УДК 621.391

МЕТОДИКА ПРИМЕНЕНИЯ БИЛИНЕЙНОГО Z-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ НА ОСНОВЕ КЛАССИЧЕСКИХ АНАЛОГОВЫХ ФИЛЬТРОВ

Довыденко Е.О., студент гр.960801

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

г. Минск, Республика Беларусь

Данейко Т.М. – старший преподаватель каф. ИКТ

Аннотация. Во многих практических ситуациях аналоговая передаточная функция *H(s)*, по которой вычисляется *H(z)*, может быть неизвестной, и ее нужно определить по спецификациям желаемых фильтров. В стандартных задачах частотно-избирательной цифровой фильтрации *H(s)* можно получить на основе классических фильтров. В данной работе описаны важные особенности классических аналоговых фильтров. Рассматриваются только фильтры-прототипы нижних частот, поскольку, фильтры других частот обычно выводятся из нормированных фильтров нижних частот

Ключевые слова. Фильтр нижних частот, фильтр верхних частот, полосовой фильтр, режекторный фильтр, билинейное z-преобразование.

1. Фильтр нижних частот

Преобразование передаточной функции в передаточную функцию фильтра нижних частот происходит по следующему закону:

$$s = \frac{s}{\omega'_p} \tag{1}$$

Если в этом выражении заменить s на iω и записать частоты фильтра-прототипа как ω^p, а частоты разрабатываемого фильтра нижних частот как $\omega_{нч}$ (что бы как то их разделять), формула(1) переходит в следующую форму:

$$i\omega^{\,p} = i\frac{\omega_{нч}}{\omega'_p}, \text{т.е. } \omega'_p = \frac{\omega_{нч}}{\omega'_p} \tag{2}$$

Уравнение (2) определяет связь между частотами фильтра-прототипа и фильтра нижних частот, который требуется разработать. Зная критичные частоты денормированного фильтра нижних частот, можно использовать формулу (2) и найти критичные частоты фильтра-прототипа, а следовательно, определить его спецификации.

Фильтр-прототип имеет три критичные частоты: 0, граничная частота полосы пропускания, граничная частота полосы подавления:

1) если $\omega_{нч}=0$, $\omega^p=0$ (из формулы (2));
2) если $\omega_{нч}=\omega'_p$ (т.е. граничной частоте полосы пропускания), $\omega^p = \frac{\omega'_p}{\omega'_p} = 1 = \omega^p_p$;
3) если $\omega_{нч}=\omega'_s$, $\omega^p = \frac{\omega'_s}{\omega'_p} = \omega^p_s$.

2. Фильтр верхних частот

Используя преобразование “Нч-фильтр в Вч-фильтр”, $s = \frac{\omega'_p}{s}$ и обозначив через $\omega_{вч}$ частоты денормированного фильтра верхних частот, а через ω^p – частоты ФНЧ-прототипа, получим следующую связь между частотами ФНЧ-прототипа и нужного фильтра верхних частот:

$$\omega^p = -\frac{\omega'_p}{\omega_{вч}} \tag{3}$$

Используя формулу (3), критичные частоты ФНЧ-прототипа можно выразить через частоты искомого фильтра верхних частот:

1) если $\omega_{вч}$=0, $\omega^p = \infty$ (используем формулу (3));
2) если $\omega_{вч} = \omega'_p$ (т.е. граничной частоте полосы пропускания), $\omega^p = 1$;
3) если $\omega_{вч} = \omega'_s$, $\omega^p = -\frac{\omega'_p}{\omega'_s}$;
4) если $\omega_{вч} = -\omega'_p$, $\omega^p = 1$;
5) если $\omega_{вч} = -\omega'_s$, $\omega^p = \frac{\omega'_p}{\omega'_s}$.

Следовательно, при разработке фильтра верхних частот тремя критичными частотами ФНЧ-прототипа являются 0,1 и $\frac{\omega'_p}{\omega'_s}$.

3. Полосовой фильтр

Преобразование “фильтр нижних частот в полосовой фильтр” записывается следующим образом:

$$s = \frac{s^2+\omega_0^2}{W_s} \tag{4}$$

Согласно этому правилу частоты полосового фильтра $\omega_{пп}$ и частоты ФНЧ-прототипа ω^p связаны следующим соотношением:

$$i\omega^{\ p} = \frac{(iw_{пп})^2+\omega_0^2}{iW\omega_{пп}}, \text{т.е. } \omega^p = \frac{\omega_{пп}^2-\omega_0^2}{W\omega_{пп}} \tag{5}$$

Полосовой фильтр имеет четыре граничные и центральную частоты:

ω'_{p1}, ω'_{p2}= верхняя и нижняя граничные частоты полосы пропускания.

ω'_{s1}, ω'_{s2}= верхняя и нижняя граничные частоты полосы поглощения.

ω_0=центральная частота ($\omega_0^2 = \omega'_{p1}\omega'_{p2}$).

Используя соотношение (5), граничные частоты ФНЧ-прототипа можно выразить через граничные частоты полосового фильтра:

1) если $\omega_{пп} = \omega'_{s1}$, $\omega^p = \ \omega_{s1}^{\prime p} = \frac{\omega_{s1}^{\prime 2}-\omega_0^2}{W\omega'_{s1}}$;
2) если $\omega_{пп} = \omega'_{p1}$, $\omega^p \ = \frac{\omega_{p1}^{'2}-\omega_0^2}{W\omega_{p1}^{'}} = \frac{\omega_{p1}^{'2}-\omega_{p1}^{'}\,\omega_{p2}^{'}}{(\omega_{p1}^{'}-\omega_{p2}^{'})\omega_{p1}^{'}} = -1$;
3) если $\omega_{пп} = \omega'_{p2}$, $\omega^p = \frac{\omega_{p2}^{\prime 2}-\omega_0^2}{W\omega'_{p2}} = \frac{\omega_{p2}^{\prime 2}-\omega'_{p1}\,\omega'_{p2}}{(\omega'_{p2}-\omega'_{p1})\omega'_{p2}} = 1$;
4) если $\omega_{пп} = \omega'_{s2}$, $\omega^p = \ \omega_{s2}^{\prime p} = \frac{\omega_{s2}^{\prime 2}-\omega_0^2}{W\omega'_{s2}}$;
5) если $\omega_{пп} = \omega'_0$, $\omega^p = \frac{\omega_0^{\prime 2}-\omega_0^2}{W\omega_0^2}$;
6) если ω^s_p =min(ω'^p_{s1}, ω'^p_{s2}).

Следовательно. Важными критическими частотами ФНЧ-прототипа являются:0,1, min(ω'^p_{s1}, $|\omega'^p_{s2}|$).

4. Режекторный фильтр

Преобразование “фильтр нижних частот в режекторный фильтр” записывается следующим образом:

$$s = \frac{W_s}{s^2+\omega_0^2} \tag{6}$$

Частота режекции $\omega_{пр}$ и частота фильтра-прототипа ω^p связаны соотношением:

$$i\omega^{p} = \frac{iW\omega_{пп}}{(iw_{пп})^2+\omega_0^2}, \text{т.е. } \omega^p = \frac{W\omega_{пп}}{\omega_{пп}^2-\omega_0^2} \quad (7)$$

Из соотношения (7) можно определить граничные частоты ФНЧ-прототипа по известным частотам нужного режекторного фильтра:

1) если $\omega_{пр} = \omega'_{s1}$, $\omega^p = \omega_s^{p(1)} = \frac{W\omega'_{s1}}{\omega_0'^2-\omega_{s1}^2}$;

2) если $\omega_{пр} = \omega'_{p1}$, $\omega^p = \frac{W\omega'_{p1}}{\omega_0'^2-\omega_{p1}'^2} = \frac{(\omega'_{p2}-\omega'_{p1})\omega'_{p1}}{\omega'_{p1}\omega'_{p2}-\omega_{p1}'^2} = 1$;

3) если $\omega_{пр} = \omega'_{p2}$, $\omega^p = \frac{W\omega'_{p2}}{\omega_0^2-\omega_{p2}'^2} = \frac{(\omega'_{p2}-\omega'_{p1})\omega'_{p2}}{\omega'_{p1}\omega'_{p2}-\omega_{p2}'^2} = -1$;

4) если $\omega_{пр} = \omega'_{s2}$, $\omega^p = \omega_s^{p(2)} = \frac{W\omega'_{s2}}{\omega_0'^2-\omega_{s2}^2}$;

5) если $\omega_{пр} = \omega'_0$, $\omega^p = \frac{W\omega_0^2}{\omega_0^2-\omega_0^2} = \infty$.

Следовательно, существенными критическими частотами фильтра нижних частот являются: 0,1, ω^p_s (где $\omega^p_s = \min(\omega^{p(1)}_s, \omega^{p(2)}_s)$).

Из спецификации ФНЧ-прототипа можно определить порядок и передаточную функцию фильтра. Порядок режекторного фильтра равен удвоенному порядку фильтра прототипа, т.е.2N.

Список использованных источников:

1. Айфичер Э.,Джервис Б.У. Цифровая обработка сигналов: практический подход 2-е издание : Пер. с англ / Под ред. А. В. Назаренко. — М: Издательский дом “Вильямс”, 2004.
2. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. - СПБ.: Питер,2003.

UDC 621.391

BILINEAR Z-TRANSFORM APPLICATION TECHNIQUE BASED ON CLASSICAL ANALOG FILTERS

Dovydenko E.O.

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk,Republic of Belarus

Daneiko T.M. – Senior Lecturer

Annotation. In many practical situations, the analog transfer function H(s) from which H(z) is computed may be unknown and must be determined from the specifications of the desired filters. In standard problems of frequency-selective digital filtering, H(s) can be obtained based on classical filters. This paper describes the important features of classical analog filters. Only prototype low-pass filters are considered, since other filters are usually derived from normalized low-pass filters.

Keywords. Low pass filter, high pass filter, bandpass filter, reduction filter, bilinear z-transform.