УДК 003.26

# ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ В ЗАДАЧАХ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

*Старовойтова Е.Е.*

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники*[1]

*г. Минск, Республика Беларусь*

*Данейко Т.М. – ст. преподаватель каф. ИКТ*

Теория вероятностей представляет собой раздел математики, изучающий случайные события, случайные величины, их свойства и операции над ними. Случайное событие есть любой факт в опыте со случайным исходом, который может произойти или не произойти. Случайный процесс в теории вероятностей — семейство случайных величин, индексированных некоторым параметром, чаще всего играющим роль времени или координаты. Случайными величинами называют величины, которые принимают в зависимости от случая те или иные значения с определенными вероятностями.

К случайным процессам относится большинство процессов, протекающих в радиотехнических устройствах.

На практике все сигналы, которые предназначены для передачи информации, носят случайный характер. Именно в случайности изменения сигналов заложена информация, которую необходимо передать получателю. Помимо этого, при передаче сигналов действуют помехи, которые также носят случайный характер.

Случайным сигналом называют функцию времени, значения которой заранее неизвестны и могут быть предсказаны лишь с некоторой вероятностью. К основным характеристикам случайных сигналов относятся: закон распределения (относительное время пребывания значения сигнала в определенном интервале), спектральное распределение мощности сигнала.

В задачах цифровой обработки сигналов случайные сигналы делятся на два класса: шумы (беспорядочные колебания, состоящие из набора разных частот и амплитуд), сигналы (несущие информацию, для обработки которых требуется прибегать к вероятностным методам).

С помощью случайных величин можно моделировать воздействие реальной среды на прохождение сигнала от источника к приёмнику данных. При прохождении сигнала через какое-то шумящее звено, к сигналу добавляется так называемый белый шум. Как правило, спектральная плотность такого шума равномерно распределена на всех частотах, а значения шума во временной области распределены нормально (Гауссовский закон распределения).

Функцией распределения случайной величины X называется вероятность того, что она примет значение меньшее, чем аргумент x функции F(x):

$$F(x) = p(X < x) \tag{1.1}$$

Примем во внимание, что сигнал распространяется во времени, и тогда, функция распределения примет следующий вид:

$$F(x,t) = p(X(t) < x) \tag{1.2}$$

Функция распределения любой дискретной случайной величины есть разрывная ступенчатая функция, скачки которой происходят в точках, соответствующих возможным значениям случайной величины, и равны вероятностям этих значений.

Зная, что плотность вероятности, есть производная функции вероятности, и характеризует плотность вероятности в окрестности точки x, можем записать:

$$f(x,t) = \frac{dF(x.t)}{dx} \tag{1.3}$$

Для изучения распределения случайных величин используют ряд числовых характеристик, самыми важными из которых являются математическое ожидание, имеющее смысл среднего значения, и дисперсия, характеризующая разброс значений случайной величины относительно ее математического ожидания.

$$m_X = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)dx \tag{1.4}$$

$$D_x = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_X)^2 f(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx - m_x^2 \tag{1.5}$$

где $x$ – значение случайной величины.

Для цифровой обработки сигналов данные характеристики являются необходимыми и обязательными для описания случайного сигнала, развивающегося во времени. Выражения (1.4) и (1.5) примут вид:

$$m_X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x,t)dx \tag{1.6}$$

$$\begin{aligned} D_x(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_X(t))^2 f(x,t)dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x,t)dx - m_x(t)^2 \end{aligned} \tag{1.7}$$

Следует отметить, что данные характеристики имеют различные формы записи исходя из типа случайной величины, а также данные параметры широко применяются в теории сигналов, т.к. математическими моделями случайных сигналов и помех являются случайные процессы. При достаточном знании случайных величин, хорошо описанная случайная функция поможет решить задачу нелинейной обработки цифровых сигналов.