

УДК 628.336

**СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНЫХ ПО ЧЕБЫШЕВУ КИХ-ФИЛЬТРОВ**

Чижик А. А., студент гр.960801

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

г. Минск, Республика Беларусь

Данейко Т.М. – магистр технических наук

**Аннотация.** КИХ-фильтры с ФЧХ. Синтез оптимальных по Чебышеву КИХ-фильтров. Амплитудные характеристики КИХ-фильтров. Теорема чередования. Алгоритм замены Ремеза.

**Ключевые слова.** КИХ-фильтры. ФЧХ. АЧХ. Синтез. Минимаксная аппроксимация. Оптимальное решение.

В классе КИХ-фильтров с линейной фазочастотной характеристикой (ФЧХ), существует возможность получить множество условий, для которых доказывается, что решение задачи синтеза цифровых фильтров является оптимальным по Чебышёву, то есть оптимальным в смысле минимума максимальной ошибки аппроксимации (иногда называемой минимаксной ошибкой или ошибкой Чебышёва). Фильтры, обладающие свойством оптимальности, отмеченным выше, называются фильтрами с равномерными (равноволновыми) пульсациями, поскольку ошибка аппроксимации данного типа фильтров является равномерно распределенной по его 2 частотным полосам. Как следствие последнего, цифровые фильтры, оптимальные в смысле минимума максимальной ошибки аппроксимации, будут иметь более низкий порядок, чем цифровые фильтры, синтезированные с использованием метода окон, при одинаково заданных спецификациях на синтез фильтров. Фильтры с линейной ФЧХ могут быть классифицированы на 4 типа в зависимости от симметрии или антисимметрии импульсной характеристики  $h(n)$ , а также четности или нечетности  $N$ . Каждый из этих типов имеет собственные ограничения на расположение нулей передаточной функции  $H(z)$ , которая в свою очередь накладывает ограничения на характер частотной характеристики:

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = e^{j\beta} e^{-jN\hat{\omega}/2} A(\hat{\omega}), \quad (1)$$

где  $\beta$  – константа, зависящая от типа КИХ-фильтра с линейной ФЧХ,  $A(\hat{\omega})$  – амплитудная характеристика, представляющая собой действительную функцию частоты  $\hat{\omega}$  [рад] и принимающая как положительные, так и отрицательные значения. Модуль амплитудной характеристики есть АЧХ КИХ-фильтра с линейной ФЧХ.

Необходимо отметить, что общее выражение для представления амплитудных характеристик КИХ-фильтров с линейной ФЧХ может быть записано в виде:

$$A(\hat{\omega}) = Q(\hat{\omega})P(\hat{\omega}), \quad (2)$$

где выражения для  $Q(\hat{\omega})$  и  $P(\hat{\omega})$  приведены в таблице 1.

Таблица 1 –  $Q(\hat{\omega})$ ,  $L$ ,  $P(\hat{\omega})$  для КИХ-фильтров с линейной ФЧХ.

| Тип КИХ-фильтра с линейной ФЧХ | $Q(\hat{\omega})$                         | $L$             | $P(\hat{\omega})$                               |
|--------------------------------|---|-----------------|---|
| тип 1                          | 1   | $\frac{N}{2}$   | $\sum_{k=0}^L a(n) \cos(k\hat{\omega})$         |
| тип 2                          | $\cos\left(\frac{\hat{\omega}}{2}\right)$ | $\frac{N-1}{2}$ | $\sum_{k=0}^L \tilde{b}(n) \cos(k\hat{\omega})$ |
| тип 3                          | $\sin(\hat{\omega})$                      | $\frac{N-2}{2}$ | $\sum_{k=0}^L \tilde{c}(n) \cos(k\hat{\omega})$ |
| тип 4                          | $\sin\left(\frac{\hat{\omega}}{2}\right)$ | $\frac{N-1}{2}$ | $\sum_{k=0}^L \tilde{d}(n) \cos(k\hat{\omega})$ |

Рассматривая теорему чередования необходимо сказать, что она гарантирует для минимаксной аппроксимации, существование и единственность решения, однако она не дает никакого представления об алгоритме, с использованием которого оптимальное решение может быть получено. Паркс и Макклеллан предложили итерационную процедуру, основанную на алгоритме замены Ремеза (рисунок 1) и позволяющую найти оптимальное решение задачи минимаксной аппроксимации амплитудной характеристики фильтра.

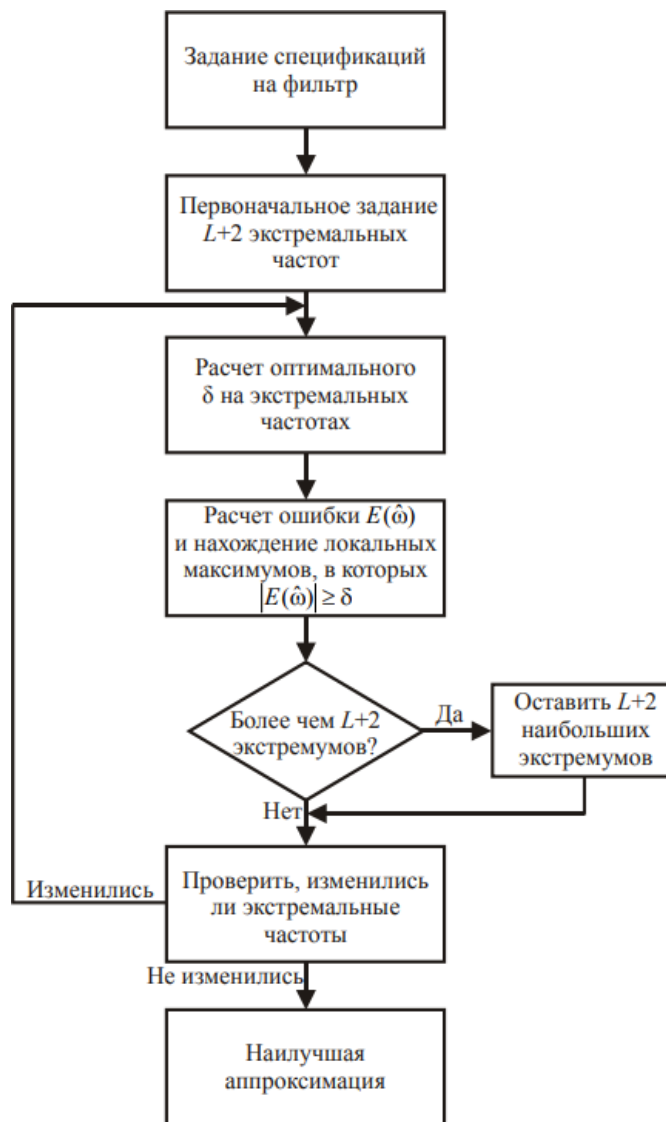


Рисунок 1 – Блок-схема алгоритма замены Ремеза

В заключении необходимо отметить, что приведенный выше оптимальный метод синтеза – это простой и эффективный путь вычисления коэффициентов КИХ-фильтра. Для большинства приложений оптимальный метод синтеза дает хорошие амплитудные характеристики фильтра при разумном порядке фильтра  $N$ . Однако, хотя метод и позволяет полностью контролировать спецификации, задаваемые на фильтр, необходимым требованием для его выполнения является наличие программной реализации разрабатываемого фильтра.

**Список использованных источников:**

1. Брюханов Ю.А., Приоров А.Л. Цифровые фильтры: Учеб. пособие. – Ярославль: ЯрГУ, 2002..
2. Айфичер Э., Джервис Б. Цифровая обработка сигналов: практический подход. 2-е изд. – Вильямс, 2004.
3. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. – 2-е изд. – СПб.: Питер, 2005.

UDC 628.336

## SYNTHESIS OF CHEBYSHEV OPTIMAL FIR-FILTERS

*Chizhik A.A., student gr. 960801*

*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics,*

*Minsk, Republic of Belarus*

*Daneiko T.M. – Master of Technical Sciences*

**Annotation.** FIR-filters with phase response. Synthesis of optimal Chebyshev FIR-filters. Amplitude characteristics of FIR-filters. The alternation theorem. Remez replacement algorithm.

**Keywords.** FIR-filters. FCH. AFC. Synthesis. Minimax approximation. Optimal solution.