Обобщение гипотезы Малера в поле комплексных чисел. Оценки снизу

Ламчановская Марина Валерьевна [1],

Калугина Марина Алексеевна [2],

Н. О`Доннелл (Foreign) [3]

2021

1 Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, ИИТ БГУИР, кафедра физико-математических дисциплин, Минск, Беларусь

3 Foreign (Дублинский институт технологий, Дублин, Ирландия)

Ключевые слова: метрическая теория диофантовых приближений, алгебраические числа, поле комплексных чисел

Аннотация: Частные случаи задачи о мере множества решений неравенств $|P(x)| < H^{-\upsilon}$, $\upsilon > 0$, решены как в поле действительных, так и в поле комплексных чисел рядом крупных математиков в середине прошлого века. В. Г. Спринджук доказал, что почти для всех (в смысле меры Лебега μ_2 на комплексной плоскости) $z \in \mathbb{C}$ верно неравенство $|P(z)| > H^{-(n-1)/2-\varepsilon}$. Целью работы является получение более точной оценки снизудля множества решений данного неравенства при $\upsilon > (n-1)/2$. Оценка сверху может быть получена с использованием леммы Берника, обобщающей лемму А. О. Гельфонда из теории трансцендентных чисел. Лемма Берника

доказывается с использованием результантов для многочленов без общих корней. Во введении описаны результаты, полученные при доказательстве гипотезы Малера, дан обзор литературных источников, относящихся к тематике исследования, указан объект исследования - классмногочленов $P(z)$ комплексной переменной высоты $H(P) \leq Q$. В основной части доказана теорема, в которой получена оценка снизу меры множества решений неравенства $|P(z)| > H^{-(n-1)/2-\varepsilon}$ в комплексном случае. Для доказательства теоремы применен метод существенных и несущественных областей Спринджука. Результат работы может быть использован при исследовании систем диофантовых неравенств, которые, как известно, возникают при разрешимости проблемы малых знаменателей в уравнениях математической физики, а также при проектировании антенных устройств.

Particular cases of the problem of the measure of the set of solutions $|P(x)| < H^{-\upsilon}$, $\upsilon > 0$ to inequalities were solved both in the field of real and in the field of complex numbers by a number of prominent mathematicians in the middle of the last century. V. G. Sprindžuk proved that for almost all (in the sense of the Lebesgue measure μ_2 on the complex plane) $z \in \mathbb{C}$ the inequality $|P(z)| > H^{-(n-1)/2-\varepsilon}$ is true. The purpose of research is obtain a more precise lower bound for the set of solutions of inequality for $\upsilon > (n-1)/2$. An upper bound can be obtained using Bernik’s lemma, which generalizes A. O. Gelfond from the theory of transcendental numbers. Bernik’s lemma is proved using the resultants for polynomials without common roots. The introduction describes the results obtained in the proof of Mahler’s hypothesis, gives

an overview of literary sources related to the research topic, indicates the object of research - the class of polynomials $P(z)$ of complex variable height $H(P) \leq Q$. In the main part, the theorem is proved in which a lower bound for the measure of the set of solutions to inequality $|P(z)| > H^{-(n-1)/2-\varepsilon}$ in the complex case is obtained. To prove the theorem, we use the method of essential and inessential areas of Sprindžuk. The result of the work can be used in the study of systems of Diophantine inequalities, which, as you know, arise when the problem of small denominators in the equations of mathematical physics is solvable, as well as when designing antenna devices.

Источник публикации: Ламчановская, М. В. Обобщение гипотезы Малера в поле комплексных чисел. Оценки снизу / М. В. Ламчановская, М. А. Калугина, Н. О`Доннелл // Веснік Гродненскага дзяржаўнага універсітэту імя Янкі Купалы. Сер. 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. – 2021. – Т. 11. – № 1. – С. 6-12. – Режим доступа: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44853285.