



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2022-20-5-5-14>

Оригинальная статья  
Original paper

УДК 681.51.0.33

## ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АНАЛИЗ СРЫВА АВТОСОПРОВОЖДЕНИЯ ВИДЕОСИСТЕМОЙ МОБИЛЬНОГО РОБОТА

А.А. ЛОБАТЫЙ<sup>1</sup>, М.М. ТАТУР<sup>2</sup>, А.К. ИБРАГИМ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Белорусский национальный технический университет (г. Минск, Республика Беларусь)

<sup>2</sup>Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
(г. Минск, Республика Беларусь)

Поступила в редакцию 25 марта 2022

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2022

**Аннотация.** Статья посвящена разработке методики оценки вероятности срыва автосопровождения объекта видеосистемой мобильного робота под действием внешних факторов, обусловленных случайными колебаниями мобильной платформы. Математическая постановка задачи вероятностного анализа основана на представлении процессов, происходящих в системе, векторным стохастическим дифференциальным уравнением. Условием срыва автосопровождения считается выход отслеживаемого объекта из поля зрения видеосистемы и невозврат в него в течение заданного времени. Вероятность срыва автосопровождения зависит от динамических свойства системы слежения и описывается рекуррентной формулой, в которой учитывается вероятность нахождения объекта вне поля зрения и вероятность его невозврата. Методика расчета вероятности срыва включает в себя решение двух систем обыкновенных дифференциальных уравнений для вероятностных моментов. Одна система уравнений характеризует плотность вероятности распределения координат нахождения сопровождаемого объекта в открытой области пространства. Другая система уравнений характеризует изменение во времени плотности вероятности координат сопровождаемого объекта, находящегося за пределами поля зрения видеосистемы. Приведен упрощенный пример, который наглядно иллюстрирует эволюцию вероятностных характеристик исследуемой системы в пространстве и во времени.

**Ключевые слова:** мобильный робот, видеосистема, поле зрения, срыв автосопровождения, плотность вероятности.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Для цитирования.** Лобатый А.А., Татур М.М., Ибрагим А.К. Вероятностный анализ срыва автосопровождения видеосистемой мобильного робота. Доклады БГУИР. 2022; 20(5): 5-14.

## PROBABILISTIC ANALYSIS OF THE AUTO TRACKING FAILURE BY THE MOBILE ROBOT VIDEO SYSTEM

ALEXANDER A. LOBATY<sup>1</sup>, MIKHAIL M. TATUR<sup>2</sup>, ALI K. IBRAHIM<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)*

<sup>2</sup>*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (Minsk, Republic of Belarus)*

*Submitted 25 March 2022*

© Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2022

**Abstract.** The article is devoted to the development of a methodology for estimating the probability of an object auto tracking failure by the mobile robot video system under the influence of external factors caused by random vibrations of the mobile platform. The mathematical formulation of the probabilistic analysis problem is based on the processes representation occurring in the system by a vector stochastic differential equation. The condition for the auto tracking failure is the exit of the tracked object from the of the video system field of view and non- return to it within a specified time. The probability of auto-tracking failure depends on the dynamic tracking system properties and is described by a recurrent formula that accounts the probability of an object being out of the field of view and the probability of its non-return. The method of calculating the failure probability includes the solution of two ordinary differential equations systems for probabilistic moments. One system of equations characterizes the probability density of tracked object location coordinates distribution in an open area of space. Another system of equations characterizes the change in time of the probability density of the tracked object coordinates, which is outside the video system field of view. A simplified example is given that clearly illustrates the evolution of the system probabilistic characteristics under the study in space and time.

**Keywords:** mobile robot, video system, field of view, auto tracking failure, probability density.

**Conflict of interests.** The authors declare no conflict of interests.

**For citation.** Lobaty A.A., Tatur M.M., Ibrahim A.K. Probabilistic Analysis of the Auto Tracking Failure by the Mobile Robot Video System. Doklady BGUIR. 2022; 20(5): 5-14.

### Введение

Мобильные роботы представляют собой самодвижущиеся шасси с технологическим оборудованием, специализированным для применения в различных областях: от оказания бытовых услуг до ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций. Среди наземных мобильных роботов наиболее распространенными, в отличие от шагающих и ползающих, являются колесные роботы как наиболее надежные и простые в управлении. Ближайшая перспектива для их использования – сельское хозяйство (в качестве ключевых элементов системы «точного земледелия»). Такой мобильный робот должен автономно, без непосредственного участия человека (или с минимальным участием) перемещаться по заданному маршруту и выполнять заданные операции.

В настоящее время большинство систем навигации мобильных роботов сельскохозяйственного назначения (TOPCON, TRIMBLE и др.) используют в качестве технологии позиционирования систему GPS-RTK. Она позволяет обеспечить точность указания координат робота до нескольких сантиметров, что дает возможность проведения технологических операций по автоматической обработке почвы, уходу за растениями и сбору урожая. Такие технологии уже применяются на единичных образцах серийной автотракторной техники.

Например, 29 мая 2021 года в рамках празднования 75-летия Минского тракторного завода прошла презентация макетного образца беспилотного трактора «Беларус 3523i» (рис. 1). Машина разрабатывалась совместными усилиями инженеров Минского тракторного завода и специалистов Объединенного института машиностроения Национальной академии наук Беларуси. В ходе выполнения проекта создан программно-аппаратный комплекс удаленного

и автономного управления всеми системами трактора и технологическим оборудованием. Комплекс оснащен системой компьютерного зрения, на нем установлена система GPS-навигации и точного земледелия компании TOPCON, применена технология высокоскоростной передачи данных 5G. При этом роль радиолокационных и оптических датчиков сводится к обеспечению условий безопасности при эксплуатации мобильного робота.



Рис. 1. Макетный образец беспилотного трактора Беларусь 3523i  
Fig. 1. The sample of driverless tractor Belarus 3523i

Однако указанный способ позиционирования имеет объективные ограничения. Во-первых, RTK-сервис является платным и требует специального оборудования для его использования. Во-вторых, мобильный робот с глобальным позиционированием не является полностью автономным (имеют место случаи, когда GPS приемники не применимы или может быть отключена спутниковая связь). Поэтому является актуальной задача позиционирования наземного робота по визуальным ориентирам.

### Профессиональные видеосистемы для автотракторной техники

Широкое распространение получила система кругового обзора EasyFit от BOSCH (<https://vimeo.com/245699742>), которая представляет собой комплект из четырех камер, устанавливаемых по периметру специальной машины. Посредством электронного концентратора формируется синтетическая картина кругового обзора, которая отображается на экране и позволяет водителю оперативно реагировать на возникающие нештатные ситуации в ходе работы (рис. 2). Система в данном исполнении является аппаратным прообразом оптической платформы для опционального оснащения функциями обнаружения препятствий и автоматического реагирования на нештатные ситуации.



Рис. 2. Пример установки видеочамер системы кругового обзора EasyFit  
Fig. 2. Example of installation of the around overview videocameras EasyFit



Рис. 3. Внешний вид комплекта системы ADAS Mobileye  
Fig. 3. Appearance of the ADAS Mobileye system kit

Система Mobileye (Израиль, <https://www.mobile-eye.ru>.) представляет собой камеру с аппаратно-реализованной видеоаналитикой (рис. 3). Она предназначена для автоматического распознавания типичных ситуаций, таких как опасность столкновения с автомобилем, находящимся впереди, движущимся или припаркованным; случайный съезд с полосы движения; возможный наезд на пешехода или велосипедиста. Как и в большинстве случаев, доступна лишь коммерческая часть информации о данной системе. Технические подробности об углах обзора и вероятности пропуска обнаруживаемых угроз, а также о причинах возможных пропусков в открытом доступе не приводятся.

Известны успешные результаты НИОКР по встраиванию таких систем в более сложные информационные системы. В частности, система ADAS Mobileye 630 была применена в качестве компонента в бортовой информационно-аналитической системе (БИАС) в Объединенном институте машиностроения НАН Беларуси.

Возможны два основных варианта установки видеосистемы. В первом случае видеокамера устанавливается на мобильном роботе (для простоты анализа будем полагать, что камера не имеет гиросtabilизированной платформы и поворотного механизма). Слежение осуществляется только в рамках доступного угла обзора как по азимуту, так и по углу места, а ориентир находится в зоне видимости и поля зрения камеры. Во втором случае видеосистема находится вне мобильного робота, например, на краю поля, а робот сам является ориентиром. В данном случае предполагается, что видеоданные будут обработаны, сформированы команды управления и выданы на мобильный робот. В обоих случаях имеет место автоматическое слежение видеосистемой за заданным объектом.

Следует учитывать, что угловое поле автосопровождения (поле зрения) видеосистемы существенно меньше ширины обзора и составляет для систем точного слежения всего несколько угловых градусов. Выход объекта (ориентира) под действием случайных факторов из поля зрения приводит к срыву процесса автосопровождения и требует перевода всей системы в режим поиска ориентира. Для видеосистемы мобильного робота случайными воздействиями являются вибрации робота, вызванные неровностями поверхности, по которой он перемещается, а также вибрациями работающего двигателя внутреннего сгорания [1]. Также на срыв сопровождения могут влиять частота вибрации, дальность до объекта, размер объекта, видимость объекта и т. п.

Для того чтобы сделать научно обоснованный выбор варианта оптической системы навигации как альтернативы GPS, требуется характеризовать факторы, влияющие на сопровождение видеосистемой заданного объекта, а также дать вероятностную оценку срыва сопровождения.

### Математическая постановка задачи

Система видеонаблюдения (технического зрения) мобильного робота, как и любая техническая система автоматического управления, в общем случае может быть представлена математической моделью в пространстве состояний в виде векторно-матричного стохастического уравнения в форме Ланжевена или в форме Ито [2, 3]. При этом неопределенности системы, представленные случайными процессами с заданными характеристиками, описываются с помощью формирующих фильтров, представляющих собой математические модели прохождения белого шума через соответствующее звено (элемент с заданными характеристиками). Таким образом, в результате расширения вектора состояния математическую модель видеосистемы можно представить в виде векторно-матричного уравнения

$$\dot{X}(t) = D(t)\varphi(X, t) + W(X, t)U(t) + H(X, t)\xi(t), X(t_0) = X_0, \quad (1)$$

где  $X(t)$  – в общем случае  $n$ -мерный случайный вектор (матрица-столбец);  $D(t)$  – матрица порядка  $n \times n$  детерминированных параметров с компонентами  $d_{kr}$ ;  $\varphi(X, t)$  – векторная;  $W(X, t)$ ,  $H(X, t)$  – матричные нелинейные функции;  $U(t)$  –  $r$ -мерная ( $r < n$ ) векторная функция управления;  $\xi(t)$  –  $n$ -мерный вектор центрированного гауссова белого шума с положительно-определенной матрицей интенсивностей  $G(t)$  и матрицей корреляционных функций  $K_\xi(t, t') = G(t)\delta(t - t')$ ,  $\delta(t)$  – дельта-функция Дирака. Заметим, что каждая в отдельности

компонента процесса  $X(t)$  не является марковским процессом, что в свое время было доказано американским математиком Дж. Дубом.

Математическая модель процессов, происходящих в системе, представленная стохастическим уравнением вида (1), позволяет исследовать и оценивать различные свойства и параметры системы, в том числе решать некоторые задачи вероятностного анализа. Однако при проведении математического моделирования случайных процессов, описываемых моделью (1), с помощью компьютерных программных пакетов на практике может возникнуть проблема получения некоррелированной последовательности случайных чисел. Известные наиболее распространенные компьютерные программы моделирования случайных процессов основаны на использовании рекуррентных формул получения последовательности «псевдослучайных» чисел и могут использоваться для приближенного решения лишь узкого круга задач имитационного моделирования процессов и систем, что усложняет процесс решения задач вероятностного анализа и получения результатов, адекватных реальным условиям. Это относится и к задачам вероятностного исследования граничных режимов работы системы.

В то же время вероятностные свойства системы полностью характеризуются уравнением для многомерной плотности вероятности  $f(X,t)$  случайного процесса  $X(t)$ . Это известное уравнение в частых производных параболического типа, описывающее изменение  $f(X,t)$  в пространстве и во времени, называется уравнением Фоккера – Планка – Колмогорова (в западных источниках – уравнение Фоккера – Планка). В общем случае в векторно-матричной форме оно имеет вид [2]:

$$\frac{\partial f(X,t)}{\partial t} = -\text{div}\pi(X,t), \quad f(X,t_0) = f_0(X_0), \quad (2)$$

где  $\pi(X,t)$  – вектор плотности потока вероятности вида

$$\pi(X,t) = A(X,t)f(X,t) - \frac{1}{2}[\nabla_x^T B(X,t)f(X,t)]. \quad (3)$$

$\nabla_x$  – векторный оператор дифференцирования (оператор градиента), который имеет вид  $\nabla_x^T = [\partial/\partial x_1, \dots, \partial/\partial x_n]$ ,  $n$  – размерность системы.

$$\text{div}\pi(X,t) = \sum_{k=1}^{ni} \frac{\partial}{\partial x_k} \pi_k(X,t). \quad (4)$$

Как видно из уравнения (2), оно полностью определяется своими локальными характеристиками – вектором сноса (иногда называют вектором переноса)  $A(X,t)$  и матрицей диффузии  $B(X,t)$ .

Получить точное решение уравнения (2) для многомерных систем практически невозможно, однако в этом нет необходимости. Уравнение (2) является основой для решения ряда задач анализа и синтеза стохастических систем.

Задача вероятностного анализа нахождения процесса  $X(t)$  в заданной области представляет собой либо задачу срыва автосопровождения, либо задачу захвата принимаемого сигнала для последующего слежения за ним. Для решения таких задач вводится в рассмотрение обобщенное уравнение Фоккера – Планка – Колмогорова для непоглощенных реализаций плотности вероятности  $f^{(1)}(X,t)$ , учитывающее поглощение реализаций процесса  $X(t)$  на границе  $U_X$  (границах) заданной области (гиперповерхности) [4].

$$\frac{\partial f^{(1)}(X,t)}{\partial t} = -\text{div}\pi^{(1)}(X,t) - \beta(X,t), \quad f^{(1)}(X,t_0) = f_0^{(1)}(X_0), \quad (5)$$

где  $\pi_i^{(1)}(X_i,t)$  – вектор плотности потока вероятности вида

$$\pi^{(1)}(X,t) = A(X,t)f^{(1)}(X,t) - \frac{1}{2}[\nabla_x^T B(X,t)f^{(1)}(X,t)], \quad (6)$$

$\beta(X,t)$ , – функция поглощения реализаций процесса  $X(t)$ .

Решение задачи определения функции поглощения  $\beta(X,t)$  основано на том, что плотность

вероятности непоглощенных реализаций процесса  $X(t)$  на границе области  $U_X$  считается равной нулю. Исходя из этого, при рассмотрении векторного процесса  $X(t)$  граничные условия формируются только для тех компонент  $X(t)$ , которые определяют границы области автосопровождения. Например, для видеосистемы это могут быть границы углового поля зрения.

Задача вероятностной оценки выхода процесса  $X(t)$  из заданной области  $U_X$  в ряде случаев сводится к анализу интенсивности  $\lambda_c(t)$  выбросов (одностороннего пересечения границ области  $U_X$ ) процесса  $X(t)$  за заданную границу  $C$  области  $U_X$ . В работе [5] получено выражение для определения интенсивности выбросов процесса, описываемого уравнением (1):

$$\lambda_c(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\dot{X}}{\sqrt{D_x D_{\dot{x}}(1-r^2)}} \exp\left(-\frac{1}{2(1-r^2)} \left[ \frac{(X-m_x)^2}{D_x} - \frac{2r(X-m_x)(\dot{X}-m_{\dot{x}})}{\sqrt{D_x D_{\dot{x}}}} + \frac{(\dot{X}-m_{\dot{x}})^2}{D_{\dot{x}}} \right]\right) d\dot{X}, \quad (7)$$

в котором  $m_x = m_x(t)$ ,  $m_{\dot{x}} = m_{\dot{x}}(t)$  – математические ожидания,  $D_x = D_x(t)$ ,  $D_{\dot{x}} = D_{\dot{x}}(t)$  – дисперсии  $X(t)$  и  $\dot{X}(t) = \frac{dX(t)}{dt}$ ,  $r = r(t)$  – коэффициент корреляции процессов  $X(t)$  и  $\dot{X}(t)$  соответственно. Однако такой подход не учитывает инерционность системы слежения (динамические свойства видеосистемы мобильного робота).

### Определение вероятности срыва автосопровождения

Границы поля зрения видеосистемы мобильного робота можно представить в виде прямоугольника (рис. 4), внутри которого случайным образом перемещается изображение цели (объекта наблюдения). При этом характер перемещения объекта в вертикальной и горизонтальной плоскости имеет разные характеристики, так как обусловлен различными причинами. С учетом того, что случайные внешние воздействия оказывают основное влияние в вертикальной плоскости [1], то, как правило, при решении практических задач горизонтальными случайными перемещениями системы видеонаблюдения можно пренебречь. Плотность вероятности распределения координаты объекта слежения  $y(t)$  в пределах границ  $[\alpha \beta]$  области  $U_X$  в этом случае представлена на рис. 5.

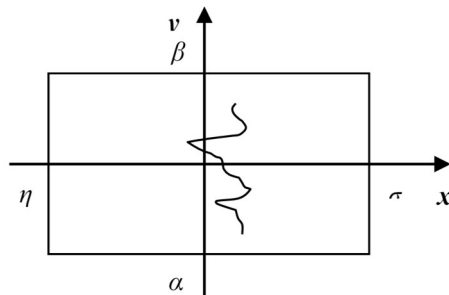


Рис. 4. Поле зрения системы видеонаблюдения  
Fig. 4. Field of view of videosystem

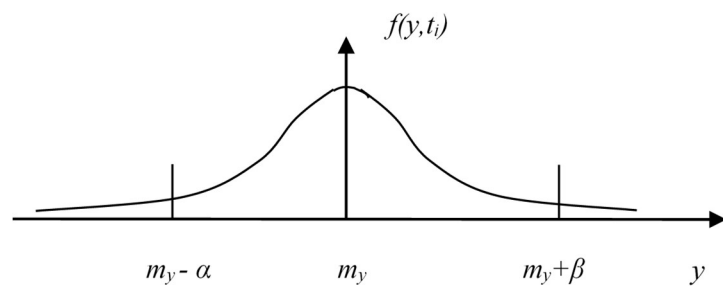


Рис. 5. Плотность вероятности распределения координаты  $y(t)$   
Fig. 5. Probability density of  $y(t)$  coordinate distribution

Задачи вероятностного анализа систем слежения решаются в ряде работ исходя из условия рассмотрения вероятности первого достижения соответствующей фазовой координатой (фазовыми координатами) границ срыва слежения (области работоспособности). В реальных системах срыв слежения не может произойти мгновенно. Инерционность перехода системы из одного состояния в другое может быть приближенно охарактеризована минимальным интервалом времени  $\tau_c$  пребывания соответствующей переменной за пределами границ области работоспособности системы, необходимым для перехода ее в другое (неработоспособное) состояние.

Учет инерционности системы при вероятностном анализе смены режима ее работы позволяет более полно учесть реальные физические свойства. В работе [6] на основе рассмотрения обобщенного уравнения Фоккера – Планка – Колмогорова (5) впервые был предложен метод вероятностного анализа срыва автосопровождения, учитывающий инерционность системы слежения.

Рассмотрим математическую модель системы видеонаблюдения, описываемую уравнениями (1)–(6). Учитывая, что срыв автосопровождения происходит при условии выхода переменной  $y(t)$  из области  $U_X$  и невозвращения ее в эту область в течение заданного времени  $\tau_c$ , формула для определения вероятности срыва слежения  $P_c$  получается разбиением заданного времени функционирования системы  $t_k - t_0$  на  $k = (t_k - t_0)/\tau_c$  интервалов. При этом рассматривается последовательность интервалов  $\tau_c = t_{i+1} - t_i$  ( $i = 0, 1, \dots, k-1$ ) и для каждого момента времени  $t_i$  и интервала  $\tau_c$  определяется вероятность срыва по известной методике [6].

Так как срывы слежения на каждой из границ области  $U_X = [\alpha \beta]$  являются событиями несовместными, то вероятность срыва слежения за объектом на каждом временном интервале  $\tau_c$  определяется по формуле

$$P_c(t_{i+1} - t_i) = P_1(t_i)P_2(t_i + \tau_c | y(t_i) \notin U_X), \quad (8)$$

где  $P_1(t_i)$  – вероятность нахождения  $y(t)$  вне области  $U_X$  в момент времени  $t_i$ .

$$P_1(t_i) = 1 - \int_{U_X} f(y, t_i) dy. \quad (9)$$

Здесь  $f(y, t_i)$  – плотность вероятности распределения случайного процесса  $y(t)$  в открытой области без ограничений.  $P_2(t_i + \tau_c | y(t_i) \notin U_X)$  – вероятность невозвращения  $y(t)$  в область  $U_X$  (недостижения процессом  $y(t)$  границ области  $U_X$ ) за время  $\tau_c$  при условии нахождения  $y(t)$  в момент времени  $t_i$  вне области  $U_X$ . Для определения вероятности  $P_2$  целесообразно воспользоваться методикой, основанной на рассмотрении плотности вероятности  $f^{(1)}(y, t)$  непоглощенных реализаций процесса  $y(t)$ , которая описывается выражением (5).

При времени функционирования системы  $t_k - t_0 > \tau_c$  следует рассматривать  $r$  временных интервалов, на каждом из которых события срыва слежения являются независимыми, а вероятность их определяется формулой (8). В этом случае вероятность срыва  $P_c(t_r)$  к моменту времени  $t_r$  в общем случае определяется по формуле [6]

$$P_c(t_r) = 1 - \prod_{i=1}^r \{1 - [\sum_{j=1}^2 \{P_1^{(j)}(t_i)P_2^{(j)}(t_i + \tau_c | y(t_i) \notin U_y)\}]\}. \quad (10)$$

Здесь  $j$  – номер поглощающей границы процесса  $y(t)$  (поля зрения видеосистемы).

В соответствии с формулой (10) вероятность  $P_c(t_r)$  является дискретной неубывающей функцией моментов времени  $t_r$ . Определение значений  $P_c(t)$  в моменты времени, несовпадающие с  $t_r$ , производится путем интерполяции (экстраполяции) значений  $P_c(t_r)$ .

Для приближенного вычисления  $f(X, t)$  и  $f^{(1)}(y, t)$  используется гауссова и усеченная гауссова аппроксимация функций  $f(y, t)$  и  $f^{(1)}(y, t)$  с решением соответствующих дифференциальных уравнений для математических ожиданий и дисперсий.

В качестве простейшего примера рассмотрим одномерную систему, описываемую уравнением

$$\dot{y}(t) = Ay + \xi(t), \quad y(t_0) = y_0, \quad (11)$$

где  $A$  – коэффициент,  $\xi$  – белый шум интенсивности  $B$ . Область  $U_X$  определим следующим образом:  $\alpha \leq y \leq \beta$  (рис. 5).

Плотность вероятности распределения координаты  $y(t)$  при гауссовом начальном условии также гауссова  $f(y, t)$  с параметрами  $m_y(t)$ ,  $D_y(t)$ . Тогда вероятность  $P_1(t_i)$  в соответствии с (9) будет найдена по формуле

$$P_1(t_i) = 1 - \Phi \left[ \frac{\beta - m_y(t_i)}{\sqrt{D_y(t_i)}} \right] + \Phi \left[ \frac{\alpha - m_y(t_i)}{\sqrt{D_y(t_i)}} \right], \quad (12)$$

где  $\Phi(\dots)$  – функция Лапласа, а  $m_y(t)$  и  $D_y(t)$  определяются из уравнений:



$$\dot{m}_y = Am_y, \quad m_y(t_0) = m_{y0}, \quad (13)$$

$$\dot{D}_y = 2AD_y + B, \quad D_y(t_0) = D_{y0}. \quad (14)$$

Для определения  $P_2(t)$  в соответствии с методикой, изложенной в [4], получаем уравнение

$$\dot{P}_2 = [-\pi^{(1)}(\beta, t) - \pi^{(1)}(\alpha, t)]P_2, \quad P_2(t_i) = 1, \quad (15)$$

$$\text{где } \pi^{(1)}(y, t) = Af^{(1)}(y, t) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} [Bf^{(1)}(y, t)]. \quad (16)$$

Плотность вероятности  $f^{(1)}(y, t)$  в соответствии с допущением об усеченной гауссовой аппроксимации представим в виде

$$f^{(1)}(y, t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi D'_y}} \exp\left[-\frac{(y - m'_y)^2}{2D'_y}\right], & y < \alpha, y > \beta, \\ 0, & \alpha \leq y \leq \beta. \end{cases} \quad (17)$$

Уравнения для вероятностных моментов  $m'_y(t)$  и  $D'_y(t)$  при этом имеют следующий вид:

$$\dot{m}'_y = Am'_y - \beta\pi^{(1)}(\beta, t) - \alpha\pi^{(1)}(\alpha, t) - \frac{\dot{P}_2}{P_2} m'_y, \quad m'_y(t_i) = m_y(t_i), \quad (18)$$

$$\dot{D}'_y = 2AD'_y + B - (\beta - m'_y)^2 \pi^{(1)}(\beta, t) - (\alpha - m'_y)^2 \pi^{(1)}(\alpha, t) - \frac{\dot{P}_2}{P_2} D'_y, \quad D'_y(t_i) = D'_y(t_i). \quad (19)$$

Производную  $\partial f^{(1)}(y, t) / \partial y$  на границах  $\alpha$  и  $\beta$  для упрощения решения задачи приближенно вычисляем следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial y} [f^{(1)}(f, t)]_{y=\alpha} = -\frac{\partial}{\partial y} [f^{(1)}(f, t)]_{y=\beta} = \frac{f^{(1)}(\alpha - \Delta y, t)}{\Delta y}, \quad (20)$$

где  $\Delta y$  – малое приращение координаты  $y$ .

Результаты математического моделирования данного примера, выполненные в среде Mathcad, представлены на рис. 6, 7. На рис. 6 приведены графики изменения во времени вероятностей  $P_1(t) = P1_k$  и  $P_2(t) = P2i_k$  на  $i$ -х временных интервалах ( $i = \overline{1, 5}$ ). На рис. 7 приведены результаты вычисления  $P_c(t_r) = P_c(t)$  в соответствующих точках, соединенных интерполяционной кривой. Расчеты были выполнены при следующих условиях:  $A = -3, B = 2, t_0 = 0, t_k = 1 \text{ с}, \beta = -\alpha = 0,5$ .

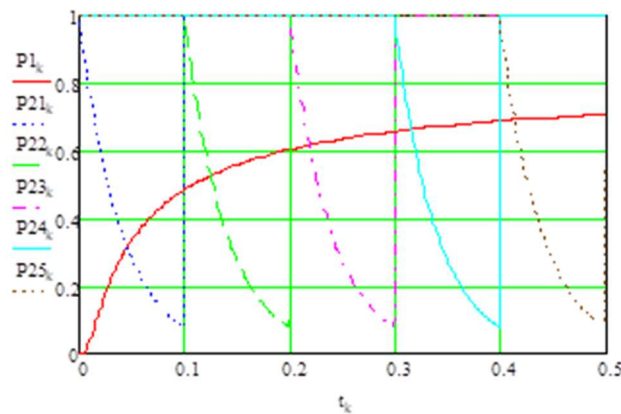


Рис. 6. Графики изменения вероятностей  $P_1(t)$  и  $P_2(t)$   
Fig. 6.  $P_1(t)$  and probability plots

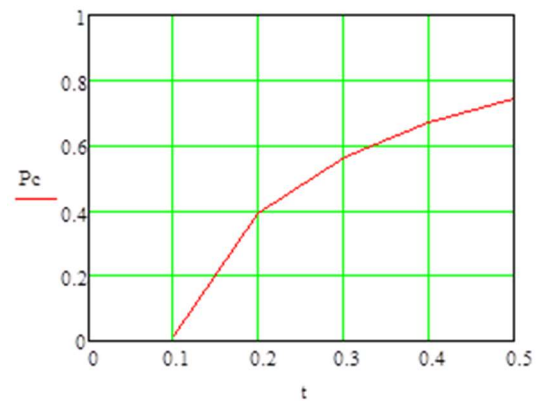


Рис. 7. График изменения вероятности  $P_c(t)$   
Fig. 7.  $P_c(t)$  probability plot



Результаты математического моделирования дают качественную иллюстрацию характера изменения вероятностных характеристик процесса срыва слежения видеосистемой за объектом. При рассмотрении задачи для случая, когда координата объекта, за которым следит видеосистема, является двумерной, а шум  $\xi(t)$  – не белый, необходимо расширить вектор состояния. При этом увеличится количество уравнений для вероятностных моментов, характеризующих плотности вероятности  $f(y,t)$  и  $f^{(1)}(y,t)$ .

### Заключение

Приведенная выше методика позволяет приближенно решать ряд практических задач вероятностного анализа срыва слежения с учетом динамических свойств системы. При этом точность полученного решения тем выше, чем меньше  $\tau_c$  по сравнению со временем работы системы. Данный подход дает возможность на стадии предварительного проектирования системы слежения оценить эффективность системы и сформулировать общие требования к ее характеристикам.

Заметим, что при выборе метода вероятностного анализа системы слежения следует учитывать тот факт, что чем на более поздней стадии принимаются различные допущения, тем выше достоверность полученных результатов. В нашем случае применение метода имитационного моделирования на основе решения системы стохастических уравнений (1) сразу подразумевает допущение о применении датчиков псевдослучайных чисел для моделирования случайных процессов. При решении же задачи вероятностного анализа на основе рассмотрения обобщенного уравнения Фоккера – Планка – Колмогорова допущения о линейности (линеаризации) системы и дифференцируемости компонент процесса  $X(t)$ , определяющих условия срыва слежения, принимаются на более позднем этапе исследования, что может повысить достоверность полученных результатов. В идеале имеет смысл применять оба подхода, которые дополняют друг друга, так как ни одна математическая модель не может абсолютно точно и достоверно представить процессы, происходящие в сложной технической системе.

### Список литературы

1. Гурский Н.Н., Фурунжиев Р.И. *Моделирование и оптимизация колебаний многоопорных машин*. Минск: БНТУ; 2008.
2. Пугачев В.С., Синицын И.Н. *Теория стохастических систем*. Москва: Логос; 2004.
3. Пупков К.А., Егупов Н.Д. *Методы классической и современной теории автоматического управления*. Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана; 2004.
4. Казаков И.Е., Артемьев В.М., Бухалев В.А. *Анализ систем случайной структуры*. Москва: Наука; 1993.
5. Лобатый А.А., Саид Ж.М. Аналитическое моделирование граничных режимов работы стохастической системы. *Доклады БГУИР*. 2009;4(42):17-23.
6. Лобатый А.А. Вероятностный анализ срыва управления в инерционной автоматической системе. *Изв. АН СССР. Техническая кибернетика*. 1989(4):116-119.

### References

1. Gursky N.N., Furunjiev R.I. [*Modeling and optimization of vibrations of multi-bearing machines*]. Minsk: BNTU; 2008. (In Russ.)
2. Pugachev V.S., Sinitsyn I.N. [*Theory of stochastic systems*]. Moscow: Logos; 2004. (In Russ.)
3. Pupkov K.A., Yegupov N.D. [*Methods of classical and modern theory of automatic control*]. Moscow: MSTU im. N.E. Bauman; 2004. (In Russ.)
4. Kazakov I. E., Artemiev V.M., Bukhalev V.A. [*Analysis of systems of random structure*]. Moscow: Science; 1993. (In Russ.)
5. Lobaty A.A., Said Zh.M Analytical modeling of boundary modes of operation of a stochastic system]. *Doklady BGUIR= Doklady BGUIR*. 2009;4(42):17-23. (In Russ.)
6. Lobaty A.A. [Probabilistic analysis of control failure in an inertial automatic system]. *Izv. USSR Academy of Sciences. Technical Cybernetics*. 1989;4:116-119. (In Russ.)

### Вклад авторов

Лобатый А.А. разработал расчетную методику вероятностного анализа системы автосопровождения.

Татур М.М. обосновал постановку задачи вероятностного анализа видеосистемы мобильного робота.

Ибрагим А.К. выполнил расчеты для примера по определению вероятности срыва автосопровождения, а также принимал участие в интерпретации результатов.

### Authors' contribution

Lobaty A.A. developed a calculation methodology for probabilistic analysis of the auto tracking system.

Tatur M.M. substantiated the formulation of the problem of probabilistic analysis of the video system of a mobile robot.

Ibrahim A.K. performed calculations for an example to determine the probability of auto tracking failure, and also he took part in the interpretation of the results.

### Сведения об авторах

**Лобатый А. А.**, д.т.н., профессор, профессор Белорусского национального технического университета.

**Татур М. М.**, д.т.н., профессор, профессор Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

**Ибрагим А. К.**, аспирант Белорусского национального технического университета.

### Information about the authors

**Lobaty A. A.**, Dr. of Sci., Professor, Professor of Belarusian National Technical University.

**Tatur M. M.**, Dr. of Sci., Professor, Professor at the Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics.

**Ibrahim A. K.**, Postgraduate at Belarusian National Technical University.

### Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,  
г. Минск, пр. Независимости, 65,  
Белорусский национальный технический университет;  
тел. +375-29-346-82-56;  
e-mail: lobaty@tut.by  
Лобатый Александр Александрович

### Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,  
Minsk, Nezavisimosti Ave., 65,  
Belarussian National Technical  
University;  
tel. +375-29-346-82-56;  
e-mail: lobaty@tut.by  
Lobaty Alexander Alexandrovich