



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2022-20-2-53-61>

Оригинальная статья  
Original paper

УДК 621.391.26

## АППРОКСИМАЦИЯ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ ДЛЯ СИСТЕМ С МНОЖЕСТВОМ ПЕРЕДАЮЩИХ И ПРИЕМНЫХ АНТЕНН

В.П. ТУЗЛУКОВ

*Белорусская государственная академия авиации (г. Минск, Республика Беларусь)*

*Поступила в редакцию 28 октября 2021*

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2022

**Аннотация.** В настоящей работе рассматриваются возможные аппроксимации пропускной способности систем с множеством передающих и приемных антенн при наличии рэлеевских замираний в канале связи. Эти аппроксимации позволяют решить проблему оптимизации размещения ресурсов в радиосетях и других системах, используемых при обмене информацией, например, в системах контроля полета беспилотных летательных аппаратов. Предлагается аналитическая оценка точности определения пропускной способности при использовании предлагаемых аппроксимаций и демонстрируется точное совпадение с аналитическим определением пропускной способности.

**Ключевые слова:** пропускная способность, канал связи, система с множеством передающих и приемных антенн.

**Конфликт интересов.** Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

**Для цитирования.** Тузлуков В.П. Аппроксимация пропускной способности для систем с множеством передающих и приемных антенн. Доклады БГУИР. 2022; 20(2): 53-61.

## APPROXIMATION OF CAPACITY IN MIMO SYSTEMS

VYACHESLAV P. TUZLUKOV

*Belarussian State Aviation Academy (Minsk, Republic of Belarus)*

*Submitted 28 October 2021*

© Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2022

**Abstract.** This paper introduces functional approximations to the MIMO capacity over flat Rayleigh fading channels, which allow for analytical solutions to network resource optimization problems. This approximation allows to solve the problem of resource allocation optimization in radio networks and in other systems used to transfer information. The precision of the suggested approximations is assessed and is shown to provide a very close match to the exact capacity expression.

**Keywords:** bandwidth, channel capacity, multiple-input multiple-output (MIMO) system.

**Conflict of interests.** The author declares no conflict of interests.

**For citation.** Tuzlukov V.P. Approximation of Capacity in MIMO Systems. Doklady BGUIR. 2022; 20(2): 53-61.

## Введение

Характеристики пространственно-временного распространения сигналов, свойственные системам с множеством передающих и приемных антенн (в дальнейшем для краткости будем использовать англоязычное обозначение таких систем, т. е. MIMO – multiple-input multiple-output), позволяют обеспечивать более высокую скорость передачи информации по сравнению с системой с одной передающей и одной приемной антеннами [1, 2]. Для неэргодических медленно изменяющихся замираний в каналах связи вероятность отказа поддерживать заданную скорость передачи данных значительно уменьшается, как это показано в [1], в то время как для эргодических быстро изменяющихся замираний в каналах связи пропускная способность может быть резко снижена [2]. Шагом вперед для поддержания заданной пропускной способности канала связи является использование соответствующим образом пространственно-временных методов кодирования, таких как пространственно-временное блочное кодирование [3], пространственно-временное решетчатое кодирование [4], или создание структуры системы на основе технологии BLAST (Bell Laboratories Layered Space-Time) [5]. Позднее была предложена MIMO технология [6–9]. В [10, 11] было показано, что пропускная способность канала связи при ортогональном пространственно-временном кодировании сигналов в случае наличия замираний в канале связи либо сохраняется, если число передающих антенн равно двум, либо даже уменьшается, если число передающих антенн больше двух, по сравнению с системой с одной передающей антенной.

## Теоретические предпосылки

В настоящей работе мы предполагаем, что первичный пользователь передает информационный сигнал нескольким пространственно-распределенным узлам или вторичным пользователям, которые принимают информацию, декодируют данные, осуществляют пространственно-временное кодирование и ретранслируют эти данные, используя многоканальные методы передачи информации, которые опять получают распределенные узлы сенсорной радиосети или пользователи. Процедура пространственно-временного декодирования и последующего кодирования продолжается до тех пор, пока заинтересованный пользователь не получит запрашиваемую информацию [7]. Для обеспечения максимального значения пропускной способности ресурсы когнитивной радиосистемы с учетом предусмотренной полосы пропускания частот и заданной мощности передаваемого сигнала должны быть распределены оптимальным образом для каждого пользователя в зависимости от действующих ограничений для канала связи. Это требует решения многомерной проблемы оптимизации распределения ресурсов при заданных предельных условиях функционирования когнитивной радиосистемы.

Метод множителей Лагранжа может использоваться для попытки решения такой оптимизационной задачи [10]. Однако эта и подобные меры оптимизации пропускной способности приводят, как это можно показать, к множеству нелинейных уравнений, которые решаются только методами численного интегрирования [8]. Это нежелательно, поскольку в большинстве случаев есть ограничение на вычислительную мощность в сетевых узлах когнитивной радиосистемы. Шаг вперед, с целью преодоления этой проблемы, был предложен в [8], где логарифмическое представление пропускной способности по Шеннону аппроксимируется в виде  $\log_2(1+x) \approx \sqrt{x}$ ,  $x \leq 10$  дБ.

Предлагаемая простая аппроксимация пропускной способности по Шеннону очень близка к оптимальному решению проблемы оптимизации когнитивной радиосистемы на основе конфигурации с одной передающей и одной приемной антеннами [8]. В настоящей работе предлагаются две аппроксимации пропускной способности по Шеннону для когнитивной радиосистемы с MIMO конфигурацией. Строго анализируются ошибки аппроксимации. Подобно конфигурации с одной передающей и приемной антеннами, предлагаемые аппроксимации

потенциально обеспечивают разработку протоколов точного распределения ресурсов когнитивной радиосистемы с ММО конфигурацией и распределенного множества сенсоров, что позволяет получить почти оптимальную пропускную способность каналов связи с минимальными вычислительными затратами и простой архитектурой вычислительного комплекса. Эти аппроксимации могут использоваться при разработке протоколов контроля и управления в среде передачи данных или канала связи для любого типа когнитивных радиосистем с ММО конфигурацией и сенсорных сетей. Сложность при выводе конечных математических выражений для пропускной способности в когнитивных радиосистемах с ММО конфигурацией стала толчком для разработки различных видов аппроксимаций [12–15]. Хотя все эти аппроксимации и обеспечивают более узкий диапазон определения значений пропускной способности в когнитивных радиосистемах с ММО конфигурацией по сравнению с аппроксимациями, представленными в настоящей работе, любая форма оптимизации приводит к нелинейному множеству уравнений, которые можно решить только методами численного интегрирования. В настоящей работе уделяется особое внимание не только определению точности ошибки аппроксимации, но практической применимости этих аппроксимаций.

### Точное выражение пропускной способности для ММО конфигурации

Выражение для эргодической пропускной способности  $C$  с размерностью бит/сек/Гц когнитивной радиосистемы с ММО конфигурацией при наличии нормализованных гладких (медленных) рэлеевских замираний в канале связи при ограничении мощности передаваемых сигналов  $P_s$  было получено в [2] и может быть представлено в следующем виде:

$$C = WE_\lambda \{m \log_2 [1 + (\lambda/N_T)(P_s/P_n)]\}, \quad (1)$$

где  $W$  – используемая ширина полосы частот;  $m = \min\{N_R, N_T\}$ ,  $N_R$  – число приемных антенн;  $N_T$  – число передающих антенн;  $P_n$  – мощность помехи в канале связи;  $\lambda$  – случайные собственные значения комплексной матрицы размером  $N_R \times N_T$ , определенные в [2];  $E_\lambda\{\}$  – математическое ожидание случайных собственных значений  $\lambda$  комплексной матрицы коэффициентов, характеризующих канал связи с рэлеевскими замирианиями, обладающих плотностью распределения вероятностей,

$$f_\lambda(\lambda) = \frac{1}{m} \sum_{k=0}^{m-1} \frac{k!}{(k+n-m)!} [\mathcal{L}_k^{n-m}(\lambda)]^2 \lambda^{n-m} \exp(-\lambda), \quad (2)$$

где  $n = \max\{N_R, N_T\}$ ;  $\mathcal{L}_k^{n-m}(\lambda)$  – присоединенный полином Лагерра.

В законченном математическом виде (1) имеет вид

$$C = W \log_2 \left\{ \sum_{k=0}^{m-1} \frac{k!}{(k+d)!} \left[ \sum_{l=0}^k A_l^2(k, d) \hat{C}_{2l+d}(\gamma) + \sum_{l_1, l_2=0}^k \sum_{l_2 \neq l_1}^k (-1)^{l_1+l_2} A_{l_1}(k, d) A_{l_2}(k, d) \hat{C}_{l_1+l_2+d}(\gamma) \right] \right\}, \quad (3)$$

где

$$d = n = m; \quad A_l(k, d) = \frac{(k+d)!}{(k-l)!(d+l)!}; \quad \gamma = \frac{1}{N_T} \times \frac{P_s}{P_n}. \quad (4)$$

Тогда интеграл пропускной способности задается в следующем виде:

$$\begin{aligned} \hat{C}_{l_1+l_2+d}(\gamma) &= \int_0^\infty \log_2(1 + \gamma x) x^\xi \exp(-x) dx = \\ &= \sum_{\mu=0}^{\xi} \frac{\xi!}{(\xi-\mu)!} \left[ (-1)^{\xi-\mu-1} (\gamma^{-1})^{\xi-\mu} \exp(\gamma^{-1}) \text{Ei}(-\gamma^{-1}) + \sum_{k=1}^{\xi-\mu} (k-1)! (-\gamma^{-1})^{\xi-\mu-k} \right], \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{где } \text{Ei}(\xi) = \int_0^\infty (e^t/t) dt \quad (6)$$

это интеграл от показательной функции. Заметим, что (3) отличается по форме от аналогичного выражения, полученного в [16], однако очевидно, что это один и тот же результат.

Проблемы оптимизации пропускной способности обычно требуют оптимального распределения относительной ширины полосы частот  $\alpha W$  и/или относительной мощности передаваемого сигнала  $\beta P_s$ , где  $\beta$  – коэффициент затухания сигнала, обусловленный замираниями в канале связи когнитивной радиосистемы с ММО конфигурацией. Однако из-за наличия интеграла от показательной функции невозможно оптимизировать аналитически пропускную способность когнитивной радиосистемы с ММО конфигурацией. По этой причине мы рассматриваем и анализируем два вида аппроксимации.

### Аппроксимация пропускной способности вида $\sqrt{x}$ для ММО конфигурации

Используя аппроксимацию вида  $\log_2(1+x) \approx \sqrt{x}$ , (1) можно представить в виде

$$C \approx W \sqrt{P_s/P_n} E_\lambda \{m \sqrt{\lambda/N_T}\}. \quad (7)$$

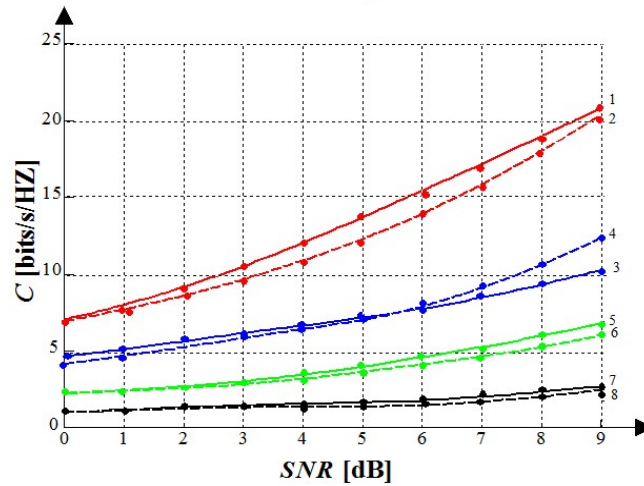
Выражение (7) устраняет зависимость ширины полосы частот  $W$  и мощности сигнала  $P_s$  от сложного члена  $E_\lambda \{m \sqrt{\lambda/N_T}\}$ , обусловленного коэффициентом усиления пропускной способности когнитивной радиосистемы с ММО конфигурацией. В этом случае стратегии распределения аналитических ресурсов когнитивной радиосистемы могут разрабатываться без особых сложностей, как это показано в [8], для случая с одной передающей и одной приемной антеннами. Математическое ожидание случайного собственного значения  $\lambda$  можно оценить, используя строгое математическое выражение [17]

$$\begin{aligned} E_\lambda \{m \sqrt{\lambda/N_T}\} &\approx (1/\sqrt{N_T}) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{k!}{(k+d)!} \int_0^\infty \sqrt{\lambda} [\mathcal{L}_k^d(\lambda)]^2 \lambda^d \exp(-\lambda) d\lambda = \\ &= (1/\sqrt{N_T}) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{k!}{(k+d)!} \frac{\Gamma^3(d+k+1)\Gamma(d+1.5)\Gamma(k-0.5)}{(k!)^2\Gamma(d+1)\Gamma(-0.5)} {}_3F_2(-k, d+1.5, 1.5; d+1, 1.5-k; 1), \end{aligned} \quad (8)$$

где  ${}_3F_2(\cdot)$  – обобщенная гипергеометрическая функция с тремя параметрами,  $\Gamma(\cdot)$  – полная Гамма-функция.

На рис. 1 представлены кривые пропускной способности, полученные точным аналитическим расчетом и с помощью аппроксимации вида  $\sqrt{x}$ , для различных ММО конфигураций когнитивной радиосистемы. Были выбраны следующие конфигурации:  $N_T=1, N_R=1$ ;  $N_T=8, N_R=2$ ;  $N_T=2, N_R=8$ ;  $N_T=8, N_R=8$ . Для первой конфигурации разность между точным аналитическим значением пропускной способности и ее аппроксимацией очень мала. С увеличением числа передающих и/или приемных антенн резко увеличивается ошибка аппроксимации.

Среднее значение ошибки аппроксимации представлено в табл. 1 для набора конфигураций  $1 \leq N_T \leq 10$  и  $1 \leq N_R \leq 10$  при отношении сигнал/помеха ( $SNR$ ) в диапазоне от 0 до 10 дБ. Из табл. 1 видно, что при ММО конфигурации когнитивной радиосистемы, если число передающих антенн приблизительно совпадает с числом приемных антенн, ошибка аппроксимации не превышает 5 % (выделено жирным шрифтом в табл. 1). Увеличение ошибки аппроксимации пропускной способности при остальных ММО конфигурациях когнитивной радиосистемы ограничивает применимость данного вида аппроксимации на практике. Более точная и с меньшей ошибкой аппроксимация пропускной способности когнитивной радиосети с ММО конфигурацией рассматривается в следующем разделе.



**Рис. 1.** Пропускная способность, полученная точным расчетом и с помощью аппроксимации  $\log_2(1+x) \approx \sqrt{x}$  как функция отношения сигнал/помеха при различных конфигурациях передающей и приемной антенн: 1 –  $N_T = 8, N_R = 8$  (точный); 2 –  $N_T = 8, N_R = 8$  (аппрок.); 3 –  $N_T = 2, N_R = 8$  (точный); 4 –  $N_T = 2, N_R = 8$  (аппрок.); 5 –  $N_T = 8, N_R = 2$  (точный); 6 –  $N_T = 8, N_R = 2$  (аппрок.); 7 –  $N_T = 1, N_R = 1$  (точный); 8 –  $N_T = 1, N_R = 1$  (аппрок.)

**Fig. 1.** Exact and approximate by  $\log_2(1+x) \approx \sqrt{x}$  capacities versus SNR for various transmit and receive array configurations; 1 –  $N_T = 8, N_R = 8$  (exact); 2 –  $N_T = 8, N_R = 8$  (approx.); 3 –  $N_T = 2, N_R = 8$  (exact); 4 –  $N_T = 2, N_R = 8$  (approx.); 5 –  $N_T = 8, N_R = 2$  (exact); 6 –  $N_T = 8, N_R = 2$  (approx.); 7 –  $N_T = 1, N_R = 1$  (exact); 8 –  $N_T = 1, N_R = 1$  (approx.)

**Таблица 1.** Среднее значение ошибки аппроксимации пропускной способности, %  
**Table 1.** Approximation error mean of capacity, %

$N_T/N_R$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	6	8	8	9	10	12	13	15	16	18
2	9	5	6	8	8	8	8	9	9	10
3	8	7	5	6	6	7	7	8	8	8
4	9	7	5	5	5	6	7	7	7	8
5	10	8	7	6	5	5	6	6	6	7
6	9	8	7	6	5	5	6	6	6	7
7	10	9	7	7	6	5	5	5	6	6
8	10	9	8	7	7	7	6	5	5	6
9	10	8	8	7	7	7	6	5	5	5
10	10	9	9	8	7	7	6	6	5	5

### Аппроксимация пропускной способности вида $ax^b$ для MIMO конфигурации

Наилучшая функциональная точность достигается при аппроксимации вида  $\log_2(1+x) \approx ax^b$ . Константы  $a$  и  $b$  выбираются с целью минимизации математического ожидания ошибки аппроксимации пропускной способности. В этом случае (1) можно представить в виде

$$C \approx W(P_s/P_n)^b E_\lambda \{a \times m \times (\lambda^b / N_T^b)\}. \quad (9)$$

Как и прежде, ширина полосы частот  $W$  и мощность передаваемого сигнала  $P_s$  не зависят от математического ожидания  $E_\lambda \{a \times m \times (\lambda^b / N_T^b)\}$  случайного собственного значения  $\lambda$  в (8), обусловленного пропускной способностью когнитивной радиосистемы с MIMO конфигурацией. К сожалению, получить компактное математическое выражение, аналогичное (9), невозможно. Тем не менее математическое ожидание может быть легко рассчитано в конечной форме,

используя расширение квадрата представления Родригеса присоединенного многочлена Лагерра  $k$ -го порядка [17]

$$\mathcal{L}_k^{n-m}(\lambda) = \sum_{l=0}^k (-1)^l \frac{(k-n-m)!}{(k-l)!(n-m+l)!} \lambda^l, \quad (10)$$

и, считая интеграл по плотности распределения вероятностей  $f_\lambda(\lambda)$ , получаем после некоторых математических манипуляций

$$E_\lambda \{a \times m \times (\lambda^b / N_T^b)\} = \frac{a}{N_T^b} \sum_{k=0}^{m-1} \frac{k!}{(k+d)!} \times \left[ \sum_{l=0}^k A_l^2(k, d) \hat{M}_{2l+d}(b) + \sum_{l_1, l_2=0}^k \sum_{l_2 \neq l_1} (-1)^{l_1+l_2} A_{l_1}(k, d) A_{l_2}(k, d) \hat{M}_{l_1+l_2+d}(b) \right], \quad (11)$$

где интеграл аппроксимации пропускной способности  $\hat{M}_p(b)$  определяется и решается следующим образом [17]:

$$\hat{M}_p(b) = \int_0^\infty x^b x^p \exp(-x) dx = \Gamma(b+p+1). \quad (12)$$

Коэффициенты  $a$  и  $b$ , которые минимизируют среднюю ошибку аппроксимации между точным аналитическим определением пропускной способности когнитивной радиосистемы с МИМО конфигурацией (3) и ее аппроксимацией, представленной в (9), определялись численным интегрированием. Полученные минимизированные средние значения ошибки аппроксимации представлены в табл. 2, в которой ошибка аппроксимации пропускной способности когнитивной радиосистемы не превышает 3 % для любых МИМО конфигураций. Значения коэффициентов  $a$  и  $b$  представлены в табл. 3 и 4 соответственно для  $1 \leq N_T \leq 10$  и  $1 \leq N_R \leq 10$  при отношении сигнал/помеха ( $SNR$ ) в диапазоне от 0 до 10 дБ.

**Таблица 2.** Минимизированное среднее значение ошибки аппроксимации, %  
**Table 2.** Minimized approximation error mean, %

$N_T/N_R$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	3	2	3	2	2	2	2	2	2	2
3	3	2	2	3	3	3	3	3	2	3
4	3	2	3	2	2	3	3	3	3	3
5	3	2	3	3	2	2	3	3	3	3
6	3	2	3	3	3	2	3	3	3	3
7	3	2	3	3	3	2	2	2	3	3
8	3	2	3	3	3	3	3	2	2	2
9	3	2	3	3	3	3	3	3	2	2
10	3	2	3	3	3	3	3	3	3	2

**Таблица 3.** Коэффициент  $a$  для различных МИМО конфигураций  
**Table 3.** Coefficient  $a$  for various MIMO configurations

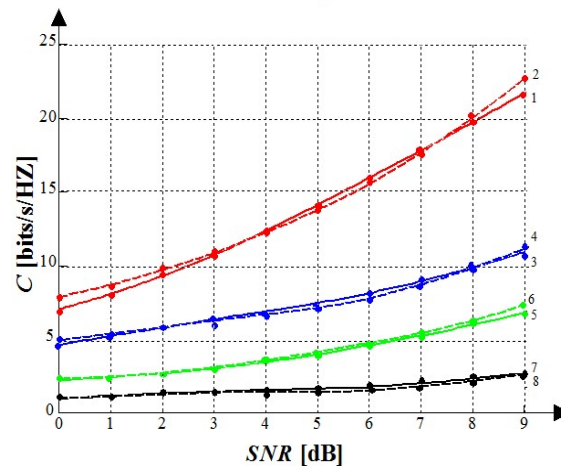
$N_T/N_R$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,95	1,15	1,30	1,50	1,50	1,50	1,75	1,75	1,75	1,75
2	1,10	1,05	1,05	1,20	1,30	1,30	1,30	1,50	1,50	1,50
3	1,05	1,00	1,05	1,05	1,15	1,20	1,20	1,30	1,30	1,30
4	1,05	1,10	1,00	1,05	1,05	1,15	1,20	1,20	1,20	1,30
5	1,05	1,05	1,10	1,00	1,05	1,05	1,05	1,15	1,15	1,20
6	1,05	1,05	1,10	1,00	1,05	1,05	1,05	1,05	1,15	1,15
7	1,05	1,05	1,10	1,00	1,00	1,05	1,05	1,05	1,05	1,15
8	1,05	1,05	1,05	1,00	1,00	1,00	1,05	1,05	1,05	1,05
9	1,05	1,05	1,05	1,00	1,00	1,00	1,00	1,05	1,05	1,05
10	1,05	1,05	1,05	1,10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,05	1,05

**Таблица 4.** Коэффициент  $b$  для различных ММО конфигураций  
**Table 4.** Coefficient  $b$  for various MIMO configurations

$N_T/N_R$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,55	0,45	0,40	0,35	0,35	0,35	0,30	0,30	0,30	0,30
2	0,50	0,50	0,50	0,45	0,40	0,40	0,40	0,35	0,35	0,35
3	0,55	0,55	0,50	0,50	0,45	0,45	0,45	0,40	0,40	0,40
4	0,55	0,50	0,55	0,50	0,50	0,45	0,45	0,45	0,45	0,40
5	0,55	0,55	0,50	0,55	0,50	0,50	0,50	0,45	0,45	0,45
6	0,55	0,55	0,50	0,55	0,50	0,50	0,50	0,50	0,45	0,45
7	0,55	0,55	0,50	0,55	0,55	0,50	0,50	0,50	0,50	0,45
8	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55	0,50	0,50	0,50	0,50
9	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55	0,50	0,50	0,50
10	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55	0,50	0,50

На рис. 2 представлены точные аналитические значения пропускной способности когнитивной радиосистемы и аппроксимация пропускной способности, тождественная преобразованию  $ax^b$  для анализируемых ММО конфигураций в когнитивной радиосистеме. По сравнению с результатами, представленными на рис. 1, наблюдается более близкое сходство с кривыми аналитической пропускной способности и формируется достаточно управляемое решение. Два вида предлагаемой аппроксимации пропускной способности когнитивной радиосистемы с ММО конфигурацией применимы для процессов оптимизации, что позволяет расширить протоколы передачи данных в когнитивной радиосистеме с ММО конфигурацией, предложенные в [8].

Рассматриваемые виды аппроксимаций пропускной способности в когнитивных радиосистемах могут также использоваться для разработки алгоритмов расписания в системах радиовещания с ММО конфигурацией и в системах с множественным доступом, обеспечивая при этом пропускную способность, близкую к оптимальной. Полученные методики расчета пропускной способности когнитивной радиосистемы с ММО конфигурацией могут быть использованы для анализа пропускной способности при наличии произвольного числа передающих антенн с учетом пространственной корреляции сигналов при использовании квазиортогонального кодирования сигналов.



**Рис. 2.** Пропускная способность, полученная точным расчетом и с помощью аппроксимации  $\log_2(1+x) \approx ax^b$  как функция отношения сигнал/помеха при различных конфигурациях передающей и приемной антенн: 1 –  $N_T = 8, N_R = 8$  (точный); 2 –  $N_T = 8, N_R = 8$  (аппрок.); 3 –  $N_T = 2, N_R = 8$  (точный); 4 –  $N_T = 2, N_R = 8$  (аппрок.); 5 –  $N_T = 8, N_R = 2$  (точный); 6 –  $N_T = 8, N_R = 2$  (аппрок.); 7 –  $N_T = 1, N_R = 1$  (точный); 8 –  $N_T = 1, N_R = 1$  (аппрок.)

**Fig. 2.** Exact and approximate by  $\log_2(1+x) \approx ax^b$  capacities versus SNR for various transmit and receive array configurations; 1 –  $N_T = 8, N_R = 8$  (exact); 2 –  $N_T = 8, N_R = 8$  (approx.); 3 –  $N_T = 2, N_R = 8$  (exact); 4 –  $N_T = 2, N_R = 8$  (approx.); 5 –  $N_T = 8, N_R = 2$  (exact); 6 –  $N_T = 8, N_R = 2$  (approx.); 7 –  $N_T = 1, N_R = 1$  (exact); 8 –  $N_T = 1, N_R = 1$  (approx.)

## Заключение

Оптимизация пропускной способности для когнитивной радиосистемы и сетей специального назначения требует оптимального распределения относительной ширины полосы частот  $\alpha W$  и/или относительной мощности передаваемого сигнала  $\beta P_s$  для заданной ММО конфигурации.

Вследствие нелинейного характера пропускной способности (логарифмическая зависимость), не представляется возможным оптимизировать пропускную способность когнитивной радиосистемы с ММО конфигурацией аналитическим образом. В настоящей работе предлагаются два вида функциональной аппроксимации пропускной способности когнитивной радиосистемы с ММО конфигурацией при наличии рэлеевских замираний в канале связи.

Первый вид аппроксимации представляет собой наиболее простой вид функциональной аппроксимации  $\log_2(1+x) \approx \sqrt{x}$  и применяется с целью демонстрации того факта, что ширина полосы частот  $W$  и мощность передаваемого сигнала  $P_s$  в выражении для пропускной способности не связаны с довольно-таки сложным слагаемым, представляющим собой пропускную способность когнитивной радиосистемы с ММО конфигурацией. Следовательно, простые методики осуществления аппроксимации пропускной способности вполне применимы и приводят к аналитическим алгоритмам распределения ресурсов. Недостатком такой простой аппроксимации является тот факт, что ошибка аппроксимации довольно-таки высокая, более 5 % для большинства видов ММО конфигураций в когнитивной радиосети. Второй вид аппроксимации пропускной способности когнитивной радиосети, более точный и довольно-таки простой, является функциональной зависимостью вида  $\log_2(1+x) \approx ax^b$ , также исследуется в настоящей работе. Использование второго вида аппроксимации пропускной способности позволяет получать минимальные средние ошибки аппроксимации не более 3 % для любой ММО конфигурации когнитивной радиосистемы. Минимальные средние ошибки аппроксимации пропускной способности когнитивных радиосистем с ММО конфигурацией определяются методами численного интегрирования.

Таким образом, предлагаемые виды функциональной аппроксимации пропускной способности когнитивной радиосистемы с ММО конфигурацией позволяют осуществлять более точно разработку стратегий по распределению ресурсов когнитивной радиосети без необходимости осуществления оптимизации на основе методов численного интегрирования, требующей значительных вычислительных ресурсов и временных затрат.

## Список литературы / References

1. Foschini G.J. and Gans M.J. On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas. *Wireless Personal Communications*. 1998;6(5):311-335.
2. Kai Liu, Cheng Tao, Liu Liu, Yinsheng Liu, Yongzhi Li, Yanping Lu. Analytical approximation for capacity in massive MIMO systems. *Wireless Personal Communications*. 2017; 97:4551-4561.
3. Yinsheng Liu, Yongzhi Li, Cheng Tao. Noise power estimation in SC-FDMA systems. *IEEE Wireless Communications Letters*. 2015;4(2):217-220.
4. Pand S., Shafi, M. An approximate capacity distribution for MIMO systems. *IEEE Transactions on Communications*. 2004;52(6):887-890.
5. Felipe de Figueiredo A.P., Dias C.F., Eduardo de Lima R., Fraidenraich G. Capacity bounds for dense massive MIMO in a line-of-sight propagation environment. *Sensors*. 2020;20:520. DOI: 10.3390/s20020520.
6. Dohler M., Gkelias A., Aghvami H. A resource allocation strategy for distributed MIMO multi-hop communication systems. *IEEE Communications Letters*. 2004;8(2):99-101.
7. Nafkha A., Bonnefoi R. Upper and lower bounds for the ergodic capacity of MIMO Jacobi fading channels. *Optics Express*. 2017;25(11):12145-12151.
8. Perez J., Ibanez J., Vielva L., Santamaria I. Closed-form approximation for the outage capacity of orthogonal STBC. *IEEE Communications Letters*. 2005; 9(11):961-963.
9. Ng S.X., Hanzo L. On the MIMO channel capacity of multi-dimensional signal sets. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. 2006;55(2):528-536.
10. Gershman A.B., Sidoropoulos N.D. *Space-Time Processing for MIMO Communications*. New York, USA: Wiley & Sons Inc; 2005.



11. Vucetic B., Yuan J. *Space-Time Coding*. New York, USA: Wiley & Sons Inc; 2003.
12. *Communications Systems: New Research* / Ed.: V.P. Tuzlukov. New York: NOVA Science Publishers, Inc. 2013.
13. Yankov M.P., Forchhammer S., Larsen K.J., Christensen L.P.B., Approximating the constellation constrained capacity of the MIMO channel with discrete input. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Communications*. 2015. DOI: 10.1109/ICC.2015.7248952.
14. Tuzlukov V.P. *Advances in Signal Processing*. Chapter 2: Signal processing by generalized receiver in wireless communications systems over fading channels. Barcelona, Spain: IFSA Publishing Corp. 2021:55-111.
15. Hongyuan Zhang, Huaiyn Dai On the capacity of distributed MIMO systems. In *Proceedings of the 2004 International Conference on Information Sciences and Systems*. Princeton University, USA. 2004, March 17–19.
16. Lian Yang, Khalid Qarage, Erchin Serpedin, Mohamed-Slim Alouini. Capacity analysis of spectrum sharing spatial multiplexing MIMO systems. *Physical Communications*. 2014;Part C:109-119.
17. Gradshteyn I.S., Ryshik I.M. *Table of Integrals, Series, and Products*. 6<sup>th</sup> Ed. London, U.K.: Academia. 2000.

#### Сведения об авторе

Тузлуков В.П., д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой технической эксплуатации авиационного и радиоэлектронного оборудования Белорусской государственной академии авиации.

#### Адрес для корреспонденции

220096, Республика Беларусь,  
г. Минск, ул. Уборевича, 77,  
Белорусская государственная академия авиации;  
e-mail: slava.tuzlukov@mail.ru  
Тузлуков Вячеслав Петрович

#### Information about the author

Tuzlukov V.P., Dr. of Sci., Professor, Head of the Department of Technical Maintenance of Aviation and Radio Electronic Equipment of Belarusian State Aviation Academy.

#### Address for correspondence

220096, Republic of Belarus,  
Minsk, Uborevich st., 77,  
Belarusian State Aviation Academy;  
e-mail: slava.tuzlukov@mail.ru  
Tuzlukov Vyacheslav Petrovich