УДК 004.932

УРОВНЕВЫЕ МОДЕЛИ И ВОЛНОВЫЕ АЛГОРИТМЫ СЕГМЕНТАЦИИ АСМ-ИЗОБРАЖЕНИЙ

В.В. РАБЦЕВИЧ, В.Ю. ЦВЕТКОВ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Республика Беларусь

Поступила в редакцию 28 февраля 2022

Аннотация. Предложены уровневые модели и алгоритмы волновой сегментации полутоновых изображений поверхностей материалов, получаемых с помощью атомного силового микроскопа. Показано, что комбинация результатов нескольких алгоритмов позволяет повысить точность сегментации и определить соответствие фрагментов изображений предложенным моделям.

Ключевые слова: сегментация изображений, модели изображений, атомная силовая микроскопия.

Введение

Для исследования поверхностей материалов широко используется атомная силовая микроскопия (ACM) [1–3]. Она основана на оценке интенсивности силового воздействия со стороны поверхности на микрозонд и позволяет преобразовать информацию о топологии поверхности в полутоновое ACM-изображение. Одна из задач, решаемых при анализе ACM-изображений, заключается в автоматической (без участия оператора) оценке количества структурных составляющих (частиц, фаз, зерен) на поверхностях материалов. Для решения данной задачи используется сегментация, выделяющая области пикселей ACM-изображений, соответствующие данным объектам.

Для сегментации ACM-изображений широко используются градиентные и маркерные алгоритмы морфологического водораздела [4–6]. Эти алгоритмы выделяют области без предварительной информации об изображении, но имеют значительные ошибки сегментации и высокую вычислительную сложность. Меньшую вычислительную сложность имеют алгоритмы, основанные на волновом выращивании областей [7–9], но они требуют определения начальных точек роста. Это осуществляется под контролем оператора т.к. автоматическое выделение начальных точек [10–11] приводит к недостаточной или избыточной сегментации. Алгоритмы выращивания областей без предварительного выбора начальных точек роста [12] имеют наименьшую вычислительную сложность, но сегментируют ACM-изображения с большой ошибкой.

Целью работы является повышение точности сегментации АСМ-изображений.

Модели АСМ-изображений

Предлагаются три модели АСМ-изображений, представляющих различные варианты расположения объектов относительно друг друга на поверхности материала.

Одноуровневая модель $\{M_{\rm p}, M_{\rm S}, M_{\rm E}, F_1\}$ АСМ-изображения представляет плотно расположенные объекты простой формы (рис. 1, *a*) в виде матрицы пикселей $M_{\rm p} = \|m_{\rm p}(y, x)\|_{(y=\overline{0,Y-I}, x=\overline{0,X-I})}$ размером $Y \times X$ пикселей по вертикали и горизонтали ($m_{\rm p}(y, x) \in [0, 2^B - 1]$, где B – разрядность пикселей, определяющая ширину динамического

диапазона $[0, 2^B - 1]$), разделенной на N_s областей $S = \|s(n_s)\|_{(n_s=1,N_s)}$ локальных максимумов $E = \|e(n_s)\|_{(n_s=1,N_s)}$ с монотонным уменьшением яркости; где M_s – матрица сегментации, $M_s = \|m_s(y, x)\|_{(y=0,Y-I,x=0,X-I)}$; M_e – матрица локальных максимумов, $M_e = \|m_e(y, x)\|_{(y=0,Y-I,x=0,X-I)}$; F_1 – специфичные для одноуровневой модели ограничения на распределение яркостей пикселей в областях локальных максимумов. Похожая модель предложена в [13, 14], но для поиска локальных максимумов и минимумов на полутоновых изображениях с широким динамическим диапазоном.



Рис. 1. Варианты расположения объектов на поверхности материала: *а* – для одноуровневой модели; *б* – для двухуровневой модели; *в* – для многоуровневой модели

Значения элементов $m_{\rm s}(y,x)$ матрицы $M_{\rm s}$ сегментации указывают на номера $n_{\rm s}$ областей $s(n_{\rm s})$, которым они принадлежат $(m_{\rm s}(y,x)=n_{\rm s}, n_{\rm s} \in [1,N_{\rm s}])$ (рис. 2). Значения элементов $m_{\rm E}(y,x)$ матрицы $M_{\rm E}$ локальных максимумов указывают на соответствие пикселей изображения $n_{\rm s}$ -му локальному максимуму $(m_{\rm E}(y,x)=n_{\rm s})$ или несоответствие локальным максимумам $(m_{\rm E}(y,x)=0)$. Локальный максимум $e(n_{\rm s})$ может состоять из одного или более элементов: $\forall y \forall x (m_{\rm E}(y,x)=n_{\rm s}) \Rightarrow (m_{\rm E}(y,x) \in e(n_{\rm s}))$. Количество локальных максимумов $e(n_{\rm s})$ совпадает с количеством областей $s(n_{\rm s})$ изображения и каждой области изображения соответствует один локальный максимум: $\forall n_1 \forall n_2(s(n_1) \leftrightarrow e(n_2)) \Rightarrow (n_1 = n_2)$.



Рис. 2. Связь между матрицами в моделях АСМ-изображений

Для каждой области $s(n_{\rm s})$ АСМ-изображения, описываемого одноуровневой моделью, существует только один локальный максимум $e(n_{\rm s})$. Следовательно, между каждым пикселем $m_{\rm P}(y_{\rm B}, x_{\rm B})$ области $s(n_{\rm s})$ $(m_{\rm s}(y_{\rm B}, x_{\rm B}) = n_{\rm s})$ и соответствующим локальным максимумом $m_{\rm P}(y_{\rm E}, x_{\rm E})$ ($m_{\rm E}(y_{\rm E}, x_{\rm E}) = n_{\rm s}$, $m_{\rm s}(y_{\rm E}, x_{\rm E}) = n_{\rm s}$) области (если максимум многопиксельный, то любым его пикселем) существует множество $R(y_{\rm B}, x_{\rm B})$ последовательностей пикселей (маршрутов) $r(y_{\rm B}, x_{\rm B}, n_{\rm R})$, в которых значения пикселей монотонно убывают, начиная с локального максимума $m_{\rm P}(y_{\rm E}, x_{\rm E})$, $R(y_{\rm B}, x_{\rm B}) = \{r(y_{\rm B}, x_{\rm B}, n_{\rm R})\}_{(n_{\rm e}=1,N_{\rm e})}$, где $n_{\rm R}$ – номер маршрута; $N_{\rm R}$ –

количество маршрутов. Маршрут $r(y_{\rm B}, x_{\rm B}, n_{\rm R})$ монотонного изменения яркости между пикселями $m_{\rm P}(y_{\rm B}, x_{\rm B})$ и $m_{\rm P}(y_{\rm E}, x_{\rm E})$ образуется последовательностью из $N_{\rm P}(n_{\rm R})$ пикселей $r(y_{\rm B}, x_{\rm B}, n_{\rm R}) = \{m_{\rm P}(y_{\rm R}(y_{\rm B}, x_{\rm B}, n_{\rm R}, n_{\rm P}), x_{\rm R}(y_{\rm B}, x_{\rm B}, n_{\rm R}, n_{\rm P}))\}_{(n_{\rm P}=\overline{1,N_{\rm P}(n_{\rm R}))}$ таких, что выполняется $m_{\rm S}(y_{\rm R}(y_{\rm B}, x_{\rm B}, n_{\rm R}, n_{\rm P}), x_{\rm R}(y_{\rm B}, x_{\rm B}, n_{\rm R}, n_{\rm P}))=n_{\rm S}$, где $n_{\rm P}$ – порядковый номер пикселя в маршруте $n_{\rm R}$; наименьший номер $n_{\rm P} = 1$ соответствует пикселю с координатами $(y_{\rm B}, x_{\rm B})$: $m_{\rm P}(y_{\rm R}(y_{\rm B}, x_{\rm B}, n_{\rm R}, 1), x_{\rm R}(y_{\rm B}, x_{\rm B}, n_{\rm R}, 1))=m_{\rm P}(y_{\rm B}, x_{\rm B})$, а наибольший номер $n_{\rm P} = N_{\rm P}(n_{\rm R})$ соответствует пикселю с координатами $(y_{\rm E}, x_{\rm E})$: $m_{\rm P}(y_{\rm R}(y_{\rm B}, x_{\rm B}, n_{\rm R}, N_{\rm P}(n_{\rm R})), x_{\rm R}(y_{\rm B}, x_{\rm B}, n_{\rm R}, N_{\rm P}(n_{\rm R})))=m_{\rm P}(y_{\rm E}, x_{\rm E})$.

Для одноуровневой модели $\{M_{\rm P}, M_{\rm S}, M_{\rm E}, F_1\}$ распределение яркостей пикселей в области $s(n_{\rm S})$ локального максимума $m_{\rm P}(y_{\rm E}, x_{\rm E})$ определяется существованием для каждого пикселя $m_{\rm P}(y_{\rm B}, x_{\rm B})$ из области $s(n_{\rm S})$ хотя бы одного маршрута $r(y_{\rm B}, x_{\rm B}, n_{\rm R})$, все $N_{\rm P}(n_{\rm R})$ элементов которого удовлетворяют ограничению F_1 , определяемому с помощью выражения

$$\exists n_{\mathrm{R}} \left(m_{\mathrm{P}} \left(y_{\mathrm{R}} \left(y_{\mathrm{B}}, x_{\mathrm{B}}, n_{\mathrm{R}}, n_{\mathrm{P}} \right), x_{\mathrm{R}} \left(y_{\mathrm{B}}, x_{\mathrm{B}}, n_{\mathrm{R}}, n_{\mathrm{P}} \right) \right) \leq \\ \leq m_{\mathrm{P}} \left(y_{\mathrm{R}} \left(y_{\mathrm{B}}, x_{\mathrm{B}}, n_{\mathrm{R}}, n_{\mathrm{P}} + 1 \right), x_{\mathrm{R}} \left(y_{\mathrm{B}}, x_{\mathrm{B}}, n_{\mathrm{R}}, n_{\mathrm{P}} + 1 \right) \right) \right) \wedge \\ \wedge \left(m_{\mathrm{S}} \left(y_{\mathrm{R}} \left(y_{\mathrm{B}}, x_{\mathrm{B}}, n_{\mathrm{R}}, n_{\mathrm{P}} + 1 \right), x_{\mathrm{R}} \left(y_{\mathrm{B}}, x_{\mathrm{B}}, n_{\mathrm{R}}, n_{\mathrm{P}} + 1 \right) \right) = n_{\mathrm{S}} \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \left(m_{\mathrm{S}} \left(y_{\mathrm{B}}, x_{\mathrm{B}} \right) \leftarrow n_{\mathrm{S}} \right)$$

$$(1)$$

при $n_{\rm P} = 1, N_{\rm P}(n_{\rm R}) - 1$.

Пример профиля яркости ACM-изображения для одноуровневой модели приведен на рис. 3, *а.* Двухуровневая модель $\{M_{\rm P}, M_{\rm S}, M_{\rm E}, F_2\}$ ACM-изображения представляет отдельно расположенные объекты простой формы (рис. 1, *б*), где F_2 – специфичные для двухуровневой модели ограничения на распределение яркостей пикселей в областях локальных максимумов. Для этой модели распределение яркостей пикселей в области $s(n_{\rm S})$ локального максимума $m_{\rm P}(y_{\rm E}, x_{\rm E})$ определяется существованием для каждого пикселя $m_{\rm P}(y_{\rm B}, x_{\rm B})$ из области $s(n_{\rm S})$ хотя бы одного маршрута $r(y_{\rm B}, x_{\rm B}, n_{\rm R})$, все $N_{\rm P}(n_{\rm R})$ элементов которого удовлетворяют ограничению F_2 , определяемому с помощью выражения

$$\exists n_{\mathbb{R}} \left(\left(d_{\mathbb{P}} \left(n_{\mathbb{P}} + 1, n_{\mathbb{P}} + 2 \right) \le d_{\mathbb{P}} \left(n_{\mathbb{P}}, n_{\mathbb{P}} + 1 \right) \right) \lor \\ \lor \left(d_{\mathbb{P}} \left(n_{\mathbb{P}} + 1, n_{\mathbb{P}} + 2 \right) > d_{\mathbb{P}} \left(n_{\mathbb{P}}, n_{\mathbb{P}} + 1 \right) \right) \land d_{\mathbb{P}} \left(n_{\mathbb{P}}, n_{\mathbb{P}} + 1 \right) \ge T_{\mathbb{P}} \right) \land \\ \land \left(m_{\mathbb{S}} \left(y_{\mathbb{R}} \left(y_{\mathbb{B}}, x_{\mathbb{B}}, n_{\mathbb{R}}, n_{\mathbb{P}} + 1 \right), x_{\mathbb{R}} \left(y_{\mathbb{B}}, x_{\mathbb{B}}, n_{\mathbb{R}}, n_{\mathbb{P}} + 1 \right) \right) = n_{\mathbb{S}} \right) \Longrightarrow \\ \Rightarrow \left(m_{\mathbb{S}} \left(y_{\mathbb{B}}, x_{\mathbb{B}} \right) \leftarrow n_{\mathbb{S}} \right)$$

$$(2)$$

при $n_{\rm p} = 1, N_{\rm p} \left(n_{\rm R} \right) - 1,$

где $d_{\rm P}(j,i) = m_{\rm P}(y_{\rm R}(y_{\rm B},x_{\rm B},n_{\rm R},i),x_{\rm R}(y_{\rm B},x_{\rm B},n_{\rm R},i)) - m_{\rm P}(y_{\rm R}(y_{\rm B},x_{\rm B},n_{\rm R},j),x_{\rm R}(y_{\rm B},x_{\rm B},n_{\rm R},j)); T_{\rm P}$ – минимальное значение разности значений смежных пикселей, определяющее принадлежность пикселя объекту, а не подложке.

Нулевые элементы матрицы сегментации модели соответствуют подложке. Пример профиля яркости ACM-изображения для двухуровневой модели приведен на рис. 3, б.



Рис. 3. Примеры профилей яркости АСМ-изображений: *а* – для одноуровневой модели; *б* – для двухуровневой модели; *в* – для многоуровневой модели

Многоуровневая модель $\{M_{\rm P}, M_{\rm S}, M_{\rm E}, M_{\rm L}, F_{\rm L}\}$ АСМ-изображения представляет плотно или отдельно расположенные объекты сложной формы (рис. 1, *в*), где $F_{\rm L}$ – специфичные для многоуровневой модели ограничения на распределение яркостей пикселей в областях локальных максимумов; $M_{\rm L}$ – матрица декомпозиции АСМ-изображения, $M_{\rm L} = \|m_{\rm L}(y,x)\|_{(y=0,Y-I,x=0,X-I)}$; $m_{\rm L}(y,x)$ – элемент матрицы уровней, $m_{\rm L}(y,x) \in [0,L_{\rm S}]$; $L_{\rm S}$ – количество уровней декомпозиции. Для этой модели распределение яркостей пикселей в области $s(n_{\rm S})$ локального максимума $m_{\rm P}(y_{\rm E}, x_{\rm E})$ определяется существованием для каждого пикселя $m_{\rm P}(y_{\rm B}, x_{\rm B})$ из области $s(n_{\rm S})$ хотя бы одного маршрута $r(y_{\rm B}, x_{\rm B}, n_{\rm R})$, все $N_{\rm P}(n_{\rm R})$ элементов которого удовлетворяют ограничениям $F_{\rm L}$, определяемым с помощью выражений

$$\exists n_{R} \left(\left(d_{P} \left(n_{P} + 1, n_{P} + 2 \right) \leq d_{P} \left(n_{P}, n_{P} + 1 \right) \right) \land \lor \left(d_{P} \left(n_{P} + 1, n_{P} + 2 \right) > d_{P} \left(n_{P}, n_{P} + 1 \right) \right) \land d_{P} \left(n_{P}, n_{P} + 1 \right) \geq T_{P} \right) \land \land \left(m_{S} \left(y_{R} \left(y_{B}, x_{B}, n_{R}, n_{P} + 1 \right), x_{R} \left(y_{B}, x_{B}, n_{R}, n_{P} + 1 \right) \right) = n_{S} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(m_{S} \left(y_{B}, x_{B} \right) \leftarrow n_{S} \right), m_{L} \left(y_{B}, x_{B} \right) \leftarrow l_{S}$$

$$= \overline{1, N_{P} \left(n_{R} \right) - 1},$$

$$\exists n_{R} \left(d_{P} \left(n_{P}, n_{P} + 1 \right) < T_{P} \right) \land \land \left(m_{P} \left(y_{R} \left(y_{B}, x_{B}, n_{R}, n_{P} \right), x_{R} \left(y_{B}, x_{B}, n_{R}, n_{P} \right) \right) \leq$$

$$\leq m_{P} \left(y_{R} \left(y_{B}, x_{B}, n_{R}, n_{P} + 1 \right), x_{R} \left(y_{B}, x_{B}, n_{R}, n_{P} + 1 \right) \right) \right) \land$$

$$(4)$$

$$\wedge \left(m_{\rm s} \left(y_{\rm B} \left(y_{\rm B}, x_{\rm B}, n_{\rm R}, n_{\rm P} + 1 \right), x_{\rm R} \left(y_{\rm B}, x_{\rm B}, n_{\rm R}, n_{\rm P} + 1 \right) \right) = n_{\rm s} \right) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left(m_{\rm s} \left(y_{\rm B}, x_{\rm B} \right) \leftarrow n_{\rm s} \right), m_{\rm L} \left(y_{\rm B}, x_{\rm B} \right) \leftarrow l_{\rm s}$$

при $n_{\mathrm{P}} = \overline{1, N_{\mathrm{P}}(n_{\mathrm{R}}) - 1}$,

где l_{s} – номер уровня декомпозиции, $l_{s} \in [1, L_{s}]$.

Условия (3) и (4) описывают области ACM-изображений соответственно с высокой и низкой скоростью уменьшения яркости пикселей в направлении от локального максимума. В случае сложной формы объектов необходимо учитывать несколько уровней декомпозиции для того, чтобы выделить все объекты по условиям (3) и (4). Каждый уровень декомпозиции рассматривается независимо от других. Сегменты, соответствующие одному уровню декомпозиции имеют одинаковые номера в матрице $M_{\rm L}$ декомпозиции. Пример профиля яркости ACM-изображения, соответствующего многоуровневой модели приведен на рис. 3, *в*.

Алгоритмы выделения объектов на АСМ-изображениях

На основе моделей (1) – (4) разработаны соответствующие алгоритмы выделения на ACM-изображениях объектов различных типов. Алгоритмы основаны на волновом выращивании областей локальных максимумов с их выбором в порядке убывания значений [15], сущность которого состоит в использовании изменяющегося от максимума к минимуму порога q яркости $\left(q = \overline{2^B} - 1, 0\right)$ для выбора пикселей роста областей (локальных максимумов) или пикселей, присоединяемых к пикселям смежных существующих областей, яркость которых удовлетворяет ограничениям F_1 , F_2 или F_L .

Алгоритм L1 сегментации АСМ-изображений, описываемых одноуровневой моделью, состоит из следующих шагов [15].

1. Загрузка изображения $M_{\rm P}$; формирование матриц $M_{\rm S}$, $M_{\rm E}$; $q \leftarrow 2^{\scriptscriptstyle B} - 1$.

2. Цикл по порогу q (пока $q \neq 0$ и существуют пиксели, удовлетворяющие условию F_1).

2.1. Поиск локальных максимумов, соответствующих порогу q.

2.2. Присоединение к существующим областям пикселей, соответствующих порогу q и удовлетворяющих условию F_1 .

2.3. Уменьшение порога яркости: $q \leftarrow q - 1$.

2.4. Окончание цикла по порогу q яркости.

3. Вывод матрицы сегментации M_s .

Алгоритм L2 сегментации ACM-изображений, описываемых двухуровневой моделью, отличается от алгоритма сегментации ACM-изображений, описываемых одноуровневой моделью, только условием F_2 присоединения пикселей, соответствующих порогу, к существующим областям.

Алгоритм LM сегментации ACM-изображений, описываемых многоуровневой моделью, состоит из следующих шагов.

1. Загрузка изображения $M_{\rm P}$; формирование матриц $M_{\rm S}$, $M_{\rm E}$, $M_{\rm L}$; $l_{\rm S} \leftarrow 1$.

2. Цикл по уровням *l*_s декомпозиции (пока существуют несегментированные пиксели).

3. Инициализация порога яркости: $q \leftarrow 2^{B} - 1$.

4. Цикл по порогу q (пока $q \neq 0$ и существуют пиксели, удовлетворяющие условиям F_1).

4.1. Поиск локальных максимумов, соответствующих порогу q.

4.2. Присоединение к существующим областям пикселей, соответствующих порогу q и удовлетворяющих условию $F_{\rm L}$.

4.3. Уменьшение порога яркости: $q \leftarrow q - 1$.

4.4. Окончание цикла по порогу *q* яркости.

5. Обнуление всех сегментированных пикселей: $\forall y \forall x (m_s(y,x) > 0) \Rightarrow (m_p(y,x) \leftarrow 0)$ при

 $y = \overline{0, Y-1}, x = \overline{0, X-1}.$

6. $l_s \leftarrow l_s + 1$.

7. $d \leftarrow d+1$.

8. Окончание цикла по уровням $l_{\rm s}$ декомпозиции.

9. Вывод матриц сегментации $M_{\rm s}$ и декомпозиции $M_{\rm L}$.

Описание топологий поверхностей материалов на основе комбинаций моделей АСМ-изображений

Фрагменты реального АСМ-изображения могут соответствовать различным моделям: $\{M_{\rm P}, M_{\rm S}, M_{\rm E}, F_1\}, \{M_{\rm P}, M_{\rm S}, M_{\rm E}, F_2\}, \{M_{\rm P}, M_{\rm S}, M_{\rm E}, M_{\rm L}, F_{\rm L}\}$. Применение несоответствующего алгоритма (L1, L2, LM) для сегментации может привести к ошибкам. В этой связи предлагается комплексный подход к сегментации АСМ-изображений, основанный на формировании и анализе результатов различных комбинаций трех предложенных алгоритмов.

В табл. 1 приведено описание результатов применения алгоритмов сегментации на основе предложенных моделей к АСМ-изображениям различных типов. Символом «+» отмечены результаты сегментации без ошибок. Символом «-» отмечены результаты недостаточной сегментации.

Алгоритм	Результаты сегментации АСМ-изображений, соответствующих моделям		
сегментации	Одноуровневая модель	Двухуровневая модель	Многоуровневая модель
L1	+	-	-
L2	+	+	-
LM	+	+	+
L1 – L2	0 (L1 = L2)	Сегментация простой подложки	Недостаточная сегментация сложной подложки
L1 ∩ LM	+	Соотнесение областей и прилегающих фрагментов простой подложки	Соотнесение фрагментов объектов сложной формы
$\overline{L2} \cap LM$	0 (L2 = 0)	Сегментация простой подложки	Сегментация сложной полложки

Табл. 1. Результаты применения алгоритмов L1, L2, LM сегментации к АСМ-изображениям, описываемым одно-, двух- и многоуровневой моделями

Из табл. 1 следует, что только алгоритм LM сегментирует ACM-изображения любого типа без ошибок. Однако он имеет высокую вычислительную сложность, обусловленную многократным повтором сканирования изображения в поисках начальных точек роста и присоединяемых к существующим областям пикселей, и не позволяет классифицировать фрагменты ACM-изображений. Из табл. 1 следует также, что комбинации результатов нескольких алгоритмов позволяют получить больше информации о структуре поверхности материала, чем результаты отдельных алгоритмов. Комбинации результатов позволяют также определить тип модели для каждого фрагмента ACM-изображения.

Заключение

Для повышения точности сегментации ACM-изображений поверхностей материалов предложены одно-, двух- и многоуровневая модели, определяющие условия присоединения пикселей к существующим сегментам. На основе данных моделей разработаны три волновых алгоритма сегментации ACM-изображений, имеющих различную вычислительную сложность и точность выделения областей на ACM-изображениях, описываемых различными уровневыми моделями. Показано, что комбинирование результатов этих алгоритмов позволяет получить больше информации о структуре поверхности материала, чем результаты отдельных алгоритмов.

LEVEL MODELS AND WAVE ALGORITHMS FOR SEGMENTATION OF AFM IMAGES

V.V. RABTSEVICH, V.Yu. TSVIATKOU

Abstract. Level models and algorithms for wave segmentation of halftone images of material surfaces obtained with an atomic force microscope are proposed. It is shown that the combination of the results of several algorithms can improve the accuracy of segmentation and determine the correspondence of image fragments to the proposed models.

Keywords: image segmentation, image models, atomic force microscopy.

Список литературы

1. Ulyanova T.M. [et al.] // Crystallography Reports. 2006. Vol. 51. P. 144-149.

Kuznetsova T. [et al.] // Journal of Materials Engineering and Performance. 2016. Vol. 25 (12). P. 5450–5459.
 Geisse N.A. // Materials Today. 2011. Vol. 12 (7–8). P. 40–45.

4. Vincent L. // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 1991. Vol. 13 (6). P. 583–598.

5. Gonzalez R. C., Woods R.E. Digital Image Processing, Third Edition. 2008.

6. Beucher S., Lantuéjoul C. Use of watersheds in contour detection. International Workshop on Image Processing, Real-Time Edge and Motion Detection/Estimation. 1979.

7. Adams R., Bischof L. // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 1994. Vol. 16 (6). P. 641–647.

8. Fan M., Lee T. // Image Processing IET. 2015. Vol. 9 (6). P. 478-485.

9. Fan J. [et al.] // Pattern Recognition Letters. 2005. Vol. 26 (8). P. 1139-1156.

10. Van Herk M. // Pattern Recognition Letters. 1992. Vol. 13. P. 517-521.

11. Gil J., Werman M. // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 1993. Vol. 15. P. 504-507.

- 12. Pratt W.K. Digital Image Processing, Third Edition. 2001.
- 13. Нгуен А.Т., Цветков В.Ю. // Информатика. 2019. № 16 (3). С. 23-36.
- 14. Нгуен А.Т., Цветков В.Ю. // Докл. БГУИР. 2021. № 19 (4). С. 61-69.

15. Рабцевич В.В. [и др.] // Известия НАН Беларуси. 2019. № 2 (121). С. 215-231.