АНАЛИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ СЕМЕЙСТВА НЕЛИНЕЙНЫХ ТРЕХМЕРНЫХ ДИССИПАТИВНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ХАОТИЧЕСКИМ ПОВЕДЕНИЕМ

В.В. Цегельник

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,

Минск, Беларусь

tsegvv@bsuir.by

В работе [1] с помощью компьютерного моделирования установлено наличие хаоса (в частности, странных аттракторов) в системах дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = y^2 - x + Az, \; \dot{y} = x, \; \dot{z} = y, \tag{1}$$

$$\dot{x} = yz - x + Ay,\ \dot{y} = z,\ \dot{z} = x, \tag{2}$$

$$\dot{x} = y^2 + Az,\ \dot{y} = x - y,\ \dot{z} = y, \tag{3}$$

$$\dot{x} = yz + Az,\ \dot{y} = x - y,\ \dot{z} = x, \tag{4}$$

$$\dot{x} = yz + Az,\ \dot{y} = x - y,\ \dot{z} = y, \tag{5}$$

$$\dot{x} = -x + y + A,\ \dot{y} = xz,\ \dot{z} = y, \tag{6}$$

$$\dot{x} = yz - x,\ \dot{y} = z + A,\ \dot{z} = x, \tag{7}$$

$$\dot{x} = -x + z,\ \dot{y} = x + A,\ \dot{z} = xy, \tag{8}$$

$$\dot{x} = -x + z,\ \dot{y} = z + A,\ \dot{z} = xy \tag{9}$$

при определенных значениях параметра A. Каждая из систем (1)–(9) является диссипативной. Ниже будем считать независимую переменную t комплексной. Целью работы является исследование характера подвижных (зависящих от начальных условий) особых точек решений системы (1)–(9). Системы (уравнения), общие решения которых не имеют подвижных критических особых точек, называют системами (уравнениями) Пенлеве–типа или P-типа.

Теорема 1. *Системы* (1), (3) *эквивалентны уравнению*

$$\dddot{y} + \ddot{y} - 2y\dot{y} - Ay = 0, \tag{10}$$

а системы (7), (8) *— уравнению*

$$\dddot{y} + \ddot{y} - y\dot{y} + Ay = 0. \tag{11}$$

Системы (2), (4), (5), (6), (9) *эквивалентны соответственно уравнениям*

$$\dddot{y} + \ddot{y} - y\dot{y} - Ay = 0, \tag{12}$$

$$z\dddot{z} - \dot{z}\ddot{z} = z^2\dot{z} - z\ddot{z} + Az^2, \tag{13}$$

$$\dddot{z} + \ddot{z} - z\dot{z} + Az = 0. \tag{14}$$

$$z\dddot{z} - \dot{z}\ddot{z} = z\ddot{z} + z^2\dot{z} + Az^2, \tag{15}$$

$$y\dddot{y} - \dot{y}\ddot{y} = y\ddot{y} + y^2\dot{y} - Ay^2. \tag{16}$$

Теорема 2. *Ни одно из уравнений* (10)–(12), (14) *не является уравнением Пенлеве–типа.*

Справедливость данного утверждения следует из того, что ни одно из уравнений (10)–(12), (14) не входит в список [2] уравнений $\dddot{u} = P(t, u, \dot{u}, \ddot{u})$, где P — многочлен относительно u, $\dot{u}$, $\ddot{u}$ с аналитическими по t коэффициентами, общие решения которых свободны от подвижных критических особых точек.

Следствие 1. *Ни одна из систем* (1)–(3), (5), (7), (8) *не является системой* P*–типа.*

Библиографические ссылки

1. *Zhang Fu, Heidel J.* Chaotic and nonchaotic behavior in three-dimensional quadratic systems: 5-1 dissipative cases // Int. Journal of Bifurcation and Chaos. 2012. Vol. 22. № 1. 1250010.
2. *Cosgrove C.M.* Chazy classes IX – XI of third-order differential equations // Stud. Appl. Math. 2001. Vol. 104. No. 3. P. 171–228.