

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники»

Э. М. Карпушкин

РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Рекомендовано УМО вузов Республики Беларусь по образованию в области информатики и радиоэлектроники в качестве учебно-методического пособия для студентов учреждений, обеспечивающих получение высшего образования по специальностям «Радиотехника» (по направлениям) и «Радиоинформатика»

Минск БГУИР 2011

УДК 621.396.9(075.8)
ББК 32.841я73
К26

Р е ц е н з е н т ы:

кафедра радиоэлектроники
Полоцкого государственного университета,
(заведующий кафедрой радиоэлектроники
кандидат технических наук, доцент С. В. Мальцев);

ведущий научный сотрудник РУП «КБ Радар»,
кандидат технических наук, доцент И. Н. Давыденко

Карпушкин, Э. М.

К26 Радиотехнические системы : учеб.-метод. пособие / Э. М. Карпушкин. – Минск: БГУИР, 2011. – 95 с. : ил.
ISBN 978-985-488-255-0.

Представлены темы практических занятий по дисциплине «Радиотехнические системы», в каждой из которых даны краткие теоретические сведения, примеры решения задач и предложены задачи для самостоятельной работы. Материалы пособия содержат достаточную информацию для курсового проектирования.

УДК 621.396.9(075.8)
ББК 32.841я73

ISBN 978-985-488-255-0

© Карпушкин Э. М., 2011
© УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», 2011

СОДЕРЖАНИЕ

Тема 1. Сложные сигналы в РТС	6
1.1. Краткие теоретические сведения.....	6
1.2. Примеры решения задач	12
1.3. Задачи для самостоятельной работы	16
Тема 2. Обнаружение радиосигналов.....	17
2.1. Краткие теоретические сведения.....	17
2.2. Примеры решения задач	21
2.3. Задачи для самостоятельной работы	22
Тема 3. Различение радиосигналов	23
3.1. Краткие теоретические сведения.....	23
3.2. Примеры решения задач.....	27
3.3. Задачи для самостоятельной работы	29
Тема 4. Оценка параметров радиосигнала	29
4.1. Краткие теоретические сведения.....	29
4.2. Примеры решения задач.....	36
4.3. Задачи для самостоятельной работы	39
Тема 5. Разрешение параметров радиосигналов.....	40
5.1. Краткие теоретические сведения.....	40
5.2. Примеры решения задач	42
5.3. Задачи для самостоятельной работы.....	43
Тема 6. Энергетический расчет РЛС обнаружения	44
6.1. Краткие теоретические сведения.....	44
6.2. Примеры решения задач	51
6.3. Задачи для самостоятельной работы.....	55
Тема 7. Информационные характеристики дискретных сообщений.....	56
7.1. Краткие теоретические сведения.....	56
7.2. Примеры решения задач	58
7.3. Задачи для самостоятельной работы	60
Тема 8. Информационные характеристики непрерывных сообщений.....	62
8.1. Краткие теоретические сведения	62
8.2. Примеры решения задач.....	64
8.3. Задачи для самостоятельной работы	65
Тема 9. Когерентная обработка сигналов в РС ПИ	66
9.1. Краткие теоретические сведения	66
9.2. Примеры решения задач.....	71
9.3. Задачи для самостоятельной работы	73
Тема 10. Некогерентная обработка сигналов в РС ПИ.....	75
10.1. Краткие теоретические сведения	75
10.2. Примеры решения задач	79
10.3. Задачи для самостоятельной работы.....	81

Тема 11. Энергетический расчет РС ПИ	82
11.1. Краткие теоретические сведения	82
11.2. Примеры решения задач	87
11.3. Задачи для самостоятельной работы.....	89
Литература	90
Приложение 1. Таблица двоичных логарифмов целых чисел.....	91
Приложение 2. Таблица интеграла вероятности.....	92

Библиотека БГУИР

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

РТС – радиотехническая система
ЛЧМ – линейная частотная модуляция
ДН – диаграмма неопределенности
 $P_{п.о}$ – вероятность правильного обнаружения
 $P_{л.т}$ – вероятность ложной тревоги
 $P_{ош}$ – вероятность ошибки
РСПИ – радиосистема передачи информации
АМ – амплитудная модуляция
ФМ – фазовая модуляция
ЧМ – частотная модуляция
АИМ – амплитудно-импульсная модуляция
ШИМ – широтно-импульсная модуляция
ВИМ – времяимпульсная модуляция
ФИМ – фазоимпульсная модуляция
КИМ – кодово-импульсная модуляция
АКФ – автокорреляционная функция
ФВК – функция взаимной корреляции
ДФМ – дискретная фазовая модуляция
ПСП – псевдослучайная последовательность
ЧКП – четверичнокодированная последовательность
КР – коррелятор
СФ – согласованный фильтр
ГОС – генератор опорного сигнала
СУ – синхронизирующее устройство
ЛЧ – линейная часть (приемника)
УПЧ – усилитель промежуточной частоты
КД – когерентный детектор
ПУ – пороговое устройство
УС – устройство сравнения
ВУ – видеоусилитель
ЛФ – линейный фильтр
АМн – амплитудная манипуляция
ЧМн – частотная манипуляция
ФМн – фазовая манипуляция
ЛДО – линейный детектор огибающей
ОФМн – относительная фазовая манипуляция
ФНЧ – фильтр нижних частот
ПФ – полосовой фильтр
УВЧ – усилитель высокой частоты

ТЕМА 1. СЛОЖНЫЕ СИГНАЛЫ В РТС

1.1. Краткие теоретические сведения

Сложными (широкополосными) сигналами называют сигналы, у которых база $B \gg 1$.

Все сложные сигналы с помощью специальных устройств можно сжать по длительности. Коэффициент сжатия определяется базой сигнала. В современных РТС нашли применение детерминированные сложные сигналы, как с непрерывной, так и с дискретной модуляцией.

Среди сигналов с непрерывной модуляцией наибольшее распространение получили сигналы с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ-сигналы). Из сложных сигналов с дискретными видами модуляции рассмотрим псевдослучайные сигналы с дискретными фазовой и частотной модуляциями.

У ЛЧМ-сигналов расширение спектров осуществляется за счет девиации частоты по линейному закону в пределах длительности сигнала.

Описание ЛЧМ-сигнала можно представить следующим образом:

$$S(t) = A_0 \cos [2\pi f_0 t + \pi k t^2], \quad |t| \leq \frac{T}{2},$$

где A_0 – амплитуда сигнала; f_0 – центральная частота; k – коэффициент крутизны изменения частоты; $kt = F(t)$ – закон изменения частоты; $kt = \Delta F$ – девиация частоты.

При $\Delta F \cdot T \gg 1$ эффективная полоса частот сигнала $F_{\text{эф}} = \Delta F$.

Возможности ЛЧМ-сигнала определяются его функцией неопределенности $\chi(\tau, f)$:

$$\chi(\tau, f) = \begin{cases} \left| \frac{\left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right) \sin \pi \left[\left(\frac{\Delta F}{T} \tau - f\right) \cdot (T - |\tau|) \right]}{\pi \left[\left(\frac{\Delta F}{T} \tau - f\right) \cdot (T - |\tau|) \right]} \right|, & |\tau| \leq T. \\ 0, & |\tau| > T. \end{cases} \quad (1.1)$$

Функция $\chi(\tau, 0)$ (рис. 1.1) является нормированной АКФ комплексной огибающей ЛЧМ-сигнала.

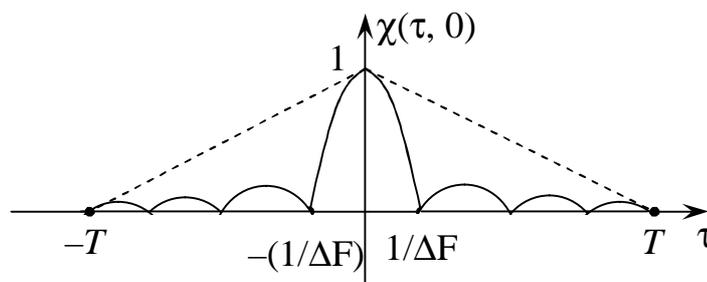


Рис. 1.1

Функция $\chi(0, f) = \left| \frac{\sin \pi f T}{\pi f T} \right|$ (рис. 1.2) представляет собой модуль спектральной функции прямоугольного видеопульса длительностью T .

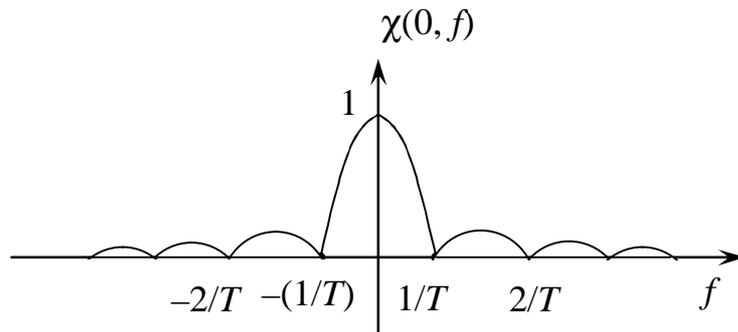


Рис. 1.2

Диаграмма неопределенности ЛЧМ-сигнала (рис. 1.3) – эллипс, угол наклона которого относительно горизонтальной оси зависит от девиации частоты.

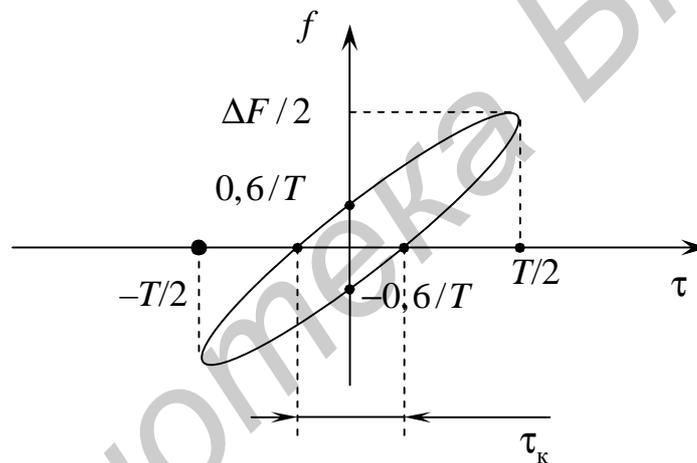


Рис. 1.3

Из (1.1) и рис. 1.1, 1.2, 1.3 следует:

- время корреляции $\tau_k = \frac{1,2}{\Delta F}$;
- коэффициент сжатия $K_{сж} = \frac{T}{\tau_k} = \frac{T \cdot \Delta F}{1,2}$;

– потенциальная точность и разрешающая способность по частоте определяются длительностью сигнала.

Широкое распространение получили псевдослучайные сигналы с дискретной фазовой модуляцией (ПС-сигналы). Аналитическое описание сигнала следующее:

$$S(t) = A_0 \sum_{i=1}^N \text{rect}[t - (i-1)\tau_0] \exp[-j(\omega_0 t + \varphi_i + \varphi_0)], \quad 0 \leq t \leq N_0 = T, \quad (1.2)$$

где N – количество символов в длительности T сигнала; τ_0 – длительность сим-

вола модулирующей функции; φ_i – дискретные значения фазы, привязанные к соответствующим значениям модулирующей функции.

Комплексная огибающая модулирующей функции:

$$\mathbf{A}(t) = A_0 \sum_{i=1}^N \text{rect}[t - (i-1)\tau_0] \exp(j\varphi_i). \quad (1.3)$$

Действительная часть комплексной огибающей модулирующей функции:

$$A(t) = \text{Re}\{\mathbf{A}(t)\} = A_0 \sum_{i=1}^N \cos \varphi_i \text{rect}[t - (i-1)\tau_0]. \quad (1.4)$$

Функцию $\cos \varphi_i$ удобно выразить через символ a_i длительностью $\tau_0 \rightarrow \cos \varphi_i = a_i$, модулирующая дискретная функция может быть представлена как ансамбль символов $\{a_i\}$, где $i = 1, 2, \dots, N$. Если последовательность символов носит псевдослучайный характер, то ее называют псевдослучайной последовательностью (ПСП), а сигнал, имеющий такую модулирующую функцию, – ПС-сигнал.

Если φ_i принимает только два значения 0 и π рад, то $a_i \in \{1, -1\}$ и ПСП будет бинарной (двухуровневой). При φ_i , принимающей множество значений, ПСП будет многоуровневой (многофазной). Спектрально-корреляционные свойства ПС-сигнала с ДФМ полностью определяются модулирующей ПСП.

Ансамбли видеопоследовательностей можно отнести к классу ПСП, на основании следующих свойств:

1. Взвешенность – характеризуется примерным равенством различных символов $\{a_i\}$ на длительности T .
2. АКФ последовательности близка к кнопочной функции, т. е. максимальный уровень бокового остатка существенно ниже уровня основного пика АКФ.
3. Спектральная плотность видеопоследовательности в пределах ее эффективной полосы должна быть по возможности равномерной.

Широкое применение в современных РТС с ПС-сигналами нашли бинарные ПСП. К ним относятся M -последовательности и четверичнокодированные последовательности (ЧКП).

Основные свойства M -последовательностей:

1. Это класс линейных рекуррентных последовательностей максимального периода, описываемых неприводимыми и примитивными полиномами n -й степени вида

$$C_0 + C_1 X + C_2 X^2 + \dots + C_n X^n,$$

где C_i – коэффициенты, принимающие значения 0 или 1 ($C_0 = 1$), определяют количество символов n -значной комбинации, участвующих в формировании по рекуррентному правилу:

$$a_i = C_1 a_{i-1} + C_2 a_{i-2} + \dots + C_n a_{i-n}. \quad (1.5)$$

Причем число членов в (1.5) всегда четное, а суммирование осуществляется по

модулю два, если $a_i \in \{0, 1\}$.

Сформированная по правилу (1.5) M -последовательность имеет значность $N = 2^k - 1$. Например, неприводимый и примитивный полином $X^3 + X^2 + 1$ описывает M -последовательность $N = 7$, а рекуррентное правило формирования символов имеет вид $a_i = a_{i-2} + a_{i-3}$.

2. В одном периоде последовательности число символов разного значения (1 и 0) различается на единицу.

3. В периоде последовательности содержатся все n -значные комбинации двоичного кода, кроме нулей.

4. При суммировании по модулю два любой M -последовательности с ее циклическим сдвигом меньше периода получается та же M -последовательность, но с другим циклическим сдвигом.

5. Количество M -последовательностей одной значности определяется выражением

$$Z = \frac{\varphi(2^n - 1)}{n}, \quad (1.6)$$

где $\varphi(x)$ – функция Эйлера, равная количеству целых положительных чисел, включая единицу, меньших X и взаимно простых с X . Причем если X – простое число, то $\varphi(X) = X - 1$.

Таблицы порождающих полиномов M -последовательностей приведены в [3].

6. АКФ одиночной M -последовательности записывается в следующем виде:

$$R(k\tau_0 + \varepsilon) = \left(1 - \frac{|\varepsilon|}{\tau_0}\right) \sum_{i=1}^{N-k} a_i a_{i+k} + \frac{|\varepsilon|}{\tau_0} \sum_{i=1}^{N-k-1} a_i a_{i+k+1}, \quad (1.7)$$

где $0 \leq k \leq (N-1)$, $0 \leq \varepsilon \leq \tau_0$, $a_i \in \{1, -1\}$, $k\tau_0 + \varepsilon = \tau$.

Граничные значения нормированной АКФ:

$$|\rho(\tau)| = \begin{cases} 1 - \frac{|\tau|}{\tau_0}, & |\tau| \leq \tau_0; \\ \leq \frac{1,25}{\sqrt{N}}, & |\tau| > \tau_0. \end{cases} \quad (1.8)$$

7. Нормированная АКФ периодической M -последовательности в пределах одного периода описывается выражением

$$\rho_n(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{|\tau|}{\tau_0} \left(1 + \frac{1}{N}\right), & |\tau| \leq \tau_0; \\ -\frac{1}{N}, & \tau_0 \leq |\tau| \leq (N-1)\tau_0. \end{cases} \quad (1.9)$$

8. Энергетический спектр одиночной M -последовательности определяется выражением

$$F(\omega) = |S_0(j\omega)|^2 \left[N + 2 \sum_{i=1}^{N-1} R(i\tau_0) \cos \omega i \tau_0 \right],$$

где $S_0(j\omega) = \tau_0 \frac{\sin \omega \tau_0}{\frac{\omega \tau_0}{2}}$ – спектральная функция единичного импульса длительностью τ_0 ; $R(i\tau_0)$ – решетчатая АКФ M -последовательности.

Выражение для энергетического спектра периодической M -последовательности имеет вид

$$F_n(\omega) = \frac{N+1}{N^2} \left(\frac{\sin \frac{\omega \tau_0}{2}}{\frac{\omega \tau_0}{2}} \right)^2 \sum_{\substack{i=-\infty \\ i \neq 0}}^{\infty} \delta \left(\omega - \frac{2\pi i}{N\tau_0} \right) - \frac{1}{N} \delta(\omega), \quad (1.10)$$

где $\delta(\omega)$ – дельта-функция.

Спектр имеет линейчатый характер, а мощность i -й гармоники (исключая $i = 0$) равна

$$F \left(\frac{2\pi i}{N\tau_0} \right) = \frac{N+1}{\pi^2 i^2} \sin^2 \frac{\pi i}{N}.$$

Основные свойства ЧКП

1. Класс нелинейных последовательностей значностью $N = 2^n$, $n = 2, 3, \dots$, описываемый выражением

$$A_j^n = \sum_{i=1}^{n-1} B_i B_{i+1} + \sum_{i=1}^n x_i^j B_i, \quad (1.11)$$

где $A_j^n = (a_1, a_2, \dots, a_N)$ – запись одиночной ЧКП длительностью $T_C = N\tau_0$ порядка n номера j , символы которой $a_i \in \{0, 1\}$; B_i – функция Радемахера, определяемая на длительности с номером i ; $x_i^j \in \{0, 1\}$ – значение i -го разряда номера последовательности j , представленного в n -разрядном двоичном виде. Суммирование осуществляется по модулю 2, а умножение – логическое.

2. Количество последовательностей одной значности $Z = N$, и каждой из них в семействе присваивается номер от 0 до $(N - 1)$. По n -разрядному двоичному номеру ЧКП формируется последовательность по следующему алгоритму:

– если первый разряд двоичного номера – «0», то записываются два символа 11;

– если первый разряд двоичного номера – «1», то записываются два символа 10;

– для всех последующих разрядов двоичного номера, начиная со второго, нулю соответствует приписывание к исходной комбинации такой же по размеру комбинации, но отличающейся от исходной инвертированной второй половины,

а единице – инвертирование первой половины приписываемой комбинации.

3. Разность Δ между количеством разных символов в ЧКП зависит от порядка n и определяется соотношением

$$\Delta = \begin{cases} 2^{\frac{n+1}{2}}, & \text{если } n - \text{нечетно;} \\ 0, & \text{если } n - \text{нечетно;} \\ 2^{n/2}, & \text{если } n - \text{четно.} \end{cases}$$

$\Delta = 0$ соответствует последовательности, в двоичных номерах которой на нечетных позициях имеется нечетное количество «1».

4. Каждой ЧКП A_j^n соответствует парная $A_i^n = A_j^n$, причем $|i - j| = 2^{n-1}$. У парных последовательностей первые 2^{n-1} символа совпадают, а последующие 2^{n-1} – противоположны (или наоборот).

5. Каждой ЧКП A_j^n соответствует смежная $A_i^n = A_j^n$, причем $|i - j| = 1$.

У смежных последовательностей символы, стоящие на нечетных позициях, совпадают, и не совпадают символы, стоящие на четных позициях (или наоборот).

6. Любая ЧКП значностью N получается из двух парных последовательностей значностью $N/2$ путем их присоединения или из двух смежных той же значностью ($N/2$) путем чередования их символов.

7. Граничные значения нормированной АКФ одиночной ЧКП определяются соотношением

$$\rho(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{|\tau|}{\tau_0} (1 \pm 1/N), & 0 \leq |\tau| \leq \tau_0; \\ \leq \frac{2,5}{\sqrt{N}}, & |\tau| > \tau_0. \end{cases} \quad (1.12)$$

Причем решетчатая АКФ при четных сдвигах принимает нулевые значения.

8. Граничные значения нормированной АКФ периодической ЧКП в пределах одного периода определяются соотношением

$$\rho_n(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{|\tau|}{\tau_0}, & 0 \leq \tau \leq \tau_0; \\ 0, & \tau_0 \leq \tau \leq \frac{N}{4}\tau_0, \quad \frac{3}{4}N\tau_0 \leq \tau \leq (N-1)\tau_0; \\ \leq \frac{2,5}{\sqrt{N}}, & \frac{N}{4}\tau_0 \leq \tau \leq \frac{3}{4}N\tau_0. \end{cases}$$

9. АКФ парных и смежных ЧКП имеют боковые остатки при одинаковых сдвигах, равные по абсолютной величине и противоположные по знаку:

$$\rho_{A_j^n}(\tau) + \rho_{A_j^m}(\tau) = \begin{cases} 2\left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_0}\right), & |\tau| \leq \tau_0; \\ 0, & |\tau| > \tau_0; \end{cases}$$

$$\rho_{A_j^n}(\tau) + \rho_{A_{-j}^n}(\tau) = \begin{cases} 2\left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_0}\right), & |\tau| \leq \tau_0; \\ 0, & |\tau| > \tau_0. \end{cases} \quad (1.13)$$

Это свойство характерно для дополнительных последовательностей (серий), описанных Голеем [4]. Все свойства, присущие дополнительным последовательностям, справедливы и для семейства ЧКП.

10. Все ЧКП одной значности взаимно ортогональны.

11. Описание энергетического спектра одиночной ЧКП ничем не отличается от аналогичного описания M -последовательности. Энергетический спектр периодической ЧКП описывается выражением

$$F(f) = \frac{1}{N} \left(\frac{\sin \pi f \tau_0}{\pi f \tau_0} \right)^2 \left\{ 1 + \sum_{i=1}^{N/4} R_n \left[\left(\frac{N}{4} + 2i - 1 \right) \tau_0 \right] \right\} \times$$

$$\times \cos \left[2\pi f \left(\frac{N}{4} + 2i - 1 \right) \tau_0 \right] \left\{ \sum_{p=-\infty}^{\infty} \delta \left(2\pi f - \frac{2\pi p}{N\tau_0} \right) \right\} \quad (1.14)$$

1.2. Примеры решения задач

1. Длительность ЛЧМ-сигнала $T_c = 10$ мкс, его время корреляции $\tau_k = 2$ мкс. Определить коэффициент сжатия $K_{сж}$. Нарисовать диаграмму неопределенности сигнала.

Решение

По определению $K_{сж} = \frac{T_c}{\tau_k} = \frac{10}{2} = 5$.

Для построения диаграммы неопределенности необходимо знать девиацию частоты ЛЧМ-сигнала (ΔF) и интервал неопределенности по частоте f_H :

$$\Delta F = \frac{K_{сж}}{T_c} = \frac{1}{\tau_k} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-6}} = 500 \text{ кГц.}$$

ДН приведено на рис. 1.4.

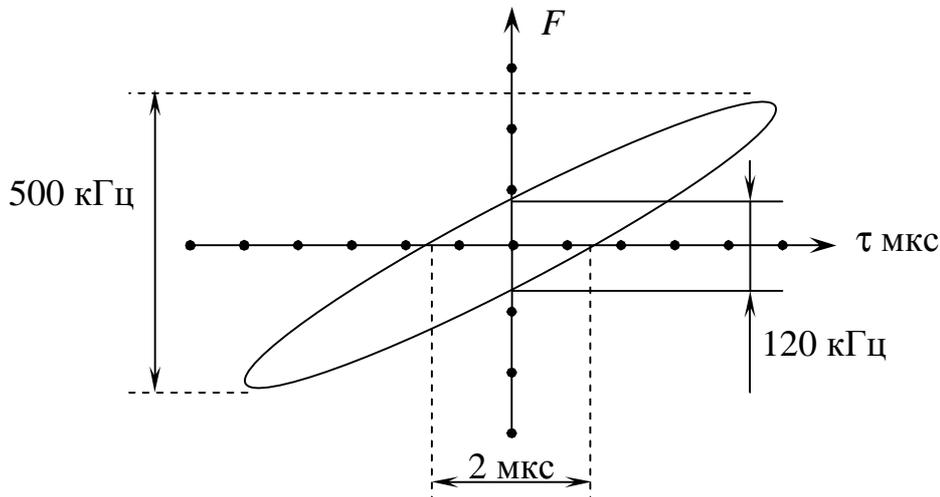


Рис.1.4

2. Сформировать M -последовательность значностью $N = 7$. Убедиться в свойствах 2–5. Вычислить АКФ последовательности. Доказать, что M -последовательность, сформированная вторым полиномом (дополняющим первый), имеет обратный порядок следования символов.

Р е ш е н и е

Порядок последовательности: $7 = 2^n - 1$, откуда $n = 3$. Общая запись генераторного полинома: $1 + C_1X + C_2X^2 + C_3X^3$.

Так как количество коэффициентов $C_i \neq 0$ должно быть четным, то только два полинома удовлетворяют этому требованию:

$$1 + X + X^3;$$

$$1 + X^2 + X^3.$$

Рекуррентная формула генерирования по первому полиному имеет вид

$$a_i = a_{i-1} + a_{i-3}.$$

Следовательно, M -последовательность формируется на основе 3-разрядного регистра сдвига с двумя выходами в цепи обратной связи.

Сформируем M -последовательность для начальной комбинации в регистре сдвига 111 (рис. 1.5).

0 такт	1	1	1	a_{i-3}
1 такт	0	1	1	1
2 такт	1	0	1	1
3 такт	0	1	0	1
4 такт	0	0	1	0
5 такт	1	0	0	1
6 такт	1	1	0	0
7 такт	1	1	1	0

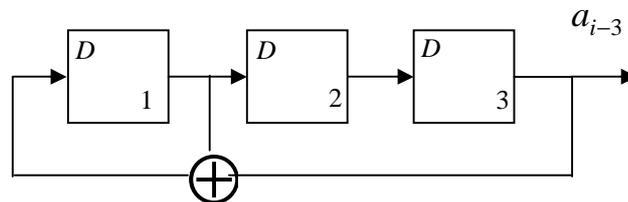


Рис. 1.5

Таким образом, с выхода регистра сдвига сформирована последовательность 1110100, у которой количество «1» на единицу больше количества «0» и

присутствуют все трехзначные комбинации, кроме 000. Сложим по модулю 2 полученную последовательность с ее циклическим сдвигом вправо на 1 символ:

$$\begin{array}{r}
 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \\
 + \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0
 \end{array}$$

Полученная последовательность 1001110 отличается от первоначальной циклическим сдвигом на четыре символа.

Вычислим АКФ последовательности:

	+	+	+	-	+	-	-
-	-	-	-	+	-	+	+
-		-	-	+	-	+	
+			+	+	+	-	+
-				-	-	-	+
+					+	+	+
+						+	+
+							+
	1	2	1	0	1	0	7

На рис. 1.6. приведен график АКФ одиночной M -последовательности, сформированной по первому полиному, с начальной комбинацией 111.

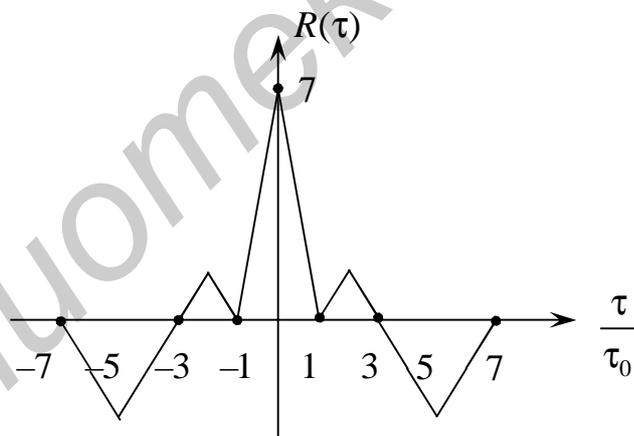


Рис.1.6

Сформируем M -последовательность по второму полиному:

$$a_i = a_{i-2} + a_{i-3}.$$

Возьмем начальную комбинацию 100, тогда сформированная последовательность имеет вид 0010111 и отличается от первоначальной порядком следования символов:

0 такт	1	0	0	
1 такт	0	0	0	0
2 такт	1	0	1	0
3 такт	1	1	0	1
4 такт	1	1	1	0
5 такт	0	1	1	1
6 такт	0	0	1	1
7 такт	1	0	0	1

3. Сформировать ЧКП A_0^3, A_1^3, A_4^3 . Какова связь между этими последовательностями? Вычислить их АКФ. Определить коэффициенты корреляции между ними.

Р е ш е н и е

Формирование будем вести по двоичному представлению номера последовательности в соответствии со свойством 2:

$$A_0^3 \rightarrow j=0 \rightarrow 000 \rightarrow 11101101;$$

$$A_1^3 \rightarrow j=1 \rightarrow 001 \rightarrow 10111000;$$

$$A_4^3 \rightarrow j=4 \rightarrow 100 \rightarrow 11100010.$$

Последовательности A_0^3 и A_1^3 – смежные, так как символы, стоящие на нечетных позициях, у них совпадают и противоположны на четных позициях (свойство 5). Последовательности A_0^3 и A_4^3 – парные, так как первая половина символов у них совпадает и противоположна вторая половина (свойство 4).

Вычислим АКФ ЧКП A_0^3 :

	+	+	+	-	+	+	-	+
+	+	+	+	-	+	+	-	+
-		-	-	+		-		+
+		+	+	+	-	+		+
+		+	+	+	-	+		+
-			-	-		-		+
+				+	+	+		+
+					+	+		+
+						+		+
+								+
	1	0	1	0	3	0	1	8

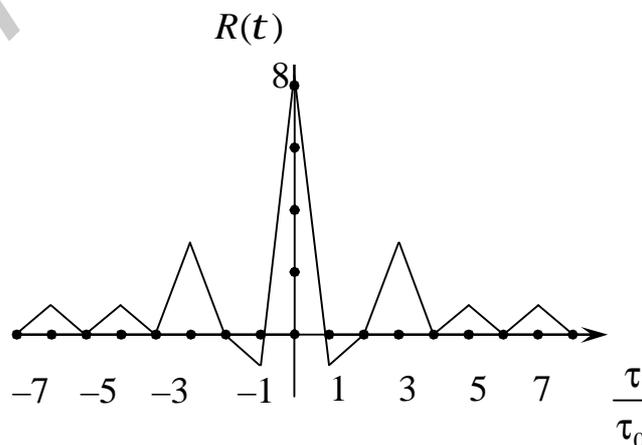


Рис. 1.7

В соответствии со свойством 9 АКФ ЧКП A_1^3 и A_4^3 отличаются от АКФ ЧКП A_0^3 знаком боковых остатков (-10-10-3018). На основании свойства 10 коэффициент взаимной корреляции:

$$\rho_{1,0} = \rho_{1,4} = \rho_{0,4} = 0.$$

4. На основе парных ЧКП A_2^3 и A_6^3 сформируйте возможные ЧКП значно-

стью $N = 16$ и присвойте им номера:

$$A_2^3 \rightarrow j = 2 \rightarrow 010 \rightarrow 11011110;$$

$$A_6^3 \rightarrow j = 6 \rightarrow 110 \rightarrow 11010010.$$

Р е ш е н и е

На основании свойства 6, используя операцию присоединения, имеем:

$$1101111011010010 \rightarrow 0010 \rightarrow j = 2 \rightarrow A_2^4;$$

$$1101001011011110 \rightarrow 0110 \rightarrow j = 6 \rightarrow A_6^4;$$

$$1101111000101101 \rightarrow 1010 \rightarrow j = 10 \rightarrow A_{10}^4;$$

$$1101001000100001 \rightarrow 1110 \rightarrow j = 14 \rightarrow A_{14}^4.$$

Из ЧКП A_2^3 и A_6^3 можно сформировать четыре ЧКП значностью $N = 16$, применяя дополнительно инвертирование каждой из исходных последовательностей.

1.3. Задачи для самостоятельной работы

1. $K_{\text{сж}}$ ЛЧМ равен 10, а длительность $T_c = 1$ мс. Определить девиацию частоты ΔF сигнала. Зарисовать ДН сигнала.

2. Сформируйте M -последовательность значностью $N = 15$. Вычислите АКФ этой последовательности. Сколько существует разных M -последовательностей значностью 15? Какой минимальный и максимальный коэффициент корреляции между ними?

3. Можно ли на основе генератора M -последовательности значностью $N = 15$ сформировать псевдослучайную последовательность значностью $N = 14$? Если можно, то как?

4. На базе генератора M -последовательности сформируйте последовательность значности $N = 8$. Вычислите ее АКФ. Можно ли сформированную последовательность отнести к классу псевдослучайных?

5. Сформируйте ЧКП A_2^4 и вычислите ее АКФ. Вычислите АКФ периодической последовательности A_2^4 . Сформируйте парную и смежную ЧКП данной. Какие номера они будут иметь?

6. По заданным ЧКП A_0^2 и A_1^2 сформируйте возможные ЧКП значностью $N = 16$. Сколько их будет? Присвойте им номера.

7. Применяв операцию присоединения, из ЧКП A_2^3 и A_3^3 сформируйте последовательность значностью $N = 16$. Относится ли полученная последовательность к классу ЧКП? Вычислите ее АКФ и оцените максимальный нормированный уровень модуля бокового остатка.

8. Применяв операцию чередования, из ЧКП A_2^3 и A_6^3 сформируйте последовательность значностью $N = 16$. Относится ли полученная последовательность к классу ЧКП? Вычислите ее АКФ и оцените максимальный нормированный уровень модуля бокового остатка.

ТЕМА 2. ОБНАРУЖЕНИЕ РАДИОСИГНАЛОВ

2.1. Краткие теоретические сведения

Задача обнаружения, как частная задача оптимального приема, характерна для всех РТС. Решение этой задачи дает ответ на вопрос: присутствует ли в момент наблюдения полезный сигнал на входе приемника? Бинарный характер задачи обнаружения связан с наличием на входе приемника аддитивного шума. Обнаружение радиосигнала может быть простым и сложным. При простом обнаружении помимо априорных данных в сигнале и шуме существуют возможные моменты времени присутствия полезного сигнала в принимаемой смеси. Сложное обнаружение отличается необходимостью оценки временного положения радиосигнала.

Характерны следующие случаи обнаружения:

- известного радиосигнала;
- радиосигнала с неизвестной начальной фазой;
- радиосигнала с неизвестной начальной фазой и флюктуирующей амплитудой;
- пачки радиосигналов.

Пусть принятая смесь

$$X(t) = \lambda S(t) + n(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (2.1)$$

где параметр λ неизвестен и принимает одно из двух значений: $\lambda = 1$ (сигнал присутствует в смеси), $\lambda = 0$ (сигнал отсутствует в смеси); $n(t)$ – белый гауссов шум со спектральной плотностью $F_n(\omega) = N_0/2$; $S(t)$ – полезный сигнал, определяемый на интервале $[0, T]$; $S(t)$ и $n(t)$ – некоррелируемые процессы.

На рис. 2.1 приведена обобщенная структурная схема обнаружителя:

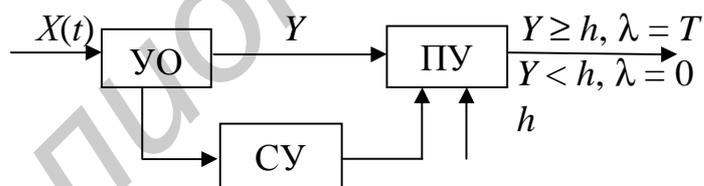


Рис. 2.1

где УО – устройство обработки; ПУ – пороговое устройство; h – порог обнаружения; СУ – синхронизирующее устройство. Структура устройства зависит от априорных данных о полезном сигнале на входе приемника.

При обнаружении известного сигнала

$$S(t) = S_0(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad 0 \leq t \leq T,$$

где $S_0(t)$ – известная огибающая радиосигнала.

Структурная схема фильтрового обнаружителя, соответствующая этому случаю, приведена на рис. 2.2.

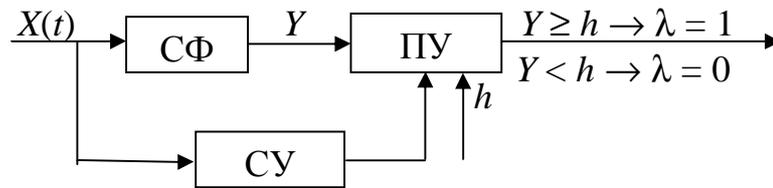


Рис. 2.2

Согласованный фильтр (СФ) можно заменить коррелятором. Коэффициент передачи фильтра:

$$K(j\omega) = CS_c^*(j\omega)e^{-j\omega T},$$

где $S_c^*(j\omega)$ – функция, комплексно-сопряженная со спектральной функцией радиосигнала $S(t)$.

Качество работы обнаружителя оценивается характеристиками обнаружителя: $P_{п.о}$ – вероятность правильного обнаружения; $P_{л.т}$ – вероятность ложной тревоги.

Для рассматриваемого обнаружителя (см. рис. 2.2)

$$P_{п.о} = 1 - \Phi\left(\frac{h/\sqrt{2E} - \sqrt{2E}}{\sqrt{N_0}}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{h_0 - E}{\sigma}\right); \quad (2.2)$$

$$P_{л.т} = 1 - \Phi\left(\frac{h/\sqrt{2E}}{\sqrt{N_0}}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{h_0}{\sigma}\right);$$

$1 - P_{п.о} = P_{прп}$ – вероятность пропуска сигнала;

$1 - P_{л.т} = P_{но}$ – вероятность правильного необнаружения.

В (2.2) E – энергия радиосигнала, $h_0 = hN_0/2$; $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2/2} dt$ – интеграл вероятности;

$\sigma^2 = \frac{EN_0}{2}$ – дисперсия случайного процесса на входе порогового устройства.

Порог h называется оптимальным, если вероятность пропуска сигнала $P_{прп}$ равна вероятности ложной тревоги $P_{л.т}$. Оптимальный порог $h_{опт} = E/2$.

Если $S(t)$ – простой сигнал, то $E/N_0 = q_{вх}$, $q_{вх}$ – входное отношение сигнал/шум по мощности, а отношение сигнал/шум по мощности на входе порогового устройства $q_n = 2q_{вх}$.

Если $S(t)$ – сложный сигнал с базой B , то $q_n = 2q_{вх}B$.

Для $P_{п.о} \geq 0,9$, $P_{л.т} \leq 0,1$ есть интегральная формула, погрешность которой не превышает 10 %:

$$q_{вх} = 2 \cdot \left(\sqrt{\ln \frac{1}{P_{л.т}} - 1,4} + \sqrt{\ln \frac{1}{1 + P_{п.о}} - 1,4} \right)^2. \quad (2.3)$$

При обнаружении радиосигнала с неизвестной начальной фазой:

$$S(t, \varphi) = S_0(t) \cos(\omega_0 t + \varphi(t)), \quad 0 \leq t \leq T,$$

где $\varphi(t)$ – неизвестная начальная фаза, плотность распределения которой принимается равной $P[\varphi(t)] = 1/2\pi$.

На рис. 2.3 приведена структурная схема фильтрового обнаружителя радиосигнала с неизвестной начальной фазой, где ДО – детектор огибающей.

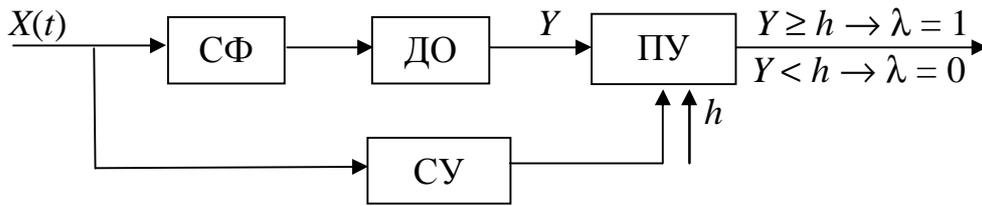


Рис. 2.3

Для неизвестной начальной фазы радиосигнала на выходе согласованного фильтра формируется автокорреляционная функция полезного радиосигнала, и детектор огибающей выделяет огибающую этого сигнала.

Характеристика обнаружения обнаружителя (см. рис. 2.3):

$$\begin{cases} P_{\text{по}} = Q \left[\frac{h}{\sqrt{\frac{EN_0}{2}}}, \sqrt{\frac{2E}{N_0}} \right] \approx \Phi \left(\frac{E-h}{\sqrt{\frac{EN_0}{2}}} \right); \\ P_{\text{лт}} = \exp \left[-\frac{h^2}{N_0 E} \right]. \end{cases} \quad (2.4)$$

Из системы уравнения (2.4) можно получить

$$P_{\text{по}} = \Phi \left(\sqrt{2q_{\text{вх}}} - \sqrt{2 \ln \frac{1}{P_{\text{лт}}}} \right), \quad (2.5)$$

где $q_{\text{вх}} = E/N_0$.

Если $S(t, \varphi)$ – сложный сигнал с базой B , то $q_n = q_{\text{вх}} B/2$.

При обнаружении радиосигнала с неизвестной начальной фазой и флюктуирующей амплитудой:

$$S(t, \varphi, A) = AS_0(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)], \quad 0 \leq t \leq T, \quad (2.6)$$

где A – флюктуирующая амплитуда, подчиняющаяся релеевскому закону распределения, $P[A] = 2A \exp[-A^2]$, а $\varphi(t)$ – случайная фаза с равномерным законом распределения $P[\varphi(t)] = 1/2\pi$.

Структурная схема обнаружителя для случая (2.6) представлена на рис. 2.4.

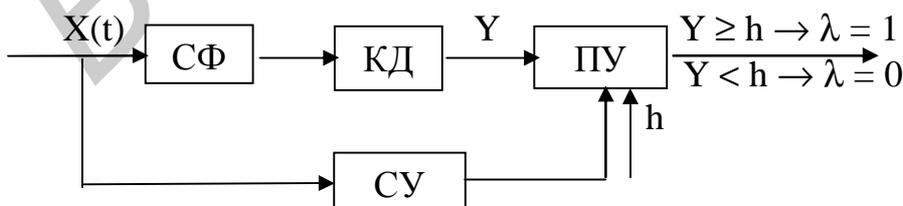


Рис. 2.4

На рис. 2.4 КД – квадратичный детектор, формирующий квадрат огибающей функции на выходе согласованного фильтра.

Характеристика обнаружения обнаружителя (см. рис. 2.4):

$$\begin{cases} P_{\text{п.о}} = \exp\left[-\frac{h}{N_0 E_0 (1 + q_{\text{вх}})}\right]; \\ P_{\text{л.т}} = \exp\left[-\frac{h}{N_0 E_0}\right], \end{cases} \quad (2.7)$$

где E_0 – энергия сигнала $S(t) = S_0(t) \cos(\omega_0 t)$.

Из системы формул (2.7) следует

$$P_{\text{п.о}} = P_{\text{л.т}}^{1/(1+q_{\text{вх}})} \text{ и } q_{\text{вх}} = (\lg P_{\text{л.т}} / \lg P_{\text{п.о}}) - 1. \quad (2.8)$$

Если $S(t, \varphi, A)$ – сложный сигнал с базой B , то $q_n = q_{\text{вх}} \sqrt{B}$.

При обнаружении пачки из N радиоимпульсов:

$$S(t, \varphi, A) = \sum_{i=1}^N A_i S_0[t - (i-1)T_n] \cdot \cos[\omega_0 t + \varphi_i], \quad (2.9)$$

где $0 \leq t \leq TN$.

Если фазы радиоимпульсов одинаковы или изменяются по известному закону, то такая пачка называется *когерентной*. Если фазы радиоимпульсов пачки случайны и независимы пачка называется *некогерентной*.

На рис. 2.5 приведена структурная схема обнаружителя когерентной пачки радиоимпульсов с известной начальной фазой пачки.

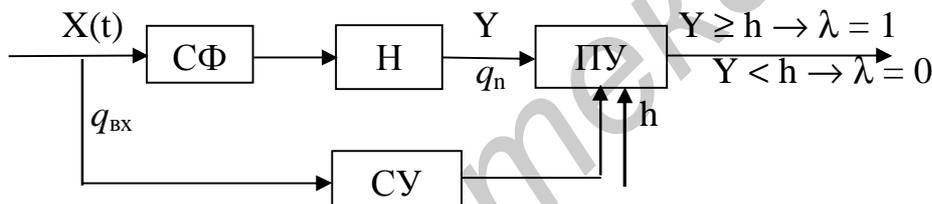


Рис. 2.5

В структуре рис. 2.5 $q_n = q_{\text{вх}} N$; Н – когерентный накопитель.

Если начальная фаза когерентной пачки радиоимпульсов не известна, то обработку нужно вести по схеме, представленной на рис. 2.6.

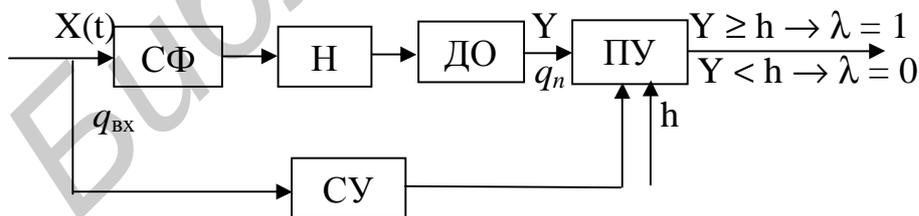


Рис. 2.6

В структуре (см. рис. 2.6) $q_n = q_{\text{вх}} N/2$.

Если когерентная пачка радиоимпульсов флюктуирует, то в структуре (см. рис. 2.6) вместо детектора огибающей включается квадратичный детектор и используются характеристики обнаружения (2.1) и (2.8), вместо $q_{\text{вх}}$ подставляется $q_{\text{вх}} N$.

При обработке некогерентной пачки импульсов с флюктуирующей амплитудой используют структуру, приведенную на рис. 2.7.

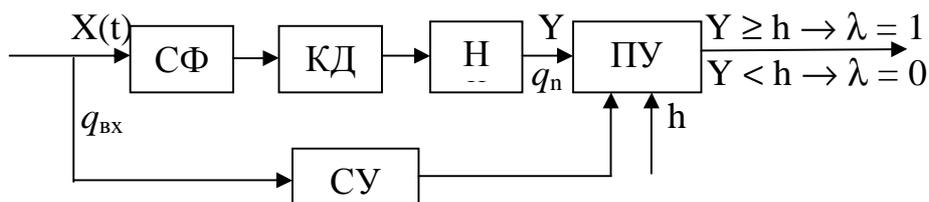


Рис. 2.7

Для построения характеристик обнаружения структуры рис. 2.7 используют формулы (2.8), в которых вместо $q_{вх}$ подставляют $\sqrt{N}q_{вх}$.

2.2. Примеры решения задач

1. Оптимальный обнаружитель простого радиосигнала обеспечивает решение задачи с $P_{п.о} = 0,9$ и $P_{л.т} = 0,01$. Определить необходимое отношение сигнал/шум на входе обнаружителя, если обнаруживается известный сигнал.

Решение

Воспользуемся формулами (2.2):

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{п.о} = 1 - \Phi \left[\frac{h}{\sqrt{\frac{2E}{N_0}}} - \sqrt{\frac{2E}{N_0}} \right] = 1 - \Phi \left[\frac{h}{\sqrt{2q_{вх}}} - \sqrt{2q_{вх}} \right]; \\ P_{л.т} = 1 - \Phi \left[\frac{h}{\sqrt{\frac{2E}{N_0}}} \right] = 1 - \Phi \left[\frac{h}{\sqrt{2q_{вх}}} \right]; \end{array} \right.$$

Подставим значения $P_{п.о}$ и $P_{л.т}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0,9 = \Phi \left[\sqrt{2q_{вх}} - \frac{h}{\sqrt{2q_{вх}}} \right]; \\ 0,99 = \Phi \left[\frac{h}{\sqrt{2q_{вх}}} \right]; \end{array} \right.$$

воспользуемся таблицами интеграла вероятности (см. приложение) и решим систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} \sqrt{2q_{\text{ВХ}}} - \frac{h}{\sqrt{2q_{\text{ВХ}}}} = 1,3; \\ \frac{h}{\sqrt{2q_{\text{ВХ}}}} = 2,33, \end{cases}$$

где $\sqrt{2q_{\text{ВХ}}} = 3,66$; $h = 8,46$; $q_{\text{ВХ}} = 6,1$.

Необходимо учесть, что $q_n = 2q_{\text{ВХ}} = 12,6$, а порог h выражается в единицах отношения сигнал/шум.

2. Взяв исходные данные из предыдущей задачи, определить необходимые отношения сигнал/шум на входе обнаружителя и порог обнаружения, если обнаруживается сигнал с неизвестной начальной фазой.

Р е ш е н и е

Воспользуемся выражением (2.5):

$$P_{\text{п.о}} = \Phi\left(\sqrt{2q_{\text{ВХ}}} - \sqrt{2 \ln \frac{1}{P_{\text{п.т}}}}\right);$$

$$0,9 = \Phi\left(\sqrt{2q_{\text{ВХ}}} - \sqrt{2 \ln \frac{1}{10^{-2}}}\right).$$

Из таблицы для интегралов вероятности получили:

$$1,3 = \sqrt{2q_{\text{ВХ}}} - \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2,3};$$

$$\sqrt{2q_{\text{ВХ}}} = 4,3, \quad q_{\text{ВХ}} \approx 9,2.$$

Порог обнаружения $h = 8,46$, т. е. такой же, как и для задачи 1.

3. Взяв исходные данные из задачи 1, определить необходимые отношения сигнал/шум на входе обнаружителя и порог обнаружения, если обнаруживается сигнал с неизвестной начальной фазой и флюктуирующей амплитудой.

Р е ш е н и е

Воспользуемся формулой (2.8):

$$q_{\text{ВХ}} = \frac{\ln 10^{-2}}{\ln 0,9} - 1 = 45.$$

Порог обнаружения $h = 8,46$, т. е. такой же, как и для задачи 1.

2.3. Задачи для самостоятельной работы

1. Чему равны $P_{\text{л.т}}$ и $P_{\text{п.о}}$ при обнаружении на фоне белого шума известного радиосигнала, если пороговое напряжение равно эффективному напряжению шума?

2. Обнаружитель известного сигнала обеспечивает обнаружения с $P_{\text{п.о}} = 0,9$ и $P_{\text{л.т}} = 10^{-2}$ при отношении сигнал/шум по мощности $q_{\text{ВХ}} = 7$. Какой вид должен иметь полезный сигнал?

3. Обнаружитель сигнала с неизвестной начальной фазой обеспечивает обнаружение с $P_{\text{п.о}} = 0,9$ и $P_{\text{л.т}} = 10^{-2}$ при отношении сигнал/шум $q_{\text{ВХ}} = 5$. Какой вид должен иметь полезный сигнал?

4. Обнаружитель сигнала с неизвестной начальной фазой и флюктуирующей амплитудой обеспечивает обнаружение с $P_{п.о} = 0,9$ и $P_{л.т} = 10^{-2}$ при отношении сигнал/шум $q_{вх} = 7$. Какой вид должен иметь полезный сигнал?

5. Какое отношение сигнал/шум на входе порогового устройства требуется для оптимального обнаружения на фоне белого шума сигнала со случайной амплитудой и фазой, если $P_{п.о} = e^{-0,5}$, $P_{л.т} = e^{-10}$? Какое требуется входное отношение сигнал/шум?

6. Определить $P_{п.о}$ пачки независимо флюктуирующих импульсов, если $N = 12$, $P_{л.т} = 10^{-3}$, $q_{вх} = 10$. Изобразить структуру обнаружителя.

7. Обнаружитель когерентной пачки импульсов с неизвестной начальной фазой обеспечивает $P_{п.о} = 0,99$ и $P_{л.т} = 0,1$. Каково количество импульсов в пачке, если входное отношение сигнал/шум $q_{вх} = 5$?

8. При отношении сигнал/шум 8 на входе обнаружителя известного сигнала и пороге обнаружения, равном половине оптимального порога, обеспечиваются заданные $P_{п.о}$ и $P_{л.т}$. Во сколько раз требуется изменить входное отношение сигнал/шум, если ведется обнаружение сигнала с неизвестной начальной фазой для тех же $P_{п.о}$ и $P_{л.т}$? Нарисовать структуру обнаружителя.

9. Обнаружитель сигнала с неизвестной начальной фазой и флюктуирующей амплитудой обнаруживает сложный сигнал с $P_{п.о} = 0,1$ и $P_{л.т} = 0,01$ при отношении сигнал/шум, равном 4 на входе. Какова база сложного сигнала? Нарисовать структуру обнаружителя.

10. Обнаружитель известного сигнала обеспечивает $P_{п.о} = 0,999$. Какое отношение сигнал/шум необходимо обеспечить на входе обнаружителя, если порог обнаружения оптимальный? Каково $P_{л.т}$? Зарисовать структуру обнаружителя.

ТЕМА 3. РАЗЛИЧЕНИЕ РАДИОСИГНАЛОВ

3.1. Краткие теоретические сведения

Задача различения заключается в принятии решения о наличии в принимаемой смеси одного из возможных информационных сигналов:

$$X(t) = S_i(t) + n(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (3.1)$$

где $n(t)$ – белый шум со спектральной плотностью $F_n(\omega) = \frac{N_0}{2}$; $i = \overline{1, m}$; m – возможное количество информационных сигналов.

При различении двух информационных символов

$$X(t) = \lambda \cdot S_1(t) + (1 - \lambda) \cdot S_2(t) + n(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (3.2)$$

$$\lambda = \begin{cases} 1, & \text{в смеси } S_1(t); \\ 0, & \text{в смеси } S_2(t). \end{cases}$$

На рис. 3.1 приведена структурная схема фильтрового различителя двух известных сигналов.

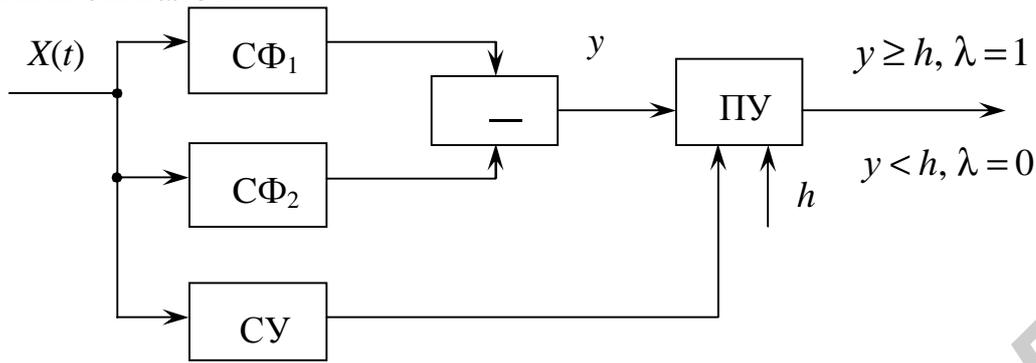


Рис. 3.1

Согласованные фильтры в структуре (см. рис. 3.1) имеют следующие импульсные отклики:

$$СФ_1 \rightarrow g_1(t) = CS_1(T-t);$$

$$СФ_2 \rightarrow g_2(t) = CS_2(T-t).$$

Качество работы структуры (см. рис. 3.1) определяется следующим выражением для вероятности ошибки:

$$P_{\text{ош}} = P(S_1) \cdot \Phi\left(\frac{h-m_1}{\sigma}\right) + P(S_2) \cdot \left[1 - \Phi\left(\frac{h-m_2}{\sigma}\right)\right], \quad (3.3)$$

где $\Phi(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-x}^{\infty} \mathbf{1}^{\frac{-t^2}{2}} dt$ – интеграл вероятности; $h = \frac{E_1 - E_2}{2} + \frac{N_0}{2} \cdot \ln \frac{P(S_2)}{P(S_1)}$ –

порог различения; $P(S_2), P(S_1)$ – априорные вероятности появления сигналов

$S_1(t)$ и $S_2(t)$; $\sigma^2 = N_0 \left(\frac{E_1 + E_2}{2} - R_{1,2} \right)$ – дисперсия случайного процесса на входе

порогового устройства; $R_{1,2} = \int_0^T S_1(t) \cdot S_2(t) dt$; $E_1 = \int_0^T S_1^2(t) dt$; $E_2 = \int_0^T S_2^2(t) dt$ –

взаимокорреляционная функция и энергии сигналов $S_1(t)$ и $S_2(t)$;

$m_1 = (E_1 - R_{1,2})$ и $m_2 = (-E_2 + R_{1,2})$ – матожидания случайных процессов на входе порогового устройства.

Если $P(S_1) = P(S_2) = 0,5$; $E_1 = E_2 = E$, то

$$P_{\text{ош}} = 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{E}{N_0}}(1 - \rho_{1,2})\right). \quad (3.4)$$

Коэффициент взаимной корреляции $\rho_{1,2} = \frac{1}{E} \int_0^T S_1(t) \cdot S_2(t) dt$.

При различении m известных сигналов ($m > 2$) структурная схема оптимального различителя приведена на рис. 3.2.

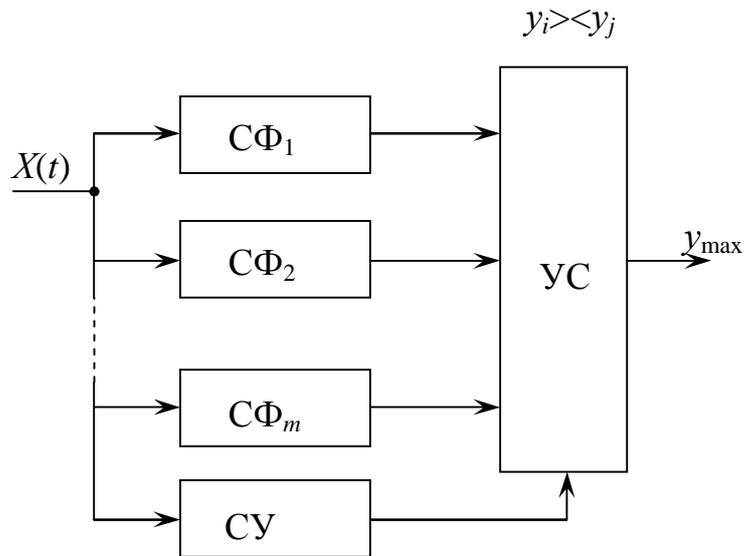


Рис. 3.2

На рис. 3.2 УС – устройство сравнения.

Импульсный отклик каждого согласованного фильтра:

$$q(t) = C \cdot S_i(T - t).$$

Если вероятность $P(S_1) = P(S_2) = \dots = P(S_m) = 1/m$, энергия $E_1 = E_2 = \dots = E_m = E$, а коэффициенты взаимной корреляции одинаковы $\rho_{i,j} = \rho$, то

$$P_{\text{ош}} \approx (m-1) \cdot \left[1 - \Phi \left(\sqrt{\frac{E}{N_0}} (1-\rho) \right) \right]. \quad (3.5)$$

При оптимальном различении m символов с неизвестными начальными фазами:

$$X(t) = S_i(t, \varphi_i) + n(t), \quad 0 \leq t \leq T;$$

где φ_i – случайная фаза с $P(\varphi_i) = \frac{1}{2\pi}$, $i = \overline{1, m}$.

На рис. 3.3 и 3.4 приведены структурные схемы оптимальных различителей двух и $m > 2$ информационных сигналов с неизвестными фазами соответственно.

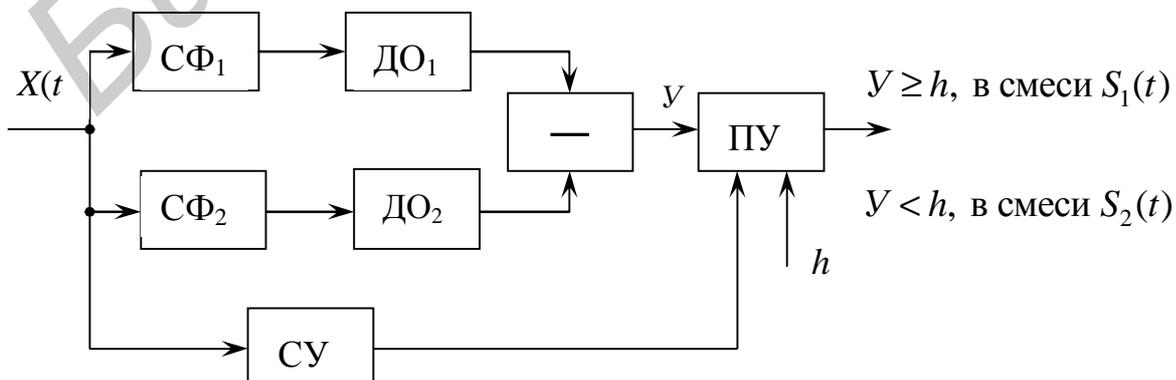


Рис. 3.3

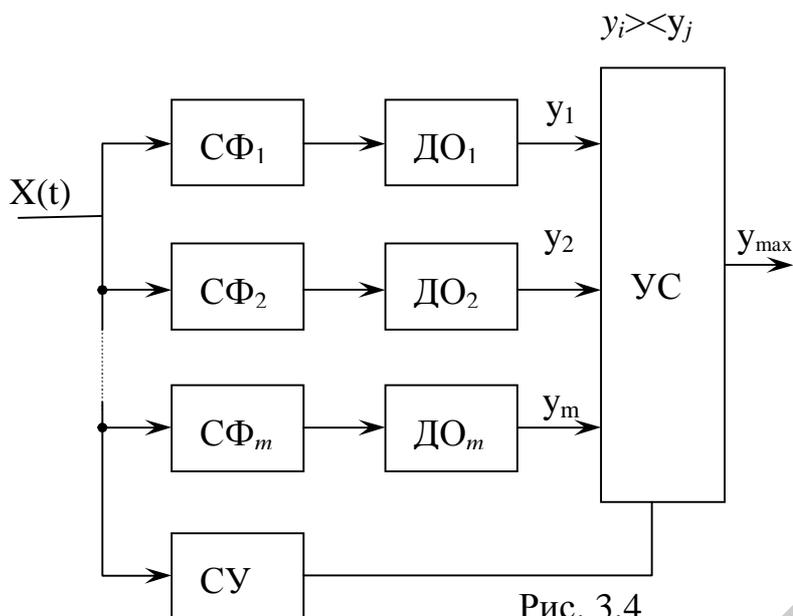


Рис. 3.4

Для схемы, приведенной на рис. 3.3, вероятность ошибочного различия при равенстве энергий сигналов и априорных вероятностей определяется выражением

$$P_{\text{ош}} = Q \left[\frac{1}{2} \sqrt{\frac{2E}{N_0} [1 - \sqrt{1 - \rho_{1,2}^2}]}, \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2E}{N_0} [1 + \sqrt{1 - \rho_{1,2}^2}]} \right] - 0,5 \exp \left[-0,25 \frac{2E}{N_0} \right] \cdot I_0 \left(0,25 \cdot \frac{2E}{N_0} \cdot \rho_{1,2}^2 \right), \quad (3.6)$$

где $Q(U, V) = \int_V^{\infty} x \exp \left(-\frac{x^2 + U^2}{2} \right) I_0(xU) dx$ – табулированная ku -функция; $I_0(z)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

При коэффициенте взаимной корреляции $\rho_{1,2} = 0$ (сигналы $S_1(t, \varphi_1)$ и $S_2(t, \varphi_2)$ ортогональны):

$$P_{\text{ош}} = 0,5 \exp \left[-\frac{E}{2N_0} \right]. \quad (3.7)$$

Для АМ с пассивной паузой ($S_2(t) = 0$)

$$P_{\text{ош}} = 0,5 \left[1 + \exp[-0,5h^2] - Q \left[\sqrt{\frac{2E}{N_0}} h \right] \right], \quad (3.8)$$

где h находится из уравнения

$$I_0 \left(h \sqrt{\frac{2E}{N_0}} \right) = \exp \left[0,5 \cdot \frac{2E}{N_0} \right].$$

Качество работы схемы (см. рис. 3.4) при равенстве априорных вероятностей, энергий сигналов, их ортогональности оценивается выражением

$$P_{\text{ош}} \approx (m-1) \cdot 0,5 \exp \left[-\frac{E}{2N_0} \right]. \quad (3.9)$$

3.2. Примеры решения задач

1. Оптимальный различитель двух сигналов $S_1(t)$ и $S_2(t)$ обеспечивает $P_{\text{ош}} \leq 10^{-3}$. Для моделей сигналов

$$S_1(t) = A_0 \cos \omega_0 t,$$

$$S_2(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad 0 \leq t \leq T,$$

определить необходимое отношение сигнал/шум на входе различителя, если возможны следующие значения φ :

$$\text{а) } \varphi = \frac{\pi}{3}, \quad \text{б) } \varphi = \frac{\pi}{2}, \quad \text{в) } \varphi = \pi.$$

Решение

Считая априорные вероятности появления сигналов $S_1(t)$ и $S_2(t)$ одинаковыми, а энергии этих сигналов равными, воспользуемся выражением (3.3):

$$P_{\text{ош}} = 1 - \Phi \left(\sqrt{\frac{E}{N_0} (1 - \rho_{1,2})} \right).$$

$$\text{Здесь } \frac{E}{N_0} = \frac{P_c \cdot T}{N_0} = \frac{P_c}{N_0 \cdot \frac{1}{T}} = \frac{P_c}{N_0 \cdot F_{\text{эф}}} = q_{\text{вх}}, \text{ следовательно,}$$

$$P_{\text{ош}} = 1 - \Phi \left(\sqrt{q_{\text{вх}} (1 - \rho_{1,2})} \right).$$

$$\text{Откуда } \Phi \left(\sqrt{q_{\text{вх}} (1 - \rho_{1,2})} \right) = 0,999.$$

Из таблицы интегралов вероятности (см. приложение) получим

$$\sqrt{q_{\text{вх}} (1 - \rho_{1,2})} = 3,1; \quad q_{\text{вх}} = \frac{9,61}{1 - \rho_{1,2}}.$$

Коэффициент взаимной корреляции при $T \gg \frac{2\pi}{\omega_0}$

$$\rho_{1,2} = \frac{1}{E} \int_0^T S_1(t) \cdot S_2(t) dt = \frac{1}{E} \int_0^T A_0^2 \cos \omega_0 t \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi) dt = \cos \varphi.$$

$$\text{Для случаев: а) } \varphi = \frac{\pi}{3} \rightarrow \rho_{1,2} = 0,5; \quad \text{б) } \varphi = \frac{\pi}{2} \rightarrow \rho_{1,2} = 0;$$

$$\text{в) } \varphi = \pi \rightarrow \rho_{1,2} = -1.$$

Необходимые входные отношения сигнал/шум:

$$\text{а) } q_{\text{вх}} = \frac{9,61}{0,5} = 19,22, \quad \text{б) } q_{\text{вх}} = 9,61, \quad \text{в) } q_{\text{вх}} \approx 4,8.$$

2. Отношение сигнал/шум на входе различителя двух равновероятных сигналов с неизвестными начальными фазами равно 10. Для моделей сигналов:

$$S_1(t) = A_0 \cos(\omega_1 t + \varphi_1); \quad S_2(t) = A_0 \cos(\omega_2 t + \varphi_2);$$

$$0 \leq t \leq T, \quad (\omega_2 - \omega_1) = \frac{2\pi}{T}, \quad \omega_i \gg \frac{2\pi}{T},$$

$$\varphi_1 \text{ и } \varphi_2 - \text{случайные фазы с } P_i(\varphi) = \frac{1}{2\pi}$$

вычислить вероятность ошибочного приема. Какова структурная схема различителя?

Решение

Исходя из описаний сигналов – это простые цифровые сигналы с частотной манипуляцией, коэффициент взаимной корреляции которых близок к нулю, т. е. $\rho_{1,2} \approx 0$.

Воспользуемся для определения $P_{\text{ош}}$ выражением (3.4):

$$P_{\text{ош}} = 0,5 \exp\left[-\frac{E}{2N_0}\right] = 0,5 \exp\left[-\frac{q_{\text{вх}}}{2}\right] = 0,5 \exp[-5] \approx 3,4 \cdot 10^{-3}.$$

Структурная схема различителя соответствует рис. 3.3.

3. Различитель двух известных сигналов $S_1(t)$ и $S_2(t)$ должен обеспечить $P_{\text{ош}} \leq 10^{-3}$ при отношении сигнал/шум, равном 8 на входе. Какими должны быть сигналы $S_1(t)$ и $S_2(t)$, чтобы удовлетворить указанным качественным показателям? Нарисовать структурную схему различителя.

Так как осуществляется различение двух известных сигналов, то приняв их энергию и априорные вероятности равными, воспользуемся выражением (3.4):

$$P_{\text{ош}} = 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{E}{N_0}(1 - \rho_{1,2})}\right) = 1 - \Phi\left(\sqrt{q_{\text{вх}}(1 - \rho_{1,2})}\right).$$

Подставим известные величины и определим $\rho_{1,2}$:

$$10^{-3} = 1 - \Phi\left(\sqrt{8(1 - \rho_{1,2})}\right); \quad 0,999 = \Phi\left(\sqrt{8(1 - \rho_{1,2})}\right);$$

$$\sqrt{8(1 - \rho_{1,2})} = 3,1; \quad \rho_{1,2} \approx -0,07.$$

Заданным условиям удовлетворяют простые сигналы, фазы несущих которых различаются на π рад. При этом $\rho_{1,2} = -1$ и их можно рассматривать как противоположные сигналы вида

$$S_1(t) = A_0 \cos \omega_0 t,$$

$$S_2(t) = -A_0 \cos \omega_0 t, \quad 0 \leq t \leq T.$$

Структура различителя приведена на рис. 3.5.

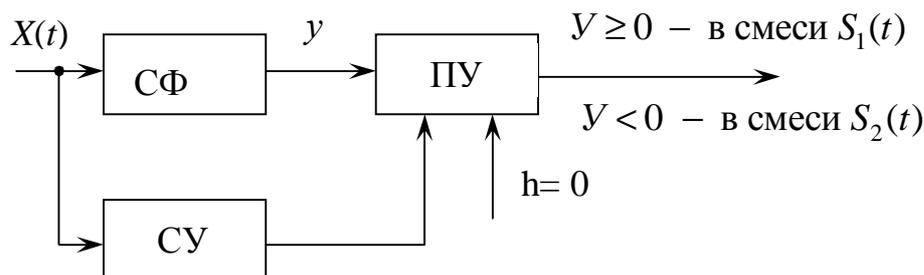


Рис. 3.5

Импульсный отклик СФ $g(t) = C \cdot S_1(T - t)$.

3.3. Задачи для самостоятельной работы

1. На фоне белого шума различаются два известных противоположных равновероятных сигнала с одинаковыми энергиями. Определить необходимое отношение сигнал/шум на входе различителя, если $P_{\text{ош}} \leq 10^{-4}$. Зарисовать схему различителя.

2. На фоне белого шума различаются четыре ортогональных сигнала с неизвестными начальными фазами, равными энергиями и априорными вероятностями. Определить вероятность ошибочного приема, если входное отношение сигнал/шум равно 14. Привести структуру различителя.

3. Оптимальный различитель двух сигналов $S_1(t)$ и $S_2(t)$ фиксирует $P_{\text{ош}} = 10^{-3}$ при отношении сигнал/шум, равном 5 на входе. Какова структура различителя и каковы требования к сигналам $S_1(t)$ и $S_2(t)$?

4. При оптимальном различении двух сигналов $S_1(t)$ и $S_2(t)$ равновероятных сигналов с одинаковыми энергиями обеспечивается $P_{\text{ош}} = 10^{-5}$ при $q_{\text{вх}} = 1$. Какие требования предъявляются к сигналам $S_1(t)$ и $S_2(t)$ для реализации указанных качественных показателей? Какова структура различителя?

5. При оптимальном различении двух равновероятных известных сложных сигналов равных энергий с базами 16 фиксируются $P_{\text{ош}} = 10^{-4}$. Какова величина отношения сигнал/шум на входе различителя? Какова структура различителя?

6. При различении двух взаимно-ортогональных сложных сигналов с одинаковыми априорными вероятностями и энергиями фиксируется $P_{\text{ош}} = 10^{-3}$ при $q_{\text{вх}} = 2$. Какие базы должны иметь сложные сигналы? Какова структура различителя?

ТЕМА 4. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ РАДИОСИГНАЛА

4.1. Краткие теоретические сведения

В принимаемой смеси

$$X(t) = S(t, I) + v(t), 0 \leq t \leq 1, \quad (4.1)$$

полагаются известными все необходимые характеристики белого шума $n(t)(F_n(w) = \frac{N_0}{2})$ и (точно или ориентировочно) априорная плотность вероятности $P_{pr}(I)$ информационного параметра I . Сам параметр на интервале наблюдения $[0, T]$ является постоянной величиной. Оптимальный приемник дает приближенную оценку $\hat{I} = f[x(t)]$. Вся информация об интересующем нас параметре заключена в функционале правдоподобия [4]:

$$F(I) = \exp \left[-\frac{1}{N_0} \int_0^T [x(t) - S(t, I)]^2 dt \right], \quad (4.2)$$

поэтому для оптимальной оценки параметра удобно брать критерий

$$\ln F(I) = \max. \quad (4.3)$$

Из (4.3) вытекает уравнение правдоподобия, дающее оценку измеряемому параметру:

$$\frac{d \ln F(I)}{dI} = 0. \quad (4.4)$$

Параметры радиосигнала можно разделить на энергетические (амплитуда, длительность) и неэнергетические (фаза, смещение частоты, время запаздывания).

Пусть оцениваемый параметр – амплитуда A , тогда в смеси (4.1)

$$S(t, A) = A \cdot S_0(t) \cdot \cos(\omega_0 t + j_0) = A S_1(t), \quad (4.5)$$

и уравнение правдоподобия примет вид

$$\frac{d \ln F(A)}{dA} = \frac{2}{N_0} \int_0^T [x(t) - A S_1(t)] \cdot S_1(t) dt = 0. \quad (4.6)$$

$$\text{Из (4.6) следует } \hat{A} = \frac{1}{E_1} \int_0^T x(t) \cdot S_1(t) dt, \quad (4.7)$$

где $E_1 = \int_0^T S_1^2(t) dt$.

На рис. 4.1 в соответствии с выражением (4.7) приведены корреляционная (а) и фильтровая (б) схемы оценки амплитуды известного сигнала.

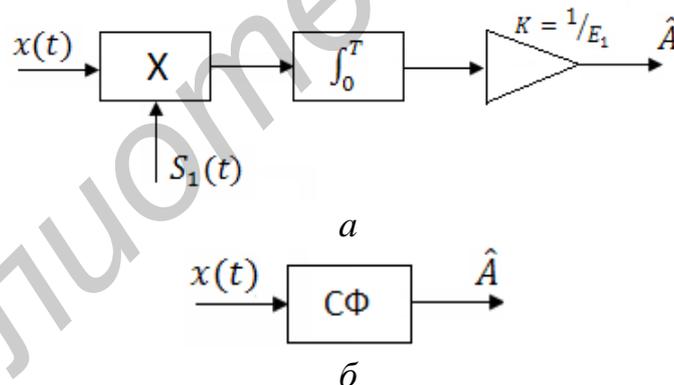


Рис. 4.1

Импульсный отклик согласованного фильтра (СФ, см. рис. 4.1, б) определяется выражением

$$g(t) = \frac{1}{E_1} S_1(T - t).$$

Если истинное значение амплитуды – A_0 , то $\langle \hat{A} \rangle = A_0$, а дисперсия оценки амплитуды

$$\sigma_A^2 = \langle (\hat{A} - A_0)^2 \rangle = \frac{N_0}{2E_1}. \quad (4.8)$$

При оценке амплитуды с неизвестной начальной фазой [4] ($P(\varphi) = 1/2\pi$)

$$\hat{A} = \frac{2Z}{N_0}, \quad (4.9)$$

где $Z = \sqrt{\left[\int_0^T x(t) \cdot S_0(t) \cdot \cos \omega_0 t dt \right]^2 + \left[\int_0^T x(t) \cdot S_0(t) \cdot \sin \omega_0 t dt \right]^2}$.

На рис. 4.2 приведены корреляционная (а) и фильтровая (б) схемы оценки амплитуды радиосигнала с неизвестной начальной фазой.

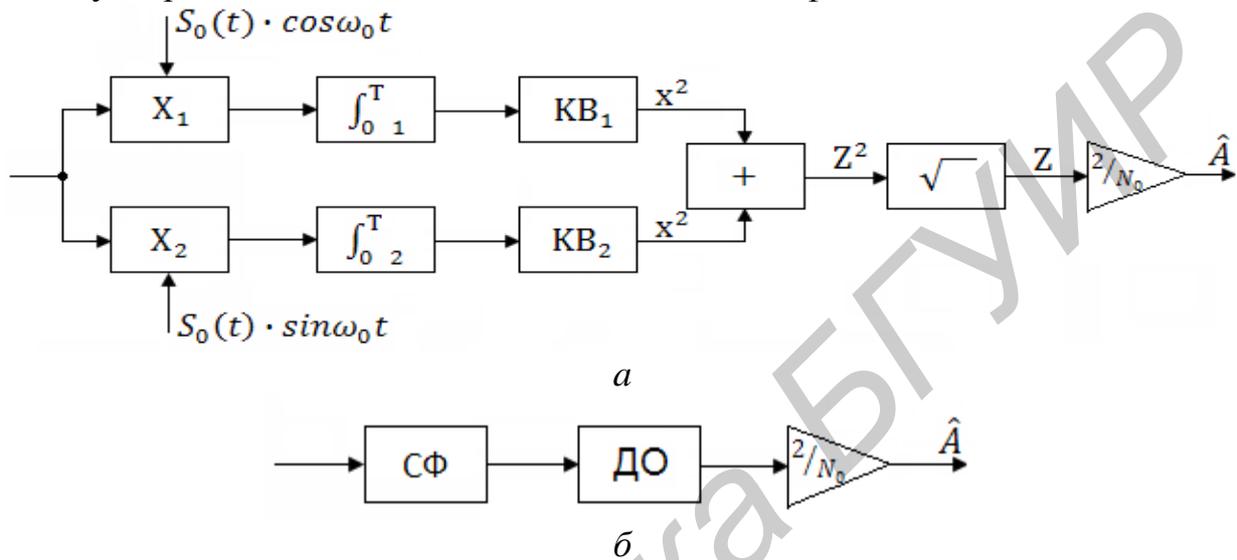


Рис. 4.2

Согласованный фильтр на рис. 4.2, б имеет импульсный отклик $g(t) = C \cdot S_1(T - t)$. Дисперсия оценки амплитуды для этого случая

$$S_{\hat{A}}^2 = \frac{N_0}{E_0}, \quad (4.10)$$

где $E_0 = \int_0^T S_0^2(t) dt$.

Если оцениваемые параметры неэнергетические, функционал правдоподобия упростится:

$$F(\lambda) = const \exp \left[\frac{2}{N_0} \int_0^T x(t) \cdot S(t, \lambda) dt \right]. \quad (4.11)$$

Решающее правило при этом примет вид

$$y_i = \int_0^T x(t) \cdot S(t, \hat{\lambda}_i) dt < \int_0^T x(t) \cdot S(t, \hat{\lambda}_j) dt = y_j. \quad (4.12)$$

Структурная схема оценки параметра многоканального коррелятора приведена на рис. 4.3.

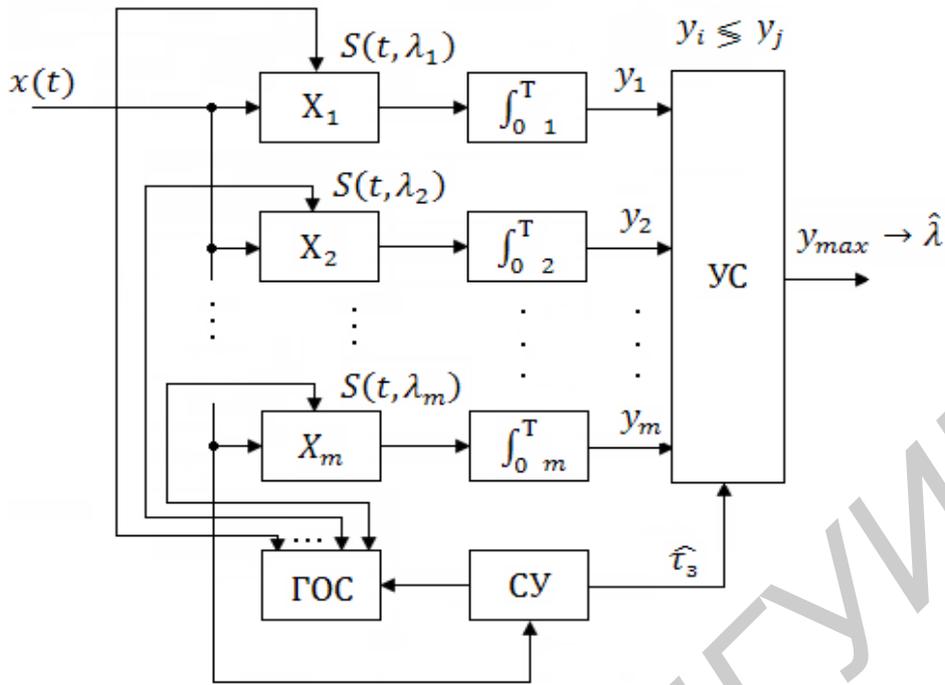


Рис. 4.3

Опорный сигнал для каждого канала (см. рис. 4.3) формируется с учетом конкретного значения параметра из диапазона его возможных изменений. Весь диапазон возможных изменений измеряемого параметра разбивается на « m » дискретных величин:

$$m = \frac{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}}{\Delta\lambda},$$

где $\Delta\lambda$ – инструментальная погрешность оценки параметра.

Устройство сравнения (УС) с учетом временной задержки t_s , формируемой синхронизируемым устройством (СУ), сравнивает вычисленные каналные величины y_i и определяет y_{\max} , которому соответствует оцениваемый параметр $\hat{\lambda}$.

Дисперсия оценки неэнергетического параметра λ вычисляется из соотношения

$$\sigma_{\lambda}^2 = - \frac{1}{y_c''(\lambda_0)} = - \frac{N_0}{2R''(\lambda_0)} = - \frac{N_0}{2Er(\lambda_0)}. \quad (4.13)$$

В (4.13) $y_c''(\lambda_0)$, $R''(\lambda_0)$, $r(\lambda_0)$ – вторые производные по $\hat{\lambda}$ в точке λ_0 (истинного значения параметра) от соответственно сигнальной функции $y_c(\lambda)$, корреляционной функции R_{λ} информационного сигнала, нормированной корреляционной функции $r(\lambda)$. Сигнальная функция описывается выражением

$$y_c(\lambda) = \frac{2}{N_0} \int_0^T S(t, \lambda) \cdot S(t, \hat{\lambda}) dt. \quad (4.14)$$

Если измеряемый параметр фаза j , то

$$\sigma_j^2 = \frac{N_0}{2E}, \quad (4.15)$$

где E – энергия сигнала.

Для $S(t, j) = S_0(t) \cdot \cos(\omega_0 t + j)$ уравнение правдоподобия примет вид

$$\frac{d \ln F(j)}{dj} = \frac{2}{N_0} \int_0^T x(t) \cdot S_0(t) \cdot \sin(\omega_0 t + j) dt = 0. \quad (4.16)$$

Из (4.16) следует

$$\hat{j} = -\arctg \frac{\int_0^T x(t) \cdot S_0(t) \cdot \sin \omega_0 t dt}{\int_0^T x(t) \cdot S_0(t) \cdot \cos \omega_0 t dt}. \quad (4.17)$$

На рис. 4.4 приведены две возможные структурные схемы оптимальной оценки фазы радиосигнала в соответствии с (4.16) и (4.17).

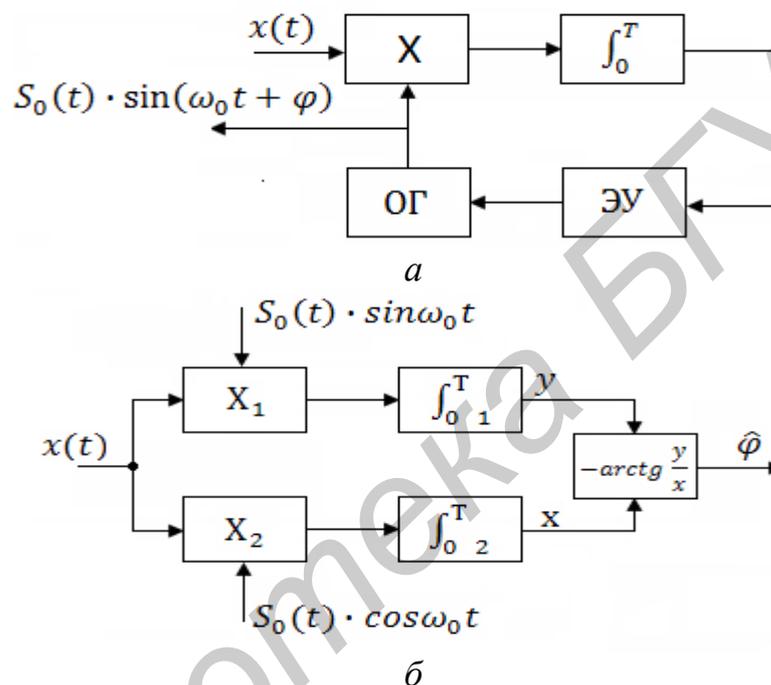


Рис. 4.4

При оценке временного положения полезный сигнал $S(t, \tau) = S_0(t - \tau) \cos(\omega_0 t - j_0)$ является функцией от временного положения τ и ему соответствует сигнальная функция

$$y_c(\tau) = \frac{2}{N_0} \int_0^T S_0(t - \tau) S_0(t - \tau) dt. \quad (4.18)$$

Дисперсия оценки временного положения

$$s_t^2 = \frac{1}{\left(\frac{2E}{N_0}\right) \cdot F_{\text{эк}}^2}, \quad (4.19)$$

где $F_{\text{эк}} = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} \Omega^2 |S(\Omega)|^2 d\Omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |S(j\Omega)|^2 d\Omega}}$ – эквивалентная полоса частот сигнала, которая ма-

$$\sigma_{\hat{f}}^2 = \frac{\sigma_{\Omega}^2}{(2\pi)^2} = \frac{1}{\left(\frac{2E}{N_0}\right) \cdot T_{\text{эк}}^2}, \quad (4.23)$$

где $T_{\text{эк}} = 2\pi\alpha$ – эквивалентная длительность сигнала

$$T_{\text{эк}} = \sqrt{\frac{\int_0^T t^2 s_0^2(t) dt}{\int_0^T s_0^2(t) dt}} \cdot 2\pi. \quad (4.24)$$

Уравнение правдоподобия для оценки смещения частоты имеет вид

$$\frac{d \ln F(\hat{f})}{d\hat{f}} = \frac{2}{N_0} \int_0^T \chi(t) \frac{dS(t, \hat{f})}{d\hat{f}} dt = 0. \quad (4.25)$$

В соответствии с (4.25) на рис. 4.6 приведена структурная схема следящего измерителя частоты. Генератор опорного сигнала (ГОС) вырабатывает оценку смещения частоты, пропорциональную напряжению рассогласования, формируемым частотным дискриминатором (ЧД) и элементом управления (ЭУ).

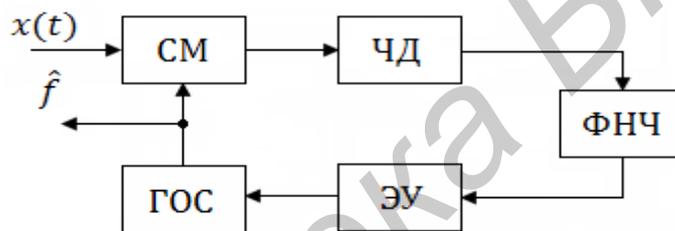


Рис. 4.6

В системах радиолокации и радионавигации ошибка измерения временной задержки определяет точность измерения дальности

$$\sigma_{\hat{D}} = \sigma_{\hat{t}} \cdot \frac{C}{2} = \frac{0,5C}{\sqrt{\frac{2E}{N_0} F_{\text{эк}}}}, \quad (4.26)$$

а ошибка измерения смещения частоты – точность измерения радиальной скорости

$$\sigma_{\hat{V}_r} = \sigma_{\hat{f}} \cdot \frac{0,5C}{f_0} = \frac{0,5\lambda}{\sqrt{\frac{2E}{N_0} T_{\text{эк}}}}. \quad (4.27)$$

В (4.26) и (4.27) C – скорость распространения электромагнитных волн, f_0, λ – частота и длина волны несущего колебания.

В системах определения местоположения объектов оцениваются азимутальный угол σ и угол места β ; ошибки измерения этих углов:

$$\sigma_{\alpha} = \frac{\theta_{\alpha}}{\sqrt{\frac{2E}{N_0}}}, \quad \sigma_{\beta} = \frac{\theta_{\beta}}{\sqrt{\frac{2E}{N_0}}}, \quad (4.28)$$

где $\sigma_{\alpha}, \sigma_{\beta}$ – ширина диаграммы направленности антенны на уровне азимутальной плоскости и плоскости угла места соответственно.

4.2. Примеры решения задач

1. На вход оптимального приемника поступает аддитивная смесь информационного сигнала с шумом $x(t) = A \cos \omega_0 t + n(t)$, $0 \leq t \leq T$. A – принимаемое сообщение; $n(t)$ – шум, мощность которого в полосе сигнала $P_n = 0,32 \text{ В}^2$; T – длительность сигнала (интервал наблюдения). Определить потенциальную ошибку измерения амплитуды $\sigma_{\hat{A}}$. Нарисовать структуру измерителя.

Решение

В соответствии с (4.8) имеем

$$\sigma_{\hat{A}} = \sqrt{\frac{N_0}{2E_1}} = \sqrt{\frac{N_0}{E_0}}, \quad \text{где } E_0 = \int_0^T 1 dt = T (\text{В}^2 \text{с}),$$

$$N_0 = \frac{P_n}{F_{\text{эф}}} = \frac{P_n}{2/T} = \frac{0,32}{2/T} = 0,16T (\text{В}^2 \text{с}), \quad \sigma_{\hat{A}} = \sqrt{\frac{0,16T}{T}} = 0,4 \text{ В}.$$

Структура измерителя соответствует рис. 4.1.

2. На вход оптимального измерителя поступает аддитивная смесь информационного сигнала с белым шумом:

$$x(t) = A_0 (1 + m \cos \Omega t) \cos \omega_0 t + n(t), \quad 0 \leq t \leq T.$$

Спектральная плотность шума $F_n(\omega) = \frac{N_0}{2}$, а информационный параметр – m .

Оценить потенциальную точность измерения информационного параметра $\sigma_{\hat{m}}$,

если $\omega_0 \gg \Omega$, $\omega_0 \approx \frac{2\pi}{T}$, а) $\Omega \gg \frac{2\pi}{T}$, б) $\Omega \approx \frac{2\pi}{T}$.

$$\sigma_{\hat{m}} = \sqrt{\frac{N_0}{E_0}}, \quad S(t, m) = A_0 m \cos \Omega t \cdot \cos \omega_0 t, \quad \text{откуда}$$

$$E_0 = \int_0^T A_0^2 \cos^2 \Omega t dt = \frac{A_0^2 T}{2} + \frac{A_0^2}{2} \int_0^T \cos 2\Omega t dt.$$

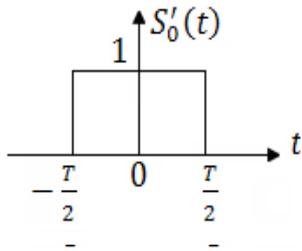
$$\text{Для случая а) } E_0 = \frac{A_0^2 T}{2} \quad \text{и} \quad \sigma_{\hat{m}} = \sqrt{\frac{2N_0}{A_0^2 T}}.$$

$$\text{Для случая б) } E_0 = \frac{A_0^2 T}{2} \left(1 + \frac{1}{2\Omega T} \sin 2\Omega T \right) \quad \text{и}$$

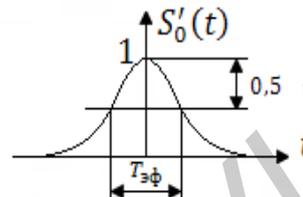
$$\sigma_{\hat{m}} = \sqrt{\frac{2N_0}{A_0^2 T \left(1 + \frac{1}{2\Omega T} \sin 2\Omega T \right)}}.$$

3. Для сигнала $S(t) = S'_0(t) \cdot \cos \omega_0 t$ определить эквивалентную полосу частот $F_{\text{ЭК}}$ и эквивалентную длительность $T_{\text{ЭК}}$, если

а) $S'_0(t) = \begin{cases} 1, & -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0, & t < -\frac{T}{2}, t > \frac{T}{2} \end{cases}$



б) $S'_0(t) = \exp[-2,8(\frac{t}{T_{\text{эф}}})^2]$



Определим первоначально $F_{\text{ЭК}}$ для указанных случаев. В соответствии с

(4.19) имеем
$$F_{\text{ЭК}} = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} \Omega^2 |S(j\Omega)|^2 d\Omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |S(j\Omega)|^2 d\Omega}}$$

Для случая «а» спектральная функция сигнала $S(j, \Omega) = \frac{T \sin \frac{\Omega T}{2}}{\frac{\Omega T}{2}}$ и

$$F_{\text{ЭК}} = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} \Omega^2 \left| \frac{T \sin \frac{\Omega T}{2}}{\frac{\Omega T}{2}} \right|^2 d\Omega}{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{T \sin \frac{\Omega T}{2}}{\frac{\Omega T}{2}} \right|^2 d\Omega}} = \sqrt{\frac{4 \int_0^T \sin^2 \frac{\omega T}{2} d\omega}{T^2 \int_{-0}^T \frac{\sin^2 \frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}} d\omega}} = \sqrt{\frac{2\Delta f}{T}}$$

Δf – полоса частот, занимаемая сигналом.

При $\Delta f = \frac{2}{T} = F_{\text{эф}}$, $F_{\text{ЭК}} = \frac{2}{T} = F_{\text{эф}}$.

Для случая «б» спектральная функция сигнала

$$S(j, \Omega) = \left[\exp -\frac{T_{\text{эф}}^2}{11,2} \omega^2 \right] \text{ и } F_{\text{ЭК}} = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} \Omega^2 \left| \exp\left(-\frac{T_{\text{эф}}^2}{11,2} \Omega^2\right) \right|^2 d\Omega}{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \exp\left(-\frac{T_{\text{эф}}^2}{11,2} \Omega^2\right) \right|^2 d\Omega}} = \frac{\sqrt{2,8}}{T_{\text{эф}}}$$

Определим $T_{\text{ЭК}}$.

Для случая «а»
$$T_{\text{ЭК}} = 2\pi \sqrt{\frac{\int_{-T/2}^{T/2} t^2 dt}{\int_{-T/2}^{T/2} dt}} = \frac{\pi T}{\sqrt{3}}.$$

Для случая «б»
$$T_{\text{ЭК}} = 2\rho \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} t^2 \exp\left[-5,6\left(\frac{t}{T_{\text{эф}}}\right)^2\right] dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-5,6\left(\frac{t}{T_{\text{эф}}}\right)^2\right] dt}} = \frac{\pi T_{\text{эф}}}{\sqrt{2,8}}.$$

4. Импульсная РЛС обнаружения с $P_{\text{п.о}} = 0,9$ и $P_{\text{л.т}} = 10^{-5}$ фиксирует цель. Длительность зондирующего $T_{\text{и}} = 3$ мкс, несущая частота $f_0 = 3000$ МГц. Прием когерентный (известный сигнал), сигнал простой с прямоугольной огибающей. Каковы потенциальные точности измерения дальности $\sigma_{\text{д}}$ и радиальной скорости $\sigma_{\text{вр}}$?

В соответствии с (4.26) и (4.27) имеем

$$\sigma_{\text{д}} = \frac{0,5 \cdot T_{\text{и}}}{\sqrt{2q_{\text{вх}}}}; \quad \sigma_{\text{вр}} = \frac{0,5C}{f_0} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2q_{\text{вх}} \pi T_{\text{и}}}}.$$

Необходимое отношение *сигнал/шум* $q_{\text{вх}}$ определяем из характеристик обнаружения для некогерентного приёма:

$$\begin{cases} P_{\text{п.о}} = 1 - \Phi\left(\frac{h - 2q_{\text{вх}}}{\sqrt{2q_{\text{вх}}}}\right), & 0,9 = \Phi\left(\frac{2q_{\text{вх}} - h}{\sqrt{2q_{\text{вх}}}}\right); \\ P_{\text{л.т}} = 1 - \Phi\left(\frac{h}{\sqrt{2q_{\text{вх}}}}\right), & 0,99999 = \Phi\left(\frac{h}{\sqrt{2q_{\text{вх}}}}\right). \end{cases}$$

Из таблицы интегралов вероятности (прил. 2) получим

$$\begin{cases} 1,3 = \frac{2q_{\text{вх}} - h}{\sqrt{2q_{\text{вх}}}}; \\ 4,3 = \frac{h}{\sqrt{2q_{\text{вх}}}}, \quad \sqrt{2q_{\text{вх}}} = 5,6. \end{cases}$$

$$\sigma_{\text{д}} = \frac{0,5 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{5,6} = 80 \text{ м.}$$

$$\sigma_{\text{вр}} = \frac{0,5 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot \sqrt{3}}{3 \cdot 10^9 \cdot 5,6 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^{-6}} = 1,6 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$$

4.3. Задачи для самостоятельной работы

1. Когерентная РЛС обеспечивает точность измерения дальности $\sigma_{\hat{D}} = 5\text{ м}$, точность измерения радиальной скорости $\sigma_{\hat{V}_r} = 200\text{ м/с}$. Длина волны несущего колебания $\lambda = 10\text{ см}$, частота следования зондирующего сигнала $F_n = 4000\text{ Гц}$. Каким должен быть зондирующий сигнал?

2. Некогерентная РЛС с вероятностью правильного обнаружения $P_{\text{п.о}} = 0,99$ и вероятностью ложной тревоги $P_{\text{л.т}} = 0,1$ обнаруживает цель. Какова точность измерения дальности $\sigma_{\hat{D}}$ и радиальной скорости $\sigma_{\hat{V}_r}$, если длительность зондирующего сигнала $T_{\text{и}} = 10\text{ мкс}$, длина волны несущего колебания 3 см ? Зондирующий сигнал простой с прямоугольной огибающей.

3. Когерентная РЛС обеспечивает обнаружение цели с $P_{\text{п.о}} = 0,99$ и $P_{\text{л.т}} = 0,01$. Зондирующий сигнал сложный с $T_{\text{и}} = 20\text{ мкс}$ и базой $B = 10$. Каковы точностные характеристики при измерении дальности и радиальной скорости $(\sigma_{\hat{D}}, \sigma_{\hat{V}_r})$, если длина волны несущего колебания $\lambda = 10\text{ см}$?

4. Импульсная РЛС определяет местоположение цели дальномерно-угломерным методом. Какова ошибка определения местоположения, если обеспечиваются точности измерения дальности $\sigma_{\hat{D}} = 30\text{ м}$ и угловой координаты $\sigma_a = 5^\circ$?

5. В импульсной РЛС в качестве зондирующего сигнала используется сложный сигнал с эффективной полосой частот 1 МГц и длительностью $T_{\text{и}} = 16\text{ мкс}$. Какова ошибка при измерении дальности и радиальной скорости, если $\lambda = 10\text{ см}$? Приёмник когерентный $P_{\text{п.о}} = 0,9$, $P_{\text{л.т}} = 10^{-5}$. Приведите структурную схему измерителя.

6. Импульсная РЛС обнаружения с $G = 4\pi S_{\text{эф}}/l^2$ измеряет дальность и радиальную скорость объекта. Определить потенциальную оценку радиальной скорости объекта, если $\lambda = 10\text{ см}$, $T_{\text{и}} = 10\text{ мкс}$. Как обеспечить потенциальную точность измерения дальности $\sigma_{\hat{D}} = 50\text{ м}$.

7. На вход оптимального приемника на фоне белого шума поступает АМ-сигнал вида $S(t) = A \cos \omega_0 t(B)$. Определить потенциальную точность оценки амплитуды A , если верхняя граничная частота сообщения $F_{\text{в}} = 3000\text{ Гц}$, несущая частота $f_0 = 3 \cdot 10^7\text{ Гц}$, а мощность шума в полосе сигнала $P_{\text{ш}} = 0,18\text{ Вт}$.

8. Какую длительность зондирующего сигнала $T_{\text{и}}$ импульсной РЛС необходимо выбрать, чтобы получить ошибку измерения радиальной скорости

$\sigma_{\nu_r} \leq 200 \text{ м/с}$? Приемник когерентный, обеспечивает $P_{\text{п.о}} = 0,9$, $P_{\text{л.т}} = 10^{-3}$, при $\lambda = 10 \text{ см}$. Как обеспечить $\sigma_{\dot{D}} = 30 \text{ м}$?

9. Когерентный приемник РЛС обеспечивает $\sigma_{\dot{D}} = 10 \text{ м}$, $\sigma_{\nu_r} = 200 \text{ м/с}$. Какой вид должен иметь зондирующий сигнал, если $\lambda = 10 \text{ см}$, входное отношение сигнал/шум $q_{\text{вх}} \leq 8$?

ТЕМА 5. РАЗРЕШЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАДИОСИГНАЛА

5.1. Краткие теоретические сведения

Задача разрешения – измерения характерна для радиолокационных систем при одновременном наблюдении за множеством объектов. Параметры разрешения: дальность, радиальная скорость, угловые координаты. Разрешающая способность по дальности δD зависит от интервала неопределенности по времени $\tau_{\text{н}}$ и оценивается выражением

$$\delta D = 0,5 \cdot c \cdot \tau_{\text{н}}. \quad (5.1)$$

Аналогично разрешение по радиальной скорости δV_r зависит от интервала неопределенности по смещению частоты $\Omega_{\text{н}}$:

$$\delta V_r = \left(\frac{\lambda}{4\pi} \right) \cdot \Omega_{\text{н}}. \quad (5.2)$$

Численные значения $\tau_{\text{н}}$, $\Omega_{\text{н}}$ определяются диаграммой неопределенности (ДН) зондирующего сигнала (ДН – сечение тела неопределенности горизонтальной плоскостью на уровне 0,5).

На рис. 5.1 приведена ДН прямоугольного импульса (а) длительностью $T_{\text{и}}$ и ЛЧМ-сигнала (б) той же длительности.

Аналитическое описание ФН прямоугольного импульса

$$|\rho(\tau, \Omega)| = \chi(\tau, \Omega) = \left| \frac{\sin 0,5\Omega(T_{\text{и}} - |\tau|)}{0,5\Omega T_{\text{и}}} \right|. \quad (5.3)$$

Аналитическое описание ФН ЛЧМ импульса

$$|\rho(\tau, \Omega)| = \chi(\tau, \Omega) = \left| \left(1 - \frac{|\tau|}{T_{\text{и}}} \right) \cdot \frac{\sin 0,5 \left(\frac{2\pi F_{\text{д}}}{T_{\text{и}}} - \Omega \right) (T_{\text{и}} - |\tau|)}{0,5 \left(\frac{2\pi F_{\text{д}}}{T_{\text{и}}} - \Omega \right) (T_{\text{и}} - |\tau|)} \right|. \quad (5.4)$$

Из рис 5.1 и выражений (5.3) и (5.4) следует:

$$\text{а) } \delta D = 0,5 \cdot c \cdot T_{\text{и}}, \quad \delta V_r = 0,5 \cdot c / f_0 \cdot \Omega_{\text{н}} / 2\pi = 0,6 \cdot \lambda / T_{\text{и}}; \quad (5.5)$$

$$\text{б) } \delta D = 0,5 \cdot c \cdot T_{\text{и}} / B, \quad B = T_{\text{и}} \cdot F_{\text{д}}, \quad \delta V_r = 0,6 \cdot \lambda / T_{\text{и}}. \quad (5.6)$$

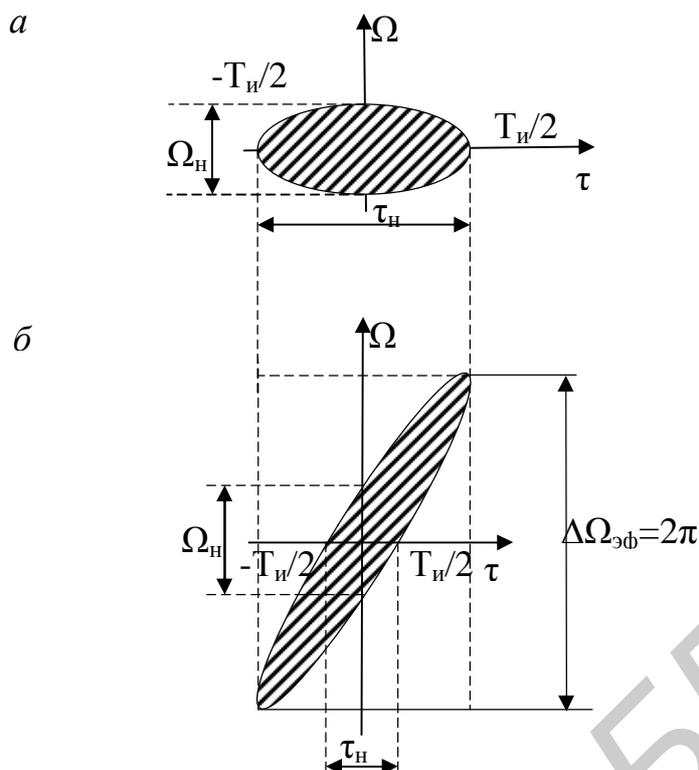


Рис. 5.1

Для гауссовой огибающей зондирующего сигнала

$$\delta D = 0,66 \cdot c \cdot T_{\text{эф}}, \quad \delta V_{\tau} = 0,66(\lambda / T_{\text{эф}}),$$

где $T_{\text{эф}}$ – эффективная длина гауссова импульса.

Применение сложных сигналов (не только ЛЧМ) в базу раз улучшает разрешающую способность по дальности, не ухудшая разрешения по радиальной скорости.

В радиолокации решение часто принимается по анализу пакета отраженных импульсов длительностью T_n с периодом следования T_n .

На рис. 5.2 приведена ДН для пакета из N импульсов с прямоугольной огибающей.

Интервал неопределенности по времени (см. рис. 5.3) $\tau_n = T_n$, а интервал неопределенности по смещению частоты $\Omega_n = 1,2 (2\pi / NT_n)$.

Выражения для разрешения по дальности и радиальной скорости при обработке пакета из N прямоугольных импульсов с периодом следования T_n имеет вид

$$\delta D = 0,5 \cdot c \cdot T_n, \quad \delta V_{\tau} = 0,6(\lambda / NT_n). \quad (5.7)$$

Обработка пакета из N импульсов может существенно повысить разрешающую способность по радиальной скорости, не ухудшая разрешения по дальности.

Разрешающая способность по угловым координатам определяется шириной диаграммы направленности по данной координате:

$$\delta \alpha = 1,2 \Theta \alpha, \quad \delta \beta = 1,2 \Theta \beta, \quad (5.8)$$

где $\Theta \alpha$ и $\Theta \beta$ – ширина диаграммы направленности антенны на уровне 0,5.

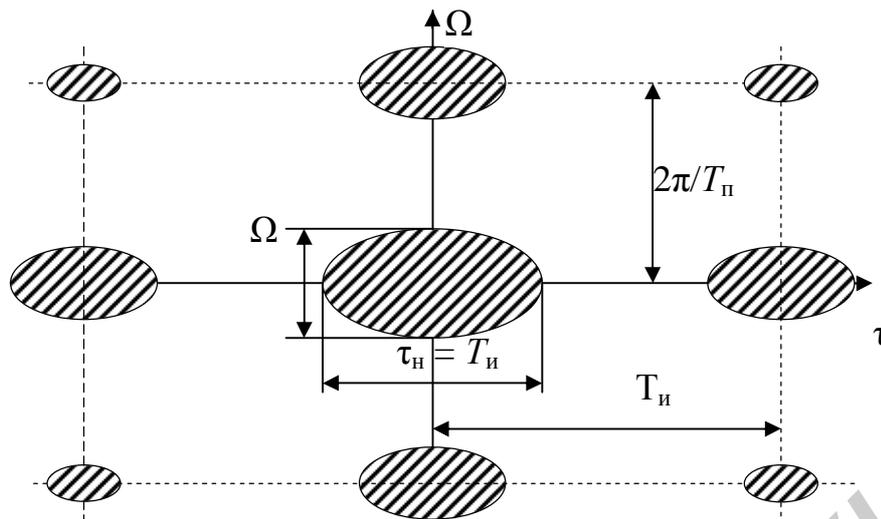


Рис. 5.2

5.2. Примеры решения задач

1. Длительность зондирующего сигнала РЛС $T_n = 5$ мкс, несущая частота $f_0 = 500$ МГц. Каковы разрешения по дальности и радиальной скорости:

- для прямоугольной огибающей,
- для гауссовой огибающей.

Решение

В соответствии с выражениями (5.5) и (5.6) получим:

$$а) \delta D = 0,5 \cdot c \cdot T_n = 0,5 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 5 \cdot 10^{-6} = 750 \text{ м};$$

$$\delta V_r = 0,6(\lambda / NT_n) = 0,6 \cdot 3 \cdot 10^8 / (500 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-6}) = 7,2 \cdot 10^4 \text{ м/с};$$

б) пусть $T_{эф} = T_n$,

$$\delta D = 0,66 \cdot c \cdot T_{эф} = 0,66 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 5 \cdot 10^{-6} = 880 \text{ м};$$

$$\delta V_r = 0,66(\lambda / T_{эф}) = 0,66 \cdot 3 \cdot 10^8 / (500 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-6}) = 7,9 \cdot 10^4 \text{ м/с}.$$

2. Импульсная РЛС обеспечивает разрешение по дальности $\delta D = 5$ м. Из энергетических соображений $T_n \geq 10$ мкс. Каким должен быть зондирующий сигнал?

Решение

Для простого импульсного сигнала с прямоугольной огибающей и $T_n = 10$ мкс получим:

$$\delta D_{пр} = 0,5 \cdot c \cdot T_n = 0,5 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 1500 \text{ м}.$$

Простой сигнал не удовлетворяет требуемому разрешению по дальности. Необходимо применить сложный сигнал:

$$\delta D = 0,5 \cdot c \cdot T_n / B \rightarrow B \geq 0,5 \cdot c \cdot T_n / (\delta D) = 0,5 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 300.$$

При этом $F_{эф}$ сложного сигнала равна

$$F_{эф} = B / T_n = 300 / (10 \cdot 10^{-6}) = 30 \text{ МГц}.$$

Условию задачи может удовлетворить ЛЧМ-сигнал $T_n = 10$ мкс и девиацией частоты $\Delta F_3 = F_{эф} = 30$ МГц.

3. Зондирующий сигнал РЛС имеет длительность $T_n = 2$ мкс с изменяющейся несущей частотой по линейному закону от 1000 до 1008 МГц. Период следования сигнала $T_n = 1$ мс. Каково разрешение по дальности? Как обеспе-

чить разрешающую способность по радиальной скорости $\delta V_r \leq 30$ м/с?

Р е ш е н и е

Для сложного сигнала согласно (5.6) имеем

$$\delta D = 0.5 \cdot c \cdot T_w / B = 0,5 \cdot c \cdot I / \Delta F_s = 0,5 \cdot 3 \cdot 10^8 / (8 \cdot 10^6) = 18,75 \text{ м.}$$

Расчетное значение разрешения по радиальной скорости

$$\delta V_{rp} = 0,6(\lambda / T_n) = 0,6 \cdot 3 \cdot 10^8 / (1004 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-6}) = 9 \cdot 10^4 \text{ м/с.}$$

Для удовлетворения требуемого разрешения по радиальной скорости необходимо обрабатывать пачку импульсов. Из (5.3) найдем количество импульсов N в пачке:

$$\delta V_r = 0,6(\lambda / NT_n) \rightarrow N \geq 0,6 \cdot \lambda / (\delta V_r \cdot T_n) = 0,6 \cdot 3 \cdot 10^8 / (1004 \cdot 10^6 \cdot 30 \cdot 10^{-3}) = 6.$$

Условиям задачи удовлетворяет обработка пачки ЛЧМ-импульсов с $N \geq 6$.

5.3. Задачи для самостоятельной работы

1. Импульсная РЛС должна обеспечить разрешение подвижных объектов на фоне пассивных помех, создаваемых ленточными отражателями. Какие требования нужно предъявить к зондирующему сигналу для решения поставленной задачи, если радиальная скорость подвижного объекта $V_r = 800$ км/ч, радиальная скорость ленточного отражателя $V_{rl} = 30$ км/ч, длина волны несущего колебания $\lambda = 3$ см?

2. Импульсная РЛС обеспечивает разрешающую способность по радиальной скорости $\delta V_r \leq 50$ м/с. Как обеспечить указанный показатель, если частота несущего колебания $f_0 = 1000$ МГц, $T_n = 2$ мкс, $D_{\max} = 30$ км?

3. Импульсная РЛС обеспечивает разрешающую способность по дальности $\delta D \leq 40$ м при $T_n = 100$ мкс. По энергетическим соображениям T_n уменьшать нежелательно. Как обеспечить нужное разрешение? Каково разрешение при этом по радиальной скорости, если $\lambda = 10$ см?

4. На какое расстояние в направлении, перпендикулярном к линии полета, следует разнести объекты, находящиеся на расстоянии 50 км от РЛС, чтобы отраженные от них сигналы разрешались системой с шириной диаграммы направленности $\Theta_a = 30^\circ$?

5. В импульсной РЛС применяется КФМ-сигнал с базой $B = 16$, эффективной полосой $F_{\text{эф}} = 1$ МГц и длиной волны несущего колебания $\lambda = 10$ см. Определить потенциальные разрешения по дальности и радиальной скорости.

6. Определить вид и параметры сигнала, обеспечивающего разрешение по скорости двух целей, имеющих разности радиальных скоростей 2,5 км/ч. РЛС наблюдает цели на расстоянии 300 км и имеет длину волны несущего колебания 10 см.

7. Обзорная РЛС имеет горизонтальный размер отражающего зеркала антенны 10 м и работает на длине волны несущего колебания $\lambda = 10$ см. Определить потенциальную разрешающую способность РЛС по азимуту. Какому разрешаемому расстоянию это соответствует при $D = 100$ км.

8. Какова должна быть длительность зондирующего сигнала T_n РЛС при $\lambda = 3$ см, чтобы обеспечить разрешение двух самолетов, летящих в направ-

лении на РЛС со скоростями $V_{r1} = 1000$ км/ч и $V_{r2} = 800$ км/ч. Разность расстояний самолетов $\Delta D = 50$ м, $D_{\max} = 100$ км.

9. Импульсная РЛС осуществляет совместное разрешение по дальности $\delta D = 15$ м и по скорости $\delta V_r \leq 10$ м/с. Необходимо выбрать вид зондирующего сигнала, если максимальная дальность наблюдения $D_{\max} = 50$ км.

ТЕМА 6. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ РЛС ОБНАРУЖЕНИЯ

6.1. Краткие теоретические сведения

Расчет и проектирование любой радиосистемы обычно начинается с оценки энергетических показателей системы с учетом заданных тактических характеристик, назначения и условий работы. Энергетическими показателями радиосистемы являются энергия излучаемого сигнала, его длительность, форма огибающей, вид модуляции и чувствительность приемника.

В качестве исходных данных в рассматриваемой методике берутся:

- максимальная дальность обнаружения – D , м;
- вероятность правильного обнаружения – $P_{п.о.}$;
- вероятность ложной тревоги – $P_{л.т.}$;
- длина волны зондирующего сигнала – λ ;
- вид обнаруживаемого объекта (цели).

Конечные результаты энергетического расчета:

- излучаемая импульсная мощность зондирующего сигнала – $P_{и}$, Вт;
- форма и длительность зондирующего сигнала – $T_{и}$, с;
- вид модуляции;
- необходимое отношение сигнал/шум на входе приемника для обеспечения заданных качественных показателей.

Базовым выражением для расчета является основное уравнение радиолокации в реальном пространстве:

$$D = \sqrt[4]{\frac{P_{и} \cdot G^2 \cdot \lambda^2 \cdot \bar{\sigma}_{ц}}{(4\pi)^2 \cdot \bar{N}_{\Sigma} \cdot \Delta F_{пр} \cdot q_{вх} \cdot L_p \cdot L_{\Delta\Phi} \cdot C_{п}}}, \quad (6.1)$$

где G – коэффициент направленного действия антенны; $\bar{\sigma}_{ц}$ – эффективная площадь рассеивания цели (m^2); \bar{N}_{Σ} – средняя суммарная спектральная плотность шума на входе приемника; $\Delta F_{пр}$ – полоса пропускания приемника; $q_{вх}$ – входное отношение сигнал/шум по мощности на входе приемника; L_p – коэффициент, учитывающий потери энергии сигнала при распространении; $L_{\Delta\Phi}$ – коэффициент потерь в антенно-фидерном тракте; $C_{п}$ – коэффициент, учитывающий особенности обработки в цепях РЛС.

Из (6.1) следует расчетное соотношение для определения импульсной мощности передатчика:

$$P_{\text{и}} = \frac{D^4 (4\pi)^3 \cdot \overline{N_{\Sigma}} \cdot \Delta F_{\text{пр}} \cdot q_{\text{вх}} \cdot L_{\text{р}} \cdot L_{\text{АФ}} \cdot C_{\text{п}}}{G^2 \cdot \lambda^2 \cdot \sigma_{\text{ц}}} \quad (6.2)$$

Средняя суммарная спектральная плотность входного шума $\overline{N_{\Sigma}}$ обычно привязывается к спектральной плотности собственного шума приемника N_0 , $\overline{N_{\Sigma}} = N_0 \gamma$, где γ – коэффициент, учитывающий внешние шумы ($\gamma > 1$).

В свою очередь спектральная плотность собственных шумов приёмника определяется следующим соотношением:

$$N_0 = K \cdot K_{\text{ш}} \cdot T_0, \quad (6.3)$$

где $K = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Вт/град Гц – постоянная Больцмана; $K_{\text{ш}}$ – коэффициент шума приемника, в основном его первого каскада, зависящий от типа используемого высокочастотного прибора и несущей частоты принимаемого сигнала.

На рис. 6.1 приведены зависимости коэффициента шума от частоты несущего колебания и типа прибора в первом каскаде УВЧ. $T_0 = 290$ К – абсолютная температура в градусах Кельвина.

На рис. 6.1: 1 – балансный диодный смеситель; 2 – усилитель на ЛБВ; 3 – транзисторный усилитель; 4 – усилитель на туннельном диоде; 5 – неохлаждаемый параметрический усилитель.

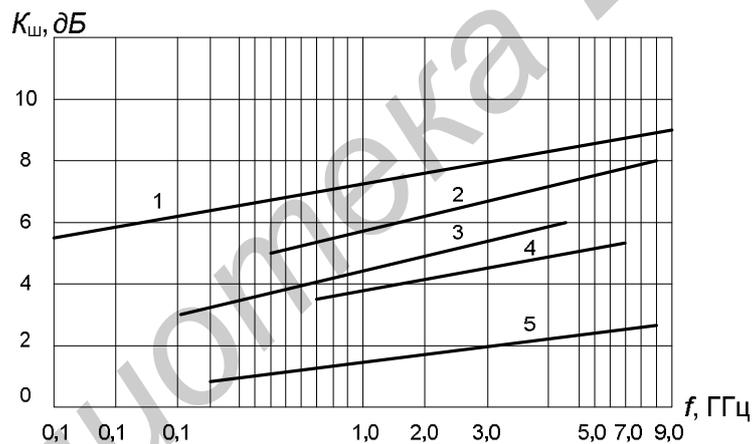


Рис. 6.1

Полоса пропускания приемника вычисляется по формуле

$$\Delta F_{\text{пр}} = F_{\text{эф}} + 2f_0 (\delta_{\text{н}} + \delta_{\text{д}}), \quad (6.4)$$

где $F_{\text{эф}}$ – эффективная полоса частот, занимаемая зондирующим сигналом; f_0 – несущая частота; $\delta_{\text{н}}$ – нестабильность несущего колебания, $\delta_{\text{д}}$ – коэффициент, учитывающий доплеровский набег по частоте $f_{\text{д}} = 2/T_{\text{н}}$. Для гауссовой

оггибающей простого зондирующего сигнала (ЗС) $F_{\text{эф}} = \frac{\sqrt{2,8}}{T_{\text{эф}}}$, где $T_{\text{эф}}$ – эффек-

тивная длительность гауссова импульса. У ЛЧМ-сигнала эффективная полоса равна девиации частоты. Эффективная полоса ПС-сигнала с дискретной ФМн зависит от длительности элементарного символа τ_0 :

$$F_{\text{эф}} = \frac{2}{\tau_0}.$$

Необходимо иметь в виду, что выбор длительности ЗС оказывает влияние не только на энергетику сигнала и величину мертвой зоны, но и на точность измерения временной задержки и доплеровского набега по частоте отраженного сигнала, разрешающую способность по временному параметру и смещению частоты.

В частности, для прямоугольной огибающей зондирующего сигнала

$$\sigma_{\hat{\tau}} = \frac{T_{\text{и}}}{\sqrt{\frac{2E}{N_0}}}; \quad \sigma_{\hat{f}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\frac{2E}{N_0}} \cdot \pi \cdot T_{\text{и}}}; \quad \delta\tau = T_{\text{и}}; \quad \delta f = \frac{1,2}{T_{\text{и}}}.$$

Для сложного сигнала с базой B

$$\sigma_{\hat{\tau}} = \frac{T_{\text{и}}}{\sqrt{\frac{2E}{N_0}} \cdot B}; \quad \sigma_{\hat{f}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\frac{2E}{N_0}} \cdot \pi \cdot T_{\text{и}}}; \quad \delta\tau = \frac{T_{\text{и}}}{B}; \quad \delta f = \frac{1,2}{T_{\text{и}}}.$$

Из приведенных соотношений следуют оценки по дальности и радиальной скорости:

$$\sigma_D = \frac{0,5 \cdot c \cdot T_{\text{и}}}{\sqrt{\frac{2E}{N_0}} \cdot B}; \quad \sigma_{v_r} = \frac{\sqrt{3} \cdot 0,5 \cdot \lambda}{\sqrt{\frac{2E}{N_0}} \cdot \pi \cdot T_{\text{и}}}; \quad \delta D = \frac{0,5 \cdot T_{\text{и}}}{B}; \quad \delta v_r = 0,6 \frac{\lambda}{T_{\text{и}}}.$$

Главным образом, длительность ЗС $T_{\text{и}}$ выбирается из требований разрешения по дальности:

$$T_{\text{и}} \leq \frac{2 \cdot \delta D_{\text{min}}}{c} \cdot K_{\phi}, \quad (6.5)$$

где δD_{min} – минимальное разрешение по дальности; $c = 3 \cdot 10^8$ – скорость распространения электромагнитных волн в свободном пространстве; $K_{\phi} = (0,8 + 1,37)$ – коэффициент, зависящий от формы сигнала.

Разрешающая способность по дальности в свою очередь определяется линейными размерами целей и их особенностями (скорость, характер маневрирования).

Входное отношение сигнал/шум $q_{\text{вх}} = \frac{P_{\text{вх}}}{P_{\text{ш}}}$, где $P_{\text{вх}}$ – мощность отраженного сигнала, $P_{\text{ш}} = \bar{N}_{\Sigma} \cdot \Delta F_{\text{пр}}$ – суммарная мощность на входе приемника, определяется из характеристик обнаружения.

Характеристики обнаружения сигнала с полностью известными параметрами (когерентный прием):

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{\text{п.о}} = 1 - \Phi \left(\frac{h - \frac{2E}{N_0}}{\sqrt{\frac{2E}{N_0}}} \right); \\ P_{\text{л.т}} = 1 - \Phi \left(\frac{h}{\sqrt{\frac{2E}{N_0}}} \right), \end{array} \right. \quad (6.6)$$

где h – значение уровня порога обнаружения; $\Phi(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^Z e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ – интеграл

вероятности; $\frac{E}{N_0} = \begin{cases} q_{\text{вх}} & \text{– сигнал простой;} \\ q_{\text{вх}} \cdot B & \text{– сигнал сложный с базой } B. \end{cases}$

Из соотношения (6.6) находятся $q_{\text{вх}}$ и h .

При обнаружении сигнала с неизвестной начальной фазой используют следующее выражение:

$$P_{\text{п.о}} = \Phi \left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}} - \sqrt{2Ln \frac{1}{P_{\text{л.т}}}} \right). \quad (6.7)$$

В (6.7) $\frac{E}{N_0} = \begin{cases} q_{\text{вх}} & \text{– сигнал простой;} \\ q_{\text{вх}} \cdot \frac{B}{2} & \text{– сигнал сложный с базой } B \text{ (обработка некогерентная).} \end{cases}$

Если у обнаруживаемого сигнала не только неизвестна начальная фаза, но флуктуирует амплитуда, характеристики обнаружения вычисляются по формуле

$$P_{\text{п.о}} = P_{\text{л.т}}^{\frac{1}{1 + \frac{E}{N_0}}} \quad \text{и} \quad \frac{E}{N_0} = \frac{\ln P_{\text{л.т}}}{\ln P_{\text{п.о}}} - 1. \quad (6.8)$$

Для данного случая

$$\frac{E}{N_0} = \begin{cases} q_{\text{вх}} & \text{– сигнал простой;} \\ q_{\text{вх}} \cdot \sqrt{B} & \text{– сигнал сложный с базой } B \end{cases} \left(\begin{array}{l} \text{сказывается квадратичное} \\ \text{детектирование сигнала} \end{array} \right).$$

Электромагнитные волны при распространении в атмосфере ослабляются (поглощаются и рассеиваются) входящими в состав атмосферы газами, а также водяным паром и гидрометеорами (дождь, снег, град, туман). Наиболее существенные ослабления вносят кислород атмосферы, водяной пар и дождь.

На волнах длиннее 10 см потерями в кислороде и водяном паре можно пренебречь. Интенсивность ослабления за счет воздействия отдельного фактора (например, поглощения в кислороде) оценивается удельным коэффициентом

ослабления – δ_i (дБ/км), равным относительному уменьшению плотности потока энергии на 1 км траектории распространения. С учетом двухстороннего ослабления при радиолокационном обнаружении полный коэффициент потерь при распространении

$$L_p = 10^{0,2 \sum_{i=1}^m \delta_i \cdot D_i}, \quad (6.9)$$

где D_i – длина участка траектории, в километрах, на котором происходят потери за счет рассматриваемого фактора.

На рис. 6.2 изображена зависимость от длины волны суммарных удельных потерь в кислороде и водяном паре ($\delta_1 + \delta_2$) и потерь в дожде различной интенсивности (δ_3):

- 1 – сильный дождь ($I = 16$ мм/ч);
- 2 – средний дождь ($I = 4$ мм/ч);
- 3 – слабый дождь ($I = 1$ мм/ч);
- 4 – $H_2O + O_2$.

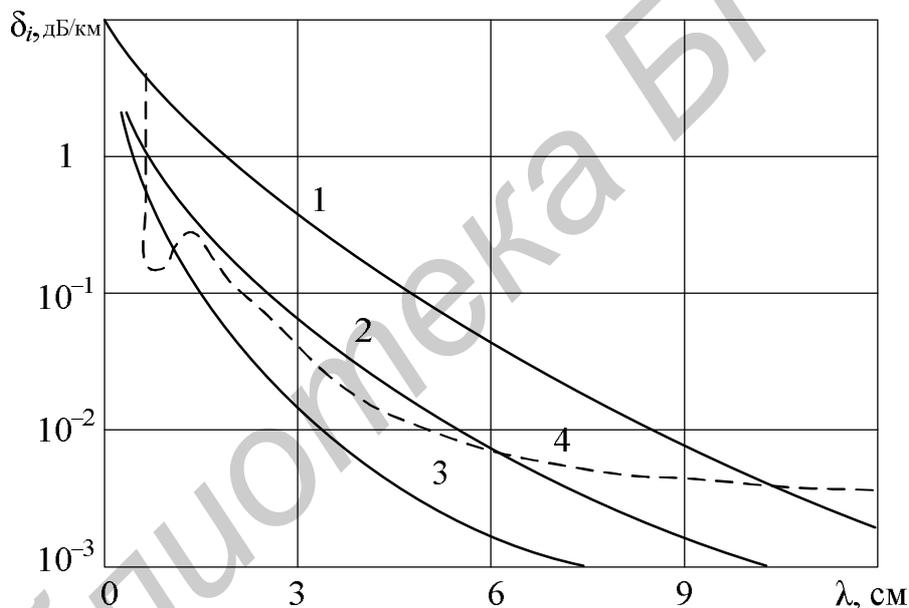


Рис. 6.2

Следует учесть, что потери в кислороде и водяном паре атмосферы происходят на всей траектории, поэтому $D_1 = D_2 = D_{\max}$, а $D_3 < D_{\max}$.

Если $R_3 = 6300$ км – радиус Земли, H_d – высота верхней кромки дождевых туч, (в километрах), то при дожде, идущем на всей максимальной горизонтальной дальности обнаружения,

$$D_3 = \sqrt{2 \cdot R_3 \cdot H_d} = 113 \sqrt{H_d} \text{ км}. \quad (6.10)$$

Потери в антенно-фидерном тракте при приеме сигнала складываются из потерь энергии в фидерах L_{ϕ} , разрядниках $L_{\text{раз}}$ и приемопередающей антенне L_a .

Чаще всего в качестве фидеров используют волноводы, у которых удельные потери δ_{ϕ} минимальны и составляют в среднем: при

$$\lambda = 25\text{К}30\text{см} - 0,01\frac{\text{дБ}}{\text{м}}; \text{ при } \lambda = 8\text{К}12\text{см} - 0,03\frac{\text{дБ}}{\text{м}}, \text{ при } \lambda = 3\text{К}0,15\text{см} - 0,15\frac{\text{дБ}}{\text{м}}.$$

Длина фидеров $l_{\text{ф}}$ РЛС обнаружения колеблется от 3...5 м до 15...20 м (в среднем 5...10 м:

$$L_{\text{ф}} \cong 2 \cdot \delta_{\text{ф}} \cdot l_{\text{ф}} \text{ дБ.}$$

В зависимости от типа потери в разрядниках составляют:

$$L_{\text{раз}} = 1\text{К}2 \text{ дБ.}$$

Наименьшими потерями обладают антенны РЛС, имеющие КПД 0,95–0,99.

В среднем можно считать $L_{\text{а}} = 0,1\text{К}0,15 \text{ дБ.}$

Суммарные потери в антенно-фидерном тракте:

$$L_{\text{а.ф}} = L_{\text{ф}} + L_{\text{раз}} + L_{\text{а}} \approx 1,15\text{К}2 \text{ дБ.}$$

Потери энергии сигнала за счет неоптимальности обработки в цепях РЛС состоят из потерь, обусловленных непрямоугольностью формы диаграммы направленности антенны; потерь, связанных с несогласованностью формы и ширины полосы пропускания АЧХ приемника с формой и шириной спектра сигнала; потерь в детекторе при разбиении сигнала на N импульсов пачки; потерь в последетекторных накопителях импульсных сигналов; потерь нестационарности порога обнаружения и коэффициента усиления приемника. Суммарные потери за счет неоптимальности обработки имеют величину

$$C_{\text{п}} = 3\text{К}8 \text{ дБ.}$$

Эффективная площадь рассеивания цели $\bar{\sigma}_{\text{ц}}$ характеризует отражающие свойства цели. Эти свойства зависят от длины волны, материала, размеров, конфигурации цели и от направления облучения. Эффективная площадь рассеивания цели может быть определена по формуле

$$\bar{\sigma}_{\text{ц}} = 4 \cdot \pi \cdot D^2 \cdot \frac{E_{\text{РЛС}}^2}{E_{\text{ц}}^2}, \quad (6.11)$$

где $E_{\text{РЛС}}$, $E_{\text{ц}}$ – напряженности электрического поля вблизи РЛС и цели соответственно.

При перемещении цели в пространстве или изменении ее ракурса по отношению к РЛС возникают флуктуации фазы и амплитуды результирующего отраженного сигнала. Если цель представляет собой совокупность большого числа независимых отражателей, среди которых находится один доминирующий (блестящая точка), то плотность распределения значений амплитуд сигнала, отражаемого такой целью, описывается обобщенным законом Релея (закон Райса – Релея). Это распределение соответствует отражению от небольших объектов ($\bar{\sigma}_{\text{ц}} \leq 5 \text{ м}^2$) обтекаемой формы. Для большинства средних и крупных целей ($\bar{\sigma}_{\text{ц}} \leq 10 \text{ м}^2$) характерно наличие большого числа сравнительно одинаковых и независимых отражающих элементов и отсутствие «блестящих точек». Плотность распределения амплитуд сигналов, отражаемых такими целями, описывается простым законом Релея, а плотность распределения эффективной площади рассеивания

цели подчиняется экспоненциальному закону:

$$P(\sigma_{ц}) = \frac{1}{\sigma_{ц}} \cdot \exp\left[-\frac{\sigma_{ц}}{\bar{\sigma}_{ц}}\right], \quad (6.12)$$

где $\bar{\sigma}_{ц}$ – среднее значение эффективной площади рассеивания.

В табл. 6.1 приведены средние значения эффективных площадей рассеивания для типовых целей.

Таблица 6.1

№	Наименование цели	$\bar{\sigma}_{ц}, \text{ м}^2$
1	Малые самолеты	5...10
2	Средние самолеты	15...20
3	Крупные самолеты	30...50
4	Крылатая ракета	0,3...1,0
5	Морские суда малого тоннажа	50...250
6	Морские суда среднего тоннажа	3000...10 000
7	Крейсер	10 000...20 000
8	Катер	100...200
9	Рубка подводной лодки	1...3
10	Перископ подводной лодки	до 1
11	Человек	1

В РЛС обнаружения используются антенные системы, имеющие веерную форму диаграммы направленности – ДН (узкую в азимутальной плоскости и широкую в угломестной). Ширина ДН по углу места $\beta_{0,5}$ (по точкам половинной мощности) выбирается из условий перекрытия заданной зоны обзора по углу места. ДН в азимутальной плоскости $\alpha_{0,5}$ определяется заданной разрешающей способностью по азимуту – $\Delta\alpha$ и в зависимости от формы ДН в горизонтальной плоскости должна быть равна

$$\alpha_{0,5} = (0,8\mathbf{K}1) \cdot \Delta\alpha. \quad (6.13)$$

Коэффициент направленного действия антенны определяется выражением

$$G = 4\pi S_{эф} / \lambda^2.$$

Для игольчатых ДН антенны θ_{α} и θ_{β} не превышает единиц градусов:

$$G = \frac{4\pi \cdot S_{эф}}{\lambda^2} = \frac{4\pi \cdot \rho_{\alpha} \cdot d_{\alpha} \cdot d_{\beta}}{\lambda^2}, \quad (6.14)$$

где $S_{эф}$ – эффективная площадь раскрыва антенны; $\rho_{\alpha} = (0,5\mathbf{K}0,9)$ – коэффициент использования площади раскрыва антенны; d_{α} и d_{β} – размеры раскрыва антенны в плоскостях азимута и угла места соответственно.

Для зеркальной параболической антенны ДН в горизонтальной плоскости в градусах определяется соотношением

$$\alpha_{0,5} = \frac{(60\mathbf{K}70)}{d_\alpha} \cdot \lambda. \quad (6.15)$$

Максимально допустимые величины размеров антенны для РЛС обнаружения ограничены ветровыми и динамическими нагрузками и не превышают 8...10 м. Размер раскрыва в вертикальной плоскости на практике берется равным $d_\beta = (5\mathbf{K}10)\lambda, \theta_\beta \approx 25^\circ \mathbf{K} 30^\circ$.

В РЛС обнаружения при круговом обзоре время облучения $T_{\text{обл}}$ за один обзор определяется соотношением

$$T_{\text{обл}} = \frac{\theta_\alpha}{360^\circ} \cdot T_{\text{обз}},$$

где $T_{\text{обз}} = (5\mathbf{K}15)c$ – период обзора антенной РЛС.

Если $T_n = (1,2\mathbf{K}1,3) \frac{2D_{\text{max}}}{c}$ – период следования зондирующих сигналов, определяемый условиями однозначного отсчета дальности, то число импульсов N , отраженных от цели за один обзор (число импульсов в пачке), равно

$$N = \frac{T_{\text{обл}}}{T_n} = \frac{T_{\text{обз}}}{T_n} \cdot \frac{\theta_\alpha}{360^\circ}.$$

С учетом обработки пачки из N импульсов в приемнике РЛС выражение (6.2) уменьшится в N раз, $N/2, \sqrt{N}$ в зависимости от когерентного или некогерентного накопления соответственно. Последнее значение (\sqrt{N}) характерно для некогерентного накопления флюктуирующей по амплитуде пачки импульсов.

Если вычисленное значение импульсной мощности передатчика превысит допустимое значение, то необходимо использовать сложные сигналы или увеличить коэффициент направленного действия антенны.

6.2. Примеры решения задач

1. Импульсная РЛС на максимальной дальности $D_{\text{max}} = 100$ км обеспечивает с $P_{\text{п.о}} = 0,9$ и $P_{\text{л.т}} = 0,1$ обнаружение воздушной цели с эффективной площадью рассеяния $\bar{\sigma}_c = 20 \text{ м}^2$. Какова должна быть мощность передатчика, если разрешающая способность по дальности δD и угловое разрешаемое расстояние по азимуту δD_α равны 2 км. Обработка когерентная, зондирующий сигнал простой с прямоугольной огибающей, несущее колебание имеет длину волны $\lambda = 10$ см, суммарная спектральная плотность шума на входе приемника $\bar{N}_\Sigma = 100N_0$.

Р е ш е н и е

В соответствии с выражением (6.2) определим необходимые параметры системы. Для нахождения \bar{N}_Σ вычислим спектральную плотность собственных шумов приемника N_0 . Для первого каскада усилителя высокой частоты приемника, выполненного, например, на транзисторе, коэффициент шума $K_{\text{ш}} = 5$ дБ (см. табл. 6.1), поэтому из (6.3) следует ($5 \text{ дБ} \approx 3,3$ раза):

$$N_0 = K \cdot K_{\text{ш}} \cdot T_0 = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 3,3 \cdot 290 = 1,32 \cdot 10^{-20} \text{ Вт/Гц.}$$

Таким образом, $\bar{N}_{\Sigma} = 100N_0 = 1,32 \cdot 10^{-18} \text{ Вт/Гц}$. Полоса пропускания приемника $\Delta F_{\text{пр}}$ (6.4) зависит от эффективной полосы $3C$ ($F_{\text{эф}}$), нестабильности несущей частоты ($\delta_{\text{н}}$) и коэффициента δD , учитывающего максимальный доплеровский набег по частоте.

$F_{\text{эф}} = 2/T_{\text{и}}$, где длительность $3C$ выбирается из условий обеспечения заданной разрешающей способности по дальности:

$$\delta D = 0,5c \cdot T_{\text{и}}, T_{\text{и}} \leq \frac{\delta D}{0,5c} = \frac{2 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ с.}$$

Принимаем длительность $3C$ $T_{\text{и}} = 10 \text{ мкс}$. При нестабильности несущей частоты f_0 , равной $\delta_{\text{н}} = 10^{-6}$ и $\delta D = 2 \cdot 10^{-6}$ ($V_r = 1000 \text{ км/ч}$), имеем

$$\Delta F_{\text{пр}} = \frac{2}{10 \cdot 10^{-6}} + 2 \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{0,1} \cdot 3 \cdot 10^{-6} = 218 \text{ кГц.}$$

Значение $q_{\text{вх}}$ определяется из характеристик обнаружения. При когерентной обработке в соответствии с (6.6) для простого сигнала имеем

$$\begin{cases} 0,9 = 1 - \Phi\left(\frac{h - 2q_{\text{вх}}}{\sqrt{2q_{\text{вх}}}}\right) \rightarrow 0,9 = \Phi\left(\frac{2q_{\text{вх}} - h}{\sqrt{2q_{\text{вх}}}}\right), \\ 0,1 = 1 - \Phi\left(\frac{h}{\sqrt{2q_{\text{вх}}}}\right) \rightarrow 0,9 = \Phi\left(\frac{h}{\sqrt{2q_{\text{вх}}}}\right). \end{cases}$$

Из таблицы интеграла вероятности (прил. 2) следует

$$\begin{cases} 1,3 = \frac{2q_{\text{вх}} - h}{\sqrt{2q_{\text{вх}}}}, \\ 1,3 = \frac{h}{\sqrt{2q_{\text{вх}}}}, \end{cases}$$

откуда $\sqrt{2q_{\text{вх}}} = 2,6; q_{\text{вх}} = 3,4$.

Определим коэффициенты потерь $L_p, L_{\text{а.ф}}, C_{\text{п}}$. В соответствии с семейством графиков (см. рис. 6.2), основные факторы потерь при распространении – ($H_2O + O_2$) и сильный дождь:

$$L_p = 10^{0,2(0,9 \cdot 10^{-2} \cdot 100 + 0,8 \cdot 10^{-2} \cdot 100)} \approx 2,2.$$

В расчете L_p взят наихудший случай: $D_i = D_{\text{max}}$. Суммарные потери в антенно-фидерном тракте составят

$$L_{\text{а.ф}} = L_{\text{ф}} + L_{\text{раз}} + L_{\text{а}} = 2 \cdot 0,03 \cdot 3 + 1 + 0,1 \approx 1,3 \text{ дБ (1,5 раза).}$$

В современных приемниках потери за счет неоптимальности обработки не превышают 3 дБ.

Пусть $C_{\text{п}} = 3 \text{ дБ (2 раза)}$.

В данной РЛС целесообразно использовать зеркальную параболическую антенну. С учетом заданного разрешаемого углового расстояния по азимуту (α) получим

$$\delta D_{\alpha} \cong \delta D_{\alpha} \alpha = 1,2D \cdot \theta_{\alpha},$$

откуда ширина ДН по азимуту

$$\theta_{\alpha} = \frac{\delta D_{\alpha}}{1,2D} = \frac{2}{1,2 \cdot 100} \approx 1,7 \cdot 10^{-2} \text{ рад.} \approx 1^{\circ}.$$

Раскрыв антенны по α

$$d_{\alpha} = \frac{\lambda}{\theta_{\alpha}} = \frac{0,1}{1,7 \cdot 10^{-2}} \approx 6 \text{ м.}$$

Раскрыв антенны по углу места β , исходя из конструктивных соображений, примем $d_{\beta} = 2$ м, $\theta_{\beta} \approx 3^{\circ}$.

Воспользовавшись полученными значениями раскрыва антенны по двум плоскостям, получим величину коэффициента направленного действия антенны:

$$G = \frac{4\pi d_{\alpha} d_{\beta}}{\lambda^2} \cdot \rho_{\alpha} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 6 \cdot 2}{(0,1)^2} \cdot 0,9 = 13\,565.$$

Определим необходимую импульсную мощность передатчика:

$$P_{и} = \frac{(4 \cdot 3,14)^3 \cdot (100 \cdot 10^3)^4 \cdot 1,32 \cdot 10^{-18} \cdot 218 \cdot 10^3 \cdot 3,4 \cdot 2,2 \cdot 1,5 \cdot 2}{(13565)^2 \cdot (0,1)^2 \cdot 20} \approx 34\,765 \text{ Вт.}$$

Если расчетная импульсная мощность передатчика РЛС превышает допустимую, то можно применить следующие меры ее снижения:

- повысить коэффициент направленного действия антенны G за счет увеличения раскрыва по углу места до уровня раскрыва по азимутальному углу (мощность уменьшится в 9 раз);
- обработать когерентную пачку из N импульсов (мощность уменьшится в N раз);
- применить в качестве зондирующего сигнала сложный сигнал с базой B (мощность уменьшится в B раз).

2. Импульсная РЛС при некогерентной обработке отраженного сигнала от воздушной цели на расстоянии $D = 50$ км обеспечивает с $P_{п.о} = 0,99$ и $P_{л.т} = 0,1$ обнаружение воздушного объекта ($V_r = 1000$ км/ч) с разрешающей способностью по дальности $\delta D = 100$ м. Импульсная мощность передатчика РЛС $P_{и} \leq 300$ Вт, длина волны несущего колебания $\lambda = 3$ см. Каковы параметры зондирующего сигнала?

Р е ш е н и е

Базовым выражением для расчетов является (6.2).

Посчитав, как и в предыдущей задаче, $\bar{N}_{\Sigma} = 100N_0$ для параметрического усилителя с $K_{ш} = 3$ дБ (2 раза) получим

$$\bar{N}_{\Sigma} = 100 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 2 \cdot 290 \approx 8 \cdot 10^{-18} \text{ Вт / Гц.}$$

Полоса пропускания приемника

$$\Delta F_{\text{пр}} = F_{\text{эф}} + 2 \frac{c}{\lambda} (\delta_n + \delta_d)$$

при $\delta_n = 10^{-5}$ и $\delta_d = \frac{f_d}{f_0} = \frac{2Vr}{c} = \frac{2 \cdot 10^6}{3600 \cdot 3 \cdot 10^9} \approx 2 \cdot 10^{-6}$ определяется эффективной

полосой зондирующего сигнала, увеличенной на 240 кГц.

Пусть $3C$ простой с прямоугольной огибающей, тогда

$$F_{\text{эф}} = 2/T_{\text{и}}, \text{ где } T_{\text{и}} \leq \frac{\delta D}{0,5c} = \frac{100}{0,5 \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 0,66 \text{ мкс.}$$

Для $T_{\text{и}} = 0,6$ мкс $F_{\text{эф}} \approx 3,3$ МГц и $\Delta F_{\text{пр}} = 3,54$ МГц.

В приемнике с АРУ-флуктуацией амплитудой можно пренебречь, и при некогерентной обработке отраженного сигнала справедливо соотношение (6.7):

$$0,99 = \Phi \left(\sqrt{2q_{\text{вх}}} - \sqrt{2 \ln \frac{1}{0,1}} \right).$$

Из таблицы интеграла вероятности (табл. П.2.1), получим

$$2,35 = \sqrt{2q_{\text{вх}}} - \sqrt{2 \cdot 2,3}, \quad q_{\text{вх}} \approx 10.$$

Коэффициент потерь при распространении электромагнитных волн L_p с учетом факторов 3 и 4 табл. 3.1 на максимальной дальности составит

$$L_p = 10^{0,2(10^{-2} \cdot 50 + 10^{-2} \cdot 50)} \approx 1,6.$$

Потери в фидере длиной 3 м:

$$L_{\text{ф}} = 2 \cdot 0,15 \cdot 3 \approx 1 \text{ дБ.}$$

Потери в разряднике $L_{\text{раз}} = 2$ дБ.

Потери в антенне РЛС с КПД 0,95 L_a не превышают 0,1 дБ.

Суммарные потери в антенно-фидерном тракте $L_{a,\text{ф}} \approx 3$ дБ (2 раза).

Возможные потери энергии за счет неоптимальной обработки сигнала $C_{\text{п}} = 3$ дБ (2 раза).

Если угловое разрешаемое расстояние для зеркальной параболической антенны взять равным разрешению по дальности ($\delta D_{\alpha} = \delta D_{\beta} = 100$ м), то

$$\theta_{\alpha} = \theta_{\beta} = \frac{100}{1,2 \cdot 50 \cdot 10^3} \approx 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ рад и } d_{\alpha} = d_{\beta} = \frac{0,03}{1,6 \cdot 10^{-3}} \approx 19 \text{ м.}$$

Однако габариты антенны превышают допустимые, поэтому примем ($\delta D_{\alpha} = \delta D_{\beta} = 400$ м), и $\theta_{\alpha} = \theta_{\beta} = 6 \cdot 10^{-3}$ рад ($0,34^\circ$), и $d_{\alpha} = d_{\beta} = 5$ м.

С учетом принятых решений:

$$G = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 5}{(0,03)^2} \cdot 0,9 \approx 3 \cdot 10^5.$$

Приняв $\sigma_{\text{ц}} = 20 \text{ м}^2$, определим импульсную мощность передатчика РЛС:

$$P_{\text{и}} = \frac{(4 \cdot 3,14)^3 \cdot (50 \cdot 10^3)^4 \cdot 1,32 \cdot 10^{-18} \cdot 3,54 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 1,6 \cdot 2 \cdot 2}{(3 \cdot 10^5)^2 \cdot (0,03)^2 \cdot 20} \approx 2286 \text{ Вт.}$$

Полученное значение импульсной мощности почти в 10 раз превышает допустимую. Можно применить один из двух методов снижения импульсной мощности: обрабатывать пачку импульсов, использовать сложный сигнал.

При некогерентном накоплении пачки из N импульсов снижение мощности передатчика будет в $N/2$ раз. Следовательно, в данной задаче накапливаться должно не менее 20 импульсов. Из выражения (6.16) следует определить время обзора при круговом обзоре:

$$T_{\text{обз}} = \frac{N \cdot T_{\text{п}} \cdot 360}{\theta_{\alpha}} = \frac{N \cdot 2D_{\text{max}} \cdot 360}{c \cdot \theta_{\alpha}} = \frac{20 \cdot 2 \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 360}{3 \cdot 10^8 \cdot 360} \approx 7 \text{ с.}$$

Таким образом, при времени кругового обзора 7 с за время облучения цели в отраженной пачке импульсов будет 20 импульсов.

Если использовать сложный сигнал, то при его некогерентной оптимальной обработке можно уменьшать мощность передатчика в $B/2$ раз, не ухудшая качественных показателей РЛС, следовательно, $B \geq 20$.

Пусть сложный сигнал – ЛЧМ, тогда длительность такого сигнала должна быть равна $T_{\text{пол}} = B \cdot T_{\text{и}}$, $T_{\text{пол}} = 20 \cdot 0,6 \cdot 10^{-6} = 12 \text{ мкс}$, а девиация частоты

$$\Delta F_{\text{д}} = F_{\text{эф}} = \frac{B}{T_{\text{и.сл}}} = 1,7 \text{ МГц. При этом возрастет «мертвая зона», } D = 1,8 \text{ км.}$$

6.3. Задачи для самостоятельной работы

1. Максимальная дальность действия РЛС $D_{\text{max}} = 360 \text{ км}$, $\lambda = 10 \text{ см}$. На какую величину изменится максимальная дальность с учетом поглощения энергии радиоволн в дожде интенсивностью 16 мм/ч до высоты 5 км и в парах воды и кислорода до 30 км, если наклон оси луча диаграммы направленности РЛС к горизонту принять равным 1° ?

2. Пояснить характер зависимости импульсной мощности передатчика РЛС от длины волны, если все остальные технические характеристики РЛС и метеоусловия остаются неизменными.

3. РЛС имеет два режима работы кругового обзора: 3 оборота и 15 оборотов в минуту. Все прочие условия равны. Насколько и почему изменится максимальная дальность действия такой станции в свободном пространстве при работе в разных режимах?

4. Какова зависимость максимальной дальности РЛС от длины волны излучаемого колебания при неизменности остальных технических параметров и метеоусловий?

5. Во сколько раз изменится максимальная дальность РЛС, если:

- габаритные размеры антенны вдвое меньше;
- площадь раскрыва антенны увеличится в 2,5 раза;
- коэффициент использования площади антенны возрастет с 0,4 до 0,7;
- коэффициент направленного действия антенны утроится.

Дайте физическое обоснование полученным результатам.

6. Дальность действия РЛС в свободном пространстве 100 км, $\lambda = 3$ см, вероятность ложной тревоги $P_{л.т}$ и правильного обнаружения $P_{п.о}$. При какой дальности действия РЛС обеспечиваются те же $P_{п.о}$ и $P_{л.т}$, если учесть потери энергии в антенно-фидерном тракте, потери неоптимальности обработки, поглощения в атмосфере? Высота верхней кромки дождя 5 км.

7. Во сколько раз необходимо увеличить импульсную мощность передатчика РЛС при переходе от когерентной обработки сигнала к некогерентной, если $P_{п.о} = 0,9$, $P_{л.т} = 0,01$?

8. Определить импульсную мощность РЛС при следующих исходных данных: $D_{\max} = 300$ км; $T_{и} = 1$ мкс; $\bar{\sigma}_{ц} = 10$ м²; $\bar{N}_{\Sigma} = 200N_0$; $\lambda = 10$ см; $S_{эф} = 15$ м², входной каскад приемника на туннельном диоде.

9. Импульсная мощность передатчика РЛС увеличена вдвое. Какая обеспечивается при этом вероятность правильного обнаружения $P_{п.о}$, если неизменными остаются все другие технические и тактические характеристики. Обработка сигнала когерентная.

ТЕМА 7. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИСКРЕТНЫХ СООБЩЕНИЙ

7.1. Краткие теоретические сведения

Если m – объем алфавита источника дискретных сообщений, то совокупность элементарных сообщений (символов) $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$ – алфавит источника. Априорная вероятность появления символа x_i при независимости его от предыдущих – $P(x) = P_i$. В общем случае априорная вероятность появления x_i будет условной:

$$P(x_i/x_j, x_k, x_l, \dots),$$

где x_j, x_k, x_l, \dots – символы, сформированные источником до символа x_i .

Количество информации, которое несет символ x_i , определяется формулой

$$I(x_i) = k \cdot \ln P(x_i).$$

Масштабный коэффициент k зависит от выбора единицы измерения количества информации. Если единица количества информации выбирается двоичной, то $k = -1/\ln 2$ и соответственно:

$$I(x_i) = -\log P(x_i) \text{ бит.} \quad (7.1)$$

Основные информационные свойства дискретных сообщений

1. Свойство аддитивности:

$$I(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_q}) = -\sum_{n=1}^q \log P(x_{i_n}), \quad (7.2)$$

где q – количество символов a_i в сообщении, а i_n принимает одно из значений в пределах от 1 до m .

2. Среднее количество информации, приходящейся на один символ источника, при условном характере априорной вероятности:

$$I_m(X) = - \sum_{i_1=1}^m \dots \sum_{i_q=1}^m P(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_q}) \log P\left(\frac{x_{i_q}}{x_{i_1} \dots x_{i_q}}\right) \quad (7.3)$$

3. Среднее количество информации, приходящейся на один символ источника сообщений, при зависимости вероятности появления очередного символа x_i только от вероятности появления предыдущего символа x_j :

$$I_2(X) = - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m P(x_j) P\left(\frac{x_i}{x_j}\right) \log P\left(\frac{x_i}{x_j}\right) \quad (7.4)$$

4. Среднее количество информации, приходящейся на один символ, при независимости символов источника сообщений

$$I_1(X) = - \sum_{i=1}^m P(x_i) \log P(x_i) = H(X) \quad (7.5)$$

является определением энтропии источника дискретных сообщений.

5. Максимальная энтропия источника имеет место при независимости и равновероятности символов сообщения ($P(x_i) = 1/m$):

$$H_{\max}(X) = \log m. \quad (7.6)$$

6. Коэффициент избыточности:

$$\rho_{\text{и}} = 1 - \frac{H(X)}{H_{\max}(X)} = 1 - \frac{H(X)}{\log m}, \quad (7.7)$$

где $\frac{H(x)}{\log m} = \chi$ – относительная скорость передачи информации, характеризует возможность оптимизации скорости передаваемой информации.

Устранение избыточности позволяет сократить объем сообщения, а следовательно, повысить скорость передачи информации.

В канале с помехой передаваемая информация частично искажается.

Как показано на рис. 7.1, передаваемое сообщение $\{x_i\}, i = \overline{1, m}$, под влиянием помехи $n(t)$ на выходе канала связи преобразуется в сообщение $\{y_j\}, j = \overline{1, m'}$. Если дискретный стационарный канал без памяти, то $m = m'$ и длительности символов τ на выходе и входе канала одинаковы. Тогда скорость передачи информации как среднее количество информации, получаемое в единицу времени, определяется выражением

$$R = F \cdot I(X; Y), \quad (7.8)$$

где $F = 1/\tau$ – частота посылки символов; $I(X; Y)$ – среднее количество взаимной информации в множестве символов $X = \{x_i\}$ относительно символов $Y = \{y_j\}$:

$$I(X; Y) = H(X) + H(X/Y) = H(Y) + H(Y/X). \quad (7.9)$$

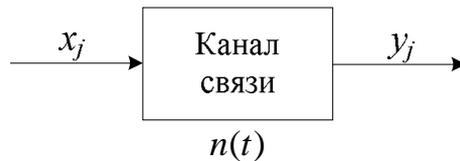


Рис. 7.1

В (7.9) $H(X/Y)$ – условная энтропия множества символов X при данном множестве Y , определяющая среднее количество потерянной информации из-за влияния помех; $H(Y/X)$ – условная энтропия множества символов Y при данном множестве X , определяющая шумовую энтропию; $H(Y)$ – энтропия множества символов Y :

$$H\left(\frac{Y}{X}\right) = -\sum_{i=1}^m P(x_i) \sum_{j=1}^m P\left(\frac{y_j}{x_i}\right) \log P\left(\frac{y_j}{x_i}\right); \quad (7.10)$$

$$H(Y) = -\sum_{i=1}^m P(y_j) \log P(y_j); \quad (7.11)$$

$$P(y_j) = \sum_{i=1}^m P(x_i, y_j) = \sum_{i=1}^m P(x_i) P\left(\frac{y_j}{x_i}\right), \quad (7.12)$$

где $P\left(\frac{y_j}{x_i}\right) = \begin{cases} P_{\text{ош}}, & i \neq j; \\ 1 - P_{\text{ош}}, & i = j; \end{cases} \quad (7.13)$

$P_{\text{ош}}$ – вероятность ошибки воспроизведения символа x_i .

На основании (7.8), (7.9) скорость передачи информации определяется формулой

$$R = F[H(Y) - H(Y/X)] \text{ бит/с.} \quad (7.14)$$

Пропускная способность дискретного канала связи определяется следующим выражением:

$$C = F_{\text{к}}[H_{\text{max}}(X) - H(X/Y)] = F_{\text{к}}[H_{\text{max}}(Y) - H(Y/X)], \quad (7.15)$$

где $F_{\text{к}} \geq F$, $F_{\text{к}}$ – полоса канала, $F = 1/\tau$

В каналах без помех $H(Y/X) = 0$.

7.2. Примеры решения задач

1. По двоичному симметричному каналу связи с помехой передаются сигналы x_1 и x_2 с априорными вероятностями $P(x_1) = \frac{3}{4}$ и $P(x_2) = \frac{1}{4}$. Из-за наличия помех вероятность правильного приема каждого из сигналов уменьшилась до $7/8$. Считая длительность каждого сигнала $\tau = 1$ мс, определить $H(x)$, $H(x)_{\text{max}}$, $\rho_{\text{и}}$, $I(X;Y)$, R , C .

Решение

В соответствии с (7.5) имеем

$$H(x) = -\frac{3}{4} \log \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \log \frac{1}{4} = 0,315 + 0,5 = 0,815 \text{ бит.}$$

Максимальная энтропия (7.6):

$$H(x)_{\max} = \log 2 = 1 \text{ бит.}$$

Коэффициент избыточности (7.7):

$$\rho_{\text{и}} = 1 - \frac{0,815}{1} = 0,185.$$

Среднее количество взаимной информации (7.10) получим, вычислив

$$H(Y) = -\sum_{i=1}^2 P(y_j) \log P(y_j),$$

$$H(Y/X) = -\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 P(x_i) P\left(\frac{y_j}{x_i}\right) \log P\left(\frac{y_j}{x_i}\right),$$

$$P(y_1) = P(x_1) \cdot P\left(\frac{y_1}{x_1}\right) + P(x_2) \cdot P\left(\frac{y_1}{x_2}\right),$$

$$P(y_2) = P(x_1) \cdot P\left(\frac{y_2}{x_1}\right) + P(x_2) \cdot P\left(\frac{y_2}{x_2}\right).$$

В соответствии с (7.13) имеем

$$P\left(\frac{y_j}{x_i}\right) = \begin{cases} 7/8, & i = j; \\ 1/8, & i \neq j. \end{cases}$$

Таким образом,

$$P(y_1) = 3/4 \cdot 7/8 + 1/4 \cdot 1/8 = 11/16;$$

$$P(y_2) = 3/4 \cdot 1/8 + 1/4 \cdot 7/8 = 5/16;$$

$$H(Y) = -\frac{11}{16} \log \frac{11}{16} - \frac{5}{16} \log \frac{5}{16} \approx 0,89,$$

$$\begin{aligned} H(Y/X) &= -P(x_1) \left[P\left(\frac{y_1}{x_1}\right) \log P\left(\frac{y_1}{x_1}\right) + P\left(\frac{y_2}{x_1}\right) \log P\left(\frac{y_2}{x_1}\right) \right] - \\ &\quad - P(x_2) \left[P\left(\frac{y_1}{x_2}\right) \log P\left(\frac{y_1}{x_2}\right) + P\left(\frac{y_2}{x_2}\right) \log P\left(\frac{y_2}{x_2}\right) \right] = \\ &= -P\left(\frac{y_1}{x_1}\right) \log P\left(\frac{y_1}{x_1}\right) - P\left(\frac{y_1}{x_2}\right) \log P\left(\frac{y_1}{x_2}\right) = \\ &= -7/8 \log 7/8 - 1/8 \log 1/8 \approx 0,55. \end{aligned}$$

Скорость передачи информации из (7.14):

$$R = 1/10^{-3} [0,89 - 0,55] = 340 \text{ бит/с.}$$

Пропускная способность канала связи:

$$C \geq 1/10^3 [1 - 0,55] = 450 \text{ бит/с.}$$

2. Алфавит сообщения состоит из двух букв: X_1 ($P(x_1) = 3/4$) и X_2 ($P(x_2) = 1/4$). Определить энтропию источника и коэффициент избыточности, если условная

вероятность $P(x_j/x_i)$ появления j -й буквы после i -й задана табл. 7.1.

Таблица 7.1

i	j		$P\left(\frac{x_j}{x_i}\right)$
	x_1	x_2	
i_1	0,2	0,8	
i_2	0,6	0,4	

С учетом априорных вероятностей и выражений (7.4) и (7.5) имеем

$$H(x) = \frac{I_2(x) + I_1(x)}{2}, I_1(x) = -\sum_{i=1}^2 P(x_i) \log P(x_i),$$

$$I_2(x) = -\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 P(x_i, x_j) \log P(x_j/x_i)$$

где
$$I_2(x) = -\frac{3}{4}[0,2 \log 0,2 + 0,8 \log 0,8] - \frac{1}{4}[0,6 \log 0,6 + 0,4 \log 0,4] \approx$$

$$\approx 0,54 + 0,24 = 0,78 \text{ бит.}$$

$$I_1(x) = -\frac{3}{4} \log \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \log \frac{3}{4} = 0,815 \text{ бит.}$$

$$H(x) = \frac{0,78 + 0,815}{2} \approx 0,797 \text{ бит, } \rho_{\text{и}} = 1 - \frac{0,797}{1} = 0,203.$$

7.3. Задачи для самостоятельной работы

1. Источник информации вырабатывает ансамбль символов $X = \{x_i\}$, $i = \overline{1, 4}$, с вероятностями $P(x_1) = 0,2$, $P(x_2) = 0,3$, $P(x_3) = 0,4$, $P(x_4) = 0,1$. Корреляционные связи между символами отсутствуют. Вычислить энтропию источника, максимальную энтропию и коэффициент избыточности.

2. Алфавит сообщения состоит из четырех букв: x_1, x_2, x_3, x_4 , вероятности появления которых $P(x_1) = 0,5$, $P(x_2) = 0,25$, $P(x_3) = P(x_4) = 0,125$. Условная вероятность $P(x_j/x_i)$ появлений j -й буквы после i -й задана табл. 7.2.

Таблица 7.2

x_i	j				$P\left(\frac{x_j}{x_i}\right)$
	x_1	x_2	x_3	x_4	
x_1	0	0,2	0,4	0,4	
x_2	0,2	0,2	0,3	0,3	
x_3	0,25	0	0,25	0,5	
x_4	0,2	0,4	0,4	0	

Найти избыточность $\rho_{\text{и1}}$ источника сообщений при статистической независимости букв и избыточности $\rho_{\text{и2}}$ с учетом зависимости между буквами.

3. По каналу телекодовой связи передается пять команд: $X = \{x_i\}$, $i = \overline{1, 5}$, с

вероятностями $P(x_1) = 0,3$, $P(x_2) = 0,1$, $P(x_3) = 0,25$, $P(x_4) = 0,2$, $P(x_5) = 0,15$. Определить среднее количество информации, приходящейся на одну команду.

4. Найти максимальную энтропию черно-белого изображения с двумя градациями яркости, содержащего $5 \cdot 10^5$ независимых элементов.

5. Вероятность появления события A при одном испытании равна P . Испытания повторяются до первого появления события A . Найти энтропию числа испытаний X и выяснить характер зависимости энтропии с изменением P .

6. Ансамбли событий X и Y объединены, причем вероятности совместных событий равны $P(x_1, y_1) = 0,1$, $P(x_1, y_2) = 0,25$, $P(x_2, y_1) = 0,2$, $P(x_3, y_1) = 0,3$, $P(x_1, y_2) = 0,15$, $P(x_2, y_2) = 0$. Определить: а) энтропию ансамблей X и Y ; б) условные энтропии ансамблей.

7. Ансамбль сообщений состоит из двух букв X_1 и X_2 , вероятности появления которых $P(x_1) = 0,89$, $P(x_2) = 0,11$. Определить среднее число символов кода, приходящихся на одну букву, если кодирование осуществляется: а) по одной букве, б) по две буквы, в) блоками по три буквы.

8. На вход канала связи без стирания с помехой поступает ансамбль сигналов $X = \{x_i\}$, $i = \overline{1, N}$, с вероятностями $P(x_i)$ и частотой посылки $F = \frac{1}{\tau}$, где τ – длительность сигналов.

Вероятности перехода равны $P\left(\frac{y_j}{x_i}\right) = (1 - P_0)$ при $i = j$ и

$P\left(\frac{y_j}{x_i}\right) = \frac{P_0}{N-1}$ при $i \neq j$, P_0 – вероятность ошибки. Определить пропускную способность канала связи.

9. По каналу связи, состоящему из передатчика, ретранслятора и приемника (рис. 7.3), передаются равновероятные сигналы X_1 и X_2 с частотой следования $F = \frac{1}{\tau}$, где τ – длительность сигналов. Значения вероятностей перехода на участке передатчик – ретранслятор и ретранслятор – приемник указаны на рис. 7.3. Вычислите пропускную способность канала связи. Какова скорость передачи информации? ($\tau = 1$ мс, $P_0 = 0,1$).

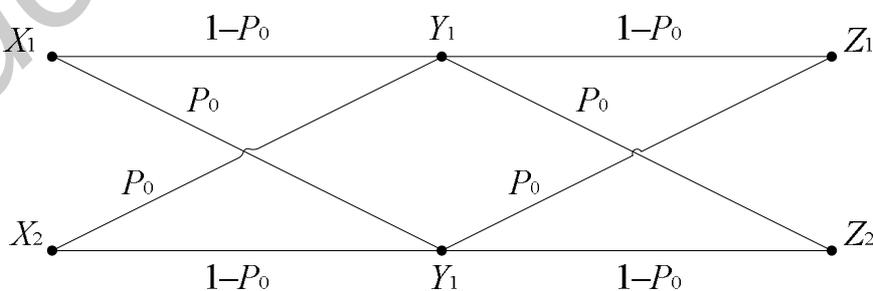


Рис. 7.3

ТЕМА 8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕПРЕРЫВНЫХ СООБЩЕНИЙ

8.1. Краткие теоретические сведения

Источник непрерывных сообщений характеризуется тем, что в каждый момент времени t сообщение $x(t)$ может принимать бесконечное множество значений с бесконечно малой вероятностью каждого из них, и, если бы сообщение могло передаваться абсолютно точно без искажений, оно несло бы бесконечное количество информации. Однако на практике при передаче информации всегда имеют место искажения и количество информации, содержащееся в принятом непрерывном сообщении, определяется разностью значений энтропий сообщения до и после получения информации. Эта разность является конечной величиной.

Пусть $x(t)$ – реализация непрерывного сообщения на входе канала связи, $y(t)$ – реализация выходного сообщения; $P_1(x)$ – одномерная плотность вероятности входных сообщений, $P_1(x/y)$ – условная плотность вероятности X при известном Y (апостериорная вероятность); $P_1(y/x)$ – условная плотность вероятности y при известном x , $P_2(x, y)$ – совместная плотность вероятности. Тогда будут иметь место следующие выражения:

1. Энтропия источника непрерывных сообщений:

$$I(X) = - \int_{-\infty}^{\infty} P_1(x) \log P_1(x) dx - \log \Delta x, \quad (8.1)$$

где Δx – интервал квантования (точность измерения).

2. Дифференциальная энтропия источника непрерывных сообщений

$$h(x) = \int_{-\infty}^{\infty} P_1(x) \log P_1(x) dx, \quad (8.2)$$

определяющая количество информации в битах, приходящейся в среднем на один отсчет.

3. Максимальная дифференциальная энтропия источника непрерывных сообщений

$$h(x)_{\max} = \log \sqrt{2\pi e} \cdot \sigma, \quad (8.3)$$

которая имеет место при нормальной плотности распределения случайного процесса:

$$P_1(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left[-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2} \right], \quad (8.4)$$

где σ^2 – дисперсия этой величины; e – основание натурального логарифма; a – математическое ожидание случайной величины,

4. Полная средняя взаимная информация

$$I(X; Y) = h(X) - h\left(\frac{X}{Y}\right) = h(Y) - h\left(\frac{Y}{X}\right), \quad (8.5)$$

где

$$h(Y) = - \int_{-\infty}^{\infty} P_1(y) \log P_1(y) dy - \quad (8.6)$$

дифференциальная энтропия сообщения $y(t)$ на выходе канала связи;

$$h\left(\frac{Y}{X}\right) = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P_2(X, Y) \log P_1\left(\frac{y}{x}\right) dx dy - \quad (8.7)$$

дифференциальная условная энтропия, характеризующая действие шумового процесса.

5. Для аддитивной смеси $y(t) = x(t) + n(t)$ при статической независимости нормальных процессов $x(t)$ и помехи $n(t)$:

$$h(Y) = \frac{1}{2} \log[2\pi e(\sigma_x^2 + \sigma_n^2)], \quad (8.8)$$

$$h\left(\frac{Y}{X}\right) = \frac{1}{2} \log[2\pi e\sigma_n^2], \quad (8.9)$$

$$I(x; y) = \frac{1}{2} \log\left(1 + \frac{\sigma_x^2}{\sigma_n^2}\right), \quad (8.10)$$

где σ_x^2 и σ_n^2 – соответственно дисперсии процессов $x(t)$ и $n(t)$.

6. Пропускная способность канала связи для нормально распределенных сообщений и помехи

$$C = 2F_k \cdot I(X; Y) = F_k \cdot \log\left[1 + \frac{\sigma_x^2}{\sigma_n^2}\right] \text{ бит/с}, \quad (8.11)$$

где F_k – полоса пропускания канала.

7. Пропускная способность канала связи при $\frac{\sigma_x^2}{\sigma_n^2} \ll 1$:

$$C \approx 1,44 \cdot \frac{\sigma_x^2}{N_0} \text{ бит/с}, \quad (8.12)$$

где N_0 – спектральная плотность аддитивной помехи.

8. Пропускная способность канала связи при спектральной плотности $F(f)$ гауссова сигнала $x(t)$ и спектральной плотности $N(f)$ аддитивной гауссовой помехи $n(t)$ определяется

$$C = \int_{f_1}^{f_2} \log\left[1 + \frac{F(f)}{N(f)}\right] df, \quad (8.13)$$

где $f_2 - f_1 = F_k$ – полоса пропускания канала.

9. Скорость передачи информации для гауссовых сигнала и аддитивной помехи

$$R = F_{\text{эф}} \log\left[1 + \frac{\sigma_x^2}{\sigma_n^2}\right] \text{ бит/с}, \quad (8.14)$$

где $F_{\text{эф}}$ – эффективная полоса частот, занимаемая информационным сигналом, $\sigma_n^2 = N_0 \cdot F_{\text{эф}}$.

8.2. Примеры решения задач

1. Случайная величина x равномерно распределена между значениями a и b , $a > 0$, $b > 0$. Найти выражение для дифференциальной энтропии процесса.

Р е ш е н и е

Из условия задачи вытекает, что $P(x) = \frac{1}{b-a}$, и в соответствии с (8.6)

$$h(x) = - \int_a^b \frac{1}{b-a} \log \frac{1}{b-a} dx = \log(b-a) \text{ бит.}$$

2. По линии связи передается непрерывный амплитудно-модулированный сигнал $x(t)$, распределенный по нормальному закону с математическим ожиданием $m_x = 0$ и дисперсией $\sigma_x^2 = 8B^2$. Определить энтропию $I(x)$ сигнала при точности его измерения $\Delta x = 0,2 B$.

Р е ш е н и е

В соответствии с выражением (5.1)

$$\begin{aligned} I(x) &= h(x) - \log \Delta x = \log \sqrt{2\pi e \sigma_x^2} - \log \Delta x = \\ &= \log \frac{\sqrt{2\pi e \sigma_x^2}}{\Delta x} = \log 58,56 \approx 5,87 \text{ бит.} \end{aligned}$$

3. На вход приёмного устройства действует колебание $y(t) = x(t) + n(t)$, где сигнал $x(t)$ и помеха $n(t)$ – независимые гауссовы случайные процессы с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями, равными соответственно $\sigma_x^2 = 1,5 \cdot 10^{-2} B^2$ и $\sigma_n^2 = 5 \cdot 10^{-3} B^2$. Эффективная полоса частот, занимаемая сигналом, $F_{\text{эф}} = 1$ МГц. Определить полную среднюю взаимную информацию на входе приемника и пропускную способность канала связи.

Р е ш е н и е

В соответствии с выражением (5.5), (5.8), (5.9)

$$\begin{aligned} I(X; Y) &= h(Y) - h\left(\frac{Y}{X}\right), \\ h(Y) &= \log \sqrt{2\pi e \sigma_y^2}, \quad h\left(\frac{Y}{X}\right) = \log \sqrt{2\pi e \sigma_n^2}, \end{aligned}$$

$$\sigma_y^2 = \sigma_x^2 + \sigma_n^2,$$

$$I(X; Y) = \frac{1}{2} \log \left[\frac{\sigma_x^2 + \sigma_n^2}{\sigma_n^2} \right] = \frac{1}{2} \log \left[1 + \frac{1,5 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-3}} \right] = \frac{1}{2} \log 4 = 1 \text{ бит.}$$

Пропускная способность канала связи

$$C \geq 2F_{\text{эф}} \cdot I(X; Y) = 2 \cdot 10^6 \text{ бит / с.}$$

8.3. Задачи для самостоятельной работы

1. Информация передается посредством изменения амплитуды сигнала $x(t)$, распределенной по нормальному закону с параметрами $m_x = 0$, $\sigma_x^2 = 16$. Величина $x(t)$ измеряется регистрирующим устройством с погрешностью $z(t)$, не зависящей от амплитуды сигнала и также распределенной по нормальному закону с параметрами $m_z = 0$, $\sigma_z^2 = 9$. Определить среднее количество информации $I(X; Y)$ о величине X , заключенное в случайных результатах измерений $Y = X + Z$.

2. Информация передается с помощью ЧМ-синусоидальных сигналов, рабочая частота которых изменяется с равной вероятностью от $f_1 = 10$ МГц до $f_2 = 50$ МГц. Определить энтропию $I(F)$, если точность измерения частоты $\Delta f = 2$ кГц.

3. Измерительное устройство вырабатывает временные интервалы, распределенные случайным образом в пределах от 100 до 500 мс. Как изменится энтропия случайной величины при изменении точности измерения с 1 мс до 1 мкс?

4. Плотность вероятности случайного процесса $x(t)$ имеет вид $P_1(x) = \lambda e^{-\lambda x}$, $x > 0$. Найти дифференциальную энтропию величины X .

5. Найти дифференциальную энтропию случайной величины $Y = A \sin \omega t$, где t равномерно распределено в интервале от $-\frac{\pi}{\omega}$ до $\frac{\pi}{\omega}$, A и ω – положительные постоянные.

6. Радиоприем осуществляется на две антенны, разнесенные в пространстве так, что сигналы $x(t)$ и $y(t)$ в ветвях статически независимы. Определить энтропию $h(z)$ колебания $z(t) = x(t) + y(t)$ на выходе суммирующего устройства, если $x(t)$ и $y(t)$ распределены по нормальному закону с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями $\sigma_x^2 = 16 B^2$ и $\sigma_y^2 = 25 B^2$.

7. Определить полосу пропускания канала передачи телевизионного черно-белого изображения с $5 \cdot 10^5$ элементами, 25 кадрами в секунду и 8 равномерными градациями яркости для отношения $\frac{\sigma_x^2}{\sigma_n^2} = 15$ при условии, что изображение X может принимать наиболее хаотический вид – вид белого шума.

8. Сообщение $x(t)$, распределенное по нормальному закону, принимается на фоне аддитивного белого шума $h(t)$. Определить пропускную способность канала связи, если входное отношение сигнал/шум $q_{вх} = 0,1$, полоса частот, отведенная радиоканалу, $F_k = 1$ МГц. Как изменится пропускная способность канала связи, если увеличить полосу частот радиоканала в 3 раза?

ТЕМА 9. КОГЕРЕНТНАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ В РС ПИ

9.1. Краткие теоретические сведения

Модель смеси на входе приемника

$$x(t) = S_i(t) + n(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (9.1)$$

где $S_i(t)$ – информационный сигнал, $i = \overline{1, m}$; $F_n(w) = N_0 / 2$ – спектральная плотность белого шума $n(t)$; T – длительность сигнала $T_i = T$.

При побитной передаче цифровой информации:

- бит «1» передается сигналом $S_1(t)$ ($i = 1$);
- бит «0» передается сигналом $S_2(t)$ ($i = 2$), $m = 2$.

При передаче цифровой информации по символам (блокам):

- символ состоит из двух бит – $m = 4$ (четыре сигнала-переносчика);
- символ состоит из трех бит – $m = 8$ (восемь сигналов-переносчиков);
- символ состоит из k бит – $m = 2^k$.

Когерентная обработка сигналов может быть оптимальной и квазиоптимальной.

Оптимальная обработка

На рис. 9.1 приведена структурная схема фильтрового оптимального когерентного приемника цифровых сигналов для $m = 2$.

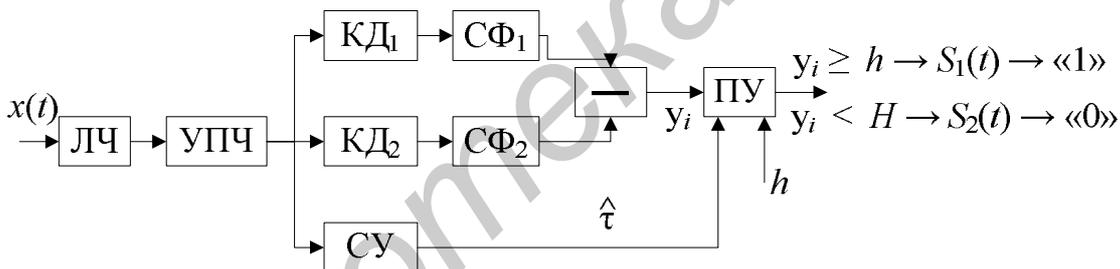


Рис. 9.1

На рис. 9.1 ЛЧ – линейная часть приемника, УПЧ – усилитель промежуточной частоты, КД – когерентный детектор, СУ – синхронизирующее устройство, СФ – согласованный фильтр.

$СФ_1$ имеет импульсный отклик $g_1(t) = c \cdot S_{01}(T - t)$, а $СФ_2$ $g_2(t) = c \cdot S_{02}(T - t)$, где $S_{0i}(T - t)$ – зеркально отображаемая относительно времени T комплексная огибающая сигнала $S_i(t)$, c – коэффициент ослабления.

Потенциальная помехоустойчивость (вероятность ошибочного приема) структуры (рис. 9.1) определяется следующим выражением [6]:

$$P_{\text{ош}} = P_1 \Phi\left(\frac{h - m_1}{\sigma}\right) + P_2 \left[1 - \Phi\left(\frac{h - m_2}{\sigma}\right) \right], \quad (9.2)$$

где P_1 и P_2 – вероятности появления сигналов $S_1(t)$ и $S_2(t)$ соответственно;

порог $h = \frac{(E_1 - E_2)}{2} + \frac{N_0}{2} \ln \frac{P_2}{P_1}$, дисперсия случайной величины y_i

$\sigma^2 = N_0 \left[(E_1 + E_2) / 2 - R_{1,2} \right]$, энергия сигнала $S_1(t)$ $E_1 = \int_0^\tau S_1^2(t) dt$, энергия сигнала

$S_2(t)$ $E_2 = \int_0^\tau S_2^2(t) dt$, $R_{1,2} = \int_0^\tau S_1(t) S_2(t) dt$, m_1 – матожидание случайной величини

y_1 (в смеси присутствует сигнал $S_1(t)$), $m_1 = \langle y_1 \rangle = E_1 - R_{1,2}$, m_2 – матожидание случайной величины y_2 (в смеси присутствует сигнал $S_2(t)$),

$m_2 = \langle y_2 \rangle = -E_2 + R_{1,2}$, $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-x}^\infty \exp\left[-\frac{t^2}{2}\right] dt$ – интеграл вероятности.

Если $P_1 = P_2 = 0,5$, $E_1 = E_2 = E$, то (9.2) примет вид

$$P_{\text{ош}} = 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{E(1 - \rho_{1,2})}{N_0}}\right), \quad (9.3)$$

где $\rho_{1,2} = R_{1,2} / E$ – коэффициент взаимной корреляции сигналов $S_1(t)$ и $S_2(t)$.

Ч а с т н ы е с л у ч а и:

амплитудная манипуляция с пассивной паузой:

$$P_{\text{ош}_{\text{АМн}}} = 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{E}{2N_0}}\right); \quad (9.4)$$

частотная манипуляция (сигналы ортогональные):

$$P_{\text{ош}_{\text{ЧМн}}} = 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{E}{N_0}}\right); \quad (9.5)$$

фазовая манипуляция (сигналы противоположны):

$$P_{\text{ош}_{\text{ФМн}}} = 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}}\right). \quad (9.6)$$

На рис. 9.2. приведены структурные схемы когерентных оптимальных приемников для сигналов с АМн (а), ЧМн (б) и ФМн (в).

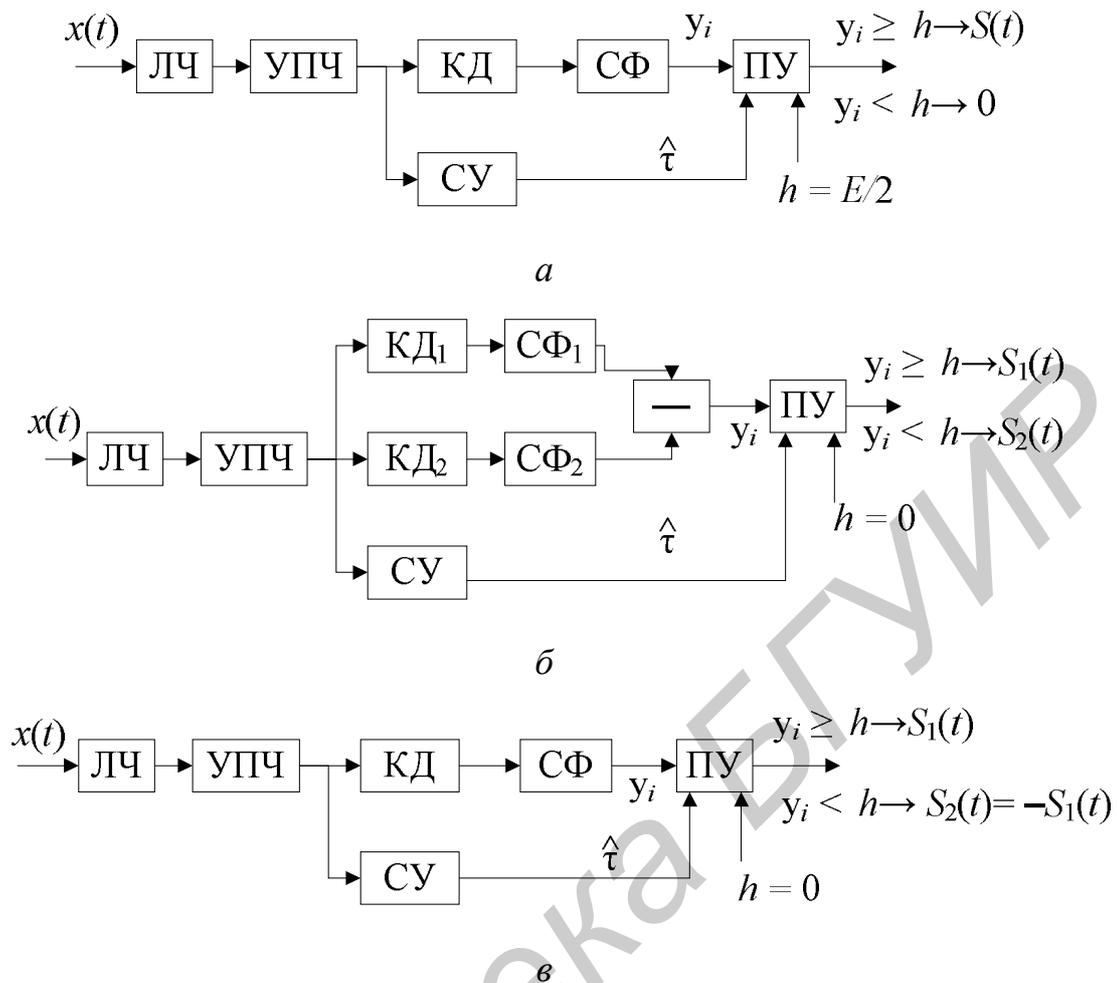


Рис. 9.2

Для случая $m > 2$ (рис. 9.3) приведена обобщенная структурная схема когерентного оптимального приемника фильтрового типа.

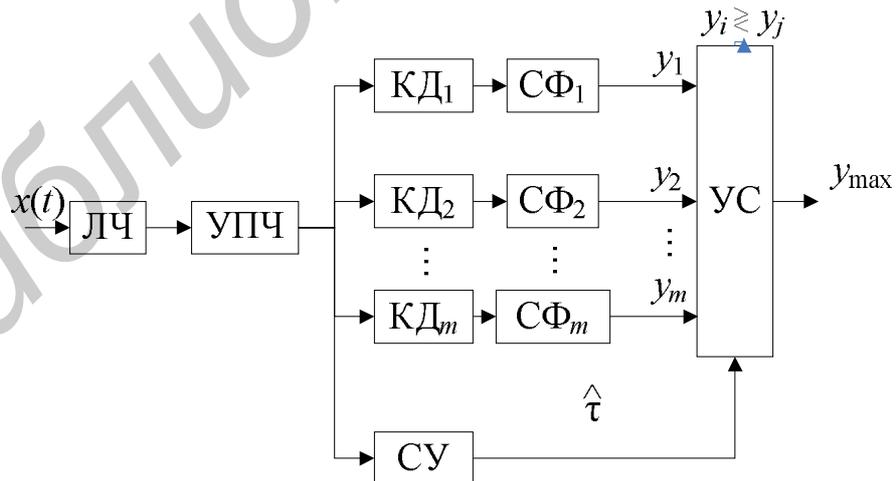


Рис. 9.3

В структуре (см. рис. 9.3) УС – устройство сравнения, $СФ_i$ соответствует $g_i(t) = S_i(T - t)$ – каждый согласованный фильтр настроен на свой сигнал. Если

принимаемые сигналы равновероятны: $P_i = 1/m$, энергии сигналов равны $E_1 = E_2 = \dots = E_m = E$, то вероятность ошибочного приема одного цифрового бита оценивается следующим выражением:

$$P_{\text{ош}} \cong \frac{(m-1)}{k} \left[1 - \Phi \left(\sqrt{\frac{E(1-\rho_{i,j})}{N_0}} \right) \right], \quad (9.7)$$

где $\rho_{i,j} = \frac{1}{E} \int_0^T S_i(t) \cdot S_j(t) dt$ – коэффициент взаимной корреляции, $i \neq j$.

Квазиоптимальная обработка

Когерентная квазиоптимальная обработка характерна для простых сигналов, и оптимизация осуществляется по эффективной полосе частот, занимаемых сигналом.

На рис. 9.4 приведена структурная схема когерентного квазиоптимального приемника для случая $m = 2$.

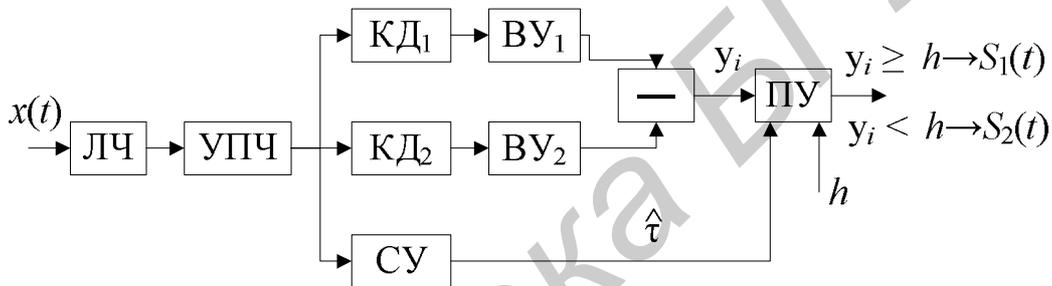


Рис. 9.4

В структуре (см. рис. 9.4) ВУ – видеоусилитель.

Потенциальная помехоустойчивость структурной схемы при равенстве априорных вероятностей и энергий сигналов определяется соотношением

$$P_{\text{ош}} \cong 1 - \Phi \left(\sqrt{q(1-\rho_{1,2})} \right), \quad (9.8)$$

где q – отношение мощности полезного сигнала к мощности шума на входе приемника; $\rho_{1,2}$ – коэффициент взаимной корреляции сигналов $S_1(t)$ и $S_2(t)$.

Частные случаи квазиоптимальных структурных схем для сигналов с АМн (а), ЧМн (б), ФМн (в) приведены на рис. 9.5.

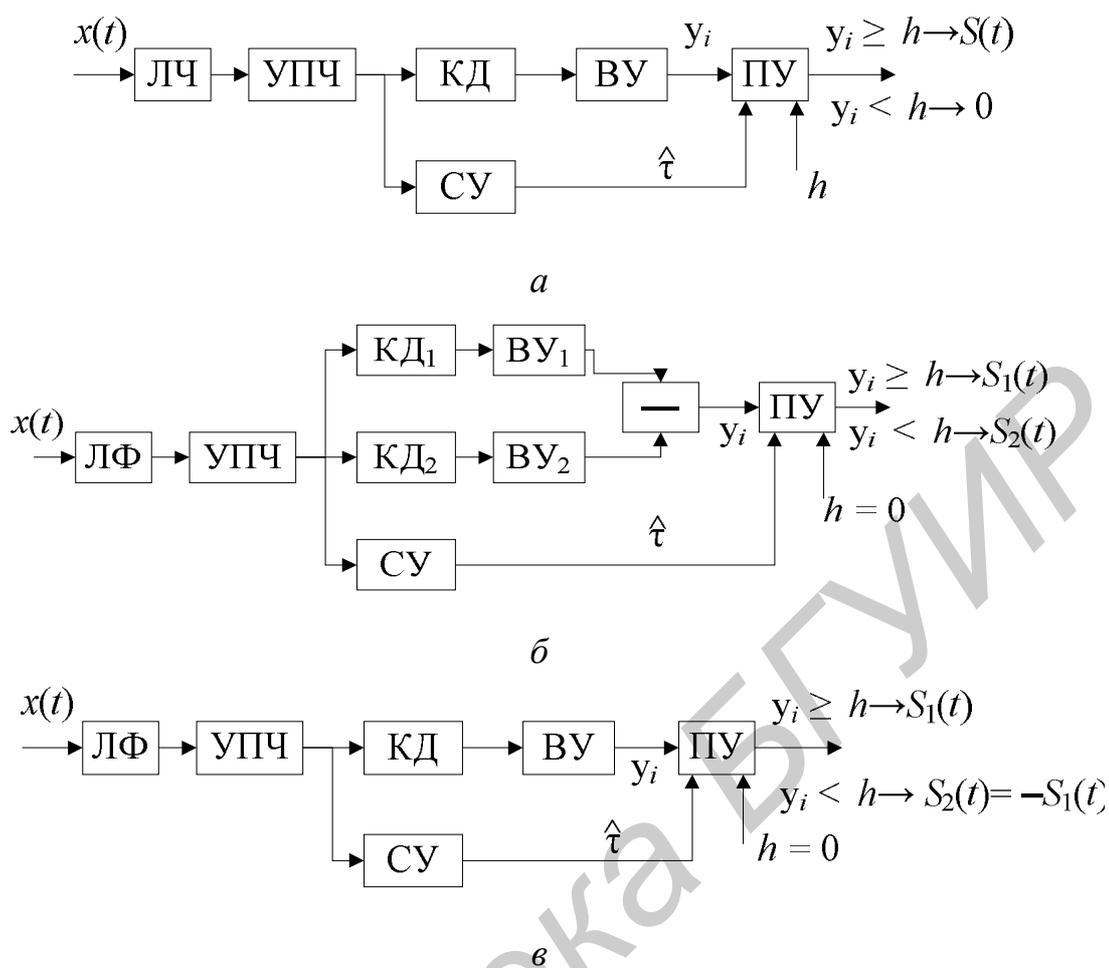


Рис. 9.5

Оценки потенциальной помехоустойчивости структур (см. рис. 9.5) следующие:

– для АМн с пассивной паузой

$$P_{\text{ош}} \cong 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{q}{2}}\right) \approx \frac{1}{\sqrt{\pi q}} \exp\left[\frac{-q}{4}\right]; \quad (9.9)$$

– для ЧМн при $(\omega_1 - \omega_2) \geq 2\pi/T$, где ω_1 и ω_2 – несущие частоты сигналов $S_i(t) = S_0(t) \cos(\omega_i t + \varphi_0)$:

$$P_{\text{ош}} \cong 1 - \Phi(\sqrt{q}) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi q}} \exp\left[\frac{-q}{2}\right]; \quad (9.10)$$

для ФМн, $S_2(t) = -S_1(t)$:

$$P_{\text{ош}} \cong 1 - \Phi(\sqrt{2q}) \approx \frac{1}{\sqrt{4\pi q}} \exp[-q]. \quad (9.11)$$

На рис. 9.6 приведена структурная схема когерентного квазиоптимального приемника для $m > 2$.

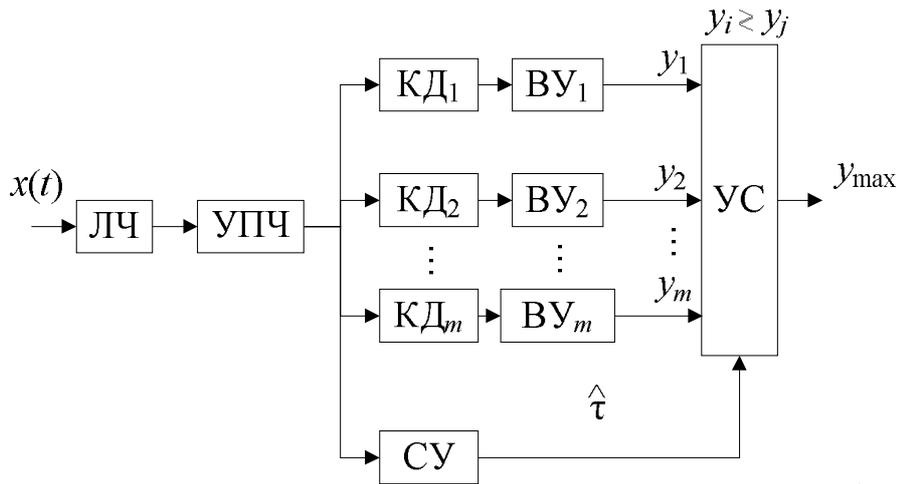


Рис. 9.6

Вероятность ошибочного приема одного цифрового бита структурной схемой (см. рис. 9.6) определяется соотношением

$$P_{\text{ош}} \approx [(m-1)/k] \left[1 - \Phi \left(\sqrt{q(1-\rho_{i,j})} \right) \right], \quad (9.12)$$

где $\rho_{i,j}$ – коэффициент взаимной корреляции сигналов $S_i(t)$ и $S_j(t)$.

Этот случай характерен для простых цифровых сигналов, разнесенных по несущим частотам $\left(\left| \omega_i - \omega_j \right| \geq \frac{2\pi}{T} \right)$.

Если $\{S_i(t)\}$, $i = \overline{1, m}$, – сложные сигналы с базой B , то обработка сигналов только оптимальная и $\frac{E}{N_0} = \frac{\bar{P}_c T}{N_0} = \frac{\bar{P}_c B}{N_0 F_{\text{эф}}} = qB$. Выражения для потенциальной помехоустойчивости структур примут вид:

– для $m = 2$:

$$P_{\text{ош}} = 1 - \Phi \left(\sqrt{q \cdot B(1-\rho_{1,2})} \right), \quad (9.13)$$

где q – отношение сигнал/шум по мощности на входе приемника; $\rho_{1,2}$ – коэффициент взаимной корреляции между сложными сигналами $S_1(t)$ и $S_2(t)$;

– для $m > 2$:

$$P_{\text{ош}} \approx [(m-1)/k] \left[1 - \Phi \left(\sqrt{q \cdot B(1-\rho_{i,j})} \right) \right]. \quad (9.14)$$

9.2. Примеры решения задач

1. На вход когерентного оптимального приемника поступает смесь $x(t) = S_i(t) + n(t)$, $0 \leq t \leq T$, $n(t)$ – белый шум с $F_n(\omega) = N_0 / 2$,

$$S_i(t) = \begin{cases} S_1(t) = A_0 \cos \omega_0 t; \\ S_2(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi). \end{cases}$$

Определить необходимое сигнал/шум q на входе приемника, если φ принимает следующие значения: а) $\varphi = \pi / 3$; б) $\varphi = \pi / 2$; в) $\varphi = \pi$. Вероятность ошибочного приема $P_{\text{ош}} \leq 10^{-3}$. Нарисовать структурную схему приемника.

Решение

Считая априорные вероятности появления $S_1(t)$ и $S_2(t)$ одинаковыми, имеем (9.3)

$$P_{\text{ош}} = 1 - \Phi \left(\sqrt{\frac{E(1 - \rho_{1,2})}{N_0}} \right),$$

где $\frac{E}{N_0} = \frac{\bar{P}_c T}{N_0} = \frac{\bar{P}_c}{N_0 \cdot 1/T} = \frac{\bar{P}_c}{P_n} = q$ – входное отношение сигнал/шум (сигналы простые цифровые). Отсюда, из подстановки значений в формулу, получим $10^{-3} = 1 - \Phi(\sqrt{q(1 - \rho_{1,2})})$; $0,999 = \Phi(\sqrt{q(1 - \rho_{1,2})})$.

Из таблицы интегралов вероятности находим

$$\sqrt{q(1 - \rho_{1,2})} = 3,1; \quad q = \frac{9,61}{1 - \rho_{1,2}}.$$

Коэффициент взаимной корреляции при $T \gg 2\pi / \omega_0$

$$\rho_{1,2} = \frac{1}{E} \int_0^T S_0^2(t) \cdot \cos \omega_0 t \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi) dt = \cos \varphi.$$

При $\varphi = \pi / 3 \rightarrow \cos \varphi = 0,5 = \rho_{1,2} \rightarrow$ случай «а»;

$\varphi = \pi / 2 \rightarrow \cos \varphi = 0 = \rho_{1,2} \rightarrow$ случай «б»;

$\varphi = \pi \rightarrow \cos \varphi = -1 = \rho_{1,2} \rightarrow$ случай «в».

Следовательно,

$$q_a = \frac{9,61}{1 - 0,5} = 19,22; \quad q_b = \frac{9,61}{1} = 9,61; \quad q_v = \frac{9,61}{2} = 4,8.$$

Для случая «в» структура приемника соответствует рис. 9.2, в. В других случаях различие заключается в выборе порога $h > 0$.

2. На входе когерентного квазиоптимального приемника системы передачи цифровой информации обеспечивается отношение сигнал/шум по мощности $q = 9$. Для моделей равновероятных сигналов

$$\begin{aligned} S_1(t) &= A_0 \cos(\omega_1 t + \varphi) \rightarrow \langle 1 \rangle \\ S_2(t) &= A_0 \cos(\omega_2 t + \varphi) \rightarrow \langle 0 \rangle \end{aligned} \left| \begin{array}{l} 0 \leq t \leq T, |\omega_1 - \omega_2| = 2\pi/T, \omega_i \gg 2\pi/T, \end{array} \right.$$

вычислить вероятность ошибочного приема. Нарисовать структурную схему приемника.

Решение

Из описания сигналов – это простые цифровые сигналы с частотной манипуляцией, коэффициент взаимной корреляции которых $\rho_{1,2} \approx 0$ (сигналы квазиортогональны). Следовательно, в соответствии с (9.10)

$$P_{\text{ош}} = 1 - \Phi(\sqrt{q}) = 1 - \Phi(\sqrt{9}) = 1 - 0,9986 \cong 1,4 \cdot 10^{-3}.$$

Этому приемнику соответствует структурная схема на рис. 9.5, б.

3. Когерентный оптимальный приемник системы передачи цифровой информации производит побитный прием с помощью сигналов $S_1(t)$ и $S_2(t)$. Приемник обеспечивает $P_{\text{ош}} \leq 10^{-4}$ при отношении сигнал/шум по мощности на его входе $q = 1$. Какими должны быть сигналы $S_1(t)$ и $S_2(t)$, чтобы удовлетворить указанным показателям? Зарисовать структурную схему приемника.

Решение

Для когерентного оптимального приемника справедливо следующее выражение (9.3):

$$P_{\text{ош}} = 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{E(1 - \rho_{1,2})}{N_0}}\right).$$

Если сигналы $S_1(t)$ и $S_2(t)$ – простые цифровые, то $E/N_0 = q = 1$, откуда $10^{-4} = 1 - \Phi(\sqrt{1 - \rho_{1,2}})$, $0,9999 = \Phi(\sqrt{1 - \rho_{1,2}})$, $3,72 = \sqrt{1 - \rho_{1,2}}$; $\rho_{1,2} \cong -12,8$.

Так как $-1 \leq \rho_{1,2} < 1$, то простые цифровые сигналы не удовлетворяют условиям задачи, и необходимо применять сложные сигналы с базой B . В соответствии с (9.13) получим

$$3,72 = \sqrt{B(1 - \rho_{1,2})}, \rho_{1,2} \cong 1 - \frac{13,8}{B}.$$

Для АМн с пассивной паузой $B \geq 27,6$; для ФМн и ортогональных сигналов $B \geq 13,8$; для ФМн и противоположных сигналов $B \geq 6,8$.

Целесообразно применить псевдослучайные сигналы с дискретной фазовой и инверсной информационными модуляциями, у которых модулирующая функция – M -последовательность значностью $N = 7$. Структура приемника соответствует рис. 9.2, в.

9.3. Задачи для самостоятельной работы

1. Цифровая информация передается четырьмя сигналами $S_1(t)$, $S_2(t)$, $S_3(t)$ и $S_4(t)$. Когерентный приемник обеспечивает прием этих сигналов на

фоне белого шума с вероятностью ошибки $P_{\text{ош}} \leq 10^{-4}$ при отношении сигнал/шум по мощности в полосе сигнала на входе $q = 1$. Какими должны быть сигналы $S_1(t)$, $S_2(t)$, $S_3(t)$ и $S_4(t)$, чтобы удовлетворить указанным качественным показателям? Зарисовать структуру приемника.

2. С помощью двух сложных ортогональных сигналов $S_1(t)$ и $S_2(t)$ с одинаковыми энергиями передается цифровая информация по радиоканалу с белым шумом. Когерентный приемник должен обеспечить $P_{\text{ош}} \leq 10^{-3}$ при входном отношении сигнал/шум $q = 0,1$. Каковы базы сложных сигналов? Зарисовать структурную схему приемника.

3. На вход когерентного приемника поступает смесь белого шума и одного из двух равновероятных сигналов $S_1(t)$ и $S_2(t)$. Определить необходимое отношение сигнал/шум по мощности (q) в полосе сигнала на входе приемника, если вероятность ошибочного приема $P_{\text{ош}} \leq 10^{-2}$ для моделей сигналов $S_i(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_i)$, $|\varphi_1 - \varphi_2| = \pi/3$. Зарисовать структурную схему приемника.

4. С помощью двух сложных инверсных сигналов $S_1(t)$ и $S_2(t)$ с одинаковыми энергиями априорными вероятностями передается цифровая информация. Когерентный приемник на фоне белого шума обеспечивает $P_{\text{ош}} \leq 10^{-3}$. Какое минимальное отношение сигнал/шум на входе приемника в полосе сигнала нужно обеспечить, если базы сигналов $B_1 = B_2 = 64$?

5. Цифровая информация передается с помощью четырех ПС-сигналов с ДФМ ($S_1(t)$, $S_2(t)$, $S_3(t)$, $S_4(t)$). Сигналы ортогональны и равновероятны с базами $B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = B = 32$. Какое минимальное отношение сигнал/шум на входе когерентного оптимального приемника в полосе сигнала нужно обеспечить, если требуется на один бит цифровой информации $P_{\text{ош}} \leq 10^{-4}$?

6. Исходя из условий задачи 5 определить минимально необходимое отношение сигнал/шум на входе когерентного приемника в полосе сигнала, если на один бит цифровой информации $P_{\text{ош}} \leq 10^{-3}$. Зарисовать структурную схему приемника.

7. Когерентный квазиоптимальный приемник с $P_{\text{ош}} \leq 10^{-3}$ на один бит выделяет цифровую информацию, переданную с помощью восьми ортогональных простых цифровых сигналов $\{S_i(t)\}$, $i = \overline{1, 8}$. Определить минимально возможное отношение сигнал/шум на входе приемника. Какой вид информационной манипуляции целесообразно использовать? Зарисовать структурную схему приемника.

8. Цифровая информация передается с помощью двух инверсных ПС-сигналов с ДФМ, равновероятных с равными энергиями. Когерентный приемник с $P_{\text{ош}} \leq 10^{-4}$ при отношении сигнал/шум на входе $q = 1$ выделяет цифровую информацию. Какова максимальная скорость передачи информации, если эффективная полоса частот канала $F_{\text{эф}} = 1$ МГц.

ТЕМА 10. НЕКОГЕРЕНТНАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ В РС ПИ

1. Краткие теоретические сведения

Модель смеси на входе приемника

$$x(t) = S_i(t, \varphi_i) + n(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (10.1)$$

где $S_i(t, \varphi_i)$ – информационный сигнал с неизвестной начальной фазой; $i = \overline{1, m}$; $P(\varphi_i) = t / 2\pi$ – плотность распределения случайной фазы; $F_n(\omega) = N_0 / 2$ – спектральная плотность белого шума $n(t)$; T – длительность сигнала ($T_i = T$).

При побитной передаче цифровой информации длительность сигнала равна длительности бита:

биту «1» соответствует сигнал $S_1(t)$, $i = 1$;

биту «0» сигнал $S_2(t)$, $i = 2$.

При передаче цифровой информации по символам (символ состоит из k бит) количество информационных сигналов $m = 2^k$.

Некогерентная обработка сигналов, как и когерентная, может быть оптимальной и квазиоптимальной.

Оптимальная обработка

На рис. 10.1 приведена обобщенная структурная схема фильтрового оптимального некогерентного приемника цифровых сигналов для $m = 2$.

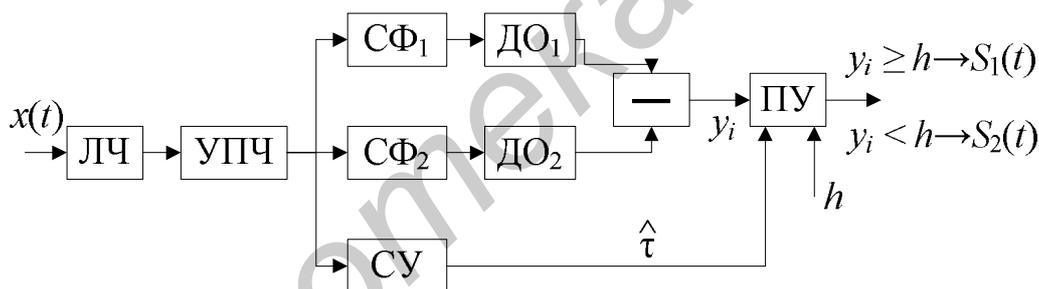


Рис. 10.1

ЛЧ – линейная часть приемника, УПЧ – усилитель промежуточной частоты, ДО – линейный детектор огибающей, СУ – синхронизирующее устройство, СФ_{*i*} – согласованный фильтр сигнала $S_i(t)$.

Импульсный отклик СФ₁ – $g_1(t) = C \cdot S_1(T - t)$; импульсный отклик СФ₂ – $g_2(t) = C \cdot S_2(T - t)$.

Для сигналов с одинаковыми энергиями и априорными вероятностями ($P_1 = P_2 = 0,5$, $E_1 = E_2 = E$) потенциальная ошибка выделения бита определяется соотношением [6]:

$$P_{\text{ош}} = Q \left[\frac{1}{2} \sqrt{\frac{2E}{N_0}} (1 - \sqrt{1 - \rho_{1,2}^2}); \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2E}{N_0}} (1 + \sqrt{1 - \rho_{1,2}^2}) \right] - 0,5 \exp \left[-0,25 \frac{2E}{N_0} \right] \cdot I_0 \left(0,25 \frac{2E}{N_0} \rho_{1,2}^2 \right), \quad (10.2)$$

где $Q[u, v] = \int_v^{\infty} x \exp\left(-\frac{x^2 + u^2}{2}\right) I_0(xu) dx$ – табулированная функция; $I_0(z)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

При $\rho_{1,2} = 0$ (сигналы $S_1(t, \varphi_1)$ и $S_2(t, \varphi_2)$ ортогональны):

$$P_{\text{ош}} = 0,5 \exp\left[-\frac{E}{2N_0}\right]. \quad (10.3)$$

Для АМн с пассивной паузой ($S_2(t, \varphi_2) = 0$)

$$P_{\text{ош}} = 0,5 \left[1 + \exp[-0,5h^2] - \Phi\left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}}; h\right) \right], \quad (10.4)$$

где порог h находится из уравнения

$$I_0\left(h\sqrt{\frac{2E}{N_0}}\right) = \exp\left(\frac{E}{N_0}\right),$$

и для $P_{\text{ош}} \leq 10^{-3}$ $h = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2E}{N_0}}$,

$$\text{а } P_{\text{ошАМн}} = 0,5 \exp\left[-\frac{E}{4N_0}\right]. \quad (10.5)$$

Структурная схема, отражающая этот случай, приведена на рис. 10.2

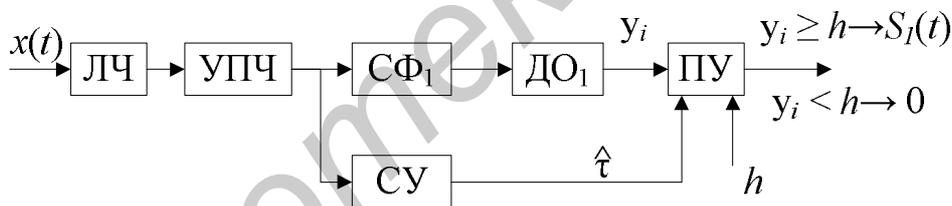


Рис. 10.2

При оптимальной некогерентной обработке сложных сигналов с базой B $\frac{E}{N_0} = q \frac{B}{2}$, так как детектор огибающей выделяет только половину энергии сигнала, q – отношение сигнал/шум по мощности на входе приемника.

Формула (10.3) для этого случая имеет вид

$$P_{\text{ош}} = 0,5 \exp\left[-q \frac{B}{4}\right]. \quad (10.6)$$

На рис. 10.3 приведена структурная схема некогерентного оптимального приемника цифровых сигналов для $m > 2$.

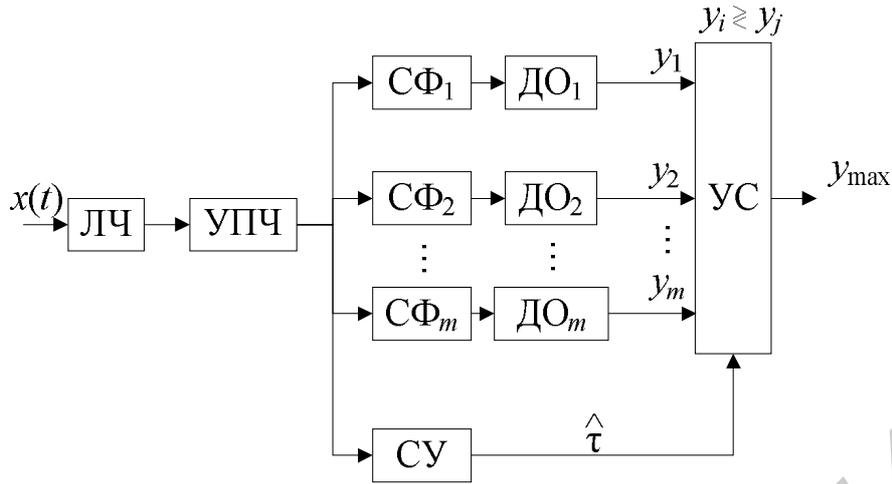


Рис. 10.3

Устройство сравнения (СУ) в структуре (см. рис. 10.3) выделяет канал с максимальной вычисленной величиной y_i . Ему и будет соответствовать выделяемый символ блока бит. Наиболее интересный случай, когда цифровая информация передается с помощью ансамбля ортогональных сигналов:

$$\{S_i(t, \varphi_i)\}, \quad i = \overline{1, m}, \quad E_i = E, \quad \rho_{i,j} = 0, \quad i \neq j.$$

Потенциальная ошибка на один бит для этого случая оценивается следующим соотношением:

$$P_{\text{ош}} \approx 0,5(m-1)/k \cdot \exp\left[-\frac{E}{2N_0}\right]. \quad (10.7)$$

Квазиоптимальная обработка

На рис. 10.4 приведена структурная схема фильтрового квазиоптимального некогерентного приемника цифровых сигналов для ЧМН-сигналов и $m = 2$.

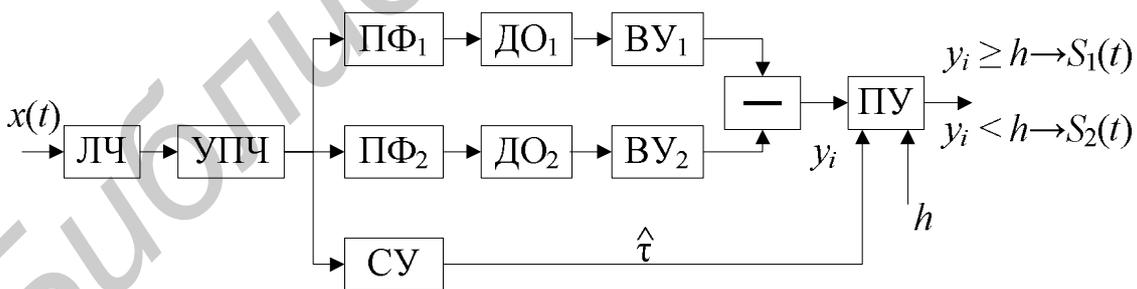


Рис. 10.4

Для моделей сигналов

$$S_1(t, \varphi_1) = S_0(t) \cos[\omega_1 t + \varphi_1],$$

$$S_2(t, \varphi_2) = S_0(t) \cos[\omega_2 t + \varphi_2], \quad |\omega_1 - \omega_2| \geq \frac{2\pi}{T},$$

$$P_{\text{ош}_{\text{ЧМн}}} = 0,5 \exp\left[-\frac{E}{2N_0}\right]. \quad (10.8)$$

При приеме АМн-сигналов с пассивной паузой

$$S_1(t, \varphi_1) = S_0(t) \cos[\omega_1 t + \varphi_1].$$

$$S_2(t, \varphi_2) = 0 \text{ и}$$

$$P_{\text{ош}_{\text{АМн}}} = 0,5 \exp\left[-\frac{E}{4N_0}\right]. \quad (10.9)$$

Структура АМн-приемника приведена на рис. 10.5.

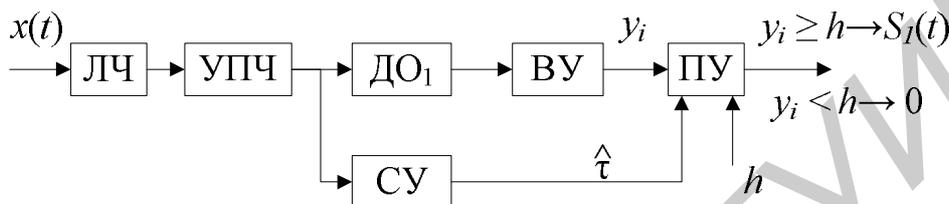


Рис. 10.5

Сложные сигналы квазиоптимально не обрабатываются.

К квазиоптимальной некогерентной обработке можно отнести и автокорреляционный прием сигналов с относительной фазовой манипуляцией (ОФМн). На рис. 10.6 приведена структурная схема автокорреляционного приемника с ОФМн.

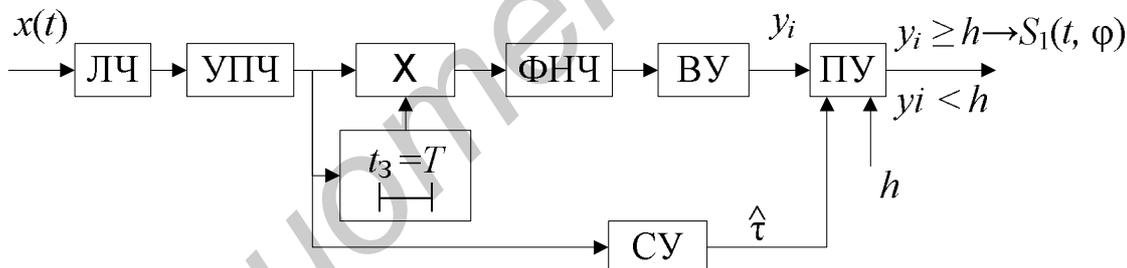


Рис. 10.6

Потенциальная помехоустойчивость автокорреляционного приемника (см. рис. 10.6) определяется следующим соотношением:

$$P_{\text{ош}_{\text{ОФМн}}} = 0,5 \exp\left[-\frac{E}{N_0}\right]. \quad (10.10)$$

Квазиоптимальный некогерентный прием для $m > 2$ характерен для ортогонального (квазиортогонального) ансамбля сигналов $\{S_i(t, \varphi_i)\}$, $i = \overline{1, m}$, $i \neq j$, $\rho_{i,j} \approx 0$. На практике ансамбль простых цифровых сигналов с $\rho_{i,j} \approx 0$ образуется путем частотного разнесения ($|\omega_i - \omega_j| \geq 2\pi/T$). Этому случаю соответствует структурная схема, приведенная на рис. 10.7.

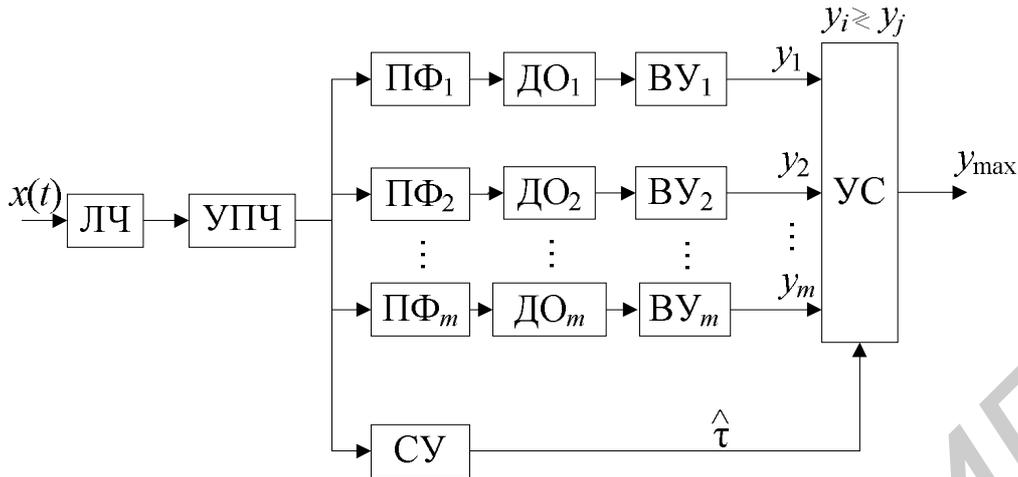


Рис. 10.7

Для модели выделяемого сигнала

$$S_i(t, \varphi_i) = S_0(t) \cos[\omega_i t + \varphi_i], \quad 0 \leq t \leq T,$$

полосовые фильтры (ПФ_{*i*}) настроены на центральную частоту $f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}$ и полосу, равную эффективной полосе частот сигнала. Причем длительность сигнала T равна длительности k бит цифровой информации.

Вероятность ошибочного приема бита цифровой информации для сигналов с равными априорными вероятностями и энергиями ($E_i = E$) определяется выражением

$$P_{\text{ош}} \approx 0,5(m-1)/k \cdot \exp\left[-\frac{E}{2N_0}\right]. \quad (10.11)$$

10.2. Примеры решения задач

1. Цифровая информация передается на фоне белого шума с помощью двух равновероятных сигналов вида

$$S_1(t) = A_0 \cos(\omega_1 t + \varphi_1), \quad S_2(t) = A_0 \cos(\omega_2 t + \varphi_2), \quad 0 \leq t \leq T = T_i,$$

$$|\omega_1 - \omega_2| = 2\pi/T, \quad \omega_i \gg \frac{2\pi}{T}, \quad P(\varphi_i) = 1/2\pi.$$

Какова вероятность ошибочного приема указанных сигналов, если входное отношение сигнал/шум по мощности в полосе сигнала $q_{\text{вх}} = 10$? Зарисовать структурную схему приемника.

Решение

Из описаний сигналов – приемник некогерентный (сигналы с неизвестными начальными фазами). Передача информации осуществляется простыми цифровыми сигналами с частотной манипуляцией, поэтому целесообразно использовать квазиоптимальный прием (простота реализации). Из (7.6) следует

$$P_{\text{ош}} = 0,5 \exp\left[-\frac{E}{2N_0}\right] = 0,5 \exp\left[-\frac{q_{\text{вх}}}{2}\right] = 0,5 \exp[-5] \cong 3,4 \cdot 10^{-3}.$$

На рис. 10.8 в соответствии с рис 10.4 приведена структурная схема приемника.

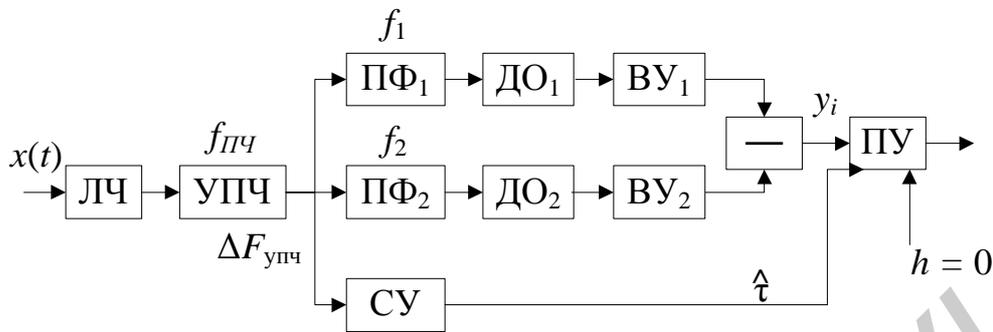


Рис. 10.8

На рис. 10.8 $f_{\text{пч}} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{4\pi}$, $\Delta F_{\text{упч}} = \frac{3}{T}$, $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi}$, $f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi}$, $\Delta F_{\text{ПФ1}} = \Delta F_{\text{ПФ2}} = 2/T$.

2. Цифровая информация передается с помощью двух сигналов $S_1(t)$ и $S_2(t)$. некогерентный приемник обеспечивает $P_{\text{ош}} \leq 10^{-3}$ при отношении сигнал/шум по мощности в полосе сигнала на выходе $q_{\text{вх}} = 0,1$. Какие требования нужно предъявить сигналам $S_1(t)$ и $S_2(t)$ для обеспечения заданных показателей качества?

Решение

Решение предыдущей задачи показало, что простые цифровые сигналы обеспечивают качественные показатели, существенно ниже заданных ($q = 10$, $P_{\text{ош}} > 10^{-3}$), поэтому необходимо использовать сложные сигналы и оптимальную обработку. Если $S_1(t)$ и $S_2(t)$ – сложные сигналы с базой B , то наилучшие результаты дают симплексные или ортогональные сигналы. Пусть $S_1(t)$ и $S_2(t)$ – сложные ортогональные сигналы, тогда в соответствии с выражением (10.6)

$$P_{\text{ош}} = 0,5 \exp\left[-\frac{q_{\text{вх}} B}{4}\right]$$

получим $B \cong \frac{-4 \ln(2 \cdot P_{\text{ош}})}{q_{\text{вх}}} = -4 \cdot 10 \cdot \ln 2 \cdot 10^{-3} \approx 248$.

Поставленным условиям в задаче удовлетворяют сложные ортогональные сигналы с базой $B \geq 248$. Это могут быть ПС-сигналы с дискретной фазовой манипуляцией, модулированные четверичнокодированными ПСП A_0^8 и A_1^8 . Структурная схема приемника соответствует рис. 10.1.

3. Цифровая информация передается четырьмя простыми ортогональными сигналами $S_1(t)$, $S_2(t)$, $S_3(t)$, $S_4(t)$, равновероятных с одинаковыми энергиями.

Какова вероятность ошибки приема бита информации некогерентным приемником на фоне белого шума, если отношение сигнал/шум (по мощности) на входе приемника $q = 9$? Какой вид информационной модуляции целесообразно использовать? Зарисуйте структурную схему приемника.

Решение

Для простых цифровых сигналов ортогональность проще обеспечить за счет разнесения сигналов $S_1(t)$, $S_2(t)$, $S_3(t)$ и $S_4(t)$ по частоте на величину $\Delta f_{\min} \geq 1/T$, где T – длительность сигналов.

Целесообразно использовать частотно-манипулированные сигналы вида $S_i(t) = S_0(t) \cos(\omega_i t + \varphi_i)$, $0 \leq t \leq T$, φ_i – случайные фазы с $P(\varphi_i) = 1/2\pi$.

При обработке простых цифровых сигналов предпочтение отдается квазиоптимальным методам, поэтому структурная схема квазиоптимального некогерентного приемника соответствует рис. 10.7. Вероятность ошибки на бит определяется согласно соотношению (10.11):

$$P_{\text{ош}} \approx 3/2 \cdot [1 - \Phi(\sqrt{9})] = 3/2 [1 - 0,9986] = 2,1 \cdot 10^{-3}.$$

В рассматриваемом случае цифровая информация формируется по символам, состоящих из двух бит, поэтому $k = 2$.

10.3. Задачи для самостоятельной работы

1. Цифровая информация передается равновероятными ПС-сигналами с ДФМ $S_1(t)$ и $S_2(t)$ с одинаковыми энергиями. Некогерентный приемник обеспечивает $P_{\text{ош}} \leq 10^{-4}$ при отношении сигнал/шум на входе $q = 0,5$. Какой вид информационной модуляции целесообразно использовать? Каковы базы сигналов? Зарисуйте структурную схему приемника.

2. Цифровая информация передается двумя простыми ортогональными сигналами $S_1(t)$ и $S_2(t)$ с одинаковыми энергиями. Какова вероятность ошибки приема сигнала некогерентным приемником на фоне белого шума, если отношение сигнал/шум (по мощности) на входе приемника $q = 8$. Какой вид модуляции несущей целесообразно использовать? Какова максимальная скорость передачи информации при длительности сигнала $T_c = 2$ мс? Зарисуйте структурную схему приемника.

3. Цифровая информация передается четырьмя равновероятными простыми сигналами $S_1(t)$, $S_2(t)$, $S_3(t)$, $S_4(t)$ равных энергий. Какова вероятность приема бита цифровой информации некогерентным приемником на фоне белого шума, если отношение сигнал/шум (по мощности) на входе приемника $q = 8$. Какой вид информационной модуляции целесообразно использовать? Какова возможная скорость передачи цифровой информации при длительности сигнала $T_c = 10$ мс? Зарисуйте структурную схему приемника.

4. Цифровая информация передается с помощью двух простых цифровых сигналов $S_1(t)$ и $S_2(t)$ с равными энергиями. Какой вид информационной мо-

дуляции обеспечивает минимальную ошибку при выделении бита цифровой информации некогерентным приемником, если входное отношение сигнал/шум (по мощности) $q = 10$? Какова максимальная возможная скорость передачи информации при длительности сигналов $T_c = 1$ мс? Зарисуйте структурную схему приемника.

5. Цифровая информация передается с помощью двух ПС-сигналов $S_1(t)$ и $S_2(t)$ равных энергий с базами $B = 16$. Некогерентный приемник обеспечивает прием бита цифровой информации с $P_{\text{ош}} \leq 10^{-4}$. Как обеспечить и каким должно быть минимальное отношение сигнал/шум (по мощности) на входе приемника? Зарисуйте структурную схему приемника.

6. Цифровая информация передается с помощью системы ортогональных сигналов $\{S_i(t)\}$, $i = \overline{1, 8}$. Некогерентный приемник обеспечивает выделение бита цифровой информации с $P_{\text{ош}} \leq 10^{-3}$. Какое отношение сигнал/шум необходимо обеспечить на входе приемника? Во сколько раз это отношение будет меньше отношения сигнал/шум на входе такого приемника, если цифровая информация передается двумя ортогональными сигналами $S_1(t)$ и $S_2(t)$? Считать скорость передачи информации неизменной.

7. Некогерентный квазиоптимальный приемник с $P_{\text{ош}} = 10^{-3}$ на бит выделяет цифровую информацию на фоне белого шума, переданную с помощью сигналов $S_1(t)$ и $S_2(t)$. Какими должны быть сигналы-носители, чтобы входное отношение сигнал/шум было минимальным? Определить q_{min} . Нарисовать структурную схему приемника.

ТЕМА 11. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ РС ПИ

11.1. Краткие теоретические сведения

Расчет и проектирование радиосистемы передачи информации начинается с оценки энергетических показателей системы исходя из заданных тактико-технических характеристик, назначения, условий работы. Энергетические показатели радиосистемы – мощность излучаемого сигнала, его длительность – связаны с формой огибающей, видом модуляции и чувствительностью приемника.

Расчет энергетики радиолинии приведен применительно к системе передачи цифровой информации со свободно распространяющимися сигналами и прямой волной. При этом прием сигнала – носителя цифровой информации – рассматривается на фоне аддитивного гауссова шума с постоянной спектральной плотностью N_0 в полосе частот, занимаемых радиолинией; канал передачи информации симметричный без памяти. Исходными данными для расчета являются:

- максимальная дальность действия системы – D_{max} , км;
- скорость передачи цифровой информации – R , бит/с;
- вероятность ошибочного воспроизведения бита – $P_{\text{ош}}$;
- длина волны несущего колебания – λ , м.

Требуется определить:

- мощность излучаемого сигнала – $P_{\text{изл}}$, Вт;
- спектральную плотность шума на входе – N_{Σ} , Вт/Гц;
- минимально допустимое отношение сигнал/шум на входе приемника – q ;
- пропускную способность канала связи – C , бит/с;
- коэффициент направленного действия передающей антенны – $G_{\text{пер}}$;
- эффективную площадь приемной антенны – $S_{\text{эф.пр}}$;
- коэффициент потерь энергии сигнала при распространении – L_p ;
- коэффициент потерь энергии сигнала в антенно-фидерном тракте – $L_{\text{а.ф}}$;
- коэффициент потерь, учитывающий особенности обработки сигнала в приемном тракте системы, – $C_{\text{п}}$;
- длительность информационного сигнала – T_c .

Уравнение дальности РСПИ в реальном пространстве имеет вид [2]

$$D = \sqrt{\frac{P_{\text{изл}} \cdot G_{\text{пер}} \cdot S_{\text{эф.пр}}}{4\pi \cdot P_{\text{вх}} \cdot L_p \cdot L_{\text{а.ф}} \cdot C_{\text{п}}}} \quad (11.1)$$

В (11.1) $P_{\text{вх}}$ – мощность сигнала на входе приемника. Выразим ее через входное соотношение сигнал/шум:

$$P_{\text{вх}} = qP_{\text{ш}} = qN_{\Sigma} \cdot \Delta F_{\text{пр}}, \quad (11.2)$$

где $P_{\text{вх}}$ – мощность шума на входе приемника; $\Delta F_{\text{пр}} = F_{\text{эф}} + 2f_0(\gamma_{\text{н}} + \gamma_{\text{д}})$ – полоса пропускания приемника; $F_{\text{эф}}$ – эффективная полоса информационного сигнала; f_0 – несущая частота сигнала; $\gamma_{\text{н}}$ – нестабильность несущего колебания; $\gamma_{\text{д}}$ – относительная нестабильность несущей частоты, обусловленная эффектом Доплера. Электромагнитные волны при распространении в атмосфере ослабляются (поглощаются и рассеиваются) входящими в состав атмосферы газами, а также водяным паром и гидрометеорами (дождь, снег, град, туман). Наиболее существенное ослабление вносят кислород атмосферы, водяной пар и дождь. На волнах длиннее 10 см потерями в кислороде и водяном пару можно пренебречь. Интенсивность ослабления за счет воздействия отдельного фактора оценивается удельным коэффициентом ослабления $-\delta_i \left[\frac{\text{дБ}}{\text{км}} \right]$, равным относительному уменьшению плотности потока энергии на 1 км траектории распространения. Полный коэффициент потерь при распространении оценивается следующим выражением:

$$L_p = 10^{0,1 \sum_{i=1}^k \delta_i D_i}, \quad (11.3)$$

где D_i – длина участка траектории, на котором происходят потери за счет рассматриваемого фактора.

На рис. 11.1 приведены зависимости от длины волны суммарных удельных

потерь в кислороде и водяном пару $-(\delta_1 + \delta_2)$ и потерь в дожде различной интенсивности $-\delta_3$. Следует учесть, что потери в кислороде и водяном паре атмосферы происходят на всей территории, поэтому, $D_1 = D_2 = D_{\max}$ а $D_3 \leq D_{\max}$.

Потери в антенно-фидерном тракте современных мобильных РСПИ $L_{a.ф} \leq 0,2$ дБ.

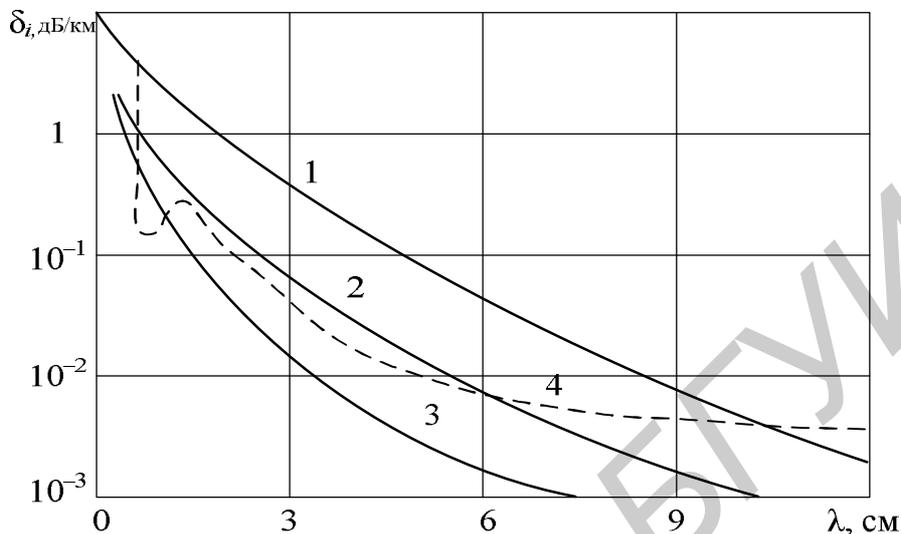


Рис. 11.1

На рис. 11.1: 1 – сильный дождь ($I = 16$ мм/ч); 2 – средний дождь ($I = 4$ мм/ч); 3 – слабый дождь ($I = 1$ мм/ч); 4 – $H_2O + O_2$.

Коэффициент потерь C_{Π} связан с несогласованностью формы и ширины полосы пропускания АЧХ приемника с формой и шириной полосы спектра сигнала, нестабильностью коэффициента усиления приемника, неточностью синхронизации и т. д. В современных РС передачи цифровой информации $C_{\Pi} \leq 3$ дБ.

В РСПИ коэффициент направленного действия антенны ($G_{пер}$) лимитируется размерами антенны и, главным образом, качеством стабилизации объекта, на котором размещается передатчик системы. Параметры направленной антенны определяются из соотношения

$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2} S_{эф} \quad (11.4)$$

Всенаправленная (штыревая) антенна имеет $G \approx 0,5 \dots 0,7$. Соотношение (11.4) можно использовать и для определения параметров всенаправленной антенны.

С учетом (11.2) уравнение дальности РСПИ (11.1) запишется в следующем виде:

$$D_{\max} = \sqrt{\frac{P_{изл} \cdot G_{пер} \cdot S_{эф.пр}}{4\pi \cdot q \cdot N_{\Sigma} \cdot \Delta F_{пр} \cdot L_p \cdot L_{a.ф} \cdot C_{\Pi}}} \quad (11.5)$$

Из (11.5) вытекает

$$P_{\text{изл}} = \frac{4\pi D_{\text{max}}^2 \cdot q \cdot N_{\Sigma} \cdot \Delta F_{\text{пр}} \cdot L_{\text{р}} \cdot L_{\text{а.ф}} \cdot C_{\text{п}}}{G_{\text{пер}} \cdot S'_{\text{эф.пр}}} \quad (11.6)$$

В (11.6) величина N_{Σ} в общем случае определяет среднюю суммарную спектральную плотность собственных шумов приемника и внешних флюктуирующих помех. Если N_0 – спектральная плотность собственных шумов приемника, то

$$N_0 = K \cdot T_{\text{ш}} = K \cdot K_{\text{ш}} \cdot T_0, \text{ [Вт/Гц]} \quad (11.7)$$

В (11.7) $K = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Вт/град·Гц – постоянная Больцмана, $T_{\text{ш}}$ – шумовая температура приемника; $K_{\text{ш}}$ – коэффициент шума приёмника (зависит от типа высокочастотного прибора в первом каскаде УВЧ и длины волны λ), T_0 – абсолютная температура в градусах Кельвина (обычно $T_0 = 290$ К).

На рис.11.2 приведены шумовые характеристики входных цепей приемника (зависимости коэффициентов шума от частоты несущего колебания для различных электронных приборов в усилительных и преобразующих цепях). В традиционных РСПИ $N_{\Sigma} = (100 \dots 1000)N_0$.

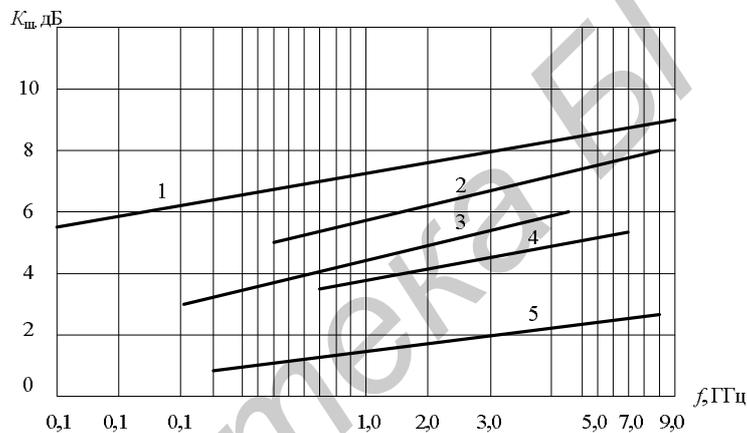


Рис. 11.2

На рис. 11.2: 1 – балансный диодный смеситель; 2 – усилитель на ЛБВ; 3 – транзисторный усилитель; 4 – усилитель на туннельном диоде; 5 – неохлаждаемый параметрический усилитель.

Минимально допустимые отношения сигнал/шум q на входе приемника при вероятности ошибочного воспроизведения бит цифровой информации, не превышающей заданную $P_{\text{ош}}$, зависят от выбора формы сигнала, вида информационной модуляции и метода приема сигнала. В простых цифровых сигналах в основном используются четыре вида информационной манипуляции: амплитудная (АМн), частотная (ЧМн), фазовая (ФМн) и относительная фазовая (ОФМн).

Для когерентного метода приема при побитной передаче информации можно воспользоваться следующими соотношениями между вероятностью ошибок $P_{\text{ош}}$ и отношением сигнал/шум на входе приемника q (приняв равными энергии сигналов и их априорные вероятности):

$$\text{АМн: } P_{\text{ош}} = 1 - \Phi(\sqrt{q/2});$$

$$\text{ЧМн: } P_{\text{ош}} = 1 - \Phi(\sqrt{q});$$

$$\text{ФМн: } P_{\text{ош}} = 1 - \Phi(\sqrt{2q}); \quad (11.8)$$

$$\text{ОФМн: } P_{\text{ош}} = 2[1 - \Phi(\sqrt{2q})],$$

где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-x}^{\infty} \exp\left[-\frac{t^2}{2}\right] dt$ – интеграл вероятности, который при $x \geq 3$ можно разложить в асимптотический ряд с погрешностью не хуже 10 %:

$$\Phi(x) \approx 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}x} \exp\left[-\frac{x^2}{2}\right]. \quad (11.9)$$

В общем случае для бинарного канала при когерентном приёме, когда в качестве носителей цифровой информации используют псевдослучайные сигналы $S_1(t)$ и $S_2(t)$ с их модулирующими псевдослучайными видеопоследовательностями $U_1(t)$ и $U_2(t)$ с базами B , (11.8) примет вид

$$P_{\text{ош}} = 1 - \Phi\left(\sqrt{q \cdot B(1 - \rho_{1,\chi})}\right), \quad (11.10)$$

где $\rho_{1,\chi} = \frac{1}{E} \int_0^T U_1(t) \cdot U_2(t) dt$ – коэффициент взаимной корреляции последовательностей $U_1(t)$ и $U_2(t)$; а E – энергия этих видеопоследовательностей.

Если при оценке приема с помощью выражения (11.8) можно допустить квазиоптимальную обработку простых цифровых сигналов, то оценка согласно (11.10) предусматривает только обработку сложных сигналов.

При передаче цифровой информации посимвольно (несколько бит объединяются в символы) используется ансамбль сигналов $\{S_i(t)\}$, $i = \overline{1, m}$, где $m = 2^n$, а n – количество бит в сигнале. Когерентный приемник таких сигналов обеспечивает вероятность ошибочного приема одного бита информации.

$$P_{\text{ош}} \approx \left(\frac{m-1}{n}\right) \cdot \left[1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{E}{N_0}(1 - \rho_{i,j})}\right)\right]. \quad (11.11)$$

В (11.11) $E = \int_0^T S_i^2(t) dt$ – энергия сигналов в ансамбле,

$\rho_{i,j} = \frac{1}{E} \int_0^T S_i(t) \cdot S_j(t) dt$ – коэффициент взаимной корреляции между сигналами ансамбля $E / N_0 = qB$.

Для некогерентного приемника при побитной передаче информации

$$P_{\text{ош}} = 0,5 \exp\left[-\frac{E}{N_0}(1 - \gamma)\right]. \quad (11.12)$$

В (11.12) АМн соответствует $\gamma = 1/2$, ЧМн – $\gamma = 0$, ОФМн – $\gamma = -1$, $E / N_0 = q$ – для простых цифровых сигналов, $E / N_0 = qB / 2$ – для сложных сигналов.

Некогерентному посимвольному приему соответствует вероятность ошибки на бит информации:

$$P_{\text{ош}} \approx \left(\frac{m-1}{n} \right) \cdot 0,5 \exp \left[-\frac{E}{N_0} (1-\gamma) \right]. \quad (11.13)$$

Отношения сигнал/шум, полученные из выражений (11.8), (11.10), (11.11), (11.12) и (11.13), соответствуют минимально возможным значениям $q_{\text{мин}}$. В (8.6) это значение необходимо внести с учетом коэффициента запаса L_3 : $q = q_{\text{мин}} \cdot L_3$. Коэффициент запаса учитывает факторы, связанные с неидеальностью синхронизации, интерференционными искажениями и т. п. Обычно $L_3 = (1,0 \dots 3)$ дБ.

Основная составляющая полосы пропускания приемника ($\Delta F_{\text{пр}}$) – эффективная полоса частот, занимаемая информационным сигналом $F_{\text{эф}}$.

Для сложных сигналов $F_{\text{эф}} = 2B / T_c$, где T_c – длительность сигнала носителя информации. При побитной передаче информации $T_c = \tau_6$ – длительность бита цифровой информации. При посимвольной передаче информации $T_c = n\tau_6$ (n – количество бит в символе).

Длительность информационного бита вычисляется из заданной скорости передачи цифровой информации:

$$\tau_6 \leq \frac{1}{R} [H(Y) - H(Y/X)] \cdot L_R, \quad (11.14)$$

где $H(Y) = -\sum_{j=1}^2 P(y_j) \log P(y_j)$ – энтропия на входе приемника, $P(y_j)$ – вероятность появления бита; $H(Y/X) = -P_{\text{ош}} \log P_{\text{ош}} - (1 - P_{\text{ош}}) \log(1 - P_{\text{ош}})$; $L_R = (0,6 \dots 0,9)$ – коэффициент, учитывающий факторы, снижающие скорость передачи информации (синхронизация, ограничения по полосе частот и т. п.).

Для симметричного бинарного канала связи пропускная способность определяется следующим выражением:

$$R_{\text{max}} = C = \Delta F_{\text{пр}} [1 + (1 - P_{\text{ош}}) \log(1 - P_{\text{ош}}) + P_{\text{ош}} \log P_{\text{ош}}]. \quad (11.15)$$

11.2. Примеры решения задачи

1. Определить минимальную мощность передатчика РС передачи цифровой информации в свободном пространстве, если для передачи информации используются простые цифровые сигналы. Приемник когерентный, обеспечивающий $P_{\text{ош}} \leq 10^{-3}$. Длина волны несущего колебания $\lambda = 1$ м, скорость передачи информации – 40 кбит/с, суммарная спектральная плотность шумов на входе приемника превышает собственные шумы приемника в 200 раз ($N_{\Sigma} = 200N_0$). Антенны передатчика и приемника всенаправленные. Максимальная дальность действия $D_{\text{max}} = 15$ км.

Решение

В соответствии с выражением (11.6) найдем необходимые параметры.

Потерями L_p при распространении электромагнитных волн можно пренебречь для $\lambda = 1$ м (см. рис. 11.1).

Потери в антенно-фидерном тракте $L_{а.ф} \leq 0,2$ дБ ($L_{а.ф} \approx 1,05$).

Возьмем потери при обработке сигнала $C_{п} = 3$ дБ ($C_{п} = 2$).

Пусть коэффициент направленного действия передающей и приемной антенн $G = 0,6$, тогда эффективная площадь рассеяния штыревой антенны

$S_{эф. пр} = \frac{\lambda^2 G}{4\pi} = 0,048$ м². Определим спектральную плотность собственных шумов для транзисторного усилителя ($K_{ш} = 3$):

$$N_0 = K \cdot K_{ш} \cdot T_0 = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 3 \cdot 290 = 1,2 \cdot 10^{-20} \text{ Вт/Гц.}$$

Суммарная спектральная плотность шума составляет

$$N_{\Sigma} = 200N_0 = 2,4 \cdot 10^{-18} \text{ Вт/Гц.}$$

Определим полосу пропускания приемника $\Delta F_{пр}$:

$$\Delta F_{пр} = F_{эф} + f_a(\gamma_n + \gamma_d).$$

Эффективная полоса частот $F_{эф}$ информационного сигнала зависит от параметров сигнала. Пусть цифровая информация передается простым цифровым сигналом с ОФМн, тогда

$$F_{эф} = 2 / \tau_6, \text{ где } \tau_6 \text{ – длительность бита цифровой информации.}$$

Из (8.14) при равной вероятности бит вытекает:

$$H(Y) = \log_2 2 = 1 \text{ бит;}$$

$$H(Y / X) = -0,001 \log_2 0,001 - 0,999 \log_2 0,999 \approx 0,011 \text{ бит.}$$

Для $L_R = 0,6$ получим

$$\tau_6 = \frac{(1 - 0,011) \cdot 0,6}{40 \cdot 10^3} \approx 14 \text{ мкс и } F_{эф} \approx 143 \text{ кГц.}$$

При нестабильности несущей частоты $\gamma_n = 10^{-5}$ и отсутствии существенного набега по доплеровской частоте (малоподвижны передатчик и приемник) получим

$$\Delta F_{пр} = 143 \cdot 10^3 + 2 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-5} = 149 \text{ кГц.}$$

Исходя из условия задачи целесообразно выбрать сигнал с ОФМн, обеспечивающий максимальную помехоустойчивость и борьбу с «обратной работой». В соответствии (11.8) имеем

$$P_{ош} = 2(1 - \Phi(\sqrt{2q})) \text{ и } \Phi(\sqrt{2q}) = 1 - \frac{P_{ош}}{2} = 1 - 0,5 \cdot 10^{-3} = 0,9995.$$

Из табл. П. 1.1 найдем значения интеграла вероятности и вычислим отношение сигнал/шум:

$$\sqrt{2q} = 3,3; q \approx 5,5.$$

Подставим полученные числовые величины в выражения (11.6):

$$P_{\text{изл}} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot (15 \cdot 10^3)^2 \cdot 5,5 \cdot 2,4 \cdot 10^{-18} \cdot 149 \cdot 10^3 \cdot 1,05 \cdot 2}{0,6 \cdot 0,048} \approx 0,4 \text{ Вт.}$$

11.3. Задачи для самостоятельной работы

1. Вычислить вероятность ошибки при некогерентном приеме простых цифровых сигналов с ЧМн, если средняя мощность в точке приема $\overline{P_{\text{вх}}} = 10^{-5}$ Вт, скорость передачи информации $R = 100$ бит/с, спектральная плотность шума $N_0 = 10^{-5}$ Вт/Гц, канал симметричный.

2. Система передачи цифровой информации обеспечивает передачу информации с помощью простых цифровых сигналов по гауссову каналу с вероятностью ошибочного приема $P_{\text{ош}} \leq 10^{-4}$. Определить минимально возможную мощность излучения передатчика $P_{\text{изл min}}$, если приемник когерентный, длина волны несущего колебания $\lambda = 30$ см, скорость передачи информации 10^5 бит/с, дальность действия 50 км.

3. Исходя из условий предыдущей задачи определить параметры сигнала носителя информации, если мощность излучения требуется снизить в 10 раз.

4. Определить пропускную способность бинарного симметричного канала связи системы передачи цифровой информации, если скорость передачи информации $R = 2 \cdot 10^5$ бит/с, вероятность ошибочного воспроизведения бита $P_{\text{ош}} \leq 10^{-3}$, длина волны несущего колебания $\lambda = 30$ см, передатчик расположен на подвижном объекте, скорость которого $v = 1000$ км/ч.

5. Космическая система передачи цифровой информации имеет следующие характеристики: $f_0 = 1000$ МГц, $D_{\text{max}} = 400 \cdot 10^6$ км, $P_{\text{изл}} = 10$ Вт, антенна передатчика с параболическим рефлектором диаметром $2r = 1,5$ м, $S_{\text{эф. пр}} = 600 \text{ м}^2$, коэффициент, учитывающий все потери энергии, $L = 2$. Определить мощность сигнала на входе приемника. Какая мощность сигнала будет на входе приемника, если антенна передатчика всенаправленная?

Литература

1. Бакулев, П. А. Радиолокационные системы / П. А. Бакулев. – М. : Радиотехника, 2007.
2. Радиотехнические системы передачи информации / под ред. В. В. Калмыкова. – М. : Радио и связь, 2005.
3. Информационные технологии в радиотехнических системах / под ред. И. Б. Федорова. – М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2003.
4. Карпушкин, Э. М. Основы теории радиотехнических систем. В 2 т. / Э. М. Карпушкин. – Минск : БГУИР, 1993; 2007.
5. Скляр, Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Б. Скляр. – М. : Изд. дом «Вильямс», 2003.

Библиотека БГУИР

ТАБЛИЦА ДВОИЧНЫХ ЛОГАРИФМОВ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

x	$\log x$	x	$\log x$	x	$\log x$
1	0,00000	38	5,24793	75	6,22882
2	1,00000	39	5,28540	76	6,24793
3	1,58496	40	5,32193	77	6,26679
4	2,00000	41	5,35755	78	6,28540
5	2,32193	42	5,39232	79	6,30378
6	2,58496	43	5,42626	80	6,32193
7	2,80735	44	5,45943	81	6,33885
8	3,00000	45	5,49185	82	6,35755
9	3,16993	46	5,52356	83	6,37504
10	3,32193	47	5,55459	84	6,39232
11	3,45943	48	5,58496	85	6,40939
12	3,58496	49	5,61471	86	6,42626
13	3,70044	50	5,64386	87	6,44294
14	3,80735	51	5,67242	88	6,45943
15	3,90689	52	5,70044	89	6,47573
16	4,00000	53	5,72792	90	6,49185
17	4,08746	54	5,75489	91	6,50779
18	4,16993	55	5,78136	92	6,52356
19	4,24793	56	5,80735	93	6,53916
20	4,32193	57	5,83289	94	6,55459
21	4,39232	58	5,85798	95	6,56986
22	4,45943	59	5,88264	96	6,58496
23	4,52356	60	5,90689	97	6,59991
24	4,58496	61	5,93074	98	6,61471
25	4,64386	62	5,95420	99	6,62936
26	4,70044	63	5,97728	100	6,64386
27	4,75489	64	6,00000	200	7,644
28	4,80735	65	6,02237	300	8,229
29	4,85798	66	6,04439	400	8,614
30	4,90689	67	6,06609	500	8,966
31	4,95420	68	6,08746	600	9,229
32	5,00000	69	6,10852	700	9,451
33	5,04439	70	6,12928	800	9,614
34	5,08746	71	6,14975	900	9,814
35	5,12928	72	6,16992	1000	9,965
36	5,16993	73	6,18982	10000	13,288
37	5,20945	74	6,20945		

ТАБЛИЦА ИНТЕГРАЛА ВЕРОЯТНОСТИ

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-x}^{\infty} e^{-t^2/2} dt$$

X	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,50 00	0,50 40	0,50 80	0,51 20	0,51 60	0,51 99	0,52 39	0,52 79	0,53 19	0,53 59
0,1	0,53 98	0,54 38	0,54 78	0,55 17	0,55 57	0,55 96	0,56 36	0,56 75	0,57 14	0,57 53
0,2	0,57 95	0,58 32	0,58 71	0,59 10	0,59 48	0,59 87	0,60 26	0,60 64	0,61 03	0,61 41
0,3	0,61 79	0,62 17	0,62 55	0,62 93	0,63 31	0,63 68	0,64 06	0,64 43	0,64 80	0,65 17
0,4	0,65 54	0,65 91	0,66 28	0,66 64	0,67 00	0,67 36	0,67 72	0,68 08	0,68 44	0,68 79
0,5	0,69 15	0,69 50	0,69 85	0,70 19	0,70 54	0,70 88	0,71 23	0,71 57	0,71 90	0,72 24
0,6	0,72 57	0,72 91	0,73 23	0,73 57	0,73 89	0,74 22	0,74 54	0,74 86	0,75 17	0,75 49
0,7	0,75 80	0,76 11	0,76 42	0,76 73	0,77 03	0,77 34	0,77 64	0,77 94	0,78 23	0,78 52
0,8	0,78 81	0,79 10	0,79 39	0,79 67	0,79 95	0,80 23	0,80 51	0,80 78	0,81 06	0,81 33
0,9	0,81 59	0,81 86	0,82 12	0,82 38	0,82 64	0,82 89	0,83 15	0,83 40	0,83 65	0,83 89
1,0	0,84 13	0,84 38	0,84 61	0,84 85	0,85 08	0,85 31	0,85 54	0,85 77	0,85 99	0,89 21
1,1	0,86 43	0,86 65	0,86 86	0,87 08	0,87 29	0,87 49	0,87 70	0,87 90	0,88 10	0,88 30
1,2	0,88 49	0,88 69	0,88 88	0,89 07	0,89 25	0,89 44	0,89 62	0,89 80	0,89 97	0,90 14
1,3	0,90 32	0,90 49	0,90 65	0,90 82	0,90 99	0,91 14	0,91 30	0,91 46	0,91 62	0,91 77
1,4	0,91 92	0,92 07	0,92 22	0,92 36	0,92 50	0,92 64	0,92 78	0,92 92	0,93 05	0,93 18
1,5	0,93 31	0,93 44	0,93 57	0,93 69	0,93 82	0,93 94	0,94 06	0,93 17	0,94 29	0,94 40
1,6	0,94 52	0,94 63	0,95 73	0,94 84	0,94 95	0,95 05	0,95 15	0,95 25	0,95 35	0,95 44

Продолжение прил. 2

1,7	0,95 54	0,95 63	0,95 72	0,95 81	0,95 90	0,95 99	0,96 08	0,96 16	0,96 24	0,96 32
1,8	0,96 40	0,96 48	0,96 56	0,96 63	0,96 71	0,96 78	0,96 85	0,96 92	0,96 55	0,97 06
1,9	0,97 12	0,97 19	0,97 25	0,97 32	0,97 38	0,97 44	0,97 50	0,97 55	0,97 51	0,97 67
2,0	0,97 72	0,97 77	0,97 83	0,97 82	0,97 93	0,97 98	0,98 03	0,98 07	0,98 12	0,98 16
2,1	0,98 21	0,98 25	0,98 30	0,98 34	0,98 38	0,98 42	0,98 46	0,98 50	0,98 53	0,98 57
2,2	0,98 61	0,89 64	0,98 67	0,98 71	0,98 74	0,98 77	0,98 80	0,98 84	0,98 87	0,98 89
2,3	0,98 92	0,98 95	0,98 98	0,9 ² 00	0,9 ² 03	0,9 ² 06	0,9 ² 08	0,9 ² 11	0,9 ² 13	0,9 ² 15
2,4	0,9 ² 18	0,9 ² 20	0,9 ² 22	0,9 ² 24	0,9 ² 26	0,9 ² 28	0,9 ² 30	0,9 ² 32	0,9 ² 34	0,9 ² 36
2,5	0,9 ² 37	0,9 ² 39	0,9 ² 41	0,9 ² 42	0,9 ² 44	0,9 ² 46	0,9 ² 47	0,9 ² 49	0,9 ² 50	0,9 ² 52
2,6	0,9 ² 53	0,9 ² 54	0,9 ² 56	0,9 ² 57	0,9 ² 58	0,9 ² 59	0,9 ² 60	0,9 ² 62	0,9 ² 63	0,9 ² 64
2,7	0,9 ² 65	0,9 ² 66	0,9 ² 67	0,9 ² 68	0,9 ² 69	0,9 ² 70	0,9 ² 71	0,9 ² 71	0,9 ² 72	0,9 ² 73
2,8	0,9 ² 74	0,9 ² 75	0,9 ² 75	0,9 ² 76	0,9 ² 77	0,9 ² 78	0,9 ² 78	0,9 ² 79	0,9 ² 80	0,9 ² 80
2,9	0,9 ² 81	0,9 ² 81	0,9 ² 82	0,9 ² 83	0,9 ² 83	0,9 ² 84	0,9 ² 84	0,9 ² 85	0,9 ² 85	0,9 ² 86
3,0	0,9 ² 86	0,9 ² 86	0,9 ² 87	0,9 ² 87	0,9 ² 88	0,9 ² 88	0,9 ² 88	0,9 ² 89	0,9 ² 89	0,9 ² 89
3,1	0,9 ³ 03	0,9 ³ 06	0,9 ³ 09	0,9 ³ 12	0,9 ³ 15	0,9 ³ 18	0,9 ³ 21	0,9 ³ 23	0,9 ³ 26	0,9 ³ 28
3,2	0,9 ³ 31	0,9 ³ 33	0,9 ³ 35	0,9 ³ 38	0,9 ³ 40	0,9 ³ 42	0,9 ³ 44	0,9 ³ 46	0,9 ³ 48	0,9 ³ 49
3,3	0,9 ³ 51	0,9 ³ 53	0,9 ³ 54	0,9 ³ 56	0,9 ³ 58	0,9 ³ 59	0,9 ³ 61	0,9 ³ 62	0,9 ³ 63	0,9 ³ 65
3,4	0,9 ³ 66	0,9 ³ 67	0,9 ³ 68	0,9 ³ 69	0,9 ³ 70	0,9 ³ 71	0,9 ³ 72	0,9 ³ 73	0,9 ³ 74	0,9 ³ 75
3,5	0,9 ³ 76	0,9 ³ 77	0,9 ³ 78	0,9 ³ 79	0,9 ³ 79	0,9 ³ 80	0,9 ³ 81	0,9 ³ 82	0,9 ³ 82	0,9 ³ 83
3,6	0,9 ³ 84	0,9 ³ 84	0,9 ³ 85	0,9 ³ 85	0,9 ³ 86	0,9 ³ 86	0,9 ³ 87	0,9 ³ 87	0,9 ³ 88	0,9 ³ 88
3,7	0,9 ³ 89	0,9 ³ 89	0,9 ⁴ 00	0,9 ⁴ 04	0,9 ⁴ 07	0,9 ⁴ 11	0,9 ⁴ 15	0,9 ⁴ 18	0,9 ⁴ 21	0,9 ⁴ 24

Окончание прил. 2

3,8	0,9 ⁴ 27	0,9 ⁴ 30	0,9 ⁴ 33	0,9 ⁴ 35	0,9 ⁴ 38	0,9 ⁴ 40	0,9 ⁴ 43	0,9 ⁴ 45	0,9 ⁴ 47	0,9 ⁴ 49
3,9	0,9 ⁴ 51	0,9 ⁴ 53	0,9 ⁴ 55	0,9 ⁴ 57	0,9 ⁴ 59	0,9 ⁴ 60	0,9 ⁴ 62	0,9 ⁴ 64	0,9 ⁴ 65	0,9 ⁴ 66
4,0	0,9 ⁴ 68	0,9 ⁴ 69	0,9 ⁴ 70	0,9 ⁴ 72	0,9 ⁴ 73	0,9 ⁴ 74	0,9 ⁴ 75	0,9 ⁴ 76	0,9 ⁴ 77	0,9 ⁴ 78
4,1	0,9 ⁴ 79	0,9 ⁴ 80	0,9 ⁴ 81	0,9 ⁴ 81	0,9 ⁴ 82	0,9 ⁴ 83	0,9 ⁴ 84	0,9 ⁴ 84	0,9 ⁴ 85	0,9 ⁴ 86
4,2	0,9 ⁴ 86	0,9 ⁴ 87	0,9 ⁴ 87	0,9 ⁴ 88	0,9 ⁴ 88	0,9 ⁴ 89	0,9 ⁴ 89	0,9 ⁵ 02	0,9 ⁵ 06	0,9 ⁵ 10
4,3	0,9 ⁵ 14	0,9 ⁵ 18	0,9 ⁵ 21	0,9 ⁵ 25	0,9 ⁵ 28	0,9 ⁵ 31	0,9 ⁵ 34	0,9 ⁵ 37	0,9 ⁵ 40	0,9 ⁵ 43
4,4	0,9 ⁵ 45	0,9 ⁵ 48	0,9 ⁵ 50	0,9 ⁵ 52	0,9 ⁵ 55	0,9 ⁵ 57	0,9 ⁵ 59	0,9 ⁵ 60	0,9 ⁵ 62	0,9 ⁵ 64
4,5	0,9 ⁵ 66	0,9 ⁵ 67	0,9 ⁵ 69	0,9 ⁵ 70	0,9 ⁵ 71	0,9 ⁵ 73	0,9 ⁵ 74	0,9 ⁵ 75	0,9 ⁵ 76	0,9 ⁵ 77
4,6	0,9 ⁵ 78	0,9 ⁵ 79	0,9 ⁵ 80	0,9 ⁵ 81	0,9 ⁵ 82	0,9 ⁵ 83	0,9 ⁵ 84	0,9 ⁵ 84	0,9 ⁵ 85	0,9 ⁵ 86
4,7	0,9 ⁵ 86	0,9 ⁵ 87	0,9 ⁵ 88	0,9 ⁵ 88	0,9 ⁵ 89	0,9 ⁵ 89	0,9 ⁶ 03	0,9 ⁶ 07	0,9 ⁶ 12	0,9 ⁶ 16
4,8	0,9 ⁶ 20	0,9 ⁶ 24	0,9 ⁶ 28	0,9 ⁶ 31	0,9 ⁶ 35	0,9 ⁶ 38	0,9 ⁶ 41	0,9 ⁶ 44	0,9 ⁶ 46	0,9 ⁶ 49
4,9	0,9 ⁶ 52	0,9 ⁶ 54	0,9 ⁶ 56	0,9 ⁶ 58	0,9 ⁶ 60	0,9 ⁶ 62	0,9 ⁶ 64	0,9 ⁶ 66	0,9 ⁶ 68	0,9 ⁶ 69

Учебное издание

Карпушкин Эдуард Михайлович

РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Редактор *Л. А. Шичко*

Корректор *Е. Н. Батурчик*

Подписано в печать 30.06.2011. Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».
Отпечатано на ризографе. Усл. печ. л. Уч.-изд. л. 5,0. Тираж 100 экз. Заказ

Издатель и полиграфическое исполнение: учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»
ЛИ №02330/0494371 от 16.03.2009. ЛП №02330/0494175 от 03.04.2009.
220013, Минск, П. Бровки, 6