

УДК 621.39

## ОСОБЕННОСТИ ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ПО АЛГОРИТМУ КАЛМАНА

*Старовойтова Е.Е., Козека А.И.*

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники*

*г. Минск, Республика Беларусь*

*Данейко Т.М. – ст. преподаватель кафедры ИКТ*

Многие области науки, техники и электроники нуждаются в простых и эффективных алгоритмах фильтрации. Одним из самых популярных алгоритмов фильтрации является Фильтр Калман принцип которого состоит в том, что при фильтрации используется информация о физике самого явления.

Фильтр Калмана описывается моделью пространства состояний, динамика которого в момент времени  $n$  кодируется вектором состояния  $x_n$ . Модель состояния определяется как выход линейной динамической системы, на вход которой поступает белый шум:

$$x_{n+1} = Ax_n + \xi_n$$

где  $A$  – переходная матрица состояния размером  $(M \times M)$ ,  $\xi_n$  – белый шум с нулевым средним значением и корреляционной матрицей  $Q$ .

Состояние системы не наблюдается непосредственно, а через измерения, которые описываются уравнением:

$$y_n = Cx_n + v_n$$

где  $y_n$  – наблюдаемый вектор, значение которого зависит от матрицы измерений  $C$ , вектора состояний и  $v_n$  шума измерений, который представляет собой белый шум с нулевым средним значением и корреляционной матрицей  $R$ .

Начальное состояние  $x_0$ , шумы  $\xi$  и  $v$  предполагаются гауссовскими и взаимно некоррелированными.

Задача фильтра Калмана может быть сформулирована следующим образом. Заданы известные матрицы  $A$ ,  $C$ ,  $Q$ ,  $R$ , функция распределения вероятности (ФРВ) начального состояния  $p(x_0)$ , ряд наблюдений  $y_{1..n}$ .

Требуется получить оптимальную (по критерию минимума среднего квадрата) оценку состояния  $x_n$ .

Для решения задачи использованы функции распределения Гаусса и марковского процесса первого порядка:

$$p(x_0) = N(\hat{x}_0, P_0)|_{x_0}, p(x_n|x_{n-1}) = N(Ax_{n-1}, Q)|_{x_n}, p(y_n|x_{n-1}) = N(Cx_n, R)|_{y_n}$$

Напомним, что марковский процесс первого порядка определяется как процесс, в котором текущее состояние зависит только от предыдущего и текущее наблюдение зависит только от текущего состояния:

$$p(x_n|x_{0..n-1}, y_{1..n-1}) = p(x_n|x_{n-1}), p(y_n|x_{0..n-1}, y_{1..n-1}) = p(y_n|x_n)$$

Такое свойство позволяет получить рекурсивную зависимость для функции совместного распределения вероятностей:

$$p(x_{0..n}|y_{1..n}) = p(x_0) \prod_{i=1}^n p(x_i|x_{i-1}) \prod_{j=1}^n p(y_j|x_j)$$

и реализовать операции предсказания, фильтрации и сглаживания.

Функция условного распределения вероятностей  $p(x_n | y_{1...n-1})$  может быть определена рекурсивно за 2 шага (см. рисунок 1.1.)

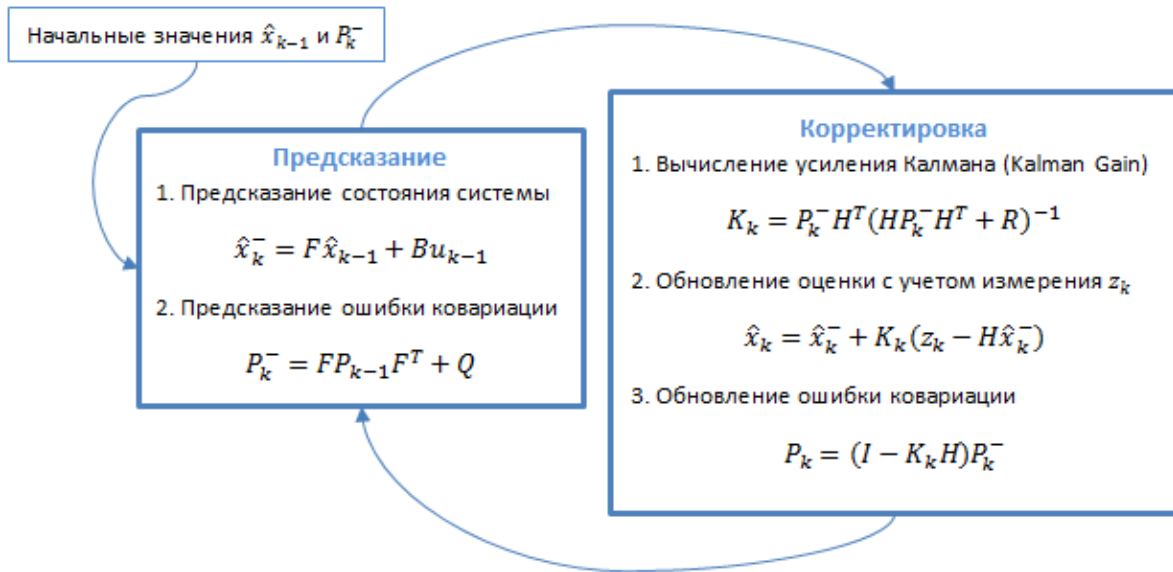


Рисунок 1.1 .– Алгоритм работы фильтра Калмана

Правило Байеса играет ключевую роль в фильтре Калмана, связывая Гауссовские переменные  $y_n$  линейной зависимостью с переменными  $x$

$$p(x, y) = p(y|x)p(x) = N(Ax, Q)|_y N(\mu, \Sigma)|_x = p(x|y)p(y) = N(m, S)|_x N(A\mu, A\Sigma + Q)|_y$$

Фильтр Калмана – один из самых популярный алгоритм фильтрации, используемый во многих областях науки и техники. Благодаря своей простоте и эффективности его можно встретить в GPS-приемниках, обработчиках показаний датчиков, при реализации систем управления и т.д.

#### Список использованных источников

1. Саломатин С.Б., Цифровые адаптивные методы защиты от помех, учеб.-метод. пособие С. Б. Саломатин, Д. Л. Ходыко. – Минск : БГУИР, 2007. – 84 с. : ил.
2. <http://www.cs.unc.edu/~welch/kalman/media/pdf/Kalman1960.pdf>.

UDC 621.39

## FEATURES OF DIGITAL FILTERING ACCORDING TO THE KALMAN ALGORITHM

*Starovoitova E.E., Kozeka A.I.*

*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics<sup>1</sup>, Minsk, Republic of Belarus*

*Daneiko T.M. – senior lecturer of department of ICT*

**Annotation.** In the class of FIR filters, it is possible to synthesize filters that have a given frequency response and a strictly linear and therefore constant group delay (GDT), i.e. the initial phases of all frequency components of the signal receive a shift proportional to the frequency, so their phase relationships are not violated.

**Keywords.** FIR filters, linear phase response, impulse response, group delay.