

УДК 628.336.42

## МЕТОД БИЛИНЕЙНОГО Z-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Готин Н.А.<sup>1</sup>, студент гр.933701

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники<sup>1</sup>

г. Минск, Республика Беларусь

Данейко Т.М. – старший преподаватель кафедры ИКТ

**Аннотация.** Исследована сущность билинейного z-преобразования. Установлена его схожесть с отображением  $z=\exp(s \cdot T)$ . Определено, что билинейное преобразование позволяет осуществить переход из s плоскости в z-плоскость при помощи дробно-рациональной подстановки, что упрощает переход от аналогового фильтра к цифровому.

**Ключевые слова.** Цифровой фильтр, передаточная характеристика, ряд Тейлора, плоскость z.

Билинейное преобразование осуществляется подстановкой вида:

$$s = \frac{2}{T} * \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \quad (1)$$

Также данную подстановку можно инвертировать:

$$z^{-1} = \frac{2-s \cdot T}{2+s \cdot T} \text{ или } z = \frac{2+s \cdot T}{2-s \cdot T} \quad (2)$$

При билинейном преобразовании мнимая ось плоскости s переходит в единичную окружность на плоскости z, причем левая полуплоскость плоскости s отображается внутрь единичной окружности плоскости z, а правая полуплоскость плоскости s отображается вне единичной окружности. Отображение плоскости s в плоскость z при билинейном преобразовании показано на рисунке 1.

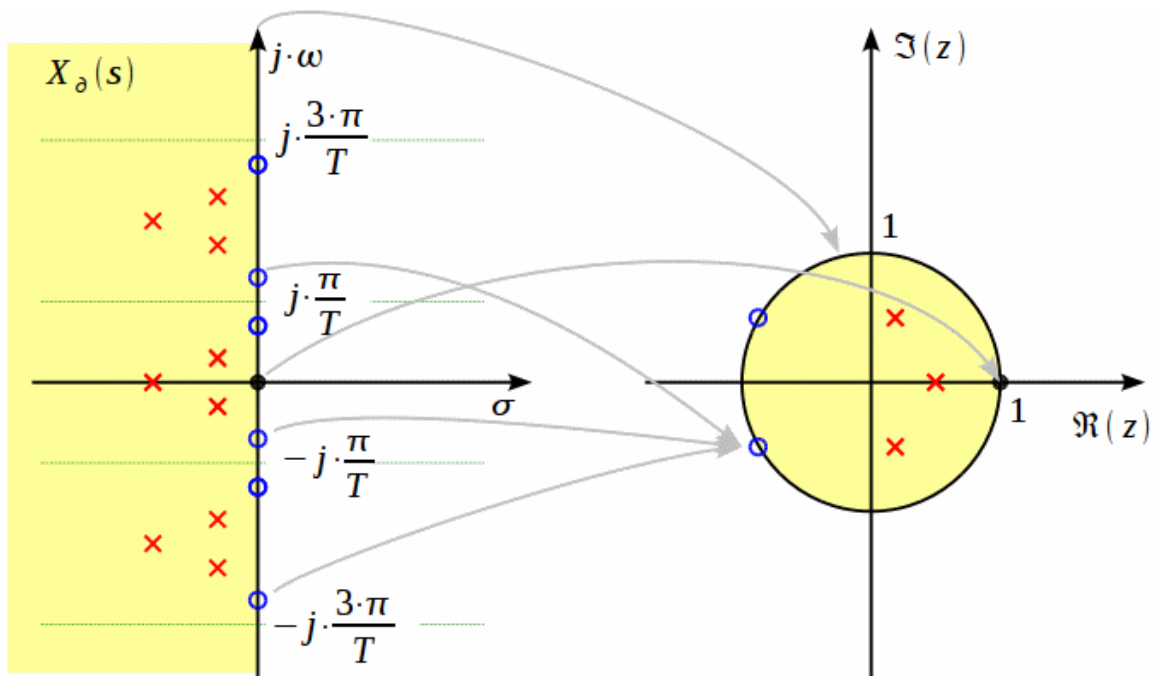


Рисунок 1 – Отображение плоскости s в плоскость z

Данное отображение очень похоже на отображение  $z=\exp(s \cdot T)$ . Такая схожесть обуславливается тем, что выражение (2) представляет собой разложение в ряд Тейлора  $z=\exp(s \cdot T)$  при

ограничении степени ряда равной единицы. Действительно, разложение в ряд Тейлора экспоненты равно:

$$\exp(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad (3)$$

Тогда можно представить:

$$\exp(x) = \frac{\exp(s \cdot T/2)}{\exp(-s \cdot T/2)} \approx \frac{1+s \cdot T/2}{1-s \cdot T/2} = \frac{2+s \cdot T}{2-s \cdot T} \quad (4)$$

Таким образом, билинейное преобразование позволяет осуществить переход из s плоскости в z-плоскость при помощи дробно-рациональной подстановки. Поскольку в числителе и знаменателе этой подстановки полиномы только первой степени, то при переходе от передаточной характеристики аналогового фильтра  $H(s)$  к цифровому фильтру с передаточной характеристикой  $H(z)$ , максимальная степень полиномов числителя и знаменателя не изменится, а значит не измениться и порядок фильтра.

**Список использованных источников:**

1. Бахурин С. Расчет передаточной характеристики БИХ фильтра на основе аналогового фильтра прототипа. Билинейное преобразование. URL: <http://www.dsplib.ru/content/filters/bilinear/bilinear.html>

UDC 628.336.42

## BILIARY Z-TRANSFORMATION METHOD

*Gotin N.A.<sup>1</sup>*

*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics<sup>1</sup>, Minsk, Republic of Belarus*

*Daneiko T.M. – Senior Lecturer of department of ICT*

**Annotation.** The essence of the bilinear z-transform is investigated. Its similarity with the form  $z=\exp(sT)$  has been established. It is determined that the bilinear transformation allows the transition from the original filter to the digital one.

**Keywords.** Digital filter, transfer characteristic, Taylor series, z-plane.