и  $A_3^3$  сформируйте последовательность значности  $N=16$ . Относится ли полученная последовательность к классу ЧКП? Вычислите её АКФ и оцените максимальный нормированный уровень модуля бокового остатка.

2.3.7. Применяя операцию чередования, из ЧКП  $A_2^3$  и  $A_6^3$  сформируйте последовательность значности  $N=16$ . Относится ли полученная последовательность к классу ЧКП? Вычислите её АКФ и оцените максимальный нормированный уровень модуля бокового остатка.

## Тема 3. ПРОХОЖДЕНИЕ СИГНАЛОВ ЧЕРЕЗ КОРРЕЛЯЦИОННО-ФИЛЬТРОВЫЕ УЗЛЫ

### 3.1. Краткие теоретические сведения

В состав большинства устройств оптимальной обработки радиосигналов входят коррелятор (КР) или согласованный фильтр (СФ). КР и СФ максимизируют отношение сигнал/шум, если настроены (согласованы) на сигнал.

В структуре коррелятора (рис. 3.1) присутствует генератор опорного

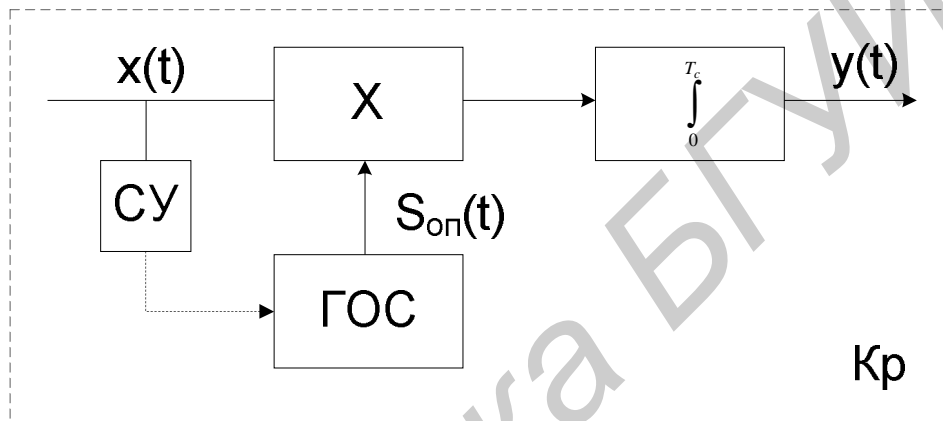


Рис. 3.1

сигнала (ГОС), формирующий опорный сигнал  $S_{on}(t)$ , являющийся копией входного полезного сигнала в смеси:

$$x(t) = S(t) + n(t), \quad 0 \leq t \leq T_c, \quad (3.1)$$

где  $S(t)$  – полезный сигнал;

$n(t)$  – шум (в частном случае белый с  $F_n(w) = N_0/2$ ).

Таким образом, с точностью до постоянного коэффициента  $C$   $S_{on}(t) = C \cdot S(t)$ .

Функция  $y(t)$  на выходе коррелятора:

$$y(t) = \int_0^t x(t_1) \cdot S_{on}(t_1) dt_1 = \int_0^t S(t_1) \cdot S_{on}(t_1) dt_1 + \int_0^t n(t_1) \cdot S_{on}(t_1) dt_1$$

к моменту времени  $T$  будет иметь максимальное значение:

$$y(T) = y_{\max} = CE_c + C \int_0^T n(t_1) \cdot S(t_1) dt_1 = y_c + y_n, \quad (3.2)$$

если сигнал  $S_{on}(t)$  и шум  $n(t)$  не коррелированы или слабо коррелированы.

$E_c$  – энергия сигнала  $S(t)$ . Мощность полезного сигнала  $y_c$  на выходе КР равна

$P_{y_c} = C^2 E_c^2$ . Мощность шумового компонента  $y_n$  можно определить, вы-

числив его дисперсию:

$$P_{y_n} = \sigma_{y_n}^2 = \langle y_n^2 \rangle - m_{y_n}^2,$$

$$m_{y_n} = \langle y_n \rangle = C \left\langle \int_0^{T_c} n(t_1) \cdot S(t_1) dt_1 \right\rangle = C \int_0^{T_c} \langle n(t) \rangle S(t) dt = 0; \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned}
S_{y_n}^2 &= C^2 \left\langle \int_0^{T_c} \int_0^{T_c} n(t_1) \cdot S(t_1) \cdot n(t_2) \cdot S(t_2) dt_1 dt_2 \right\rangle = \\
&= C^2 \int_0^{T_c} \int_0^{T_c} \langle n(t_1) \cdot n(t_2) \rangle \cdot S(t_1) \cdot S(t_2) dt_1 dt_2 = \\
&= C^2 \int_0^{T_c} \int_0^{T_c} \frac{N_0}{2} \cdot d(t_2 - t_1) S(t_1) \cdot S(t_2) dt_1 dt_2 = \\
&= \frac{C^2 N_0}{2} \int_0^{T_c} S^2(t) dt = \frac{C^2 N_0 E_c}{2}.
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Отношение сигнал/шум по мощности на выходе КР в момент  $T_c$  равно

$$q = \frac{P_{y_c}}{P_{y_n}} = \frac{C^2 E_c^2}{C^2 E_c \cdot N_0/2} = \frac{2E_c}{N_0}. \tag{3.5}$$

и даёт потенциальную оценку помехоустойчивости коррелятора, если обеспечивается с помощью синхронизирующего устройства (СУ) синхронизация по временному положению сигналов  $S(t)$  и  $S_{on}(t)$ .

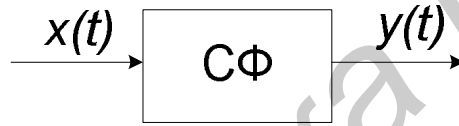


Рис. 3.2

Согласованный фильтр (рис. 3.2) как оптимальный линейный фильтр для сигнала  $S(t)$  характеризуется коэффициентом передачи  $K(j\omega)$  или импульсным откликом  $g(t)$ :

$$\begin{aligned}
K(j\omega) &= C \cdot S_c^*(j\omega) e^{-j\omega T}, \quad g(t) = C \cdot S(T-t), \\
S_c^*(j\omega) &= S_c(\omega) e^{-j\omega T}
\end{aligned} \tag{3.6}$$

функция, комплексно-сопряжённая со спектральной функцией сигнала  $S_c(j\omega)$ .

Функция  $y(t)$  на выходе СФ определяется как свёртка между входным процессом  $x(t)$  и импульсным откликом  $g(t)$ :

$$\begin{aligned}
y(t) &= \int_0^T g(t) X(t-t) dt = \\
&= \int_0^T g(t) \cdot S(t-t) dt + \int_0^T g(t) \cdot n(t-t) dt = \\
&= \int_0^T c \cdot S(T-t) \cdot S(t-t) dt + \int_0^T c \cdot S(T-t) \cdot n(t-t) dt = \\
&= cR_c(t-T) + cR_n(t-T) = y_c(t) + y_n(t).
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Полезная составляющая  $y_c(t)$  на выходе СФ с точностью до постоянного коэффициента  $C$  является АКФ сигнала  $S(t)$  и в момент времени  $t = T_c$  принимает максимальное значение

$$y(T_c) = y_{\max} = CE_c.$$

АКФ шумового компонента  $y_n(t)$ :

$$\begin{aligned}
r(t_1, t_2) &= \langle y_n(t_1) \cdot y_n(t_2) \rangle = \\
&= C^2 \int_0^{TT} \int_0^{TT} \langle n(t_1 - t_1) - n(t_2 - t_2) \rangle S(t - t_1) \cdot S(t - t_2) dt_1 dt_2 = \\
&= C^2 \frac{N_0}{2} R_c(t_2 - t_1).
\end{aligned} \tag{3.8}$$

При

$$\begin{aligned}
t_2 - t_1 = t = 0, \quad R_c(0) = E_c, \\
r(t_1, t_2) = S_{y_n}^2 = \frac{C^2 E_c N_0}{2}.
\end{aligned}$$

Следовательно, отношение сигнал/шум на выходе СФ для пикового значения полезного сигнала такое же, как и для коррелятора, т.е.  $q_{\max} = \frac{2E_c}{N_0}$ .

Если шум  $n(t)$  не белый, а произвольный гауссов со спектральной плотностью  $N(\omega)$ , то

$$q = \frac{1}{2p} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S_c(j\nu)|^2}{N(\nu)} d\nu. \tag{3.9}$$

### 3.2. Примеры решения задач

3.2.1. На вход КР и СФ поступает прямоугольный видеоимпульс с параметрами

$$S(t) = \begin{cases} A_0, & 0 \leq t \leq T_c; \\ 0, & 0 > t > T_c. \end{cases}$$

КР и СФ имеют следующие характеристики:  $S_{on}(t) = S(t)$ ;  $g(t) = S(T_c - t)$ .

Изобразить функцию  $y(t)$  на выходе КР и СФ. Описать параметры выходных сигналов.

Из условия задачи вытекает  $x(t) = S(t)$  (рис. 3.3, а), поэтому на выходе КР будем наблюдать процесс накопления в пределах времени  $T_c$  (рис. 3.3, б), а на выходе СФ – вычисление АКФ сигнала  $S(t)$  (рис. 3.3, в).

Для коррелятора:

$$y(t) = \begin{cases} A_0^2 T_c \left( 1 - \frac{|t - T_c|}{T_c} \right), & 0 \leq t \leq T_c, \\ A_0^2 T_c, & t > T_c. \end{cases}$$

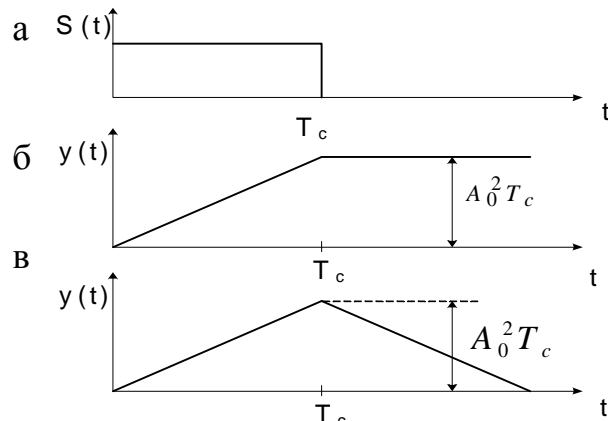


Рис. 3.3



Для согласованного фильтра:

$$y(t) = \begin{cases} A_0^2 T_c \left( 1 - \frac{|t - T_c|}{T_c} \right) & 0 \leq t \leq 2T_c, \\ 0, & t > 2T_c. \end{cases}$$

3.2.2. На вход КР и СФ поступает сложный сигнал вида

$$S(t) = \begin{cases} A_0, & 0 \leq t \leq T_1, \\ 0, & T_1 < t < 2T_1, \\ A_0/2, & 2T_1 \leq t \leq 4T_1, \\ 0, & t > 4T_1. \end{cases}$$

КР и СФ имеют следующие характеристики:  $S_{on}(t) = S(t)$ ;  $g(t) = S(T-t)$ , где  $T = 4T_1$ . Изобразить функции  $y(t)$  на выходе КР и СФ. Описать параметры выходных сигналов.

Как и в предыдущей задаче, для КР – накопление квадрата функции, для СФ – вычисление АКФ (рис. 3.4).

Для коррелятора:

$$y(t) = \begin{cases} A_0^2 T_c \left( 1 - \frac{|t - T_c|}{T_c} \right) & 0 \leq t \leq T_1, \\ A_0^2 T_1, & T_1 < t \leq 2T_1, \\ A_0^2 T_1 + \frac{A_0^2 T_1}{2} \left( 1 - \frac{|t - 4T_1|}{2T_1} \right) & 2T_1 \leq t \leq 4T_1, \\ A_0^2 T_1 \cdot 1,5, & t > 4T_1. \end{cases}$$

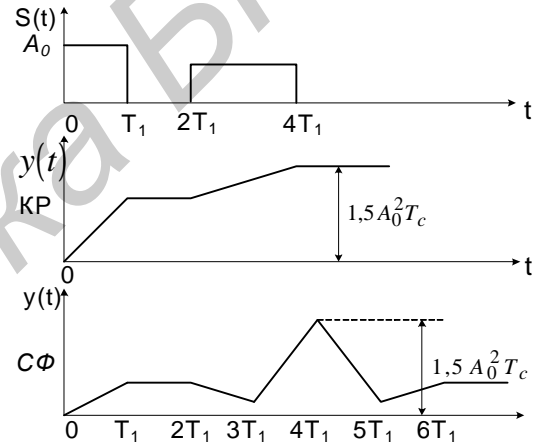


Рис. 3.4

Для согласованного фильтра:

$y = R_c(T-t)$ ,  $T = 4T_1$ , т.е. АКФ сигнала  $S(t)$ , которую можно вычислить через решётчатую функцию (см. рис. 3.4):

$$R(nT_1) = \sum_{i=1}^{N-n} a_i \cdot a_{i-n} = \sum_{i=1}^{4-n} a_i \cdot a_{i-n},$$

$$a_1 = A_0, a_2 = 0, a_3 = a_4 = 0,5A_0.$$

	$A_0$	$0$	$0,5A_0$	$0,5A_0$
$0,5A_0$	$0,5A_0^2$	$0$	$0,25A_0^2$	$0,25A_0^2$
$0,5A_0$		$0,5A_0^2$	$0$	$0,25A_0^2$
$0$			$0$	$0$
$A_0$				$A_0^2$
	$0,5A_0^2$	$0,5A_0^2$	$0,25A_0^2$	$1,5A_0^2$

$$y(t) = \begin{cases} \frac{A_0^2 T_1}{2} \left( 1 - \frac{|t - T_1|}{T_1} \right) & 0 \leq t \leq T_1, \\ \frac{A_0^2 T_1}{2}, & T_1 < t \leq 2T_1, \\ \frac{A_0^2 T_1}{2} \left( 1 - \frac{|t - 2T_1|}{T_1} \right) & 2T_1 \leq t \leq 3T_1, \\ \frac{A_0^2 T_1}{4} + \frac{5A_0^2 T_1}{4} \left( 1 - \frac{|t - 4T_1|}{T_1} \right) & 3T_1 \leq t \leq 4T_1. \end{cases}$$

### 3.3. Задачи для самостоятельной работы

3.3.1. На вход СФ поступает сигнал  $S(t)$ ,  $0 \leq t \leq T$ . Импульсный отклик фильтра  $g(t) = S(T - t)$ . Нарисовать форму сигнала на выходе СФ, если  $S(t)$  – М-последовательность с генераторным полиномом  $x^3 + x + 1$  и начальной комбинацией – все единицы. Символы последовательности принимают значения  $\pm 1$ .

3.3.2. На вход КР поступает сигнал  $S_1(t)$ ,  $0 \leq t \leq T$ . Опорный сигнал коррелятора  $S_{on}(t) = S_2(t)$ ,  $0 \leq t \leq T$ . Нарисовать форму сигнала на выходе КР, если  $S_1(t)$  – М-последовательность с генераторным полиномом  $x^3 + x + 1$ ,  $S_2(t)$  – М-последовательность с генераторным полиномом  $x^3 + x^2 + 1$ , начальные комбинации сигналов  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$  одинаковые. Символы М-последовательностей принимают значения  $\pm 1$ .

3.3.3. На вход СФ поступает сигнал  $S_1(t)$ ,  $0 \leq t \leq T$ . Импульсный отклик фильтра  $g(t) = S_2(T - t)$ ,  $S_2(t)$  – сигнал, наблюдаемый на интервале  $0 \leq t \leq T$ . Нарисовать форму сигнала на выходе СФ, если  $S_1(t)$  – М-последовательность с генераторным полиномом  $x^3 + x + 1$ ,  $S_2(t)$  – М-последовательность с генераторным полиномом  $x^3 + x^2 + 1$ , начальные комбинации сигналов  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$  одинаковые. Символы М-последовательностей принимают значения  $\pm 1$ .

3.3.4. На вход СФ поступает смесь  $S_1(t) + S_2(t)$ ,  $0 \leq t \leq T$ . Импульсный отклик фильтра  $g(t) = S_2(T - t)$ . Нарисовать форму сигнала на выходе СФ, если  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$  – четверично-кодированные видеопоследовательности соответственно  $A_0^3$  и  $A_1^3$ . Символы видеопоследовательностей принимают значения  $\pm 1$ .

3.3.5. На вход КР поступает смесь  $S_1(t) + S_2(t)$ ,  $0 \leq t \leq T$ . Опорный сигнал коррелятора  $S_{on}(t) = S_2(t)$ . Нарисовать форму сигнала на выходе КР, если  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$  – четверично-кодированные видеопоследовательности соответственно  $A_0^3$  и  $A_1^3$ . Символы видеопоследовательностей принимают значения  $\pm 1$ .

3.3.6. На вход КР поступает смесь  $S_1(t) + S_2(t)$ ,  $0 \leq t \leq T$ . Опорный сигнал коррелятора  $S_{on}(t) = S_2(t)$ ,  $0 \leq t \leq T$ . Нарисовать форму сигнала на выходе КР, если  $S_1(t)$ ,  $S_2(t)$  и  $S_3(t)$  – четверично-кодированные видеопоследовательности соответственно  $A_0^3$ ,  $A_1^3$  и  $A_4^3$ . Символы видеопоследовательностей принимают значения  $\pm 1$ .

3.3.7. На вход СФ поступает смесь  $S_1(t) + S_2(t)$ ,  $0 \leq t \leq T$ . Импульсный отклик фильтра  $g(t) = S_3(T - t)$ ,  $S_3(t)$  – сигнал, наблюдаемый на интервале  $0 \leq t \leq T$ . Нарисовать форму сигнала на выходе СФ, если  $S_1(t)$ ,  $S_2(t)$  и  $S_3(t)$  – четверично-кодированные видеопоследовательности соответственно  $A_0^3$ ,  $A_1^3$  и  $A_4^3$ . Символы видеопоследовательностей принимают значения  $\pm 1$ .

## Тема 4. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИСКРЕТНЫХ СООБЩЕНИЙ

### 4.1. Краткие теоретические сведения

Если  $m$  – объём алфавита источника дискретных сообщений, то совокупность элементарных сообщений (символов)  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$  – алфавит источника. Априорная вероятность появления символа  $x_i$  при независимости его от предыдущих –  $P(x) = P_i$ . В общем случае априорная вероятность появления  $x_i$  будет условной:  $P(x_i/x_j, x_k, x_l, \dots)$ , где  $x_j, x_k, x_l, \dots$  – символы, сформированные источником до символа  $x_i$ .

Количество информации, которое несёт символ  $x_i$ , определяется формулой

$$I(x_i) = k \cdot \ln P(x_i).$$

Масштабный коэффициент  $k$  зависит от выбора единицы измерения количества информации. Если единица количества информации выбирается двоичной, то  $k = -1/\ln 2$  и соответственно

$$I(x_i) = -\log P(x_i) \text{ (бит)}. \quad (4.1)$$

Основные информационные свойства дискретных сообщений:

1. Свойство аддитивности:

$$I(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_q}) = -\sum_{n=1}^q \log P(x_{i_n}) \quad (4.2)$$

где  $q$  – количество символов  $x_i$  в сообщении, а  $i_v$  принимает одно из значений в пределах от 1 до  $m$ .

2. Среднее количество информации, приходящейся на один символ источника, при условном характере априорной вероятности:

$$I_m(X) = -\sum_{i_1=1}^m \dots \sum_{i_q=1}^m P(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_q}) \log P\left(\frac{x_{i_q}}{x_{i_1}, \dots, x_{i_q}}\right) \quad (4.3)$$

3. Среднее количество информации, приходящейся на один символ источника сообщений, при зависимости вероятности появления очередного символа  $x_i$  только от вероятности появления предыдущего символа  $x_j$ :

$$I_2(X) = -\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m P(x_j) P\left(\frac{x_i}{x_j}\right) \log P\left(\frac{x_i}{x_j}\right) \quad (4.4)$$

4. Среднее количество информации, приходящейся на один символ, при независимости символов источника сообщений

$$I_1(X) = -\sum_{i=1}^m P(x_i) \log P(x_i) = H(X). \quad (4.5)$$

является определением энтропии источника дискретных сообщений.

5. Максимальная энтропия источника имеет место при независимости и равновероятности символов сообщения ( $P(x_i)=1/m$ ):

$$H_{\max}(X) = \log m. \quad (4.6)$$

6. Коэффициент избыточности:

$$r_u = 1 - \frac{H_n(X)}{H_{\max}(X)} = 1 - \frac{H_n(X)}{\log m}, \quad (4.7)$$

где  $n = \overline{1, m}$  и  $\frac{H_n(x)}{\log m} = c$  – относительная скорость передачи информации, характеризующая возможность оптимизации скорости передаваемой информации.

Устранение избыточности позволяет сократить объем сообщения, а следовательно, повысить скорость передачи информации.

В канале с помехой передаваемая информация частично искажается.

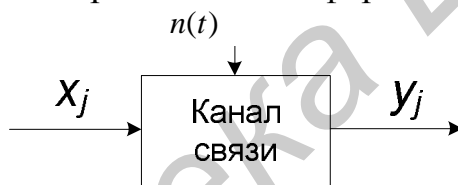


Рис. 4.1

Как показано на рис. 4.1, передаваемое сообщение  $\{x_i\}, i = \overline{1, m}$  под влиянием помехи  $n(t)$  на выходе канала связи преобразуется в сообщение  $\{y_j\}, j = \overline{1, m'}$ . Если дискретный стационарный канал без памяти, то  $m=m'$  и длительность символов  $\tau$  на выходе и входе канала одинакова. Тогда скорость передачи информации как среднее количество информации, получаемое в единицу времени, определяется выражением

$$R = F \cdot I(X; Y), \quad (4.8)$$

где  $F=1/\tau$  – частота посылки символов, а  $I(X; Y)$  – среднее количество взаимной информации в множестве символов  $X=\{x_i\}$  относительно символов  $Y=\{y_j\}$ :

$$I(X; Y) = H(X) + H(X/Y) = H(Y) + H(Y/X). \quad (4.9)$$

В (4.9)  $H(X/Y)$  – условная энтропия множества символов  $X$  при данном множестве  $Y$ , определяющая среднее количество потерянной информации из-за влияния помех;  $H(X/Y)$  – условная энтропия множества символов  $Y$  при данном множестве  $X$ , определяющая шумовую энтропию;  $H(Y)$  – энтропия множества символов  $Y$ :

$$H(Y/X) = -\sum_{i=1}^m P(x_i) \sum_{j=1}^m P\left(\frac{y_j}{x_i}\right) \log P\left(\frac{y_j}{x_i}\right) \quad (4.10)$$

$$H(Y) = -\sum_{i=1}^m P(y_j) \log P(y_j), \quad (4.11)$$

$$P(y_j) = \sum_{i=1}^m P(x_i, y_j) = \sum_{i=1}^m P(x_i) P\left(\frac{y_j}{x_i}\right) \quad (4.12)$$

где 
$$P\left(\frac{y_j}{x_i}\right) = \begin{cases} P_{ou}, & i \neq j, \\ 1 - P_{ou}, & i = j. \end{cases} \quad (4.13)$$

$P_{ou}$  – вероятность ошибки воспроизведения символа  $x_i$ .

Исходя из (4.8), (4.9), скорость передачи информации определяется формулой

$$R = F[H(Y) - H(Y/X)] \text{ (бит/с)}. \quad (4.14)$$

Пропускная способность дискретного канала связи определяется следующим выражением:

$$C = F_k [H_{\max}(X) - H(X/Y)] = F_k [H_{\max}(Y) - H(Y/X)], \quad (4.15)$$

где  $F_k \geq F$ .

В каналах без помех  $H(Y/X)=0$ .

## 4.2. Примеры решения задач

4.2.1. По двоичному симметричному каналу связи с помехой передаются сигналы  $x_1$  и  $x_2$  с априорными вероятностями  $P(x_1) = 3/4$  и  $P(x_2) = 1/4$ . Из-за наличия помех вероятность правильного приёма каждого из сигналов уменьшилась до  $7/8$ . Считая длительность каждого сигнала  $\tau = 1$  мс, определить:  $H(x)$ ,  $H(x)_{\max}$ ,  $\rho_u$ ,  $I(X;Y)$ ,  $R$ ,  $C$ .

В соответствии с (4.5) имеем

$$H(x) = -\frac{3}{4} \log \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \log \frac{1}{4} = 0,315 + 0,5 = 0,815 \text{ бит.}$$

Максимальная энтропия (4.6):

$$H(x)_{\max} = \log 2 = 1 \text{ бит.}$$

Коэффициент избыточности (4.7):

$$r_u = 1 - \frac{0,815}{1} = 0,185.$$

Среднее количество взаимной информации (4.10) получим, вычислив

$$I(X;Y) = H(Y) - H(Y/X),$$

$$H(Y) = -\sum_{i=1}^2 P(y_j) \log P(y_j),$$

$$H(Y/X) = -\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 P(x_i) P\left(\frac{y_j}{x_i}\right) \log P\left(\frac{y_j}{x_i}\right)$$

$$P(y_1) = P(x_1) \cdot P\left(\frac{y_1}{x_1}\right) + P(x_2) \cdot P\left(\frac{y_1}{x_2}\right)$$

$$P(y_2) = P(x_1) \cdot P\left(\frac{y_2}{x_1}\right) + P(x_2) \cdot P\left(\frac{y_2}{x_2}\right)$$

В соответствии с (4.13) имеем

$$P\left(\frac{y_j}{x_i}\right) = \begin{cases} 7/8, & i = j, \\ 1/8, & i \neq j. \end{cases}$$

Таким образом,

$$P(y_1) = 3/4 \cdot 7/8 + 1/4 \cdot 1/8 = 11/16,$$

$$P(y_2) = 3/4 \cdot 1/8 + 1/4 \cdot 7/8 = 5/16.$$

$$H(Y) = -11/16 \log 11/16 - 5/16 \log 5/16 \approx 0,89,$$

$$\begin{aligned} H(Y/X) &= -P(x_1) \left[ P\left(\frac{y_1}{x_1}\right) \log P\left(\frac{y_1}{x_1}\right) + P\left(\frac{y_2}{x_1}\right) \log P\left(\frac{y_2}{x_1}\right) \right] - \\ &\quad - P(x_2) \left[ P\left(\frac{y_1}{x_2}\right) \log P\left(\frac{y_1}{x_2}\right) + P\left(\frac{y_2}{x_2}\right) \log P\left(\frac{y_2}{x_2}\right) \right] = \\ &= -P\left(\frac{y_1}{x_1}\right) \log P\left(\frac{y_1}{x_1}\right) - P\left(\frac{y_1}{x_2}\right) \log P\left(\frac{y_1}{x_2}\right) = \\ &= -7/8 \log 7/8 - 1/8 \log 1/8 \approx 0,55. \end{aligned}$$

Скорость передачи информации из (4.14):

$$R = 1/10^{-3} [0,89 - 0,55] = 340 \text{ бит/с.}$$

Пропускная способность канала связи:

$$C \geq 1/10^3 [1 - 0,55] = 450 \text{ бит/с.}$$

4.2.2. Алфавит сообщения состоит из двух букв:  $X_1$  ( $P(x_1)=3/4$ ) и  $X_2$  ( $P(x_2)=1/4$ ). Определить энтропию источника и коэффициент избыточности, если условная вероятность  $P(x_j/x_i)$  появления  $j$ -й буквы после  $i$ -й задана в табл. 4.1.

Таблица 4.1

$i \backslash j$	$x_1$	$x_2$	$P\left(\frac{x_j}{x_i}\right)$
$x_1$	0,2	0,8	
$x_2$	0,6	0,4	

С учётом априорных вероятностей и выражений (4.4) и (4.5) имеем

$$H(x) = \frac{I_2(x) + I_1(x)}{2},$$

$$\text{где } I_2(x) = -\frac{3}{4} [0,2 \log 0,2 + 0,8 \log 0,8] - \frac{1}{4} [0,6 \log 0,6 + 0,4 \log 0,4] \approx$$

$$\approx 0,54 + 0,24 = 0,78 \text{ бит;}$$

$$I_1(x) = -\frac{3}{4} \log \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \log \frac{1}{4} = 0,815 \text{ бит;}$$

$$H(x) = \frac{0,78 + 0,815}{2} \approx 0,797 \text{ бит, } r_u = 1 - \frac{0,797}{1} = 0,203.$$

### 4.3. Задачи для самостоятельной работы

4.3.1. Источник информации вырабатывает ансамбль символов  $X = \{x_i\}$ ,  $i = \overline{1,4}$  с вероятностями  $P(x_1)=0,2$ ,  $P(x_2)=0,3$ ,  $P(x_3)=0,4$ ,  $P(x_4)=0,1$ . Корреляционные связи между символами отсутствуют. Вычислить энтропию источ-

ника, максимальную энтропию и коэффициент избыточности.

4.3.2. Алфавит сообщения состоит из четырёх букв:  $X_1, X_2, X_3, X_4$ , вероятности появления которых  $P(x_1)=0,5, P(x_2)=0,25, P(x_3)=P(x_4)=0,125$ . Условная вероятность  $P(x_j/x_i)$  появлений  $j$ -й буквы после  $i$ -й задана в табл. 4.2.

Таблица 4.2

$X_i \backslash X_j$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$P(\frac{x_j}{x_i})$
$x_1$	0	0,2	0,4	0,4	
$x_2$	0,2	0,2	0,3	0,3	
$x_3$	0,25	0	0,25	0,5	
$x_4$	0,2	0,4	0,4	0	

Найти избыточность  $\rho_{u1}$  источника сообщений при статистической независимости букв и избыточности  $\rho_{u2}$  с учётом зависимости между буквами.

4.3.3. По каналу телекодовой связи передаются пять команд:  $X = \{x_i\}, i = \overline{1,5}$  с вероятностями  $P(x_1)=0,3, P(x_2)=0,1, P(x_3)=0,25, P(x_4)=0,2, P(x_5)=0,15$ . Определить среднее количество информации, приходящейся на одну команду.

4.3.4. Найти максимальную энтропию чёрно-белого изображения с двумя градациями яркости, содержащего  $5 \cdot 10^5$  независимых элементов.

4.3.5. Вероятность появления события  $A$  при одном испытании равно  $P$ . Испытания повторяются до первого появления события  $A$ . Найти энтропию числа испытаний  $X$  и выяснить характер зависимости энтропии с изменением  $P$ .

4.3.6. Ансамбли событий  $X$  и  $Y$  объединены, причём вероятности совместных событий равны:  $P(x_1, y_1)=0,1, P(x_1, y_2)=0,25, P(x_2, y_1)=0,2, P(x_3, y_1)=0,3, P(x_1, y_2)=0,15, P(x_2, y_2)=0$ . Определить: а) энтропию ансамблей  $X$  и  $Y$ , б) условные энтропии ансамблей.

4.3.7. Ансамбль сообщений состоит из двух букв  $X_1$  и  $X_2$ , вероятности появления которых  $P(x_1)=0,89, P(x_2)=0,11$ . Определить среднее число символов кода, приходящихся на одну букву, если кодирование осуществляется: а) по одной букве, б) по двум буквам, в) блоками по три буквы.

4.3.8. На вход канала связи без стирания с помехой поступает ансамбль сигналов  $X = \{x_i\}, i = \overline{1, N}$  с вероятностями  $P(x_i)$  и частотой посылки  $F = 1/\tau$ , где  $\tau$  – длительность сигналов. Вероятности перехода равны  $P(\frac{y_j}{x_i}) = (1 - P_0)$  при  $i = j$  и  $P(\frac{y_j}{x_i}) = \frac{P_0}{N - 1}$  при  $i \neq j$ , где  $P_0$  – вероятность ошибки.

Определить пропускную способность канала связи.

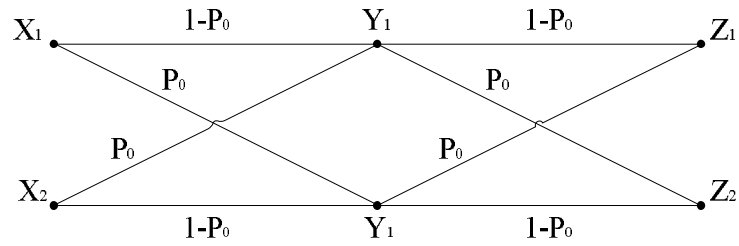


Рис. 4.2

4.3.9. По каналу связи, состоящему из передатчика ретранслятора и приемника (рис. 4.2), передаются равновероятные сигналы  $X_1$  и  $X_2$  с частотой следования  $F = 1/t$ , где  $t$  – длительность сигналов. Значения вероятностей перехода на участке передатчик–ретранслятор и ретранслятор–приемник указаны на рисунке. Вычислите пропускную способность канала связи. Какова скорость передачи информации? ( $t = 1$  мс,  $P_0 = 0,1$ ).

## Тема 5. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕПРЕРЫВНЫХ СООБЩЕНИЙ

### 5.1. Краткие теоретические сведения

Источник непрерывных сообщений характеризуется тем, что в каждый момент времени  $t$  сообщение  $x(t)$  может принимать бесконечное множество значений с бесконечно малой вероятностью каждого из них, и если бы сообщение могло передаваться абсолютно точно без искажений, оно несло бы бесконечное количество информации. Однако на практике при передаче информации всегда имеют место искажения и количество информации, содержащееся в принятом непрерывном сообщении, определяется разностью значений энтропий сообщения до и после получения информации. Эта разность является конечной величиной.

Пусть  $x(t)$  – реализация непрерывного сообщения на входе канала связи,  $y(t)$  – реализация выходного сообщения;  $P_1(x)$  – одномерная плотность вероятности входных сообщений,  $P_1(x/y)$  – условная плотность вероятности  $X$  при известном  $Y$  (апостериорная вероятность);  $P_1(y/x)$  – условная плотность вероятности  $y$  при известном  $x$ ,  $P_2(x,y)$  – совместная плотность вероятности. Тогда будут иметь место следующие выражения:

1. Энтропия источника непрерывных сообщений:

$$I(X) = - \int_{-\infty}^{\infty} P_1(x) \log P_1(x) dx - \log \Delta x, \quad (5.1)$$

где  $\Delta x$  – интервал квантования (точность измерения).

2. Дифференциальная энтропия источника непрерывных сообщений

$$h(x) = \int_{-\infty}^{\infty} P_1(x) \log P_1(x) dx, \quad (5.2)$$



определяющая количество информации в битах, приходящейся в среднем на один отсчёт.

3. Максимальная дифференциальная энтропия источника непрерывных сообщений:

$$h(x)_{\max} = \log \sqrt{2pe} \cdot s, \quad (5.3)$$

которая имеет место при нормальной плотности распределения случайного процесса:

$$P_1(X) = \frac{1}{\sqrt{2ps^2}} \exp \left[ -\frac{(x-a)^2}{2s^2} \right], \quad (5.4)$$

где  $a$  – математическое ожидание случайной величины,

$\sigma^2$  – дисперсия этой величины,

$e$  – основание натурального логарифма.

4. Полная средняя взаимная информация:

$$I(X;Y) = h(X) - h(X/Y) = h(Y) - h(Y/X), \quad (5.5)$$

$$\text{где } h(Y) = - \int_{-\infty}^{\infty} P_1(y) \log P_1(y) dy - \quad (5.6)$$

дифференциальная энтропия сообщения  $y(t)$  на выходе канала связи;

$$h(Y/X) = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P_2(X,Y) \log P_1(y/x) dx dy - \quad (5.7)$$

дифференциальная условная энтропия, характеризующая действие шумового процесса.

5. Для аддитивной смеси  $y(t) = x(t) + n(t)$  при статической независимости нормальных процессов  $x(t)$  и помехи  $n(t)$ :

$$h(Y) = \frac{1}{2} \log [2pe(s_x^2 + s_n^2)], \quad (5.8)$$

$$h(Y/X) = \frac{1}{2} \log [2pes_n^2], \quad (5.9)$$

$$I(x; y) = \frac{1}{2} \log \left( 1 + \frac{s_x^2}{s_n^2} \right) \quad (5.10)$$

где  $s_x^2$  и  $s_n^2$  – соответственно дисперсии процессов  $x(t)$  и  $n(t)$ .

6. Пропускная способность канала связи для нормально распределённых сообщений и помехи:

$$C = 2F_k \cdot I(X;Y) = F_k \cdot \log \left[ 1 + \frac{s_x^2}{s_n^2} \right] \text{ бит/с}, \quad (5.11)$$

где  $F_k$  – полоса пропускания канала.

7. Пропускная способность канала связи при  $\frac{s_x^2}{s_n^2} \ll 1$ :

$$C \approx 1,44 \cdot \frac{s_x^2}{N_0} \text{ бит/с}, \quad (5.12)$$

где  $N_0$  – спектральная плотность аддитивной помехи.

8. Пропускная способность канала связи при спектральной плотности  $F(f)$  гауссовского сигнала  $x(t)$  и спектральной плотности  $N(f)$  аддитивной гауссовой помехи  $n(t)$  определяется

$$C = \int_{f_1}^{f_2} \log \left[ 1 + \frac{F(f)}{N(f)} \right] df, \quad (5.13)$$

где  $f_2 - f_1 = F_k$  – полоса пропускания канала.

9. Скорость передачи информации для гауссовского сигнала и аддитивной помехи:

$$R = F_{\text{эф}} \log \left[ 1 + \frac{S_x^2}{S_n^2} \right] \text{ бит/с}, \quad (5.14)$$

где  $F_{\text{эф}}$  – эффективная полоса частот, занимаемая информационным сигналом,  $S_n^2 = N_0 \cdot F_{\text{эф}}$ .

## 5.2. Примеры решения задач

5.2.1. Случайная величина  $x$  равномерно распределена между значениями  $a$  и  $b$ ,  $a > 0$ ,  $b > 0$ . Найти выражение для дифференциальной энтропии процесса.

Из условия задачи вытекает, что  $P(x) = \frac{1}{b-a}$ , и в соответствии с (5.6)

$$h(x) = - \int_a^b \frac{1}{b-a} \log \frac{1}{b-a} dx = \log(b-a) \text{ бит.}$$

5.2.2. По линии связи передаётся непрерывный амплитудно-модулированный сигнал  $x(t)$ , распределённый по нормальному закону с математическим ожиданием  $m_x=0$  и дисперсией  $s_x^2 = 8B^2$ . Определить энтропию  $I(x)$  сигнала при точности его измерения  $\Delta x = 0,2 \text{ В}$ .

В соответствии с выражением (5.1)

$$\begin{aligned} I(x) &= h(x) - \log \Delta x = \log \sqrt{2pe s_x^2} - \log \Delta x = \\ &= \log \frac{\sqrt{2pe s_x^2}}{\Delta x} = \log 58,56 \approx 5,87 \text{ бит.} \end{aligned}$$

5.2.3. На вход приёмного устройства действует колебание  $y(t)=x(t)+n(t)$ , где сигнал  $x(t)$  и помеха  $n(t)$  – независимые гауссовские случайные процессы с нулевым математическими ожиданиями и дисперсиями, равными соответственно  $s_x^2 = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ В}^2$  и  $s_n^2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ В}^2$ . Эффективная полоса частот, занимаемая сигналом,  $F_{\text{эф}}=1 \text{ мГц}$ . Определить полную среднюю взаимную информацию на входе приёмника и пропускную способность канала связи.

В соответствии с выражениями (5.5), (5.8), (5.9)

$$I(X;Y) = h(Y) - h(Y/X),$$

$$h(Y) = \log \sqrt{2peS_y^2}, \quad h(Y/X) = \log \sqrt{2peS_n^2},$$

$$S_y^2 = S_x^2 + S_n^2,$$

$$I(X;Y) = \frac{1}{2} \log \left[ \frac{S_x^2 + S_n^2}{S_n^2} \right] = \frac{1}{2} \log \left[ 1 + \frac{1,5 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-3}} \right] = \frac{1}{2} \log 4 = 1 \text{ бит.}$$

Пропускная способность канала связи:

$$C \geq 2F_{эф} \cdot I(X;Y) = 2 \cdot 10^6 \text{ бит/с.}$$

### 5.3. Задачи для самостоятельной работы

5.3.1. Информация передаётся посредством изменения амплитуды сигнала  $X$ , распределённой по нормальному закону с параметрами  $m_x=0$ ,  $S_x^2=16$ . Величина  $X$  измеряется регулирующим устройством с погрешностью  $z$ , не зависящей от амплитуды сигнала и также распределённой по нормальному закону с параметрами  $m_z=0$ ,  $S_z^2=9$ . Определить среднее количество информации  $I(X;Y)$  о величине  $X$ , заключённое в случайных результатах измерений  $Y=X+Z$ .

5.3.2. Информация передаётся с помощью ЧМ синусоидальных сигналов, рабочая частота которых изменяется с равной вероятностью от  $f_1=10$  МГц до  $f_2=50$  МГц. Определить энтропию  $I(F)$ , если точность измерения частоты  $\Delta f=2$  кГц.

5.3.3. Измерительное устройство вырабатывает временные интервалы, распределённые случайным образом в пределах от 100 до 500 мс. Как изменится энтропия случайной величины при изменении точности измерения с 1 мс до 1 мкс?

5.3.4. Плотность вероятности случайного процесса  $x(t)$  имеет вид  $P_I(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ ,  $x > 0$ . Найти дифференциальную энтропию величины  $X$ .

5.3.5. Найти дифференциальную энтропию случайной величины  $Y = A \sin \omega t$ , где  $t$  равномерно распределено в интервале от  $-P/\sqrt{V}$  до  $P/\sqrt{V}$ ,  $A$  и  $\omega$  – положительные постоянные.

5.3.6. Радиоприём осуществляется на две антенны, разнесённые в пространстве так, что сигналы  $x(t)$  и  $y(t)$  в ветвях статически независимы. Определить энтропию  $h(z)$  колебания  $z(t) = x(t) + y(t)$  на выходе суммирующего устройства, если  $x(t)$  и  $y(t)$  распределены по нормальному закону с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями  $S_x^2 = 16B^2$  и  $S_y^2 = 25B^2$ .

5.3.7. Определить полосу пропускания канала передачи телевизионного чёрно-белого изображения с  $5 \cdot 10^5$  элементами, 25 кадрами в секунду и 8 равномерными градациями яркости для отношения  $\frac{S_x^2}{S_n^2} = 15$  при условии, что изображение  $X$  может принимать наиболее хаотический вид – вид белого шума.

5.3.8. Сообщение  $x(t)$ , распределенное по нормальному закону, принимается на фоне аддитивного белого шума  $h(t)$ . Определить пропускную способность канала связи, если входное отношение сигнал/шум  $q_{вх}=0,1$ , полоса частот, отведённая радиоканалу,  $F_k=1$  МГц. Как изменится пропускная способность канала связи, если увеличить полосу частот радиоканала в 3 раза?

## Тема 6. КОГЕРЕНТНАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ В РС ПИ

### 6.1. Краткие теоретические сведения

Модель смеси на входе приемника:

$$x(t) = S_i(t) + n(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (6.1)$$

где  $S_i(t)$  – информационный сигнал,  $i = \overline{1, m}$ ,  $F_n(w) = N_0/2$  – спектральная плотность белого шума  $n(t)$ ,  $T$  – длительность сигнала ( $T_i = T$ ).

При побитной передаче цифровой информации:

бит 1 передается сигналом  $S_1(t)$  ( $i = 1$ );

бит 0 передается сигналом  $S_2(t)$  ( $i = 2$ ),  $m = 2$ .

При передаче цифровой информации по символам (блокам):

символ состоит из двух бит –  $m = 4$  (четыре сигнала переносчика),

символ состоит из трех бит –  $m = 8$  (восемь сигналов переносчиков),

символ состоит из  $k$  бит –  $m = 2^k$ .

Когерентная обработка сигналов может быть оптимальной и квазиоптимальной.

#### Оптимальная обработка

На рис. 6.1 приведена структурная схема фильтрового оптимального когерентного приемника цифровых сигналов для  $m = 2$ .

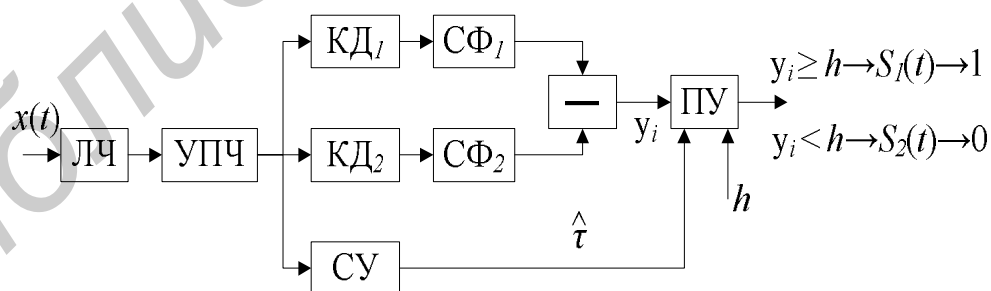


Рис. 6.1

ЛЧ – линейная часть приемника, УПЧ – усилитель промежуточной частоты, КД – когерентный детектор, СУ – синхронизирующее устройство, СФ – согласованный фильтр. СФ<sub>1</sub> имеет импульсный отклик  $g_1(t) = c \cdot S_{01}(T-t)$ , а СФ<sub>2</sub>  $g_2(t) = c \cdot S_{02}(T-t)$ , где  $S_{0i}(T-t)$  – зеркально отображаемая относительно времени  $T$  комплексная огибающая сигнала  $S_i(t)$ ,  $c$  – коэффициент ослабления.

Потенциальная помехоустойчивость (вероятность ошибочного приема) структуры (см. рис. 6.1) определяется следующим выражением [6]:

$$P_{ош} = P_1 \Phi\left(\frac{h - m_1}{s}\right) + P_2 \left[1 - \Phi\left(\frac{h - m_2}{s}\right)\right], \quad (6.2)$$

где  $P_1$  и  $P_2$  – вероятности появления сигналов  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$  соответственно,

порог  $h = \frac{(E_1 - E_2)}{2} + \frac{N_0}{2} \ln \frac{P_2}{P_1}$ , дисперсия случайной величины  $y_i$ :

$s^2 = N_0[(E_1 + E_2)/2 - R_{1,2}]$ , энергия сигнала  $S_1(t)$ :  $E_1 = \int_0^t S_1^2(t) dt$ , энергия сигнала

$S_2(t)$ :  $E_2 = \int_0^t S_2^2(t) dt$ ,  $R_{1,2} = \int_0^t S_1(t) S_2(t) dt$ ,  $m_1$  – матожидание случайной величины  $y_1$  (в смеси присутствует сигнал  $S_1(t)$ ,  $m_1 = \langle y_1 \rangle = E_1 - R_{1,2}$ ),  $m_2$  – матожидание случайной величины  $y_2$  (в смеси присутствует сигнал  $S_2(t)$ ,

$m_2 = \langle y_2 \rangle = -E_2 + R_{1,2}$ ),  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-x}^{\infty} \exp\left[-\frac{t^2}{2}\right] dt$  – интеграл вероятности.

Если  $P_1 = P_2 = 0,5$ ,  $E_1 = E_2 = E$ , то (6.2) примет вид

$$P_{ош} = 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{E(1 - r_{1,2})}{N_0}}\right), \quad (6.3)$$

где  $r_{1,2} = R_{1,2} / E$  – коэффициент взаимной корреляции сигналов  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$ .

Частные случаи:

амплитудная манипуляция с пассивной паузой

$$P_{ош_{АМн}} = 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{E}{2N_0}}\right), \quad (6.4)$$

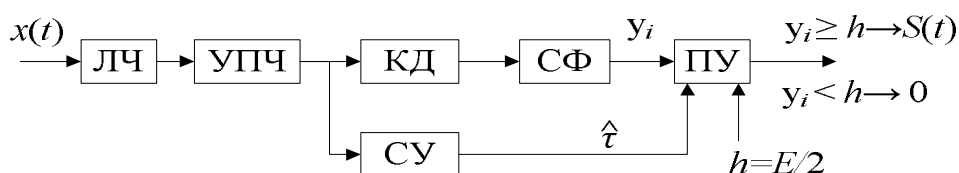
частотная манипуляция (сигналы ортогональные)

$$P_{ош_{ЧМн}} = 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{E}{N_0}}\right), \quad (6.5)$$

фазовая манипуляция (сигналы противоположны)

$$P_{ош_{ФМн}} = 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}}\right). \quad (6.6)$$

На рис. 6.2 приведены структурные схемы когерентных оптимальных приемников для сигналов с АМн (а), ЧМн (б), ФМн (в).



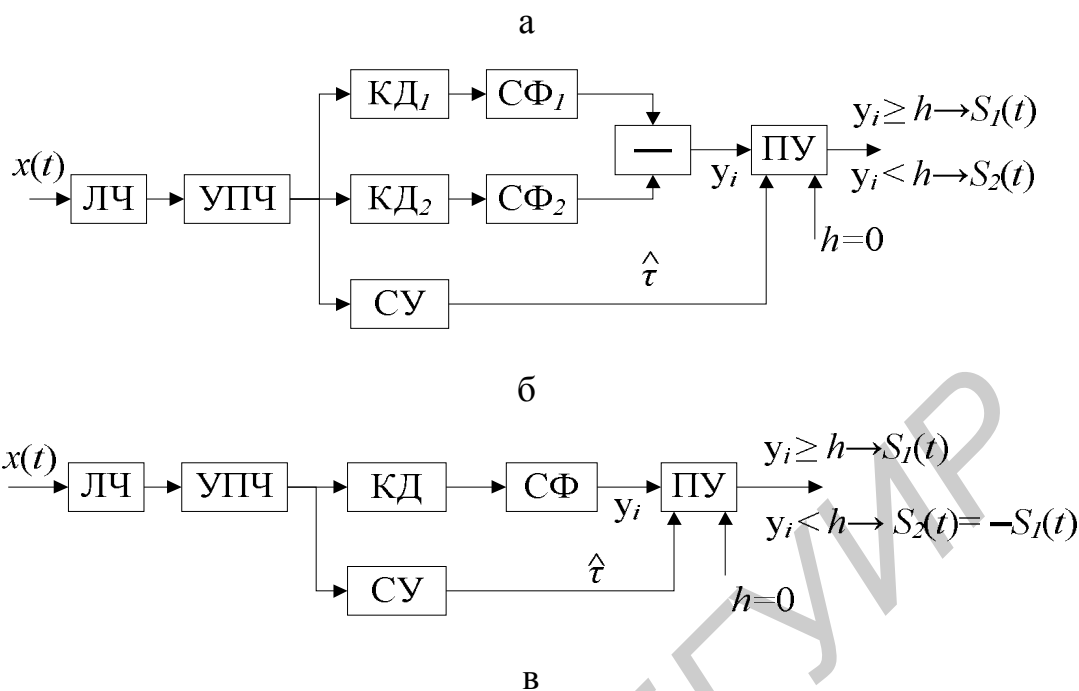


Рис. 6.2

Для случая  $m > 2$  на рис. 6.3 приведена обобщенная структурная схема когерентного оптимального приемника фильтрового типа.

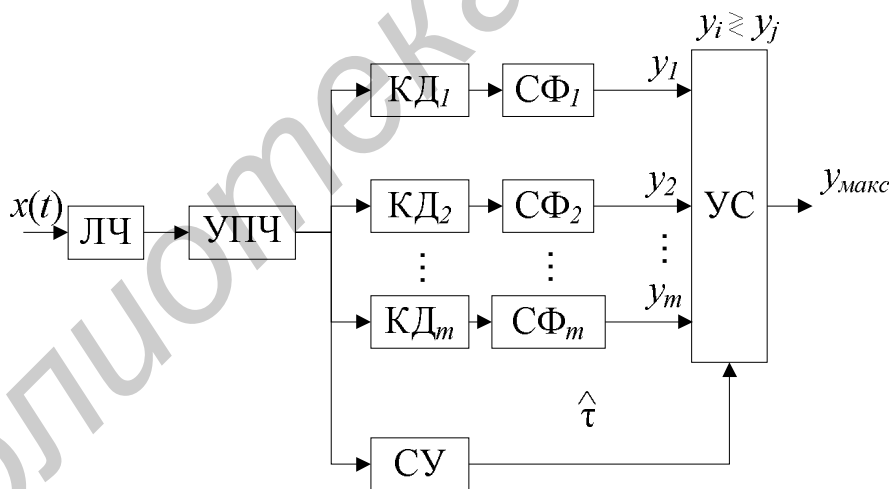


Рис. 6.3

В структуре на рис. 6.3 УС – устройство сравнения, СФ<sub>*i*</sub> соответствует  $g_i(t) = S_i(T-t)$  – каждый согласованный фильтр настроен на свой сигнал. Если принимаемые сигналы равновероятны,  $P_i = 1/m$ , энергии сигналов равны  $E_1 = E_2 = \dots = E_m = E$ , то вероятность ошибочного приема одного цифрового бита оценивается следующим выражением:

$$P_{ош} \cong \frac{(m-1)}{k} \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{\frac{E(1-r_{i,j})}{N_0}} \right) \right], \quad (6.7)$$

где  $r_{i,j} = \frac{1}{E} \int_0^T S_i(t) \cdot S_j(t) dt$  – коэффициент взаимной корреляции,  $i \neq j$ .

### Квазиоптимальная обработка

Когерентная квазиоптимальная обработка характерна для простых сигналов, и оптимизация осуществляется по эффективной полосе частот, занимаемых сигналами.

На рис. 6.4 приведена структурная схема когерентного квазиоптимального приемника для случая  $m = 2$ .

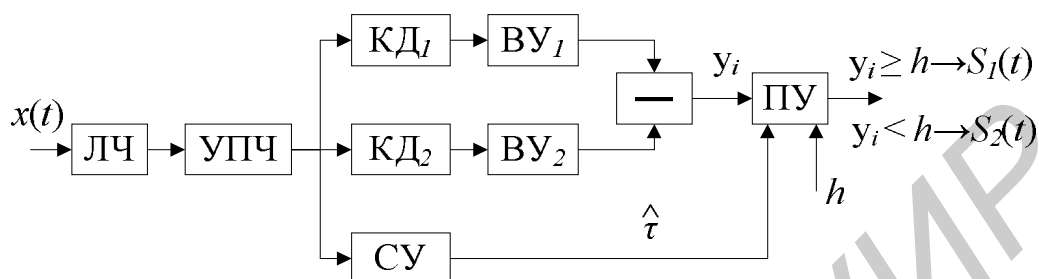


Рис. 6.4

В структуре на рис. 6.4 ВУ – видеоусилитель.

Потенциальная помехоустойчивость структурной схемы при равенстве априорных вероятностей и энергий сигналов определяется соотношением

$$P_{ош} \cong 1 - \Phi\left(\sqrt{q(1 - r_{1,2})}\right), \quad (6.8)$$

где  $q$  – отношение мощности полезного сигнала к мощности шума на входе приемника;  $r_{1,2}$  – коэффициент взаимной корреляции сигналов  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$ .

Частные случаи квазиоптимальных структурных схем для сигналов с АМн (а), ЧМн (б), ФМн (в) приведены на рис. 6.5.

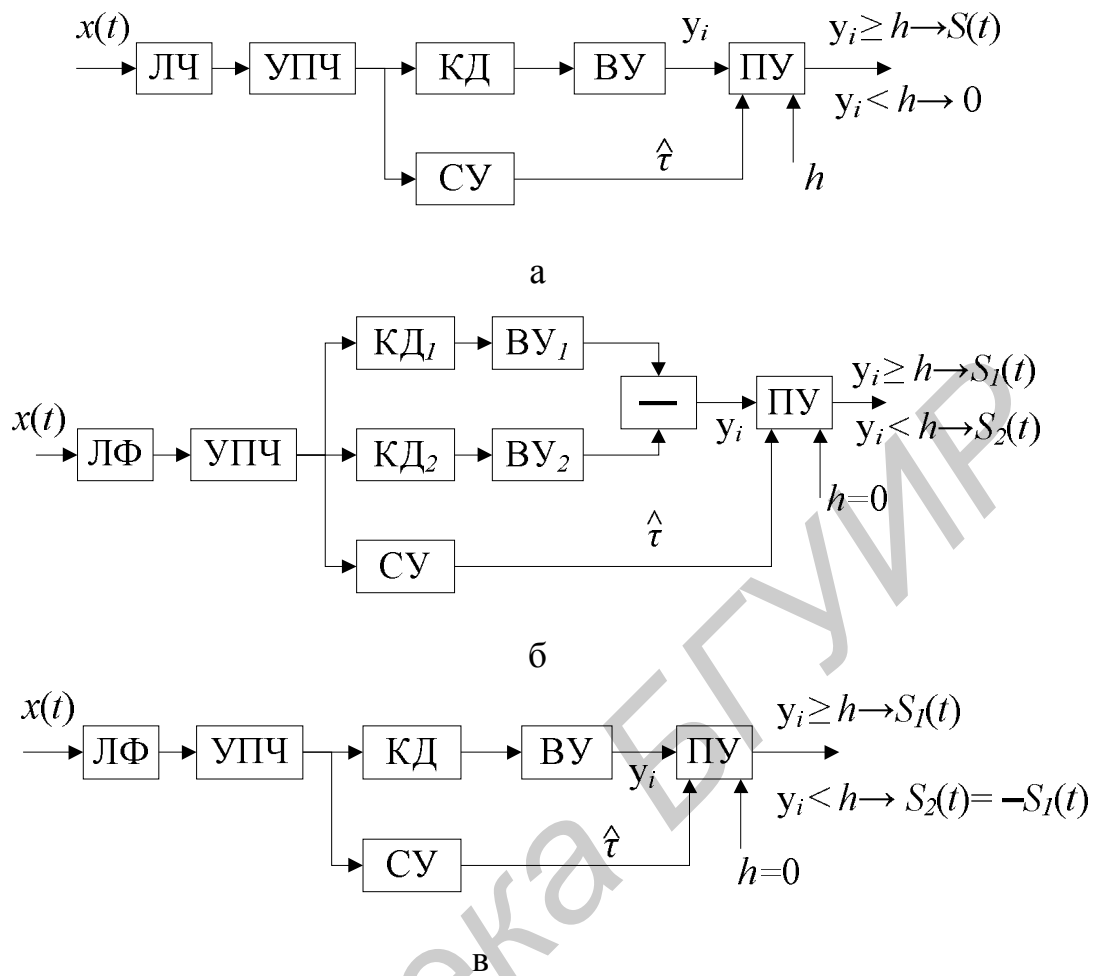


Рис. 6.5

Оценки потенциальной помехоустойчивости структур на рис. 6.5 следующие.

Для АМн с пассивной паузой

$$P_{ош} \cong 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{q}{2}}\right) \approx \frac{1}{\sqrt{pq}} \exp\left[-\frac{q}{4}\right]; \quad (6.9)$$

для ЧМн при  $(w_1 - w_2) \geq 2p/T$ , где  $w_1$  и  $w_2$  – несущие частоты сигналов  $S_i(t) = S_0(t) \cos(w_i t + j_0)$ :

$$P_{ош} \cong 1 - \Phi(\sqrt{q}) \approx \frac{1}{\sqrt{2pq}} \exp\left[-\frac{q}{2}\right]; \quad (6.10)$$

для ФМн,  $S_2(t) = -S_1(t)$ :

$$P_{ош} \cong 1 - \Phi(\sqrt{2q}) \approx \frac{1}{\sqrt{4pq}} \exp[-q]. \quad (6.11)$$

На рис. 6.6 приведена структурная схема когерентного квазиоптимального приемника для  $m > 2$ .



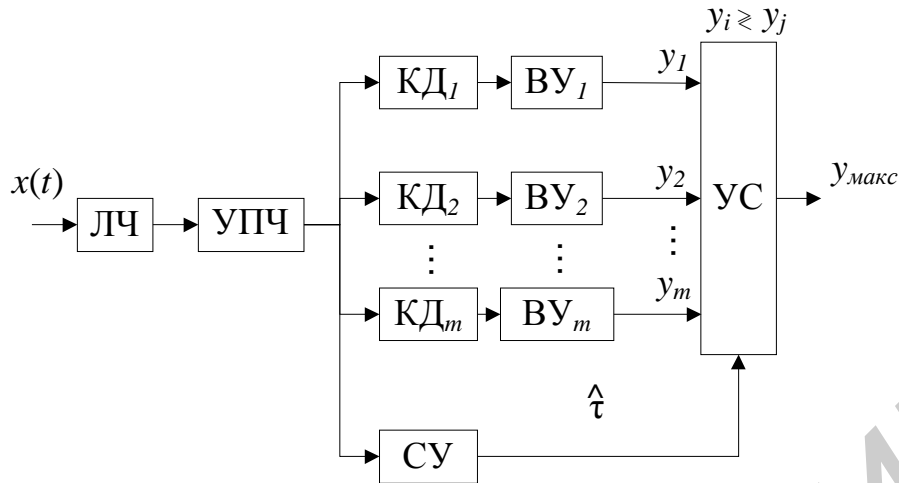


Рис. 6.6

Вероятность ошибочного приема одного цифрового бита структурной схемой рис. 6.6 определяется соотношением

$$P_{ош} \approx [(m-1)/k] [1 - \Phi(\sqrt{q(1-r_{i,j})})], \quad (6.12)$$

где  $r_{i,j}$  – коэффициент взаимной корреляции сигналов  $S_i(t)$  и  $S_j(t)$ .

Этот случай характерен для простых цифровых сигналов, разнесенных по несущим частотам  $\left( |w_i - w_j| \geq \frac{2p}{T} \right)$ .

Если  $\{S_i(t)\}$ ,  $i = \overline{1, m}$  – сложные сигналы с базой  $B$ , то обработка сигналов только оптимальная и  $\frac{E}{N_0} = \frac{\bar{P}_c T}{N_0} = \frac{\bar{P}_c B}{N_0 F_{эф}} = qB$ . Выражения для потенциальной помехоустойчивости структур таковы:

для  $m = 2$

$$P_{ош} = 1 - \Phi(\sqrt{q \cdot B(1-r_{1,2})}), \quad (6.13)$$

где  $r_{1,2}$  – коэффициент взаимной корреляции между сложными сигналами  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$ ,  $q$  – отношение сигнал/шум по мощности на входе приемника;

для  $m > 2$

$$P_{ош} \approx [(m-1)/k] [1 - \Phi(\sqrt{q \cdot B(1-r_{i,j})})]. \quad (6.14)$$

## 6.2. Примеры решения задач

6.2.1. На вход когерентного оптимального приемника поступает смесь  $x(t) = S_i(t) + n(t)$ ,  $0 \leq t \leq T$ ,  $n(t)$  – белый шум с  $F_n(w) = N_0/2$ ,

$$S_i(t) = \begin{cases} S_1(t) = A_0 \cos w_0 t, \\ S_2(t) = A_0 \cos(w_0 t + j). \end{cases}$$

Определить необходимое отношение сигнал/шум  $q$  на входе приемника, если  $j$  принимает следующие значения: а)  $j = p/3$ , б)  $j = p/2$ , в)  $j = p$ . Вероятность ошибочного приема  $P_{ош} \leq 10^{-3}$ . Нарисовать структурную схему приемника.

Считая априорные вероятности появления  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$  одинаковыми, имеем (6.3):

$$P_{ош} = 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{E(1-r_{1,2})}{N_0}}\right), \quad \text{где} \quad \frac{E}{N_0} = \frac{\bar{P}_c T}{N_0} = \frac{\bar{P}_c}{N_0 \cdot 1/T} = \frac{\bar{P}_c}{P_n} = q \quad - \quad \text{входное}$$

отношение сигнал/шум (сигналы простые цифровые). Отсюда, исходя из условий, получим  $10^{-3} = 1 - \Phi(\sqrt{q(1-r_{1,2})})$ ,  $0,999 = \Phi(\sqrt{q(1-r_{1,2})})$ .

Из таблицы интегралов вероятности (прил. 2) находим

$$\sqrt{q(1-r_{1,2})} = 3,1, \quad q = \frac{9,61}{1-r_{1,2}}.$$

Коэффициент взаимной корреляции, считая  $T \gg 2p/w_0$ , имеет значения

$$r_{1,2} = \frac{1}{E} \int_0^T S_0^2(t) \cdot \cos w_0 t \cdot \cos(w_0 t + j) dt = \cos j.$$

При  $j = p/3 \rightarrow \cos j = 0,5 = r_{1,2} \rightarrow$  случай а,

$j = p/2 \rightarrow \cos j = 0 = r_{1,2} \rightarrow$  случай б,

$j = p \rightarrow \cos j = -1 = r_{1,2} \rightarrow$  случай в.

Следовательно,

$$q_a = \frac{9,61}{1-0,5} = 19,22; \quad q_b = \frac{9,61}{1} = 9,61; \quad q_v = \frac{9,61}{2} = 4,8.$$

Для случая в структура приемника соответствует рис. 6.2, в. В других случаях отличие заключается в выборе порога  $h > 0$ .

6.2.2. На входе когерентного квазиоптимального приемника системы передачи цифровой информации обеспечивается отношение сигнал/шум по мощности  $q = 9$ . Для моделей равновероятных сигналов

$$\left. \begin{aligned} S_1(t) &= A_0 \cos(w_1 t + j) \rightarrow "1" \\ S_2(t) &= A_0 \cos(w_2 t + j) \rightarrow "0" \end{aligned} \right\} 0 \leq t \leq T, \quad |w_1 - w_2| = 2p/T, \quad w_i \gg 2p/T$$

вычислить вероятность ошибочного приема. Нарисовать структурную схему приемника.

Исходя из описаний сигналов, это простые цифровые сигналы с частотной манипуляцией, коэффициент взаимной корреляции которых  $r_{1,2} \approx 0$  (сигналы квазиортогональны). Следовательно, в соответствии с (6.10):

$$P_{ош} = 1 - \Phi(\sqrt{q}) = 1 - \Phi(\sqrt{9}) = 1 - 0,9986 \approx 1,4 \cdot 10^{-3}.$$

Этому приемнику соответствует структурная схема на рис. 6.5, б.

6.2.3. Когерентный оптимальный приемник системы передачи цифровой информации производит побитный прием с помощью сигналов  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$ .

Приемник обеспечивает  $P_{ош} \leq 10^{-4}$  при отношении сигнал/шум по мощности на его входе  $q = 1$ . Какими должны быть сигналы  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$ , чтобы удовлетворить указанным показателям? Нарисовать структурную схему приемника.

Для когерентного оптимального приемника справедливо следующее выражение (см. (6.3)):

$$P_{ош} = 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{E(1-r_{1,2})}{N_0}}\right).$$

Если сигналы  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$  – простые цифровые, то  $E/N_0 = q = 1$ , откуда  $10^{-4} = 1 - \Phi(\sqrt{1-r_{1,2}})$ ,  $0,9999 = \Phi(\sqrt{1-r_{1,2}})$ ,  $3,72 = \sqrt{1-r_{1,2}}$ ;  $r_{1,2} \cong -12,8$ .

Так как  $-1 \leq r_{1,2} < 1$ , то простые цифровые сигналы не удовлетворяют условиям задачи и необходимо применять сложные сигналы с базой  $B$ . В соответствии с (6.13) получим:

$$3,72 = \sqrt{B(1-r_{1,2})}, \quad r_{1,2} \cong 1 - \frac{13,8}{B}.$$

Для АМн с пассивной паузой  $B \geq 27,6$ ,

для ФМн и ортогональных сигналов  $B \geq 13,8$ ,

для ФМн и противоположных сигналов  $B \geq 6,8$ .

Целесообразно применить псевдослучайные сигналы с дискретной фазовой и инверсной информационной модуляциями, у которых модулирующая функция –  $M$ -последовательность значности  $N = 7$ . Структура приемника соответствует рис. 6.2, в.

### 6.3. Задачи для самостоятельной работы

6.3.1. Цифровая информация передается четырьмя сигналами  $S_1(t)$ ,  $S_2(t)$ ,  $S_3(t)$  и  $S_4(t)$ . Когерентный приемник обеспечивает прием этих сигналов на фоне белого шума с вероятностью ошибки  $P_{ош} \leq 10^{-4}$  при отношении сигнал/шум по мощности в полосе сигнала на входе  $q = 1$ . Какими должны быть сигналы  $S_1(t)$ ,  $S_2(t)$ ,  $S_3(t)$  и  $S_4(t)$ , чтобы удовлетворить указанным качественным показателям? Нарисовать структуру приемника.

6.3.2. С помощью двух сложных ортогональных сигналов  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$  с одинаковыми энергиями передается цифровая информация по радиоканалу с белым шумом. Когерентный приемник должен обеспечить  $P_{ош} \leq 10^{-3}$  при входном отношении сигнал/шум  $q = 0,1$ . Каковы базы сложных сигналов? Нарисовать стандартную схему приемника.

6.3.3. На вход когерентного приемника поступает смесь белого шума и одного из двух равновероятных сигналов  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$ . Определить необходимое отношение сигнал/шум по мощности ( $q$ ) в полосе сигнала на входе приемника, если вероятность ошибочного приема  $P_{ош} \leq 10^{-2}$  для моделей сигналов  $S_i(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + j_i)$ ,  $|j_1 - j_2| = p/3$ . Нарисовать структурную схему приемника.

6.3.4. С помощью двух сложных инверсных сигналов  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$  с одинаковыми энергиями априорными вероятностями передается цифровая информация. Когерентный приемник на фоне белого шума обеспечивает  $P_{ош} \leq 10^{-3}$ . Какое минимальное отношение сигнал/шум на входе приемника в полосе сигнала нужно обеспечить, если базы сигналов  $B_1 = B_2 = 64$ ?

6.3.5. Цифровая информация передается с помощью четырех ПС-сигналов с ДФМ ( $S_1(t), S_2(t), S_3(t), S_4(t)$ ). Сигналы ортогональны и равновероятны с базами  $B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = B = 32$ . Какое минимальное отношение сигнал/шум на входе когерентного оптимального приемника в полосе сигнала нужно обеспечить, если требуется на один бит цифровой информации  $P_{ош} \leq 10^{-4}$ ?

6.3.6. Исходя из условий задачи 6.3.5, определить минимально необходимое отношение сигнал/шум на входе когерентного приемника в полосе сигнала, если на один бит цифровой информации  $P_{ош} \leq 10^{-3}$ . Нарисовать структурную схему приемника.

6.3.7. Когерентный квазиоптимальный приемник с  $P_{ош} \leq 10^{-3}$  на один бит выделяет цифровую информацию, переданную с помощью восьми ортогональных простых цифровых сигналов  $\{S_i(t)\}, i = \overline{1,8}$ . Определить минимально возможное отношение сигнал/шум на входе приемника. Какой вид информационной манипуляции целесообразно использовать? Нарисовать структурную схему приемника.

6.3.8. Цифровая информация передается с помощью двух инверсных ПС-сигналов с ДФМ, равновероятных с равными энергиями. Когерентный приемник с  $P_{ош} \leq 10^{-4}$  при отношении сигнал/шум на входе  $q = 1$  выделяет цифровую информацию. Какова максимальная скорость передачи информации, если эффективная полоса частот канала  $F_{эф} = 1$  МГц?

## Тема 7. НЕКОГЕРЕНТНАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ В РС ПИ

### 7.1. Краткие теоретические сведения

Модель смеси на входе приемника:

$$x(t) = S_i(t, j_i) + n(t), 0 \leq t \leq T, \quad (7.1)$$

где  $S_i(t, j_i)$  – информационный сигнал с неизвестной начальной фазой,  $i = \overline{1, m}$ ,  $P(j_i) = t/2\pi$  – плотность распределения случайной фазы,  $F_n(w) = N_0/2$  – спектральная плотность белого шума  $n(t)$ ,  $T$  – длительность сигнала ( $T_i = T$ ).

При побитной передаче цифровой информации длительность сигнала равна длительности бита:

биту 1 соответствует сигнал  $S_1(t)$  ( $i = 1$ ),

биту 0 – сигнал  $S_2(t)$  ( $i = 2$ ).

При передаче цифровой информации по символам (символ состоит из  $k$  бит) количество информационных сигналов  $m = 2^k$ .

Некогерентная обработка сигналов, как и когерентная, может быть оптимальной и квазиоптимальной.

#### Оптимальная обработка

На рис. 7.1 приведена обобщенная структурная схема фильтрового оптимального некогерентного приемника цифровых сигналов для  $m = 2$ .

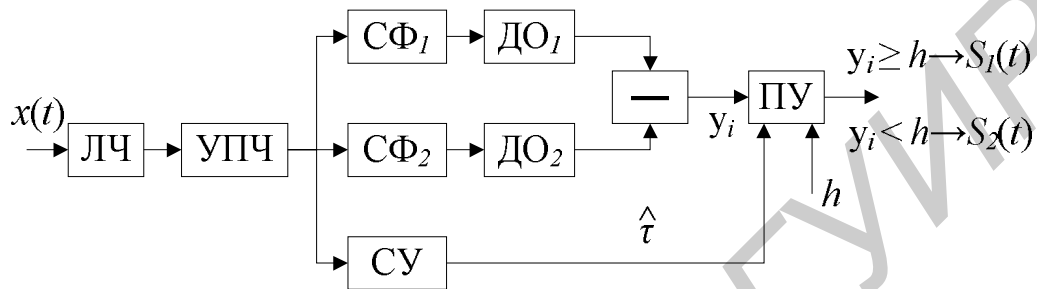


Рис. 7.1

На рис. 7.1 ЛЧ – линейная часть приемника, УПЧ – усилитель промежуточной частоты, ДО – линейный детектор огибающей, СУ – синхронизирующее устройство, СФ<sub>*i*</sub> – согласованный фильтр сигнала  $S_i(t)$ .

Импульсный отклик СФ<sub>1</sub> –  $g_1(t) = C \cdot S_1(T-t)$ ,

импульсный отклик СФ<sub>2</sub> –  $g_2(t) = C \cdot S_2(T-t)$ .

Для сигналов с одинаковыми энергиями и априорными вероятностями ( $P_1 = P_2 = 0,5$ ,  $E_1 = E_2 = E$ ) потенциальная ошибка выделения бита определяется соотношением [3].

$$P_{ош} = Q \left[ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2E}{N_0} (1 - \sqrt{1 - r_{1,2}^2})}; \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2E}{N_0} (1 + \sqrt{1 - r_{1,2}^2})} \right] - 0,5 \exp \left[ -0,25 \frac{2E}{N_0} \right] \cdot I_0 \left( 0,25 \frac{2E}{N_0} r_{1,2}^2 \right), \quad (7.2)$$

где  $Q[u, v] = \int_v^\infty x \exp \left( -\frac{x^2 + u^2}{2} \right) I_0(xu) dx$  – табулированная функция,  $I_0(z)$  – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

При  $r_{1,2} = 0$  (сигналы  $S_1(t, j_1)$  и  $S_2(t, j_2)$  ортогональны):

$$P_{ош} = 0,5 \exp \left[ -\frac{E}{2N_0} \right]. \quad (7.3)$$

Для АМн с пассивной паузой ( $S_2(t, j_2) = 0$ ):

$$P_{ош} = 0,5 \left[ 1 + \exp[-0,5h^2] - Q \left( \sqrt{\frac{2E}{N_0}}; h \right) \right], \quad (7.4)$$

где порог  $h$  находится из уравнения

$$I_0 \left( h \sqrt{\frac{2E}{N_0}} \right) = \exp \left( \frac{E}{N_0} \right),$$

и для  $P_{ош} \leq 10^{-3}$   $h = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2E}{N_0}}$ , а

$$P_{ош_{AMH}} = 0,5 \exp\left[-\frac{E}{4N_0}\right]. \quad (7.5)$$

Структурная схема, отражающая этот случай, приведена на рис. 7.2.

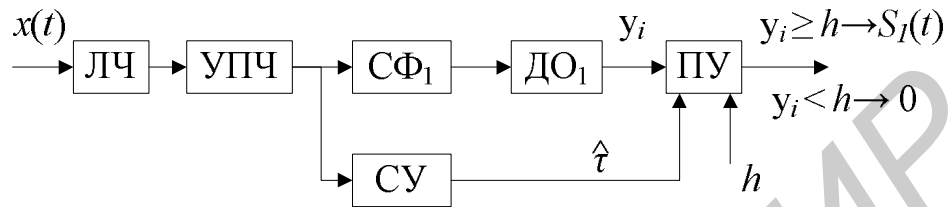


Рис. 7.2

При оптимальной некогерентной обработке сложных сигналов с базой  $B$   $\frac{E}{N_0} = q \frac{B}{2}$ , т.к. детектор огибающей выделяет только половину энергии сигнала,  $q$  – отношение сигнал/шум по мощности на входе приемника.

Формула (7.3) для этого случая имеет вид

$$P_{ош} = 0,5 \exp\left[-q \frac{B}{4}\right]. \quad (7.6)$$

На рис. 7.3 приведена структурная схема некогерентного оптимального приемника цифровых сигналов для  $m > 2$ .

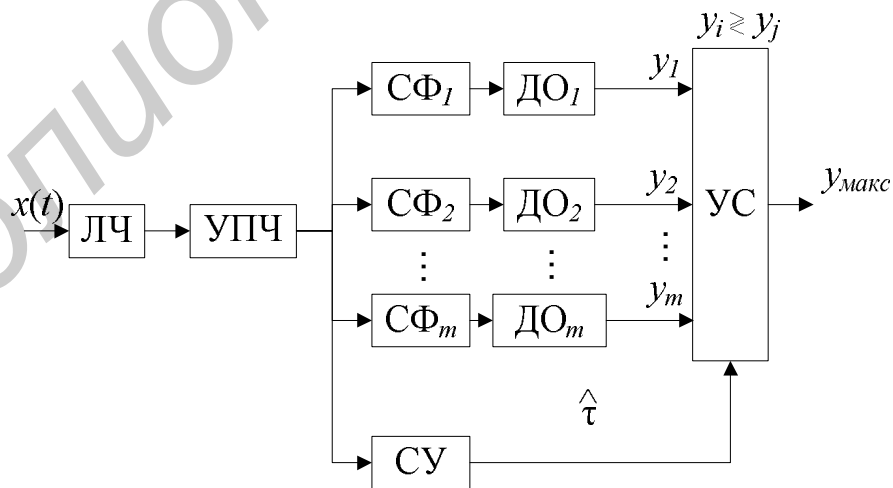


Рис. 7.3

Устройство сравнения (СУ) в структуре на рис. 7.3 выделяет канал с максимальной вычисленной величиной  $y_i$ . Ему и будет соответствовать выделяемый символ блока бит. Наиболее интересный случай, когда цифровая информация передается с помощью ансамбля ортогональных сигналов:

$$\{S_i(t, j_i)\}, i = \overline{1, m}, E_i = E, r_{i,j} = 0, i \neq j.$$

Потенциальная ошибка на один бит для этого случая оценивается следующим соотношением:

$$P_{ош} \approx 0,5(m-1)/k \cdot \exp\left[-\frac{E}{2N_0}\right]. \quad (7.7)$$

#### Квазиоптимальная обработка

На рис. 7.4 приведена структурная схема фильтрового квазиоптимального некогерентного приемника цифровых сигналов для ЧМн-сигналов и  $m = 2$ .

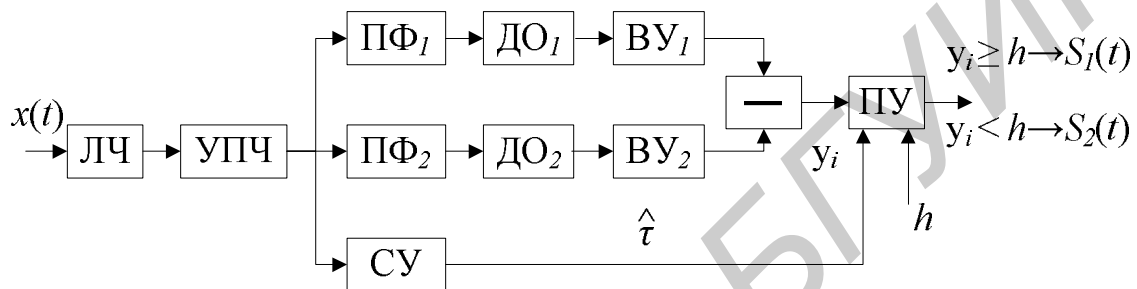


Рис. 7.4

Для моделей сигналов

$$S_1(t, j_1) = S_0(t) \cos[w_1 t + j_1],$$

$$S_2(t, j_2) = S_0(t) \cos[w_2 t + j_2], |w_1 - w_2| \geq \frac{2p}{T},$$

$$P_{ош_{ЧМн}} = 0,5 \exp\left[-\frac{E}{2N_0}\right]. \quad (7.8)$$

При приеме АМн-сигналов с пассивной паузой

$$S_1(t, j_1) = S_0(t) \cos[w_1 t + j_1],$$

$$S_2(t, j_2) = 0 \text{ и}$$

$$P_{ош_{АММ}} = 0,5 \exp\left[-\frac{E}{4N_0}\right]. \quad (7.9)$$

Структура АМн-приемника приведена на рис. 7.5.

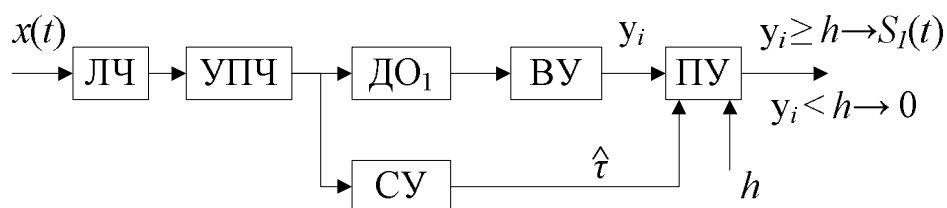


Рис. 7.5

Сложные сигналы квазиоптимально не обрабатываются.

К квазиоптимальной некогерентной обработке можно отнести и автокорреляционный прием сигналов с относительной фазовой манипуляцией (ОФМн). На рис. 7.6 приведена структурная схема автокорреляционного приемника с ОФМн.

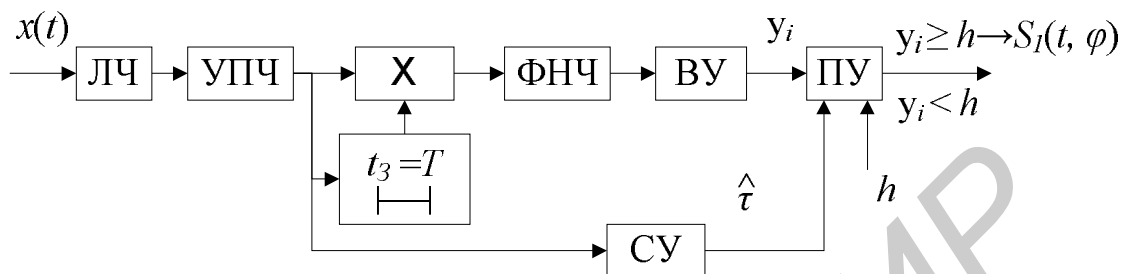


Рис. 7.6

Потенциальная помехоустойчивость автокорреляционного приемника (см. рис. 7.6) определяется следующим соотношением:

$$P_{ош_{\text{ОФМн}}} = 0,5 \exp\left[-\frac{E}{N_0}\right]. \quad (7.10)$$

Квазиоптимальный некогерентный прием для  $m > 2$  характерен для ортогонального (квазиортогонального) ансамбля сигналов  $\{S_i(t, j_i)\}$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $i \neq j$ ,  $r_{i,j} \approx 0$ . На практике ансамбль простых цифровых сигналов с  $r_{i,j} \approx 0$  образуется путем частотного разнесения ( $|w_i - w_j| \geq 2p/T$ ). Этому случаю соответствует структурная схема, приведенная на рис. 7.7.

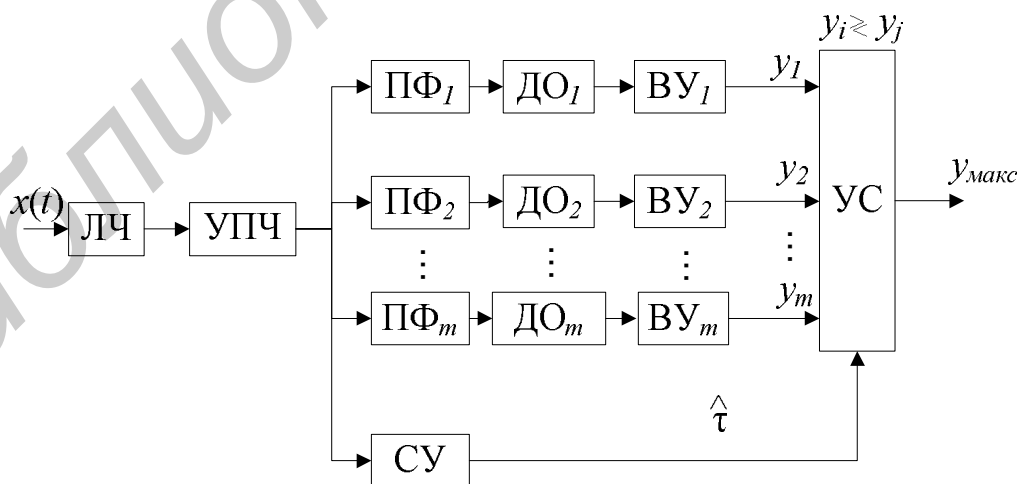


Рис. 7.7

Для модели выделяемого сигнала

$$S_i(t, j_i) = S_0(t) \cos[w_i t + j_i], \quad 0 \leq t \leq T,$$

полосовые фильтры (ПФ<sub>i</sub>) настроены на центральную частоту  $f_i = \frac{w_i}{2\pi}$  и поло-



су, равную эффективной полосе частот сигнала. Причем длительность сигнала  $T$  равна длительности  $k$  бит цифровой информации.

Вероятность ошибочного приема бита цифровой информации для сигналов с равными априорными вероятностями и энергиями ( $E_i = E$ ) определяется выражением

$$P_{ош} \approx 0,5(m-1)/k \cdot \exp\left[-\frac{E}{2N_0}\right]. \quad (7.11)$$

## 7.2. Примеры решения задач

7.2.1. Цифровая информация передается на фоне белого шума с помощью двух равновероятных сигналов вида

$$S_1(t) = A_0 \cos(\omega_1 t + j_1),$$

$$S_2(t) = A_0 \cos(\omega_2 t + j_2), \quad 0 \leq t \leq T = T_i, \quad |\omega_1 - \omega_2| = 2p/T, \quad \omega_i \gg \frac{2p}{T}, \quad P(j_i) = 1/2p.$$

Какова вероятность ошибочного приема указанных сигналов, если входное отношение сигнал/шум по мощности в полосе сигнала  $q_{вх} = 10$ ? Нарисовать структурную схему приемника.

Исходя из описаний сигналов, приемник некогерентный (сигналы с неизвестными начальными фазами). Передача информации осуществляется простыми цифровыми сигналами с частотной манипуляцией, поэтому целесообразно использовать квазиоптимальный прием (простота реализации). Из (7.6) следует

$$P_{ош} = 0,5 \exp\left[-\frac{E}{2N_0}\right] = 0,5 \exp\left[-\frac{q_{вх}}{2}\right] = 0,5 \exp[-5] \approx 3,4 \cdot 10^{-3}.$$

На рис. 7.8 в соответствии с рис 7.4 приведена структурная схема приемника.

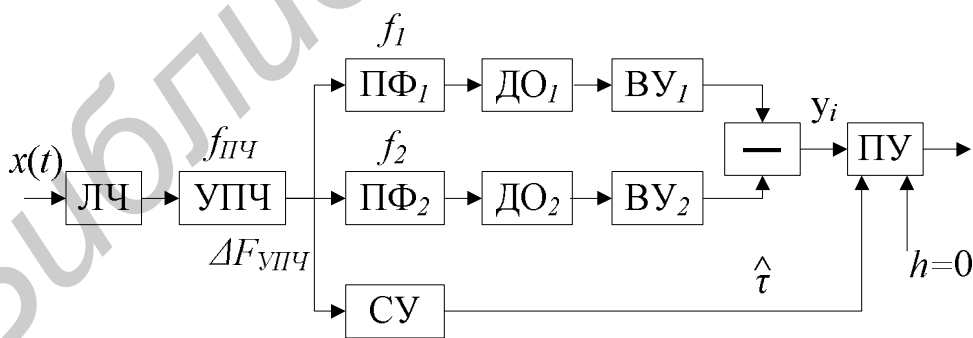


Рис. 7.8

На рис. 7.8  $f_{пч} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{4p}$ ,  $\Delta F_{унич} = \frac{3}{T}$ ,  $f_1 = \frac{\omega_1}{2p}$ ,  $f_2 = \frac{\omega_2}{2p}$ ,  $\Delta F_{пф1} = \Delta F_{пф2} = 2/T$ .

7.2.2. Цифровая информация передается с помощью двух сигналов  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$ . Некогерентный приемник обеспечивает  $P_{ош} \leq 10^{-3}$  при отноше-

нии сигнал/шум по мощности в полосе сигнала на выходе  $q_{ex} = 0,1$ . Какие требования нужно предъявить сигналам  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$  для обеспечения заданных показателей качества?

Решение предыдущей задачи (7.2.1) показало, что простые цифровые сигналы обеспечивают качественные показатели существенно ниже заданных ( $q = 10, P_{ош} > 10^{-3}$ ), поэтому необходимо использовать сложные сигналы и оптимальную обработку. Если  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$  – сложные сигналы с базой  $B$ , то наилучшие результаты дают симплексные или ортогональные сигналы. Пусть  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$  – сложные ортогональные сигналы, тогда в соответствии с выражением (7.6)

$$P_{ош} = 0,5 \exp\left[-\frac{q_{ex} B}{4}\right] \text{ и } B \cong \frac{4 \ln(1/2 \cdot P_{ош})}{q_{ex}} = 4 \cdot 10 \cdot \ln 0,5 \cdot 10^{-3} \approx 248.$$

Поставленным условиям в задаче удовлетворяют сложные ортогональные сигналы с базой  $B \geq 248$ . Это могут быть ПС-сигналы с дискретной фазовой манипуляцией, модулированные четверичнокодированными ПСП  $A_0^8$  и  $A_1^8$ . Структурная схема приемника соответствует рис. 7.1.

7.2.3. Цифровая информация передается четырьмя простыми ортогональными сигналами  $S_1(t), S_2(t), S_3(t), S_4(t)$ , равновероятными с одинаковыми энергиями. Какова вероятность ошибки приема бита информации некогерентным приемником на фоне белого шума, если отношение сигнал/шум (по мощности) на входе приемника  $q = 9$ ? Какой вид информационной модуляции целесообразно использовать? Нарисуйте структурную схему приемника.

Для простых цифровых сигналов ортогональность проще обеспечить за счет разнесения сигналов  $S_1(t), S_2(t), S_3(t)$  и  $S_4(t)$  по частоте на величину  $\Delta f_{мин} \geq 1/T$ , где  $T$  – длительность сигналов.

Целесообразно использовать частотно манипулированные сигналы вида

$$S_i(t) = S_0(t) \cos(\omega_i t + j_i), \quad 0 \leq t \leq T, \text{ случайные фазы с } P(j_i) = 1/2p.$$

При обработке простых цифровых сигналов предпочтение отдается квазиоптимальным методам, поэтому структурная схема квазиоптимального некогерентного приемника соответствует рис. 7.7. Вероятность ошибки на бит определяется согласно соотношению (7.11):

$$P_{ош} \approx 3/2 \cdot [1 - \Phi(\sqrt{9})] = 3/2 [1 - 0,9986] = 2,1 \cdot 10^{-3}.$$

В рассматриваемом случае цифровая информация формируется по символам, состоящих из двух бит, поэтому  $k = 2$ .

### 7.3. Задачи для самостоятельной работы

7.3.1. Цифровая информация передается равновероятными ПС-сигналами с ДФМ  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$  с одинаковыми энергиями. Некогерентный приемник обеспечивает  $P_{ош} \leq 10^{-4}$  при отношении сигнал/шум на входе

$q = 0,5$ . Какой вид информационной модуляции целесообразно использовать? Каковы базы сигналов? Нарисуйте структурную схему приемника.

7.3.2. Цифровая информация передается двумя простыми ортогональными сигналами  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$  с одинаковыми энергиями. Какова вероятность ошибки приема сигнала некогерентным приемником на фоне белого шума, если отношение сигнал/шум (по мощности) на входе приемника  $q = 8$ . Какой вид модуляции несущей целесообразно использовать? Какова максимальная скорость передачи информации при длительности сигнала  $T_c = 2$  мс? Нарисуйте структурную схему приемника.

7.3.3. Цифровая информация передается четырьмя равновероятными простыми сигналами  $S_1(t)$ ,  $S_2(t)$ ,  $S_3(t)$ ,  $S_4(t)$  равных энергий. Какова вероятность приема бита цифровой информации некогерентным приемником на фоне белого шума, если отношение сигнал/шум (по мощности) на входе приемника  $q = 8$ ? Какой вид информационной модуляции целесообразно использовать? Какова возможная скорость передачи цифровой информации при длительности сигнала  $T_c = 10$  мс? Нарисуйте структурную схему приемника.

7.3.4. Цифровая информация передается с помощью двух простых цифровых сигналов  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$  с равными энергиями. Какой вид информационной модуляции обеспечивает минимальную ошибку при выделении бита цифровой информации некогерентным приемником, если входное отношение сигнал/шум (по мощности)  $q = 10$ ? Какова максимальная возможная скорость передачи информации при длительности сигналов  $T_c = 1$  мс? Нарисуйте структурную схему приемника.

7.3.5. Цифровая информация передается с помощью двух ПС-сигналов  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$  равных энергий с базами  $B = 16$ . Некогерентный приемник обеспечивает прием бита цифровой информации с  $P_{ош} \leq 10^{-4}$ . Как обеспечить и каким должно быть минимальное отношение сигнал/шум (по мощности) на входе приемника? Нарисуйте структурную схему приемника.

7.3.6. Цифровая информация передается с помощью системы ортогональных сигналов  $\{S_i(t)\}$ ,  $i = \overline{1,8}$ . Некогерентный приемник обеспечивает выделение бита цифровой информации с  $P_{ош} \leq 10^{-3}$ . Какое отношение сигнал/шум необходимо обеспечить на входе приемника? Во сколько раз это отношение будет меньше отношения сигнал/шум на входе такого приемника, если цифровая информация передается двумя ортогональными сигналами  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$ ? Считать скорость передачи информации неизменной.

7.3.7. Некогерентный квазиоптимальный приемник с  $P_{ош} = 10^{-3}$  на бит выделяет цифровую информацию на фоне белого шума, переданную с помощью сигналов  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$ . Какими должны быть сигналы-носители, чтобы входное отношение сигнал/шум было минимальным? Определить  $q_{мин}$ . Нарисовать структурную схему приемника.

## Тема 8. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ РАДИОСИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

### 8.1. Краткие теоретические сведения

Расчет и проектирование радиосистемы передачи информации начинается с оценки энергетических показателей системы, исходя из заданных тактико-технических характеристик, назначения, условий работы. Энергетические показатели радиосистемы – мощность излучаемого сигнала, его длительность связаны с формой огибающей, видом модуляции и чувствительностью приемника.

Расчет энергетики радиолинии приведен применительно к системе передачи цифровой информации со свободно распространяющимся сигналами и прямой волной. При этом прием сигнала – носителя цифровой информации рассматривается на фоне аддитивного гауссова шума с постоянной спектральной плотностью  $N_0$  в полосе частот, занимаемых радиолинией, канал передачи информации симметричный без памяти. Исходными данными для расчета являются:

максимальная дальность действия системы –  $D_{\text{макс}}$  (км),

скорость передачи цифровой информации –  $R$  (бит/с),

вероятность ошибочного воспроизведения бита –  $P_{\text{ош}}$ ,

длина волны несущего колебания –  $l$  (м).

Требуется определить:

мощность излучаемого сигнала –  $P_{\text{изл}}$  (Вт),

спектральную плотность шума на входе –  $N_{\Sigma}$  (Вт/Гц),

минимально допустимое отношение сигнал/шум на входе приемника –  $q$ ,

пропускную способность канала связи –  $C$  (бит/с),

коэффициент направленного действия передающей антенны –  $G_{\text{пер}}$ ,

эффективную площадь приемной антенны –  $S_{\text{эф.пр}}$ ,

коэффициент потерь энергии сигнала при распространении –  $L_p$ ,

коэффициент потерь энергии сигнала в антенно-фидерном тракте –  $L_{\text{АФ}}$ ,

коэффициент потерь, учитывающий особенности обработки сигнала в приемном тракте системы, –  $C_{\Pi}$ ,

длительность информационного сигнала –  $T_c$ .

Уравнение дальности РС ПИ в реальном пространстве имеет вид [2].

$$D = \sqrt{\frac{P_{\text{изл}} \cdot G_{\text{пер}} \cdot S_{\text{эф.пр}}}{4p \cdot P_{\text{вх}} \cdot L_p \cdot L_{\text{АФ}} \cdot C_{\Pi}}}. \quad (8.1)$$

В (8.1)  $P_{\text{вх}}$  – мощность сигнала на входе приемника. Выразим ее через входное соотношение сигнал/шум:

$$P_{\text{вх}} = qP_{\text{ш}} = qN_{\Sigma} \cdot \Delta F_{\text{пр}}, \quad (8.2)$$

где  $\Delta F_{np} = F_{эф} + 2f_0(g_n + g_d)$  – полоса пропускания приемника,  $F_{эф}$  – эффективная полоса информационного сигнала,  $f_0$  – несущая частота сигнала,  $g_n$  – нестабильность несущего колебания,  $g_d$  – относительная нестабильность несущей частоты, обусловленная эффектом Доплера,  $P_{вх}$  – мощность шума на входе приемника. Электромагнитные волны при распространении в атмосфере ослабляются (поглощаются и рассеиваются) входящими в состав атмосферы газами, а также водяным паром и гидрометеорами (дождь, снег, град, туман). Наиболее существенное ослабление вносят кислород атмосферы, водяной пар и дождь. На волнах длиннее 10 см потерями в кислороде и водяном паре можно пренебречь. Интенсивность ослабления за счет воздействия отдельного фактора оценивается удельным коэффициентом ослабления  $\delta_i \left[ \frac{\text{дБ}}{\text{км}} \right]$ , равным относительному уменьшению плотности потока энергии на 1 км траектории распространения. Полный коэффициент потерь при распространении оценивается следующим выражением:

$$L_p = 10^{0.1 \sum_{i=1}^k \delta_i D_i}, \quad (8.3)$$

где  $D_i$  – длина участка траектории, на котором происходят потери за счет рассматриваемого фактора.

На рис. 8.1. приведены зависимости от длины волны суммарных удельных потерь в кислороде и водяном паре ( $\delta_1 + \delta_2$ ) и потерь в дожде различной интенсивности  $d_3$ . Следует учесть, что потери в кислороде и водяном паре атмосферы происходят на всей территории, поэтому  $D_1 = D_2 = D_{\max}$ , а  $D_3 \leq D_{\max}$ .

Потери в антенно-фидерном тракте современных мобильных РС ПИ  $L_{аф} \leq 0,2$  дБ.

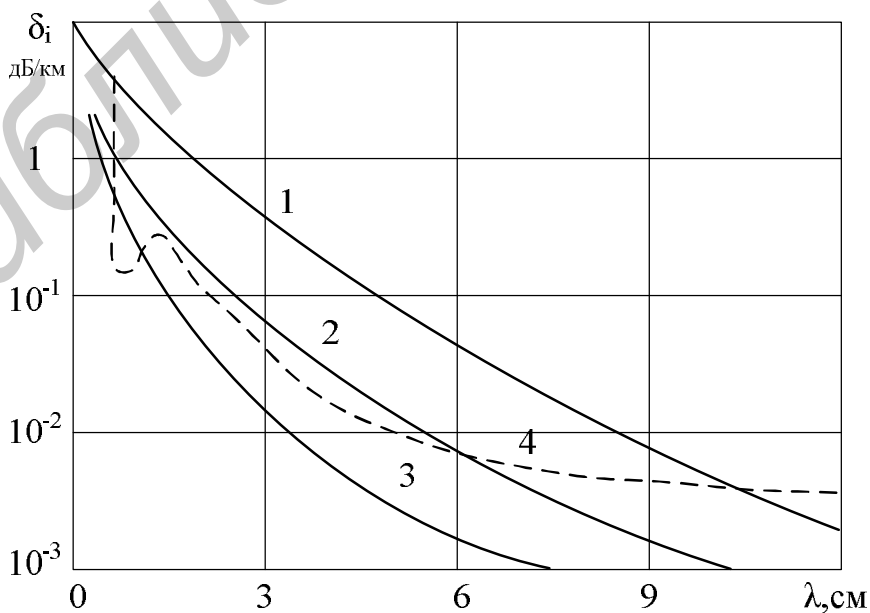


Рис. 8.1

- На рис 8.1: 1 – сильный дождь ( $I = 16$  мм/ч),  
 2 – средний дождь ( $I = 4$  мм/ч),  
 3 – слабый дождь ( $I = 1$  мм/ч),  
 4 –  $H_2O + O_2$ .

Коэффициент потерь  $C_n$  связан с несогласованностью формы и ширины полосы пропускания АЧХ приемника с формой и шириной полосы спектра сигнала, нестабильностью коэффициента усиления приемника, неточностью синхронизации и т.д. В современных РТС передачи цифровой информации  $C_n \leq 3$  дБ.

В РС ПИ коэффициент направленного действия антенны ( $G_{пер}$ ) лимитируется размерами антенны и главным образом качеством стабилизации объекта, на котором размещается передатчик системы. Параметры направленной антенны определяются из соотношения

$$G = \frac{4p}{I^2} S_{эф}. \quad (8.4)$$

Всенаправленная (штыревая) антенна имеет  $G \approx 0,5-0,7$ . Соотношение (8.4) можно использовать и для определения параметров всенаправленной антенны.

С учетом (8.2) уравнение дальности РС ПИ (8.1) запишется в следующем виде:

$$D_{max} = \sqrt{\frac{P_{изл} \cdot G_{пер} \cdot S_{эф.пр}}{4p \cdot q \cdot N_{\Sigma} \cdot \Delta F_{пр} \cdot L_p \cdot L_{эф} \cdot C_n}}. \quad (8.5)$$

Из (8.5) вытекает:

$$P_{изл} = \frac{4p D_{max}^2 \cdot q \cdot N_{\Sigma} \cdot \Delta F_{пр} \cdot L_p \cdot L_{эф} \cdot C_n}{G_{пер} \cdot S'_{эф.пр}}. \quad (8.6)$$

В (8.6) величина  $N_{\Sigma}$  в общем случае определяет среднюю суммарную спектральную плотность собственных шумов приёмника и внешних флюктуирующих помех. Если  $N_0$  – спектральная плотность собственных шумов приёмника, то

$$N_0 = K \cdot T_m = K \cdot K_{ш} \cdot T_0 \text{ [Вт/Гц]}. \quad (8.7)$$

В (8.7)  $K=1,38 \cdot 10^{-23}$  Вт/град·Гц – постоянная Больцмана,  $T_{ш}$  – шумовая температура приёмника,  $K_{ш}$  – коэффициент шума приёмника (зависит от типа высокочастотного прибора в первом каскаде УВЧ и длины волны  $\lambda$ ),  $T_0$  – абсолютная температура в градусах Кельвина (обычно  $T_0 = 290$  К).

На рис. 8.2 приведены шумовые характеристики входных цепей приёмника (зависимости коэффициентов шума от частоты несущего колебания для различных электронных приборов в усилительных и преобразующих цепях). В традиционных РТС ПИ  $N_{\Sigma} = (100-1000)N_0$ .

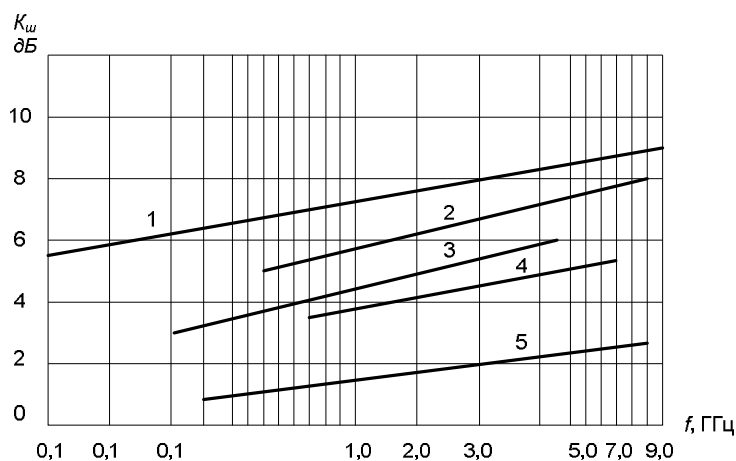


Рис. 8.2

На рис. 8.2: 1 – балансный диодный смеситель,  
 2 – усилитель на ЛБВ,  
 3 – транзисторный усилитель,  
 4 – усилитель на туннельном диоде,  
 5 – неохлаждаемый параметрический усилитель.

Минимально допустимое отношение сигнал/шум  $q$  на входе приёмника при вероятности ошибочного воспроизведения бит цифровой информации, не превышающей заданной  $P_{ош}$ , зависит от выбора формы сигнала, вида информационной модуляции и метода приёма сигнала. В простых цифровых сигналах в основном используются четыре вида информационной манипуляции: амплитудная (АМн), частотная (ЧМн), фазовая (ФМн) и относительная фазовая (ОФМн).

Для когерентного метода приёма при побитной передаче информации можно воспользоваться следующими соотношениями между вероятностью ошибок  $P_{ош}$  и отношением сигнал/шум на входе приёмника  $q$  (принимая равными энергии сигналов и их априорные вероятности):

$$\begin{aligned}
 \text{АМн} - P_{ош} &= 1 - \Phi(\sqrt{q/2}); \\
 \text{ЧМн} - P_{ош} &= 1 - \Phi(\sqrt{q}); \\
 \text{ФМн} - P_{ош} &= 1 - \Phi(\sqrt{2q}); \\
 \text{ОФМн} - P_{ош} &= 2[1 - \Phi(\sqrt{2q})].
 \end{aligned} \tag{8.8}$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-x}^{\infty} \exp\left[-\frac{t^2}{2}\right] dt \quad \text{— интеграл вероятности, который при } x \geq 3$$

можно разложить в асимптотический ряд с погрешностью не хуже 10 %.

$$\Phi(x) \approx 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}x} \exp\left[-\frac{x^2}{2}\right]. \tag{8.9}$$

В общем случае для бинарного канала при когерентном приёме, когда в качестве носителей цифровой информации используют псевдослучайные сигналы  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$  с их модулирующими псевдослучайными видеопоследовательностями  $U_1(t)$  и  $U_2(t)$  с базами  $B$ , (8.8) примет вид

$$P_{ош} = 1 - \Phi\left(\sqrt{q \cdot B(1 - r_{1,2})}\right), \quad (8.10)$$

где  $r_{1,2} = \frac{1}{E} \int_0^T U_1(t) \cdot U_2(t) dt$  – коэффициент взаимной корреляции последовательностей  $U_1(t)$  и  $U_2(t)$ , а  $E$  – энергия этих видеопоследовательностей.

Если при оценке приёма с помощью выражения (8.8) можно допустить квазиоптимальную обработку простых цифровых сигналов, то оценка согласно (8.10) предусматривает только обработку сложных сигналов.

При передаче цифровой информации посимвольно (несколько бит объединяются в символы) используется ансамбль сигналов  $\{S_i(t)\}$ ,  $i = \overline{1, m}$ , где  $m = 2^n$ , а  $n$  – количество бит в сигнале. Когерентный приемник таких сигналов обеспечивает вероятность ошибочного приема одного бита информации.

$$P_{ош} \approx \left(\frac{m-1}{n}\right) \cdot \left[1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{E}{N_0}(1 - r_{i,j})}\right)\right]. \quad (8.11)$$

В (8.11)  $E = \int_0^T S_i^2(t) dt$  – энергия сигналов в ансамбле,

$r_{i,j} = \frac{1}{E} \int_0^T S_i(t) \cdot S_j(t) dt$  – коэффициент взаимной корреляции между сигналами ансамбля,  $E/N_0 = qB$ .

Для некогерентного приемника при побитной передаче информации

$$P_{ош} = 0,5 \exp\left[-\frac{E}{N_0}(1 - g)\right]. \quad (8.12)$$

В (8.12) АМн соответствует  $g = 1/2$ , ЧМн –  $g = 0$ , ОФМн –  $g = -1$ ,  $E/N_0 = q$  – для простых цифровых сигналов,  $E/N_0 = qB/2$  – для сложных.

Некогерентному посимвольному приему соответствует вероятность ошибки на бит информации:

$$P_{ош} \approx \left(\frac{m-1}{n}\right) \cdot 0,5 \exp\left[-\frac{E}{N_0}(1 - g)\right]. \quad (8.13)$$

Отношения сигнал/шум, полученные из выражений (8.8), (8.10)–(8.13), соответствуют минимально возможным значениям  $q_{мин}$ . В (8.6) это значение необходимо внести с учетом коэффициента запаса  $L_3 \cdot q = q_{мин} \cdot L_3$ . Коэффициент запаса учитывает факторы, связанные с неидеальностью синхронизации, интерференционными искажениями и т. п. Обычно  $L_3 = (1,0 - 3)$  дБ.

Основная составляющая полосы пропускания приемника ( $\Delta F_{np}$ ) – эффективная полоса частот, занимаемая информационным сигналом  $F_{эф}$ .

Для сложных сигналов  $F_{эф} = B/T_c$ , где  $T_c$  – длительность сигнала но-



сителя информации. При побитной передаче информации  $T_c = t_\delta$  – длительность бита цифровой информации. При посимвольной передаче информации  $T_c = nt_\delta$  ( $n$  – количество бит в символе).

Длительность информационного бита вычисляется из заданной скорости передачи цифровой информации

$$t_\delta \leq \frac{1}{R} [H(Y) - H(Y/X)] \cdot L_R, \quad (8.14)$$

где  $H(Y) = -\sum_{j=1}^2 P(Y_j) \log P(Y_j)$  – энтропия на входе приемника,  $P(Y_j)$  – вероятность появления бит,  $H(Y/X) = -P_{ош} \log P_{ош} - (1 - P_{ош}) \log (1 - P_{ош})$ ,  $L_R = (0,6 - 0,9)$  – коэффициент, учитывающий факторы, снижающие скорость передачи информации (синхронизация, ограниченная по времени частотами, и т. п.).

Для симметричного бинарного канала связи пропускная способность определяется следующим выражением:

$$R_{\max} = C = \Delta F_{\text{пр}} [1 + (1 - P_{ош}) \log (1 - P_{ош}) + P_{ош} \log P_{ош}]. \quad (8.15)$$

## 8.2. Примеры решения задач

8.2.1. Определить минимальную мощность передатчика РТС передачи цифровой информации в свободном пространстве, если для передачи информации используются простые цифровые сигналы. Приемник когерентный, обеспечивающий  $P_{ош} \leq 10^{-3}$ . Длина волны несущего колебания  $l = 1$  м, скорость передачи информации 40 кбит/с, суммарная спектральная плотность шумов на входе приемника превышает собственные шумы приемника в 200 раз ( $N_\Sigma = 200N_0$ ). Антенны передатчика и приемника всенаправленные. Максимальная дальность действия  $D_{\max} = 15$  км.

В соответствии с выражением (8.6) найдем необходимые параметры.

Потерями при распространении электромагнитных волн ( $L_p$ ) можно пренебречь для  $l = 1$  м (см. рис. 8.1).

Потери в антенно-фидерном тракте  $L_{АФ} \leq 0,2$  дБ ( $L_{АФ} \approx 1,05$ ).

Возьмем потери при обработке сигнала  $C_{\Pi} = 3$  дБ ( $C_{\Pi} = 2$ ).

Пусть коэффициент направленного действия передающей и приемной антенны  $G = 0,6$ , тогда эффективная площадь рассеяния штыревой антенны

$S_{эф. пр} = \frac{l^2 G}{4\pi} = 0,048 \text{ м}^2$ . Определим спектральную плотность собственных шумов для транзисторного усилителя ( $K_{ш} = 3$ ):

$$N_0 = K \cdot K_{ш} \cdot T_0 = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 3 \cdot 290 = 1,2 \cdot 10^{-20} \text{ Вт/Гц.}$$

Суммарная спектральная плотность шума составляет  $N_\Sigma = 200N_0 = 2,4 \cdot 10^{-18} \text{ Вт/Гц.}$

Определим полосу пропускания приемника  $\Delta F_{пр}$ :

$$\Delta F_{пр} = F_{эф} + 2f_a (g_n + g_\delta).$$

Эффективная полоса частот информационного сигнала ( $F_{эф}$ ) зависит от параметров сигнала. Пусть цифровая информация передается простым цифровым сигналом с ОФМн, тогда

$$F_{эф} = 2/t_0, \text{ где } t_0 - \text{длительность бита цифровой информации.}$$

Из (8.14) при равной вероятности бит вытекает:

$$H(Y) = \log_2 2 = 1 \text{ бит,}$$

$$H(Y/X) = -0,001 \log_2 0,001 - 0,999 \log_2 0,999 \approx 0,011 \text{ бит.}$$

Для  $L_R = 0,6$  получим

$$t_0 = \frac{(1-0,011) \cdot 0,6}{40 \cdot 10^3} \approx 14 \text{ мкс и } F_{эф} \approx 143 \text{ кГц.}$$

При нестабильности несущей частоты  $g_n = 10^{-5}$  и отсутствии существенного набега по доплеровской частоте (малоподвижны передатчик и приемник) получим:

$$\Delta F_{np} = 143 \cdot 10^3 + 2 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-5} = 149 \text{ кГц.}$$

Исходя из условия задачи, целесообразно выбрать сигнал с ОФМн, обеспечивающий максимальную помехоустойчивость и борьбу с «обратной работой». В соответствии (8.8) имеем

$$P_{ош} = 2(1 - \Phi(\sqrt{2q})) \text{ и}$$

$$\Phi(\sqrt{2q}) = 1 - \frac{P_{ош}}{2} = 1 - 0,5 \cdot 10^{-3} = 0,9995.$$

Из прил. 2 найдем значения интеграла вероятности и вычислим отношение сигнал/шум:

$$\sqrt{2q} = 3,3; \quad q \approx 5,5.$$

Подставим полученные числовые величины в выражение (8.6):

$$P_{изл} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot (15 \cdot 10^3)^2 \cdot 5,5 \cdot 2,4 \cdot 10^{-18} \cdot 149 \cdot 10^3 \cdot 1,05 \cdot 2}{0,6 \cdot 0,048} \approx 0,4 \text{ Вт.}$$

### 8.3. Задачи для самостоятельной работы

8.3.1. Вычислить вероятность ошибки при некогерентном приеме простых цифровых сигналов с ЧМн, если средняя мощность в точке приема  $\overline{P_{сх}} = 10^{-5}$  Вт, скорость передачи информации  $R = 100$  бит/с, спектральная плотность шума  $N_0 = 10^{-5}$  Вт/Гц, канал симметричный.

8.3.2. Система передачи цифровой информации обеспечивает передачу информации с помощью простых цифровых сигналов по гауссовскому каналу с вероятностью ошибочного приема  $P_{ош} \leq 10^{-4}$ . Определить минимально возможную мощность излучения передатчика  $P_{изл.мин}$ , если приемник когерентный, длина волны несущего колебания  $\lambda = 30$  см, скорость передачи информации  $10^5$  бит/с, дальность действия 50 км.

8.3.3. Исходя из условий предыдущей задачи (8.3.2) определить параметры сигнала – носителя информации, если мощность излучения требуется снизить в 10 раз.

8.3.4. Определить пропускную способность бинарного симметричного канала связи системы передачи цифровой информации, если скорость передачи информации  $R = 2 \cdot 10^5$  бит/с, вероятность ошибочного воспроизведения бита  $P_{ош} \leq 10^{-3}$ , длина волны несущего колебания  $l = 30$  см, передатчик расположен на подвижном объекте, скорость которого  $u = 1000$  км/ч.

8.3.5. Космическая система передачи цифровой информации имеет следующие характеристики:  $f_0 = 1000$  МГц,  $D_{\max} = 400 \cdot 10^6$  км,  $P_{\text{изл}} = 10$  Вт, антенна передатчика с параболическим рефлектором диаметром  $2r = 1,5$  м,  $S_{\text{эф.пр}} = 600 \text{ м}^2$ , коэффициент, учитывающий все потери энергии, –  $L = 2$ . Определить мощность сигнала на входе приемника. Какая мощность сигнала будет на входе приемника, если антенна передатчика всенаправленная?

#### Литература

1. Радиотехнические системы передачи информации / под ред. В. В. Калмыкова. – М. : Радио и связь, 1990.
2. Информационные технологии в радиотехнических системах / под ред. И. Б. Федорова. – М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2003.
3. Карпушкин, Э. М. Основы теории радиотехнических систем. Ч. 1, 2 / Э. М. Карпушкин. – Минск : БГУИР, 1993, 2007.
4. Скляр, Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Б. Скляр. – М. : Изд. дом «Вильямс», 2003.

ТАБЛИЦА ДВОИЧНЫХ ЛОГАРИФМОВ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

x	log x	x	log x	x	log x
1	0,00000	38	5,24793	75	6,22882
2	1,00000	39	5,28540	76	6,24793
3	1,58496	40	5,32193	77	6,26679
4	2,00000	41	5,35755	78	6,28540
5	2,32193	42	5,39232	79	6,30378
6	2,58496	43	5,42626	80	6,32193
7	2,80735	44	5,45943	81	6,33885
8	3,00000	45	5,49185	82	6,35755
9	3,16993	46	5,52356	83	6,37504
10	3,32193	47	5,55459	84	6,39232
11	3,45943	48	5,58496	85	6,40939
12	3,58496	49	5,61471	86	6,42626
13	3,70044	50	5,64386	87	6,44294
14	3,80735	51	5,67242	88	6,45943
15	3,90689	52	5,70044	89	6,47573
16	4,00000	53	5,72792	90	6,49185
17	4,08746	54	5,75489	91	6,50779
18	4,16993	55	5,78136	92	6,52356
19	4,24793	56	5,80735	93	6,53916
20	4,32193	57	5,83289	94	6,55459
21	4,39232	58	5,85798	95	6,56986
22	4,45943	59	5,88264	96	6,58496
23	4,52356	60	5,90689	97	6,59991
24	4,58496	61	5,93074	98	6,61471
25	4,64386	62	5,95420	99	6,62936
26	4,70044	63	5,97728	100	6,64386
27	4,75489	64	6,00000	200	7,644
28	4,80735	65	6,02237	300	8,229
29	4,85798	66	6,04439	400	8,614
30	4,90689	67	6,06609	500	8,966
31	4,95420	68	6,08746	600	9,229
32	5,00000	69	6,10852	700	9,451
33	5,04439	70	6,12928	800	9,614
34	5,08746	71	6,14975	900	9,814
35	5,12928	72	6,16992	1000	9,965
36	5,16993	73	6,18982	10000	13,288
37	5,20945	74	6,20945		

## ТАБЛИЦА ИНТЕГРАЛА ВЕРОЯТНОСТИ

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$$

X	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5795	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7323	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8921
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9014
1,3	0,9032	0,9049	0,9065	0,9082	0,9099	0,9114	0,9130	0,9146	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9250	0,9264	0,9278	0,9292	0,9305	0,9318
1,5	0,9331	0,9344	0,9357	0,9369	0,9382	0,9394	0,9406	0,9317	0,9429	0,9440
1,6	0,9452	0,9463	0,9473	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9544
1,7	0,9554	0,9563	0,9572	0,9581	0,9590	0,9599	0,9608	0,9616	0,9624	0,9632
1,8	0,9640	0,9648	0,9656	0,9663	0,9671	0,9678	0,9685	0,9692	0,9655	0,9706
1,9	0,9712	0,9719	0,9725	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9755	0,9751	0,9767
2,0	0,9772	0,9777	0,9783	0,9782	0,9793	0,9798	0,9803	0,9807	0,9812	0,9816
2,1	0,9821	0,9825	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9853	0,9857
2,2	0,9861	0,8964	0,9867	0,9871	0,9874	0,9877	0,9880	0,9884	0,9887	0,9889
2,3	0,9892	0,9895	0,9898	0,9 <sup>2</sup> 00	0,9 <sup>2</sup> 03	0,9 <sup>2</sup> 06	0,9 <sup>2</sup> 08	0,9 <sup>2</sup> 11	0,9 <sup>2</sup> 13	0,9 <sup>2</sup> 15
2,4	0,9 <sup>2</sup> 18	0,9 <sup>2</sup> 20	0,9 <sup>2</sup> 22	0,9 <sup>2</sup> 24	0,9 <sup>2</sup> 26	0,9 <sup>2</sup> 28	0,9 <sup>2</sup> 30	0,9 <sup>2</sup> 32	0,9 <sup>2</sup> 34	0,9 <sup>2</sup> 36
2,5	0,9 <sup>2</sup> 37	0,9 <sup>2</sup> 39	0,9 <sup>2</sup> 41	0,9 <sup>2</sup> 42	0,9 <sup>2</sup> 44	0,9 <sup>2</sup> 46	0,9 <sup>2</sup> 47	0,9 <sup>2</sup> 49	0,9 <sup>2</sup> 50	0,9 <sup>2</sup> 52
2,6	0,9 <sup>2</sup> 53	0,9 <sup>2</sup> 54	0,9 <sup>2</sup> 56	0,9 <sup>2</sup> 57	0,9 <sup>2</sup> 58	0,9 <sup>2</sup> 59	0,9 <sup>2</sup> 60	0,9 <sup>2</sup> 62	0,9 <sup>2</sup> 63	0,9 <sup>2</sup> 64
2,7	0,9 <sup>2</sup> 65	0,9 <sup>2</sup> 66	0,9 <sup>2</sup> 67	0,9 <sup>2</sup> 68	0,9 <sup>2</sup> 69	0,9 <sup>2</sup> 70	0,9 <sup>2</sup> 71	0,9 <sup>2</sup> 71	0,9 <sup>2</sup> 72	0,9 <sup>2</sup> 73
2,8	0,9 <sup>2</sup> 74	0,9 <sup>2</sup> 75	0,9 <sup>2</sup> 75	0,9 <sup>2</sup> 76	0,9 <sup>2</sup> 77	0,9 <sup>2</sup> 78	0,9 <sup>2</sup> 78	0,9 <sup>2</sup> 79	0,9 <sup>2</sup> 80	0,9 <sup>2</sup> 80
2,9	0,9 <sup>2</sup> 81	0,9 <sup>2</sup> 81	0,9 <sup>2</sup> 82	0,9 <sup>2</sup> 83	0,9 <sup>2</sup> 83	0,9 <sup>2</sup> 84	0,9 <sup>2</sup> 84	0,9 <sup>2</sup> 85	0,9 <sup>2</sup> 85	0,9 <sup>2</sup> 86
3,0	0,9 <sup>2</sup> 86	0,9 <sup>2</sup> 86	0,9 <sup>2</sup> 87	0,9 <sup>2</sup> 87	0,9 <sup>2</sup> 88	0,9 <sup>2</sup> 88	0,9 <sup>2</sup> 88	0,9 <sup>2</sup> 89	0,9 <sup>2</sup> 89	0,9 <sup>2</sup> 89
3,1	0,9 <sup>3</sup> 03	0,9 <sup>3</sup> 06	0,9 <sup>3</sup> 09	0,9 <sup>3</sup> 12	0,9 <sup>3</sup> 15	0,9 <sup>3</sup> 18	0,9 <sup>3</sup> 21	0,9 <sup>3</sup> 23	0,9 <sup>3</sup> 26	0,9 <sup>3</sup> 28

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3,2	0,9 <sup>3</sup> 31	0,9 <sup>3</sup> 33	0,9 <sup>3</sup> 35	0,9 <sup>3</sup> 38	0,9 <sup>3</sup> 40	0,9 <sup>3</sup> 42	0,9 <sup>3</sup> 44	0,9 <sup>3</sup> 46	0,9 <sup>3</sup> 48	0,9 <sup>3</sup> 49
3,3	0,9 <sup>3</sup> 51	0,9 <sup>3</sup> 53	0,9 <sup>3</sup> 54	0,9 <sup>3</sup> 56	0,9 <sup>3</sup> 58	0,9 <sup>3</sup> 59	0,9 <sup>3</sup> 61	0,9 <sup>3</sup> 62	0,9 <sup>3</sup> 63	0,9 <sup>3</sup> 65
3,4	0,9 <sup>3</sup> 66	0,9 <sup>3</sup> 67	0,9 <sup>3</sup> 68	0,9 <sup>3</sup> 69	0,9 <sup>3</sup> 70	0,9 <sup>3</sup> 71	0,9 <sup>3</sup> 72	0,9 <sup>3</sup> 73	0,9 <sup>3</sup> 74	0,9 <sup>3</sup> 75
3,5	0,9 <sup>3</sup> 76	0,9 <sup>3</sup> 77	0,9 <sup>3</sup> 78	0,9 <sup>3</sup> 79	0,9 <sup>3</sup> 79	0,9 <sup>3</sup> 80	0,9 <sup>3</sup> 81	0,9 <sup>3</sup> 82	0,9 <sup>3</sup> 82	0,9 <sup>3</sup> 83
3,6	0,9 <sup>3</sup> 84	0,9 <sup>3</sup> 84	0,9 <sup>3</sup> 85	0,9 <sup>3</sup> 85	0,9 <sup>3</sup> 86	0,9 <sup>3</sup> 86	0,9 <sup>3</sup> 87	0,9 <sup>3</sup> 87	0,9 <sup>3</sup> 88	0,9 <sup>3</sup> 88
3,7	0,9 <sup>3</sup> 89	0,9 <sup>3</sup> 89	0,9 <sup>4</sup> 00	0,9 <sup>4</sup> 04	0,9 <sup>4</sup> 07	0,9 <sup>4</sup> 11	0,9 <sup>4</sup> 15	0,9 <sup>4</sup> 18	0,9 <sup>4</sup> 21	0,9 <sup>4</sup> 24
3,8	0,9 <sup>4</sup> 27	0,9 <sup>4</sup> 30	0,9 <sup>4</sup> 33	0,9 <sup>4</sup> 35	0,9 <sup>4</sup> 38	0,9 <sup>4</sup> 40	0,9 <sup>4</sup> 43	0,9 <sup>4</sup> 45	0,9 <sup>4</sup> 47	0,9 <sup>4</sup> 49
3,9	0,9 <sup>4</sup> 51	0,9 <sup>4</sup> 53	0,9 <sup>4</sup> 55	0,9 <sup>4</sup> 57	0,9 <sup>4</sup> 59	0,9 <sup>4</sup> 60	0,9 <sup>4</sup> 62	0,9 <sup>4</sup> 64	0,9 <sup>4</sup> 65	0,9 <sup>4</sup> 66
4,0	0,9 <sup>4</sup> 68	0,9 <sup>4</sup> 69	0,9 <sup>4</sup> 70	0,9 <sup>4</sup> 72	0,9 <sup>4</sup> 73	0,9 <sup>4</sup> 74	0,9 <sup>4</sup> 75	0,9 <sup>4</sup> 76	0,9 <sup>4</sup> 77	0,9 <sup>4</sup> 78
4,1	0,9 <sup>4</sup> 79	0,9 <sup>4</sup> 80	0,9 <sup>4</sup> 81	0,9 <sup>4</sup> 81	0,9 <sup>4</sup> 82	0,9 <sup>4</sup> 83	0,9 <sup>4</sup> 84	0,9 <sup>4</sup> 84	0,9 <sup>4</sup> 85	0,9 <sup>4</sup> 86
4,2	0,9 <sup>4</sup> 86	0,9 <sup>4</sup> 87	0,9 <sup>4</sup> 87	0,9 <sup>4</sup> 88	0,9 <sup>4</sup> 88	0,9 <sup>4</sup> 89	0,9 <sup>4</sup> 89	0,9 <sup>5</sup> 02	0,9 <sup>5</sup> 06	0,9 <sup>5</sup> 10
4,3	0,9 <sup>5</sup> 14	0,9 <sup>5</sup> 18	0,9 <sup>5</sup> 21	0,9 <sup>5</sup> 25	0,9 <sup>5</sup> 28	0,9 <sup>5</sup> 31	0,9 <sup>5</sup> 34	0,9 <sup>5</sup> 37	0,9 <sup>5</sup> 40	0,9 <sup>5</sup> 43
4,4	0,9 <sup>5</sup> 45	0,9 <sup>5</sup> 48	0,9 <sup>5</sup> 50	0,9 <sup>5</sup> 52	0,9 <sup>5</sup> 55	0,9 <sup>5</sup> 57	0,9 <sup>5</sup> 59	0,9 <sup>5</sup> 60	0,9 <sup>5</sup> 62	0,9 <sup>5</sup> 64
4,5	0,9 <sup>5</sup> 66	0,9 <sup>5</sup> 67	0,9 <sup>5</sup> 69	0,9 <sup>5</sup> 70	0,9 <sup>5</sup> 71	0,9 <sup>5</sup> 73	0,9 <sup>5</sup> 74	0,9 <sup>5</sup> 75	0,9 <sup>5</sup> 76	0,9 <sup>5</sup> 77
4,6	0,9 <sup>5</sup> 78	0,9 <sup>5</sup> 79	0,9 <sup>5</sup> 80	0,9 <sup>5</sup> 81	0,9 <sup>5</sup> 82	0,9 <sup>5</sup> 83	0,9 <sup>5</sup> 84	0,9 <sup>5</sup> 84	0,9 <sup>5</sup> 85	0,9 <sup>5</sup> 86
4,7	0,9 <sup>5</sup> 86	0,9 <sup>5</sup> 87	0,9 <sup>5</sup> 88	0,9 <sup>5</sup> 88	0,9 <sup>5</sup> 89	0,9 <sup>5</sup> 89	0,9 <sup>6</sup> 03	0,9 <sup>6</sup> 07	0,9 <sup>6</sup> 12	0,9 <sup>6</sup> 16
4,8	0,9 <sup>6</sup> 20	0,9 <sup>6</sup> 24	0,9 <sup>6</sup> 28	0,9 <sup>6</sup> 31	0,9 <sup>6</sup> 35	0,9 <sup>6</sup> 38	0,9 <sup>6</sup> 41	0,9 <sup>6</sup> 44	0,9 <sup>6</sup> 46	0,9 <sup>6</sup> 49
4,9	0,9 <sup>6</sup> 52	0,9 <sup>6</sup> 54	0,9 <sup>6</sup> 56	0,9 <sup>6</sup> 58	0,9 <sup>6</sup> 60	0,9 <sup>6</sup> 62	0,9 <sup>6</sup> 64	0,9 <sup>6</sup> 66	0,9 <sup>6</sup> 68	0,9 <sup>6</sup> 69

Учебное издание

**Карпушкин Эдуард Михайлович**

***РАДИОСИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ***

Учебно-методическое пособие

Редактор *Т. П. Андрейченко*

Корректор *М. В. Тезина*

Компьютерная верстка и дизайн обложки *Е. Г. Бабичева*

Подписано в печать 29.05.2008. Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».  
Печать ризографическая. Усл. печ. л. 3,84. Уч.-изд. л. 3,8. Тираж 120 экз. Заказ 9.

Издатель и полиграфическое исполнение: Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»  
ЛИ №02330/0056964 от 01.04.2004. ЛП №02330/0131666 от 30.04.2004.  
220013, Минск, П. Бровки, 6