

П. Ю. Бранцевич

**ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА
ВИБРАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ**

МИНСК
«БЕСТПРИНТ»
2022

Бранцевич, П. Ю. Цифровая обработка вибрационных сигналов / П. Ю. Бранцевич. – Минск : Бестпринт, 2022. – 297 с. : ил., ISBN 978-985-7267-18-7.

Объектом исследования монографии являются алгоритмы и программные средства цифровой обработки сигналов компьютерных систем и комплексов вибрационного контроля, мониторинга, автоматики защиты, оценки технического состояния сложных механизмов с вращательным движением. Представлены разнообразные алгоритмы цифровой обработки вибрационных сигналов, учитывающие их физические особенности, предложены модели таких сигналов. Проведен анализ погрешностей при вычислении параметров вибраций. Рассмотрены примеры алгоритмической и программной реализации типовых способов цифровой обработки сигналов. Показан вариант реализации алгоритма БПФ с использованием математического сопроцессора компьютеров Intel архитектуры, который позволяет значительно уменьшить время его выполнения. Представлен пример методики анализа вибрационных сигналов при исследовании аварийно-опасной ситуации агрегата роторного типа.

Издание предназначено для научных и инженерно-технических работников, занимающихся проектированием и эксплуатацией систем, основанных на алгоритмах цифровой обработки сигналов, а также студентов, магистрантов и аспирантов соответствующих специальностей.

Табл. 9. Ил. 162. Библиогр: 89 назв.

Рекомендовано Научно-техническим советом НИЧ БГУИР
(протокол № 3 от 26.04.2022 г.);
Кафедрой программного обеспечения информационных технологий БГУИР
(протокол № 13 от 17.03.2022 г.)

Р е ц е н з е н т ы :

Азаров И.С. – доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой
электронных вычислительных средств БГУИР;

Краснопрошин В.В. – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой
информационных систем управления БГУ

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|------------|
| Определения и сокращения | 5 |
| Введение | 10 |
| | |
| Глава 1. Методологические аспекты определения амплитудных и фазовых параметров вибрации механизмов с вращательным движением | 19 |
| 1.1. Основные понятия | 19 |
| 1.2. Амплитудные и фазовые параметры вибрации..... | 28 |
| 1.3. Модель вибрационного процесса и алгоритма определения его параметров при нестационарном режиме работы турбоагрегата | 41 |
| 1.4. Анализ погрешностей при вычислении фазовых параметров вибраций | 46 |
| | |
| Глава 2. Обработка вибрационных сигналов с использованием спектрального анализа и цифровой фильтрации..... | 58 |
| 2.1. Применение преобразования Фурье при обработке сигналов | 58 |
| 2.2. Спектр вещественных сигналов и переход к комплексному представлению | |
| 2.3. Алгоритм быстрого преобразования Фурье, программная реализация и оценка трудоемкости | 67 |
| 2.4. Особенности спектрального анализа вибрационных сигналов, отражающих вибрационное состояние механизмов роторного типа | 79 |
| 2.5. Алгоритм построения полосового спектра | 85 |
| 2.6. Разделение вибрационного сигнала на компоненты | 87 |
| 2.7. Определение амплитудно-фазовых параметров нестационарных вибрационных сигналов | 90 |
| 2.8. Обработка вибрационных сигналов с изменяющейся основной частотой | 97 |
| 2.9. Локализация ударных воздействий по уровню шумоподобной составляющей | 102 |
| 2.10. Вычисление огибающей сигнала | 107 |
| 2.11. Модели вибрационных сигналов | 110 |
| 2.12. Цифровая фильтрация вибрационных сигналов | 117 |
| 2.13. Алгоритм цифровой фильтрации на основе дискретного преобразования Фурье | 129 |
| 2.14. Выделение квазипериодической составляющей с помощью нерекурсивных полосовых фильтров | 132 |
| 2.15. Кепстральный анализ вибрационных сигналов | 136 |
| 2.16. Удаление низкочастотного дрейфа вибрационного сигнала | 138 |
| | |
| Глава 3. Исследование свойств вибрационных сигналов | 145 |
| 3.1. Применение вейвлетов для исследования вибросигналов | 145 |
| 3.2. Преобразование Гильберта-Хуанга при исследовании вибросигналов .. | 174 |
| 3.3. Построение траекторий движения подшипниковых опор турбоагрегата | 183 |
| 3.4. Усреднение вибрационного сигнала во временной области | 188 |

| | |
|---|------------|
| Глава 4. Анализ вибрационных сигналов, получаемых при динамических испытаниях зданий и сооружений | 191 |
| 4.1. Решаемая проблема | 191 |
| 4.2. Исследуемые сигналы | 192 |
| 4.3. Математическая модель для определения собственных частот конструкции | 193 |
| 4.4. Несущая способность конструкции | 196 |
| 4.5. Алгоритм определения частоты собственных колебаний и амплитуды соответствующих колебаний по амплитудному спектру | 198 |
| 4.6. Алгоритм определения логарифмического декремента затухания колебаний по временной реализации | 199 |
| 4.7. Алгоритм определения параметров собственных колебаний по вибрационному сигналу | 200 |
| 4.8. Алгоритм автоматического определения параметров собственных колебаний по вибрационному сигналу | 204 |
| 4.9. Пример экспериментального исследования по определению собственных частот конструкций | 208 |
| | |
| Глава 5. Пример методики анализа изменения вибрационного состояния технического объекта | 213 |
| | |
| Заключение | 236 |
| | |
| Литература | 237 |
| | |
| Приложения | 245 |

ОПРЕДЕЛЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

В монографии применяются следующие термины, с соответствующими определениями, и сокращения. Они сформулированы с учетом:

- ГОСТ 24346-80. Вибрация. Термины и определения;
- ГОСТ 20911-89. Техническая диагностика. Термины и определения;
- ГОСТ 16263-70. Метрология. Термины и определения;
- ГОСТ 19.781-90. Обеспечение систем обработки информации программное. Термины и определения;
- ГОСТ 30848-2003. Диагностирование машин по рабочим характеристикам. Общие положения;
- ГОСТ Р ИСО 2041-2012. Вибрация, удар и контроль технического состояния. Термины и определения;

Вибрация – движение точки или механической системы, при котором происходят колебания характеризующих его скалярных величин.

Вибрация – изменение во времени значения величины, описывающей движение или положение механической системы, если это значение попеременно меняется в большую и меньшую сторону от некоторого среднего или исходного значения.

Виброперемещение – составляющая перемещения, описывающая вибрацию.

Виброперемещение – векторная величина, определяющая изменение положения тела или частицы, по отношению к системе отсчёта.

Виброскорость – производная виброперемещения по времени.

Виброскорость – векторная величина, определяющая производную виброперемещения по времени.

Виброускорение – производная виброскорости по времени.

Виброускорение – векторная величина, определяющая производную виброскорости по времени.

Преобразователь – устройство, предназначенное для восприятия энергии от одной системы и передачи энергии к другой системе того же, либо другого типа таким образом, что требуемые энергетические характеристики на входе, проявляются на выходе.

Вибропреобразователь – устройство, предназначенное для преобразования одного из параметров линейной вибрации в пропорциональный электрический сигнал.

Параметры линейной вибрации – виброускорение, виброскорость, виброперемещение, частота и фаза колебаний.

Среднее квадратическое значение виброскорости – корень квадратный из среднего значения квадратов значений виброскорости, взятых во временном интервале.

Период – наименьшее приращение независимой переменной периодической величины, через которое функция повторяет саму себя.

Рабочий диапазон – область значений измеряемого параметра вибрации, для которой нормированы погрешности измерения.

Рабочий диапазон частот – область значений частот, в которой погрешность средства измерений не превышает регламентированных значений.

Измерительно-вычислительный комплекс – функционально объединенная совокупность средств измерений, ЭВМ и вспомогательных устройств, предназначенная для выполнения в составе измерительной информационной системы конкретной измерительной задачи.

Спектр колебаний – совокупность соответствующих гармоническим составляющим значений величины, характеризующей колебания (вибрацию), в которой указанные значения располагаются в порядке возрастания частот гармонических составляющих.

Параметры состояний – количественные характеристики свойств объекта, определяющие его работоспособность, заданные в технической документации на изготовление, эксплуатацию и ремонт.

Надежность – свойство объекта сохранять во времени способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования.

Исправное состояние (исправность) – состояние объекта, в котором он соответствует всем требованиям, установленным в документации на него.

Неисправное состояние (неисправность) – состояние объекта, в котором он не соответствует хотя бы одному из требований, установленных в документации на него.

Работоспособное состояние – состояние объекта, в котором он способен выполнять требуемые функции.

Неработоспособное состояние – состояние объекта, в котором он не способен выполнять хотя бы одну требуемую функцию по причинам, зависящим от него или из-за профилактического технического обслуживания. Объект может быть способен выполнять одни функции и одновременно не способен выполнять другие, в этом случае он находится в частично работоспособном состоянии.

Дефект – изменение состояния объекта в процессе его изготовления, эксплуатации или ремонта, которое потенциально может привести к уменьшению степени его работоспособности.

Дефект – каждое отдельное несоответствие объекта требованиям, установленным документацией.

Повреждение – событие, заключающееся в нарушении исправного состояния объекта при сохранении работоспособного состояния.

Техническое состояние – состояние, которое характеризуется в определенный момент времени, при определенных условиях внешней среды, значениями параметров, установленных технической документацией на объект.

Техническое состояние – состояние объекта, характеризуемое совокупностью установленных в документации параметров, описывающих его способность выполнять требуемые функции в рассматриваемых условиях.

Работоспособный объект – объект, который может выполнять возложенные на него функции.

Зарождающийся дефект – потенциально опасное изменение состояния объекта в процессе его эксплуатации, при котором значение информативного параметра (или параметров) не вышло за пределы допусков, задаваемых в технической документации.

Неисправность – изменение состояния объекта, приводящее к уменьшению степени его работоспособности.

Отказ – изменение состояния объекта, исключающее возможность продолжения его функционирования.

Отказ – событие, заключающееся в нарушении работоспособного состояния объекта.

Сбой – самоустраняющийся отказ или однократный отказ, устраняемый незначительным вмешательством оператора.

Диагностика (диагностирование) – процесс определения состояния объекта.

Объект технического диагностирования – изделие и (или) его составные части, подлежащие диагностированию.

Техническая диагностика – область знаний, охватывающая теорию, методы и средства определения технического состояния объектов.

Тестовая диагностика – процесс определения состояния объекта по его реакции на внешнее воздействие определенного типа.

Функциональная (рабочая) диагностика – процесс определения состояния объекта без нарушения режима его функционирования.

Диагностические показатели – значения параметров или характеристик объекта, совокупность которых определяет состояние объекта.

Диагностический признак – свойство объекта, качественно отражающее его состояние, в том числе и появление различных видов дефектов.

Диагностический сигнал – контролируемая характеристика объекта, используемая для выявления диагностических признаков. По диагностическому сигналу могут классифицироваться виды мониторинга и диагностики, например, тепловой или вибрационный мониторинг и диагностика.

Диагностический параметр – количественная характеристика измеряемого диагностического сигнала, входящая в совокупность показателей состояния объекта.

Диагностический параметр – параметр объекта, используемый при его диагностировании.

Диагностический симптом – это разность между фактическим и эталонным значениями диагностического параметра.

Диагностика в пространстве состояний – процесс определения состояния объекта по результатам непосредственного измерения параметров состояния.

Диагностика в пространстве признаков – процесс определения состояния объекта по результатам измерения диагностических параметров, определяющих

диагностические признаки, в том числе косвенно связанные с параметрами состояния объекта.

Диагностическое правило – совокупность диагностических признаков и параметров, характеризующих появление в объекте определенного вида дефектов или неисправностей, и пороговых значений, разделяющих множества бездефектных объектов и объектов с разной величиной дефекта.

Диагностическая модель – совокупность диагностических правил по всем потенциально опасным дефектам в объекте диагностики.

Средство технического диагностирования – аппаратура и программы, с помощью которых осуществляется диагностирование.

Алгоритм диагностики – совокупность предписаний по выполнению определенных действий, необходимых для постановки диагноза в соответствии с конкретной диагностической моделью объекта.

Алгоритм технического диагностирования – совокупность предписаний, определяющих последовательность действий при проведении диагностирования.

Диагноз – заключение о состоянии технического объекта.

Прогноз – заключение о степени работоспособности объекта в течение прогнозируемого периода, вероятности его отказа за этот период или об остаточном ресурсе объекта.

Технические средства диагностики – средства, предназначенные для измерения диагностических параметров и постановки диагноза.

Условная вероятность необнаруженного отказа – вероятность того, что при наличии отказа в результате диагностирования принимается решение об отсутствии отказа.

Условная вероятность ложного отказа – вероятность того, что при отсутствии отказа в результате диагностирования принимается решение о наличии отказа.

Техническое обслуживание – комплекс организационных мероприятий и технических операций, направленных на поддержание работоспособности (исправности) объекта и снижение вероятности его отказов при использовании по назначению, хранении и транспортировании.

Паротурбинный агрегат – совокупность паровой турбины и машины, приводимой в действие.

Валопровод паровой стационарной турбины – совокупность соединенных между собой последовательно расположенных цилиндров паровой стационарной турбины.

Ротор паровой стационарной турбины – совокупность вращающихся элементов цилиндра паровой стационарной турбины.

Статор паровой стационарной турбины – совокупность неподвижных элементов цилиндра паровой стационарной турбины.

Требование – норма, правила, совокупность условий, установленных в документе (нормативной и технической документации, чертеже, стандарте), которым должны соответствовать изделие или процесс.

Характеристика – отличительное свойство, в данном контексте характеристики физические (механические, электрические, химические) и функциональные (производительность, мощность).

Характеристика качества – присущая характеристика продукции, процесса или системы, вытекающая из требований.

Квазипериодичность – свойство системы, отображающей нерегулярную периодичность.

Квазипериодический сигнал – сигнал, который имеет незначительно отличающиеся параметры на соседних периодах и имеет существенные отличия на периодах, находящихся на значительном удалении друг от друга.

Мониторинг – процесс систематического или непрерывного сбора информации о параметрах сложного объекта или деятельности для определения тенденций изменения параметров и (или) состояния.

Мониторинг – систематический сбор и обработка информации, которая может быть использована для улучшения процесса принятия решения, а также, косвенно, для информирования общественности или прямо как инструмент обратной связи в целях осуществления проектов, оценки программ или выработки политики. Он несет одну или более из трех организационных функций: выявляет состояние критических или находящихся в состоянии изменения явлений окружающей среды, в отношении которых будет выработан курс действий на будущее; устанавливает отношения со своим окружением, обеспечивая обратную связь, в отношении предыдущих удач и неудач определенной политики или программ; устанавливает соответствия правилам и контрактным обязательствам.

АЧХ – амплитудно-частотная характеристика.

АЦП – аналого-цифровой преобразователь.

БПФ – быстрое преобразование Фурье.

ВИП – виброизмерительный преобразователь.

ВП – вибропреобразователь.

ГОСТ – государственный стандарт.

ДГА – детандер-генераторный агрегат.

ДПФ – дискретное преобразование Фурье.

ИВК – измерительно-вычислительный комплекс.

ОБПФ – обратное быстрое преобразование Фурье.

ННТ – Hilbert-Huang transform (преобразование Гильберта-Хуанга).

ПЭВМ – персональная вычислительная машина.

ПГХ – преобразование Гильберта-Хуанга.

СКЗ – среднее квадратическое значение.

ФНЧ – фильтр низких частот.

ФЧХ – фазо-частотная характеристика.

Гц – Герц.

мин⁻¹ – обороты в минуту.

мес. – месяц.

мкм – микрометр.

с⁻¹ – единица частоты, Гц.

ВВЕДЕНИЕ

Возрастающая конкуренция на потребительских рынках требует от производителей продукции и поставщиков услуг повышения эффективности производства и производительности труда, снижения эксплуатационных издержек. При этом, в ряде случаев, это приводит к тому, что повышается интенсивность эксплуатации машин и оборудования, увеличиваются нагрузочные режимы их работы, а что, в свою очередь, приводит к их скорейшему износу и повышению вероятности возникновения отказов и аварийных ситуаций.

В таких условиях важнейшей задачей является разработка эффективных средств контроля параметров технического состояния эксплуатируемого оборудования, устройств, машин и агрегатов и внедрение современных регламентов технического обслуживания.

Состояние производственного объекта характеризуется многими параметрами, имеющими различную физическую природу. Но для механизмов и агрегатов роторного типа, в основу механического функционирования которых положено вращательное движение, одними из важнейших параметров являются интенсивность и спектральный состав вибрации, причем при длительном безостановочном функционировании технического объекта требуется непрерывное наблюдение или слежение за его вибрационным состоянием [1–5].

При эксплуатации сложных и дорогостоящих агрегатов (турбогенераторы, газоперекачивающие установки и т. п.) стандартами определены правила проведения непрерывного контроля и мониторинга их вибрационного состояния [6–8]. Для решения этих задач применяют многоканальные системы, которые определяют, отображают и регистрируют на каком-то носителе информации значения параметров вибрации через небольшие (не более нескольких секунд) промежутки времени, а также выполняют допусковый контроль, функции сигнализации и даже защитного отключения [1, 8]. Для предоставления полученных данных потребителю используются компьютеры.

Системы непрерывного стационарного мониторинга позволяют зафиксировать факт возникновения аномальной ситуации на контролируемом объекте и оперативно отреагировать на него стандартным образом или реализовать алгоритмы сигнализации и защиты, учитывающие индивидуальные особенности контролируемых объектов [9].

Значительные изменения СКЗ вибрационного сигнала или амплитуд отдельных или группы гармонических составляющих, выявляемые такими системами или с помощью переносных приборов, свидетельствуют о существенном развитии определенного типа дефекта.

Если же стоит задача создания системы проактивного технического обслуживания оборудования, то возникает потребность проведения тщательного изучения изменений вибрационного состояния технических объектов на протя-

жении их эксплуатации. Представляет интерес обнаружение редких кратковременных изменений структуры вибрационного сигнала и дальнейшее выявление причинно-следственных связей между их появлением и развитием дефектов, которые требуют определенного реагирования.

Для этого целесообразно проводить анализ непрерывных вибрационных сигналов, отражающих вибрационное состояние объекта, на протяжении длительных временных интервалов (часы и даже сутки), которые соответствуют некоторому циклу изменения режимов функционирования оборудования. Такой подход соответствует современной концепции обработки, называемой «Большие данные» [10, 11].

Регистрацию вибрационных сигналов можно осуществить, используя измерительно-вычислительный комплекс «Тембр-М» на базе мобильного компьютера, модуля АЦП с USB интерфейсом, виброизмерительных каналов с первичными пьезоэлектрическими преобразователями и проблемно-ориентированного программного обеспечения [12–16].

Функционирование механизмов и оборудования с вращательным движением сопровождается механическими колебаниями (вибрациями) их корпусов, опор, отдельных деталей и составных частей. Анализ этих вибраций позволяет получить важную информацию о текущем и прогнозируемом техническом состоянии механизма, выявить зарождающиеся дефекты за значительное время до того момента, когда ремонт становится неизбежным, а следовательно, тщательно к нему подготовиться и спланировать или, выбрав щадящие режимы эксплуатации оборудования, продлить срок его эксплуатации до приемлемого момента проведения ремонта. Непрерывный контроль за вибрационным состоянием объекта позволяет отследить моменты, когда величины, характеризующие уровень вибрации, достигнут гранично допустимых уровней, и подать сигнал на отключение механизма, тем самым предотвратить серьезные поломки оборудования. Помимо этого, на основе анализа вибрационного состояния механизма при его функционировании на разных режимах, в различном техническом состоянии и на протяжении длительного времени могут быть обоснованы и сформулированы диагностические признаки для локализации мест и причин повышения вибрации.

Для проведения оценки вибрационного состояния механизма применяются различные средства.

На протяжении длительного времени в прошлом, да еще встречается и в настоящее время, анализ вибрационного состояния механизмов осуществлялся специалистом с обширными знаниями и богатым опытом эксплуатации конкретного оборудования на основе акустической информации, получаемой с помощью слуховой трубки или путем осязания. Но разрастающийся парк машинного оборудования и очень малое число специалистов высокой квалификации, а также интенсивный прогресс в области цифровой техники, методов обработки сигналов, схемотехники, средств первичного преобразования информации привели к созданию виброизмерительных приборов, систем и комплексов различного класса.

Простейшими приборами для оценки уровня вибрации механизмов с вращательным движением являются виброметры, измеряющие СКЗ механических колебаний в единицах виброскорости, виброперемещения или виброускорения в частотном диапазоне 10–1000 Гц или на некоторых фиксированных частотах. Виброметры позволяют сделать общую оценку вибрационного состояния объекта наблюдения, а в ходе длительного периодического наблюдения за ним выявить тенденции его изменения. Однако они дают очень мало информации для целей диагностики.

Значительно более совершенными приборами являются спектральные анализаторы, позволяющие получить спектральный состав с возможностью задания частотного разрешения, количества спектральных линий, частотной полосы анализа или осуществить узкополосный спектральный анализ. Такие приборы позволяют получить информацию для формулирования значительного числа диагностических признаков. Но они в подавляющем большинстве предназначены для проведения периодических обследований, что таит в себе опасность пропуска дефектов, проявляющихся лишь на коротких временных интервалах с неопределенной периодичностью.

Одними из наиболее совершенных являются многоканальные стационарные измерительные комплексы или системы для непрерывного вибрационного контроля. Они позволяют получать информацию различного типа (СКЗ общего уровня, спектральные составляющие вибрации, фазовые вектора, гистограммы распределений и т. д.) при непрерывной работе и сохранять полученные данные, а также осуществлять функции предупредительной сигнализации и защиты. Такой режим работы способствует комплексно контролировать состояние объекта и выявлять даже редко происходящие аномальные ситуации, что позволяет выявлять зарождение дефектов на самых ранних стадиях. Но такие системы имеют относительно высокую стоимость. Однако целесообразность их применения несомненна на экономически важных технических объектах.

Спектральный состав вибрационного сигнала имеет сложный состав, характерный для различных типов механизмов. Применительно к механизмам с вращательным движением особый интерес, помимо спектра, представляет так называемый гармонический спектр. Частотные составляющие которого являются кратными частоте вращения. Частоту вращения называют оборотной частотой.

При анализе спектрального состава вибрации можно выделить области низких, средних и высоких частот [17–18].

Область низких частот.

Для спектров вибрации подшипников электродвигателей или редукторов спектральные составляющие оборотной частоты обуславливаются разбалансом, погрешностями, допущенными при их сборке, изгибом вала, критической частотой вращения и т. п. Причинами роста спектральной составляющей второй оборотной частоты являются несоосности, изгиб вала, обрывы фаз, овальность ротора.

Для турбоагрегата основными причинами вибраций на первой оборотной частоте являются: небаланс, трение, тепловой небаланс, критическая скорость вращения, недостаточный период прогрева, недостаток масла в подшипниках, быстрое изменение нагружения, вибрации от форсированного пара, нарушение возбуждения генератора, замыкание витков в обмотке возбуждения; на второй оборотной частоте: трещины в роторе, трение, погрешности формы деталей валов и подшипников;

на частоте, совпадающей с критической частотой вращения: завихрения масла из-за низкой нагрузки подшипников или из-за аномального вакуума.

Многие дефекты подшипников скольжения связаны с их гидродинамической нестабильностью в системе, состоящей из вала, масляной пленки и корпуса подшипника. Масляный вихрь представляет собой механические колебания, при которых центр тяжести вала перемещается по кругу в пределах зазора в подшипнике при субсинхронной частоте вращения, равной 0.4–0.49 от скорости вращения. Другой причиной вибраций на частоте, близкой к половине оборотной частоты, является появление в проточной части турбины и ее уплотнениях газодинамических циркуляционных сил, вызывающих автоколебания ротора. По месту возникновения газодинамических сил их подразделяют на венцовые, бандажные и в уплотнениях.

Еще один тип неполадок, идентифицируемый в области низких частот, связан с ослаблением механических связей конструкции. Это приводит к появлению составляющих вибрации с частотами межгармоник и субгармоник, т. е. половинных гармоник, полуторных гармоник и т. п.

Область средних частот.

Вибрации в области средних частот характеризуются спектральными составляющими, возникающими в результате зубозацепления шестерен в коробках передач и проявляющихся на частотах, соответствующих частоте вращения, умноженной на число, кратное числу зубьев шестерен, и называемых частотами зубозацепления. Анализируя спектральные составляющие на этих частотах, можно выявить кинематические погрешности пересопряжения, фазовые отклонения в зацеплении сателлитов ступеней и редуктора, циклические ошибки, циклические погрешности в окружном шаге.

Область высоких частот.

В этой области идентифицируются дефекты подшипников качения (шариковых или роликовых). Зарождающийся дефект подшипника качения обычно возникает в виде трещины или выбоины на внутренней или наружной обойме, или на самом элементе качения. Эта трещина сопровождается появлением незначительных импульсов каждый раз во время прокатывания по ней элемента качения. Такие импульсы похожи на серию ударов молоточка и сообщают энергию корпусу подшипника, который, в свою очередь, вибрирует на своей резонансной частоте, причем наблюдается обусловливаемое демпфированием конструкции затухание наподобие удара по бронзовому колокольчику. Звоня-

щая частота колокольчика зависит лишь от его динамических характеристик, а не от частоты или силы ударов по нему. Если дефект расположен на неподвижной обойме, то каждый импульс будет иметь одинаковую амплитуду. Если же дефект расположен на вращающейся обойме, то амплитуда импульсов будет изменяться в зависимости от изменений нагрузки на элемент качения, т. е. будет происходить амплитудная модуляция. Это обозначает, что имеется возможность определить зарождающийся дефект подшипника качения путем мониторинга амплитуд или уровней составляющих механических колебаний, находящихся вблизи резонансных частот механической конструкции. Так как возникающие от зарождающихся трещин импульсы очень короткие, они имеют спектральные составляющие, находящиеся в области высоких частот.

Применение для оценки вибрационного состояния агрегатов с вращательным движением критерия СКЗ скорости механических колебаний в диапазоне от 10 до 1000 Гц основывается на теоретическом заключении, что аналогичные друг другу машины, сгруппированные по мощности, создают механические колебания с подобным или даже одинаковым уровнем виброскорости в этом диапазоне частот. На основе только результатов широкополосных измерений нельзя обнаружить изменения состояния машинного оборудования до тех пор, пока увеличивающаяся амплитуда определенной спектральной составляющей не станет сравнимой с самой большой амплитудой в учитываемой полосе частот.

Путем сравнения спектров вибраций можно обнаружить изменения состояния оборудования после увеличения уровня одной составляющей или одной полосы спектра на 3–6 дБ. Однако такой подход также имеет свои проблемы. Так даже незначительные изменения рабочей скорости машины приводят к перемещению пиков спектров вибраций, вызывая большие разночтения. Одним из направлений решения данной проблемы является сокращение объема данных путем их предварительной обработки, например, путем объединения отдельных дискретных составляющих в большие группы, причем внутри каждой из групп допускаются определенные изменения без внесения помех в общий уровень таких групп. С одной стороны, ширина частотных полос такого синтезируемого спектра должна быть достаточной для маскирования случайных или небольших изменений частоты, а с другой – достаточно узкой для обнаружения небольших изменений основных составляющих спектров механических колебаний. Если полосовой спектр синтезирован из полос с постоянной относительной шириной, то эффект от изменения рабочей частоты вращения будет одинаковым по всему спектру.

При использовании спектров для обнаружения дефектов всегда существует риск ложных предупреждений. Если разрешение по частоте синтезированного спектра достаточно высоко, то большинство ложных предупреждений может быть опознано. Однако, если разрешение слишком мало или указывающая на дефект составляющая находится слишком близко относительно другой важной составляющей, то необходим подробный частотный анализ. Узкополосный анализ может быть выполнен с укрупнением масштаба частоты вблизи важных спектральных составляющих.

При выполнении диагностических работ после обнаружения повышения уровня вибрации необходимо осуществить ее подробный анализ. Сначала осуществляется оценка спектров в широком частотном диапазоне и формы полученного вибросигнала. Опытный специалист в области диагностики на этом этапе может выявить ложную информацию. Далее выявляются частотные полосы, в которых наблюдается увеличение уровней механических колебаний. Таким образом можно получить базовую информацию относительно вида ожидаемого дефекта.

Для идентификации серий гармоник может использоваться кепстральный анализ. При этом серия дискретных составляющих частотного спектра отображается в кепстре в виде серии дискретных линий. На оси абсцисс кепстра отложены единицы времени, а положение первой линии кепстра соответствует обратной величине частотного периода соответствующей серии спектральных линий. Применение кепстрального анализа позволяет выявить в спектре сложного состава серии различного частотного шага, что визуально сделать весьма сложно. Для выявления серий гармонических составляющих может использоваться также вейвлет-анализ.

С целью обнаружения зарождающихся дефектов подшипников качения эффективен метод определения и анализа огибающей. На первом этапе вибросигнал подвергается полосовой фильтрации в области высоких частот, в которой обнаружены признаки дефекта. Для полученного сигнала строится его огибающая, а далее путем ее частотного анализа определяется частота повторения ударных импульсов, которая является основным диагностическим признаком.

Важное диагностическое значение имеют амплитудно-фазовые характеристики гармонических составляющих, кратных оборотной. Так статический разбаланс ротора идентифицируется повышенным уровнем радиальных колебаний подшипниковых опор ротора с совпадающими фазами оборотной составляющей вибрации для двух опор, а динамический разбаланс характеризуется противофазами этих составляющих. Качающее движение, вынуждаемое другим источником, сопровождается радиальными и осевыми колебаниями с оборотной частотой, причем эти колебания по обоим направлениям не находятся в фазе друг с другом. Изгиб вала также может вызывать как радиальные, так и осевые колебания. При этом радиальные колебания будут синфазными, а осевые – нет. Кроме того, данные дефекты обычно сопровождаются присутствием гармоник и даже разбаланса, вызванного нелинейностью опорной конструкции с подшипниками.

При оценке вибрационного состояния механизма важен анализ тенденций изменения параметров вибраций, выполняемый по результатам вибрационного мониторинга, осуществляемого периодически с помощью переносных приборов или, что значительно лучше, стационарных систем непрерывного функционирования. Однако изменение параметров вибрации во времени и их анализ имеют значительные особенности по сравнению с анализом изменения параметров типа температуры или давления и достаточно индивидуальны по отношению к конкретным группам механизмов.

К примеру, зарождение дефекта в подшипнике качения сопровождается заметным увеличением амплитуды определенной спектральной составляющей или группы составляющих, затем по мере развития и распространения дефекта медленно возрастает и общий уровень механических колебаний.

Другой пример – появление масляного вихря в подшипнике скольжения. Он также вызовет увеличение амплитуды определенных составляющих спектра, но постепенное увеличение общего уровня не наблюдается. Следовательно, по таким изменениям трудно судить о медленно ухудшающемся состоянии контролируемого оборудования и получить оценку ожидаемого оставшегося времени безопасной эксплуатации. Потеря малой лопатки турбины также приводит к изменению спектра вибрации, но его дальнейшего изменения не происходит до потери очередной лопатки.

Если же при обнаружении дефекта ставится правильный диагноз, из которого можно будет предположить, что дефект будет развиваться постепенно и, следовательно, отображающий механические колебания вибросигнал будет изменяться также постепенно, а не скачками, тогда целесообразно осуществлять анализ тенденций. Диапазон частот для анализа тенденций выбирается по частотным полосам, в которых были обнаружены заметные изменения вибрации. Важно, чтобы выбранный диапазон содержал достоверную информацию о развитии дефекта.

При наличии информации об изменении вибросостояния объекта при его прошлой эксплуатации желательно и даже необходимо учесть имеющиеся данные, а при отсутствии таковых воспользоваться стандартами, основанными на общих уровнях вибрации. Стандартами предусмотрено, что изменение уровня вибрации в 1.6 раза (4 дБ) свидетельствует об изменении технического состояния механизма, а при увеличении в 2.5 раза (8 дБ) необходимо проведение подробного анализа состояния механизма и принятие адекватных мер.

Для получения информации о вибрационном состоянии контролируемого оборудования и его анализа в настоящее время целесообразно применение измерительно-вычислительных комплексов и систем, систем распределенного сбора и централизованной обработки, позволяющих непрерывно отслеживать состояние объекта, фиксировать редкие и кратковременные аномальные ситуации, хранить большие объемы полученных данных, реализовывать разнообразные алгоритмы обработки и диагностирования.

При создании средств оценки технического состояния механизмов и агрегатов по вибрационным параметрам, являющихся важным элементом системы обслуживания производственного оборудования по фактическому состоянию, применяются современные методы и подходы обработки исходных вибрационных сигналов с длительностью от долей секунды до часов и суток, а также больших массивов данных, представляющих тренды вычисленных параметров и характеристик.

В представленной книге рассмотрены различные методы цифровой обработки вибрационных сигналов с учетом их реальных особенностей. Все предлагаемые алгоритмы апробированы при разработке и эксплуатации систем вибра-

ционного контроля, мониторинга, автоматики защиты в режиме промышленной эксплуатации на действующих объектах.

Результатом выполненных работ и исследований стало новое научно-техническое направление – компьютерные системы и комплексы для работы с вибрационными сигналами. Структурно такой комплекс представляет собой первичные виброизмерительные преобразователи, согласующие усилители и каналы передачи данных, аналоговые фильтры для ограничения частотной полосы сигналов, модуль АЦП, подключаемый к компьютеру по стандартному интерфейсу, и непосредственно компьютер. Такой подход минимизирует аппаратные затраты и обеспечивает за счет программного обеспечения модифицируемость и расширяемость выполняемых функций, быструю адаптацию к изменяющимся требованиям и решаемым задачам. Экспериментальные данные, приведенные в монографии, получены за более чем 25-летний период эксплуатации измерительно-вычислительных комплексов, построенных по такой архитектуре.

В первой главе рассмотрены методологические аспекты определения амплитудных и фазовых параметров вибрации механизмов с вращательным движением. Представлены выражения для вычисления этих параметров. Предложена модель вибрационного процесса и алгоритм определения его параметров при нестационарном режиме работы турбоагрегата. Приведена методика анализа погрешностей при вычислении фазовых параметров вибраций.

Вторая глава посвящена вопросам обработки вибрационных сигналов с использованием спектрального анализа и цифровой фильтрации. Детально изложены математические и алгоритмические основы реализации дискретного и быстрого преобразования Фурье. Существенное внимание уделено особенностям спектрального анализа вибрационных сигналов, отражающих вибрационное состояние механизмов роторного типа. Предложены алгоритм построения полосового спектра и оригинальный алгоритм разделения вибрационных сигналов на периодическую и шумоподобную составляющие. Изложены алгоритмы обработки вибрационных сигналов, с изменяющейся основной частотой, способ локализации ударных воздействий по уровню шумоподобной составляющей. Приведены алгоритмы вычисления огибающей сигнала. Предложена модель вибрационных сигналов. Детально рассмотрены вопросы цифровой фильтрации вибрационных сигналов, выделения квазипериодической составляющей с помощью нерекурсивных полосовых фильтров, кепстральный анализ вибрационных сигналов, удаление низкочастотного дрейфа вибрационного сигнала.

В третьей главе излагаются вопросы исследования свойств вибрационных сигналов с помощью вейвлетов и преобразования Гильберта-Хуанга. Предложен алгоритм построения траекторий движения подшипниковых опор турбоагрегата при вращении ротора или приводного вала, а также алгоритм усреднения вибрационного сигнала во временной области.

В четвертой главе рассмотрены особенности анализа вибрационных сигналов, получаемых при динамических испытаниях зданий и сооружений. Пред-

ставлены математическая модель для определения собственных частот конструкций, алгоритмы определения частоты собственных колебаний и амплитуды соответствующих колебаний по амплитудному спектру, алгоритм определения логарифмического декремента затухания колебаний по временной реализации. Детально описаны алгоритм определения параметров собственных колебаний по вибрационному сигналу и алгоритм автоматического определения параметров собственных колебаний по вибрационному сигналу. Приведен пример экспериментального исследования по определению собственных частот плит перекрытия.

В пятой главе приведен пример применения методики анализа изменения вибрационного состояния технического объекта при возникновении аварийно-опасной ситуации.

В приложениях представлены результаты экспериментальных исследований и тексты программных модулей.

Следует особо отметить следующие издания, которые дали базовые знания автору для выполнения работ в области цифровой обработки сигналов: *Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров*; *Оппенгейм А.В., Шафер Р.В. Цифровая обработка сигналов*; *Зиновьев А.Л., Филиппов Л.И. Введение в теорию сигналов и цепей*; *Сиберт У.М. Цепи, сигналы, системы*, а также почтить светлую память моего научного руководителя Леусенко Александра Ефимовича, уделявшего много времени на становление меня, как научного сотрудника.

Автор искренне благодарен рецензентам – доктору технических наук, профессору, заведующему кафедрой информационных систем управления БГУ *Краснопрошину Виктору Владимировичу* и доктору технических наук, доценту, заведующему кафедрой электронных вычислительных средств БГУИР *Азарову Илье Сергеевичу* за ценные замечания, пожелания и рекомендации, которые способствовали улучшению содержания книги.

Особую признательность автор выражает сотрудникам научно-исследовательской лаборатории вибродиагностических систем Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники Костюку С.Ф., *Алешко И.Д.*, *Толстухину Б.Р.* за многолетнее сотрудничество и взаимопомощь, а также специалистам группы вибрации ОАО «Белэнергоремналадка» за квалифицированные консультации и продвижение выполненных разработок на предприятиях энергетики нашей страны.

ГЛАВА 1

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АМПЛИТУДНЫХ И ФАЗОВЫХ ПАРАМЕТРОВ ВИБРАЦИИ МЕХАНИЗМОВ С ВРАЩАТЕЛЬНЫМ ДВИЖЕНИЕМ

1.1. Основные понятия

Процесс изменения параметра, который характеризуется многократным поочередными возрастанием и убыванием параметра во времени, называется колебательным процессом или колебаниями, а соответствующий параметр называется колеблющейся величиной.

Колебательные процессы, происходящие в механических системах, называются механическими колебаниями. Термин *вибрация* почти аналогичен термину *механические колебания*. Под вибрацией понимаются механические колебания, которые имеют относительно малую амплитуду и не слишком низкую частоту.

Совокупность методов и средств для измерения величин, характеризующих колебания, называется *виброметрией*. Совокупность методов и средств для уменьшения вредного воздействия вибрации на человека, приборы и механизмы называются *виброзащитой*. Задачей виброиспытаний является изучение виброустойчивости, вибропрочности и работоспособности объектов в условиях вибраций. Под виброненадежностью механизмов и приборов понимается их способность выполнять заданные функции, сохраняя во времени значения установленных эксплуатационных показателей в условиях вибраций. Задача вибродиагностики – изучение состояния объекта на основе анализа эксплуатационных или искусственно возбуждаемых вибраций [19].

Колебания называются периодическими, если любые значения колеблющейся величины повторяются через равные отрезки времени, или существует такое T , что для любого t выполняется условие $x(t + T) = x(t)$. Наименьшее из возможных значений T называется периодом колебаний. Величина, обратная периоду колебаний, называется частотой колебаний:

$$f = \frac{1}{T}. \quad (1.1)$$

На рисунке 1.1 показан периодический вибрационный сигнал. В технике период колебаний обычно измеряется в секундах, следовательно, частота имеет размерность s^{-1} или герцы (Гц).

В теоретических формулах часто используется величина:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad (1.2)$$

называемая угловой (циклической) частотой с единицами измерений rad/c .

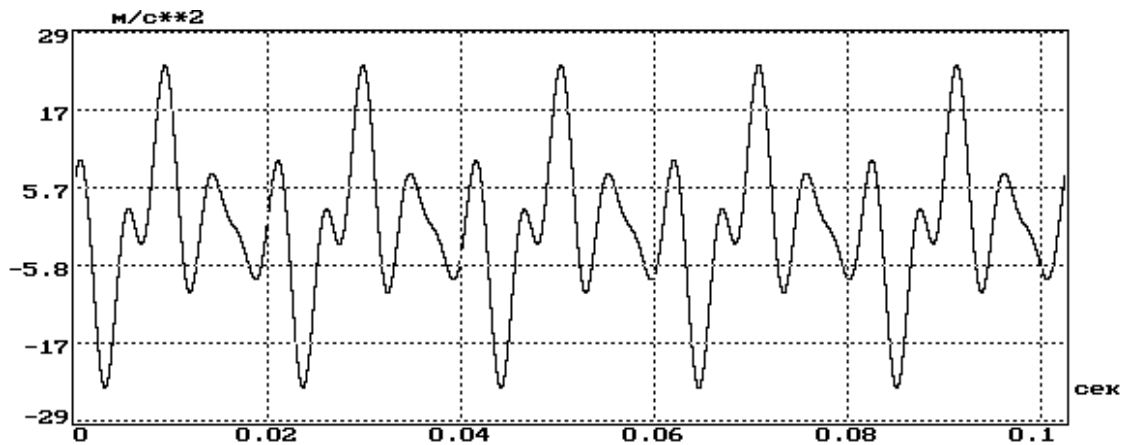


Рисунок 1.1 – Периодические колебания, полигармонический сигнал (ось абсцисс – время, c ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

Простейшим и, вместе с тем, наиболее важным видом периодических колебаний являются гармонические колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется во времени по закону:

$$x(t) = A \cos(2\pi f t - \varphi). \quad (1.3)$$

Здесь A , f , φ – постоянные параметры. Параметр A равен наибольшему значению колеблющейся величины и называется амплитудой гармонических колебаний или просто амплитудой. Параметр φ называется начальной фазой колебаний. Представленные в качестве примера на рисунке 1.2 гармонические колебания имеют: $A=12 m/c^2$ и $\varphi = 42$ град.

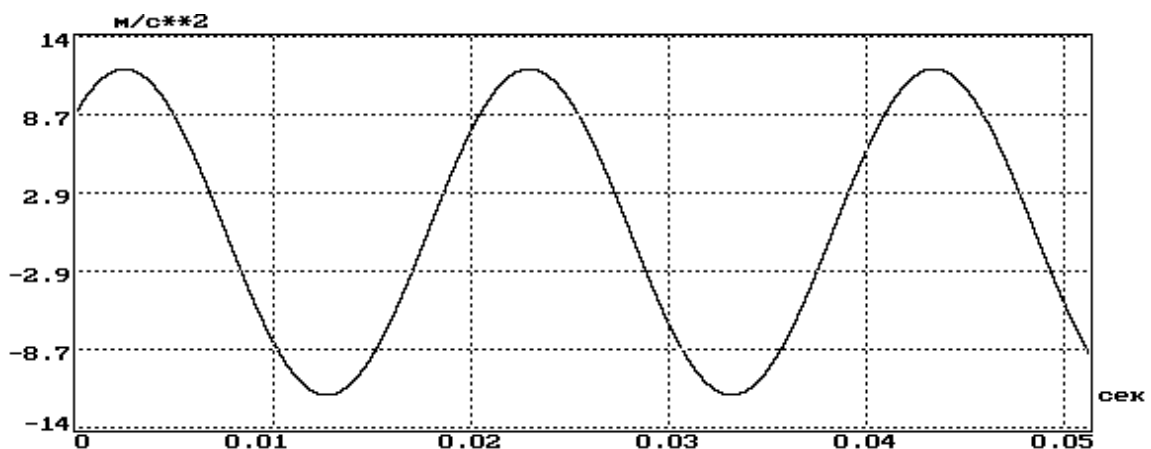


Рисунок 1.2 – Гармонические вибрационные колебания (ось абсцисс – время, c ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

Полигармоническими называются колебания, которые могут быть представлены в виде суммы двух и более гармонических колебаний с частотами, находящимися между собой в рациональном отношении.

$$x(t) = \sum_{k \in N} (C_k \cdot \cos(2\pi \cdot f_k \cdot t) + S_k \cdot \sin(2\pi \cdot f_k \cdot t)) = \sum_k A_k \cdot \cos(2\pi \cdot f_k \cdot t - \varphi_k), \quad (1.4)$$

где N – множество натуральных чисел;

$A_k = \sqrt{C_k^2 + S_k^2}$ – амплитуда k -й гармонической составляющей;

$\varphi_k = \operatorname{arctg}\left(\frac{S_k}{C_k}\right)$ – начальная фаза k -й гармонической составляющей;

отношение $\frac{f_i}{f_j}$ – рациональное число для всех i и j , принадлежащих N .

Полигармонические колебания также являются периодическими колебаниями.

Если для любых пар чисел i и j из множества N выполняются соотношения $f_i = i \cdot f_0$; $f_j = j \cdot f_0$, где i, j – целые числа, причем имеются пары i и j , для которых i/j – несократимая дробь, тогда сумма будет периодической функцией с периодом $1/f_0$.

Спектром аналогового (непрерывного) сигнала называется представление сигнала в частотной области в виде амплитуд (амплитудный спектр) и начальных фаз (фазовый спектр) гармонических составляющих, расположенных в порядке возрастания частот, получаемое с помощью прямого преобразования Фурье [19]:

$$c_j = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} x(t) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} j \cdot t\right) dt; \quad (1.5)$$

$$s_j = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} x(t) \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} j \cdot t\right) dt; \quad (1.6)$$

$$c_0 = \frac{1}{T} \int_a^{a+T} x(t) dt; \quad (1.7)$$

где c_j, s_j – амплитуды косинусной и синусной спектральных составляющих частоты $\frac{2\pi}{T} j \text{ рад}/\text{с}$, $j=1,2,3, \dots$;

T – интервал времени, который является периодом функции $x(t)$ или интервалом времени, для которого выполняется разложение функции в ряд Фурье.

По спектру можно восстановить исходный сигнал в виде ряда Фурье:

$$x(t) = c_0 + \sum_{j=1}^{\infty} c_j \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} j \cdot t\right) + \sum_{j=1}^{\infty} s_j \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} j \cdot t\right) = c_0 + \sum_{j=1}^{\infty} A_j \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} j \cdot t - \varphi_j\right). \quad (1.8)$$

На рисунке 1.3 представлен амплитудный спектр сигнала, изображенного на рисунке 1.1.

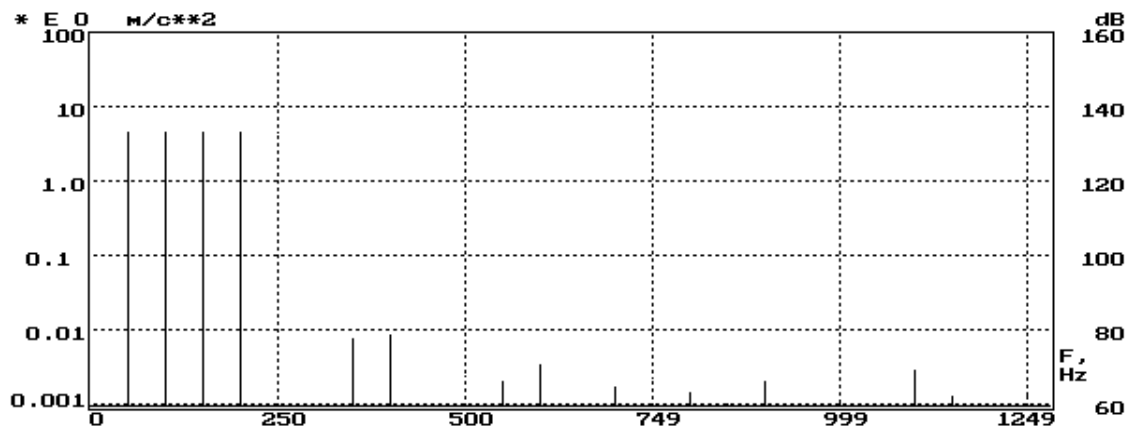


Рисунок 1.3 – Амплитудный спектр полигармонического вибрационного сигнала (ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

Для количественной оценки вибрационных сигналов наиболее часто применяются нижеуказанные параметры.

Абсолютные значения максимума и минимума сигнала на рассматриваемом отрезке времени $T = [0, T]$, называемые пиковыми значениями:

$$X_+ = \left| \max_{t \in T} x(t) \right|; \quad X_- = \left| \min_{t \in T} x(t) \right|. \quad (1.9)$$

Размах колебаний:

$$X_p = \max_{t \in T} x(t) - \min_{t \in T} x(t). \quad (1.10)$$

Среднее значение (постоянная составляющая):

$$X_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt. \quad (1.11)$$

Среднее квадратическое значение, или эффективное значение, определяемое с учетом постоянной составляющей:

$$X_{CKЗ} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt}, \quad (1.12)$$

и без учета постоянной составляющей:

$$X_{CKЗ} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt - \left(\frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \right)^2}. \quad (1.13)$$

Пик-фактор – параметр, характеризующий форму (островершинность) сигнала:

$$PF = \frac{\max(|X_+|, |X_-|)}{X_{CKЗ}}. \quad (1.14)$$

Для гармонического сигнала пик-фактор равен 1.414.

Иногда в качестве параметра, характеризующего количественное значение вибрации, применяется уровень интенсивности колебаний, определяемый соотношением между измеренным значением параметра сигнала и некоторым стандартным значением, которое соответствует нулевому уровню. Так как диапазон изменения вибрации достаточно велик, то для отражения такого соотношения величин целесообразно пользоваться логарифмической шкалой. Если измеряется виброускорение, виброскорость, виброперемещение, то логарифмический уровень равен:

$$L = 10 \lg \frac{a}{a_0}, \quad (1.15)$$

где a_0 – значение параметра a , соответствующее нулевому опорному уровню.

За начальное значение для виброускорения принимается уровень 10^{-6} м/с^2 , для виброскорости – уровень $5 \cdot 10^{-8} \text{ м/с}$ [19].

В большинстве приборов и систем, решающих задачи определения параметров вибрационных сигналов, первичным виброизмерительным преобразователем (ВИП) является пьезоэлектрический акселерометр, который отдает электрический заряд, пропорциональный виброускорению. При оснащении такого ВИП усилителем (заряда или напряжения) на его выходе можно получить изменение напряжения, пропорциональное изменению виброускорения. Следовательно, если $x(t)$ представляет собой виброускорение, то для перехода к единицам виброскорости выполняется интегрирование:

$$\begin{aligned}
x_{ck}(t) &= \int_0^t x_{yck}(\tau) d\tau = \int_0^t \sum_k A_{k,yck} \cos(2\pi \cdot f_k \cdot \tau - \varphi_{k,yck}) d\tau = \\
&= \sum_k \frac{A_{k,yck}}{2\pi \cdot f_k} \sin(2\pi \cdot f_k \cdot \tau - \varphi_{k,yck}) \Big|_0^t = \\
&= \sum_k \frac{A_{k,yck}}{2\pi \cdot f_k} \sin(2\pi \cdot f_k \cdot t - \varphi_{k,yck}) - \sum_k \frac{A_{k,yck}}{2\pi \cdot f_k} \sin(-\varphi_k) = \\
&= \sum_k A_{k,ck} \sin(2\pi \cdot f_k \cdot t - \varphi_{k,yck}) - \sum_k A_{k,ck} \sin(-\varphi_{k,yck}) = \\
&= \sum_k A_{k,ck} \cos\left(2\pi \cdot f_k \cdot t - \varphi_{k,yck} - \frac{\pi}{2}\right) + \sum_k A_{k,ck} \sin(\varphi_{k,yck}) = \\
&= \sum_k A_{k,ck} \cos(2\pi \cdot f_k \cdot t - \varphi_{k,ck}) + C_{инт,ck},
\end{aligned} \tag{1.16}$$

где $A_{k,ck} = \frac{A_{k,yck}}{2\pi \cdot f_k}$ – амплитуда виброскорости гармонической составляющей частоты f_k в единицах измерения $м/с$;

$\varphi_{k,ck} = \varphi_{k,yck} - \frac{\pi}{2}$ – фаза виброскорости гармонической составляющей частоты f_k ;

$C_{инт,ck} = \sum_k A_{k,ck} \sin(\varphi_{k,yck})$ – постоянная интегрирования, величина которой зависит от начальных фаз гармонических составляющих. На практике предпринимают действия, чтобы приравнять $C_{инт,ck}$ нулю.

Для перехода к единицам измерения $мм/с$ $A_{k,ck}$ следует умножить на 1000.

$$A_{k,ck} = \frac{A_{k,yck} \cdot 1000}{2\pi \cdot f_k}. \tag{1.17}$$

Выполнив интегрирование по отношению к сигналу, представленному в единицах виброскорости, получим сигнал в единицах виброперемещения:

$$\begin{aligned}
x_{nep}(t) &= \int_0^t x_{ck}(\tau) d\tau = \int_0^t \sum_k A_{k,ck} \cos(2\pi \cdot f_k \cdot \tau - \varphi_{k,ck}) d\tau = \\
&= \sum_k \frac{A_{k,ck}}{2\pi \cdot f_k} \sin(2\pi \cdot f_k \cdot t - \varphi_{k,ck}) - \sum_k \frac{A_{k,ck}}{2\pi \cdot f_k} \sin(-\varphi_{k,ck}) = \\
&= \sum_k A_{k,nep} \cos(2\pi \cdot f_k \cdot t - \varphi_{k,nep}) + C_{инт,nep},
\end{aligned} \tag{1.18}$$

где $A_{k,пер} = \frac{A_{k,ск}}{2\pi \cdot f_k} = \frac{A_{k,уск}}{4\pi^2 \cdot f_k^2}$ – амплитуда виброскорости гармонической составляющей частоты f_k в единицах измерения m , если $A_{k,ск}$ имеет единицы измерения m/c , а $A_{k,уск} – m/c^2$;

$\varphi_{k,пер} = \varphi_{k,ск} - \frac{\pi}{2} = \varphi_{k,уск} - \pi$ – фаза виброскорости гармонической составляющей частоты f_k ;

$C_{инт,пер} = \sum_k A_{k,пер} \sin(\varphi_{k,ск})$ – постоянная интегрирования.

При переходе к единицам измерения $мкм$:

$$A_{k,пер} = \frac{A_{k,ск} \cdot 1000}{2\pi \cdot f_k} = \frac{A_{k,уск} \cdot 1000000}{4\pi^2 \cdot f_k^2}. \quad (1.19)$$

В качестве иллюстрации выражений (1.18–1.19) можно привести временные реализации и спектры (рис. 1.4–1.9) в единицах виброскорости и виброперемещения для сигналов, изображенных на рисунках 1.1, 1.2.

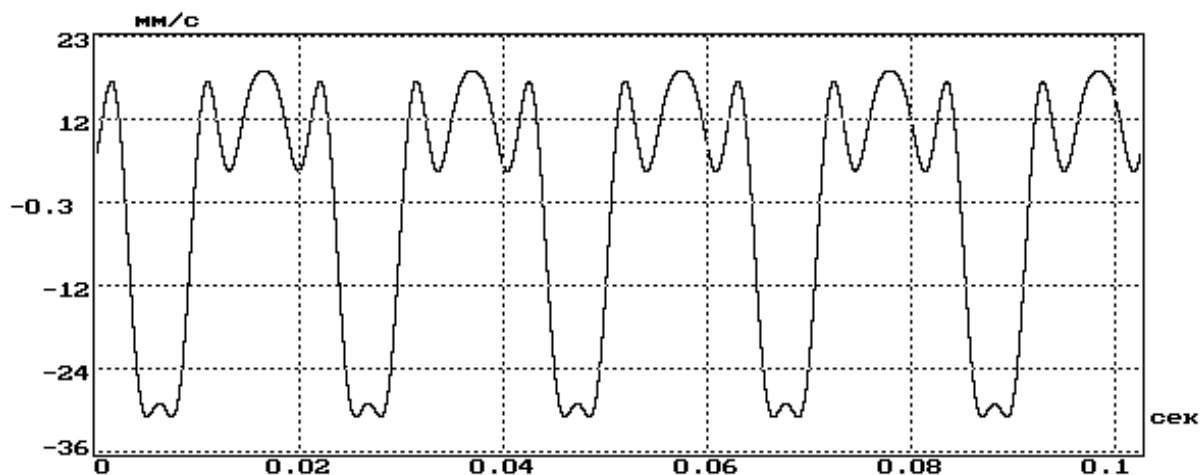


Рисунок 1.4 – Представление полигармонического сигнала в единицах виброскорости, временная реализация (ось абсцисс – время, c ; ось ординат – виброскорость, $мм/с$)

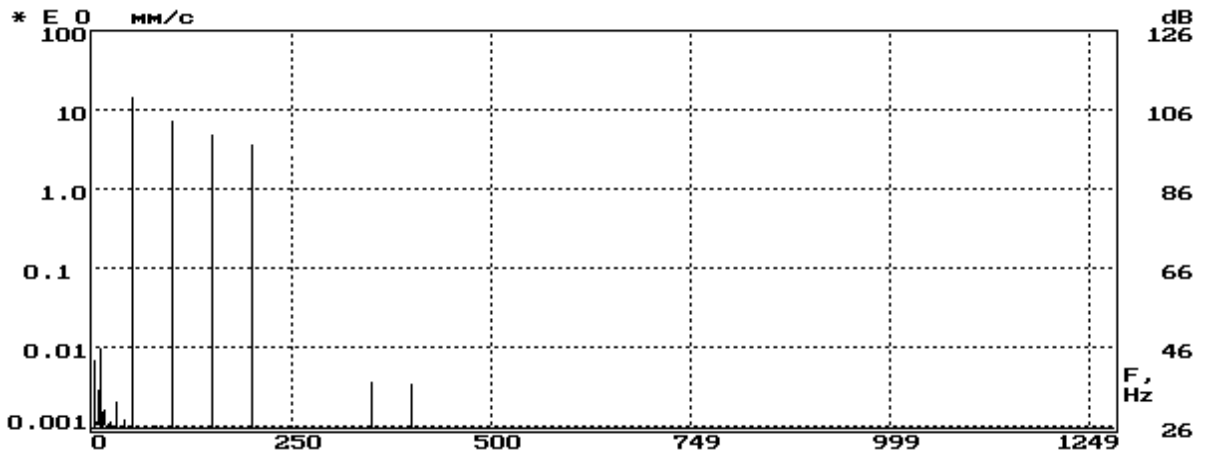


Рисунок 1.5 – Представление полигармонического сигнала в единицах виброскорости, амплитудный спектр (ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброскорость, $мм/с$)

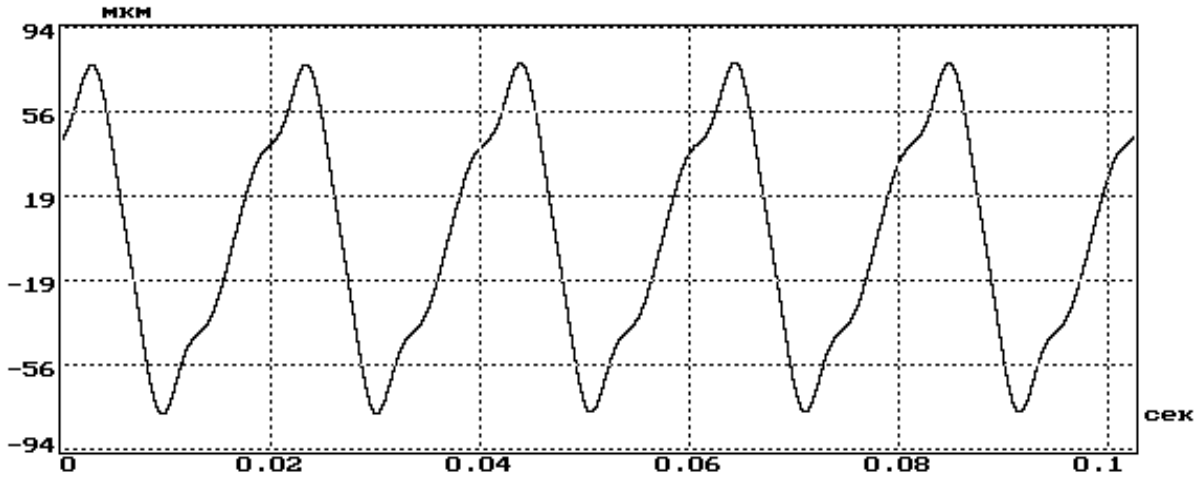


Рисунок 1.6 – Представление полигармонического сигнала в единицах виброперемещения, временная реализация (ось абсцисс – время, $с$; ось ординат – виброперемещение, $мкм$)

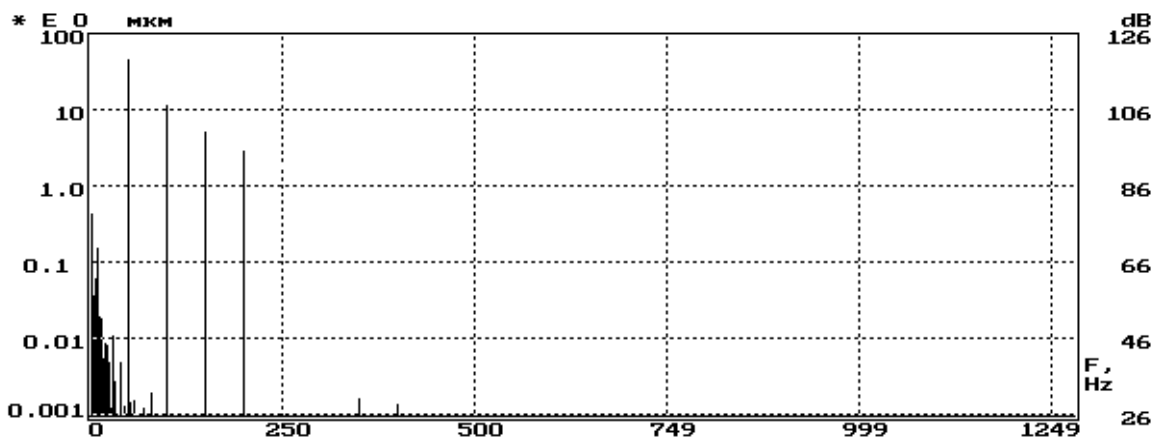


Рисунок 1.7 – Представление полигармонического сигнала в единицах виброперемещения, амплитудный спектр (ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброперемещение, $мкм$)

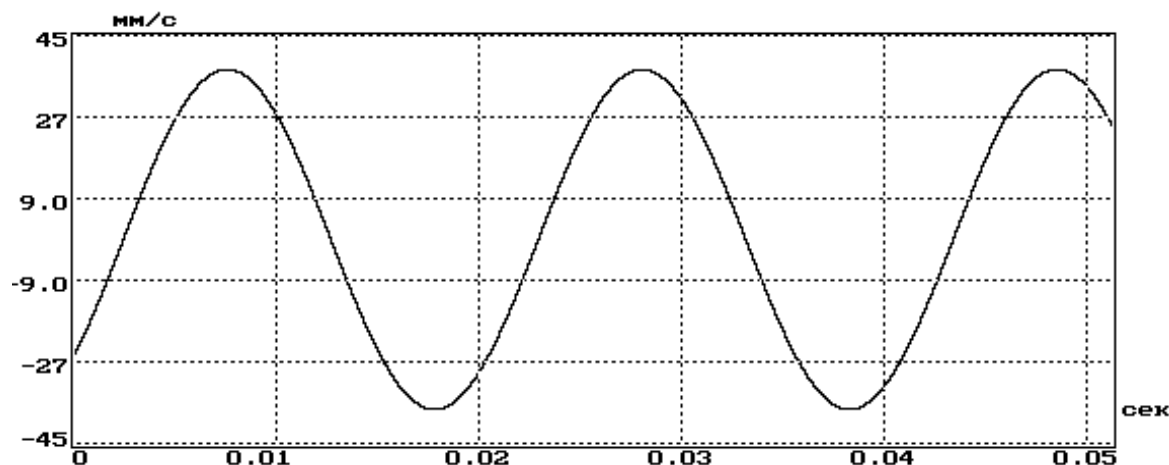


Рисунок 1.8 – Представление гармонического сигнала в единицах виброскорости, временная реализация (ось абсцисс – время, с; ось ординат – виброскорость, мм/с)

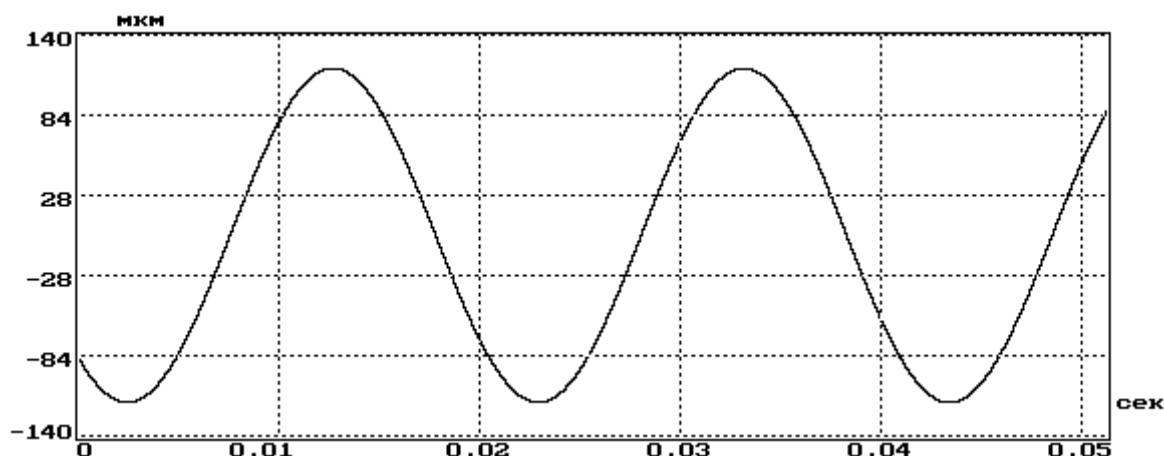


Рисунок 1.9 – Представление гармонического сигнала в единицах виброперемещения, временная реализация (ось абсцисс – время, с; ось ординат – виброперемещение, мкм)

На рисунках, изображающих временную реализацию гармонического сигнала, наглядно виден фазовый сдвиг на $\frac{\pi}{2}$ при однократном интегрировании, а на рисунках, представляющих спектр полигармонического сигнала, – подавление высокочастотных спектральных составляющих, по отношению к низкочастотным.

При работе механизмов с вращательным движением периодическое вращение ротора приводит к тому, что на подшипниковые опоры и на другие узлы механизма действуют разнообразны силы, периодически изменяющие свое основное направление воздействия, что приводит к колебаниям или вибрациям подшипниковых опор и корпусов. Измеряя величину этих вибраций можно судить о величине, источниках и основных причинах возникновения возбуждающих сил и предлагать способы уменьшения их величины.

Измерения параметров вибрации могут производиться в единицах виброускорения, виброскорости или виброперемещения. Проведенные экспериментальные исследования формы вибрационного сигнала и его спектральных характеристик для подшипниковых опор турбоагрегатов в различных единицах измерения вибрации показали, что [20]:

- сигнал, представляющий виброускорение, имеет достаточно богатый, особенно для первых подшипников частотный спектр;
- основной вклад в сигнал, представляющий виброскорость, вносят частотные составляющие, равные первой и второй оборотным частотам;
- сигнал, представляющий виброперемещение, для подшипниковых опор генератора и возбудителя определяется спектральными составляющими первой и второй оборотной частоты, а для остальных подшипниковых опор составляющей первой оборотной частоты.

Это позволяет сделать вывод, что оценка вибрационного состояния турбоагрегата может быть проведена по ограниченному числу спектральных составляющих, однако вопросы его детального изучения и исследования, а также принятие решений в вопросах диагностики должны основываться на полном и всестороннем анализе вибрационных сигналов.

1.2. Амплитудные и фазовые параметры вибрации

При работе механизмов с вращательным движением периодическое вращение вала (ротора) приводит к тому, что на подшипниковые опоры и на другие узлы механизма действуют разнообразные силы, периодически изменяющие свое основное направление воздействия, что приводит к колебаниям или вибрациям подшипниковых опор и корпусов. Измеряя величину этих вибраций можно судить о величине, источниках и основных причинах возникновения возбуждающих сил и предлагать способы их уменьшения.

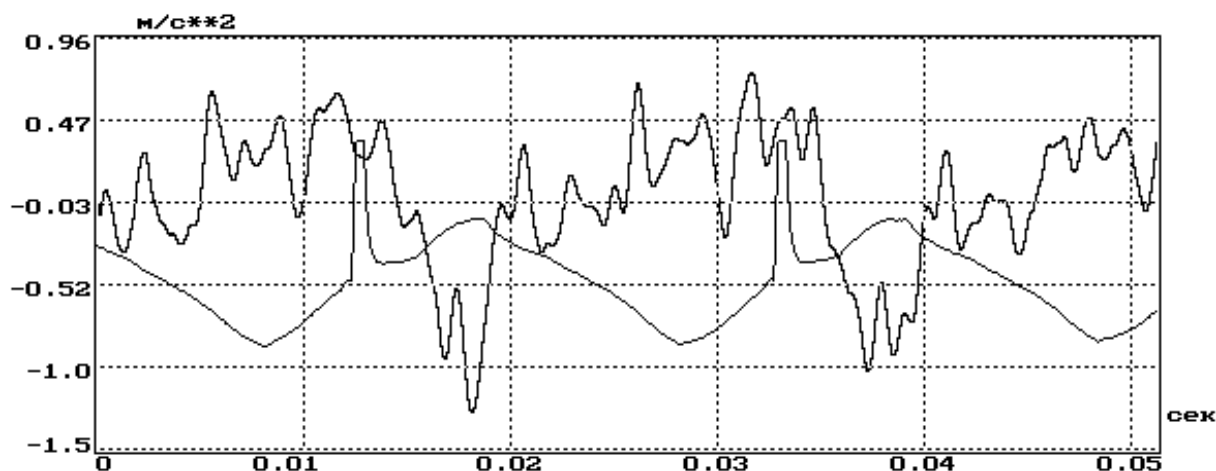
Типовой входной тракт измерительно-вычислительной системы, предназначенной для измерения параметров вибрации, состоит из:

- первичного преобразователя (в большинстве случаев это пьезоэлектрические виброизмерительные преобразователи), установленного на подшипниковой опоре или корпусе механизма и осуществляющего преобразование механических колебаний в электрический сигнал;
- согласующего и нормирующего усилителя, преобразующего сигнал от первичного вибропреобразователя в напряжение с известным коэффициентом передачи;
- аналогового коммутатора входных сигналов в многоканальных системах;
- фильтра низкой частоты для выделения в области нижних частот интересующего пользователя частотного диапазона и обеспечения корректности проведения последующей дискретизации;
- аналого-цифрового преобразователя, осуществляющего дискретизацию и квантование входного аналогового сигнала;
- устройства ввода цифровых данных в компьютер.

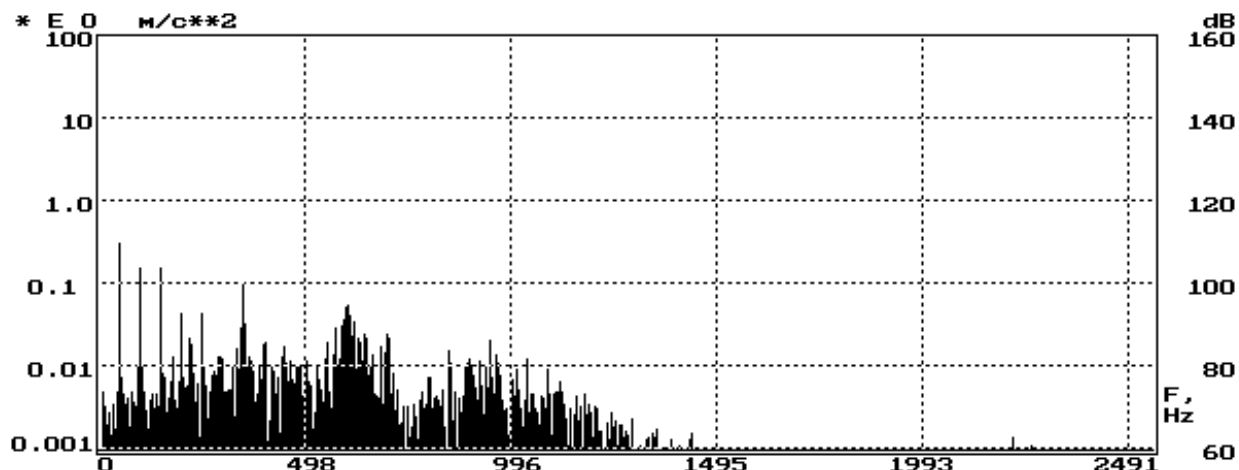
Компьютером выполняются все необходимые расчеты и преобразования для получения требуемых результатов и форм их представления.

Применение при измерениях только виброизмерительных преобразователей позволяет получить только скалярные параметры вибрации, такие как среднее квадратическое значение, размах амплитуды колебаний, пик-фактор, спектральные характеристики и т. п.

Если же на окружности вала зафиксировать определенную точку и в этой точке установить специальную метку, а на корпусе подшипниковой опоры соосно с первичным виброизмерительным преобразователем закрепить датчик, который фиксировал бы проходящую мимо него метку, то в этом случае можно соотнести изменение вибросигнала во времени с моментом прохождения метки на вращающемся валу под датчиком фазовой метки.



а) временная реализация (ось абсцисс – время, s ; ось ординат: для вибросигнала – виброускорение, m/s^2 ; для фазового сигнала – напряжение, V)



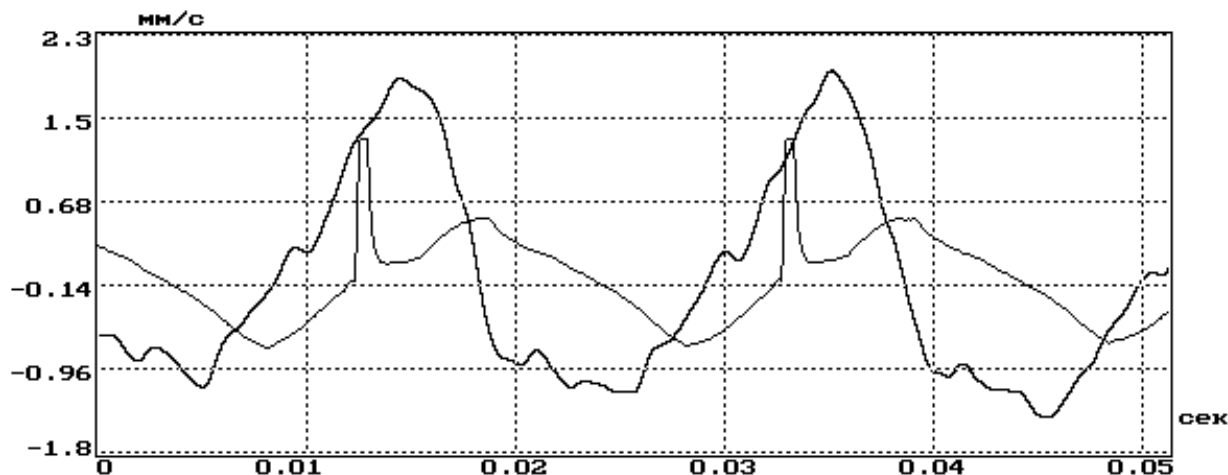
б) амплитудный спектр (ось абсцисс – частота, s^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/s^2)

Рисунок 1.10 – Представление вибрационного сигнала в единицах виброускорения

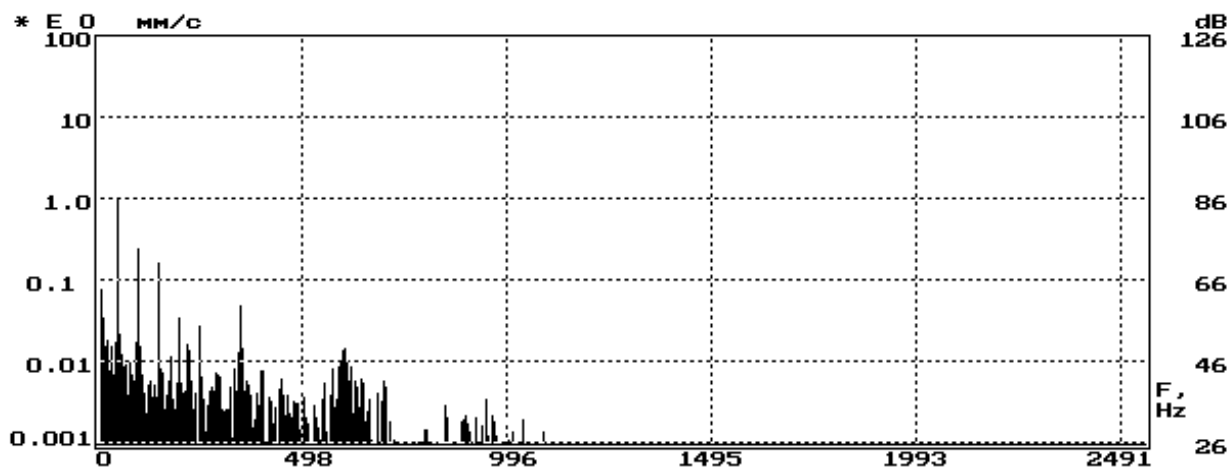
При наличии сигнала от датчика фазовой метки можно определить период вращения вала и, следовательно, частоту вращения вала.

Далее из общего вибросигнала выделяется (определяется ее амплитуда или СКЗ) с помощью преобразования Фурье соответствующая спектральная составляющая, называемая оборотной.

Фазовым углом считается угол между началом отсчета (передний или задний фронт импульса, получаемого от фазового датчика) и первым после начала отсчета максимумом интересующей пользователя гармоники, являющейся составляющей вибросигнала. Для большинства практических применений определяются фазовые углы для оборотной и кратных оборотной (двойной, тройной) спектральных составляющих.



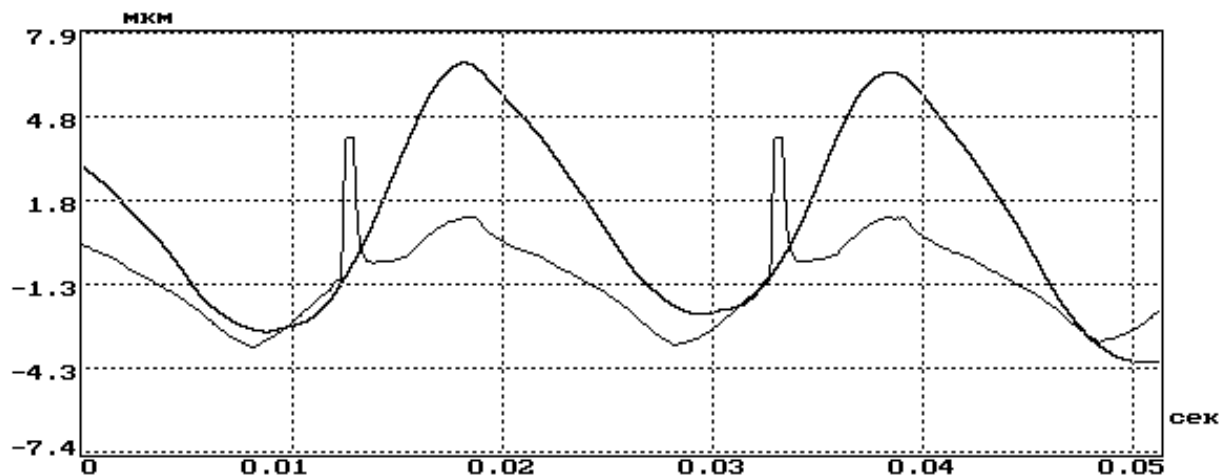
а) временная реализация
(ось абсцисс – время, s ; ось ординат: для вибросигнала – виброскорость, $мм/с$;
для фазового сигнала – напряжение, V)



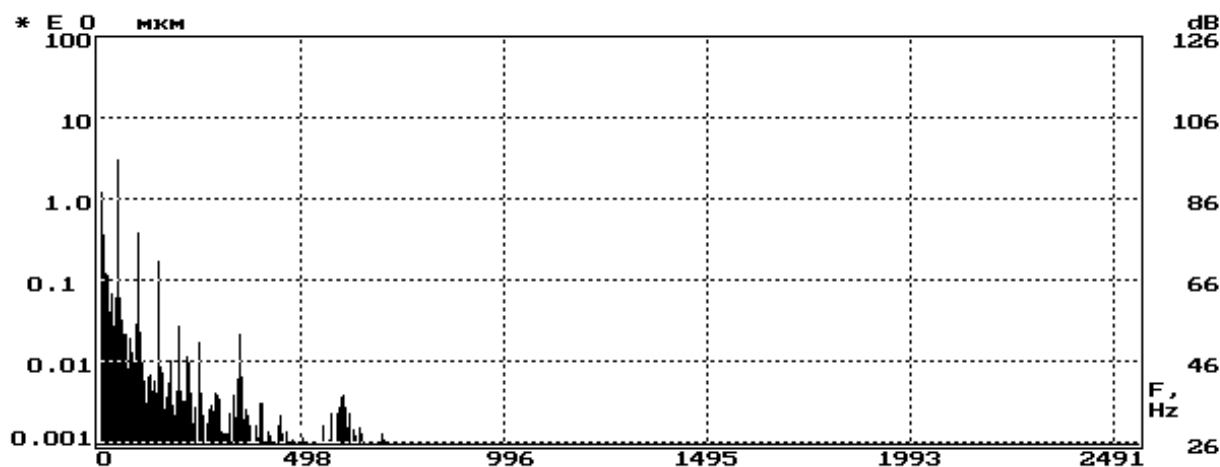
б) амплитудный спектр
(ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброскорость, $мм/с$)

Рисунок 1.11 – Представление вибрационного сигнала в единицах виброскорости

На рисунках 1.10–1.12 показаны изменения во времени принятых синхронно вибросигнала и сигнала от датчика фазовой метки, а также амплитудный спектр вибросигнала при представлении вибросигнала в единицах виброускорения, вибро скорости и виброперемещения.



а) временная реализация
(ось абсцисс – время, c ; ось ординат: для вибросигнала – виброперемещение, $мкм$; для фазового сигнала – напряжение, B)

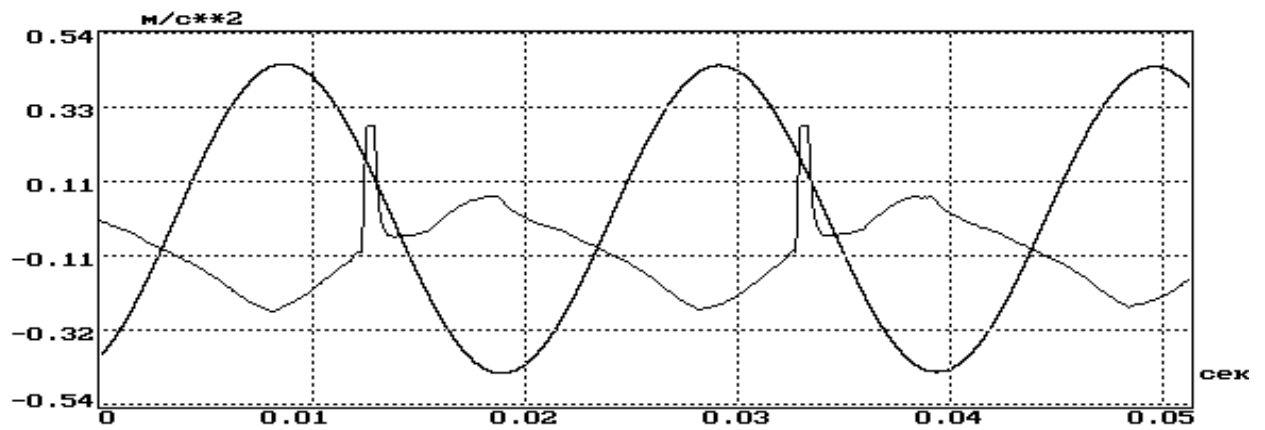


б) амплитудный спектр
(ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброперемещение, $мкм$)

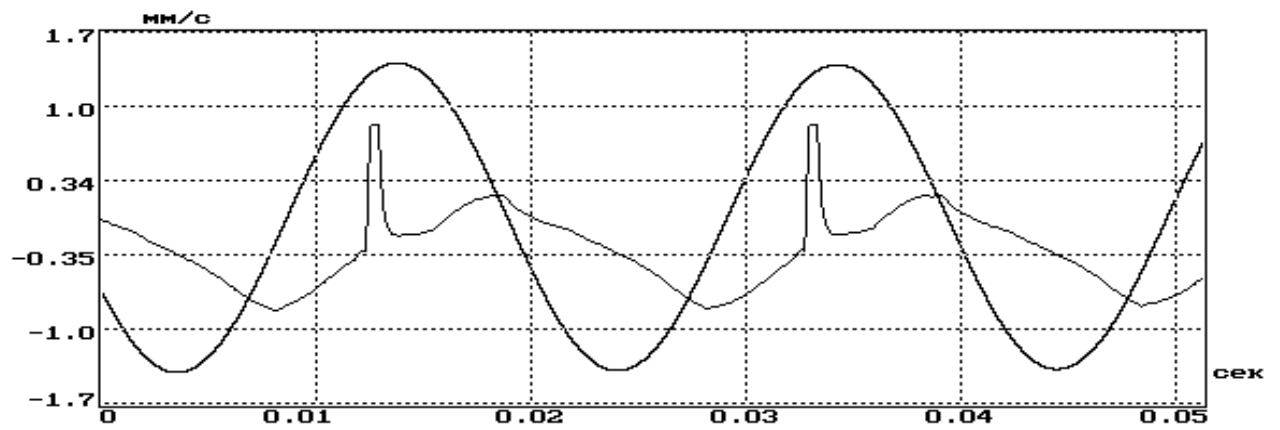
Рисунок 1.12 – Представление вибрационного сигнала в единицах виброперемещения

На рисунке 1.13 показаны синхронно изменяющиеся во времени вибросигнал, представляющий первую оборотную составляющую и сигнал от датчика фазовой метки.

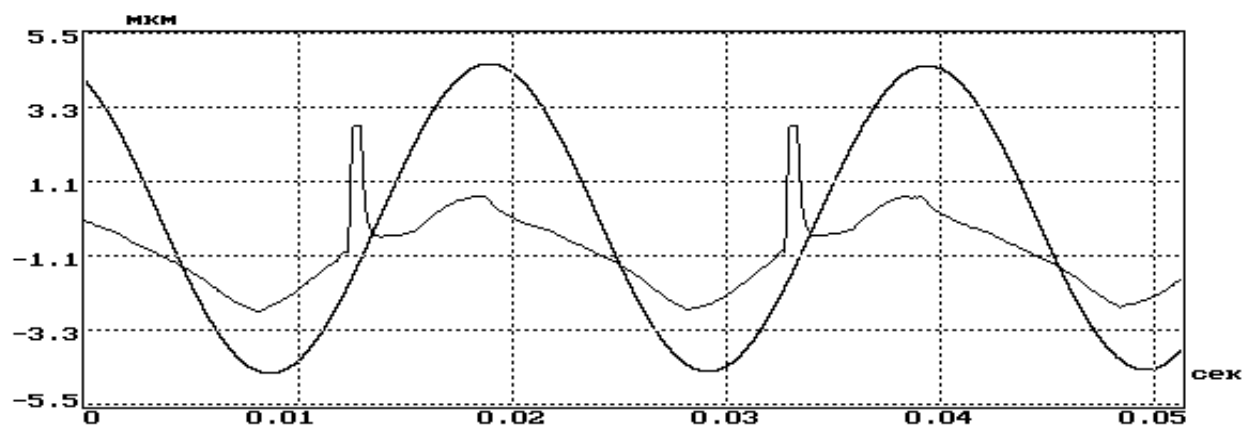
На рисунке 1.14 показаны синхронно изменяющиеся во времени вибросигнал, представляющий вторую оборотную составляющую и сигнал от датчика фазовой метки.



а) для виброускорения

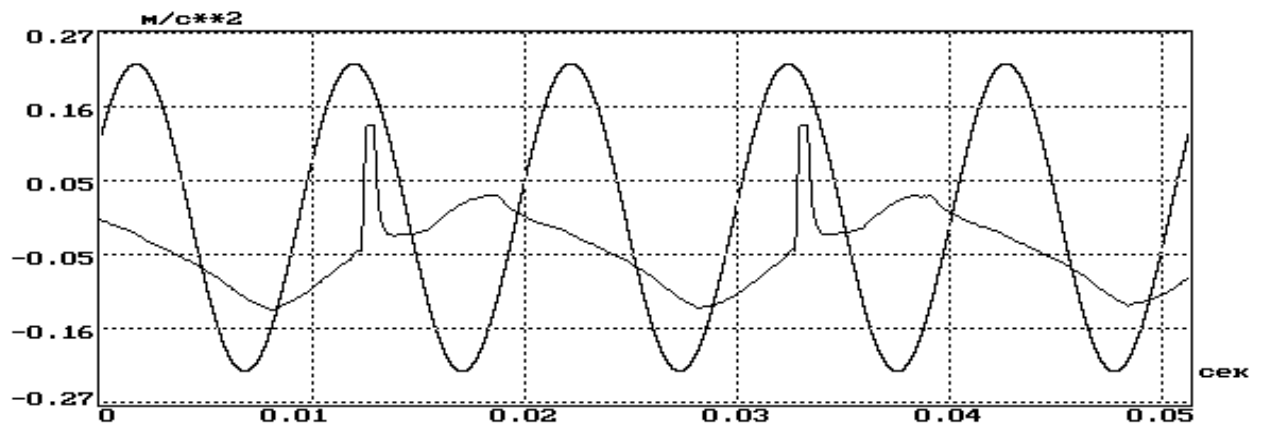


б) для виброскорости

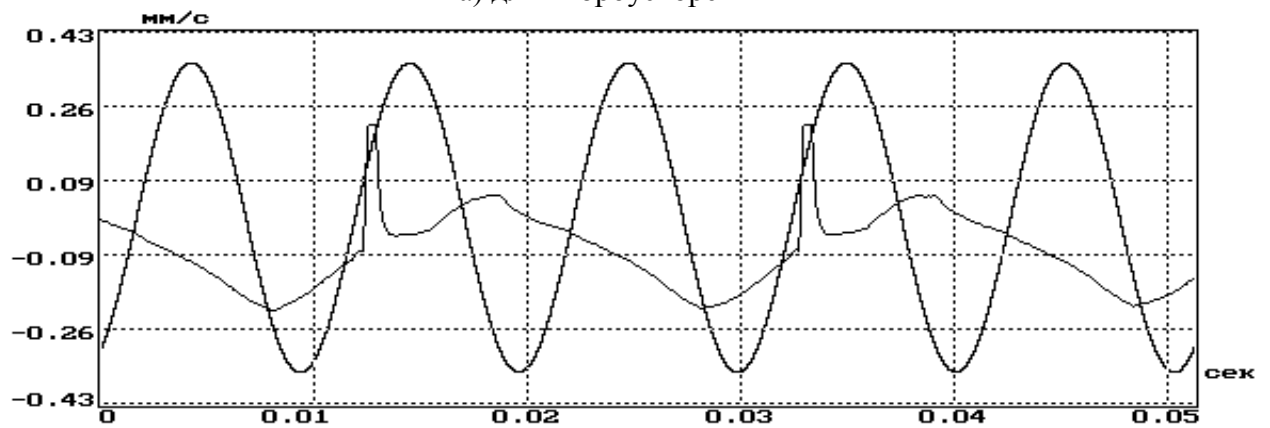


в) для виброперемещения

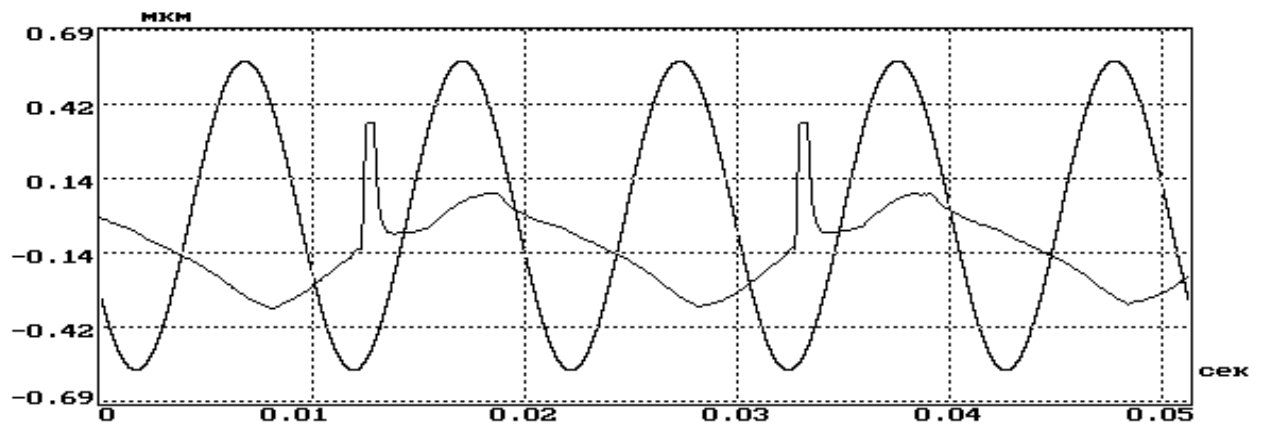
Рисунок 1.13 – Соотношение вибросигнала первой оборотной составляющей и сигнала от датчика фазовой метки



а) для виброускорения



б) для виброскорости



в) для виброперемещения

Рисунок 1.14 – Соотношение вибросигнала второй оборотной составляющей и сигнала от датчика фазовой метки

На всех рисунках сигнал от датчика фазовой метки приведен в относительных единицах, но момент начала анализа одинаков для всех рисунков.

Фазовые углы для сигналов, представленных в единицах виброскорости или виброперемещения, больше по отношению к сигналу, представленному в единицах виброускорения, соответственно на $\pi/2$ и π , взятых по модулю 2π . Это хорошо видно из рисунков.

При определении фазовых параметров вибрации требуется решить следующие задачи:

- синхронизация приема вибросигнала и сигнала от датчика фазовой метки;
- определение по сигналу от датчика фазовой метки периода или частоты вращения вала;
- выделение из исходного вибросигнала гармонической составляющей требуемой частоты и определение ее косинусной и синусной составляющих;
- определение фазового сдвига выбранной гармонической составляющей и ее пересчет для требуемых единиц измерений.

Синхронизация приема вибросигнала и сигнала от фазовой метки может осуществляться двумя способами.

В первом случае по фронту сигнала от датчика фазовой метки начинается прием вибросигнала, а завершение приема происходит по получению следующего (или определенного количества) фронта (фронтов) фазового сигнала. В ходе приема фиксируется количество принятых дискретных отсчетов N , а затем определяется значение фазового угла. При применении этого способа значение N может получаться произвольным, что затрудняет применение других способов цифровой обработки, например, алгоритма быстрого преобразования Фурье, а также невозможно выделить гармонические составляющие, которые имеют частоту меньшую, чем частота вращения вала при приеме только одного периода сигнала для обработки. К положительным качествам этого подхода можно отнести относительно простое устройство ввода, так как здесь можно обойтись одним каналом, предназначенным для ввода вибросигнала. Поэтому такую организацию удобно применять в переносных и мобильных приборах.

Во втором случае по двум параллельным каналам осуществляется одновременный ввод данных в вычислительное устройство вибрационного сигнала и сигнала от датчика фазовой метки. Количество вводимых дискретных отсчетов N выбирается кратным степени двойки, чтобы обеспечить более удобную реализацию алгоритмов цифровой обработки, а период дискретизации выбирается таким, чтобы на заданном количестве отсчетов укладывалось несколько периодов гармонической составляющей, равной частоте вращения вала. Этот подход разнообразит алгоритмы обработки, но несколько их усложняет, а также устройство ввода должно обеспечить параллельный ввод, по крайней мере, двух сигналов. Его целесообразно применять в многофункциональных, многоканальных измерительно-вычислительных системах и комплексах стационарного типа.

После того, как вибросигнал и сигнал от датчика фазовой метки оцифрованы и введены в вычислительную машину для определения амплитудных па-

раметров и фазового сдвига частотной составляющей, кратной частоте вращения, требуется решить следующие алгоритмические задачи:

- 1) выделить номера дискретных отсчетов, которые соответствуют моментам срабатывания датчика фазовой метки, при прохождении под ним метки, закрепленной на цилиндрической поверхности вала;
- 2) определить период вращения вала;
- 3) выбрать диапазон номеров дискретных отсчетов вибросигнала, на котором будут вычисляться амплитудные и фазовые параметры вибрации;
- 4) определить амплитудные параметры вибрации;
- 5) определить фазовые параметры вибрации.

Путем анализа сигнала от датчика фазовой метки определяются номера дискретных отсчетов, соответствующие моментам срабатывания датчика фазовой метки. Для этого вначале выбирается значение опорного уровня, при пересечении которого сигналом от датчика фазовой метки считается, что датчик переключился в другое состояние или, другими словами, он выявил переднюю (входящую) или заднюю (выходящую) кромки метки на валу. Опорный уровень целесообразно выбирать примерно, как среднее значение между максимальным и минимальным значениями амплитуды сигнала от датчика фазовой метки. Далее определяется, какой фронт импульса считается фронтом срабатывания – нарастающий или спадающий, т. е. от какой кромки метки, соответственно передней или задней, будет отсчитываться значение фазового угла. В дальнейшем будем считать фронтом срабатывания нарастающий фронт импульса, а значение опорного уровня рассчитывать по формуле:

$$U_{on} = U_{max} - \nu \cdot (U_{max} - U_{min}), \quad (1.20)$$

где U_{max} , U_{min} – максимальное и минимальное значения импульса, формируемого датчиком фазовой метки, которые принимаются для его идентификации;

ν – относительное значение для фиксации опорного уровня, может находиться в диапазоне от 0.35 до 0.7.

Дискретный отсчет с номером i соответствует моменту срабатывания датчика фазовой метки, если для значений этого сигнала выполняется условие:

$$(x_i \leq U_{on}) \& (x_{i+1} > U_{on}), \quad (1.21)$$

где x_i – значение дискретного отсчета сигнала от датчика фазовой метки в момент времени i ;

U_{on} – значение опорного уровня.

Для повышения надежности алгоритма при выделении момента срабатывания выражение (1.21) может быть модифицировано следующим образом:

$$(x_{i-1} \leq U_{on}) \& (x_i \leq U_{on}) \& (x_{i+1} > U_{on}). \quad (1.22)$$

Условие (1.3) применяется для всех значений массива данных, представляющего сигнал от датчика фазовой метки. При этом фиксируются номера отсчетов, для которых это условие выполняется. Отдельно выделяется номер первого I_n и номер последнего I_k отсчета для анализируемого массива данных, а также подсчитывается общее количество таких отсчетов. Если общее число таких отсчетов равно M , то количество периодов оборотной спектральной составляющей K , целиком укладывающихся на анализируемом массиве, равно:

$$K = M - 1. \quad (1.23)$$

Однако начальный и конечный индексы могут не точно соответствовать моменту сравнения опорного уровня с сигналом от датчика фазовой метки. Для того чтобы учесть этот фактор, следует ввести начальную и конечную поправки, определяемые выражениями:

$$\Delta_n = \frac{x_{i+1} - U_{on}}{x_{i+1} - x_i}, \quad (1.24)$$

$$\Delta_k = 1 - \frac{x_{i+1} - U_{on}}{x_{i+1} - x_i}, \quad (1.25)$$

которые представляют собой линейную аппроксимацию для начала и окончания интервала анализа.

С учетом (1.23–1.25), период (частота) вращения вала далее может быть определена по формулам:

$$T_{об} = [(I_k - I_n - 1 + \Delta_n + \Delta_k) \cdot t_{дАЦП}] / K; \quad (1.26)$$

$$F_{об} = \frac{1}{T_{об}}, \quad (1.27)$$

где $t_{дАЦП}$ – период дискретизации аналого-цифрового преобразователя при вводе данных в компьютер.

Амплитуды косинусной и синусной компонент q -ой оборотной составляющей вибросигнала, полученного от первичного виброизмерительного преобразователя в единицах виброускорения, определяются с помощью выражений [21]:

$$C_{qOb} = \frac{2}{L} \sum_{j=0}^{L-1} w_{j+l} \cdot \cos(p \cdot q \cdot j); \quad (1.28)$$

$$S_{qOb} = \frac{2}{L} \sum_{j=0}^{L-1} w_{j+I_n} \cdot \sin(p \cdot q \cdot j), \quad (1.29)$$

где

$$L = \text{round}(I_k - I_n - 1 + \Delta_n + \Delta_k); \quad (1.30)$$

$$p = \frac{2\pi K}{I_k - I_n - 1 + \Delta_n + \Delta_k}; \quad (1.31)$$

$w_{j+I_n} - j$ -й отсчет вибросигнала в единицах виброускорения, принятого параллельно с сигналом от датчика фазовой метки, и синхронизированный относительно первого выявленного прохождения метки.

Значение q может быть как больше нуля, так и меньше. Если q меньше нуля, то должно быть удовлетворено условие:

$$[K_q = \text{int}(K \cdot q)] \geq 1, \quad (1.32)$$

где int – операция выделения целой части дробного числа.

Пиковая амплитуда в единицах виброускорения и фазовый угол сдвига (в радианах) относительно метки на валу q -й оборотной составляющей вибросигнала вычисляются по формулам:

$$A_{qObV} = \sqrt{C_{qOb}^2 + S_{qOb}^2}; \quad (1.33)$$

$$\varphi_{qObV} = \text{arctg} \frac{S_{qOb}}{C_{qOb}}. \quad (1.34)$$

Переход к единицам виброскорости и виброперемещения для этих параметров осуществляется с помощью соотношений:

$$A_{qObC} = \frac{A_{qObV} \cdot 1000}{2\pi \cdot qF_{Ob}}; \quad (1.35)$$

$$\varphi_{qObC} = \left(\varphi_{qObV} + \frac{\pi}{2} \right) \text{mod } 2\pi; \quad (1.36)$$

$$A_{qOb\Pi} = \frac{A_{qObC} \cdot 1000}{2\pi \cdot qF_{Ob}}; \quad (1.37)$$

$$\varphi_{qOb\Pi} = \left(\varphi_{qObC} + \frac{\pi}{2} \right) \text{mod } 2\pi. \quad (1.38)$$

Пересчет значения фазового угла из радиан в градусы производится в соответствии с выражением:

$$\varphi_{qОб,град} = \frac{\varphi_{qОб,рад}}{2\pi} \cdot 360. \quad (1.39)$$

Если для вычислений в формулах (1.28–1.29) w_j представляются, как коды после аналого-цифрового преобразования, то для того, чтобы значения амплитуд выделяемых гармонических составляющих, полученных в формулах (1.33, 1.35–1.36), представляли реальные значения, их следует разделить на коэффициент приведения, определяемый как:

$$k_{Привед} = \frac{k_{БК} k_{У} k_{ВхТ}}{\Delta_{кв.АЦП}}, \quad (1.40)$$

где $k_{БК}$ – коэффициент передачи входного виброизмерительного канала, имеет единицы измерения $мВ \cdot с^2 / м$;

$k_{У}$ – коэффициент усиления масштабного усилителя перед аналого-цифровым преобразованием;

$k_{ВхТ}$ – коэффициент передачи входного тракта устройства ввода виброизмерительного сигнала;

$\Delta_{кв.АЦП}$ – значение кванта аналого-цифрового преобразователя, имеет единицу измерения $мВ$.

Для определения периода вращения вала требуется, чтобы принятая для обработки последовательность дискретных отсчетов (массивы данных) содержали хотя бы один полный период изменения сигнала от датчика фазовой метки и, соответственно, оборотной составляющей вибросигнала. Фактически, минимальное значение частоты, которую можно устойчиво вычислять, удовлетворяет соотношению:

$$F_{Обмин} = \frac{2}{T_a}, \quad (1.41)$$

где T_a – время, в течение которого сигналы принимались для анализа.

Максимальная частота, для которой рассчитываются амплитудные и фазовые параметры, в основном определяется допустимым уровнем погрешности их вычисления.

Если фронт нарастания сигнала от датчика фазовой метки пологий, то выражение (1.26) позволяет с высокой точностью определить период вращения вала. Погрешность будет только за счет линеаризации между точками i и $i+1$ фронта нарастания фазового сигнала. Если же фронт нарастания сигнала от датчика фазовой метки крутой, то выражения (1.24–1.25) принимают вид:

$$\Delta_n = \frac{U_{\max} - [U_{\max} - \nu \cdot (U_{\max} - U_{\min})]}{U_{\max} - U_{\min}} = \nu; \quad (1.42)$$

$$\Delta_k = 1 - \frac{U_{\max} - [U_{\max} - \nu \cdot (U_{\max} - U_{\min})]}{U_{\max} - U_{\min}} = 1 - \nu, \quad (1.43)$$

и тогда выражение (1.26) будет выглядеть следующим образом:

$$T_{об} = [(I_k - I_n) \cdot t_{\Delta АЦП}] / K. \quad (1.44)$$

С учетом условия (1.22), абсолютная погрешность при определении периода вращения вала согласно выражению (1.44) не превышает по абсолютной величине значения:

$$\Delta T_{об \max} = t_{\Delta АЦП} / K, \quad (1.45)$$

а относительная погрешность определяется выражением:

$$\delta T_{об} = \frac{t_{\Delta АЦП} / K}{[(I_n - I_k - 1) \cdot t_{\Delta АЦП}] / K} = \frac{1}{I_n - I_k - 1}, \quad (1.46)$$

если абсолютная погрешность положительная, или выражением:

$$\delta T_{об} = \frac{-t_{\Delta АЦП} / K}{[(I_n - I_k + 1) \cdot t_{\Delta АЦП}] / K} = -\frac{1}{I_n - I_k + 1}, \quad (1.47)$$

если абсолютная погрешность отрицательная.

Для перевода относительной погрешности в процентные значения полученные значения в выражениях (1.46–1.47) следует умножить на 100.

Частота вращения вала при вычислении его периода вращения по формуле (1.44) определяется как:

$$F_{об} = \frac{1}{T_{об}} = \frac{K}{(I_k - I_n) \cdot t_{\Delta АЦП}}. \quad (1.48)$$

Абсолютная погрешность определения частоты вращения вычисляется либо по формуле:

$$\Delta F_{об} = F_{об.изм} - F_{об.ист} = \frac{K}{(I_k - I_n) \cdot t_{\Delta АЦП}} - \frac{K}{(I_k - I_n - 1) \cdot t_{\Delta АЦП}} = -\frac{K}{(I_k - I_n)(I_k - I_n - 1) \cdot t_{\Delta АЦП}} \quad (1.49)$$

или по формуле:

$$\Delta F_{об} = F_{об.изм} - F_{об.ист} = \frac{K}{(I_k - I_n) \cdot t_{\Delta ЦП}} - \frac{K}{(I_k - I_n + 1) \cdot t_{\Delta ЦП}} = \frac{K}{(I_k - I_n)(I_k - I_n + 1) \cdot t_{\Delta ЦП}}. \quad (1.50)$$

Относительная погрешность вычисления частоты вращения вала определяется соответственно как:

$$\delta F_{об} = \frac{\Delta F_{об}}{F_{об.ист}} = - \frac{K}{(I_k - I_n)(I_k - I_n - 1) \cdot t_{\Delta ЦП}} \cdot \frac{(I_k - I_n - 1) \cdot t_{\Delta ЦП}}{K} = - \frac{1}{(I_k - I_n)}, \quad (1.51)$$

или как:

$$\delta F_{об} = \frac{\Delta F_{об}}{F_{об.ист}} = \frac{K}{(I_k - I_n)(I_k - I_n + 1) \cdot t_{\Delta ЦП}} \cdot \frac{(I_k - I_n + 1) \cdot t_{\Delta ЦП}}{K} = \frac{1}{(I_k - I_n)}. \quad (1.52)$$

Следовательно, относительная погрешность определения частоты или периода вращения вала определяется количеством дискретных отсчетов, которые используются для определения значений этих параметров. Если временной интервал, используемый для анализа, равен T_a , и после его дискретизации получается N отсчетов, а период вращения вала $T_{об}$, то на один оборот вала приходится:

$$N_{1об} = N \cdot \frac{T_{об}}{T_a} \quad (1.53)$$

отсчетов, а количество точек для определения частоты вращения вала определяется выражением:

$$N_{pac} = round \{ N_{1об} [int(\frac{T_a}{T_{об}}) - 1] \}, \quad (1.54)$$

или выражением:

$$N_{pac} = round \{ N_{1об} [int(\frac{F_{об}}{1/T_a}) - 1] \}, \quad (1.55)$$

где *round* – операция округления.

Если, к примеру, $N=1024$, $T_a / T_{об} = 10$, то $N_{pac} = 922$, а $\delta F_{об} = 0.0011$. Следовательно, если для определения частоты вращения вала, равной 50 Гц, интервал анализа выбрать равным 200 мс, и этот временной интервал подверг-

нуть дискретизации на 1024 точки, то погрешность определения частоты вращения вала не должна превышать 0.11 %.

Для проверки рассмотренных теоретических положений выполнены экспериментальные исследования программы, предназначенной для определения частоты сигнала от датчика фазовой метки и фазового сдвига между этим сигналом и исследуемым вибросигналом. В качестве источника сигналов применялся прецизионный генератор частоты ГЗ-110, воспроизводящий гармонический сигнал заданной частоты, с погрешностью, не превышающей по абсолютной величине 0.00003 %, который параллельно подается непосредственно на входы аналого-цифрового преобразователя, являющиеся входом синхронизации и входом измерительным. Это позволяет избежать искажений контрольных сигналов входными цепями и в этом случае истинное значение измеряемого фазового сдвига равно 90 градусов. Результаты экспериментальных измерений, приведенные, показывают, что относительная погрешность определения частоты не превышает по абсолютной величине 0.06 %, а абсолютная погрешность измерения фазового сдвига не превышает 0.2 градуса. Они полностью подтверждают приведенные теоретические рассуждения [22].

1.3. Модель вибрационного процесса и алгоритма определения его параметров при нестационарном режиме работы турбоагрегата

В данном рассмотрении под нестационарным режимом понимается работа агрегата при пусках и выбегах, когда изменяется частота вращения вала. Изменение частоты вращения вызывает изменение частотных параметров сил, возбуждающих вибрацию.

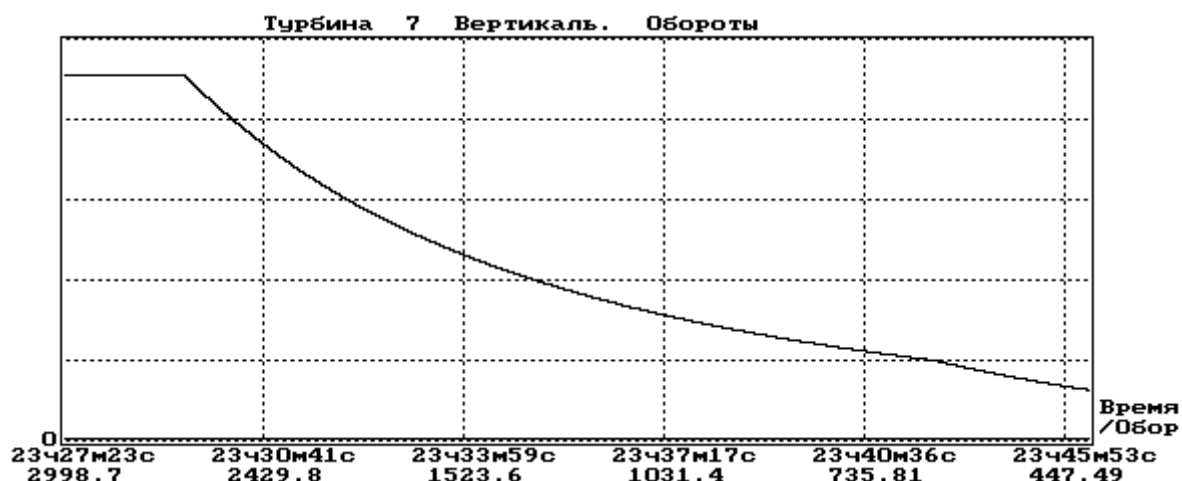


Рисунок 1.15 – Функция изменения частоты вращения вала турбоагрегата при выбеге (по оси абсцисс: верхняя строка – время; нижняя строка – обороты в минуту, мин⁻¹)

Проведение вибрационного контроля, например, на этапе выбега, когда частота вращения вала изменяется от номинальной до нуля, предоставляет возможность выявить все собственные и местные резонансы конструкции, в точке контроля. Это позволяет обоснованно планировать проведение пусковых работ. Если же на протяжении эксплуатационного периода турбоагрегата фиксировать все вибрационные характеристики пусков и выбегов, то эти данные могут служить основой для создания системы оценки его технического состояния, а также достаточно эффективно обнаруживать изменения вибрационного состояния.

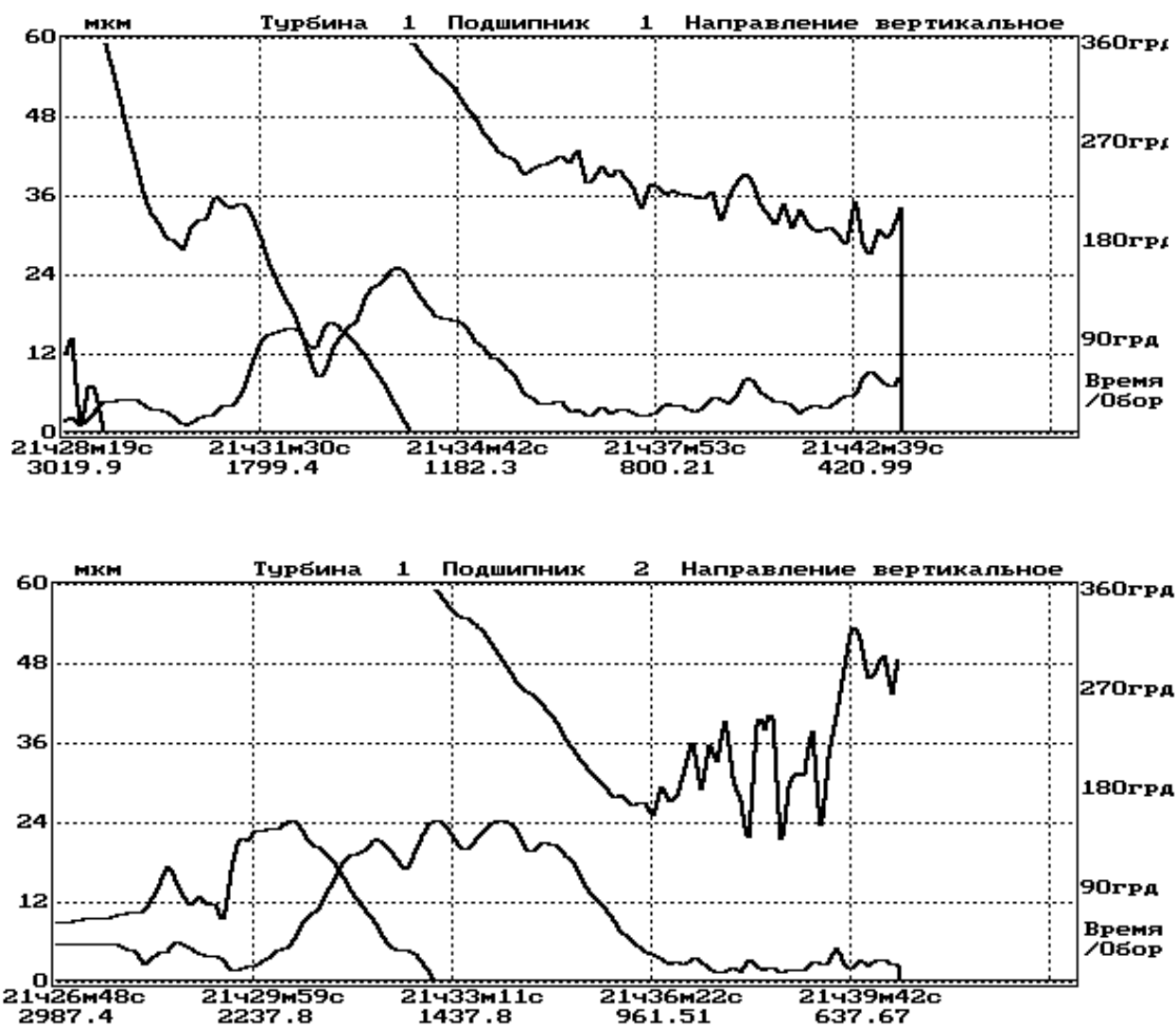


Рисунок 1.16 – Амплитудно-фазовые характеристики турбоагрегата Т-50/60-130 при выбеге
 (по оси абсцисс: верхняя строка – время; нижняя строка – обороты в минуту;
 по оси ординат: размах виброперемещения (сплошной график)
 первой оборотной составляющей, мкм;
 фазовый угол первой оборотной составляющей (график с разрывом, град.))

Модель вибрационного процесса, представляющего вибрацию подшипниковой опоры, фиксируемой в месте установки ВИП, при нестационарном режиме работы с определенным уровнем приближения можно описать следующим выражением:

$$x(t) = \sum_{i=1}^L A_i(t) \cos[2\pi \cdot f_i(t) \cdot t - \varphi_i(t)], \quad (1.56)$$

где $A_i(t)$, $f_i(t)$, $\varphi_i(t)$ – функции, описывающие изменение во времени, соответственно, амплитуды, частоты и фазы i -й оборотной составляющей.

Экспериментальные исследования вибрационных характеристик при выбегах турбоагрегатов показывают, что максимальное изменение частоты вращения вала не превышает 10–20 оборотов в секунду [22]. На рисунке 1.15, в качестве примера, показана функция изменения частоты вращения ротора от времени при выбеге, а на рисунке 1.16 графики изменения амплитуды первой оборотной составляющей и ее фазы при выбеге турбоагрегата Т-50/60-130 УТЗ. Данные получены с помощью ИВК «Лукомль-2001» [13, 23].

На коротком интервале анализа T_a , который для частотного разрешения в 5 Гц составляет 200 миллисекунд, можно предположить, что изменение амплитуды, частоты и фазы является линейным и описывается выражениями:

$$A_i(t) = A_{i0} \left(1 + \delta A_i \cdot \frac{t}{T_a} \right); \quad (1.57)$$

$$\delta A_i = \frac{\Delta A_i}{A_{i0}}; \quad (1.58)$$

$$f_i(t) = f_{i0} \left(1 + \delta f_i \cdot \frac{t}{T_a} \right); \quad (1.59)$$

$$\delta f_i = \frac{\Delta f_i}{f_{i0}}; \quad (1.60)$$

$$\varphi_i(t) = \varphi_{i0} + \Delta \varphi_i \frac{t}{T_a}; \quad (1.61)$$

$$\Delta A_i = A_{i,T_a} - A_{i,0}; \quad (1.62)$$

$$\Delta \varphi_i = \varphi_{i,T_a} - \varphi_{i,0}, \quad (1.63)$$

где $A_{i,0}$, $\varphi_{i,0}$ – амплитуда и фаза вибросигнала i -й оборотной составляющей в момент начала анализа, а A_{i,T_a} , φ_{i,T_a} – в момент окончания.

Если момент начала анализа совпадает с моментом прохождения метки на валу под датчиком фазовой метки, то развитие вибропроцесса можно с учетом (1.57–1.63) описать выражением:

$$x(t) = \sum_{i=1}^L A_{i,0} \left(1 + \delta A_i \frac{t}{T_a}\right) \cos \left[2\pi \cdot f_{i,0} \left(1 + \delta f_i \frac{t}{T_a}\right) \cdot t - \left(\varphi_{i,0} + \Delta \varphi_i \frac{t}{T_a} \right) \right] \quad (1.64)$$

Однако, так как момент начала приема сигнала является произвольным, то по отношению к фазовому датчику метка на валу оказывается повернутой на угол φ_{1n} , отсчитываемый относительно фазового датчика против часовой стрелки (вал вращается по часовой стрелке).

В этом случае момент t_n первого прохождения метки под фазовым датчиком после начала анализа можно найти, решив уравнение (1.65) относительно t :

$$2\pi \cdot f_{1,0} \left(1 + \delta f_1 \frac{t}{T_a}\right) \cdot t - \varphi_{1n} = 0. \quad (1.65)$$

Здесь индекс 1 обозначает, что частота соответствует частоте вращения вала.

Проведем преобразования уравнения (1.65):

$$2\pi \cdot f_{1,0} \cdot t + 2\pi \cdot f_{1,0} \cdot \delta f_1 \frac{t^2}{T_a} - \varphi_{1n} = 0; \quad (1.66)$$

$$a \cdot t^2 + b \cdot t + c = 0, \quad (1.67)$$

$$\text{где } a = \frac{2\pi \cdot f_{1,0} \cdot \delta f_1}{T_a}, \quad b = 2\pi \cdot f_{1,0}, \quad c = -\varphi_{1n}$$

и найдем значение:

$$t_n = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}. \quad (1.68)$$

Если в левую часть (1.52) вместо t подставить T_a , то полученное значение будет соответствовать p (в общем случае не целому числу) оборотам, т. е.

$$2\pi \cdot f_{1,0} (1 + \delta f_1) \cdot T_a - \varphi_{1n} = 2\pi \cdot p. \quad (1.69)$$

Число полных оборотов, зафиксированных за время анализа T_a , определяется выражением:

$$k = \text{int} \left(f_{1,0} (1 + \delta f_1) \cdot T_a - \frac{\varphi_{1n}}{2\pi} \right). \quad (1.70)$$

Момент времени t_k , соответствующий завершению k -го оборота, вычисляется из уравнения:

$$2\pi \cdot f_{1,0} \left(1 + \mathcal{F}_1 \frac{t}{T_a} \right) \cdot t - \varphi_{1n} = 2\pi k, \quad (1.71)$$

решение которого аналогично (1.68), за исключением того, что коэффициент

$$c = -\varphi_{1n} - 2\pi k.$$

По значениям t_n и t_k можно определить частоту вращения вала в соответствии с формулой:

$$f_1 = \frac{k}{t_k - t_n}. \quad (1.72)$$

Полученное значение частоты является некоторой усредненной оценкой на интервале анализа и применяется при последующем вычислении амплитуды и фазы.

Проведено моделирование алгоритма определения частоты сигнала (выражения (1.66–1.72) [22]. Полученные результаты показывают, что при изменяющейся частоте анализируемого сигнала расчетное значение частоты находится между ее максимальным и минимальным значениями на принятом интервале анализа.

Выполнено также имитационное моделирование по формированию вибросигнала, соответствующего первой оборотной частоте, с изменяющимися амплитудой, частотой и фазой; определению частоты сигнала (выражения (1.52–1.58) и определению амплитудно-фазовых параметров смоделированного сигнала (выражения (1.33–1.34).

Расчет значений массива, которые представляют моделируемый сигнал, осуществляется в соответствии с формулой:

$$x_i = A_{1,0} \left(1 + \delta A_1 \frac{i}{N} \right) \cos \left[\frac{2\pi \cdot f_{1,0} \cdot T_a \cdot i}{N} \left(1 + \mathcal{F}_1 \frac{i}{N} \right) - \left(\varphi_{1,0} + \Delta \varphi_1 \frac{i}{N} \right) \right], \quad (1.73)$$

где N – число элементов в массиве;

$$i = 0 \div N - 1.$$

Результаты имитационного моделирования показывают, что предложенный алгоритм определения амплитудно-фазовых параметров вибрации имеет точностные параметры, соответствующие нормативным документам [23–25].

1.4. Анализ погрешностей при вычислении фазовых параметров вибраций

1.4.1. Причины возникновения погрешностей

Высокая стоимость принятия неправильного решения по оценке уровня вибробезопасности турбоагрегата обуславливает необходимость обеспечения достаточной точности определения значений параметров вибрации. Вместе с тем существует достаточное количество причин возникновения погрешностей при определении этих параметров, связанных как с аппаратными особенностями систем виброконтроля, так и со свойствами применяемых алгоритмов обработки. К таким причинам, к примеру, можно отнести следующие:

- несовпадение временного интервала анализа с периодом периодического или почти периодического анализируемого сигнала;
- низкочастотные дрейфы, которые могут присутствовать в анализируемом сигнале;
- переходные процессы;
- нелинейные искажения в виброизмерительных каналах и устройствах ввода, например, ограничения по уровню;
- ограниченная разрядность аналого-цифрового преобразования;
- возможные потери дискретных отсчетов при аналого-цифровом преобразовании и вводе кодов в компьютер;
- сбои и отказы отдельных двоичных разрядов в принимаемых кодах;
- особенности трансформации погрешностей исходных данных в выходные результаты применяемыми вычислительными способами.

Приведенный список причин не является всеобъемлющим и может быть продолжен, однако даже этот перечень показывает наличие существенных проблем при удовлетворении требования по обеспечению высокой точности получаемых результатов.

1.4.2. Оценка погрешности определения фазы оборотной составляющей вибросигнала

Вычисление фазы n -й оборотной составляющей производится в соответствии с формулой (1.34), имеющей вид:

$$\varphi_{nOb} = \arctg \frac{S_{nOb}}{C_{nOb}}. \quad (1.74)$$

Погрешность вычисления фазы определяется погрешностью вычисления аргумента этой формулы, который обозначим для дальнейших рассуждений как x . Тогда истинное значение x определяется выражением:

$$x_{Исм} = \frac{S_{нОбИсм}}{C_{нОбИсм}}, \quad (1.75)$$

а реальное – выражением:

$$x_{Реальн} = \frac{S_{нОбИсм}(1 + \alpha_S)}{C_{нОбИсм}(1 + \alpha_C)}, \quad (1.76)$$

где α_S – относительная погрешность определения синусной компоненты спектральной оборотной составляющей;

α_C – относительная погрешность определения косинусной компоненты спектральной оборотной составляющей.

Абсолютная погрешность определения аргумента x имеет вид:

$$\Delta x = x_{Реальн} - x_{Исм} = \frac{S_{нОбИсм}(1 + \alpha_S)}{C_{нОбИсм}(1 + \alpha_C)} - \frac{S_{нОбИсм}}{C_{нОбИсм}} = \frac{S_{нОбИсм}(\alpha_S - \alpha_C)}{C_{нОбИсм}(1 + \alpha_C)} = x_{Исм} \frac{\alpha_S - \alpha_C}{1 + \alpha_C}. \quad (1.77)$$

Если значения α_S и α_C выражены в процентах, то тогда выражение (1.77) имеет вид:

$$\Delta x = x_{Исм} \frac{\frac{\alpha_S}{100} - \frac{\alpha_C}{100}}{1 + \frac{\alpha_C}{100}} = x_{Исм} \frac{\alpha_S - \alpha_C}{100 + \alpha_C}. \quad (1.78)$$

Относительная погрешность определения аргумента x в относительных единицах вычисляется по формуле:

$$\delta x = \frac{\Delta x}{x_{Исм}} = \frac{\alpha_S - \alpha_C}{100 + \alpha_C}. \quad (1.79)$$

Если предположить, что если $\alpha_S = 0$, то тогда:

$$\delta x = - \frac{\alpha_C}{100 + \alpha_C}, \quad (1.80)$$

а если $\alpha_C = 0$, то тогда:

$$\delta x = \alpha_S. \quad (1.81)$$

Однако формулы (1.79–1.81) неудобно применять для оценки погрешности вычисления аргумента x , когда его значение находится вблизи углов кратных

$\pi/2$, π и равных нулю, так как в этих случаях истинное значение косинуса или синуса равно нулю и вычислить для них по значению относительной погрешности значение абсолютной не является возможным. Поэтому представляется целесообразным для оценки погрешности вычисления аргумента x использовать приведенную погрешность определения синуса и косинуса, т. е. заданную как относительную величину от их максимальных значений, равных единице. Следовательно, в данном случае приведенная погрешность будет адекватна абсолютной.

Тогда реальное значение аргумента будет определяться формулой:

$$x_{\text{Реальн}} = \frac{S_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}}}{C_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}}}, \quad (1.82)$$

его абсолютная погрешность – формулой:

$$\Delta x = \frac{S_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}}}{C_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}}} - \frac{S_{\text{нОбИст}}}{C_{\text{нОбИст}}} = \frac{C_{\text{нОбИст}} \alpha_{\text{СПрив.}} - S_{\text{нОбИст}} \alpha_{\text{СПрив.}}}{C_{\text{нОбИст}} (C_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}})}, \quad (1.83)$$

а относительная погрешность – формулой:

$$\delta x = \frac{C_{\text{нОбИст}} \alpha_{\text{СПрив.}} - S_{\text{нОбИст}} \alpha_{\text{СПрив.}}}{S_{\text{нОбИст}} (C_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}})}. \quad (1.84)$$

Проведенные исследования [21, 23] свидетельствуют о том, что, если приведенные погрешности для значений синуса и косинуса по абсолютной величине не превышают 1 %, то получаемое значение аргумента x может быть использовано в дальнейших вычислениях, так как в этом случае вычисленное по полученному аргументу значение функции \arctg отклоняется, не более чем на один градус, по абсолютной величине от истинного значения угла. Однако необходимо учитывать, что изменение знака какой-нибудь из составляющих, вследствие погрешности, приводит к тому, что аргумент меняет знак, а это соответствует тому, что угол разворачивается на 180 градусов.

Применение аргумента x и значений его погрешностей для оценки точности вычисления функции \arctg затруднено в силу того, что аргумент принимает значения в диапазоне от минус бесконечности до плюс бесконечности. Поэтому используем для этих целей значения погрешностей определения косинусной и синусной составляющих.

Для значений x , по абсолютной величине меньших или равных единице, функция \arctg может быть вычислена путем разложения в ряд следующего вида:

$$\arctg(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots \quad (1.85)$$

Если в (1.85) вместо x подставим значение, в соответствии с выражением (1.82), то получим:

$$\operatorname{arctg}(x_{\text{реальн}}) = \frac{S_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}}}{C_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}}} - \frac{(S_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}})^3}{3(C_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}})^3} + \frac{(S_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}})^5}{5(C_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}})^5} - \dots, \quad (1.86)$$

а истинное значение arctg будет выглядеть следующим образом:

$$\operatorname{arctg}(x_{\text{Ист}}) = \frac{S_{\text{нОбИст}}}{C_{\text{нОбИст}}} - \frac{S_{\text{нОбИст}}^3}{3(C_{\text{нОбИст}})^3} + \frac{S_{\text{нОбИст}}^5}{5C_{\text{нОбИст}}^5} - \dots \quad (1.87)$$

Выполним вычитание из выражения (1.86) выражение (1.87). Для первого слагаемого получим:

$$\frac{S_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}}}{C_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}}} - \frac{S_{\text{нОбИст}}}{C_{\text{нОбИст}}} = \frac{C_{\text{нОбИст}}\alpha_{\text{СПрив.}} - S_{\text{нОбИст}}\alpha_{\text{СПрив.}}}{C_{\text{нОбИст}}(C_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}})} = \frac{\alpha_{\text{СПрив.}}}{C_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}}} - \frac{S_{\text{нОбИст}}}{C_{\text{нОбИст}}} \cdot \frac{\alpha_{\text{СПрив.}}}{C_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}}},$$

ИЛИ

$$\frac{S_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}}}{C_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}}} = \frac{S_{\text{нОбИст}}}{C_{\text{нОбИст}}} + \frac{\alpha_{\text{СПрив.}}}{C_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}}} - \frac{S_{\text{нОбИст}}}{C_{\text{нОбИст}}} \cdot \frac{\alpha_{\text{СПрив.}}}{C_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}}}. \quad (1.88)$$

Для второго слагаемого аналогичные преобразования будут выглядеть так:

$$\begin{aligned} & \frac{(S_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}})^3}{(C_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}})^3} - \frac{S_{\text{нОбИст}}^3}{C_{\text{нОбИст}}^3} = \frac{S_{\text{нОбИст}}^3 + 3S_{\text{нОбИст}}^2\alpha_{\text{СПрив.}} + 3S_{\text{нОбИст}}\alpha_{\text{СПрив.}}^2 + \alpha_{\text{СПрив.}}^3}{C_{\text{нОбИст}}^3 + 3C_{\text{нОбИст}}^2\alpha_{\text{СПрив.}} + 3C_{\text{нОбИст}}\alpha_{\text{СПрив.}}^2 + \alpha_{\text{СПрив.}}^3} - \frac{S_{\text{нОбИст}}^3}{C_{\text{нОбИст}}^3} = \\ & = \frac{\alpha_{\text{СПрив.}}^3}{(C_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}})^3} - \frac{S_{\text{нОбИст}}^3}{C_{\text{нОбИст}}^3} \cdot \frac{\alpha_{\text{СПрив.}}^3}{(C_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}})^3} + \\ & + \frac{C_{\text{нОбИст}}^3(3S_{\text{нОбИст}}^2\alpha_{\text{СПрив.}} + 3S_{\text{нОбИст}}\alpha_{\text{СПрив.}}^2) - S_{\text{нОбИст}}^3(3C_{\text{нОбИст}}^2\alpha_{\text{СПрив.}} + 3C_{\text{нОбИст}}\alpha_{\text{СПрив.}}^2)}{C_{\text{нОбИст}}^3(C_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}})^3}, \end{aligned}$$

ИЛИ

$$\begin{aligned} & \frac{(S_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}})^3}{(C_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}})^3} = \\ & = \frac{S_{\text{нОбИст}}^3}{C_{\text{нОбИст}}^3} + \frac{\alpha_{\text{СПрив.}}^3}{(C_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}})^3} - \frac{S_{\text{нОбИст}}^3}{C_{\text{нОбИст}}^3} \cdot \frac{\alpha_{\text{СПрив.}}^3}{(C_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}})^3} + \\ & + \frac{C_{\text{нОбИст}}^3(3S_{\text{нОбИст}}^2\alpha_{\text{СПрив.}} + 3S_{\text{нОбИст}}\alpha_{\text{СПрив.}}^2) - S_{\text{нОбИст}}^3(3C_{\text{нОбИст}}^2\alpha_{\text{СПрив.}} + 3C_{\text{нОбИст}}\alpha_{\text{СПрив.}}^2)}{C_{\text{нОбИст}}^3(C_{\text{нОбИст}} + \alpha_{\text{СПрив.}})^3}. \quad (1.89) \end{aligned}$$

Проанализировав выражения (1.87–1.89) выражение (1.86) в первом приближении можно представить в виде:

$$\operatorname{arctg}(x_{\text{Реальн}}) = \operatorname{arctg}(x_{\text{Исм}}) + \operatorname{arctg}\left(\frac{\alpha_{\text{СПрив.}}}{C_{\text{нОбИсм}} + \alpha_{\text{СПрив.}}}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{S_{\text{нОбИсм}}}{C_{\text{нОбИсм}}} \cdot \frac{\alpha_{\text{СПрив.}}}{C_{\text{нОбИсм}} + \alpha_{\text{СПрив.}}}\right). \quad (1.90)$$

Следовательно, абсолютную погрешность вычисления функции arctg можно оценить выражением:

$$\Delta \operatorname{arctg}(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\alpha_{\text{СПрив.}}}{C_{\text{нОбИсм}} + \alpha_{\text{СПрив.}}}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{S_{\text{нОбИсм}}}{C_{\text{нОбИсм}}} \cdot \frac{\alpha_{\text{СПрив.}}}{C_{\text{нОбИсм}} + \alpha_{\text{СПрив.}}}\right). \quad (1.91)$$

Однако в формуле (1.91) не учитывается влияние дополнительного слагаемого, присутствующего в выражении (1.89). Путем проведения вычислительно-моделирования выяснено, что абсолютная погрешность вычисления функции arctg в зависимости от приведенных погрешностей определения синуса и косинуса лучше оценивается эмпирически полученным выражением, имеющим вид:

$$\Delta \operatorname{arctg}(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{C_{\text{нОбИсм}} \alpha_{\text{СПрив.}}}{C_{\text{нОбИсм}} + \alpha_{\text{СПрив.}}}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{S_{\text{нОбИсм}} \alpha_{\text{СПрив.}}}{C_{\text{нОбИсм}} + \alpha_{\text{СПрив.}}}\right). \quad (1.92)$$

Для значений x , по абсолютной величине больших или равных единице, функция arctg может быть вычислена путем разложения в ряд следующего вида:

$$\operatorname{arctg}(x) = \pm \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} - \frac{1}{5x^5} + \frac{1}{7x^7} - \dots \quad (1.93)$$

Если в (1.93) вместо x подставим значение, в соответствии с выражением (1.90), то получим:

$$\operatorname{arctg}(x_{\text{Реальн}}) = \pm \frac{\pi}{2} - \frac{C_{\text{нОбИсм}} + \alpha_{\text{СПрив.}}}{S_{\text{нОбИсм}} + \alpha_{\text{СПрив.}}} + \frac{(C_{\text{нОбИсм}} + \alpha_{\text{СПрив.}})^3}{3(S_{\text{нОбИсм}} + \alpha_{\text{СПрив.}})^3} - \frac{(C_{\text{нОбИсм}} + \alpha_{\text{СПрив.}})^5}{5(S_{\text{нОбИсм}} + \alpha_{\text{СПрив.}})^5} + \dots \quad (1.94)$$

Проведя аналогичные рассуждения (см. выражения (1.88–1.92) получим, что для аргумента x , по абсолютной величине больших или равных единице, абсолютная погрешность вычисления функции arctg может быть оценена с помощью выражения:

$$\Delta \operatorname{arctg}(x) = \pm \frac{\pi}{2} - \left(\pm \frac{\pi}{2}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{S_{\text{нОбИсм}} \alpha_{\text{СПрив.}}}{S_{\text{нОбИсм}} + \alpha_{\text{СПрив.}}}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{C_{\text{нОбИсм}} \alpha_{\text{СПрив.}}}{S_{\text{нОбИсм}} + \alpha_{\text{СПрив.}}}\right). \quad (1.95)$$

Если вследствие погрешностей в значениях синусной или косинусной составляющих значение аргумента меняет знак, то это следует учитывать при применении выражений (1.92) и (1.95).

Результаты численного моделирования выражений для оценки погрешностей вычисления функции $arctg$ показывают, что при погрешностях синусной и косинусной составляющих в пределах 1–2 % выражения (1.92) и (1.95) могут применяться для оценки погрешности вычисления угла фазового сдвига, так как получаемая в этих случаях с помощью данных выражений оценка погрешности не отличается больше чем на один градус от реальной погрешности, причем ее максимальные отклонения наблюдаются при оценке погрешности вычисления фазовых углов, находящихся вблизи значений в 45, 135, 225 и 315 градусов. При удалении фазового угла от этих значений точность результата при применении выражений (1.92), (1.95) резко повышается [21, 23].

1.4.3. Определение влияния погрешности синхронизации при определении синусных и косинусных составляющих

Погрешность определения синусной и косинусной составляющих зависит от многих факторов, одним из которых является погрешность синхронизации. Проведем анализ влияния этой погрешности.

При выделении из сложного сигнала амплитуд синусной и косинусной составляющих с номером n по отношению к каждой составляющей p , присутствующей в сигнале, выполняются действия, описываемые выражениями:

$$C_n = \frac{2}{T_a} \int_0^{T_a} A_p \cos(2\pi f p t - \varphi_p) \cos(2\pi f n t) dt ; \quad (1.96)$$

$$S_n = \frac{2}{T_a} \int_0^{T_a} A_p \cos(2\pi f p t - \varphi_p) \sin(2\pi f n t) dt , \quad (1.97)$$

где f – частотное разрешение спектрального анализа;

$T = 1/f$ – период первой гармоники;

$T_a = kT$, где k – целое положительное число.

Выполним над этими выражениями следующие преобразования:

$$\begin{aligned} & \frac{2}{T_a} \int_0^{T_a} A_p \cos(2\pi f p t - \varphi_p) \cos(2\pi f n t) dt = \\ & = \frac{2A_p}{T_a} \int_0^{T_a} [\cos(2\pi f p t) \cos(\varphi_p) + \sin(2\pi f p t) \sin(\varphi_p)] \cos(2\pi f n t) dt = \\ & = \frac{2A_p}{T_a} [\cos(\varphi_p) \int_0^{T_a} \cos(2\pi f p t) \cos(2\pi f n t) dt + \sin(\varphi_p) \int_0^{T_a} \sin(2\pi f p t) \cos(2\pi f n t) dt]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^{T_a} \cos(2\pi f p t) \cos(2\pi f n t) dt &= \frac{\sin(2\pi f(p-n)kT)}{4\pi f(p-n)} + \frac{\sin(2\pi f(p+n)kT)}{4\pi f(p+n)} = \\ &= \frac{\sin(2\pi k(p-n))}{4\pi f(p-n)} + \frac{\sin(2\pi k(p+n))}{4\pi f(p+n)} = \frac{1}{4\pi f} \left[\frac{\sin(2\pi k(p-n))}{p-n} + \frac{\sin(2\pi k(p+n))}{p+n} \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^{T_a} \sin(2\pi f p t) \cos(2\pi f n t) dt &= -\frac{\cos(2\pi f(p+n)kT) - 1}{4\pi f(p+n)} - \frac{\cos(2\pi f(p-n)kT) - 1}{4\pi f(p-n)} = \\ &= -\frac{\cos(2\pi k(p+n)) - 1}{4\pi f(p+n)} - \frac{\cos(2\pi k(p-n)) - 1}{4\pi f(p-n)} = \\ &= \frac{1}{4\pi f} \left[\frac{1}{p+n} + \frac{1}{p-n} - \frac{\cos(2\pi k(p+n))}{p+n} - \frac{\cos(2\pi k(p-n))}{p-n} \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{T_a} \int_0^{T_a} A_p \cos(2\pi f p t - \varphi_p) \sin(2\pi f n t) dt &= \\ &= \frac{2A_p}{T_a} \int_0^{T_a} [\cos(2\pi f p t) \cos(\varphi_p) + \sin(2\pi f p t) \sin(\varphi_p)] \sin(2\pi f n t) dt = \\ &= \frac{2A_p}{T_a} \left[\cos(\varphi_p) \int_0^{T_a} \cos(2\pi f p t) \sin(2\pi f n t) dt + \sin(\varphi_p) \int_0^{T_a} \sin(2\pi f p t) \sin(2\pi f n t) dt \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^{T_a} \sin(2\pi f p t) \sin(2\pi f n t) dt &= \frac{\sin(2\pi f(p-n)kT)}{4\pi f(p-n)} - \frac{\sin(2\pi f(p+n)kT)}{4\pi f(p+n)} = \\ &= \frac{\sin(2\pi k(p-n))}{4\pi f(p-n)} - \frac{\sin(2\pi k(p+n))}{4\pi f(p+n)} = \frac{1}{4\pi f} \left[\frac{\sin(2\pi k(p-n))}{p-n} - \frac{\sin(2\pi k(p+n))}{p+n} \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^{T_a} \cos(2\pi f p t) \sin(2\pi f n t) dt &= -\frac{\cos(2\pi f(p+n)kT) - 1}{4\pi f(p+n)} - \frac{\cos(2\pi f(n-p)kT) - 1}{4\pi f(n-p)} = \\ &= -\frac{\cos(2\pi k(p+n)) - 1}{4\pi f(p+n)} + \frac{\cos(2\pi k(p-n)) - 1}{4\pi f(p-n)} = \\ &= \frac{1}{4\pi f} \left[\frac{1}{p+n} - \frac{1}{p-n} - \frac{\cos(2\pi k(p+n))}{p+n} + \frac{\cos(2\pi k(p-n))}{p-n} \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_n &= \frac{A_p}{2\pi k} \left\{ \cos(\varphi_p) \left[\frac{\sin(2\pi k(p-n))}{p-n} + \frac{\sin(2\pi k(p+n))}{p+n} \right] + \right. \\ &\left. + \sin(\varphi_p) \left[\frac{1}{p+n} + \frac{1}{p-n} - \frac{\cos(2\pi k(p+n))}{p+n} - \frac{\cos(2\pi k(p-n))}{p-n} \right] \right\}; \quad (1.98) \end{aligned}$$

$$S_n = \frac{A_p}{2\pi k} \left\{ \sin(\varphi_p) \left[\frac{\sin(2\pi k(p-n))}{p-n} - \frac{\sin(2\pi k(p+n))}{p+n} \right] + \right. \\ \left. + \cos(\varphi_p) \left[\frac{1}{p+n} - \frac{1}{p-n} - \frac{\cos(2\pi k(p+n))}{p+n} + \frac{\cos(2\pi k(p-n))}{p-n} \right] \right\}. \quad (1.99)$$

Значение переменной p можно представить в виде:

$$p = m + \Delta_m,$$

где m – ближайшее целое число периодов гармонической составляющей p , которое укладывается на интервале T , причем $m = \text{round}(p)$, где round – операция округления;

Δ_m – абсолютная погрешность синхронизации или часть периода гармонической составляющей m , на которую этот период не укладывается на интервале T . Δ_m принимает значения в диапазоне: $-0.5 \leq \Delta_m \leq 0.5$.

Тогда с учетом того, что:

$$\sin(2\pi k(m \pm n + \Delta_m)) = \sin(2\pi k(m \pm n) + 2\pi k\Delta_m) = \sin(2\pi k\Delta_m);$$

$$\cos(2\pi k(m \pm n + \Delta_m)) = \cos(2\pi k(m \pm n) + 2\pi k\Delta_m) = \cos(2\pi k\Delta_m);$$

$$C_n = \frac{A_p}{2\pi k} \left\{ \cos(\varphi_p) \left[\frac{\sin(2\pi k\Delta_m)}{m-n+\Delta_m} + \frac{\sin(2\pi k\Delta_m)}{m+n+\Delta_m} \right] + \right. \\ \left. + \sin(\varphi_p) \left[\frac{1}{m+n+\Delta_m} + \frac{1}{m-n+\Delta_m} - \frac{\cos(2\pi k\Delta_m)}{m+n+\Delta_m} - \frac{\cos(2\pi k\Delta_m)}{m-n+\Delta_m} \right] \right\} = \\ = \frac{A_p}{2\pi k} \left[\cos(\varphi_p) \sin(2\pi k\Delta_m) \frac{2(m+\Delta_m)}{(m+\Delta_m)^2 - n^2} + \right. \\ \left. + 2\sin(\varphi_p) \sin^2(\pi k\Delta_m) \frac{2(m+\Delta_m)}{(m+\Delta_m)^2 - n^2} \right] = \\ = \frac{A_p}{\pi k} \frac{(m+\Delta_m)}{[(m+\Delta_m)^2 - n^2]} \left[\cos(\varphi_p) \sin(2\pi k\Delta_m) + 2\sin(\varphi_p) \sin^2(\pi k\Delta_m) \right]; \quad (1.100)$$

$$S_n = \frac{A_p}{2\pi k} \left\{ \sin(\varphi_p) \left[\frac{\sin(2\pi k\Delta_m)}{m-n+\Delta_m} - \frac{\sin(2\pi k\Delta_m)}{m+n+\Delta_m} \right] + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \cos(\varphi_p) \left[\frac{1}{m+n+\Delta_m} - \frac{1}{m-n+\Delta_m} - \frac{\cos(2\pi k \Delta_m)}{m+n+\Delta_m} + \frac{\cos(2\pi k \Delta_m)}{m-n+\Delta_m} \right] \} = \\
& = \frac{A_p}{2\pi k} [\sin(\varphi_p) \sin(2\pi k \Delta_m) \frac{2n}{(m+\Delta_m)^2 - n^2} + \\
& + 2 \cos(\varphi_p) \sin^2(\pi k \Delta_m) \frac{-2n}{(m+\Delta_m)^2 - n^2}] = \\
& = \frac{A_p}{\pi k} \frac{n}{[(m+\Delta_m)^2 - n^2]} [\sin(\varphi_p) \sin(2\pi k \Delta_m) - 2 \cos(\varphi_p) \sin^2(\pi k \Delta_m)]. \quad (1.101)
\end{aligned}$$

Если $m = n$, то тогда:

$$\begin{aligned}
\frac{m+\Delta_m}{(m+\Delta_m)^2 - n^2} &= \frac{n+\Delta_n}{(n+\Delta_n)^2 - n^2} = \frac{n+\Delta_n}{n^2 + 2n\Delta_n + \Delta_n^2 - n^2} = \frac{n+\Delta_n}{\Delta_n(2n+\Delta_n)}; \\
\frac{n}{(m+\Delta_m)^2 - n^2} &= \frac{n}{(n+\Delta_n)^2 - n^2} = \frac{n}{\Delta_n(2n+\Delta_n)}
\end{aligned}$$

и выражения для C_n и S_n принимают вид:

$$C_n = \frac{A_p}{\pi k} \frac{(n+\Delta_n)}{[\Delta_n(2n+\Delta_n)]} [\cos(\varphi_p) \sin(2\pi k \Delta_n) + 2 \sin(\varphi_p) \sin^2(\pi k \Delta_n)]; \quad (1.102)$$

$$S_n = \frac{A_p}{\pi k} \frac{n}{[\Delta_n(2n+\Delta_n)]} [\sin(\varphi_p) \sin(2\pi k \Delta_n) - 2 \cos(\varphi_p) \sin^2(\pi k \Delta_n)]. \quad (1.103)$$

Если $m = l \cdot n$, где $l = 0, 1, 2 \dots$, то тогда:

$$\begin{aligned}
\frac{m+\Delta_m}{(m+\Delta_m)^2 - n^2} &= \frac{l \cdot n + l\Delta_n}{(l \cdot n + l\Delta_n)^2 - n^2} = \frac{l \cdot n + l\Delta_n}{n^2 l^2 + 2nl^2 \Delta_n + l^2 \Delta_n^2 - n^2} = \frac{l \cdot n + l\Delta_n}{n^2(l^2 - 1) + l^2 \Delta_n(2n + \Delta_n)}; \\
\frac{n}{(m+\Delta_m)^2 - n^2} &= \frac{n}{(l \cdot n + l\Delta_n)^2 - n^2} = \frac{n}{n^2 l^2 + 2nl^2 \Delta_n + l^2 \Delta_n^2 - n^2} = \frac{n}{n^2(l^2 - 1) + l^2 \Delta_n(2n + \Delta_n)}.
\end{aligned}$$

Для $l = 0$ в этих выражениях вместо $l\Delta_n$ подставляется значение Δ_0 , которое находится в диапазоне $-0.5 < \Delta_0 < 0.5$.

Тогда выражения для C_n и S_n принимают вид:

$$C_n = \frac{A_p}{\pi k} \frac{(l \cdot n + l\Delta_n)}{[n^2(l^2 - 1) + l^2 \Delta_n(2n + \Delta_n)]} [\cos(\varphi_p) \sin(2\pi k \Delta_n) + 2 \sin(\varphi_p) \sin^2(\pi k \Delta_n)]; \quad (1.104)$$

$$S_n = \frac{A_p}{\pi k} \frac{n}{[n^2(l^2 - 1) + l^2 \Delta_n(2n + \Delta_n)]} [\sin(\varphi_p) \sin(2\pi k \Delta_n) - 2 \cos(\varphi_p) \sin^2(\pi k \Delta_n)], \quad (1.105)$$

а формулы для определения значений абсолютных погрешностей их вычисления выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta C_n &= C_n - C_{nИсм} = \\ &= A_p \cos(\varphi_p) \{ \chi(l \cdot n + l \Delta_n) \sin(2\pi k \Delta_n) - 1 \} + 2 \chi(l \cdot n + l \Delta_n) \sin(\varphi_p) \sin^2(\pi k \Delta_n); \end{aligned} \quad (1.106)$$

$$\begin{aligned} \Delta S_n &= S_n - S_{nИсм} = \\ &= A_p \sin(\varphi_p) \{ \chi n \sin(2\pi k \Delta_n) - 1 \} - 2 \chi n \sin(\varphi_p) \sin^2(\pi k \Delta_n); \end{aligned} \quad (1.107)$$

$$\text{где } \chi = \frac{1}{\pi k [n^2(l^2 - 1) + l^2 \Delta_n(2n + \Delta_n)]}. \quad (1.108)$$

Для этих выражений подразумевается, что $p = n$.

Абсолютная и относительная погрешности для амплитуды и мощности n -й гармонической составляющей определяются ниже приведенными соотношениями:

$$\begin{aligned} \Delta A_n &= A_n - A_{nИсм} = \sqrt{(C_n + \Delta C_n)^2 + (S_n + \Delta S_n)^2} - \sqrt{C_n^2 + S_n^2} = \\ &= \sqrt{C_n^2 + S_n^2 + 2C_n \Delta C_n + 2S_n \Delta S_n + \Delta C_n^2 + \Delta S_n^2} - \sqrt{C_n^2 + S_n^2}; \end{aligned} \quad (1.109)$$

$$\delta A_n = \frac{\Delta A_n}{A_{nИсм}} = \sqrt{1 + \frac{2C_n \Delta C_n + 2S_n \Delta S_n + \Delta C_n^2 + \Delta S_n^2}{C_n^2 + S_n^2}} - 1. \quad (1.110)$$

А так как $C_n^2 + S_n^2 = 1$, то:

$$\delta A_n = \Delta A_n = \sqrt{1 + 2C_n \Delta C_n + 2S_n \Delta S_n + \Delta C_n^2 + \Delta S_n^2} - 1; \quad (1.111)$$

$$\Delta P_n = P_n - P_{nИсм} = \frac{(C_n + \Delta C_n)^2 + (S_n + \Delta S_n)^2}{2} - \frac{C_n^2 + S_n^2}{2} = \frac{\Delta C_n^2 + \Delta S_n^2}{2} + C_n \Delta C_n + S_n \Delta S_n. \quad (1.112)$$

$$\delta P_n = \Delta C_n^2 + \Delta S_n^2 + \frac{C_n \Delta C_n + S_n \Delta S_n}{2}. \quad (1.113)$$

Так как реальный вибрационный сигнал содержит широкий спектр гармонических составляющих, в том числе и не кратных оборотной, то при выделении n -й гармонической составляющей из сложного сигнала (т. е. определении ее синусной и косинусной составляющих) эти составляющие также будут вносить свой вклад в значения C_n и S_n . Это значит, что значения C_n и S_n , полу-

чаемые с помощью формул (1.102–1.103), для $l \neq 1$ будут являться составляющими суммарной погрешности определения C_n и S_n .

Для проверки рассуждений, приведенных в подразделе 1.4.3, выполнено численное моделирование [21, 23].

При его проведении исследовались точностные параметры вычисления амплитудных и фазовых параметров гармонических сигналов при наличии погрешности синхронизации, вариации значений l, n, k, Δ_n и изменении начальной фазы анализируемого сигнала. Графическая иллюстрация этих результатов представлена на рисунках в приложении 1.

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы:

- при наличии погрешности синхронизации погрешность определения фазового угла анализируемого сигнала зависит от начальной фазы сигнала, причем на интервале изменения начальной фазы сигнала от 0 до 360 градусов значение погрешности определения фазового угла изменяется по закону, близкому к гармоническому (два периода повторения), имея два максимума и два минимума, минимумы соответствуют значениям начальной фазы сигнала примерно 135 и 315 градусов, а максимумы – 45 и 215 градусов;

- при наличии погрешности синхронизации абсолютная погрешность определения косинусной и синусной составляющих зависит от начальной фазы сигнала, причем на интервале изменения начальной фазы сигнала от 0 до 360 градусов значение абсолютной погрешности изменяется по закону, близкому к гармоническому (один период повторения), знаки погрешностей определения косинусной и синусной составляющих противоположные, для косинусной составляющей минимум соответствует значениям начальной фазы сигнала примерно 170 и 350 градусов, а для синусной – 100 и 280 градусов;

- при наличии погрешности синхронизации относительная погрешность определения амплитуды анализируемого сигнала зависит от начальной фазы сигнала, причем на интервале изменения начальной фазы сигнала от 0 до 360 градусов значение относительной погрешности изменяется по закону, близкому к гармоническому (два периода повторения) имея четыре минимума, (точки пересечения с осью абсцисс), минимумы соответствуют значениям начальной фазы сигнала примерно 45, 135, 225 и 315 градусов;

- все виды погрешностей уменьшаются с уменьшением погрешности синхронизации в линейной зависимости;

- при наличии погрешности синхронизации возникают дополнительные погрешности за счет появления некоторых значений синусных и косинусных составляющих при анализе гармоник, имеющих номера, отличные от основной анализируемой гармоники, которые также зависят от своих начальных фаз, чем дальше по номеру от номера основной гармоники находится другая гармоника, тем меньше ее вклад в погрешность;

- увеличение номера основной гармоники при сохранении значения погрешности синхронизации приводит к некоторому уменьшению погрешностей рассчитываемых параметров;

– увеличение номера основной гармоники при уменьшении погрешности синхронизации в обратно пропорциональной зависимости приводит к существенному снижению погрешностей рассчитываемых параметров;

– при определении амплитуды и фазового сдвига основной гармоники, входящей составной частью в сложный сигнал, влияние гармоник, находящихся по номеру слева и справа от основной, на погрешность вычислений имеет противоположный знак, что приводит, в определенной степени, к их взаимной компенсации, помимо этого эти гармоники могут иметь различные начальные фазы, что также может приводить к взаимной компенсации погрешностей.

ГЛАВА 2

ОБРАБОТКА ВИБРАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА И ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

При работе механизмов с вращательным движением периодическое вращение вала (ротора) приводит к тому, что на подшипниковые опоры и на другие узлы механизма действуют разнообразные силы, периодически изменяющие свое основное направление воздействия, что приводит к колебаниям или вибрациям подшипниковых опор и корпусов. Отражением протекающих вибрационных процессов являются вибрационные сигналы, регистрируемые специальными контрольно-измерительными приборами, системами и комплексами [5, 12, 13, 24].

Целью исследования и анализа вибрационных сигналов, полученных в точках контроля механизмов и агрегатов, является выявление характеристик и параметров, которые наиболее информативно отражают состояние технического объекта, а также определение их количественных значений. Полученные результаты являются основой для принятия решений по оценке технического состояния механизмов и агрегатов с вращательным движением по вибрационным параметрам. Одним из наиболее распространённых способов выявления информативно-значимых признаков является спектральный анализ [1–5], в основе которого лежит преобразование Фурье [25, 26].

2.1. Применение преобразования Фурье при обработке сигналов

2.1.1. Интегральное преобразование Фурье

Преобразованием Фурье функции $x(t)$ называется следующая пара взаимно однозначных преобразований [25, 26]:

– прямое преобразование:

$$X(i\omega) = \int_0^{\infty} x(t) \exp(-i\omega t) dt ; \quad (2.1)$$

– обратное преобразование:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(i\omega) \exp(i\omega t) d\omega , \quad (2.2)$$

где $x(t)$ – оригинал – вещественная или комплексная функция, удовлетворяющая условиям Дирихле: на любом конечном интервале в области задания определена, однозначна, непрерывна или кусочно-непрерывна, имеет конечное число экстремумов и разрывов первого рода;

$X(i\omega)$ – Фурье-изображение (Фурье-образ) функции $x(t)$, результат преобразования Фурье;

$$\omega = 2\pi f ;$$

f – частота сигнала;

t – время;

i – мнимая единица.

Преобразование Фурье справедливо только в области абсолютной сходимости интеграла (2.1)

$$\int_0^{\infty} |x(t)| \exp(-i\omega t) dt = \int_0^{\infty} |x(t)| dt < \infty .$$

Преобразование Фурье справедливо для более узкого класса сигналов, чем преобразование Лапласа [25].

2.1.2. Ряд Фурье

Непрерывная периодическая функция $x(t)$ с периодом T_s , удовлетворяющая в пределах периода условиям Дирихле, может быть представлена в виде ряда Фурье:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k) \exp(ik\Delta\omega t), \quad (2.3)$$

где $\Delta\omega$ – период дискретизации по круговой частоте:

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{T_s}; \quad \left(T_s = \frac{2\pi}{\Delta\omega} \right); \quad (2.4)$$

$X(k)$ – коэффициенты Фурье (комплексные числа):

$$X(k) = \frac{1}{T_s} \int_{-\frac{T_s}{2}}^{\frac{T_s}{2}} x(t) \exp(-ik\Delta\omega t) dt, \quad (2.5)$$

k – номер коэффициента Фурье, соответствующего частоте $k\Delta\omega$.

Аналогично, непрерывная периодическая функция частоты $X(\omega)$ с периодом ω_s , удовлетворяющая в пределах периода условиям Дирихле, может быть представлена в виде ряда, симметричного (2.3):

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \exp(-in\Delta t \omega), \quad (2.6)$$

где Δt – период дискретизации по времени:

$$\Delta t = \frac{2\pi}{\omega_s}; \quad \left(\omega_s = \frac{2\pi}{\Delta t} \neq \frac{2\pi}{T_s} \right); \quad (2.7)$$

$x(n)$ – коэффициенты Фурье (комплексные числа):

$$x(n) = \frac{1}{\omega_s} \int_{-\frac{\omega_s}{2}}^{\frac{\omega_s}{2}} X(\omega) \exp(in\Delta t \omega) d\omega, \quad (2.8)$$

n – номер коэффициента Фурье, соответствующего времени $n\Delta t$.

На основе приведенных формул можно записать соотношение для периодов функций и периодов дискретизации во временной и частотной областях:

$$\omega_s \Delta t = T_s \Delta \omega.$$

Преобразованием Фурье дискретной последовательности $x(nT_d)$ называется следующий ряд:

$$X(i\omega T_d) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT_d) \exp(-i\omega T_d n), \quad (2.9)$$

где $x(nT_d)$ – оригинал – вещественная или комплексная последовательность;

$X(i\omega T_d)$ – Фурье-изображение (Фурье-образ) последовательности $x(nT_d)$, результат преобразования Фурье.

Преобразование Фурье справедливо только в области абсолютной сходимости ряда (2.9):

$$\sum_{n=0}^{\infty} |x(nT_d) \exp(-i\omega T_d n)| = \sum_{n=0}^{\infty} |x(nT_d)| < \infty.$$

Фурье-изображение $X(i\omega T_d)$ последовательности $x(nT_d)$ является периодической функцией, поскольку аргумент данной функции $\exp(i\omega T_d)$ периодичен по частоте ω с периодом, равным частоте дискретизации $\omega_d = \frac{2\pi}{T_d}$:

$$\exp(i\omega T_d) = \exp\left(i\left[\omega \pm k \frac{2\pi}{T_d}\right] T_d\right) = \exp(i\omega T_d) \exp(\pm i 2\pi k) = \exp(i\omega T_d). \quad (2.10)$$

Значит, непрерывная периодическая функция частоты $X(i\omega T_d)$ может быть представлена рядом Фурье при $\omega_s = \omega_d$ и $\Delta t = T_d$

$$X(\omega) = X(i\omega T_d) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \exp(-in\Delta t \omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \exp(-i\omega n T_d), \quad (2.11)$$

где коэффициенты $x(n)$ вычисляются по формуле:

$$x(n) = \frac{T_d}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{T_d}}^{\frac{\pi}{T_d}} X(i\omega T_d) \exp(i\omega T_d n) d\omega. \quad (2.12)$$

Подставляя $x(n) = x(nT_d)$ в (2.11) и учитывая, что $x(nT_d)_{n<0} = 0$, получаем (2.9):

$$X(i\omega T_d) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \exp(-i\omega n T_d) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT_d) \exp(-i\omega n T_d).$$

Поэтому формула (2.12) представляет собой обратное преобразование Фурье.

Таким образом, преобразованием Фурье последовательности $x(nT_d)$ называется пара взаимно однозначных преобразований:

– прямое:

$$X(i\omega T_d) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT_d) \exp(-i\omega n T_d); \quad (2.13)$$

– обратное:

$$x(nT_D) = \frac{T_D}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{T_D}}^{\frac{\pi}{T_D}} X(i\omega T_D) \exp(i\omega T_D n) d\omega. \quad (2.14)$$

2.1.3. Дискретное преобразование Фурье периодической последовательности

Дискретным преобразованием Фурье (ДПФ) периодической последовательности $x_p(n)$ называется пара взаимно однозначных дискретных рядов Фурье для последовательностей во временной и частотной областях:

– прямое преобразование:

$$X_p(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_p(n) \exp\left(-i \frac{2\pi}{N} nk\right), \quad k=0, 1, 2, \dots, (N-1); \quad (2.15)$$

– обратное преобразование (ОДПФ):

$$x_p(k) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_p(k) \exp\left(i \frac{2\pi}{N} nk\right), \quad n=0, 1, 2, \dots, (N-1), \quad (2.16)$$

где $x_p(n)$, $n=0, 1, 2, \dots, (N-1)$ – один период последовательности во временной области (вещественной или комплексной);

$X_p(k)$, $k=0, 1, 2, \dots, (N-1)$ – дискретные коэффициенты Фурье (вещественные или комплексные) – один период последовательности в частотной области (один период спектра);

N – период последовательности.

Период – это минимальный временный интервал, начиная с которого, функция начинает повторять свое значения, т. е. для всех n выполняются условия:

$$x(n) = x(n \pm m \cdot N).$$

2.2. Спектр вещественных сигналов и переход к комплексному представлению

Спектром аналогового (непрерывного) сигнала называется представление сигнала в частотной области, получаемое с помощью прямого преобразования Фурье [20]:

$$c_{\omega} = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} x(t) \cdot \cos(\omega \cdot t) dt; \quad (2.17)$$

$$s_{\omega} = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} x(t) \cdot \sin(\omega \cdot t) dt; \quad (2.18)$$

$$c_0 = \frac{1}{T} \int_a^{a+T} x(t) dt, \quad (2.19)$$

где C_{ω}, S_{ω} – амплитуды косинусной и синусной спектральных составляющих частоты ω рад/с, $\omega = 1 \frac{2\pi}{T}, 2 \frac{2\pi}{T}, 3 \frac{2\pi}{T}, \dots$;

T – интервал времени, который считается периодом функции $x(t)$.

По спектру можно восстановить исходный сигнал:

$$x(t) = c_0 + \sum_{\omega=1}^{\infty} c_{\omega} \cdot \cos(\omega \cdot t) + \sum_{\omega=1}^{\infty} s_{\omega} \cdot \sin(\omega \cdot t). \quad (2.20)$$

При обработке сигналов с помощью средств вычислительной техники предварительно производится их аналого-цифровое преобразование (дискретизация во времени и квантование по уровню), причем при выборе периода дискретизации следует руководствоваться теоремой Котельникова:

$$t_{\Delta} \leq \frac{1}{2f_{\max}}, \quad (2.21)$$

где f_{\max} – максимальная спектральная составляющая (в Гц) присутствующая в сигнале, спектральные составляющие большие f_{\max} должны быть равны нулю.

Для определения амплитуд спектральных составляющих цифрового сигнала применяется дискретное преобразование Фурье [27]:

$$C_j = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}\right); \quad (2.22)$$

$$S_j = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}\right), \quad (2.23)$$

где $x(k)$ – k -е значение сигнала (k -й элемент массива (последовательности) $\{x(k)\}$, $k = 1 \div N - 1$);

N – число элементов в массиве, обычно выбирается кратным степени 2;

j – номер спектральной составляющей, j изменяется от 0 до $\frac{N}{2}$, нулевая составляющая есть не что иное, как двойная постоянная составляющая, присутствующая в сигнале.

Если при оцифровке сигнала время дискретизации было равно t_Δ , то период анализа и частотное разрешение анализа соответственно равны:

$$T = N \cdot t_\Delta; \quad \Delta f = \frac{1}{N \cdot t_\Delta} = \frac{1}{T}. \quad (2.24)$$

Тогда j -я составляющая соответствует частоте $j \cdot \Delta f$.

Значение, равное Δf , еще называют фундаментальной частотой спектрального анализа.

Если время дискретизации задано в секундах, то единица измерений частотного разрешения – Гц.

Когда определены все значения C_j и S_j , то сходный массив данных, без учета постоянной составляющей, можно представить как:

$$x(k) = \sum_{j=1}^{\frac{N}{2}} \left(C_j \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}\right) + S_j \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}\right) \right) = \sum_{j=1}^{\frac{N}{2}} A_j \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N} - \varphi_j\right), \quad (2.25)$$

где

$A_j = \sqrt{C_j^2 + S_j^2}$ – амплитуда j -й спектральной составляющей;

$\varphi_j = \arctg\left(\frac{S_j}{C_j}\right)$ – начальная фаза j -й спектральной составляющей;

k – номер дискретного отсчета, изменяется от 0 до $N - 1$.

В соответствии с формулами Эйлера [20]:

$$\cos\left(\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}\right) = \frac{e^{\frac{i2\pi \cdot j \cdot k}{N}} + e^{-\frac{i2\pi \cdot j \cdot k}{N}}}{2}; \quad (2.26)$$

$$\sin\left(\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}\right) = \frac{e^{\frac{i2\pi \cdot j \cdot k}{N}} - e^{-\frac{i2\pi \cdot j \cdot k}{N}}}{2i} = -i \frac{e^{\frac{i2\pi \cdot j \cdot k}{N}} - e^{-\frac{i2\pi \cdot j \cdot k}{N}}}{2}, \quad (2.27)$$

где i – мнимая единица, ($i^2 = -1$).

Тогда:

$$\begin{aligned}
C_j &= \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot \frac{e^{i\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}} + e^{-i\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}}}{2} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot e^{-i\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}} + \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot e^{i\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}} ; \\
S_j &= \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot -i \frac{e^{i\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}} - e^{-i\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}}}{2} = \frac{i}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot e^{-i\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}} - \frac{i}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot e^{i\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}} ; \\
x(k) &= \sum_{j=0}^{\frac{N}{2}} \left(C_j \cdot \frac{e^{i\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}} + e^{-i\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}}}{2} + S_j \cdot -i \frac{e^{i\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}} - e^{-i\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}}}{2} \right) = \\
&= \sum_{j=0}^{\frac{N}{2}} \left(\frac{C_j - iS_j}{2} \cdot e^{i\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}} + \frac{C_j + iS_j}{2} \cdot e^{-i\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}} \right)
\end{aligned} \tag{2.28}$$

$$\begin{aligned}
\frac{C_j - iS_j}{2} &= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}\right) - i \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}\right) \right) = \\
&= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot \left(\cos\left(\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}\right) - i \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}\right) \right) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot e^{-i\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}} ;
\end{aligned} \tag{2.29}$$

$$\begin{aligned}
\frac{C_j + iS_j}{2} &= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}\right) + i \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}\right) \right) = \\
&= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot \left(\cos\left(\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}\right) \right) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot e^{i\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}} .
\end{aligned} \tag{2.30}$$

Определив в выражениях (2.22), (2.23) значения C_{N-j} и S_{N-j} , получим:

$$\begin{aligned}
C_{N-j} &= \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot (N-j) \cdot k}{N}\right) = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot \cos\left(2\pi \cdot k - \frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}\right) = \\
&= \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}\right) = C_j = C_{-j};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_{N-j} &= \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot (N-j) \cdot k}{N}\right) = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot \sin\left(2\pi \cdot k - \frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}\right) = \\
&= \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot -\sin\left(\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}\right) = -\frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot j \cdot k}{N}\right) = -S_j = S_{-j}.
\end{aligned}$$

Тогда:

$$\frac{C_{N-j} - iS_{N-j}}{2} = \frac{C_j + iS_j}{2} = \frac{C_{-j} - iS_{-j}}{2}; \quad e^{\frac{i2\pi(N-j)k}{N}} = e^{i2\pi k} \cdot e^{-\frac{i2\pi \cdot j \cdot k}{N}} = e^{-\frac{i2\pi \cdot j \cdot k}{N}}.$$

Следовательно, выражение (2.28) можно записать как:

$$x(k) = \sum_{j=-\frac{N}{2}+1}^{\frac{N}{2}} \frac{C_j - iS_j}{2} \cdot e^{\frac{i2\pi \cdot j \cdot k}{N}} = \sum_{j=0}^{N-1} \frac{C_j - iS_j}{2} \cdot e^{\frac{i2\pi \cdot j \cdot k}{N}}. \quad (2.31)$$

Если обозначить $X(j) = \frac{C_j - iS_j}{2}$, то выражение (2.31) представляется в виде:

$$x(k) = \sum_{j=0}^{N-1} X(j) \cdot e^{\frac{i2\pi \cdot j \cdot k}{N}} = \sum_{j=0}^{N-1} X(j) \cdot W_N^{-jk}, \quad (2.32)$$

где

$$X(j) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot e^{-\frac{i2\pi \cdot j \cdot k}{N}} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot W_N^{jk}. \quad (2.33)$$

$$W_N^r = e^{-\frac{i2\pi r}{N}}.$$

Выражения (2.32–2.33) представляют N – точечное дискретное преобразование Фурье в комплексном виде. Выражение (2.33) определяет прямое ДПФ, а выражение (2.32) обратное ДПФ.

Обратное ДПФ можно вычислить при перестановке исходного массива данных и введя масштабный коэффициент. Это позволяет использовать один программный алгоритм для вычисления обоих преобразований.

Сделаем в выражении

$$\begin{aligned} x(k) &= \sum_{j=0}^{N-1} X(j) \cdot W_N^{-jk} = X(0) \cdot W_N^0 + X(1) \cdot W_N^{-1k} + X(2) \cdot W_N^{-2k} + \dots + \\ &+ X(m) \cdot W_N^{-m \cdot k} + \dots + X(N-1) \cdot W_N^{-(N-1)k}; \end{aligned} \quad (2.34)$$

перестановку элементов:

$$\begin{aligned} x(k) &= X(N-1) \cdot W_N^{-(N-1)k} + X(N-2) \cdot W_N^{-(N-2)k} + X(3) \cdot W_N^{-(N-3)k} + \dots + \\ &+ X(N-m) \cdot W_N^{-(N-m)k} + \dots + X(1) \cdot W_N^{-1k} + X(0) \cdot W_N^0 = \\ &= W_N^{-N \cdot k} \cdot \left[X(N-1) \cdot W_N^{1k} + X(N-2) \cdot W_N^{2k} + X(3) \cdot W_N^{3k} + \dots + \right. \\ &\left. + X(N-m) \cdot W_N^{m \cdot k} + \dots + X(1) \cdot W_N^{(N-1)k} + X(0) \cdot W_N^{N \cdot k} \right], \end{aligned}$$

с учетом того, что $W_N^{-N \cdot k} = 1$, получим:

$$x(k) = X(0) \cdot W_N^0 + X(N-1) \cdot W_N^{1 \cdot k} + X(N-2) \cdot W_N^{2 \cdot k} + X(3) \cdot W_N^{3 \cdot k} + \dots + \\ + X(N-m) \cdot W_N^{m \cdot k} + \dots + X(1) \cdot W_N^{(N-1) \cdot k}. \quad (2.35)$$

Следовательно, после перестановки массива исходных данных таким образом, что первый элемент массива меняется местами с $(N-1)$ -м элементом, второй с $(N-2)$ -м и так далее, обратное ДПФ принимает форму прямого ДПФ.

2.3. Алгоритм быстрого преобразования Фурье, программная реализация и оценка трудоемкости

Трудоемкость вычисления амплитуд комплексных составляющих $X(j)$ весьма значительна: N^2 операций комплексного сложения и умножения (без учета вычисления тригонометрических составляющих, для определения которых можно применить табличный способ). Поэтому для вычисления $X(j)$ применяют алгоритм быстрого преобразования Фурье [27, 28].

В основе алгоритмов, обеспечивающих снижение трудоемкости вычисления ДПФ, лежат следующие соотношения:

$$W_N^{k \cdot n} = W_N^{k \cdot (n+N)} = W_N^{(k+N) \cdot n}; \quad W_N^{k \cdot (N-n)} = W_N^{-k \cdot n}. \quad (2.36)$$

Алгоритмы, в которых исходная, размерности N , дискретная последовательность, представляющая сигнал, разбивается на меньшие последовательности, называются алгоритмами с прореживанием по времени. Сущность такого преобразования выглядит следующим образом:

$$X(j) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot W_N^{jk} = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2l) \cdot W_N^{2l \cdot j} + \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2l+1) \cdot W_N^{(2l+1) \cdot j} = \\ = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2l) \cdot W_{\frac{N}{2}}^{l \cdot j} + \frac{1}{N} W_N^j \sum_{l=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2l+1) \cdot W_{\frac{N}{2}}^{l \cdot j}. \quad (2.37)$$

В выражении (2.37) первая сумма является $N/2$ – точечным дискретным преобразованием Фурье для четных элементов, а вторая – для нечетных, последовательности $\{x(k)\}$. Суммы вычисляются по отдельности, а затем полученные результаты объединяются и дают N -точечное ДПФ. Трудоемкость этого вычисления $2 \left(\frac{N}{2}\right)^2$ операций комплексного умножения и сложения плюс N комплексных умножений и сложений. Разбиение последовательностей можно про-

должать до тех пор, пока в них не останется по два элемента. Тогда с учетом того, что:

$$W_{N/2} = W_N^2; \quad W_{N/2}^{N/2} = -1; \quad W_N^{m+N/2} = -W_N^m$$

вычислительный алгоритм можно представить граф-схемой, изображенной на рисунке 2.1 (пример для $N = 16$).

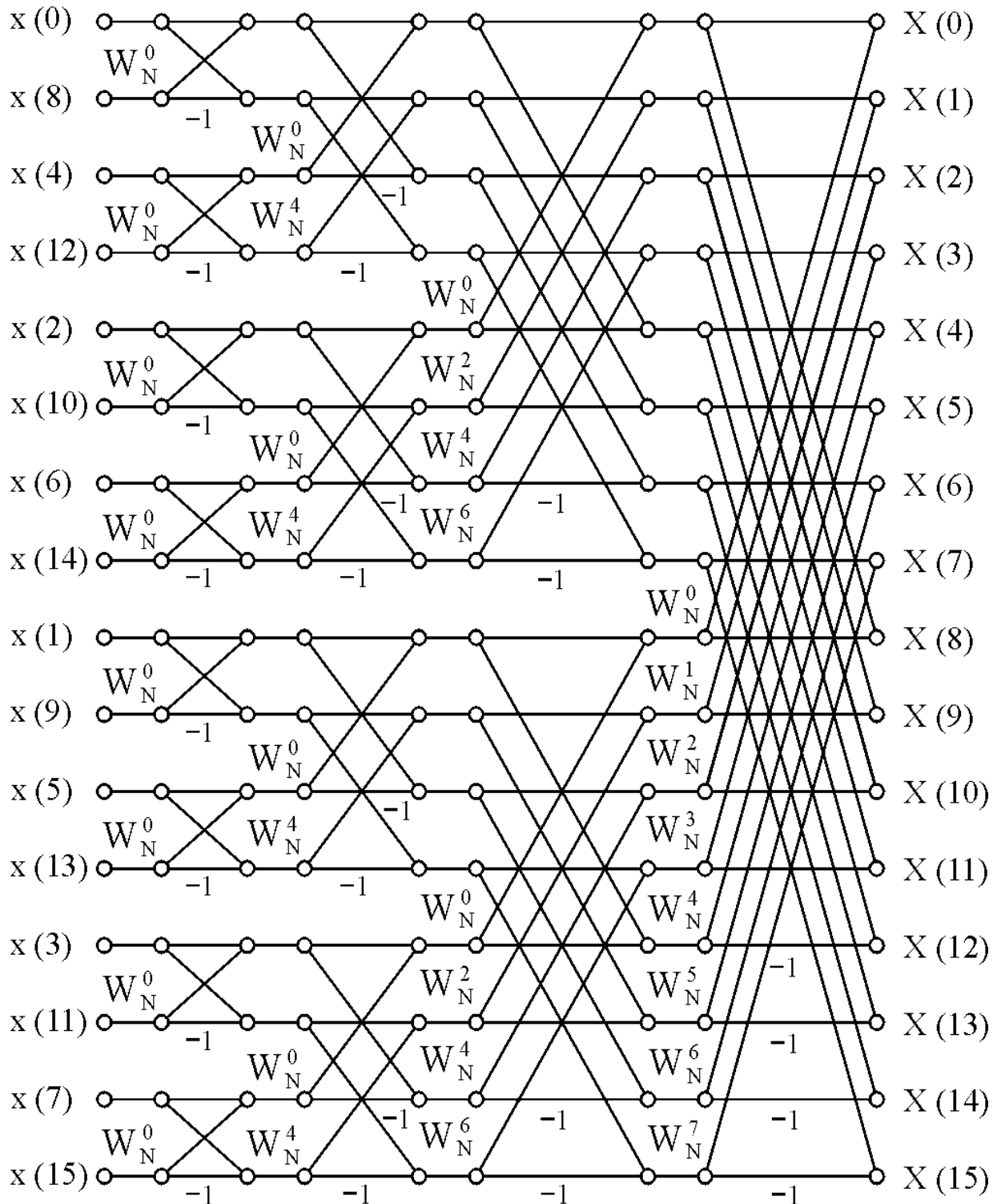


Рисунок 2.1 – Граф-схема алгоритма БПФ с прореживанием по времени

Эту реализацию называют алгоритмом БПФ Кули-Тьюки с прореживанием по времени [27, 28]. Она состоит из последовательности ступеней, на каждой из которых выполняются однотипные действия над массивом комплексных данных, поступающим на вход ступени, а результаты, полученные в ходе преобразований, выполненных на текущей ступени, обратно перезаписываются в исходный массив, который является выходным для текущей ступени и входным для следующей ступени.

Основной вычислительной процедурой этого алгоритма является, так называемая, операция "бабочка", которая в комплексном виде представляется как:

$$\begin{aligned} X_{m+1}(p) &= X_m(p) + W_N^r \cdot X_m(q) \\ X_{m+1}(q) &= X_m(p) - W_N^r \cdot X_m(q) \end{aligned} \quad (2.38)$$

где m – номер ступени преобразования исходного массива данных.

Значения элементов входного массива на входе алгоритма соответствуют нулевой итерации.

Следует отметить, что массив данных на входе алгоритма представляет собой преобразованный массив исходных данных, а именно, выполнена перестановка местами большинства элементов.

Если массив исходных данных состоит из N элементов, то для представления номера элемента в двоичной системе счисления требуется $m = \log_2 N$ двоичных разрядов:

$$x(\alpha_{m-1}\alpha_{m-2}\dots\alpha_2\alpha_1\alpha_0), \text{ здесь } \alpha_i - i\text{-й двоичный разряд номера.}$$

При перестановке меняются местами элемент $x(\alpha_{m-1}\alpha_{m-2}\dots\alpha_2\alpha_1\alpha_0)$ и элемент $x(\alpha_0\alpha_1\alpha_2\dots\alpha_{m-2}\alpha_{m-1})$.

Такая перестановка называется двоичной инверсией, так как в преобразованной последовательности исходных данных двоичные номера элементов являются зеркальным отображением номеров элементов исходной последовательности.

Массив данных на выходе алгоритма БПФ получается упорядоченным и не требует дополнительных преобразований.

Для реализации алгоритма БПФ требуется $\log_2 N$ ступеней, а на каждой ступени выполняется $\frac{N}{2}$ операций "бабочка". Таким образом, трудоемкость всего алгоритма – $\frac{N}{2} \cdot \log_2 N$ операций "бабочка".

При переходе от комплексного представления выражений (2.33) к действительному получим:

$$\begin{aligned}
\operatorname{Re}[X_{m+1}(p)] &= \operatorname{Re}[X_m(p)] + A; \\
\operatorname{Im}[X_{m+1}(p)] &= \operatorname{Im}[X_m(p)] + B; \\
\operatorname{Re}[X_{m+1}(q)] &= \operatorname{Re}[X_m(p)] - A; \\
\operatorname{Im}[X_{m+1}(q)] &= \operatorname{Im}[X_m(p)] - B,
\end{aligned} \tag{2.39}$$

где

$$\begin{aligned}
A &= \operatorname{Re}[X_m(q)] \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot r}{N}\right) - \operatorname{Im}[X_m(q)] \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot r}{N}\right); \\
B &= \operatorname{Re}[X_m(q)] \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot r}{N}\right) + \operatorname{Im}[X_m(q)] \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot r}{N}\right).
\end{aligned} \tag{2.40}$$

Для реализации операции "бабочка" необходимо выполнить четыре операции действительного умножения и шесть операций действительного сложения, а трудоемкость всего алгоритма БПФ равна:

$$\begin{aligned}
&3N \cdot \log_2 N \text{ операций сложения и} \\
&2N \cdot \log_2 N \text{ операций умножения.}
\end{aligned}$$

Вычисление функций \sin и \cos целесообразно осуществлять табличным способом. Так как современные компьютеры имеют большие размеры оперативной памяти, то для упрощения алгоритма выбора значений функции, соответствующих определенному аргументу, из таблицы, размер таблицы целесообразно выбрать равным максимальной размерности обрабатываемых массивов данных, и в нее записать один период функции синуса.

Можно заметить, что на первой, второй и третьей ступенях БПФ реализация операции "бабочка" значительно упрощается.

Так для "бабочек" с индексом равным нулю (W_N^0) выражения (2.39) принимают вид (первая модификация):

$$\begin{aligned}
\operatorname{Re}[X_{m+1}(p)] &= \operatorname{Re}[X_m(p)] + \operatorname{Re}[X_m(q)]; \\
\operatorname{Im}[X_{m+1}(p)] &= \operatorname{Im}[X_m(p)] + \operatorname{Im}[X_m(q)]; \\
\operatorname{Re}[X_{m+1}(q)] &= \operatorname{Re}[X_m(p)] - \operatorname{Re}[X_m(q)]; \\
\operatorname{Im}[X_{m+1}(q)] &= \operatorname{Im}[X_m(p)] - \operatorname{Im}[X_m(q)],
\end{aligned} \tag{2.41}$$

для "бабочек" с индексом $N/4$ ($W_N^{\frac{N}{4}}$) (вторая модификация) – вид:

$$\begin{aligned}
\operatorname{Re}[X_{m+1}(p)] &= \operatorname{Re}[X_m(p)] - \operatorname{Im}[X_m(q)]; \\
\operatorname{Im}[X_{m+1}(p)] &= \operatorname{Im}[X_m(p)] + \operatorname{Re}[X_m(q)]; \\
\operatorname{Re}[X_{m+1}(q)] &= \operatorname{Re}[X_m(p)] + \operatorname{Im}[X_m(q)]; \\
\operatorname{Im}[X_{m+1}(q)] &= \operatorname{Im}[X_m(p)] - \operatorname{Re}[X_m(q)],
\end{aligned} \tag{2.42}$$

для "бабочек" с индексом $N/8$ ($W_N^{\frac{N}{8}}$) (третья модификация) – вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}[X_{m+1}(p)] &= \operatorname{Re}[X_m(p)] + C; \\ \operatorname{Im}[X_{m+1}(p)] &= \operatorname{Im}[X_m(p)] + D; \\ \operatorname{Re}[X_{m+1}(q)] &= \operatorname{Re}[X_m(p)] - C; \\ \operatorname{Im}[X_{m+1}(q)] &= \operatorname{Im}[X_m(p)] - D, \end{aligned} \quad (2.43)$$

где

$$\begin{aligned} C &= (\operatorname{Re}[X_m(q)] - \operatorname{Im}[X_m(q)]) \cdot \sqrt{2}; \\ D &= (\operatorname{Im}[X_m(q)] + \operatorname{Re}[X_m(q)]) \cdot \sqrt{2}, \end{aligned} \quad (2.44)$$

а для "бабочек" с индексом $3N/8$ ($W_N^{\frac{3N}{8}}$) (четвертая модификация) – вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}[X_{m+1}(p)] &= \operatorname{Re}[X_m(p)] - E; \\ \operatorname{Im}[X_{m+1}(p)] &= \operatorname{Im}[X_m(p)] - F; \\ \operatorname{Re}[X_{m+1}(q)] &= \operatorname{Re}[X_m(p)] + E; \\ \operatorname{Im}[X_{m+1}(q)] &= \operatorname{Im}[X_m(p)] + F, \end{aligned} \quad (2.45)$$

где

$$\begin{aligned} E &= (\operatorname{Re}[X_m(q)] + \operatorname{Im}[X_m(q)]) \cdot \sqrt{2}; \\ F &= (\operatorname{Im}[X_m(q)] - \operatorname{Re}[X_m(q)]) \cdot \sqrt{2}. \end{aligned} \quad (2.46)$$

На первой ступени БПФ требуется выполнить $\frac{N}{2}$ "бабочек" первой модификации ($2N$ операций сложения), на второй ступени по $\frac{N}{4}$ "бабочек" первой и второй модификаций ($2N$ операций сложения), на третьей ступени по $\frac{N}{8}$ "бабочек" первой, второй, третьей и четвертой модификаций ($\frac{5N}{2}$ операций сложения и $\frac{N}{2}$ операций умножения). На каждой следующей ступени имеется соответственно по $\frac{N}{16}$, $\frac{N}{32}$, ..., 2 "бабочек" каждой из модификаций.

Следовательно, для реализации модифицированного алгоритма БПФ требуется выполнить:

$$\begin{aligned} &N \cdot (2 \log_2 N - 7) + 12 \text{ операций умножения и} \\ &3N \cdot (2 \log_2 N - 1) + 4 \text{ операций сложения.} \end{aligned}$$

Так как при решении задач обработки реальных сигналов приходится иметь дело с действительными данными, то можно еще использовать особенности БПФ для действительных последовательностей. В этом случае исходная последовательность данных размерности N разбивается на две последовательности размерности $\frac{N}{2}$, одна из которых, состоящая из четных элементов исходной последовательности, интерпретируется как действительная часть, а вторая, состоящая из нечетных элементов исходной последовательности, интерпретируется как мнимая часть комплексной последовательности. В совокупности эти две последовательности представляют комплексную последовательность данных размерности $\frac{N}{2}$.

Далее для комплексной последовательности размерности $\frac{N}{2}$ выполняется БПФ. Но после его реализации требуется выполнить два действия по переходу к действительной последовательности размерности N . Первое действие, условно называемое разведением спектров, определяется выражениями:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{Re}[X(k)] &= p1; & \operatorname{Re}\left[X\left(\frac{N}{2}-k\right)\right] &= p1; \\
 \operatorname{Im}[X(k)] &= p2; & \operatorname{Im}\left[X\left(\frac{N}{2}-k\right)\right] &= -p2; \\
 \operatorname{Re}[X(N-k)] &= p3; & \operatorname{Re}\left[X\left(\frac{N}{2}+k\right)\right] &= p3; \\
 \operatorname{Im}[X(N-k)] &= p4; & \operatorname{Im}\left[X\left(\frac{N}{2}+k\right)\right] &= -p4;
 \end{aligned}
 \tag{2.47}$$

где:

$$\begin{aligned}
 p1 &= \frac{\operatorname{Re}[X(k)] + \operatorname{Re}\left[X\left(\frac{N}{2}-k\right)\right]}{2}; \\
 p2 &= \frac{\operatorname{Im}[X(k)] - \operatorname{Im}\left[X\left(\frac{N}{2}-k\right)\right]}{2}; \\
 p3 &= \frac{\operatorname{Im}[X(k)] + \operatorname{Im}\left[X\left(\frac{N}{2}-k\right)\right]}{2}; \\
 p4 &= \frac{\operatorname{Re}[X(k)] - \operatorname{Re}\left[X\left(\frac{N}{2}-k\right)\right]}{2},
 \end{aligned}
 \tag{2.48}$$

а k изменяется от 0 до $\frac{N}{4}$.

Для реализации одной такой группы требуется выполнить четыре операции сложения, четыре операции умножения на 0.5, и две операции изменения знака. А для всей последовательности операций по разведению спектра – по N операций сложения и умножения на 0.5 и $\frac{N}{2}$ операций изменения знака.

Второе действие, называемое объединением спектра, состоит из следующих операций:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{Re}[X(k)] &= \operatorname{Re}[X(k)] + A; \\
 \operatorname{Re}\left[X\left(\frac{N}{2} + k\right)\right] &= \operatorname{Im}[X(k)] - A; \\
 \operatorname{Im}[X(k)] &= \operatorname{Im}[X(k)] + B; \\
 \operatorname{Im}\left[X\left(\frac{N}{2} + k\right)\right] &= \operatorname{Im}[X(k)] - B,
 \end{aligned} \tag{2.49}$$

где

$$\begin{aligned}
 A &= \operatorname{Re}\left[X\left(\frac{N}{2} + k\right)\right] \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{N}\right) - \operatorname{Im}\left[X\left(\frac{N}{2} + k\right)\right] \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{N}\right); \\
 B &= \operatorname{Im}\left[X\left(\frac{N}{2} + k\right)\right] \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{N}\right) + \operatorname{Re}\left[X\left(\frac{N}{2} + k\right)\right] \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{N}\right),
 \end{aligned} \tag{2.50}$$

а k изменяется от 0 до $\frac{N}{2}$.

Выражения (2.49) и (2.50), по сути дела, представляют собой обычную "бабочку", состоящую из четырех операций умножения и шести операций сложения.

А для всего действия по объединению спектра требуется выполнить $2N$ умножений и $3N$ сложений.

Таким образом, реализация обычного БПФ для действительной последовательности требует выполнения:

$$\begin{aligned}
 &N \cdot \left(\log_2\left(\frac{N}{2}\right) + 3\right) \text{ операций умножения и} \\
 &N \cdot \left(\frac{3}{2}\log_2\left(\frac{N}{2}\right) + 4\right) \text{ операций сложения,}
 \end{aligned}$$

а модифицированного БПФ для действительной последовательности:

$$N \cdot \left(\log_2 \left(\frac{N}{2} \right) - 0.5 \right) + 12 \text{ операций умножения и}$$

$$N \cdot \left(\frac{3}{2} \left(\log_2 \left(\frac{N}{2} \right) + 2.5 \right) \right) + 4 \text{ операции сложения.}$$

Во многих практических приложениях БПФ в недавнем прошлом реализовывался для данных, представленных в формате с фиксированной запятой с ограниченной разрядностью, как правило, равной шестнадцати. Такой подход объясняется требованием уменьшения времени выполнения этого алгоритма в системах реального времени. Соотношение шум/сигнал для такой реализации БПФ определяется величиной $4N \cdot 2^{-2b}$, где N – размерность массива входных данных, а b – число значащих двоичных разрядов.

Современные компьютеры оснащены мощными математическими сопроцессорами, которые осуществляют выполнение арифметических операций и вычисление основных функций в формате с плавающей запятой с высокой скоростью. Применение математического сопроцессора позволяет практически пренебречь шумом, возникающим в выходных данных из-за ограниченной разрядной сетки. Соотношение шум/сигнал для данных с плавающей запятой определяется выражением $2 \log_2 N \cdot 2^{-2b}$. Так как для формата с плавающей запятой b обычно равно 24, это соотношение имеет очень малое значение даже для больших N .

При применении математического сопроцессора ПЭВМ при оценке трудоемкости БПФ следует учитывать и операции пересылки данных из памяти в регистры сопроцессора и обратно, так как они сопоставимы по времени с арифметическими операциями сопроцессора. Для математического сопроцессора i486, если трудоемкость операции умножения принять за 1, то трудоемкость операции сложения будет примерно 0.625, операции пересылка память-регистр сопроцессора (П→R) – 0.1875, операции пересылка регистр сопроцессора память (R→П) – 0.4375, операции пересылка память-память (П→П) – 0.4375, операции инверсия знака 0.375. Для математического сопроцессора Pentium, если трудоемкость операции умножения принять за 1, то трудоемкость операции сложения будет примерно 1, операции пересылка память-регистр сопроцессора (П→R) – 0.333, операции пересылка регистр сопроцессора память (R→П) – 0.666, операции пересылка память-память (П→П) – 0.333.

Программная реализация на языке высокого уровня операции "бабочка" может иметь вид:

```

TSIN = mass[is]; // mass – массив, в котором записан период синуса
TCOS = mass[ic]; // is – индекс для выбора из массива функции синуса
                // ic – индекс для выбора из массива функции косинуса
ReA = ar_r[p]; // ar_r – массив, в котором хранится действительная
                // часть преобразуемой последовательности
ImA = ar_im[p]; // ar_im – массив, в котором хранится мнимая

```

// часть преобразуемой последовательности

```
ReB = ar_r[q];  
ImB = ar_im[q];  
p1 = ReB * TCOS; // p1,p2,p3 – переменные, используемые  
p2 = ImB * TSIN; // в промежуточных вычислениях  
p1 = p1 - p2;  
p2 = Imb * TCOS;  
p3 = ReB * TSIN;  
p2 = p2 + p3;  
ar_r[q] = ReA - p1; // в массивах ar_r и ar_im значения элементов  
ar_r[p] = ReA + p1; // изменяются от ступени к ступени  
ar_im[q] = ImA - p2;  
ar_im[p] = ImA + p2;
```

С учетом того, что сопроцессор поддерживает выполнение команд типа регистр-регистр и регистр-память, легко определить, что для выполнения этой программной реализации необходимо по 10 операций пересылки П→R и R→П и 6 операций пересылки П→П.

Проведя аналогичные рассуждения, увидим, что для реализации "бабочек" первой и второй модификации требуется по 4 операции пересылок П→R, R→П и П→П, а для "бабочек" третьей и четвертой модификации – по 6 операций пересылок П→R и R→П и 4 операции пересылки П→П, для операции разведения спектров – по 6 операций пересылок П→R и R→П и 8 операций пересылок П→П и для операции объединения спектра – по 10 операций пересылок П→R и R→П и 6 операций пересылок П→П.

С учетом этих данных можно получить выражения для определения суммарного числа различных операций пересылок для полной реализации алгоритма БПФ.

Для реализации обычного алгоритма БПФ требуется выполнить:

$5N \cdot \log_2 N$ пересылок типа П→R,
 $5N \cdot \log_2 N$ пересылок типа R→П,
 $5N \cdot \log_2 N$ пересылок типа П→П.

Для реализации модифицированного алгоритма БПФ требуется выполнить:

$N \cdot (5 \log_2 N - 11) + 20$ пересылок типа П→R,
 $N \cdot (5 \log_2 N - 11) + 20$ пересылок типа R→П,
 $N \cdot (3 \log_2 N - 4) + 8$ пересылок типа П→П.

Для реализации обычного алгоритма БПФ для действительных последовательностей требуется выполнить:

$N \cdot \left(2.5 \log_2 \left(\frac{N}{2} \right) + 6.5 \right)$ пересылок типа П→R,

$N \cdot \left(2.5 \log_2 \left(\frac{N}{2} \right) + 6.5 \right)$ пересылок типа R→П,

$N \cdot \left(1.5 \log_2 \left(\frac{N}{2} \right) + 5 \right)$ пересылок типа П→П.

Для реализации модифицированного алгоритма БПФ для действительных последовательностей требуется выполнить:

$N \cdot \left(2.5 \log_2 \left(\frac{N}{2} \right) + 1 \right) + 20$ пересылок типа П→R,

$N \cdot \left(2.5 \log_2 \left(\frac{N}{2} \right) + 1 \right) + 20$ пересылок типа R→П,

$N \cdot \left(1.5 \log_2 \left(\frac{N}{2} \right) + 3 \right) + 8$ пересылок типа П→П.

Сопроцессор Intel архитектуры имеет восемь внутренних регистров, доступ к которым осуществляется по принципу стека. Наличие этих регистров дает возможность в начале выполнения базовых операций БПФ ("бабочка", разведение спектров, сведение спектра) загрузить в регистры сопроцессора операнды, участвующие в операциях, а затем выгружать из регистров получаемые результаты в требуемые ячейки оперативной памяти. Такая организация вычислительного процесса БПФ позволяет значительно сократить число различных пересылок. Ниже представлена реализация операции "бабочка" на математическом сопроцессоре процессоров Intel.

```
TSIN = mass[is];           // mass – массив, в котором записан период синуса
TCOS = mass[ic];         // is – индекс для выбора из массива функции синуса
                               // ic – индекс для выбора из массива функции косинуса

asm push si
asm mov ax,word ptr i_p   // i_p – значение индекса элемента X(p)
asm mov dx,word ptr i_q   // i_q – значение индекса элемента X(q)
asm shl ax,1
asm shl dx,1
asm shl dx,1
asm shl dx,1
asm les bx,dword ptr [bp+10] // загрузить адрес массива мнимой части
                               // исходных данных в регистр bx

asm mov si,bx
asm add bx,dx             // определить адрес элемента массива мнимой
                               // части X(q)
```

```

asm FLD dword ptr es:[bx] // загрузить значение элемента массива
                          // мнимой части  $X(q)$  ( $ImB$ ) в вершину стека сопроцессора
asm FST ST(2)           // создать копию  $ImB$  в регистре  $ST(2)$  сопроцессора
asm les bx,dword ptr [bp+6] // загрузить адрес массива действительной
                          // части исходных данных в регистр  $bx$ 

asm mov cx,bx
asm add bx,dx           // определить адрес элемента
                          // массива действительной части  $X(q)$ 
asm FLD dword ptr es:[bx] // загрузить значение элемента массива
                          // действительной части  $X(q)$ 
                          // ( $ReB$ ) в вершину стека сопроцессора
asm FST ST(2)           // создать копию  $ReB$  в регистре  $ST(2)$ 
                          // сопроцессора
asm FLD dword ptr TSIN // загрузить  $TSIN$  в вершину стека
                          // сопроцессора
asm FLD dword ptr TCOS // загрузить  $TCOS$  в вершину стека сопроцессора
asm FMUL ST(5),ST(0)    //  $ImB*TCOS$ , результат в  $ST(5)$ 
asm FMULP ST(4),ST(0)   //  $ReB*TCOS$ , результат в  $ST(4)$ 
asm FMUL ST(2),ST(0)    //  $ImB*TSIN$ 
asm FMULP ST(1),ST(0)   //  $ReB*TSIN$ 
asm FADDP ST(3),ST(0)   //  $ImB*TCOS+ReB*TSIN$  ( $ii2$ ),
                          // результат в  $ST(3)$ 
asm FSUBP ST(1),ST(0)   //  $ReB*TCOS-ImB*TSIN$  ( $ii1$ ),
                          // результат в  $ST(1)$ 

asm mov bx,cx
asm add bx,ax           // определить адрес элемента массива
                          // действительной части  $X(p)$ 
asm FLD dword ptr es:[bx] // загрузить значение элемента массива
                          // действительной части  $X(p)$  ( $ReA$ )
                          // в вершину стека сопроцессора
asm FLD ST(0)           // создать копии  $ReA$  в регистрах  $ST(0)$  и  $ST(1)$ 
asm FSUB ST(0),ST(2)    //  $ReA-ii1$ 
asm mov bx,cx
asm add bx,dx           // определить адрес элемента массива
                          // действительной части  $X(q)$ 
asm FSTP dword ptr es:[bx] // выгрузить из вершины стека сопроцессора
                          // вычисленное значение в элемент массива
                          // действительной части  $X(q)$ 
asm FADDP ST(1),ST(0)   //  $ReA+ii1$ 
asm mov bx,cx
asm add bx,ax           // определить адрес элемента массива
                          // действительной части  $X(p)$ 
asm FSTP dword ptr es:[bx] // выгрузить из вершины стека сопроцессора

```

```

// вычисленное значение в элемент массива
// действительной части X(p)
asm mov bx,si
asm add bx,ax // определить адрес элемента массива
// мнимой части X(p)
asm FLD dword ptr es:[bx] // загрузить значение элемента массива
// мнимой части X(p) (ImA) в вершину
// стека сопроцессора
asm FLD ST(0) // создать копии ImA в регистрах ST(0) и ST(1)
asm FSUB ST(0),ST(2) // ImA-ii2
asm mov bx,si
asm add bx,dx // определить адрес элемента массива
// мнимой части X(q)
asm FSTP dword ptr es:[bx] // выгрузить из вершины стека сопроцессора
// вычисленное значение в элемент
// массива мнимой части X(q)
asm FADDP ST(1),ST(0) // ImA+ii2
asm mov bx,si
asm add bx,ax // определить адрес элемента массива
// мнимой части X(p)
asm FSTP dword ptr es:[bx] // выгрузить из вершины стека сопроцессора
// вычисленное значение в элемент
// массива мнимой части X(p)
asm pop si

```

При таком подходе для вычисления одной операции "бабочка" требуется выполнить 6 пересылок типа $\Pi \rightarrow R$, 4 пересылки типа $R \rightarrow \Pi$ и 2 пересылки типа $\Pi \rightarrow \Pi$, для вычисления операции "бабочек" третьей и четвертой модификаций 5 пересылок типа $\Pi \rightarrow R$ и 4 пересылки типа $R \rightarrow \Pi$, для операции разведения спектров 5 пересылок типа $\Pi \rightarrow R$ и 4 пересылки $R \rightarrow \Pi$.

А в целом при такой организации вычислений для всего обычного алгоритма БПФ требуется выполнить:

$3N \cdot \log_2 N$ пересылок типа $\Pi \rightarrow R$,
 $2N \cdot \log_2 N$ пересылок типа $R \rightarrow \Pi$,
 $N \cdot \log_2 N$ пересылок типа $\Pi \rightarrow \Pi$,

для реализации модифицированного алгоритма БПФ:

$N \cdot (3 \log_2 N - 3.5) + 6$ пересылок типа $\Pi \rightarrow R$,
 $2N \cdot \log_2 N$ пересылок типа $R \rightarrow \Pi$,
 $N \cdot (\log_2 N - 3)$ пересылок типа $\Pi \rightarrow \Pi$.

для реализации обычного алгоритма БПФ для действительных последовательностей:

$$N \cdot \left(1.5 \log_2 \left(\frac{N}{2} \right) + 4.25 \right) \text{ пересылок типа П} \rightarrow \text{R},$$

$$N \cdot \left(\log_2 \left(\frac{N}{2} \right) + 4 \right) \text{ пересылок типа R} \rightarrow \text{П},$$

$$\frac{N}{2} \cdot \left(\log_2 \left(\frac{N}{2} \right) - 3 \right) \text{ пересылок типа П} \rightarrow \text{П}.$$

для реализации модифицированного алгоритма БПФ для действительных последовательностей:

$$N \cdot \left(1.5 \log_2 \left(\frac{N}{2} \right) + 2.5 \right) \text{ пересылок типа П} \rightarrow \text{R},$$

$$N \cdot \left(\log_2 \left(\frac{N}{2} \right) + 4 \right) \text{ пересылок типа R} \rightarrow \text{П},$$

$$\frac{N}{2} \cdot \left(\log_2 \left(\frac{N}{2} \right) - 3 \right) \text{ пересылок типа П} \rightarrow \text{П}.$$

Оценка трудоемкости рассмотренных алгоритмов показала, что использование стековых регистров сопроцессора для хранения промежуточных данных позволяет значительно снизить трудоемкость реализации алгоритма БПФ в целом. К примеру, для модифицированного алгоритма БПФ для действительных последовательностей при размере выборки в 1024 отсчета для математического сопроцессора i486 трудоемкость уменьшается примерно в 1.385 раз, а для математического сопроцессора Pentium – в 1.338 раз. Программный текст функции БПФ, реализованный в соответствии с описанным алгоритмом, приведен в приложении 2. В приложении 3 представлен пример использования функции БПФ и ОБПФ при обработке сигналов.

2.4. Особенности спектрального анализа вибрационных сигналов, отражающих вибрационное состояние механизмов роторного типа

Отличительной особенностью вибрационных сигналов, отражающих вибрационное состояние механизмов и агрегатов с вращательным движением, является наличие периодической (или близкой к периодической) и шумоподобных составляющих. Пример такого сигнала показан на рисунке 2.1. Допустим, требуется определить амплитуду и начальную фазу спектральной составляющей частоты F для сигнала, представленного массивом данных $x(i)$ размерности N , полученного при периоде дискретизации АЦП t_δ . В этом случае базовая

частота спектрального анализа или, другими словами, частотное разрешение спектрального анализа равно:

$$\Delta f = \frac{1}{N \cdot t_{\delta}}. \quad (2.51)$$

Если F кратно Δf , то амплитуду и фазу спектральной составляющей частоты F можно определить в соответствии с выражениями (2.22 – 2.25), приняв

$$j = \frac{F}{\Delta f}. \quad (2.52)$$

При этом F должно удовлетворять следующему условию: $\Delta f \leq F \leq 0.4N \cdot \Delta f$.

$$C_F = \frac{2}{M} \sum_{i=0}^{M-1} x(i) \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot k \cdot i}{M}\right); \quad (2.53)$$

$$S_F = \frac{2}{M} \sum_{i=0}^{M-1} x(i) \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot k \cdot i}{M}\right); \quad (2.54)$$

$$A_F = \sqrt{C_F^2 + S_F^2}; \quad (2.55)$$

$$\varphi_F = \operatorname{arctg}\left(\frac{S_F}{C_F}\right), \quad (2.56)$$

где

$$k = \operatorname{int}\left(\frac{F}{\Delta f}\right); \quad (2.57)$$

$$M = \operatorname{round}\left(\frac{k}{F \cdot t_{\delta}}\right); \quad (2.58)$$

round – операция округления.

Выражение (2.58) свидетельствует о том, реальное значение частоты, для которой определяются амплитуда и фаза частотной составляющей отличается от заданной F .

Если:

$$P = \frac{k}{F \cdot t_{\delta}}, \quad (2.59)$$

то тогда максимальная погрешность отклонения реальной частоты, для которой вычисляются параметры амплитуды и фазы, по отношению к заданной, будет при $P = M \pm 0.5$. Эта погрешность в абсолютной величине определяется выражением:

$$\Delta F = F_p - F = \frac{k}{M \cdot t_\theta} - \frac{k}{(M \pm 0.5) \cdot t_\theta} = \frac{k}{t_\theta} \cdot \frac{\pm 0.5}{M \cdot (M \pm 0.5)}, \quad (2.60)$$

а в относительной – выражением:

$$\begin{aligned} \delta F = \frac{\Delta F}{F} &= \frac{\frac{k}{t_\theta} \cdot \frac{\pm 0.5}{M \cdot (M \pm 0.5)}}{\frac{k}{(M \pm 0.5) \cdot t_\theta}} = \frac{\pm 0.5}{M} = \pm \frac{0.5}{\text{round} \left(\frac{\text{int} \left(\frac{F}{\Delta f} \right)}{F \cdot t_\theta} \right)} = \\ &= \pm \frac{0.5}{\text{round} \left(\frac{\text{int} \left(\frac{F}{\Delta f} \right) \cdot N \cdot \Delta f}{F} \right)}. \end{aligned} \quad (2.61)$$

Если частота вращения ротора имеет целочисленную кратность по отношению к частотному разрешению спектрального анализа, то дискретное преобразование Фурье позволяет получить амплитудный спектр, соответствующий реальному.

Амплитудный спектр, представленный на рисунке 2.2 а, иллюстрирует такую ситуацию. Частотное разрешение спектрального анализа в данном случае $\Delta f = 1.25$ Гц, а частота вращения ротора 50 Гц.

Проблемная, с точки зрения исследования амплитудного спектра вибросигнала, ситуация показана на рисунке 2.2 б. Частотное разрешение спектрального анализа в данном случае $\Delta f = 1$ Гц, а частота вращения ротора находится между 24 и 25 Гц. Здесь наблюдается размывание амплитуды реальной спектральной составляющей по соседним спектральным линиям.

Если инженер-исследователь сделает вывод, что значение амплитуды гармонической составляющей, соответствующей частоте вращения ротора, равно амплитуде спектральной линии, максимальной в интервале частот диапазона вращения ротора (в данном случае f_0 – частота вращения ротора, может быть принята равной 24 Гц, а амплитуда этой частотной составляющей равна 1.04 м/с^2), то этот результат будет существенно отличаться от реального.

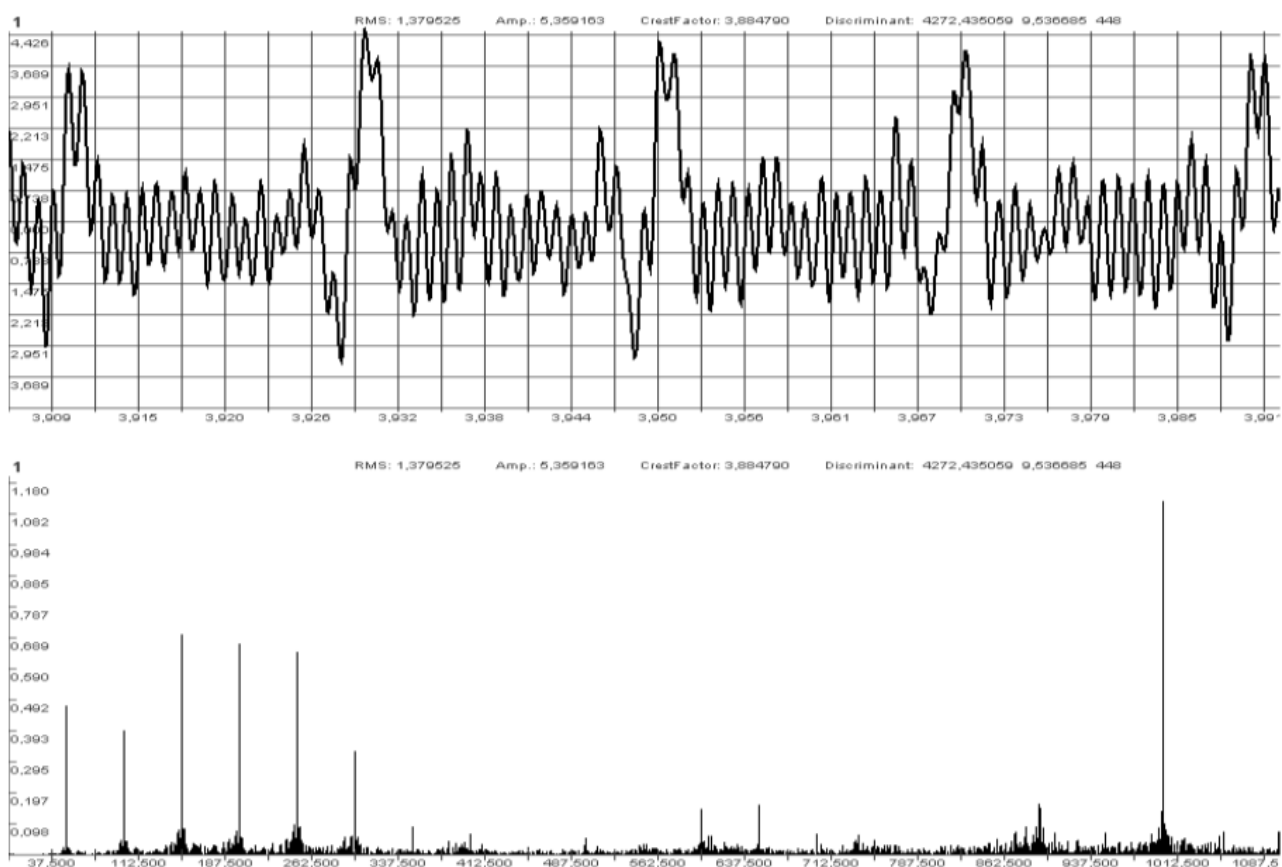


Рисунок 2.2 а – Временная реализация и амплитудный спектр вибрационного сигнала, полученного при исследовании подшипниковой опоры генератора (для временной реализации: ось абсцисс – время, с; ось ординат – виброускорение, m/c^2) (для спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

На рисунке 2.3 представлен амплитудный спектр этого же вибросигнала, но вычисленный с частотным разрешением 0.5 Гц. Здесь $f_0 = 24.5$ Гц, а амплитуда соответствующей частотной составляющей $1.62 m/c^2$. Однако изменение частотного разрешения спектрального анализа в сторону уменьшения в два раза требует увеличения в два раза размера обрабатываемого массива данных, что далеко не всегда возможно в реальных системах вибрационного мониторинга.

Предлагается следующий способ определения частоты и амплитуды гармонической составляющей, с частотой не кратной фундаментальной частоте спектрального анализа.

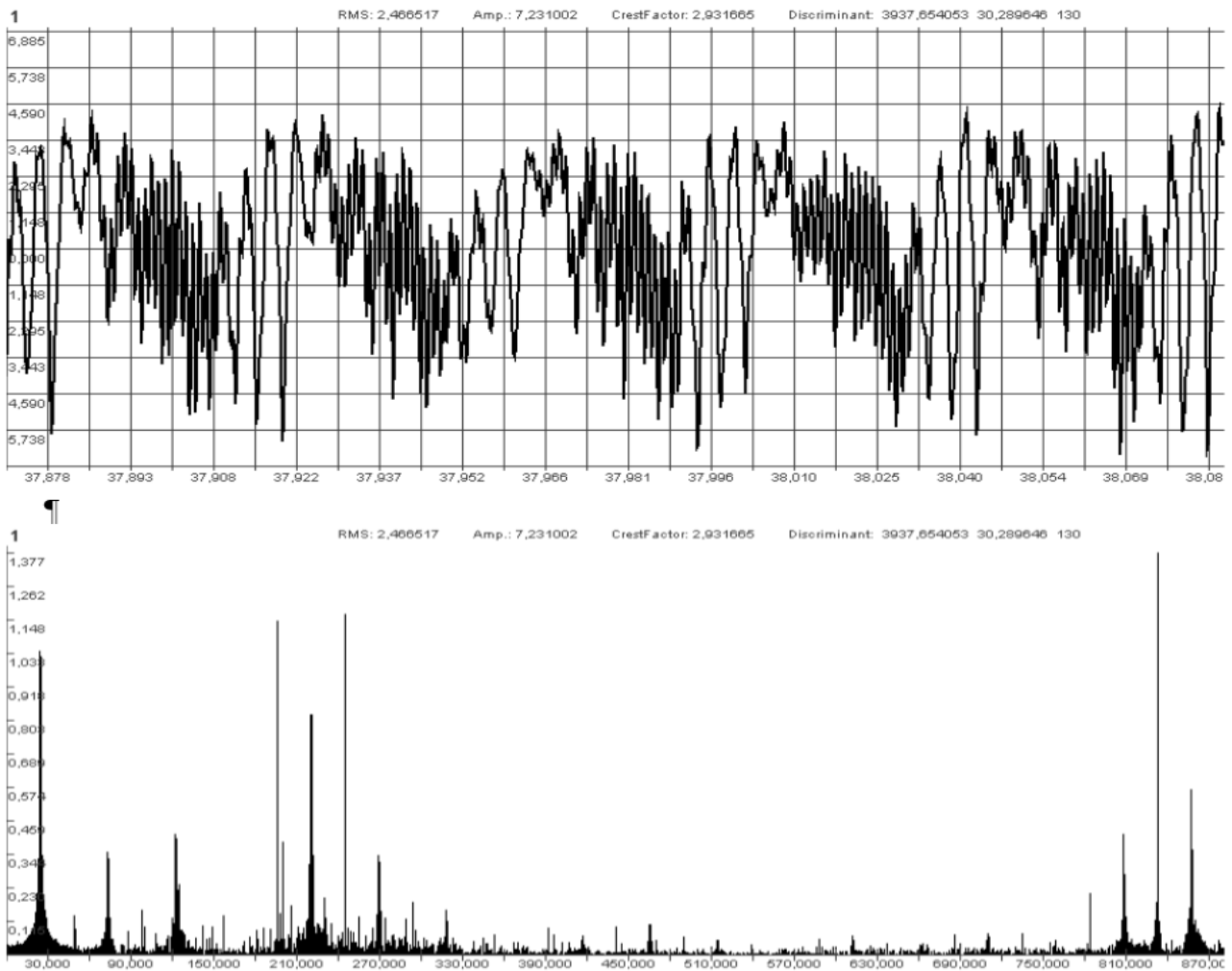


Рисунок 2.2 б – Временная реализация и амплитудный спектр вибрационного сигнала, полученного при исследовании электродвигателя, частотное разрешение спектрального анализа 1 Гц (для временной реализации: ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброускорение, m/s^2) (для спектра: ось абсцисс – частота, s^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/s^2)

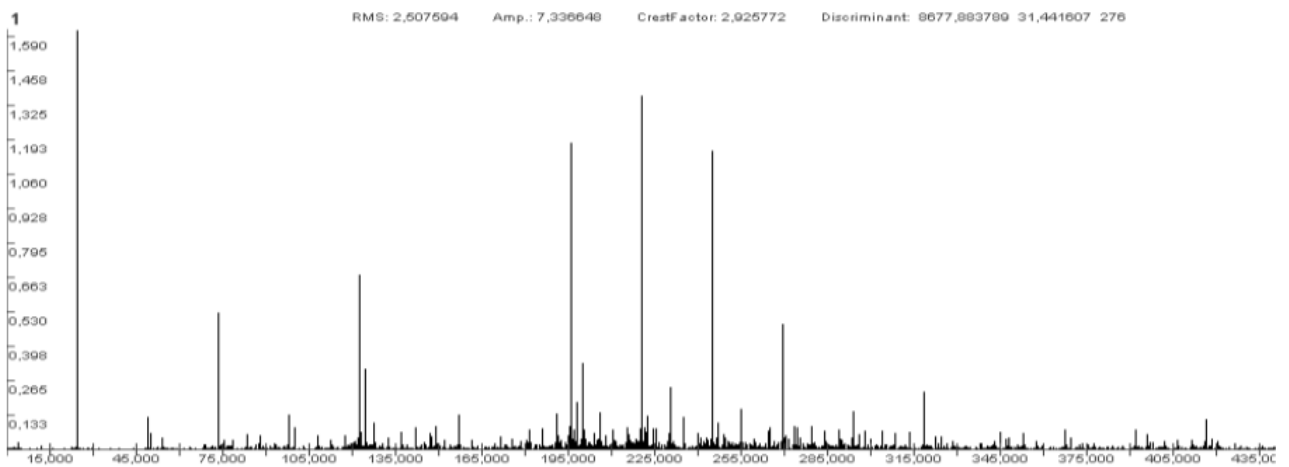


Рисунок 2.3 – Амплитудный спектр вибросигнала, частотное разрешение спектрального анализа 0,5 Гц (для спектра: ось абсцисс – частота, s^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/s^2)

Допустим, что в анализируемом сигнале присутствует гармоническая составляющая с частотой f_x , такой, что

$$i \cdot \Delta f < f_x < (i + 1) \cdot \Delta f \quad (2.62)$$

и отсутствуют гармонические составляющие с частотами $i \cdot \Delta f$ и $(i + 1) \cdot \Delta f$.

После вычисления спектра, с применением для выделения интервала анализа прямоугольного временного окна, будут получены некоторые значения амплитуд спектральных составляющих, соответствующих частотам $i \cdot \Delta f$ и $(i + 1) \cdot \Delta f$, обозначим их соответственно A_i и A_{i+1} .

Если обозначить

$$\zeta = (i + 1) \cdot \Delta f - f_x \quad (2.63)$$

и A_{f_x} – истинное значение амплитуды гармонической составляющей с частотой f_x , то тогда с учетом того, что представление в частотной области прямоугольного временного окна длительностью $T = 1/\Delta f$ описывается выражением:

$$X(f) = \frac{\sin(\pi \cdot f \cdot T)}{\pi \cdot f}, \quad (2.64)$$

причем, $X(0) = T$, A_i и A_{i+1} можно выразить через A_{f_x} с помощью соотношений:

$$A_i = A_{f_x} \cdot \frac{1}{T} \cdot \frac{\sin[\pi(\Delta f - \zeta)T]}{\pi(\Delta f - \zeta)} = A_{f_x} \cdot \frac{1}{T} \cdot \frac{\sin\left[\pi\left(1 - \frac{\zeta}{\Delta f}\right)\right]}{\pi(\Delta f - \zeta)}, \quad (2.65)$$

$$A_{i+1} = A_{f_x} \cdot \frac{1}{T} \cdot \frac{\sin(\pi \cdot \zeta \cdot T)}{\pi \cdot \zeta} = A_{f_x} \cdot \frac{1}{T} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot \zeta}{\Delta f}\right)}{\pi \cdot \zeta}. \quad (2.66)$$

Выполнив преобразования над выражениями (2.65) и (2.66), определим значение ζ :

$$\frac{A_{i+1}}{A_i} = \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot \zeta}{\Delta f}\right)}{\pi \cdot \zeta} \cdot \frac{\pi(\Delta f - \zeta)}{\sin\left[\pi\left(1 - \frac{\zeta}{\Delta f}\right)\right]} = \frac{\Delta f - \zeta}{\zeta};$$

$$\zeta = \frac{\Delta f}{1 + \frac{A_{i+1}}{A_i}} = \frac{A_i}{A_i + A_{i+1}} \Delta f. \quad (2.67)$$

После этого можно вычислить значение частоты f_x :

$$f_x = (i + 1) \cdot \Delta f - \zeta = \left(i + \frac{A_{i+1}}{A_i + A_{i+1}} \right) \cdot \Delta f \quad (2.68)$$

и амплитуду гармонической составляющей A_{f_x} :

$$A_{f_x} = A_{i+1} \cdot \frac{\pi \frac{\zeta}{\Delta f}}{\sin \left(\pi \frac{\zeta}{\Delta f} \right)}. \quad (2.69)$$

Этот способ может быть использован при исследовании вибрационного состояния механизмов с вращательным движением для определения амплитуд и частот спектральных составляющих вибрации, кратных оборотной частоте (частоте вращения ротора). Эти спектральные составляющие являются достаточно выраженными на сплошном спектре, причем высокая точность определения их параметров достигается даже в том случае, если их частоты не кратны частотному разрешению спектрального анализа. Для рассматриваемого примера, вычисленные по формулам (2.68–2.69) параметры оборотной частотной составляющей, $f_0 = 24.491$ Гц, а амплитуда соответствующей частотной составляющей 1.624 м/с^2 .

При практическом применении данного способа необходимо вводить некоторые ограничения его применения, которые обуславливаются наличием шумовых составляющих и погрешностей тракта преобразования, передачи и обработки. Примером такого ограничения может служить подход, при котором уточнение параметров явно выраженной в амплитудном спектре гармоники осуществляется только в том случае, когда значения амплитуд A_i и A_{i+1} не отличаются друг от друга более, чем в L раз (реально значение L может находиться в диапазоне 10–100 единиц).

2.5. Алгоритм построения полосового спектра

Под полосовым спектром понимается представление вибрационного в частотной области в виде последовательности СКЗ сигналов в частотных полосах, примыкающих друг к другу, в порядке возрастания частоты. В качестве исходных данных для построения полосового спектра используются:

– массив $X = \{x[0], x[1], \dots, x[L-2], x[L-1]\}$ из L элементов, в котором хранятся средние квадратические значения амплитуд спектральных составляющих, рассчитанных для частотного разрешения Δf ;

– массив $Y = \{y[0], y[1], \dots, y[K-2], y[K-1]\}$ из K элементов, в котором содержатся границы частотных полос, причем в нулевом элементе массива записано значение частоты, соответствующей начальной частоте анализа, и выполняется условие $y[i-1] < y[i]$, для всех i от 1 до K ;

– количество частотных полос $Z = K - 1$.

СКЗ сигнала в j -й полосе определяется выражением:

$$A_j = \sum_{i \in \{y(j-1) \leq i \cdot \Delta f; i \cdot \Delta f < y(j)\}} \sqrt{x^2(i)}, \quad (2.70)$$

для всех j от 1 до K .

На рисунках 2.4–2.6 в качестве примера показаны вибрационный сигнал, его амплитудный спектр и полосовой амплитудный спектр.

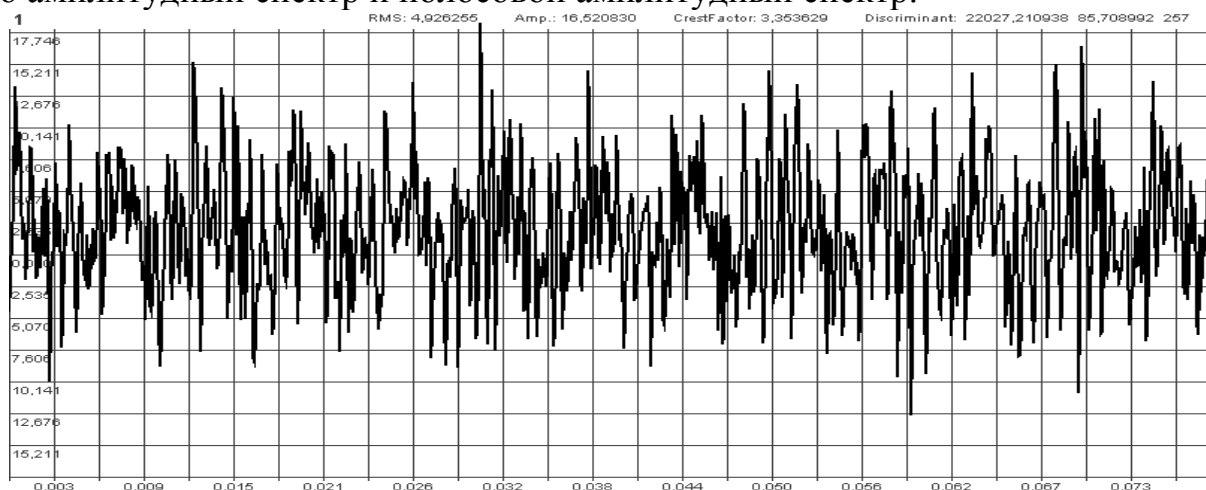


Рисунок 2.4 – Временная реализация, полученная при исследовании турбодетандера (ось абсцисс – время, с; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

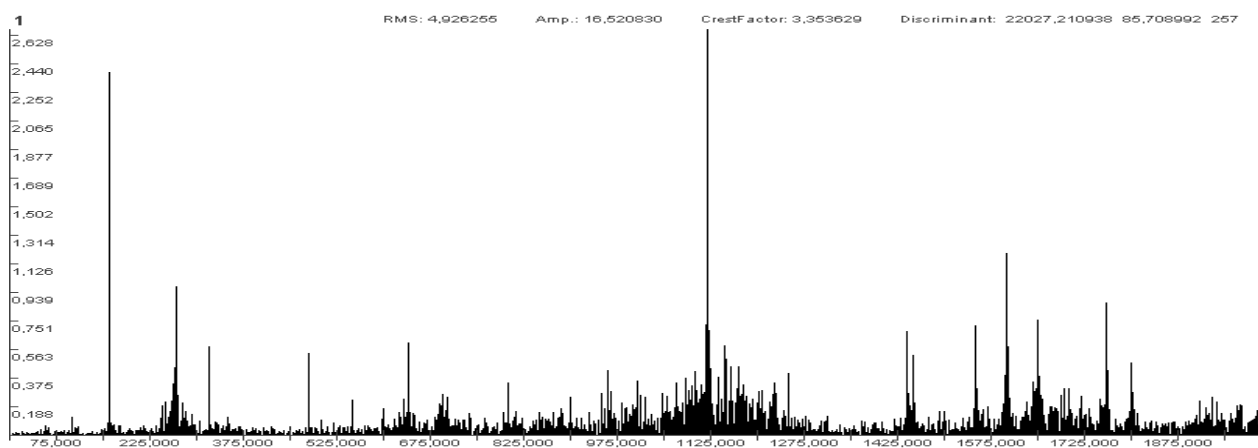


Рисунок 2.5 – Амплитудный спектр вибрационного сигнала, полученного при исследовании турбодетандера, частотное разрешение спектрального анализа 2.5 Гц (ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

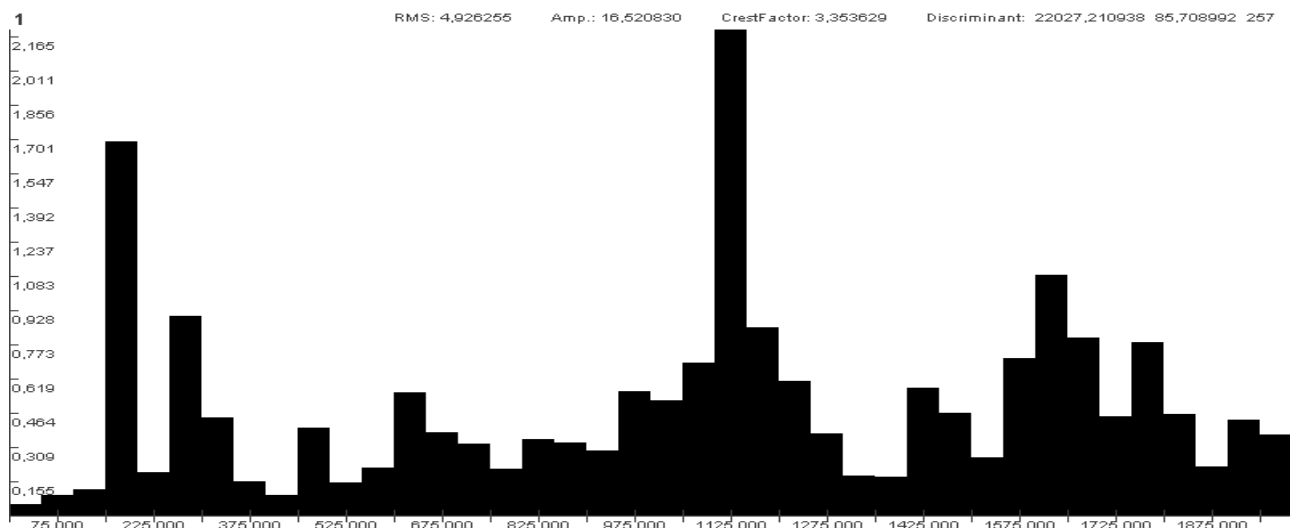


Рисунок 2.6 – Полосовой спектр вибрационного сигнала, полученного при исследовании турбодетандера, ширина частотной полосы 50 Гц
(ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

2.6 Разделение вибрационного сигнала на компоненты

Системы непрерывного стационарного мониторинга позволяют зафиксировать факт возникновения аномальной ситуации на контролируемом объекте и оперативно отреагировать на него стандартным образом или реализовать алгоритмы сигнализации и защиты, учитывающие индивидуальные особенности контролируемых объектов [29–32].

Однако значительные изменения СКЗ вибрационного сигнала или амплитуд отдельных или группы гармонических составляющих, выявляемые такими системами, свидетельствует о существенном развитии определенного типа дефекта. Если же стоит задача создания системы проактивного технического обслуживания оборудования, то возникает потребность проведения тщательного изучения изменений вибрационного состояния технических объектов на протяжении их эксплуатации. Представляет интерес обнаружение редких кратковременных изменений структуры вибрационного сигнала и дальнейшее выявление причинно-следственных связей между их появлением и развитием дефектов, которые требуют определенного реагирования.

Для этого целесообразно проводить анализ непрерывных вибрационных сигналов, отражающих вибрационное состояние объекта, на протяжении длительных временных интервалов (часы и даже сутки), которые соответствуют некоторому циклу изменения режимов функционирования оборудования. Такой подход соответствует современной концепции обработки, называемой «Большие данные» [33, 34].

Проводя анализ формы вибрационных сигналов, отражающий интенсивность механических колебаний корпусных элементов механизмов роторного

типа, функционирование которых предполагает вращательное движение, и их амплитудных спектров, можно заметить, что в большинстве случаев такие вибрационные сигналы (см. ранее представленные рисунки) содержат периодическую компоненту, состоящую из гармоник, кратных частоте вращения, и некоторую шумоподобную составляющую.

Поэтому, с целью более детального исследования предлагается представить исходный вибросигнал в виде суммы периодической и шумоподобной составляющих [35–36]:

$$x(nt_d) = p(nt_d) + s(nt_d) = \sum_{m=1}^L A_m \cos(2\pi k_m f_o n t_d - \phi_m) + s(nt_d), \quad (2.71)$$

где $p(nt_d)$ – периодическая составляющая вибрационного сигнала;

$s(nt_d)$ – шумоподобная составляющая вибрационного сигнала;

n – номер дискретного отсчета, $n = 0, 1, 2, \dots$;

t_d – интервал дискретизации;

f_o – частота вращения приводного вала (оборотная частота);

k_m – кратность m -й гармоники, включенной в периодическую составляющую, относительно f_o ;

A_m, f_m, ϕ_m – амплитуда, частота, начальная фаза m -й гармоники,

$f_m = k_m f_o$.

L – число гармоник, выбранных для периодической составляющей вибросигнала.

Кратность гармоник, входящих в состав периодической составляющей вибросигнала, определяется с учетом параметров подшипников, зубчатых передач, схемы редуктора контролируемого узла и его других конструктивных особенностей. Если точно известна частота f_o , то амплитуда и начальная фаза m -й гармоники легко вычисляются с помощью дискретного преобразования Фурье (2.53–2.54), причем количество дискретных точек преобразования выбирается таким, чтобы интервал анализа был кратным (в рамках возможностей интервала дискретизации) периоду f_m :

$$N_m = \text{round}\left(k \frac{f_d}{f_m}\right),$$

где k – число периодов частотной составляющей f_m такое, что N_m меньше или равно размеру массива, кратного степени двойки, который используется для вычисления амплитудного спектра сигнала:

$$k = \text{int}\left(\frac{N f_m}{f_d}\right),$$

где

f_d – частота дискретизации.

Когда частота f_o известна, периодическая составляющая сигнала $p(nt_d)$ вычисляется по формуле первого слагаемого выражения (2.71), а шумоподобная составляющая находится как:

$$s(nt_d) = x(nt_d) - p(nt_d). \quad (2.72)$$

После разделения вибрационного сигнала на полигармоническую и шумоподобную составляющие определяются параметры каждой из составляющих в отдельности.

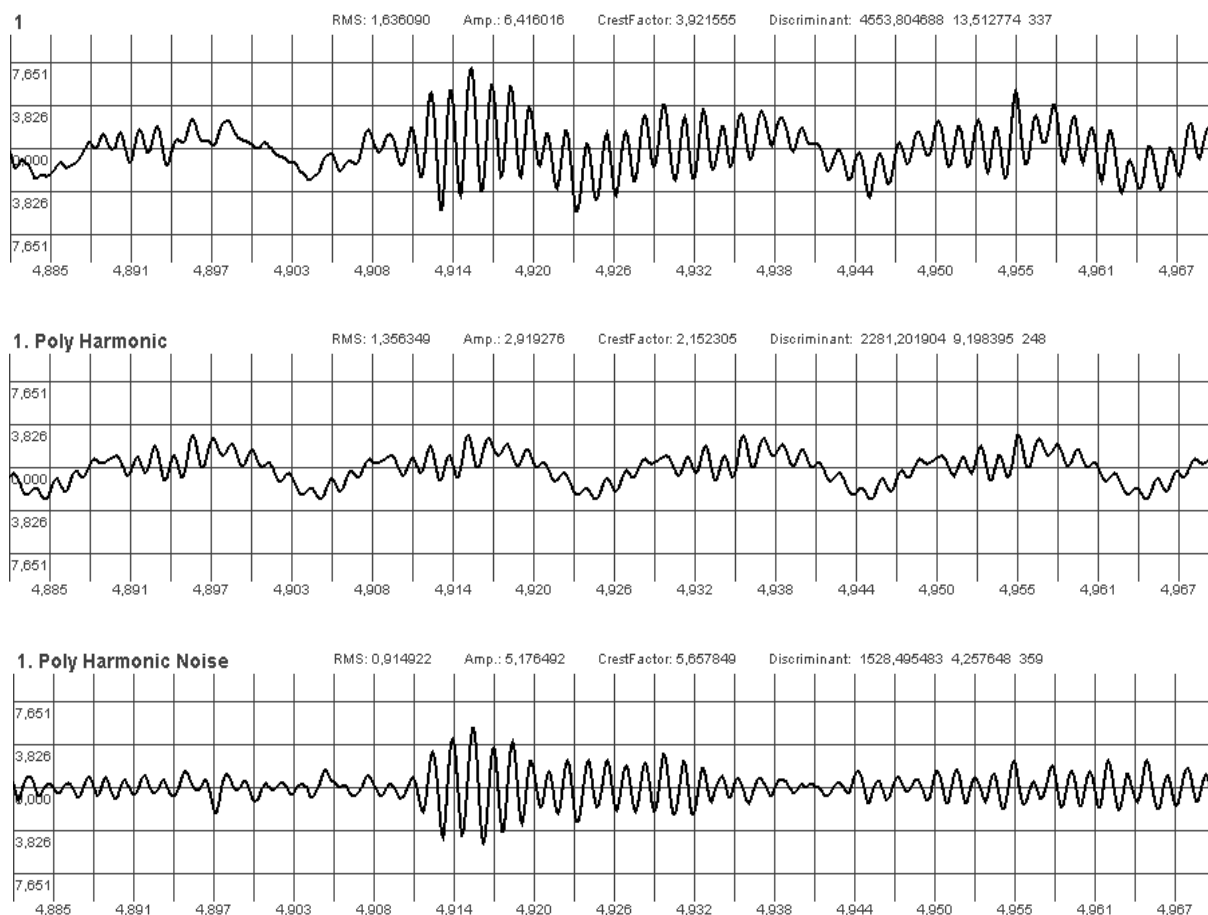


Рисунок 2.7 – Временная реализация вибросигнала в единицах виброускорения, полученная при исследовании подшипниковой опоры генератора мощностью 100 МВт, ее периодическая и шумоподобная составляющие (ось абсцисс – время, с; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

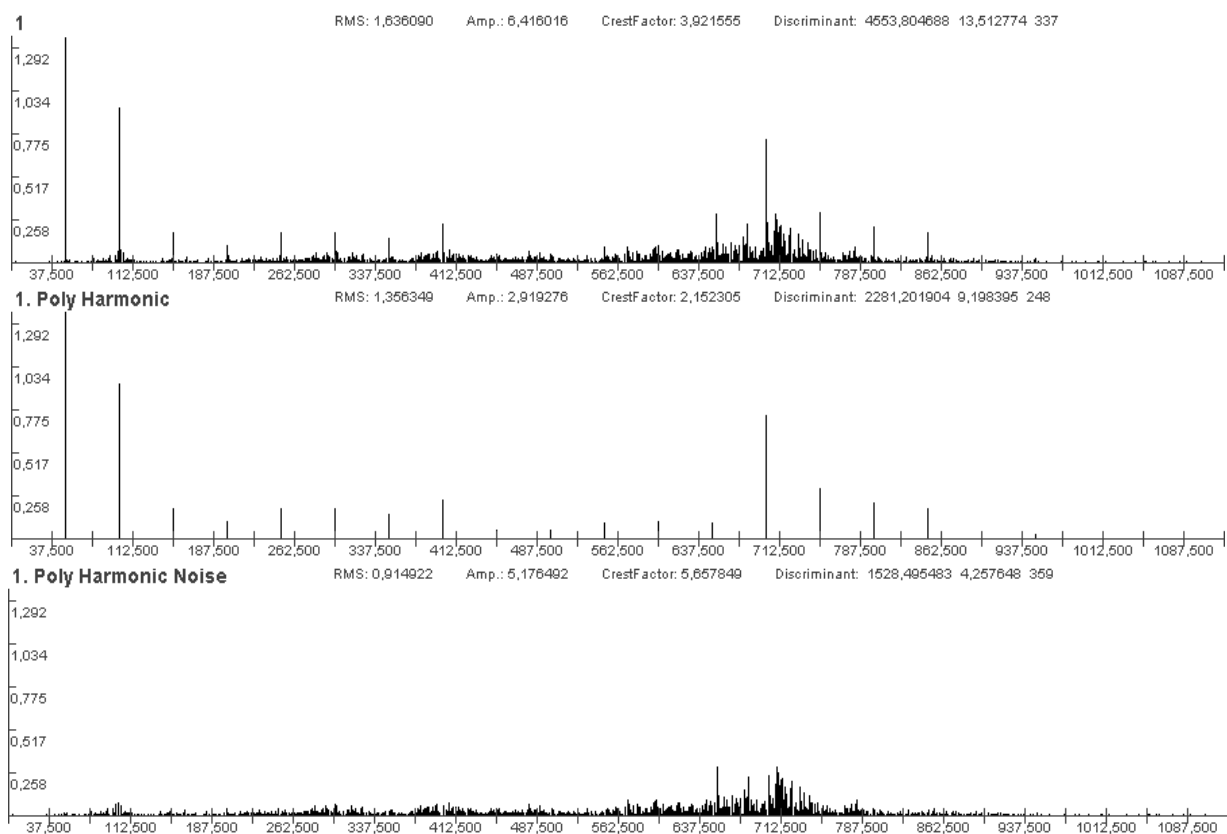


Рисунок 2.8 – Амплитудный спектр вибросигнала в единицах виброускорения, полученного при исследовании подшипниковой опоры генератора мощностью 100 МВт, ее периодической и шумоподобной составляющих (ось абсцисс – частота, C^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

При этом можно сделать предположение, что изменения параметров периодической составляющей – следствие достаточно существенного изменения технического состояния объекта, а локальные изменения шумоподобной составляющей – это проявление зарождающихся дефектов. На рисунках 2.7–2.8 показан исходный вибрационный сигнал, отражающий вибрационное состояние подшипниковой опоры генератора, его периодическая и шумоподобная составляющие, а также их амплитудные спектры.

2.7. Определение амплитудно-фазовых параметров нестационарных вибрационных сигналов

Экспериментальные исследования вибрационных характеристик при выбегах турбоагрегатов показывают [37], что максимальное изменение частоты вращения вала не превышает 10–20 оборотов в секунду, фазы первой оборотной составляющей – от 5 до 12 градусов в секунду, а амплитуда первой оборотной составляющей может измениться за секунду на 10–25 %. При пусках турбоагрегата изменение параметров на отдельных временных интервалах может быть значительно большим, что определяется его технологическим состоянием.

Так, за секунду частота вращения вала может измениться на 50–80 оборотов, фаза первой оборотной составляющей – на 20–40 градусов, амплитуда первой оборотной составляющей – на 20–30 %. Также следует принимать во внимание, что обрабатываемый сигнал имеет сложную форму и в своем составе содержит значительное число спектральных составляющих, которые изменяют свои параметры на протяжении переходного процесса [38].

Для того чтобы определить значения частоты, амплитуды, начальной фазы оборотных составляющих вибросигнала, требуется синхронно принимать вибрационный сигнал от первичного виброизмерительного преобразователя и сигнал от датчика фазовой метки (метка должна быть установлена на вращающемся валу). Пример таких сигналов показан на рисунке 2.9.

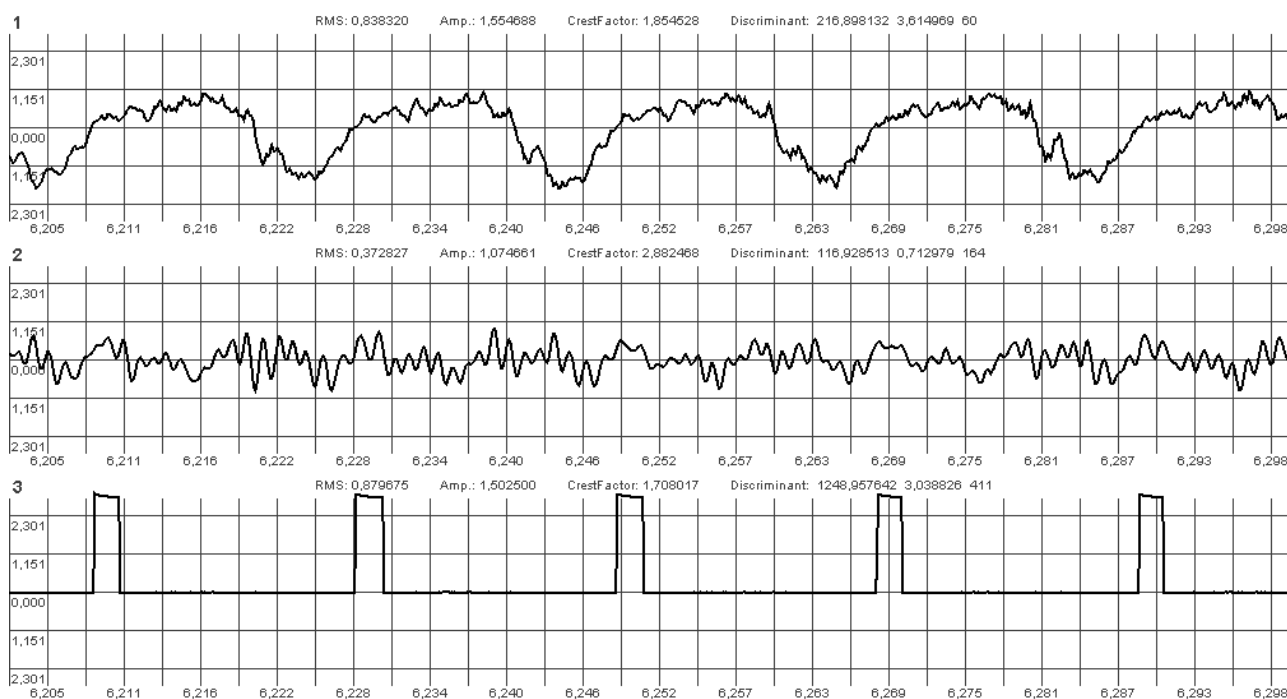


Рисунок 2.9 – Вибрационные сигналы и сигнал от датчика фазовой метки (ось абсцисс – время, c ; ось ординат: для вибросигнала – виброускорение, m/c^2 ; для фазового сигнала – напряжение, B)

На коротком интервале анализа, который для частотного разрешения в 5 Гц составляет 200 миллисекунд, при медленном (не более 10 оборотов за секунду) изменении частоты вращения можно предположить, что изменения амплитуды, частоты и фазы являются линейными. Проведено имитационное моделирование вибросигналов с медленно изменяющимися амплитудой, частотой и фазой [39], а также осуществлено вычисление их параметров с помощью выражений (2.73–2.77):

$$C_k = \frac{2}{L} \sum_{j=0}^{L-1} x(j + I_n) \cdot \cos\left(\frac{2\pi M \cdot kj}{L}\right); \quad (2.73)$$

$$S_k = \frac{2}{L} \sum_{j=0}^{L-1} x(j+I_n) \cdot \sin\left(\frac{2\pi M \cdot kj}{L}\right); \quad (2.74)$$

$$A_k = \sqrt{C_k^2 + S_k^2}; \quad (2.75)$$

$$\varphi_k = \arctg \frac{S_k}{C_k}, \quad (2.76)$$

$$\text{где } L = I_n - I_k; \quad (2.77)$$

x_{j+I_n} – j -й отсчет вибросигнала, принятого параллельно с сигналом от датчика фазовой метки и синхронизированного относительно момента первого выявленного прохождения фазовой метки;

I_n , I_k – номера первого и последнего отсчетов анализируемого массива данных, которые соответствуют моментам первого и последнего выявленных прохождений фазовой метки для принятых массивов данных;

M – количество оборотов вала, зафиксированных на интервале от I_n до I_k ;

A_k , φ_k – амплитуда и начальная фаза k -й оборотной составляющей.

Проведенные исследования показывают, что предложенный алгоритм определения амплитудно-фазовых параметров обеспечивает вычисление амплитуды оборотной составляющей с относительной погрешностью, не превышающей 0,2 %, а начальной фазы с абсолютной погрешностью, не превышающей 1,5 градуса [39].

Для первой оборотной составляющей, которая является базовой для амплитудно-фазового анализа, выражение, описывающее модельный сигнал, имеет следующий вид:

$$x(n) = \left(A + \Delta a \cdot t_d \cdot n \right) \cos \left[2\pi \left(f + \Delta f \cdot t_d \cdot n \cdot \frac{1}{2} \right) \cdot t_d \cdot n - \left(\varphi + \Delta \varphi \cdot t_d \cdot n \right) \right], \quad (2.78)$$

где A – начальная амплитуда формируемого сигнала;

Δa – изменение амплитуды за единицу времени;

f – начальная частота формируемого сигнала;

Δf – изменение частоты за единицу времени;

φ – начальная фаза формируемого сигнала;

$\Delta \varphi$ – изменение фазы (в радианах) за единицу времени;

t_d – время дискретизации (интервал времени, через который получают дискретные значения сигнала);

n – номер дискретного отсчета сигнала (изменяется от нуля до какого-то требуемого числа отсчетов);

$x(n)$ – значение n -го отсчета формируемого сигнала.

Интервал дискретизации t_d устанавливается, исходя из реальных параметров исследуемых вибросигналов.

Моделируя вибрационный сигнал обратной составляющей при пуске или останове агрегата, следует учитывать, что характер изменения амплитуды, частоты и фазы вызывают разные факторы. Изменение частоты сигнала обуславливается изменением частоты вращения ротора, а изменение амплитуды и фазы определяется механическими свойствами конструкции объекта контроля и его теплотехническими параметрами.

Параллельно с модельным вибрационным сигналом следует формировать и модельный сигнал от датчика фазовой метки. Моделировать фазовый сигнал можно гармоникой с изменяющейся частотой и постоянной амплитудой, а изменение частоты должно быть таким же, как и у первой обратной составляющей вибрационного сигнала. Моменты формирования сигнала фазовой метки будут соответствовать тем моментам, когда моделируемый фазовый сигнал проходит нулевое значение и меняет свой знак с минуса на плюс, что соответствует обороту ротора, или когда моделируемый фазовый сигнал проходит какое-то заданное значение, изменяя свою величину в большую или меньшую сторону. Применение датчика фазовой метки позволяет оценить изменение частоты вращения вала контролируемого агрегата и определить параметры частоты гармонического сигнала для первой обратной составляющей.

Оценку изменения частоты можно получить, зафиксировав два периода сигнала. Предположим, что первый период сигнала содержит n_1 дискретных отсчета, а второй период – n_2 дискретных отсчета, интервал дискретизации – t_d . Тогда усредненное значение частоты сигнала для первого периода анализа

$$F_1 = \frac{1}{t_d \cdot n_1},$$

а для второго периода анализа: – $F_2 = \frac{1}{t_d \cdot n_2}$.

Эти частоты соответствуют значениям частоты на средних точках первого и второго анализируемых периодов. Потому изменение частоты за один дискретный отсчет может быть определено следующим образом:

$$\Delta f_d = \frac{F_2 - F_1}{\frac{n_1 + n_2}{2}} = \frac{\frac{1}{t_d \cdot n_2} - \frac{1}{t_d \cdot n_1}}{\frac{n_1 + n_2}{2}} = \frac{2}{t_d} \cdot \frac{n_1 - n_2}{n_1 n_2 (n_1 + n_2)}. \quad (2.79)$$

Для повышения точности вычислений параметров обратных составляющих можно в функциях косинуса и синуса адаптировать изменение выделяющей частоты под изменение частоты исследуемого сигнала. Тогда формулы (2.73–2.77) примут вид:

$$C_k = \frac{2}{L} \sum_{j=0}^{L-1} x(j) \cdot \cos \left[\frac{2\pi \left(F_{H^*} + \Delta f_{D^*} \cdot j \cdot \frac{1}{2} \right) \cdot 2k \cdot j}{L} \right]; \quad (2.80)$$

$$S_k = \frac{2}{L} \sum_{j=0}^{L-1} x(j) \cdot \sin \left[\frac{2\pi \left(F_{H^*} + \Delta f_{D^*} \cdot j \cdot \frac{1}{2} \right) \cdot 2k \cdot j}{L} \right], \quad (2.81)$$

где

$$F_{H^*} = \frac{2n_1 n_2 + n_2^2 - n_1^2}{n_2(n_1 + n_2)}; \quad (2.82)$$

$$\Delta f_{D^*} = \frac{2(n_1 - n_2)}{n_2(n_1 + n_2)}; \quad (2.83)$$

$$L = n_1 + n_2. \quad (2.84)$$

Формулы (2.80–2.84) получены при условии, что проведено нормирование частоты и $t_d = 1/n_1$.

Оценить изменения амплитуды и начальной фазы m -й гармонической составляющей вибрационного сигнала можно, если определить значения этих параметров отдельно для первого (n_1 дискретный отсчет) и второго (n_2 дискретный отсчет) оборотов вала.

В качестве примера рассмотрим результаты, полученные в ходе обработки реального вибрационного сигнала, зафиксированного при выбеге электрического двигателя (рис. 2.10–2.11).



Рисунок 2.10 – Временная реализация вибросигнала в единицах виброускорения, зафиксированная при исследовании подшипниковой опоры электродвигателя, при его выбеге (ось абсцисс – время, с; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

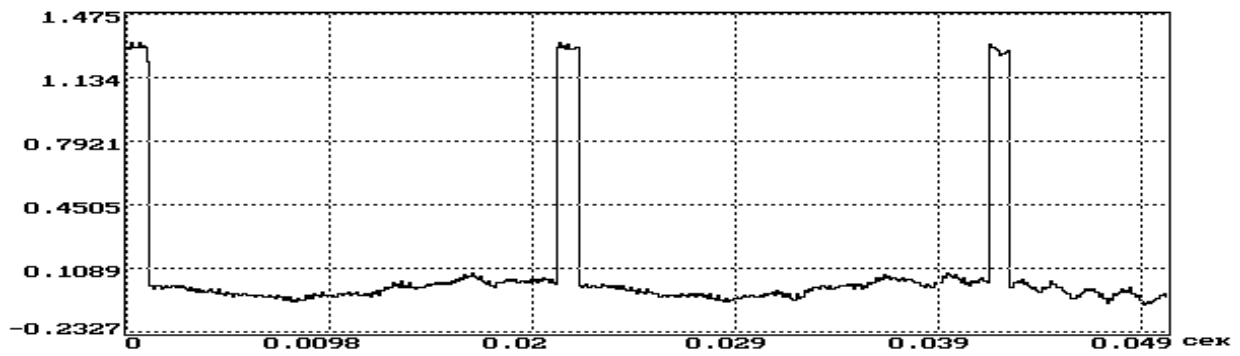


Рисунок 2.11 – Сигнал от датчика фазовой метки, зарегистрированный при выбеге электродвигателя (ось абсцисс – время, s ; ось ординат – напряжение, V)

Анализ данного сигнала показывает, что номера дискретных отсчетов, соответствующих моментам фиксации фазовым датчиком метки на валу двигателя, равны 0, 214, 430. Следовательно, в данном случае $n_1 = 214$, а $n_2 = 216$. Интервал дискретизации $t_d = 0.09766 \text{ мс}$. Проведя вычисления, получим значения параметров вибросигнала для первого и второго оборотов вала: $F_1 = 44.85 \text{ Гц}$, $F_2 = 44.4 \text{ Гц}$, $F_H = 48.07 \text{ Гц}$, $\Delta f_d = -0.002061 \text{ Гц}$, $A_1 = 4.493$, $\varphi_1 = -43.83$, $A_2 = 4.435$, $\varphi_2 = -43.91$.

Применение дискретного преобразования Фурье с изменяющейся частотой выделяющей гармоники обеспечивает более точное вычисление параметров оборотных составляющих вибрации при нестационарных режимах работы механизмов и агрегатов с вращательным движением [38].

На рисунках 2.12–2.13 показан пример применения такого преобразования при выделении квазипериодической и шумоподобной составляющих вибрационного сигнала.

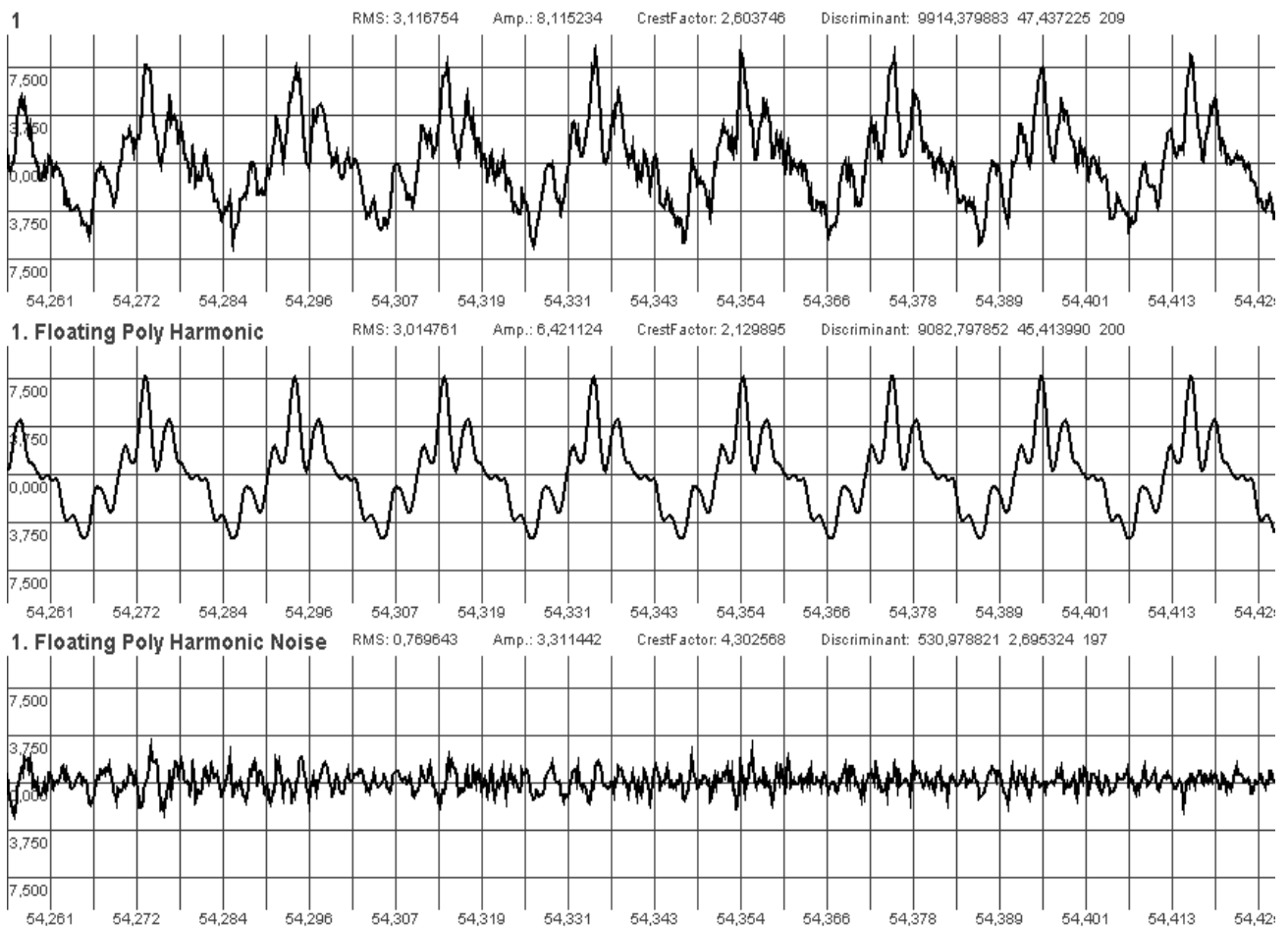


Рисунок 2.12 – Временная реализация, полученная при исследовании подшипниковой опоры электродвигателя, при изменении частоты вращения вала привода, ее квазипериодическая и шумоподобная составляющие (ось абсцисс – время, с; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

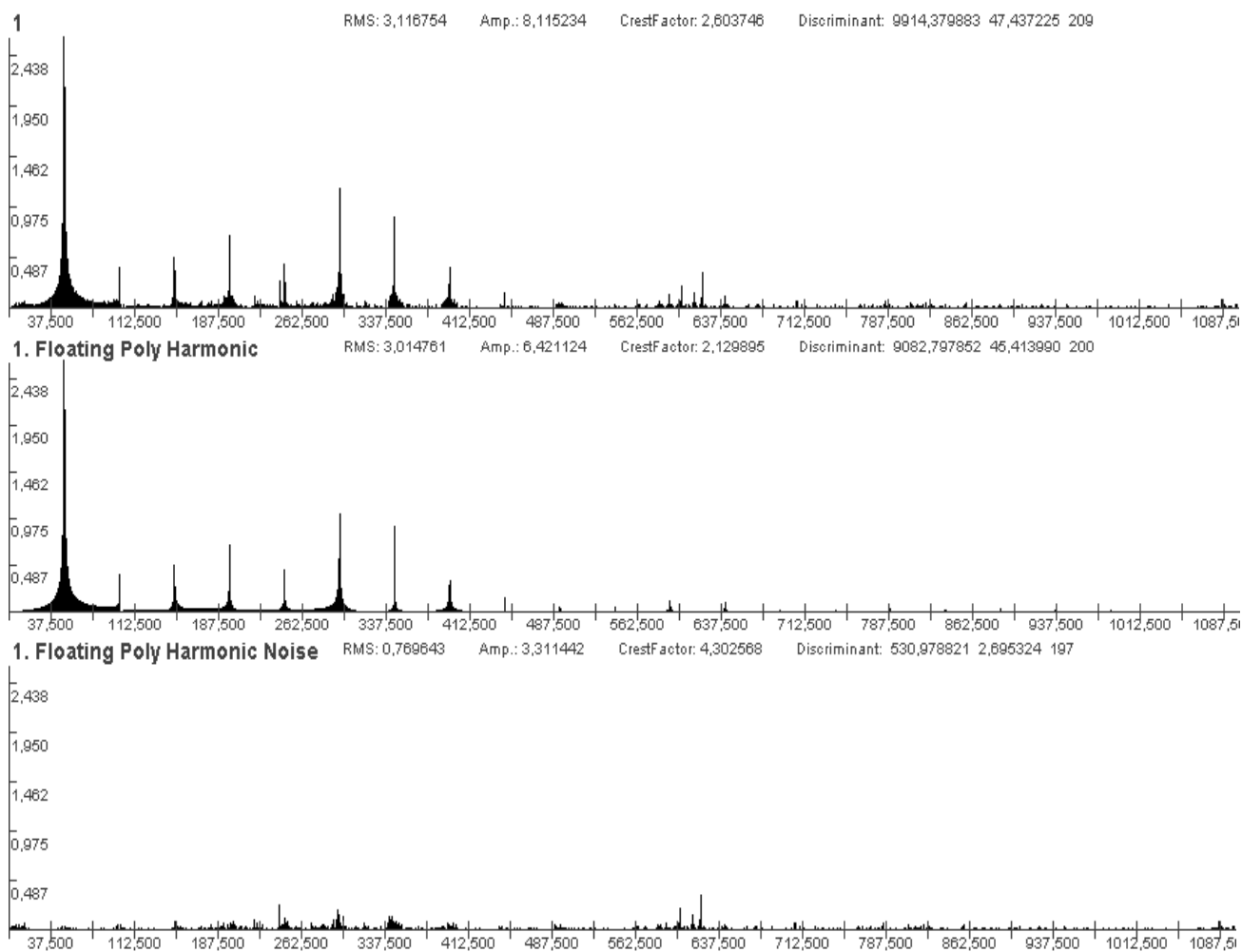


Рисунок 2.13 – Амплитудный спектр вибросигнала, полученного при исследовании подшипниковой опоры электродвигателя, при изменении частоты вращения вала привода, его квазипериодической и шумоподобной составляющих (ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

2.8. Обработка вибрационных сигналов с изменяющейся основной частотой

К данному способу обработки вибрационных сигналов приходится прибегать в тех случаях, когда при работе контролируемого объекта частота вращения ротора (вала) не остается постоянной, а изменяется во времени. При этом примерно известен диапазон изменения частоты вращения ротора механизма (основная частота), но частота вращения с использованием датчика фазовой метки не определяется.

Последовательность действий:

1. Для исследования выбирается отрезок временной реализации вибросигнала $x[n]$, длиной L ($L = 8192, 16384, 32768$ дискретных точек).

2. В начале отрезка исследуемой временной реализации на отрезке в $N= 1024$ или 2048 дискретных точек выполняется БПФ и вычисляется амплитудный спектр (2.22–2.23), (2.25).

3. Исследуются поддиапазоны амплитудного спектра в допустимом диапазоне изменения ведущей частоты и поддиапазонах с частотами, кратными ведущей частоте. Находится гармоника в одном из этих поддиапазонов, максимальная по амплитуде и определяется кратность этого поддиапазона по отношению к поддиапазону частоты вращения ротора.

4. Находятся две спектральные составляющие с частотами $i \cdot \Delta f$, $(i+1) \cdot \Delta f$, и амплитудами A_i , A_{i+1} , которые превышают по амплитуде соседние гармоники. Здесь Δf частотное разрешение спектрального анализа. При этом для конкретного i должно выполняться условия $A_{i-1} < A_i \geq A_{i+1}$ и $A_{i+1} > A_{i-1}$ или условия $A_i \leq A_{i+1} > A_{i+2}$ и $A_i > A_{i+2}$. В данном случае частота реальной гармоники f_x , присутствующей в вибросигнале, будет удовлетворять соотношению:

$$i \cdot \Delta f < f_x < (i+1) \cdot \Delta f \quad (2.85)$$

5. Выполнив преобразования (2.67–2.69) получим:

$$\zeta = \frac{\Delta f}{1 + \frac{A_{i+1}}{A_i}}; \quad (2.86)$$

$$f_x = (i+1) \cdot \Delta f - \zeta; \quad (2.87)$$

$$A_{f_x} = A_{i+1} \cdot \frac{\pi \frac{\zeta}{\Delta f}}{\sin\left(\pi \frac{\zeta}{\Delta f}\right)}. \quad (2.88)$$

6. Если начальная (находящаяся в начале исследуемой реализации) ведущая частота определялась для первого поддиапазона, то она принимается, равной $f_{begin} = f_x$, в противном случае:

$$f_{begin} = \frac{f_x}{j}, \quad (2.89)$$

где j – кратность поддиапазона, в котором определялась частота f_x , поддиапазону ведущей частоты (в общем случае это действительное число).

7. В конце отрезка исследуемой временной реализации длиной L на отрезке N в 1024 или 2048 дискретных отсчетов выполняются описанные пункты 4-6 и находится конечная ведущая частота f_{end} . Если конечная (находящаяся в конце исследуемой реализации) ведущая частота определялась для первого поддиапазона, то она принимается, равной $f_{end} = f_x$, в противном случае:

$$f_{end} = \frac{f_x}{j}, \quad (2.90)$$

где j – кратность поддиапазона, в котором определялась частота f_x , поддиапазону ведущей частоты.

8. Вычисляются параметры квазигармонических составляющих сигнала с изменяющимися частотами:

$$C_k = \frac{2}{L} \sum_{n=0}^{L-1} x(n) \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot z_k (m + n \cdot \Delta m) \cdot n}{L}\right); \quad (2.91)$$

$$S_k = \frac{2}{L} \sum_{n=0}^{L-1} x(n) \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot z_k (m + n \cdot \Delta m) \cdot n}{L}\right); \quad (2.92)$$

$$A_k = \sqrt{C_k^2 + S_k^2}; \quad (2.93)$$

$$\phi_k = \arctg\left(\frac{S_k}{C_k}\right), \quad (2.94)$$

где

z_k – кратность k -й квазигармонической составляющей. В простейшем случае это целочисленные значения 1, 2, 3, ..., но могут быть и действительные значения;

$$k = 1 \div K;$$

$$m_{beg} = \frac{f_{begin}}{\Delta F};$$

$$m_{end} = \frac{f_{end}}{\Delta F};$$

$$\Delta m = \frac{m_{begin} - m_{end}}{L - N};$$

$$m = m_{begin} - \Delta m \frac{N}{2}.$$

Здесь ΔF – частотное разрешение при анализе на длинной временной реализации.

m_{beg} , m_{end} , m – действительные числа.

$$\Delta F = \frac{1}{t_s L},$$

где

t_s – интервал дискретизации при приеме реализации.

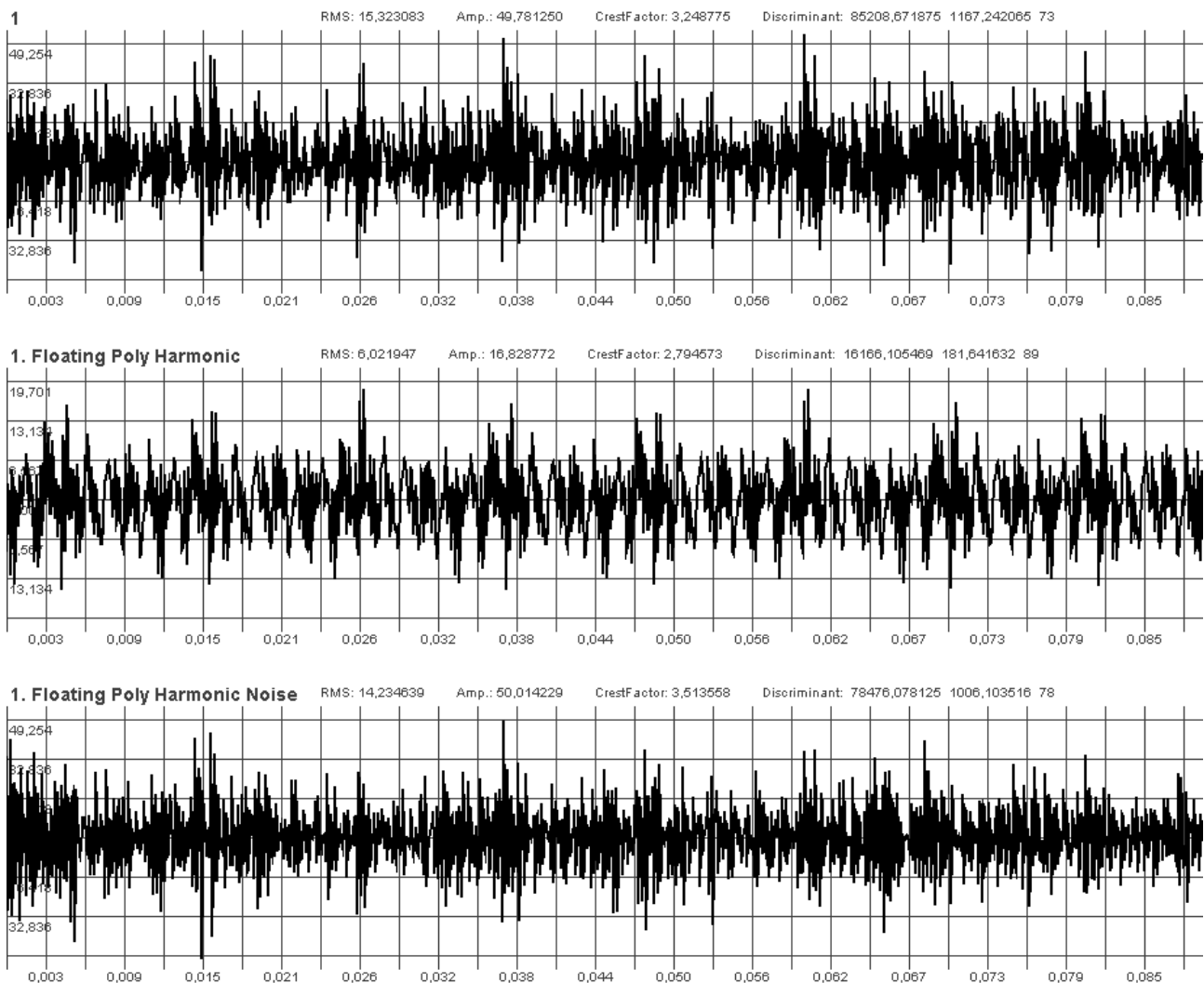


Рисунок 2.14 – Временная реализация вибросигнала, полученная при исследовании подшипниковой опоры питательного электронасоса при колебательном изменении частоты вращения вала привода, ее квазипериодическая и шумоподобная составляющие (ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

В приведенных выше формулах ΔF – частотное разрешение при анализе на длинной временной реализации.

K – количество гармоник, кратных ведущей частоте, которые используются для определения квазипериодической составляющей вибрационного сигнала:

$$p(n) = \sum_{k=1 \div K} \left(C_k \cos\left(\frac{2\pi \cdot z_k (m + n \cdot \Delta m) \cdot n}{L}\right) + S_k \sin\left(\frac{2\pi \cdot z_k (m + n \cdot \Delta m) \cdot n}{L}\right) \right), \quad (2.95)$$

где

n – номер дискретного отсчета, $n = 0, 1, 2, \dots, L-1$.

8. Шумоподобная составляющая вычисляется как разность между исходным сигналом и квазипериодической составляющей (2.72).

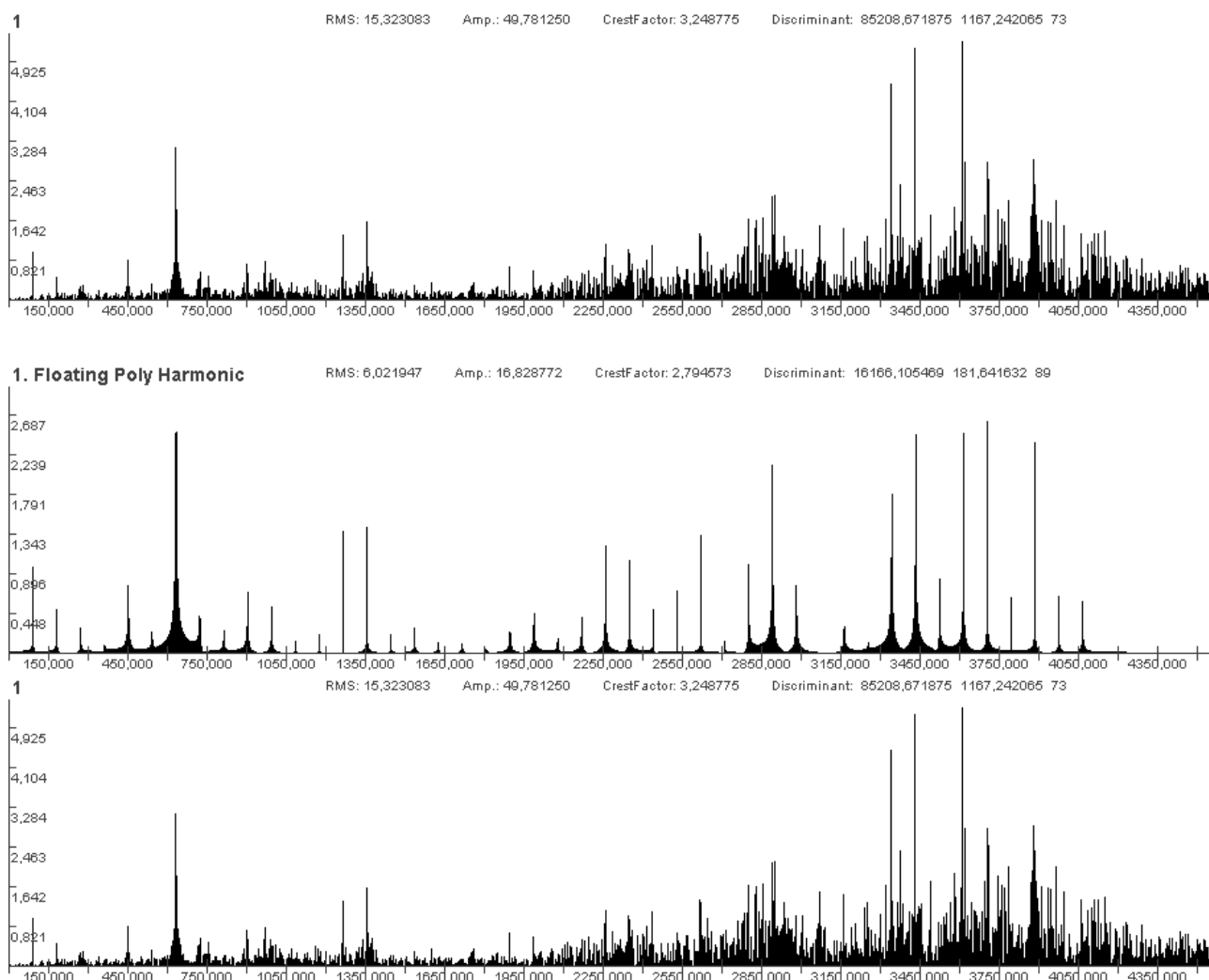


Рисунок 2.15 – Амплитудный спектр вибросигнала, полученного при исследовании подшипниковой опоры питательного электронасоса при колебательном изменении частоты вращения вала привода, ее квазипериодической и шумоподобной составляющих (ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

На рисунках 2.14–2.15 показан пример применения рассмотренного преобразования при выделении квазипериодической и шумоподобной составляющих вибрационного сигнала, полученного при исследовании вибрационного состояния подшипниковой опоры питательного электронасоса.

2.9. Локализация ударных воздействий по уровню шумоподобной составляющей

В качестве вибрационного всплеска или возмущения можно признать превышение шумоподобной составляющей вибрационного сигнала по абсолютной величине некоторого порогового уровня a_p . Уровень a_p определяется для нормального вибрационного состояния контролируемого объекта на временном интервале, соответствующем 4–8 оборотам ротора (вала). Можно предложить следующую формулу для вычисления a_p :

$$a_p = k_e a_{RMS} PF, \quad (2.96)$$

где k_e – повышающий коэффициент, выбирается большим единицы с учетом однородности шумоподобной составляющей;

a_{RMS} – СКЗ шумоподобной составляющей;

PF – пик-фактор шумоподобной составляющей.

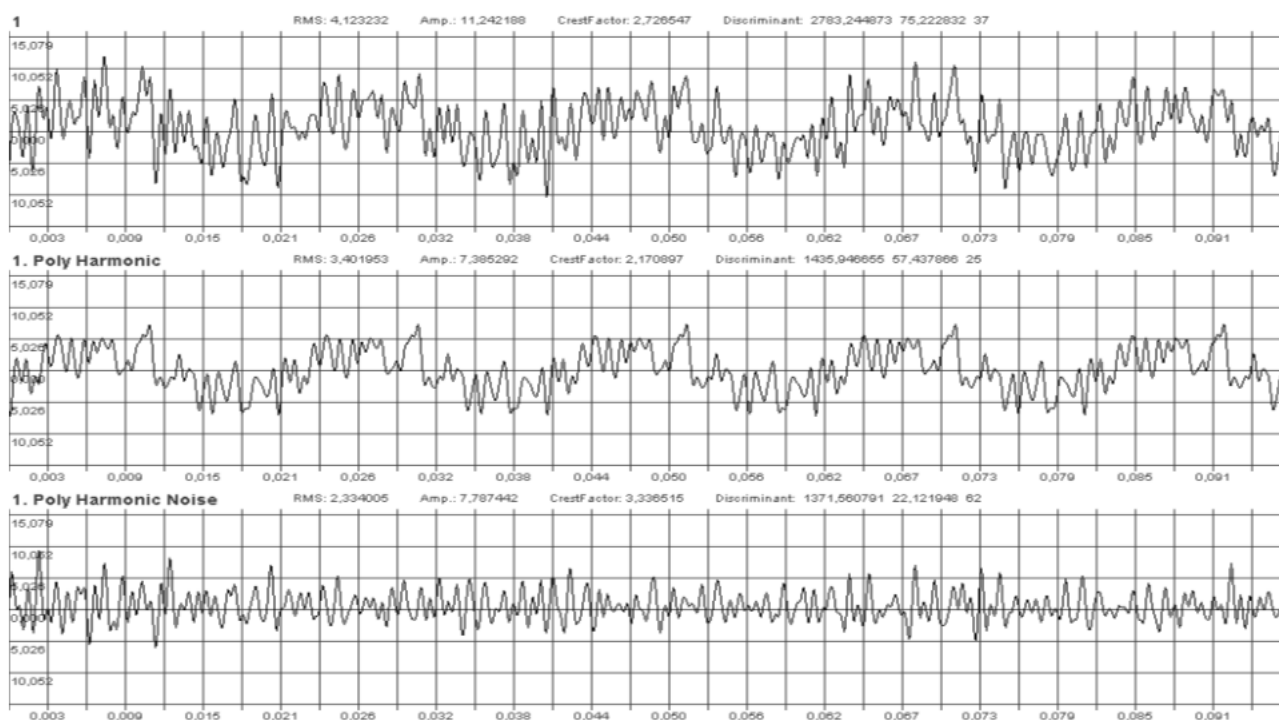


Рисунок 2.16 – Форма исходного вибрационного сигнала, его периодической и шумоподобной составляющих при отсутствии возмущений (ось абсцисс – время, с; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

На рисунке 2.16 показан исходный вибрационный сигнал, его периодическая и шумоподобная составляющие в единицах виброускорения в нормальном состоянии. Если принять значение k_e равным 1.5 то для рассматриваемой ситуации:

$$a_p = 1,5 \cdot 2,33 \cdot 3,34 = 11,67.$$

Округлив это значение, получим: $a_p = 12 \text{ м/с}^2$.

Сравнивая абсолютные значения шумоподобной составляющей с уровнем всплеска a_p и, обнаруживая превышения этого уровня, локализуются моменты всплесков и ударов, присутствующих в исходном сигнале. На рисунках 2.17–2.23 показаны такие моменты. Причем на рисунках 2.15–2.18 превышения незначительны и на исходном сигнале не проявляются слишком явно (особенно на рис. 2.18–2.19). Вибровсплески, показанные на рисунках 2.21–2.23, проявляются достаточно явно.

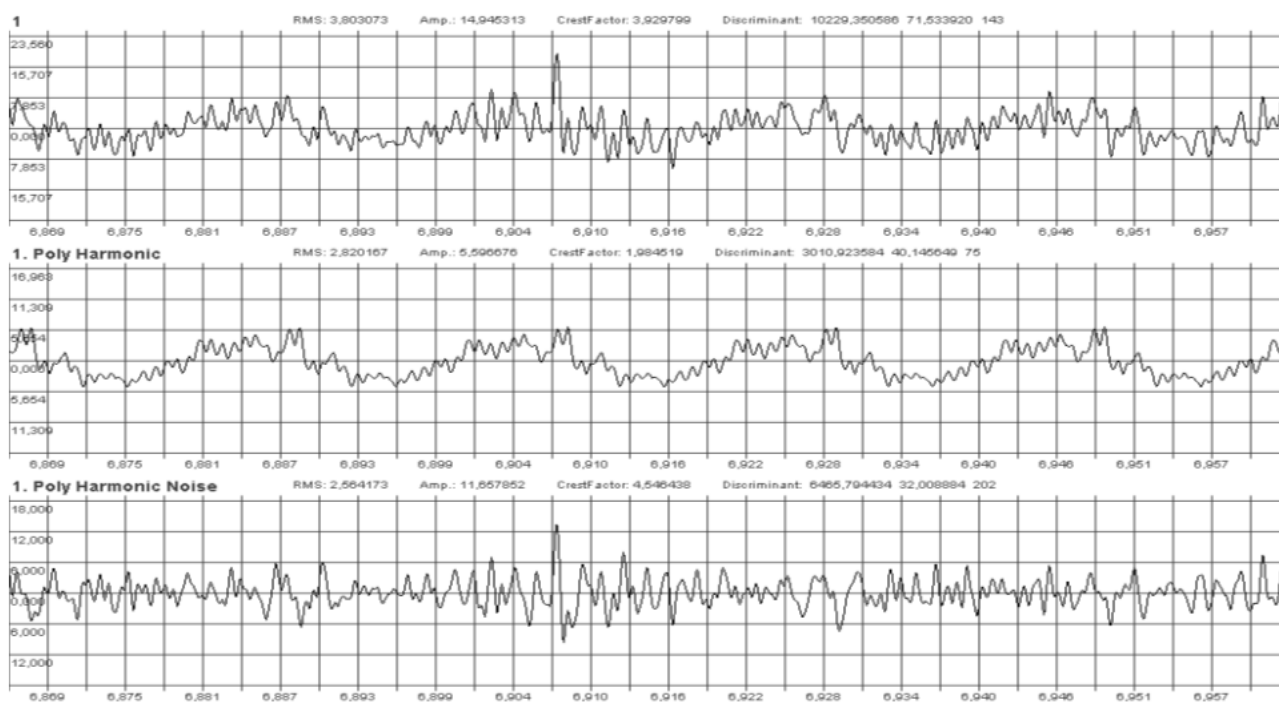


Рисунок 2.17 – Форма исходного вибрационного сигнала, его периодической и шумоподобной составляющих в единицах виброускорения при обнаружении возмущений путем сравнения с уровнем, равным 12 м/с^2 (пример 1)
(ось абсцисс – время, с; ось ординат – виброускорение, м/с^2)

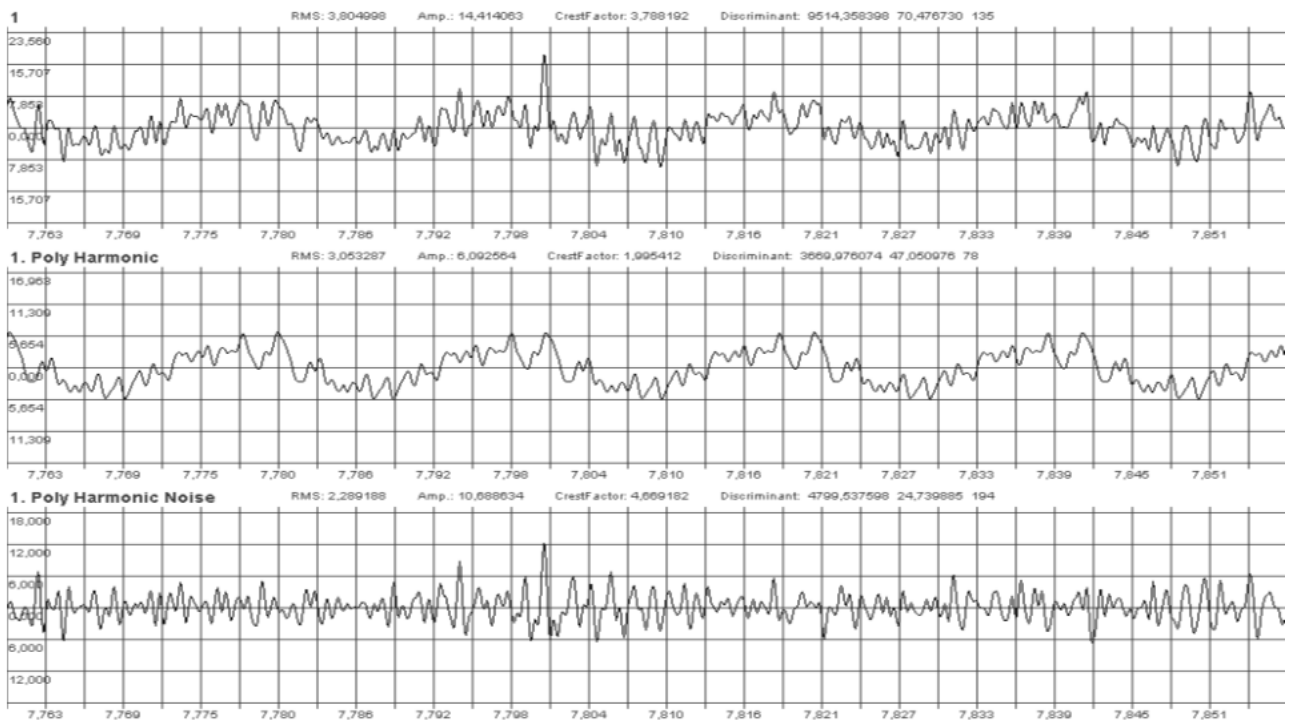


Рисунок 2.18 – Форма исходного вибрационного сигнала, его периодической и шумоподобной составляющих в единицах виброускорения при обнаружении возмущений путем сравнения с уровнем, равным 12 м/с^2 (пример 2)
(ось абсцисс – время, с; ось ординат – виброускорение, м/с^2)

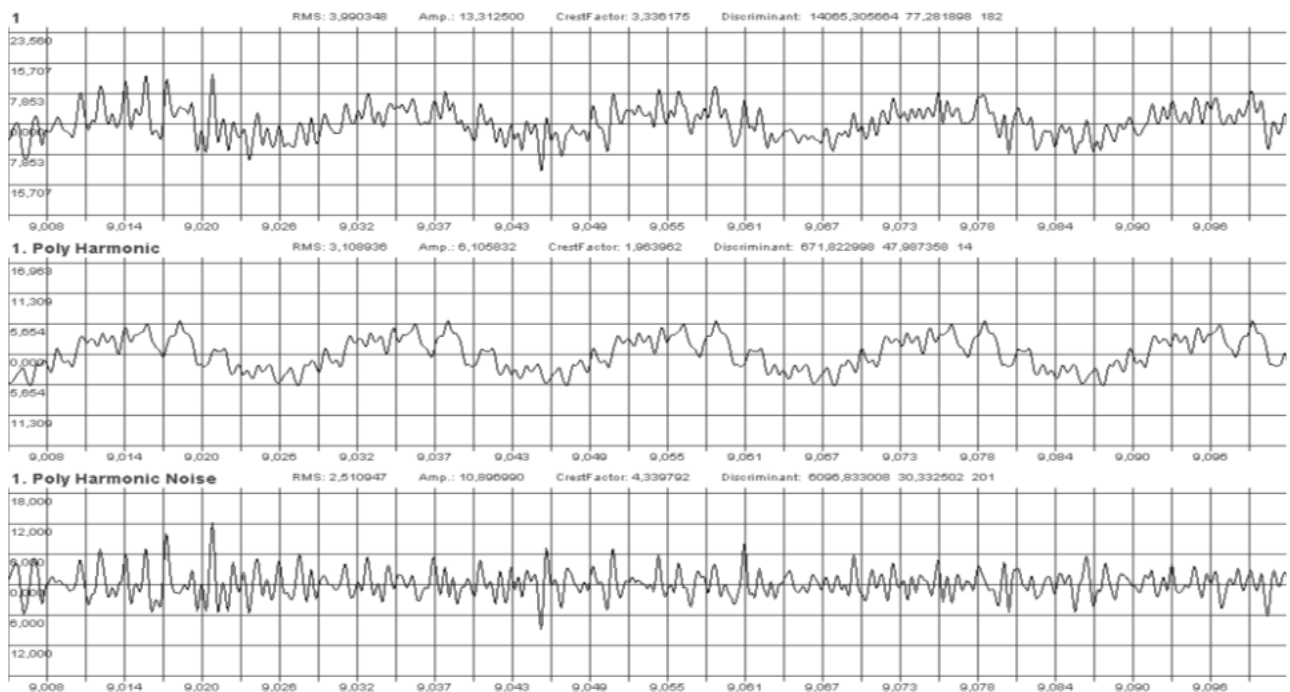


Рисунок 2.19 – Форма исходного вибрационного сигнала, его периодической и шумоподобной составляющих в единицах виброускорения при обнаружении возмущений путем сравнения с уровнем, равным 12 м/с^2 (пример 3)
(ось абсцисс – время, с; ось ординат – виброускорение, м/с^2)

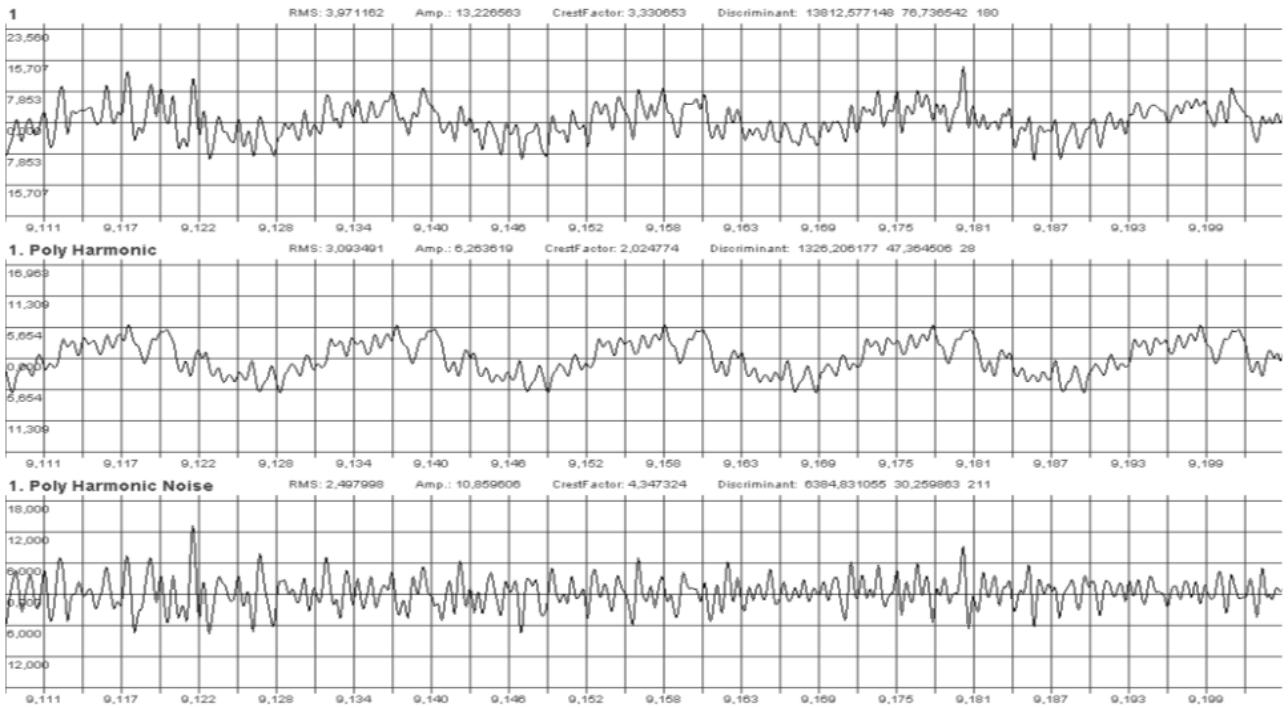


Рисунок 2.20 – Форма исходного вибрационного сигнала, его периодической и шумоподобной составляющих в единицах виброускорения при обнаружении возмущений путем сравнения с уровнем, равным 12 м/с^2 (пример 4)
(ось абсцисс – время, с; ось ординат – виброускорение, м/с^2)

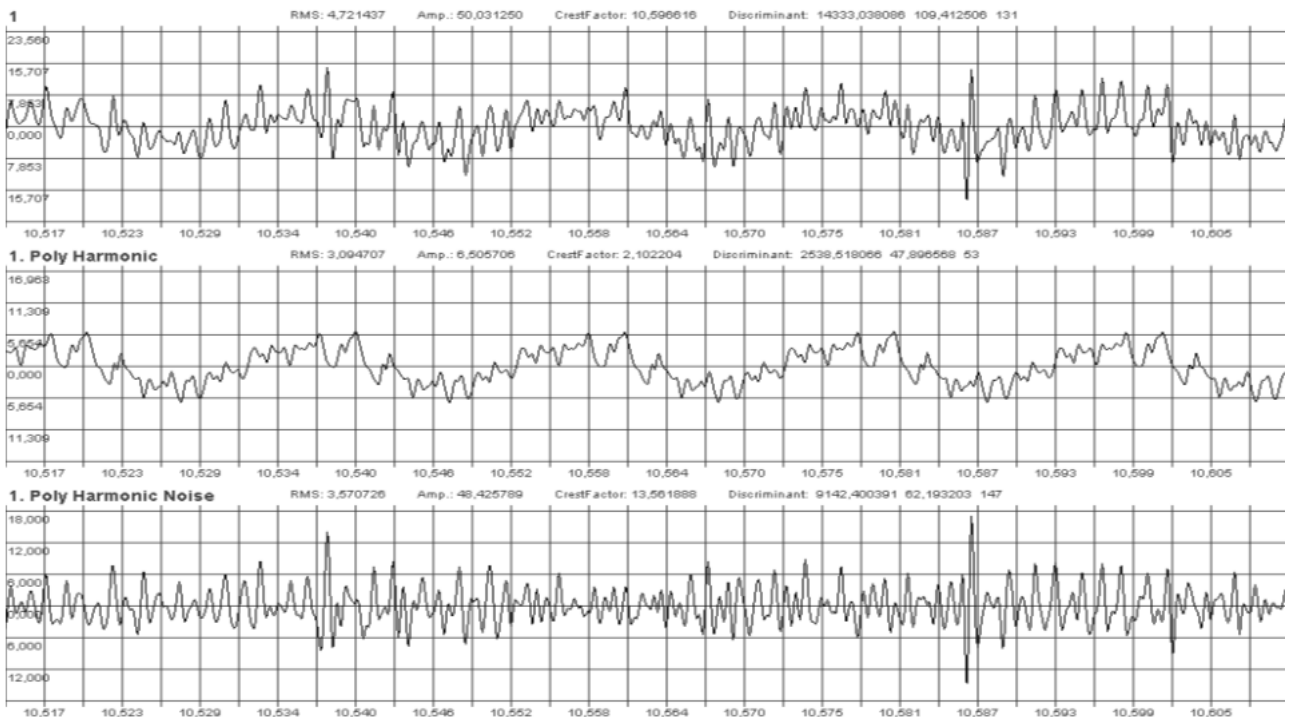


Рисунок 2.21 – Форма исходного вибрационного сигнала, его периодической и шумоподобной составляющих в единицах виброускорения при обнаружении возмущений путем сравнения с уровнем, равным 12 м/с^2 (пример 5)
(ось абсцисс – время, с; ось ординат – виброускорение, м/с^2)

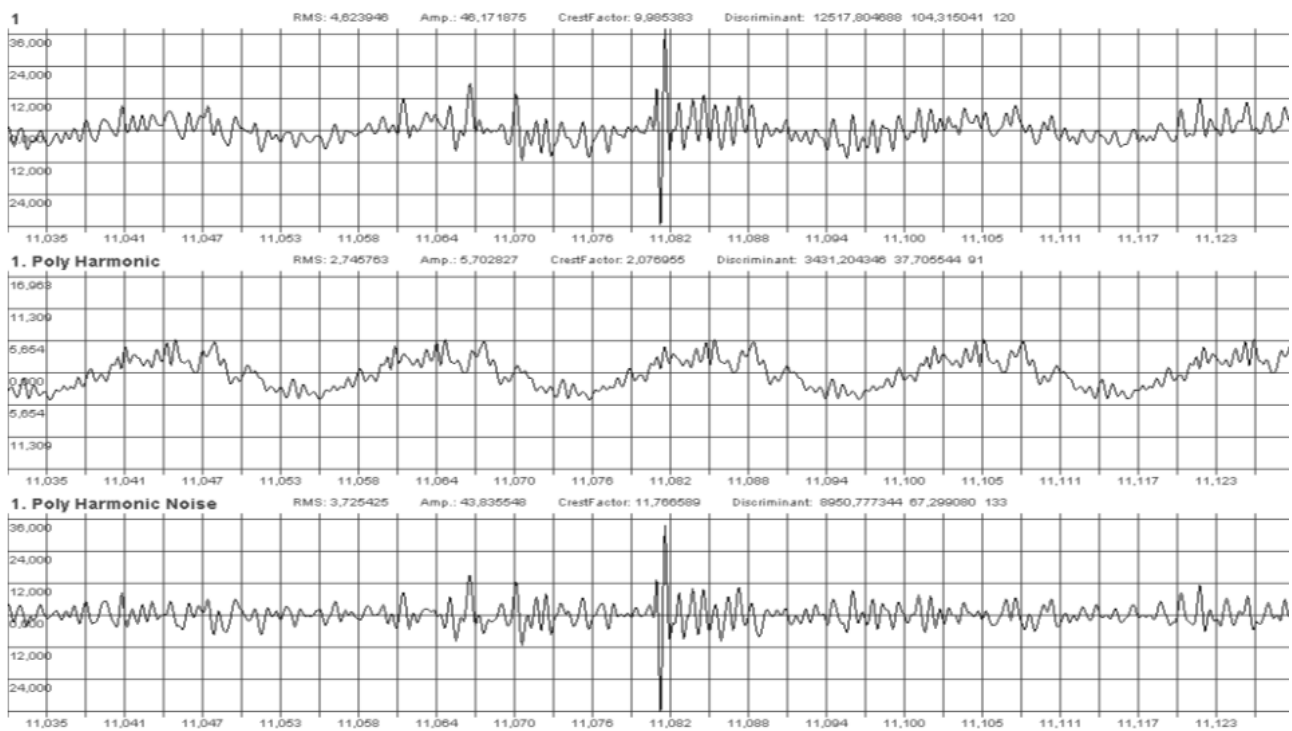


Рисунок 2.22 – Форма исходного вибрационного сигнала, его периодической и шумоподобной составляющих в единицах виброускорения при обнаружении возмущений путем сравнения с уровнем равным 12 м/с^2 (пример б)
(ось абсцисс – время, с; ось ординат – виброускорение, м/с^2)

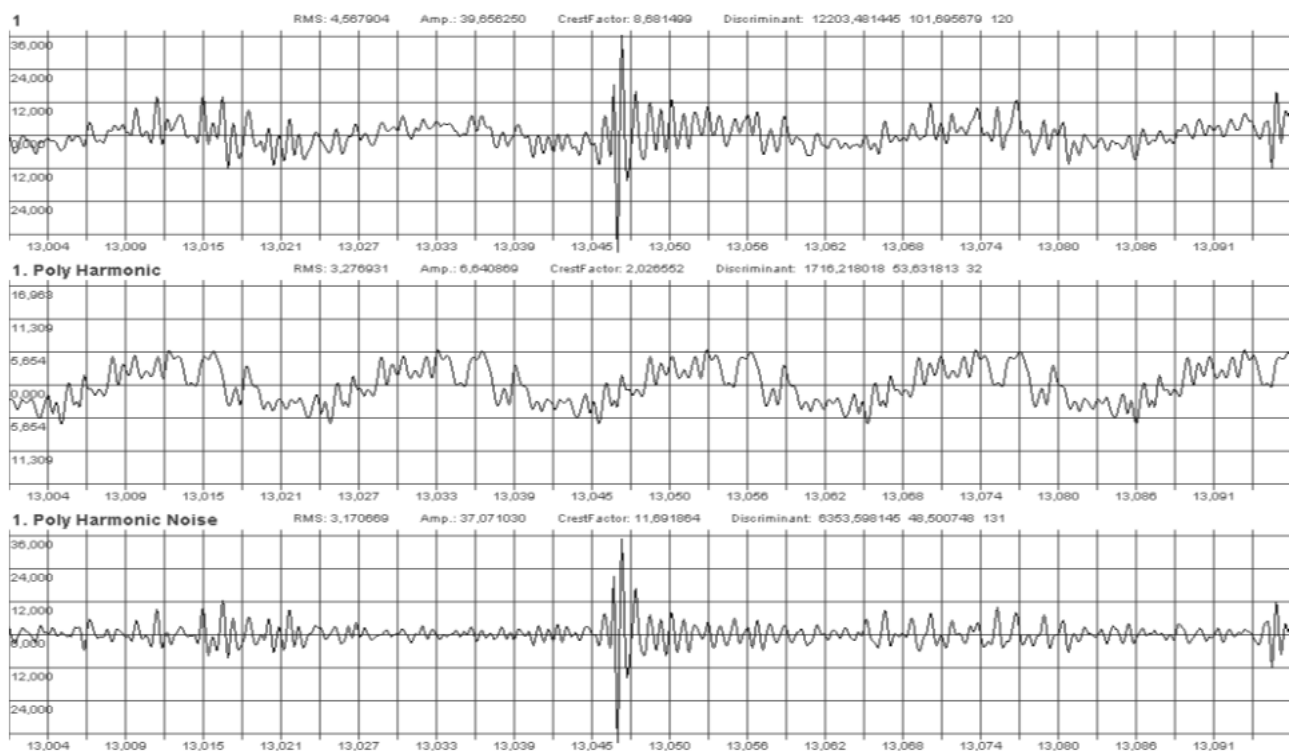


Рисунок 2.23 – Форма исходного вибрационного сигнала, его периодической и шумоподобной составляющих в единицах виброускорения при обнаружении возмущений путем сравнения с уровнем, равным 12 м/с^2 (пример 7)
(ось абсцисс – время, с; ось ординат – виброускорение, м/с^2)

Рассмотренные примеры подтверждают возможность применения предложенного алгоритма обнаружения всплесков и возмущений в вибрационных сигналах.

2.10. Вычисление огибающей сигнала

Для вычисления огибающей сигнала применяется преобразование Гилберта [40].

Последовательность действия для реализации этого преобразования следующая.

1) По отношению к входному массиву данных выполняется полное дискретное преобразование Фурье, реализуемое, например, с помощью алгоритма БПФ и получают массив действительной (амплитуды косинусных составляющих) и массив мнимой частей (амплитуды синусных составляющих), элементы которых соответствуют амплитудам частотных составляющих.

2) Обнуляются значения постоянной составляющей (элементы массивов с номером ноль) и элементы массивов с номерами от $N/2$ до $N-1$. Элементы массивов с номерами от 1 до $N/2-1$ умножаются на два, что соответствует приведению амплитуд разложения к исходным данным действительного типа.

3) Осуществляется перегруппировка массивов действительной и мнимой частей. В массив действительной части загружаются соответствующие элементы массива мнимой части, взятые со знаком минус, а в массив мнимой части соответствующие элементы действительной части.

4) Выполняется обратное ДПФ.

5) Вычисляется значение огибающей сигнала [40]:

$$mas_o[i] = \sqrt{mas_Re[i]^2 + mas_i[i]^2}, \quad i = 0 \div N-1, \quad (2.97)$$

где $mas_o[i]$ – элемент массива огибающей;

$mas_Re[i]$ – элемент массива действительной части после выполнения обратного ДПФ;

$mas_i[i]$ – элемент массива исходных данных, для которого вычисляется значение огибающей.

На рисунке 2.24 представлен пример вычисленной огибающей для вибрационного сигнала. Одним из способов вибрационной диагностики является анализ амплитудного спектра огибающей вибрационного сигнала, выделенного в некоторой частотной полосе [2, 3, 5]. На рисунках 2.25–2.27 показана последовательность преобразований вибрационного сигнала, полученного при исследовании вибрационного состояния подшипниковой опоры электродвигателя вентиляционной системы, для получения амплитудного спектра огибающей вибросигнала.

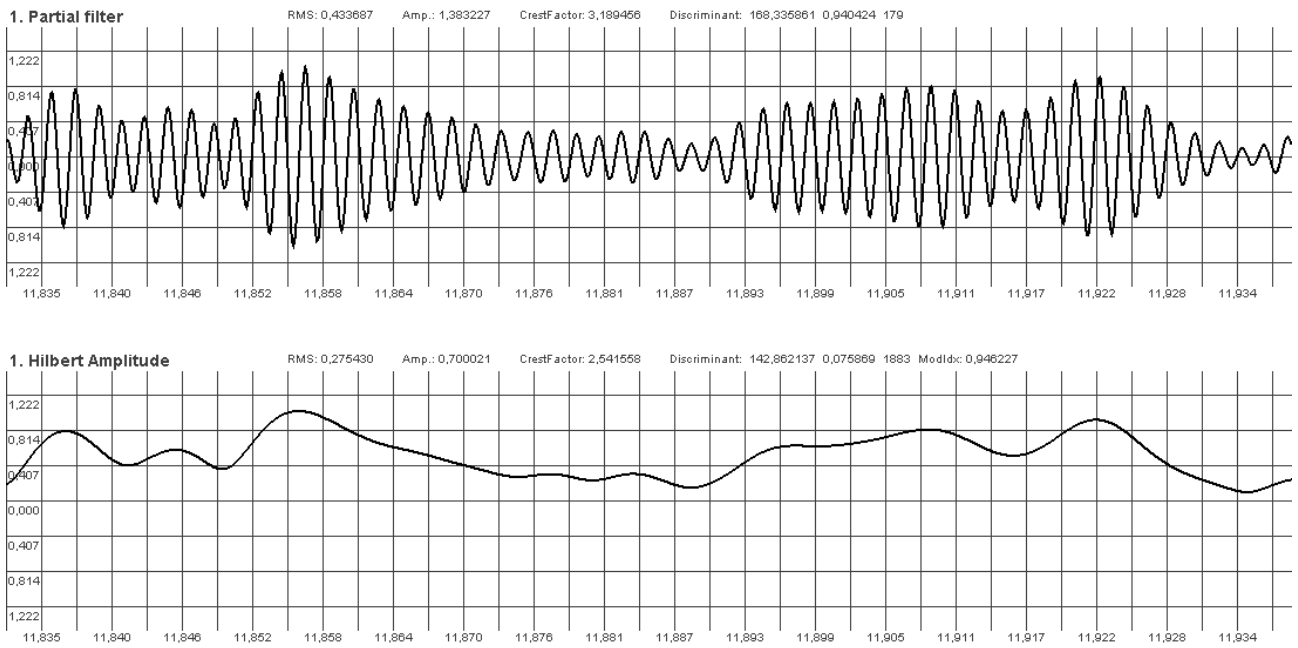


Рисунок 2.24 – Форма исходного вибрационного сигнала и его огибающей
(ось абсцисс – время, c ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

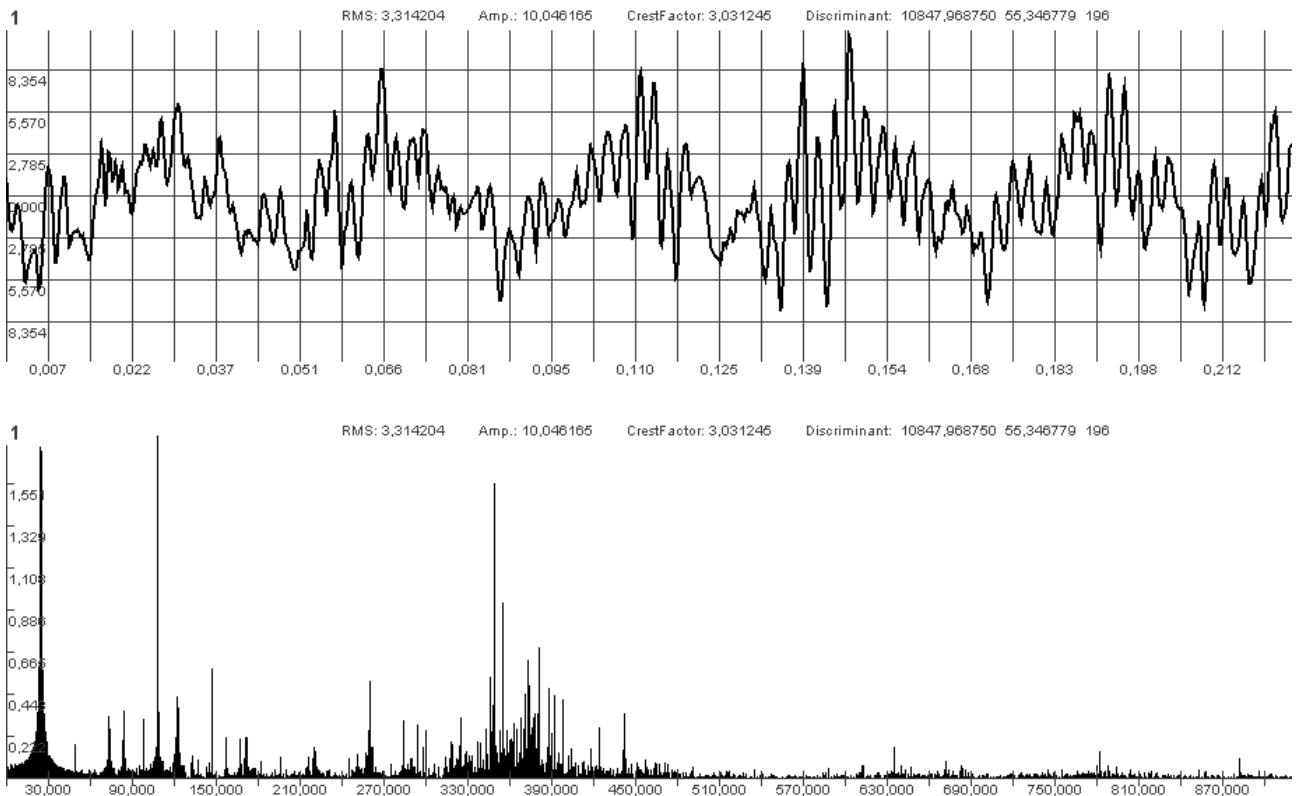


Рисунок 2.25 – Форма вибрационного сигнала и его амплитудный спектр
(для временной реализации: ось абсцисс – время, c ; ось ординат – виброускорение, m/c^2
для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

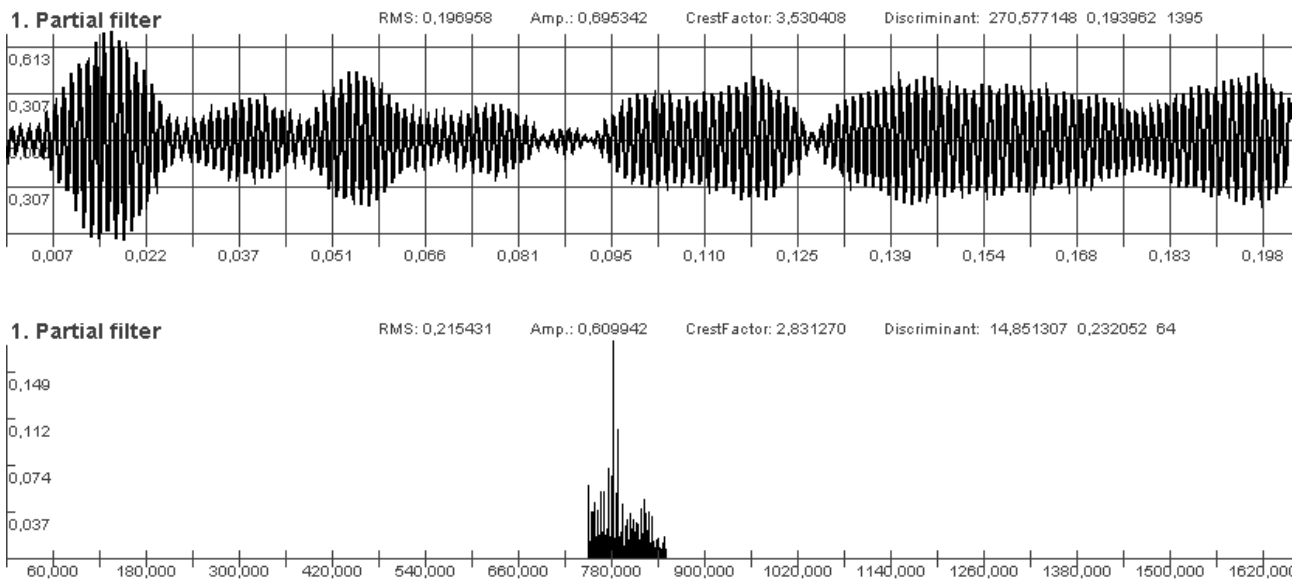


Рисунок 2.26 – Вибрационный сигнал и его амплитудный спектр в частотной полосе 750-800 Гц

(для временной реализации: ось абсцисс – время, c ; ось ординат – виброускорение, m/c^2 ;
 для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

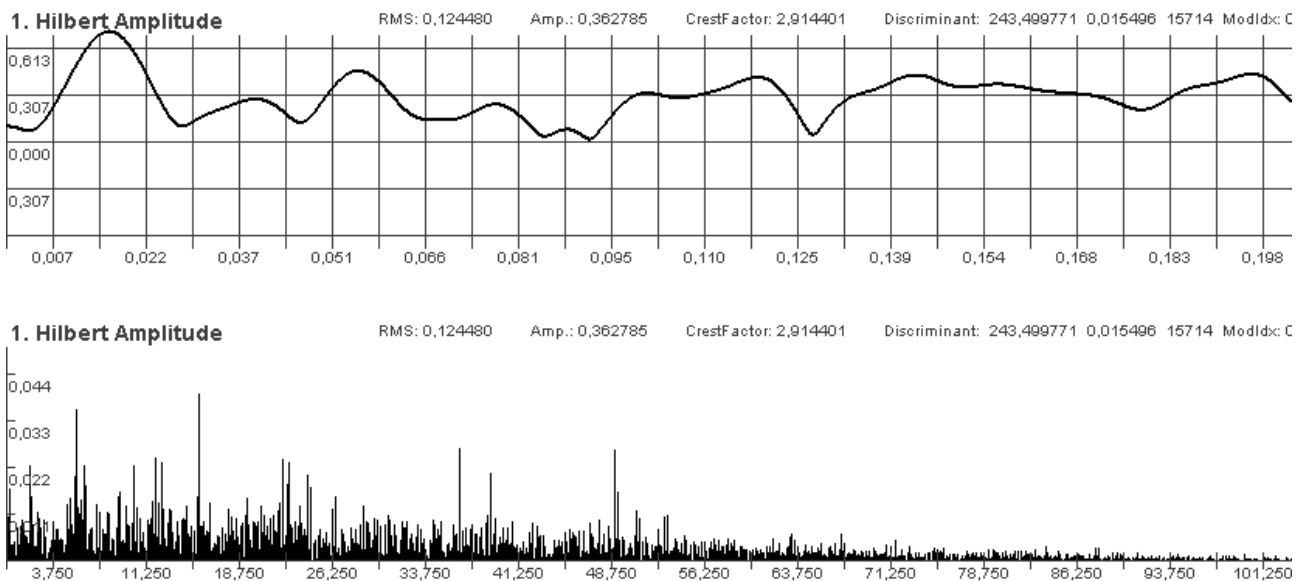


Рисунок 2.27 – Огибающая вибрационного сигнала для частотной полосы 750-800 Гц, и ее амплитудный спектр

(для временной реализации: ось абсцисс – время, c ; ось ординат – виброускорение, m/c^2 ;
 для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

Функция, реализующая описанную последовательность действий, приведена в приложении 4.

2.11. Модели вибрационных сигналов

Для разработки и исследования методов анализа вибрационных сигналов требуется создание моделей изучаемых явлений, а именно, моделей сигналов, соответствующих реальным вибрационным процессам.

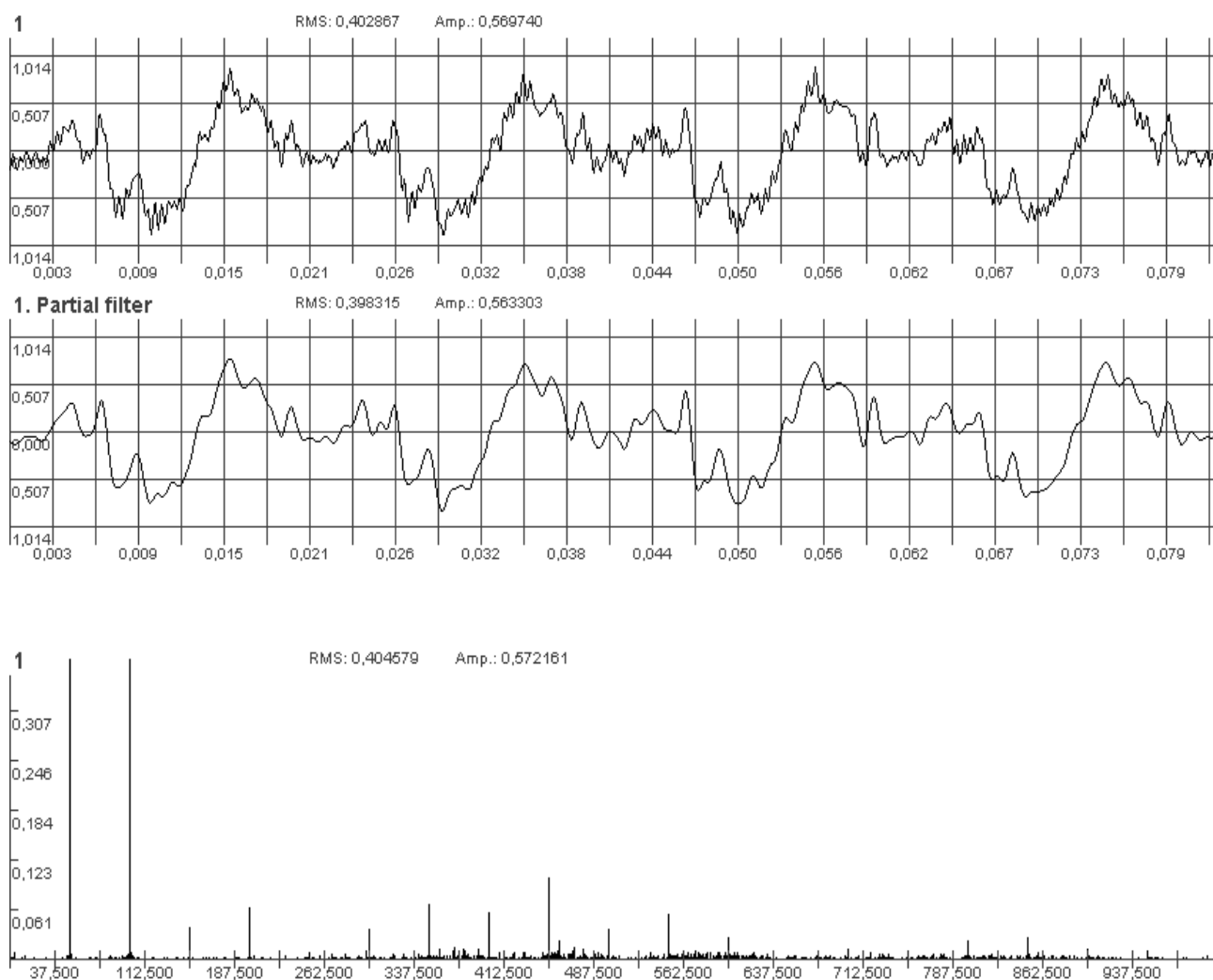


Рисунок 2.28 – Временная реализация и амплитудный спектр вибрационного сигнала.

Временные реализации представлены для частотных диапазонов 1–2000 Гц и 5–1000 Гц (для временной реализации: ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброускорение, m/c^2 ; для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

Анализируя вибрационные сигналы, полученные при исследованиях подшипниковых опор механизмов и агрегатов, можно заметить, что по структуре они содержат периодическую, с неизменным периодом на каком-то временном интервале, и шумоподобную составляющие [35–36]. Пример такого сигнала в единицах виброускорения (m/c^2) для подшипниковой опоры генератора пока-

зан на рисунке 2.28. В данном сигнале преобладает периодическая составляющая с частотами, кратными частоте вращения рисунок 2.29.

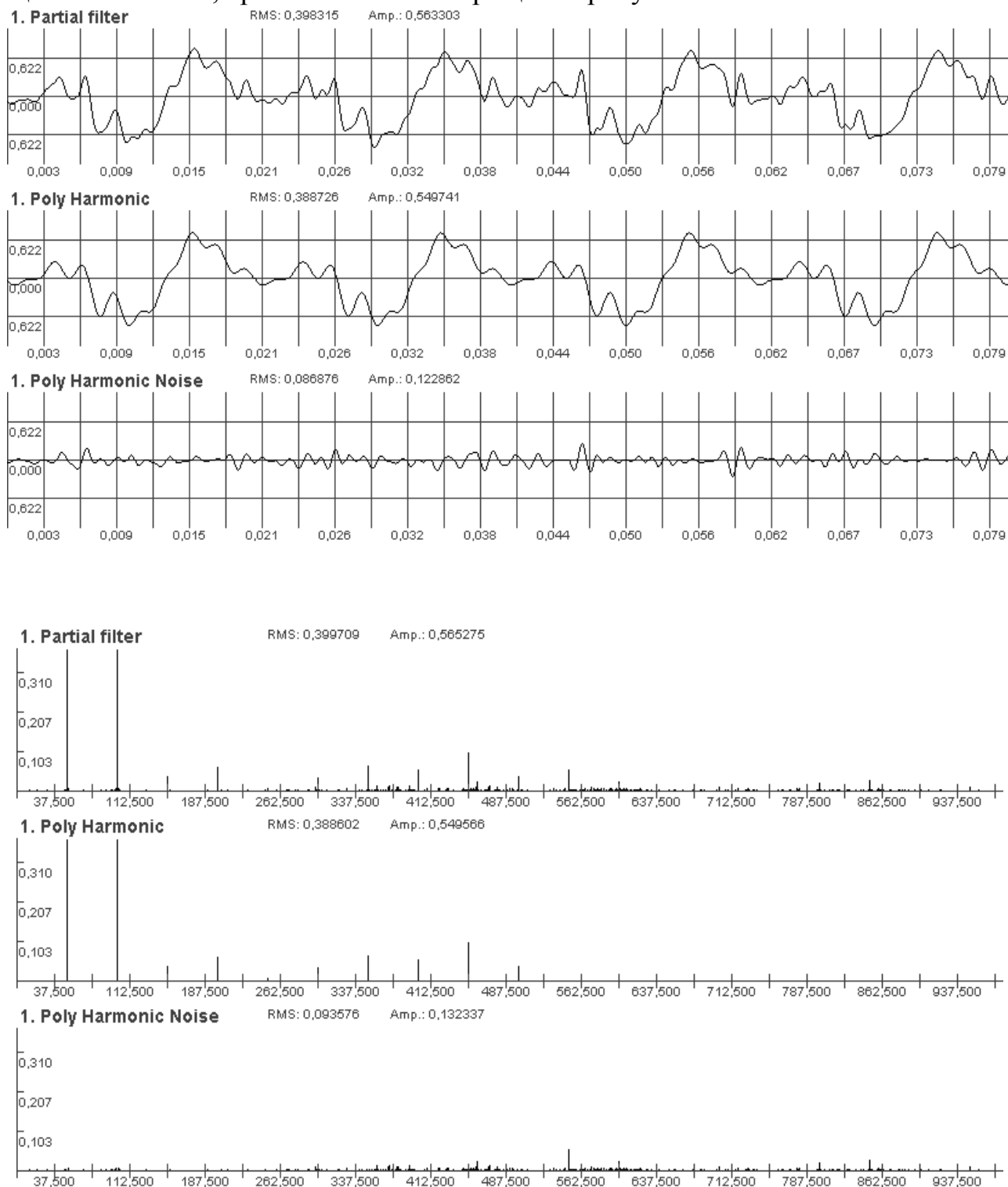


Рисунок 2.29 – Временная реализация, ее периодическая и шумоподобная составляющие и соответствующие амплитудные спектры вибрационного сигнала.

Временные реализации представлены для частотного диапазона 5–1000 Гц (для временной реализации: ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброускорение, m/s^2 ; для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, s^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/s^2)

С учетом данных особенностей простейшей моделью вибрационного сигнала является полигармонический сигнал, формируемый в соответствии с выражением:

$$x(n) = \sum_{m=1}^L A_m \cos\left(\frac{2\pi \cdot f_m \cdot n}{N} + \phi_m\right), \quad (2.98)$$

где n – номер дискретного отсчета, $n = 0, 1, 2, \dots$;

A_m, f_m, ϕ_m – амплитуда, частота, начальная фаза (в радианах) m -ой гармоники, причем кратность частот относительно оборотной частоты может быть как целочисленной так и произвольной;

L – число гармоник в периодической составляющей вибросигнала;

N – число дискретных точек на временном интервале в одну секунду.

Пример такого модельного вибросигнала (параметры см. табл. 2.1), приведен на рисунке 2.30.

Период сформированного сигнала 0.1 секунды, так как наибольший общий делитель для частот гармонических составляющих сформированного сигнала – десять, а $N = 8192$.

Таблица 2.1 – Параметры модели полигармонического вибросигнала

| | | | | | | | | |
|-----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Номер гармоники | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Частота, Гц | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 | 350 | 400 |
| Амплитуда | 0.369 | 0.372 | 0.04 | 0.064 | 0.01 | 0.042 | 0.066 | 0.058 |
| Фаза, град. | 25 | -210 | -60 | 85 | 0 | 170 | 30 | -100 |
| Номер гармоники | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | |
| Частота, Гц | 450 | 500 | 730 | 810 | 870 | 920 | 970 | |
| Амплитуда | 0.104 | 0.038 | 0.003 | 0.006 | 0.008 | 0.007 | 0.009 | |
| Фаза, град. | 70 | 110 | 45 | 90 | 130 | 150 | -25 | |

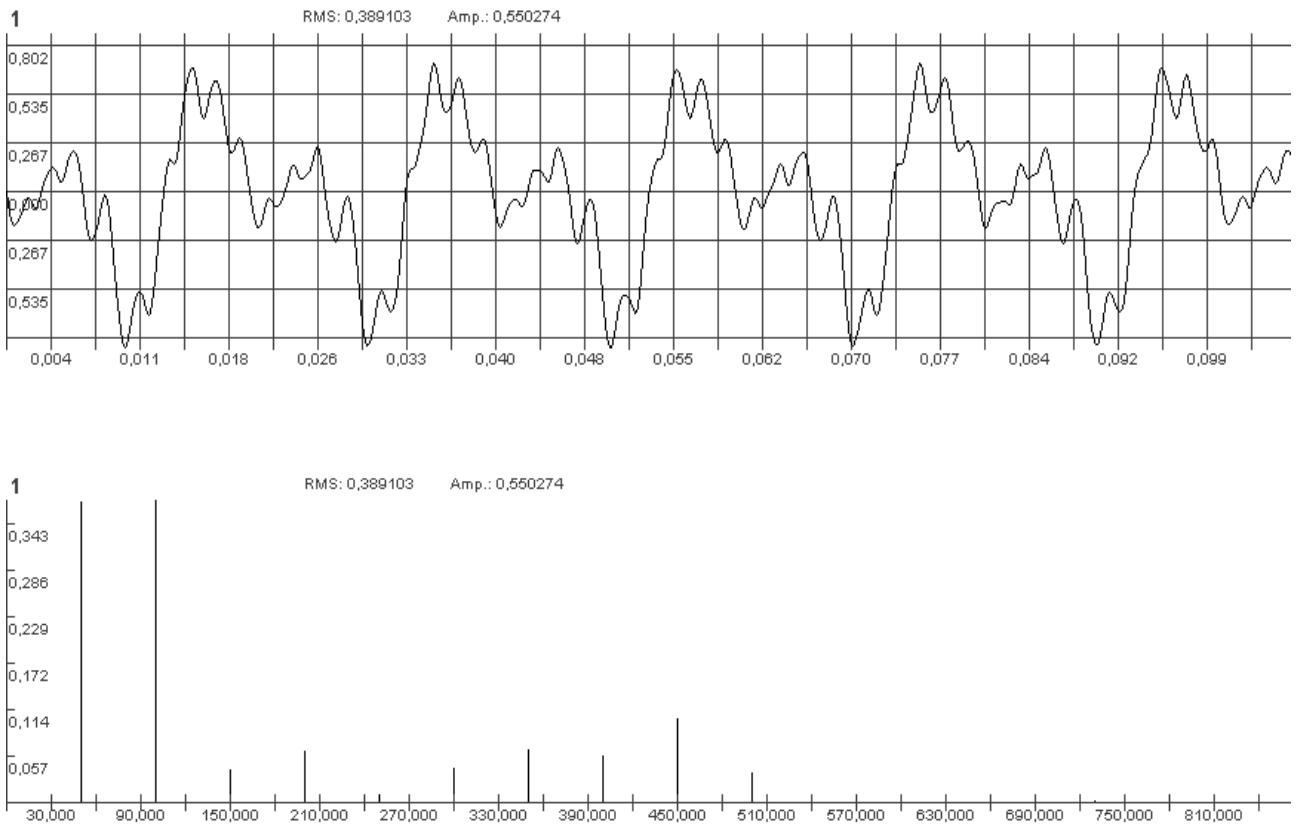


Рисунок 2.30 – Временная реализация и амплитудный спектр модели полигармонического вибрационного сигнала в частотном диапазоне 5–1000 Гц

(для временной реализации: ось абсцисс – время, c ; ось ординат – виброускорение, m/c^2 ;
для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

Однако в реальных вибросигналах амплитуды гармоник не остаются постоянными, а изменяются даже от периода к периоду. Для описания такого сигнала можно предложить следующее выражение:

$$x(n) = \sum_{m=1}^L \left(A_m + B_m \sin \left(\frac{2\pi n}{M_m} \right) \right) \cos \left(\frac{2\pi \cdot f_m \cdot n}{N} + \phi_m \right), \quad (2.99)$$

где, в дополнение к формуле (2.98), параметры B_m и M_m – определяют величину и период синусоидального закона изменения амплитуды m -й гармоники.

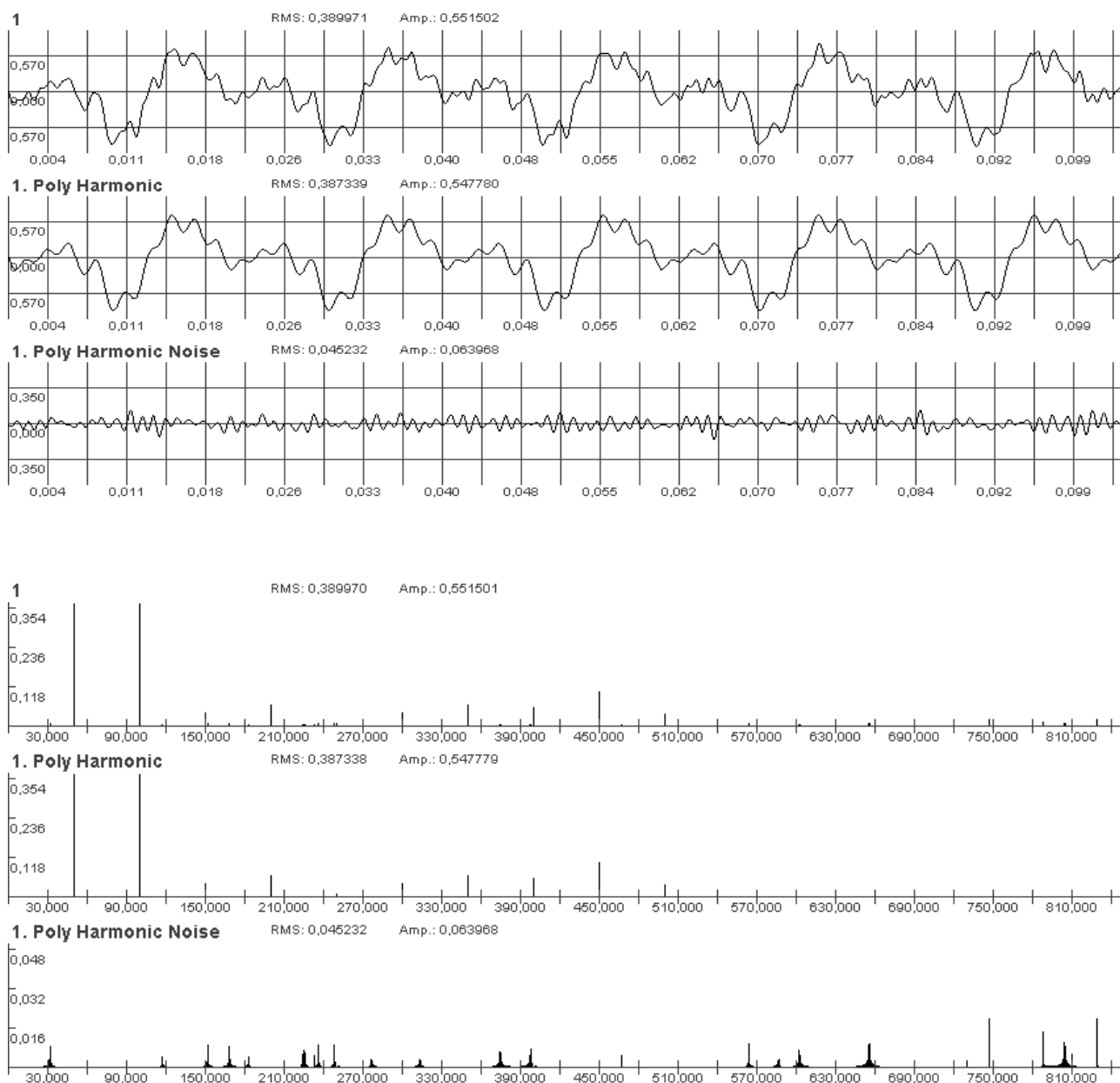


Рисунок 2.31 – Временная реализация и амплитудный спектр модели полигармонического вибрационного сигнала, его периодической и шумоподобной составляющих с изменяющейся амплитудой гармоник в частотном диапазоне 5–1000 Гц (для временной реализации: ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброускорение, m/c^2 ; для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

Сигнал, сформированный в соответствии с выражением (2.99), изображен на рис. 2.31. Параметры A_m , f_m , ϕ_m взяты такими же, как и в предыдущем примере. Значения B_m выбраны случайным образом из множества значений $\{0.001; 0.002; 0.003; 0.004\}$, а M_m – из диапазона от 50 до 300.

Более углубленный анализ реальных вибрационных сигналов показывает, что изменению во времени подвержена не только амплитуда, но и частота гар-

монических составляющих. Математическая модель такого сигнала может иметь вид:

$$x(n) = \sum_{m=1}^L \left(A_m + B_m \sin\left(\frac{2\pi n}{M_m}\right) \right) \cos\left(\frac{2\pi \cdot f_m \cdot n}{N} + \phi_m + \Theta_m \sin\left(\frac{2\pi n}{K_m}\right)\right), \quad (2.100)$$

где в дополнение к формуле (2.99), параметры Θ_m и K_m определяют величину и период синусоидального закона изменения частоты m -й гармоники.

Пример вибрационного сигнала, описываемого выражением (2.100), показан на рисунке 2.32. Значения Θ_m влияют на диапазон изменения f_m и в рассмотренном примере находятся в диапазоне от 0.1 до 6.0}, а K_m выбрано случайным образом из диапазона от 70 до 450.

Таким образом, предложенные выражения и способ выбора их параметров позволяют формировать разнообразные модельные вибрационные сигналы. При этом следует учитывать, что на форму сигнала при неизменных A_m и f_m существенное влияние оказывают значения начальных фаз гармоник ϕ_m , а параметры B_m , M_m , Θ_m , K_m привносят элемент случайности. Если в качестве значений частот одной или нескольких гармоник взять иррациональные числа, то будет получен почти периодический полигармонический сигнал, по форме напоминающий периодический, но период которого будет стремиться к бесконечности. Для придания зашумленности к полигармоническому сигналу можно добавить случайный белый шум, амплитудой на 40–80 дБл меньше, по сравнению с амплитудами основных гармонических составляющих, или случайный сигнал с заданной спектральной характеристикой.

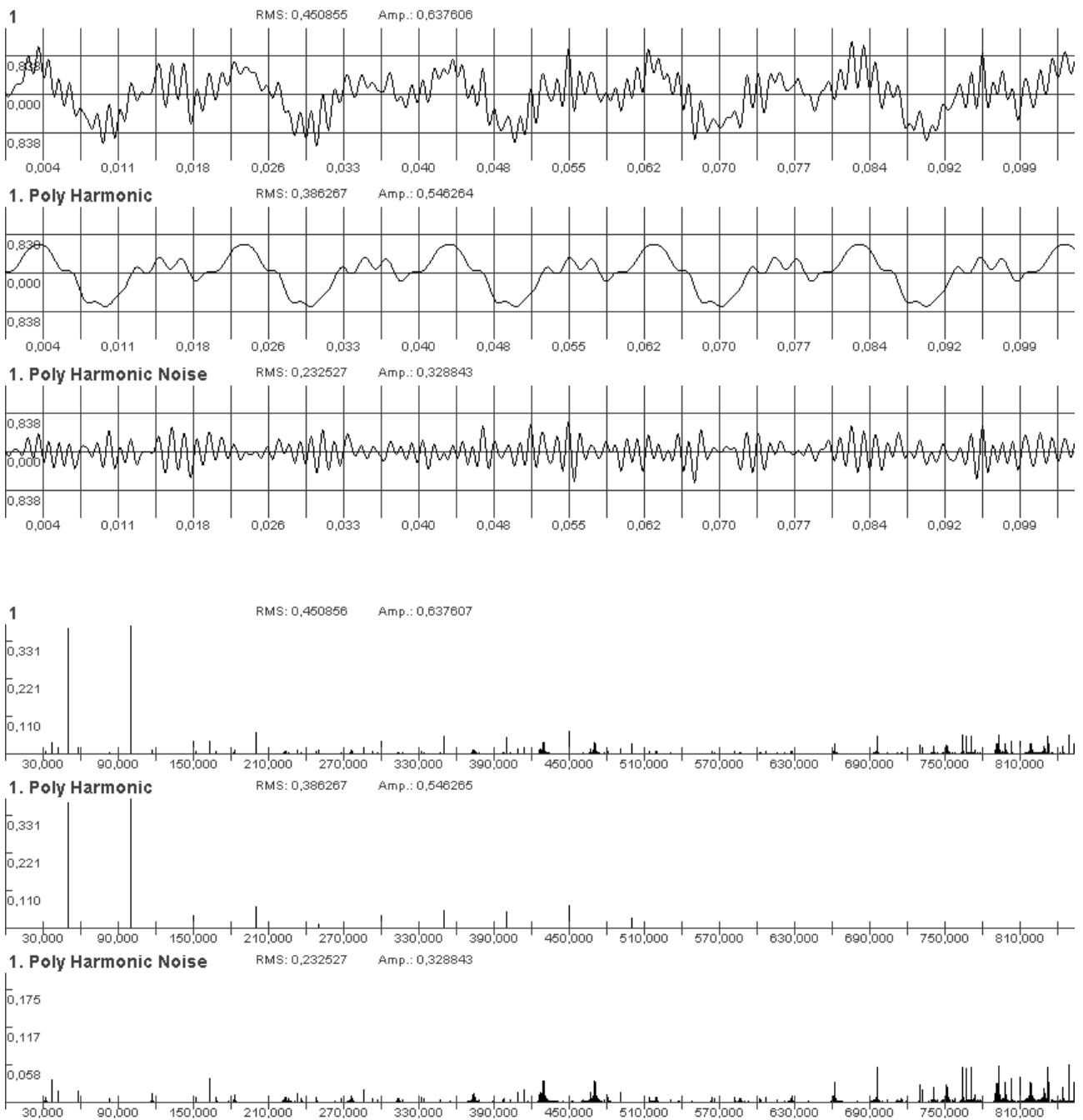


Рисунок 2.32 – Временная реализация и амплитудный спектр модели полигармонического вибрационного сигнала, его периодической и шумоподобной составляющих с изменяющейся амплитудой и частотой гармоник (для временной реализации: ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброускорение, m/c^2 ; для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

2.12. Цифровая фильтрация вибрационных сигналов

Определение параметров многих механизмов с вращательным движением осуществляется для стандартизованного частотного диапазона 10–1000 Гц. Поэтому исходный вибрационный сигнал требуется фильтровать. Для этого на аппаратном уровне применяется аналоговая низкочастотная фильтрация, а в разработанных программах [41–44] – цифровая фильтрация по методу частотных выборок [26–28, 45].

Однако в некоторых случаях возникают ситуации, когда в исходном вибросигнале присутствуют значительные по амплитуде низкочастотные составляющие с частотами менее 10 Гц. Применение фильтрации по методу частотных выборок в таких ситуациях не всегда дает приемлемый результат. Поэтому целесообразно провести высокочастотную рекурсивную цифровую фильтрацию дискретной реализации, представляющей исходный вибросигнал.

Одним из способов получения цифровой передаточной функции рекурсивного фильтра является билинейное преобразование аналоговой передаточной функции [46–47].

Аналоговая передаточная функция имеет вид:

$$H(P) = \frac{d_0 + d_1 P + d_2 P^2}{c_0 + c_1 P + c_2 P^2}, \quad (2.101)$$

где P – нормированный аналоговый оператор Лапласа;

$$P = \frac{p}{2\pi f_R}; \quad (2.102)$$

f_R – частота среза (резонансная частота аналогового фильтра);

p – аналоговый оператор Лапласа.

Необходимо перейти от аналоговой передаточной функции к цифровой, от P к z .

Проведем преобразования по переходу от аналоговой передаточной функции к цифровой.

$$z = e^{pT}, \quad (2.103)$$

где T – интервал дискретизации;

p – оператор Лапласа.

Отсюда:

$$p = \frac{1}{T} \ln(z). \quad (2.104)$$

Функция логарифма может быть представлена в виде ряда Тейлора [20]:

$$\ln(z) = 2 \left[\frac{z-1}{z+1} + \frac{1}{3} \left(\frac{z-1}{z+1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{z-1}{z+1} \right)^5 + \dots \right]. \quad (2.105)$$

В данной формуле определяющим является первое слагаемое. Тогда (2.93) приобретает вид:

$$p = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}. \quad (2.106)$$

После преобразований выражения (2.106) получим:

$$z = \frac{2 + pT}{2 - pT} = \frac{\frac{2}{T} + p}{\frac{2}{T} - p}. \quad (2.107)$$

По определению оператора Лапласа $p = \sigma + j\omega$. Здесь σ – действительное число и при проведении преобразований в частотной области его можно приравнять нулю, ω – круговая аналоговая частота при определении частотной характеристики фильтра. Тогда:

$$z = \frac{\frac{2}{T} + j\omega}{\frac{2}{T} - j\omega} = \frac{Ae^{j\varphi}}{Ae^{-j\varphi}} = e^{j2\varphi}, \quad (2.108)$$

где

$$A = \sqrt{\left(\frac{2}{T}\right)^2 + \omega^2}; \quad \varphi = \arctg\left(\frac{\omega}{\frac{2}{T}}\right) = \arctg\left(\frac{\omega T}{2}\right).$$

И далее:

$$z = e^{j2\arctg\left(\frac{\omega T}{2}\right)}; \quad \omega = 2\pi f. \quad (2.109)$$

Здесь f – аналоговая частота.

Введем обозначение $\Omega = 2\pi F$, где F – аналоговая частота, в масштабе которой определяется АЧХ цифрового фильтра с бесконечной импульсной характеристикой. В дальнейшем будем ее называть цифровой частотой. Тогда

$\Phi = \Omega T$ – нормированная частота;

$z = e^{j\Phi}$ – значение z при определении характеристик цифрового фильтра.

$z = e^{j\Phi} = e^{j2\text{arctg}\left(\frac{\omega T}{2}\right)}$, так как частотные характеристики аналогового и цифрового фильтров должны совпадать.

$\Phi = 2\text{arctg}\left(\frac{\omega T}{2}\right)$ – соотношение нормированной цифровой частоты и аналоговой частоты. Тогда:

$$\begin{aligned} \text{tg}\left(\frac{\Omega T}{2}\right) &= \frac{\omega T}{2}; & \omega &= \frac{2}{T} \text{tg}\left(\frac{\Omega T}{2}\right); \\ f_{\partial} &= \frac{1}{T} \text{ – частота дискретизации;} \\ 2\pi f &= 2f_{\partial} \text{tg}\left(\frac{\pi F}{f_{\partial}}\right); \\ f &= \frac{f_{\partial}}{\pi} \text{tg}\left(\frac{\pi F}{f_{\partial}}\right). \end{aligned} \tag{2.110}$$

Когда аналоговая частота $f \rightarrow \infty$, цифровая частота $F \rightarrow \frac{f_{\partial}}{2}$.

Передаточная функция аналогового фильтра задается для нормированной частоты. Нормировка производится относительно частоты среза (резонансной частоты) f_R фильтра. Тогда:

$$\frac{f}{f_R} = \frac{f_{\partial}/f_R}{\pi} \text{tg}\left(\frac{\pi F/f_R}{f_{\partial}/f_R}\right). \tag{2.111}$$

Для совпадения частоты среза аналогового фильтра и цифрового фильтра необходимо, чтобы выполнялось условие: когда $f = f_R$, необходимо чтобы и $F = f_R = f_{cp}$, где f_{cp} – частота среза цифрового фильтра.

Для этого, чтобы выполнялось равенство (2.111), следует ввести поправочный коэффициент l :

$$\frac{f}{f_R} = l \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi F / f_R}{f_\partial / f_R} \right). \quad (2.112)$$

Когда $\frac{f}{f_R} = 1$ и $\frac{F}{f_R} = 1$, то есть совпадают частоты среза аналогового и цифрового фильтров:

$$l = \frac{1}{\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{f_\partial / f_R} \right)} = \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{f_\partial / f_R} \right). \quad (2.113)$$

С учетом (2.102–2.104) $\frac{f}{f_R} = \frac{P}{j}$. Тогда

$$\frac{P}{j} = l \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi P}{j f_\partial / f_R} \right); \quad (2.114)$$

Обозначим $\frac{f_\partial}{f_R} = f_a$ и проведем преобразования:

$$\frac{P}{j} = l \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi P}{j f_a} \right) = l \cdot \frac{\sin \left(\frac{\pi P}{j f_a} \right)}{\cos \left(\frac{\pi P}{j f_a} \right)} = l \cdot \frac{e^{j \frac{\pi P}{j f_a}} - e^{-j \frac{\pi P}{j f_a}}}{e^{j \frac{\pi P}{j f_a}} + e^{-j \frac{\pi P}{j f_a}}} = l \cdot \frac{e^{\frac{\pi P}{f_a}} - e^{-\frac{\pi P}{f_a}}}{j \left(e^{\frac{\pi P}{f_a}} + e^{-\frac{\pi P}{f_a}} \right)}.$$

$$P = l \cdot \frac{e^{\frac{2\pi P}{f_a}} - 1}{e^{\frac{\pi P}{f_a}} + 1} = l \cdot \frac{e^{2\pi P f_R T} - 1}{e^{\pi P f_R T} + 1}.$$

С учетом условия нормировки $2\pi P f_R = p$:

$$P = l \frac{e^{pT} - 1}{e^{pT} + 1} = l \frac{z - 1}{z + 1} = l \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}. \quad (2.115)$$

Осуществляя подстановку

$$P = l \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}; \quad l = \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{f_0 / f_{cp}} \right)$$

в формулу (2.101), можно получить передаточную функцию цифрового фильтра:

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{d_0 + d_1 l \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} + d_2 l^2 \frac{1 - 2z^{-1} + z^{-2}}{(1 + z^{-1})^2}}{c_0 + c_1 l \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} + c_2 l^2 \frac{1 - 2z^{-1} + z^{-2}}{(1 + z^{-1})^2}} = \\ &= \frac{d_0(1 + z^{-1})^2 + d_1 l(1 - z^{-1})(1 + z^{-1}) + d_2 l^2(1 - 2z^{-1} + z^{-2})}{c_0(1 + z^{-1})^2 + c_1 l(1 - z^{-1})(1 + z^{-1}) + c_2 l^2(1 - 2z^{-1} + z^{-2})} = \\ &= \frac{(d_0 + d_1 l + d_2 l^2) + (2d_0 - 2d_2 l^2)z^{-1} + (d_0 - d_1 l + d_2 l^2)z^{-2}}{(c_0 + c_1 l + c_2 l^2) + (2c_0 - 2c_2 l^2)z^{-1} + (c_0 - c_1 l + c_2 l^2)z^{-2}} = \\ &= \frac{D_0 + D_1 z^{-1} + D_2 z^{-2}}{C_0 + C_1 z^{-1} + C_2 z^{-2}}, \end{aligned} \quad (2.116)$$

где:

$$D_0 = \frac{d_0 + d_1 l + d_2 l^2}{c_0 + c_1 l + c_2 l^2}; \quad D_1 = \frac{2d_0 - 2d_2 l^2}{c_0 + c_1 l + c_2 l^2}; \quad D_2 = \frac{d_0 - d_1 l + d_2 l^2}{c_0 + c_1 l + c_2 l^2}; \quad (2.117)$$

$$C_0 = 1; \quad C_1 = \frac{2c_0 - 2c_2 l^2}{c_0 + c_1 l + c_2 l^2}; \quad C_2 = \frac{c_0 - c_1 l + c_2 l^2}{c_0 + c_1 l + c_2 l^2}. \quad (2.118)$$

Передаточная функция аналогового фильтра нижних частот в общем виде может быть записана как [47]:

$$H(P) = \frac{A_0}{1 + c_1 P + c_2 P^2 + \dots + c_n P^n}, \quad (2.119)$$

где c_1, c_2, \dots, c_n положительные действительные коэффициенты.

Порядок фильтра определяется максимальной степенью переменной P . Для большего удобства при реализации фильтра полином знаменателя раскладывается на множители:

$$H(P) = \frac{A_0}{(1 + a_1P + b_1P^2)(1 + a_2P + b_2P^2)(1 + a_3P + b_3P^2)\dots}, \quad (2.120)$$

где a_i, b_i – положительные действительные коэффициенты. Для нечетных порядков полинома коэффициент b_i равен нулю.

Параметры фильтра могут быть оптимизированы по различным критериям. Для удовлетворения каждому из выбранных критериев коэффициенты a_i и b_i должны иметь определенные значения. В справочных изданиях [48–50] приводятся значения коэффициентов a_i и b_i для различных модификаций фильтров нижних частот.

От передаточной функции фильтра нижних частот можно перейти к фильтрам других типов (верхних частот, полосовому, режекторному).

Передаточная функция одного звена фильтра низких частот:

$$H(P)_{\Phi H} = \frac{1}{(1 + a_1P + b_1P^2)}, \quad (2.121)$$

т. е. применительно к выражению (2.121): $d_0 = 1; d_1 = 0; d_2 = 0; c_0 = 1; c_1 = a_1; c_2 = b_1$.

Для перехода к передаточной функции фильтра верхних частот в выражении (2.121) P следует заменить на $1/P$. При этом частота среза фильтра остается без изменений:

$$H(P)_{\Phi B} = \frac{1}{\left(1 + \frac{a_1}{P} + \frac{b_1}{P^2}\right)} = \frac{P^2}{b_1 + a_1P + P^2}, \quad (2.122)$$

Где, сопоставляя с выражением (2.101), $d_0 = 0; d_1 = 0; d_2 = 1; c_0 = b_1; c_1 = a_1; c_2 = 1$.

Получить передаточную функцию полосового фильтра второго порядка можно из передаточной функции фильтра низких частот первого порядка [48]

$$H(P)_{\Phi H} = \frac{1}{1 + P} \quad (2.123)$$

путем подстановки вместо P выражения

$$\frac{1}{\Delta\Omega} \cdot \left(P + \frac{1}{P}\right) = \frac{1}{\Delta\Omega} \cdot \frac{P^2 + 1}{P}, \quad (2.124)$$

где Ω – нормированная частота,

$$\Omega = \frac{f}{f_r}, \quad (2.125)$$

f_r – резонансная частота полосового фильтра;

$$\Delta\Omega = \Omega_{\max} - \Omega_{\min}; \text{ причем } \Omega_{\max} \cdot \Omega_{\min} = 1.$$

$\Omega_{\max}, \Omega_{\min}$ – значения максимальной и минимальной нормированных частот полосового фильтра, соответствующих уровню пропускания минус 3 дБ;

$$H(P)_{\text{ФП}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\Delta\Omega} \cdot \frac{P^2 + 1}{P}} = \frac{\Delta\Omega \cdot P}{1 + \Delta\Omega \cdot P + P^2}, \quad (2.126)$$

Где, сопоставляя с выражением (2.101), $d_0 = 0$; $d_1 = \Delta\Omega$; $d_2 = 0$; $c_0 = 1$; $c_1 = \Delta\Omega$; $c_2 = 1$.

По аналогии с колебательным контуром определяется добротность полосового фильтра:

$$Q = \frac{f_r}{f_{\max} - f_{\min}} = \frac{1}{\Omega_{\max} - \Omega_{\min}} = \frac{1}{\Delta\Omega}. \quad (2.127)$$

Тогда выражение (2.126) можно записать в виде:

$$H(P)_{\text{ФП}} = \frac{\frac{1}{Q} \cdot P}{1 + \frac{1}{Q} \cdot P + P^2}. \quad (2.128)$$

Подстановка выражения (2.124) в выражение (2.126) приводит к описанию полосовых фильтров четвертого порядка:

$$H(P)_{\text{ФП}} = \frac{1}{1 + \frac{a_1}{\Delta\Omega} \cdot \frac{P^2 + 1}{P} + \frac{b_1}{(\Delta\Omega)^2} \cdot \frac{P^4 + 2P^2 + 1}{P^2}} =$$

$$= \frac{\frac{(\Delta\Omega)^2}{b_1} \cdot P^2}{1 + \frac{a_1 \cdot \Delta\Omega}{b_1} \cdot P + \left[2 + \frac{(\Delta\Omega)^2}{b_1} \right] \cdot P^2 + \frac{a_1 \cdot \Delta\Omega}{b_1} \cdot P^3 + P^4} = \quad (2.129)$$

$$= \frac{m_2 \cdot P^2}{n_0 \cdot 1 + n_1 \cdot P + n_2 \cdot P^2 + n_3 \cdot P^3 + n_4 \cdot P^4}, \quad (2.130)$$

где:

$$m_2 = \frac{(\Delta\Omega)^2}{b_1}; \quad n_0 = 1; \quad n_1 = \frac{a_1 \cdot \Delta\Omega}{b_1}; \quad n_2 = 2 + \frac{(\Delta\Omega)^2}{b_1}; \quad n_3 = \frac{a_1 \cdot \Delta\Omega}{b_1}; \quad n_4 = 1.$$

После подстановки выражений (2.113), (2.115) в выражение (2.130) получим передаточную функцию цифрового полосового фильтра четвертого порядка:

$$H(z) = \frac{D_0 + D_2 z^{-2} + D_4 z^{-4}}{1 + C_1 z^{-1} + C_2 z^{-2} + C_3 z^{-3} + C_4 z^{-4}}, \quad (2.131)$$

где:

$$C_1 = \frac{4n_0 + 2n_1 \cdot l - 2n_3 \cdot l^3 - 4n_4 \cdot l^4}{n_0 + n_1 \cdot l + n_2 \cdot l^2 + n_3 \cdot l^3 + n_4 \cdot l^4}; \quad (2.132)$$

$$C_2 = \frac{6n_0 - 2n_2 \cdot l^2 + 6n_4 \cdot l^4}{n_0 + n_1 \cdot l + n_2 \cdot l^2 + n_3 \cdot l^3 + n_4 \cdot l^4}; \quad (2.133)$$

$$C_3 = \frac{4n_0 - 2n_1 \cdot l + 2n_3 \cdot l^3 - 4n_4 \cdot l^4}{n_0 + n_1 \cdot l + n_2 \cdot l^2 + n_3 \cdot l^3 + n_4 \cdot l^4}; \quad (2.134)$$

$$C_4 = \frac{n_0 - n_1 \cdot l + n_2 \cdot l^2 - n_3 \cdot l^3 - n_4 \cdot l^4}{n_0 + n_1 \cdot l + n_2 \cdot l^2 + n_3 \cdot l^3 + n_4 \cdot l^4}; \quad (2.135)$$

$$D_0 = \frac{m_2 \cdot l^2}{n_0 + n_1 \cdot l + n_2 \cdot l^2 + n_3 \cdot l^3 + n_4 \cdot l^4}; \quad (2.136)$$

$$D_2 = -2D_0; \quad D_4 = D_0. \quad (2.137)$$

По передаточной функции фильтра можно определить его амплитудно-частотную и фазочастотную характеристики. Для этого в выражение (2.116) делается подстановка:

$$z^{-1} = e^{-j\frac{2\pi f}{f_0}}. \quad (2.138)$$

Тогда получим:

$$\begin{aligned} H(jf) &= \frac{D_0 + D_1 e^{-j\frac{2\pi f}{f_0}} + D_2 e^{-j\frac{4\pi f}{f_0}}}{C_0 + C_1 e^{-j\frac{2\pi f}{f_0}} + C_2 e^{-j\frac{4\pi f}{f_0}}} = \\ &= \frac{D_0 + D_1 \cos\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) - jD_1 \sin\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + D_2 \cos\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right) - jD_2 \sin\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right)}{C_0 + C_1 \cos\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) - jC_1 \sin\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + C_2 \cos\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right) - jC_2 \sin\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right)} = \\ &= \frac{D_0 + D_1 \cos\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + D_2 \cos\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right)}{\left[C_0 + C_1 \cos\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + C_2 \cos\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right) \right] - j \left[C_1 \sin\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + C_2 \sin\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right) \right]} - \\ &\quad - j \frac{D_1 \sin\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + D_2 \sin\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right)}{\left[C_0 + C_1 \cos\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + C_2 \cos\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right) \right] - j \left[C_1 \sin\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + C_2 \sin\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right) \right]} = \\ &= \frac{1}{\left[C_0 + C_1 \cos\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + C_2 \cos\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right) \right]^2 + \left[C_1 \sin\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + C_2 \sin\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right) \right]^2} \cdot \\ &\quad \cdot \left\{ \left[D_0 + D_1 \cos\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + D_2 \cos\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right) \right] - j \left[D_1 \sin\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + D_2 \sin\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right) \right] \right\} \cdot \\ &\quad \left\{ \left[C_0 + C_1 \cos\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + C_2 \cos\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right) \right] + j \left[C_1 \sin\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + C_2 \sin\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right) \right] \right\}. \quad (2.139) \end{aligned}$$

Выражение (2.139) представляется в следующем виде:

$$H(jf) = a(f) \cdot [\operatorname{Re}_1(f) + j \operatorname{Im}_1(f)] \cdot [\operatorname{Re}_2(f) + j \operatorname{Im}_2(f)], \quad (2.140)$$

где:

$$a(f) = \frac{1}{\left[C_0 + C_1 \cos\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + C_2 \cos\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right) \right]^2 + \left[C_1 \sin\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + j C_2 \sin\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right) \right]^2};$$

$$\operatorname{Re}_1(f) = D_0 + D_1 \cos\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + D_2 \cos\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right);$$

$$\operatorname{Im}_1(f) = -\left[D_1 \sin\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + D_2 \sin\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right) \right];$$

$$\operatorname{Re}_2(f) = C_0 + C_1 \cos\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + C_2 \cos\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right);$$

$$\operatorname{Im}_2(f) = C_1 \sin\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + C_2 \sin\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right).$$

Амплитудно-частотная и фазочастотные характеристики фильтра, которые являются, соответственно, модулем и аргументом выражения (2.140), определяются как:

$$\begin{aligned} A(f) &= \sqrt{[a(f)]^2 \left\{ [\operatorname{Re}_1(f)]^2 + [\operatorname{Im}_1(f)]^2 \right\} \cdot \left\{ [\operatorname{Re}_2(f)]^2 + [\operatorname{Im}_2(f)]^2 \right\}} = \\ &= \sqrt{\frac{\left[D_0 + D_1 \cos\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + D_2 \cos\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right) \right]^2 + \left[D_1 \sin\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + D_2 \sin\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right) \right]^2}{\left[C_0 + C_1 \cos\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + C_2 \cos\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right) \right]^2 + \left[C_1 \sin\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + C_2 \sin\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right) \right]^2}} \end{aligned} \quad (2.141)$$

и

$$\varphi(f) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{Im}_1(f)}{\operatorname{Re}_1(f)}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{Im}_2(f)}{\operatorname{Re}_2(f)}\right) =$$

$$= -\operatorname{arctg} \left(\frac{D_1 \sin\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + D_2 \sin\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right)}{D_0 + D_1 \cos\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + D_2 \cos\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right)} \right) + \operatorname{arctg} \left(\frac{C_1 \sin\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + C_2 \sin\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right)}{C_0 + C_1 \cos\left(\frac{2\pi f}{f_0}\right) + C_2 \cos\left(\frac{4\pi f}{f_0}\right)} \right). \quad (2.142)$$

Если $x(n)$ – последовательность дискретных отсчетов, которая должна быть подвергнута цифровой рекурсивной фильтрации, а передаточная функция цифрового фильтра описывается выражением (2.116), то последовательность на выходе цифрового фильтра $y(n)$ связана со входной следующим преобразованием:

$$y(i) = D_0 \cdot x(i) + D_1 \cdot x(i-1) + D_2 \cdot x(i-2) - C_1 \cdot y(i-1) - C_2 \cdot y(i-2), \quad (2.143)$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, N, \dots; \quad x(-1) = 0; \quad x(-2) = 0; \quad y(-1) = 0; \quad y(-2) = 0.$$

Для фильтра, состоящего из нескольких звеньев, дискретная последовательность на выходе первого звена является входной последовательностью для второго звена и т. д.

Если после выполнения фильтрации определяются фазовые параметры сигнала, то необходимо вводить соответствующую фазовую поправку, вычисляемую по формуле (2.142).

Однако в системе вибрационного контроля для обработки принимается ограниченная дискретная последовательность исходных данных $i = 0 \div N - 1$. А при подаче последовательности на вход фильтра на его выходе наблюдается переходной процесс.

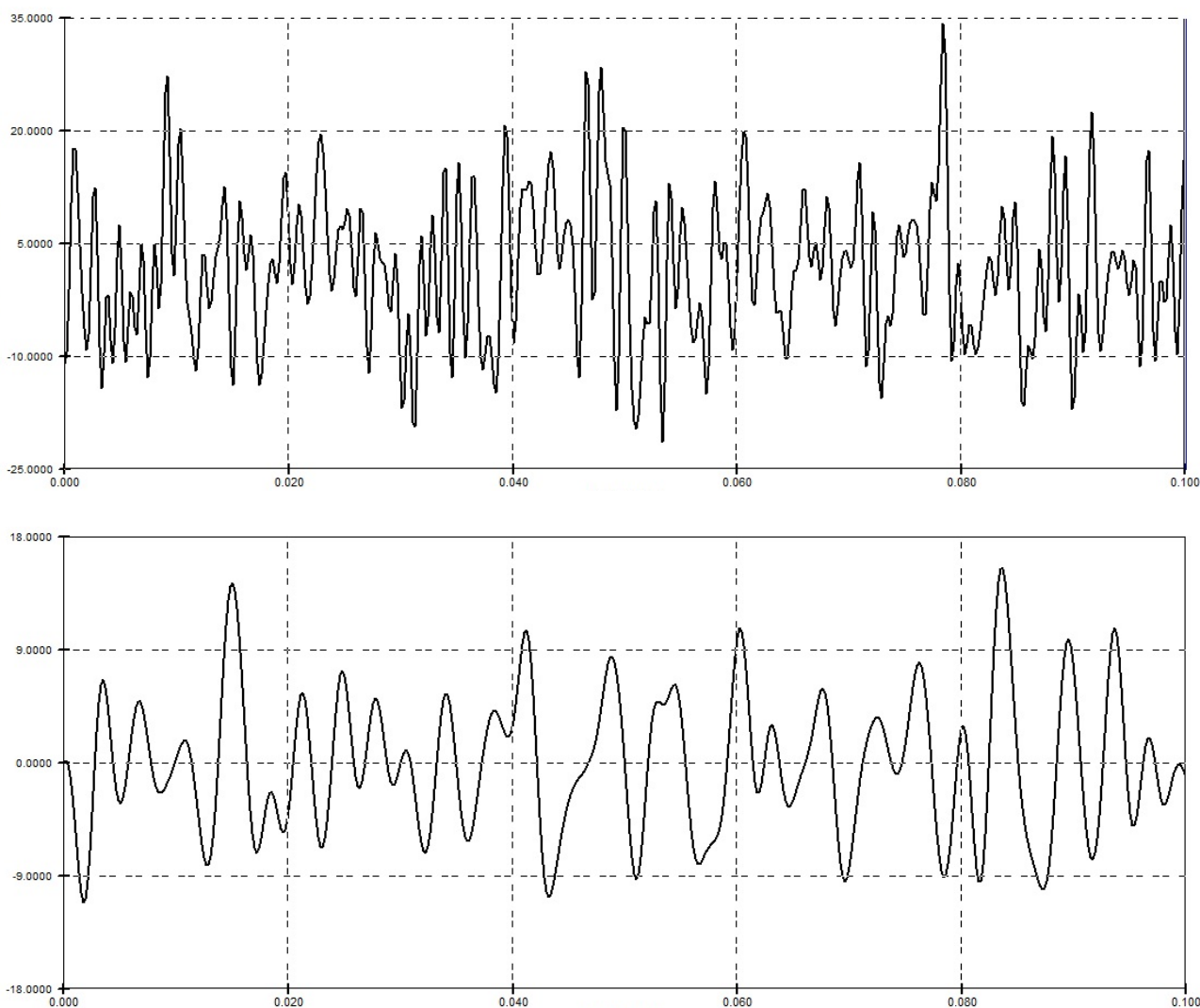


Рисунок 2.33 – Временные реализации вибрационного сигнала в частотной полосе 2.5–1000 Гц (верхний график) и результата его обработки рекурсивными цифровыми фильтрами Баттерворта шестого порядка, ФВЧ с частотой среза 30 Гц, ФНЧ с частотой среза 300 Гц (ось абсцисс – время, с; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

Для того, чтобы не принимать для обработки удлиненную последовательность, представляется возможным реализовать рекурсивную цифровую фильтрацию путем двойного прохождения исходной последовательности через цифровой фильтр. Первый проход приводит к завершению переходного процесса, а второй обеспечивает выполнение цифровой фильтрации. Для устранения точки разрыва между первым и последним отсчетами дискретной последовательности применяется линейная аппроксимация для двух первых и двух последних точек.

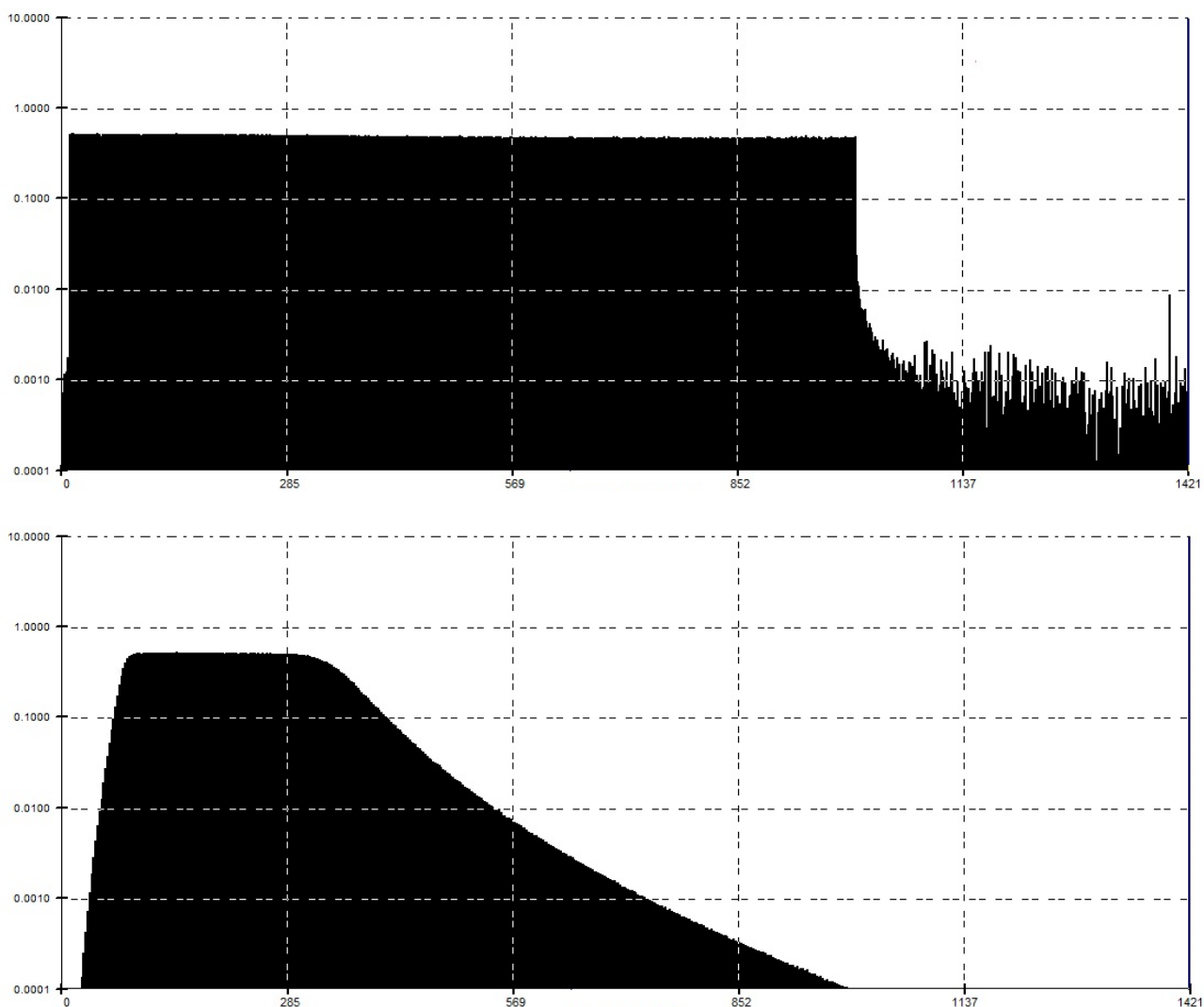


Рисунок 2.34 – Амплитудный спектр вибрационного сигнала в частотной полосе 2.5–1000 Гц (верхний график) и результата его обработки рекурсивными цифровыми фильтрами Баттерворта шестого порядка, ФВЧ с частотой среза 30 Гц, ФНЧ с частотой среза 300 Гц (ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2 . Шкала ординат представлена в децибельном масштабе)

На рисунках 2.33–2.34 показан пример применения рекурсивных цифровых фильтров, реализуемых в соответствии с формулой (2.116). Функция, реализующая предложенный способ выполнения рекурсивной фильтрации, приведена в приложении 5.

2.13. Алгоритм цифровой фильтрации на основе дискретного преобразования Фурье

Целью данного алгоритма является выделение из широкополосного сигнала, представленного в массиве $X = \{x[0], x[1], \dots, x[N-2], x[N-1]\}$ из N элементов,

полученного с периодом дискретизации АЦП - t_d , сигнала, находящегося в полосе частот от $F_{нижн.}$ – нижнее значение частоты до $F_{верхн.}$ – верхнее значение частоты. Алгоритм реализуется следующей последовательностью шагов.

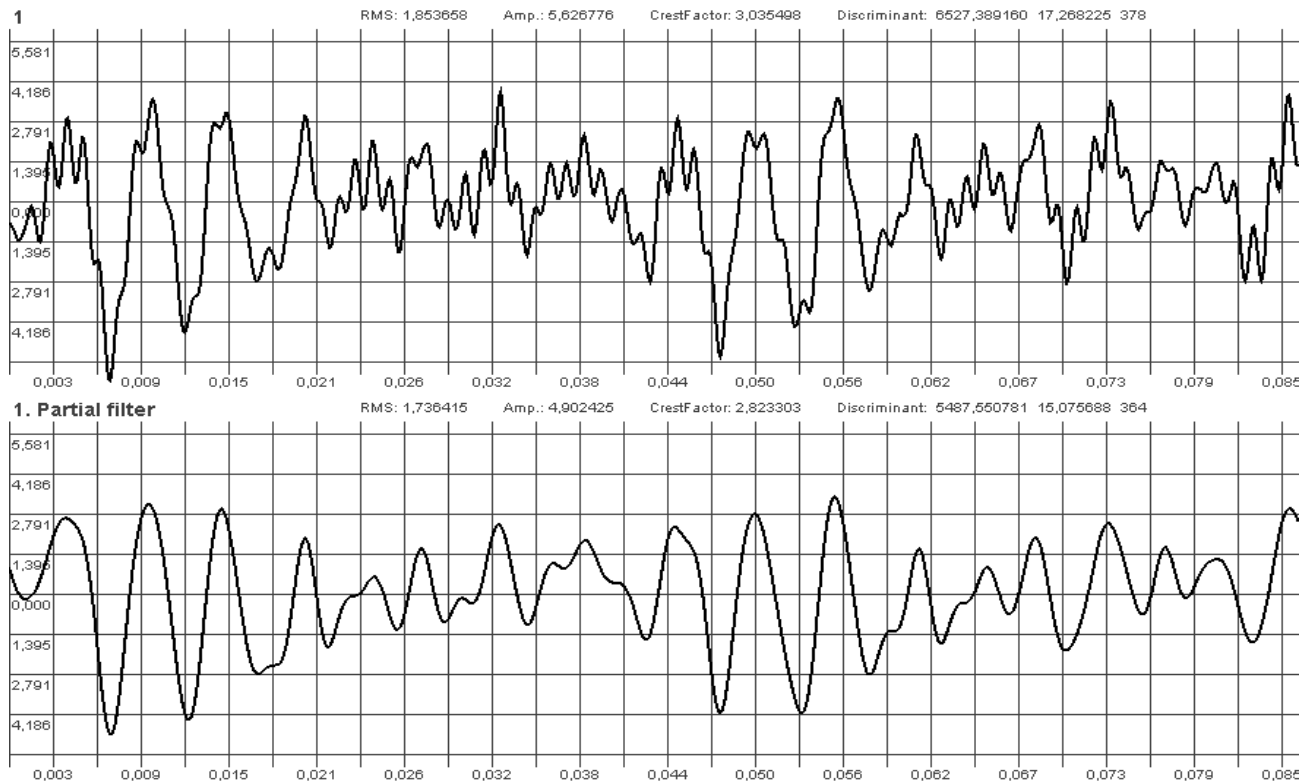


Рисунок 2.35 – Временные реализации вибрационного сигнала в частотной полосе 2.5–2000 Гц (верхний график) и результата его цифровой фильтрации в частотной полосе 25–500 Гц (ось абсцисс – время, с; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

1. Определение номеров частотных составляющих, соответствующих нижнему и верхнему значениям частот:

$$i_n = \text{round}\left(\frac{F_{нижн.}}{\Delta f}\right), \quad (2.144)$$

$$i_e = \text{round}\left(\frac{F_{верхн.}}{\Delta f}\right), \quad (2.145)$$

где Δf – частотное разрешение анализа, определяемое по формуле:

$$\Delta f = \frac{1}{t_d}.$$

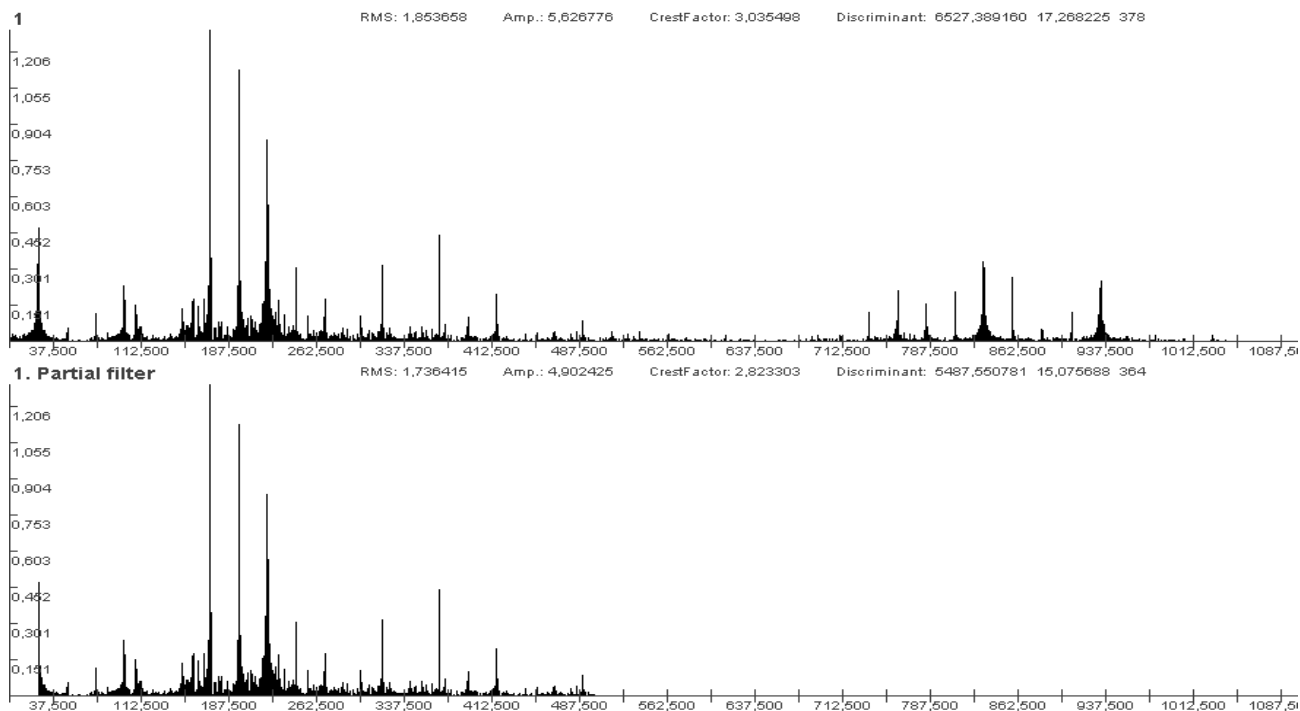


Рисунок 2.36 – Амплитудный спектр вибрационного сигнала в частотной полосе 2.5–2000 Гц (верхний график) и результата его цифровой фильтрации в частотной полосе 25–500 Гц (ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

2. Вычисление для массива X , в соответствии с формулами (2.22–2.23), коэффициентов спектрального разложения:

$$C = \left\{ c[0], c[1], \dots, c\left[\frac{N}{2} - 2\right], c\left[\frac{N}{2} - 1\right] \right\} \quad \text{и} \quad S = \left\{ s[0], s[1], \dots, s\left[\frac{N}{2} - 2\right], s\left[\frac{N}{2} - 1\right] \right\}.$$

3. Элементы массивов C и S с номерами i , удовлетворяющим условиям

$$0 \leq i < i_n; \quad i_e < i \leq \frac{N}{2} - 1,$$

устанавливаются в ноль.

4. В соответствии с выражением (2.25) рассчитываются значения элементов массива X , в котором будет представлен отфильтрованный сигнал.

Пункт 2 этого алгоритма можно реализовать, применяя БПФ, а пункт 4 – ОБПФ. На рисунках 2.35–2.36 показан пример такой цифровой фильтрации сигнала. Функция, реализующая данный алгоритм, приведена в приложении 6.

2.14. Выделение квазипериодической составляющей с помощью нерекурсивных полосовых фильтров

Импульсная характеристика нерекурсивного фильтра низкой частоты для нормированной частоты вычисляется как [46]:

$$h(n) = \frac{\sin(2\pi n \cdot f_p)}{n\pi}, \quad (2.146)$$

где

f_p – нормированная частота среза ФНЧ;

$n = 0, 1, 2, 3, \dots$;

$h(0) = 2f_p$.

Если необходимо выделить i спектральных линий, то:

$$f_p = \frac{i}{N}, \quad (2.147)$$

где

N – число дискретных точек на интервале анализа, обеспечивающих нужную частоту дискретизации.

i -я спектральная линия соответствует частоте $f_i = i\Delta f$.

$$\Delta f = \frac{f_s}{N}, \quad (2.148)$$

где

f_s – частота дискретизации при приеме сигнала.

Для смещения по частотной оси импульсная характеристика ФНЧ умножается на косинусоиду с частотой, относительно которой следует получить полосовой фильтр f_c . Вычисление дискретных отсчетов косинусоиды производится по формуле:

$$x_c(n) = \cos\left(\frac{2\pi n \frac{f_c}{\Delta f}}{N}\right) = \cos\left(\frac{2\pi n p_c}{N}\right), \quad (2.149)$$

где

$$p_c = \frac{f_c}{\Delta f};$$

f_c – центральная частота зоны, кратная частоте вращения вала исследуемого механизма или агрегата.

$$f_c = C \cdot f_p, \quad C = 1, 2, 3, 4, \dots K. \quad (2.150)$$

Импульсная характеристика полосового фильтра для C -й полосы вычисляется как перемножение отсчетов с одинаковыми номерами:

$$h_c(n) = h(n) x_c(n), \quad n = 2, 3, 4, \dots \quad (2.151)$$

Импульсная характеристика $h_c(n)$ полосового фильтра с линейной фазочастотной характеристикой должна иметь размерность $N+1$ [28]:

$$h_c\left(\frac{N}{2}\right) = h(0) x_c(0);$$

$$h_c\left(\frac{N}{2} + n\right) = h_c\left(\frac{N}{2} - n\right) = h(n) x_c(n), \quad n = 1 \div \frac{N}{2}. \quad (2.152)$$

Для выделения квазипериодических составляющих выполняются свертки импульсных характеристик $h_c(n)$ и с исходным сигналом:

$$p_c(n) = \sum_{m=0}^{N+1} (h_c(n) x(n-m)), \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.153)$$

Суммарная квазипериодическая составляющая вибрационного сигнала представляет собой сумму:

$$p_c(n) = \sum_{c=1}^K p_c(n), \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.154)$$

Шумоподобная составляющая вычисляется как разность между исходным сигналом и квазипериодической составляющей:

$$s(n) = x(n) - p_c(n), \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.155)$$

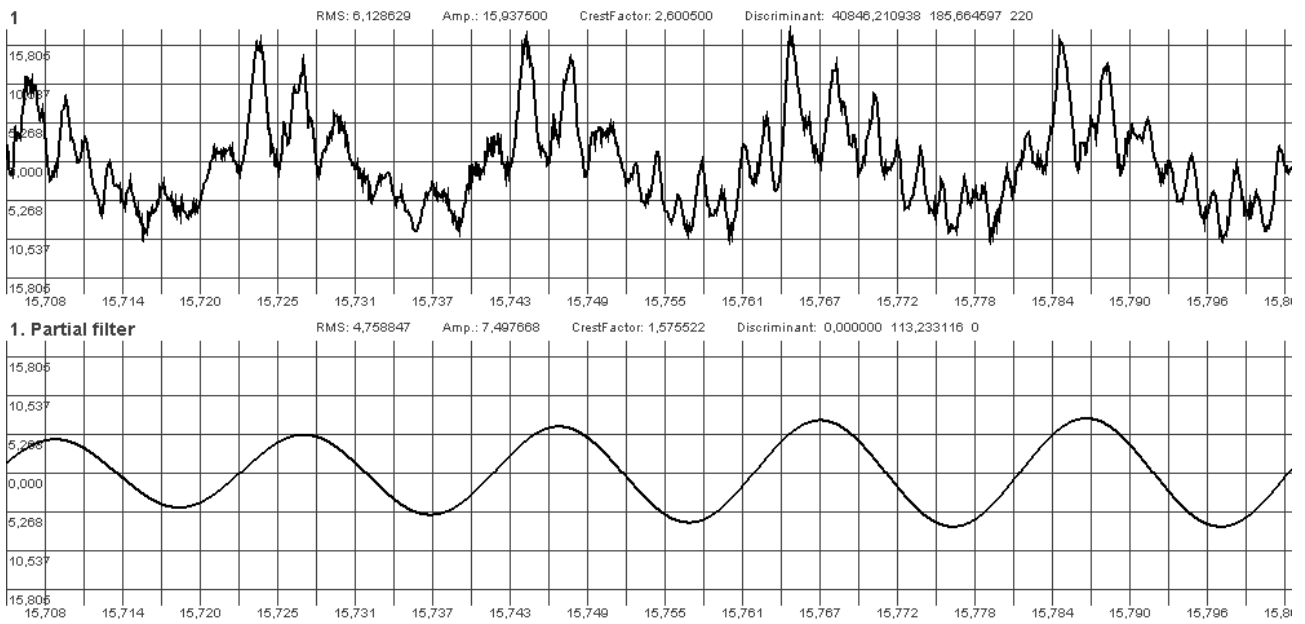


Рисунок 2.37 – Временная реализация вибрационного сигнала, полученного при исследовании состояния подшипниковой опоры электродвигателя и ее оборотная квазипериодическая составляющая в частотной полосе 45–55 Гц (ось абсцисс – время, с; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

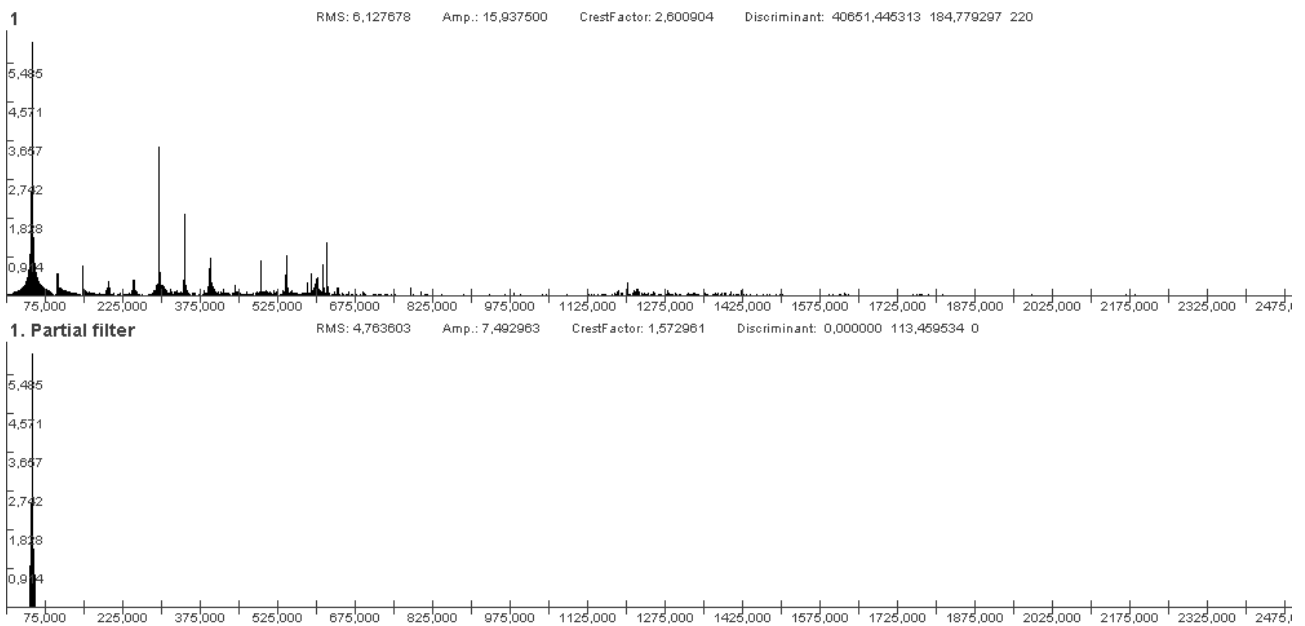


Рисунок 2.38 – Амплитудный спектр вибрационного сигнала, полученного при исследовании состояния подшипниковой опоры электродвигателя и ее оборотной квазипериодической составляющей в частотной полосе 45–55 Гц (ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

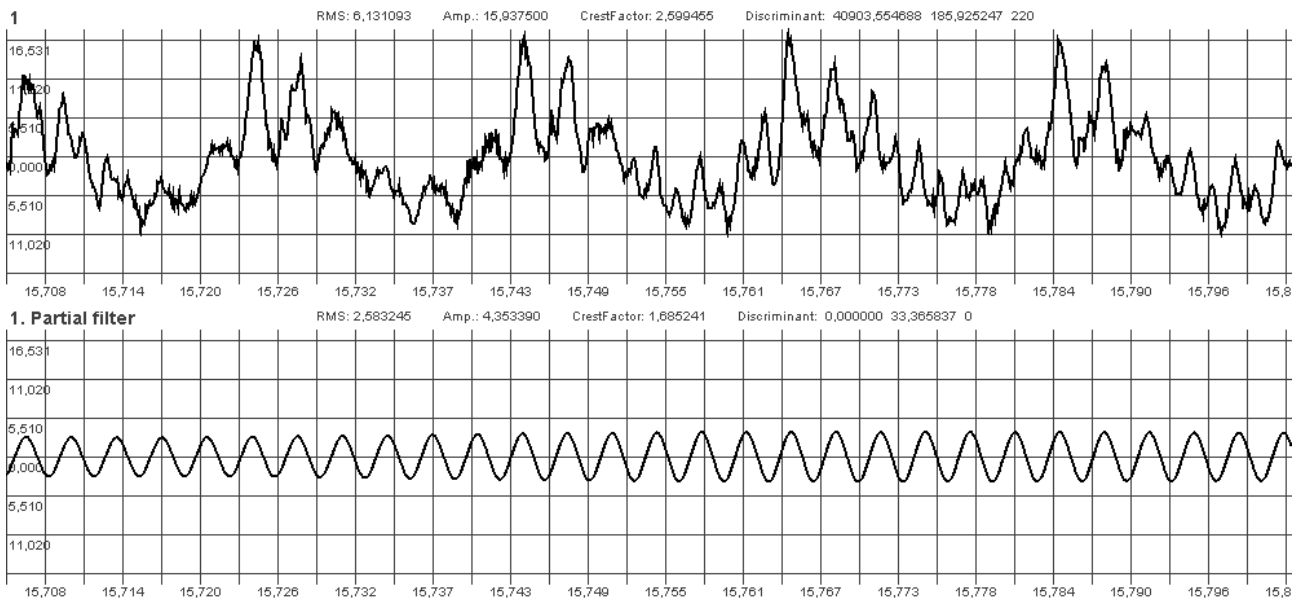


Рисунок 2.39 – Временная реализация вибрационного сигнала, полученного при исследовании состояния подшипниковой опоры электродвигателя и ее квазипериодическая составляющая в частотной полосе 290–305 Гц (ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

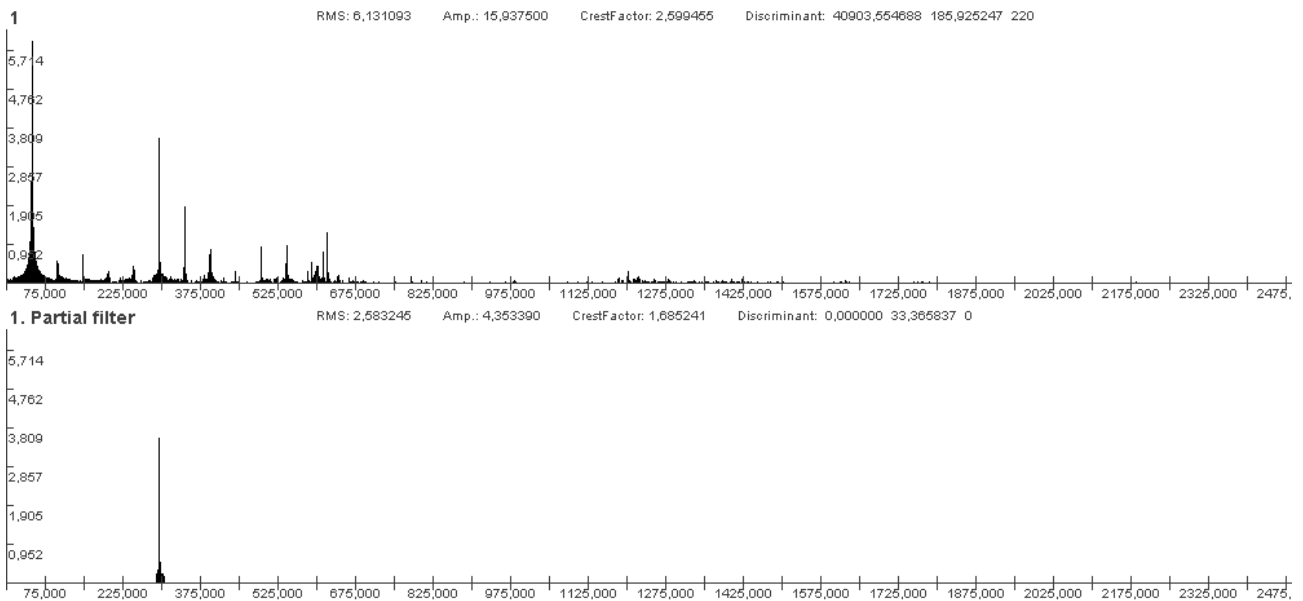


Рисунок 2.40 – Амплитудный спектр вибрационного сигнала, полученного при исследовании состояния подшипниковой опоры электродвигателя и ее квазипериодическая составляющая в частотной полосе 290–305 Гц (ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

На рисунках 2.37–2.40 показаны примеры выделения квазипериодических составляющих вибрационных сигналов с использованием нерекурсивных и рекурсивных цифровых фильтров, реализуемых в соответствии с формулой (2.153).

2.15. Кепстральный анализ вибрационных сигналов

При обработке вибрационных сигналов, отражающих вибрационное состояние сложных механизмов и агрегатов очень часто выявляется амплитудный спектр, насыщенный многими частотными составляющими. Выявить какие-то функциональные связи между отдельными группами спектральных составляющих оказывается достаточно сложно. Одним из способов обнаружения групп связанных гармоник является кепстральный анализ [51]. Его алгоритмическая сущность достаточно проста. *Кепстр* – это обратное преобразование Фурье от амплитудного спектра исследуемого сигнала, представленного в логарифмическом масштабе. На рисунках 2.41–2.44 показан пример такой последовательности обработки вибрационного сигнала. *Кепстр* – это сигнал, аргументом которого является время. Этот сигнал имеет экстремумы или всплески в какие-то моменты времени $t_i, i=1, 2 \dots$. Значения:

$$f_i = \frac{1}{t_i}, i=1, 2 \dots, \quad (2.156)$$

соответствуют частотным составляющим, кратно повторяющимся в исходном вибрационном сигнале. Чем большая амплитуда экстремума, тем большая кратность повторения соответствующей гармоники, или выше ее амплитуда.

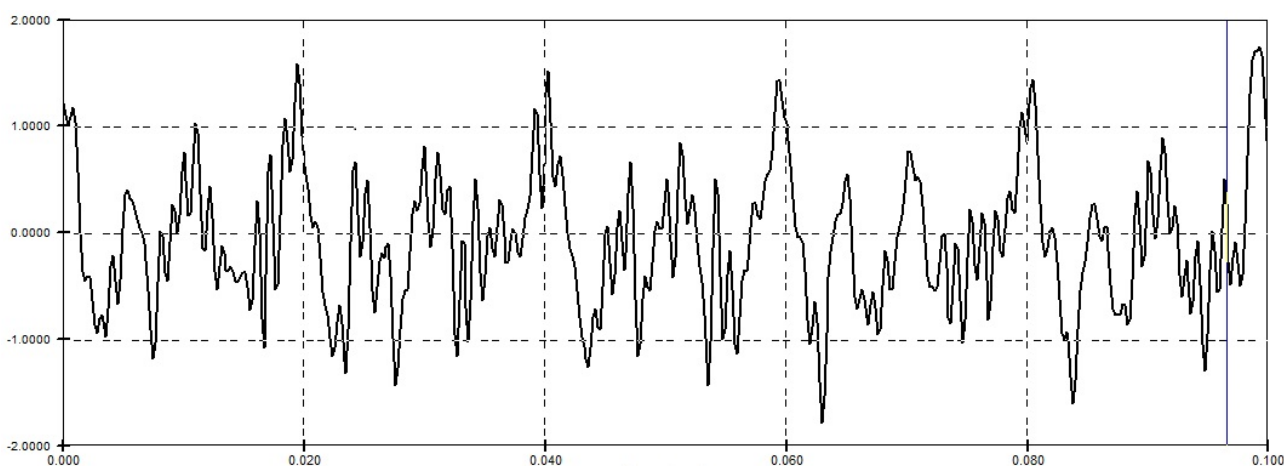


Рисунок 2.41 – Временная реализация вибрационного сигнала, полученного при исследовании состояния подшипниковой опоры турбины энергетического турбоагрегата (ось абсцисс – время, с; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

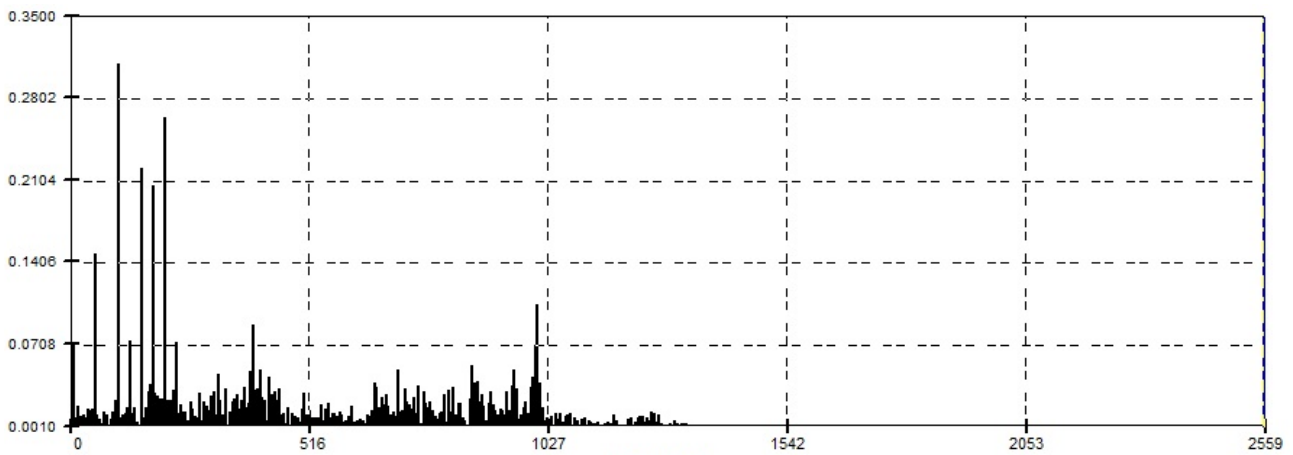


Рисунок 2.42 – Амплитудный спектр вибрационного сигнала, полученного при исследовании состояния подшипниковой опоры турбины энергетического турбоагрегата (ось абсцисс – частота, s^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/s^2)

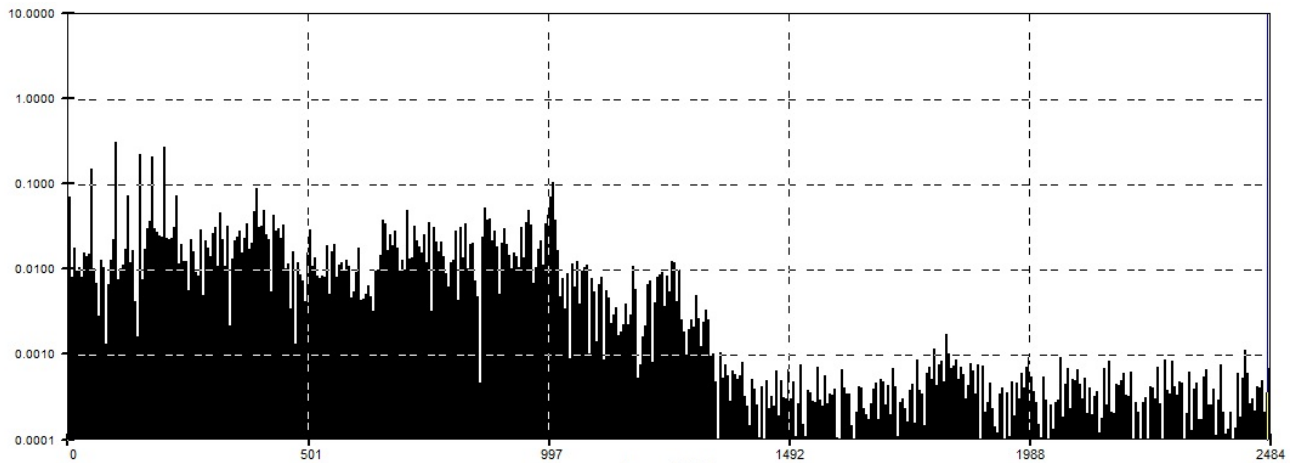


Рисунок 2.43 – Амплитудный спектр вибрационного сигнала в логарифмическом масштабе, полученного при исследовании состояния подшипниковой опоры турбины энергетического турбоагрегата (ось абсцисс – частота, s^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/s^2)

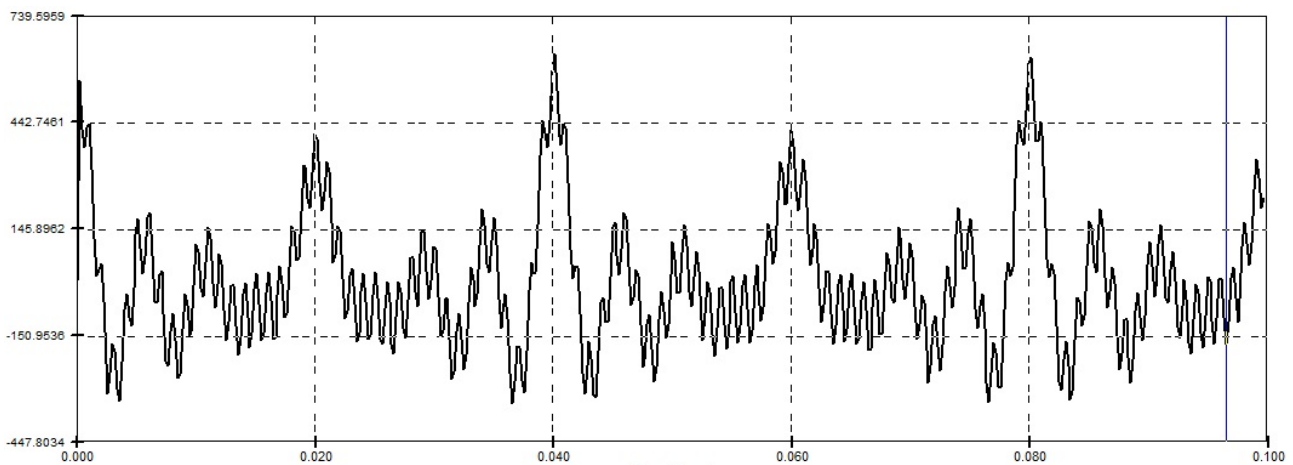


Рисунок 2.44 – Кепстр или временная реализация ОБПФ амплитудного спектра вибрационного сигнала в логарифмическом масштабе (ось абсцисс – время, s ; ось ординат – относительные единицы)

Временная реализация на рисунке 2.44 имеет первые значимые экстремумы в моменты 20 и 40 миллисекунд, что соответствует 50 и 25 Гц. Причем, всплеск в момент времени 40 миллисекунд больший по амплитуде. Действительно, число спектральных составляющих, кратных частоте 25 Гц, больше чем кратных частоте 50 Гц. Это отражается на амплитудных спектрах, представленных на рисунках 2.42, 2.43. Для программной реализации рассмотренной последовательности преобразований можно использовать функции, приведенные в приложениях 2,3.

2.16. Удаление низкочастотного дрейфа вибрационного сигнала

При обработке реальных вибрационных сигналов следует учитывать, что данные, поступающие от первичных преобразователей, подвержены действию помех и искажающих факторов различного типа. Одним из них является низкочастотный дрейф, лежащий вне информативной частотной полосы вибрации, который может оказать существенное искажающее воздействие на вычисляемые параметры, особенно в случаях, когда выполняется интегрирование сигнала, представленного в единицах виброускорения, для его перевода в единицы виброскорости.

Для удаления низкочастотного дрейфа из исходного массива данных можно применить подход, при котором на первом этапе ищется описание дрейфа в виде алгебраического многочлена первой или второй степени, а затем принимается решение о вычитании этой функции из исходного сигнала.

Так как многочлен должен описывать дрейф на всем интервале анализа, то он может быть найден как среднеквадратическое приближение в виде полинома [20]:

$$P_n(x) = c_0 + c_1 \cdot x + c_2 \cdot x^2 + \dots + c_n \cdot x^n . \quad (2.157)$$

Значения коэффициентов многочлена наилучшего приближения могут быть найдены как решение системы уравнений [20]:

$$\begin{cases} c_0 \cdot s_{00} + c_1 \cdot s_{10} + c_2 \cdot s_{20} + \dots + c_n \cdot s_{n0} = r_0; \\ c_0 \cdot s_{01} + c_1 \cdot s_{11} + c_2 \cdot s_{21} + \dots + c_n \cdot s_{n1} = r_1; \\ \dots \dots \dots \\ c_0 \cdot s_{0n} + c_1 \cdot s_{1n} + c_2 \cdot s_{2n} + \dots + c_n \cdot s_{nn} = r_n. \end{cases} \quad (2.158)$$

Для функции $f(x)$, представленной в дискретном виде со значениями аргумента от 0 до $N - 1$:

$$s_{ij} = \sum_{x=0}^{N-1} x^{i+j}; \quad r_i = \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \cdot x^i. \quad (2.159)$$

На практике для описания низкочастотного дрейфа целесообразно применять полиномы первой или второй степени. Для полинома первой степени система уравнений (2.158) приобретает вид:

$$\begin{cases} c_0 \cdot s_{00} + c_1 \cdot s_{10} = r_0; \\ c_0 \cdot s_{01} + c_1 \cdot s_{11} = r_1. \end{cases} \quad (2.160)$$

Решая эту систему получим:

$$c_0 = \frac{r_1 \cdot s_{10} - r_0 \cdot s_{11}}{s_{01} \cdot s_{10} - s_{00} \cdot s_{11}}; \quad c_1 = \frac{r_0 \cdot s_{01} - r_1 \cdot s_{00}}{s_{01} \cdot s_{10} - s_{00} \cdot s_{11}}. \quad (2.161)$$

Для полинома второй степени система (2.158) выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} c_0 \cdot s_{00} + c_1 \cdot s_{10} + c_2 \cdot s_{20} = r_0; \\ c_0 \cdot s_{01} + c_1 \cdot s_{11} + c_2 \cdot s_{21} = r_1; \\ c_0 \cdot s_{02} + c_1 \cdot s_{12} + c_2 \cdot s_{22} = r_2. \end{cases} \quad (2.162)$$

После ввода обозначений:

$$k_0 = s_{00}; \quad k_1 = s_{01} = s_{10}; \quad k_2 = s_{02} = s_{11} = s_{20}; \quad k_3 = s_{12} = s_{21}; \\ k_4 = s_{22}$$

система (2.162) приобретает вид:

$$\begin{cases} c_0 \cdot k_0 + c_1 \cdot k_1 + c_2 \cdot k_2 = r_0; \\ c_0 \cdot k_1 + c_1 \cdot k_2 + c_2 \cdot k_3 = r_1; \\ c_0 \cdot k_2 + c_1 \cdot k_3 + c_2 \cdot k_4 = r_2. \end{cases} \quad (2.163)$$

Для дискретной последовательности аргумента x значения коэффициентов S определяются следующими выражениями:

$$s_{00} = \sum_{x=0}^{N-1} 1 = N; \quad s_{10} = s_{01} = \sum_{x=0}^{N-1} x = \frac{(N-1) \cdot N}{2};$$

$$s_{11} = s_{20} = s_{02} = \sum_{x=0}^{N-1} x^2 = \frac{N \cdot (N-1) \cdot (2N-1)}{6};$$

$$s_{12} = s_{21} = \sum_{x=0}^{N-1} x^3 = \frac{N^2 \cdot (N-1)^2}{6};$$

$$s_{22} = \sum_{x=0}^{N-1} x^4 = \frac{N(N-1)(2N-1)(3(N-1)^2 + 3(N-1) - 1)}{30},$$

а коэффициенты r рассчитываются по формулам:

$$r_0 = \sum_{x=0}^{N-1} f(x); \quad r_1 = \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \cdot x; \quad r_2 = \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \cdot x^2.$$

Применив метод определителей для решения системы (2.161), можно получить коэффициенты для полинома второй степени:

$$c_0 = D_0/D; \quad c_1 = D_1/D; \quad c_2 = D_2/D,$$

где

$$D = k_0 k_2 k_4 + 2k_1 k_2 k_3 - k_1^2 k_4 - k_0 k_3^2 - k_2^3;$$

$$D_0 = r_0 k_2 k_4 + k_3 (r_2 k_1 + r_1 k_2) - r_1 k_1 k_4 - r_0 k_3^2 - r_2 k_2^2;$$

$$D_1 = r_1 k_0 k_4 + k_2 (r_0 k_2 + r_2 k_1) - r_2 k_0 k_3 - r_1 k_2^2 - r_0 k_1 k_4;$$

$$D_2 = k_2 (r_1 k_1 + r_2 k_0) + r_0 k_1 k_3 - r_0 k_2^2 - r_2 k_1^2 - r_1 k_0 k_3.$$

Удаление низкочастотного дрейфа из исходного сигнала осуществляется с помощью выражений:

$$f_*(x) = f(x) - (c_0 + c_1 x + c_2 x^2) \text{ — для полинома второй степени;}$$

$$f_*(x) = f(x) - (c_0 + c_1 x) \text{ — для полинома первой степени;}$$

$$x = 0 \div N-1.$$

В качестве примера на рисунке 2.45 представлен вибрационный сигнал, полученный в реальных условиях от первичного виброизмерительного преобразователя при наличии низкочастотного дрейфа и после его удаления, а на рисунке 2.46 — амплитудные спектры этих сигналов.

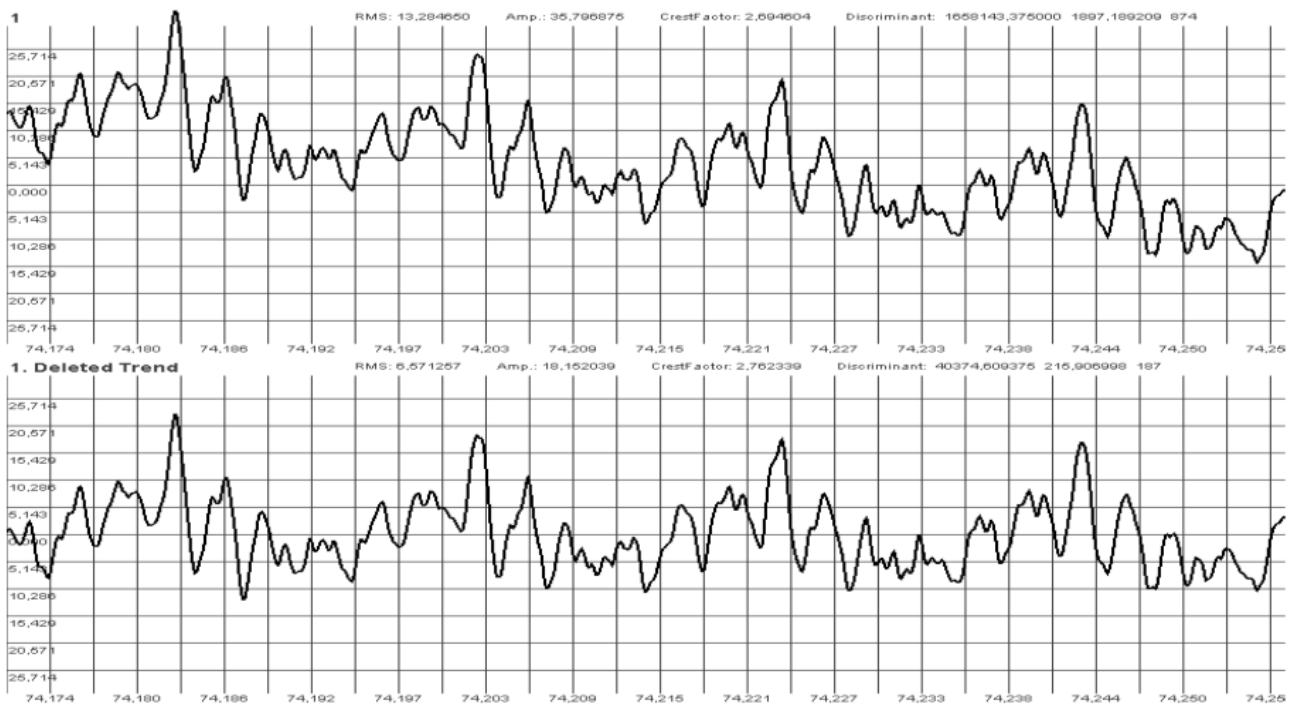


Рисунок 2.45 – Временная реализация вибросигнала в единицах виброускорения, полученная при исследовании электродвигателя, при наличии низкочастотного дрейфа и после его удаления (ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

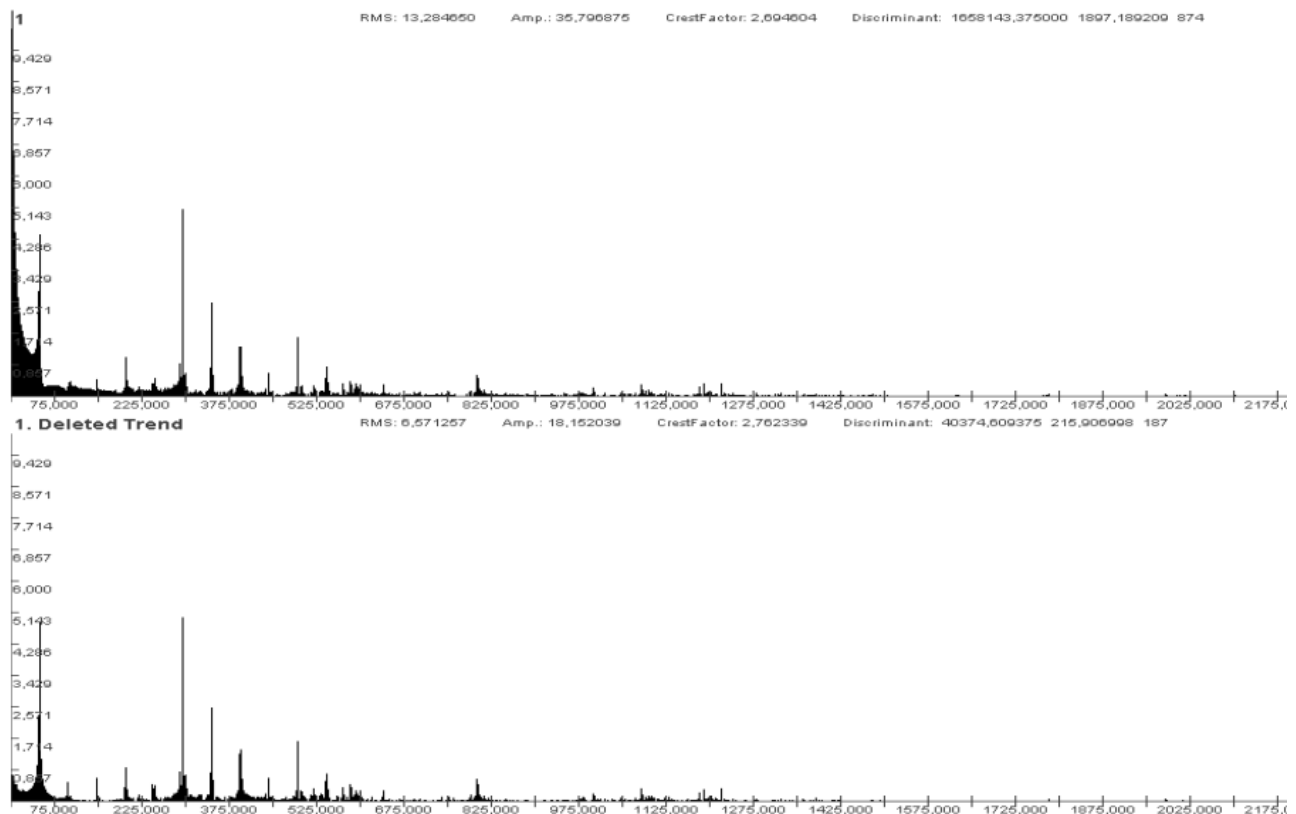
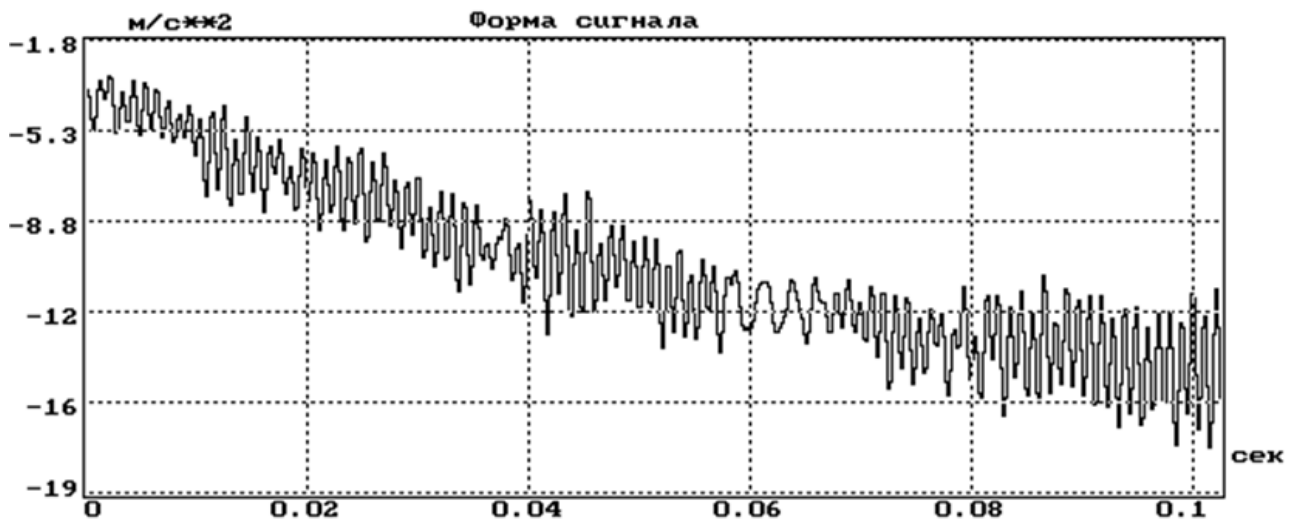


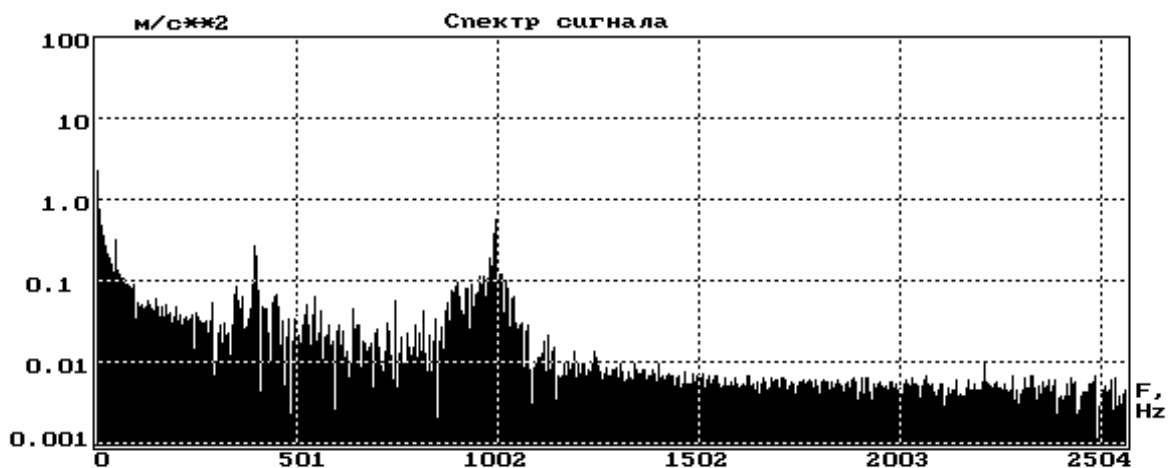
Рисунок 2.46 – Амплитудный спектр вибрационного сигнала при наличии низкочастотного дрейфа и после его удаления, частотное разрешение спектрального анализа 2.5 Гц (ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

Анализ данных, представленных на рисунках, показывает, что удаление низкочастотного тренда позволяет демаскировать сигнал при его обработке с помощью преобразования Фурье в информативно значимой полосе частот.

При осуществлении реального виброконтроля на технических объектах возникает вопрос о том, в каких случаях следует удалять низкочастотный дрейф из исходного сигнала перед его дальнейшей обработкой, а в каких – нет, так как иногда применение алгоритма удаления дрейфа может привести к обратным результатам.

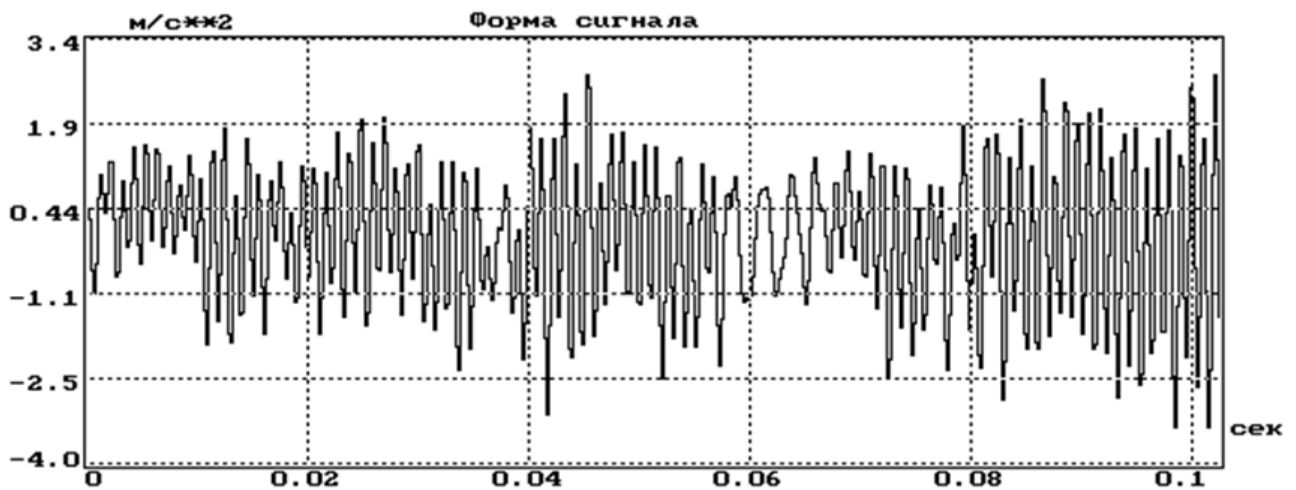


а) временная реализация вибросигнала с низкочастотным дрейфом
(ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброускорение, m/s^2)

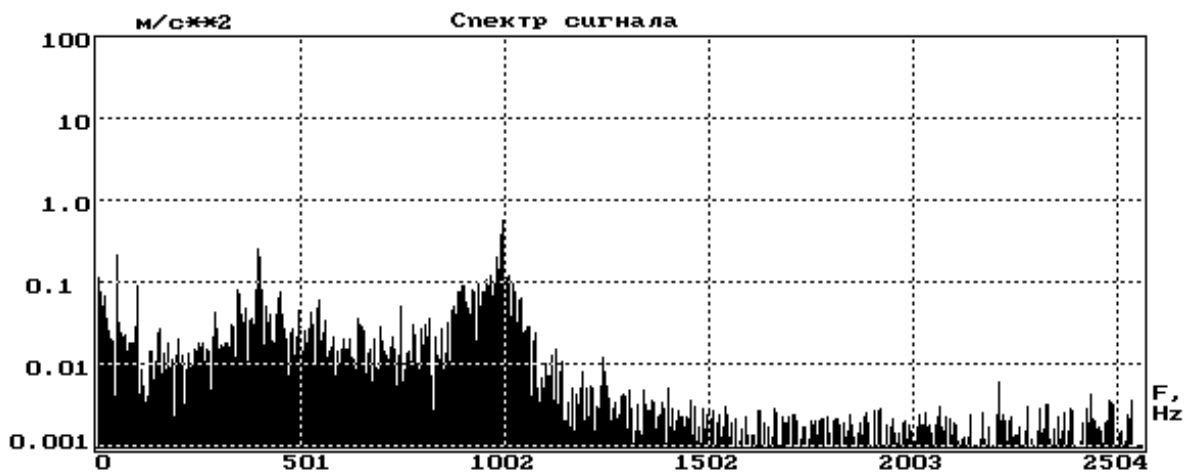


б) амплитудный спектр вибросигнала с низкочастотным дрейфом
(ось абсцисс – частота, s^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/s^2 , децибельная шкала)

Рисунок 2.47 – Временная реализация и амплитудный спектр вибрационного сигнала с низкочастотным дрейфом



а) временная реализация вибросигнала после удаления низкочастотного дрейфа
(ось абсцисс – время, c ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)



б) амплитудный спектр вибросигнала после удаления низкочастотного дрейфа
(ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2 , децибелеская шкала)

Рисунок 2.48 – Временная реализация и амплитудный спектр
вибрационного сигнала после удаления низкочастотного дрейфа

Для уточнения вопроса применимости данного алгоритма, с точки зрения удаления замазывания амплитудного спектра, рассчитывается значение решающего параметра по отношению к сигналу до удаления дрейфа и после удаления:

$$X_1 = F[f(x)]; \quad X_2 = F[f_*(x)],$$

где F – функция обработки для расчета параметра;
 X_1, X_2 – значения вычисленных параметров.

Затем сравниваются X_1 и X_2 . В том случае, если значение X_1 больше (меньше) X_2 , то алгоритм удаления низкочастотного дрейфа применяется к исходному сигналу, в противном случае – нет.

На рисунках 2.47–2.48 показан пример удаления низкочастотного дрейфа из исходного вибрационного сигнала с помощью полинома второй степени. В качестве параметра применимости использованы амплитуды первой и второй спектральных составляющих. Если, после удаления низкочастотного дрейфа, эти амплитуды меньше аналогичных до удаления дрейфа, то считается что удаление низкочастотного дрейфа целесообразно. Это хорошо видно для низкочастотной области амплитудного спектра на рисунке 2.48.

ГЛАВА 3

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ ВИБРАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ

3.1. Применение вейвлетов для исследования вибросигналов

Одним из математических преобразований, которые достаточно широко применяются в настоящее время при исследованиях и преобразованиях цифровых сигналов, является вейвлет-анализ. Он предоставляет возможность оценить частотно-временные параметры сигналов. Применительно к анализу вибрационных сигналов этот способ может быть использован для локализации во времени на длинной временной реализации какого-то аномального явления или выделения момента появления сигнала в некоторой частотной полосе.

Вычисление коэффициентов вейвлет-преобразования функции $s(t)$ осуществляется в соответствии с выражением [52–54]:

$$C(a,b)=\int_R s(t)\cdot a^{-\frac{1}{2}}\cdot \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)dt, \quad (3.1)$$

где $\psi(t)$ – вейвлет функция или просто вейвлет;

a – масштабный коэффициент, определяющий ширину вейвлета, и являющийся аналогом частоты в Фурье-анализе;

b – временной сдвиг.

Если предположить, что b изменяется от 0 до T , то получим функцию вейвлет-коэффициента $C(a,b)$, определенную на отрезке $[0; T]$.

При обработке вибрационных сигналов эффективны в применении гауссовы вейвлеты [55–57]:

– первого порядка (антисимметричная волна):

$$wave(t)=t\cdot e^{-\frac{t^2}{2}}; \quad (3.2)$$

– второго порядка («мексиканская шляпа»):

$$mhat(t)=(1-t^2)\cdot e^{-\frac{t^2}{2}}; \quad (3.3)$$

– третьего порядка:

$$gaus3p(t)=(t^3-3t)\cdot e^{-\frac{t^2}{2}}; \quad (3.4)$$

– четвертого порядка:

$$gaus4p(t) = (t^4 - 6t^2 + 3)e^{-\frac{t^2}{2}}, \quad (3.5)$$

а также вейвлет Морле:

$$mor(t) = \cos(2\pi t) \cdot e^{-\frac{t^2}{2}}. \quad (3.6)$$

Вейвлеты определяются на интервале от $-\infty$ до $+\infty$, однако его основная часть располагается на отрезке от -4 до $+4$ [52]. Для примера форма вейвлета «мексиканская шляпа» показана на рисунке 3.1.

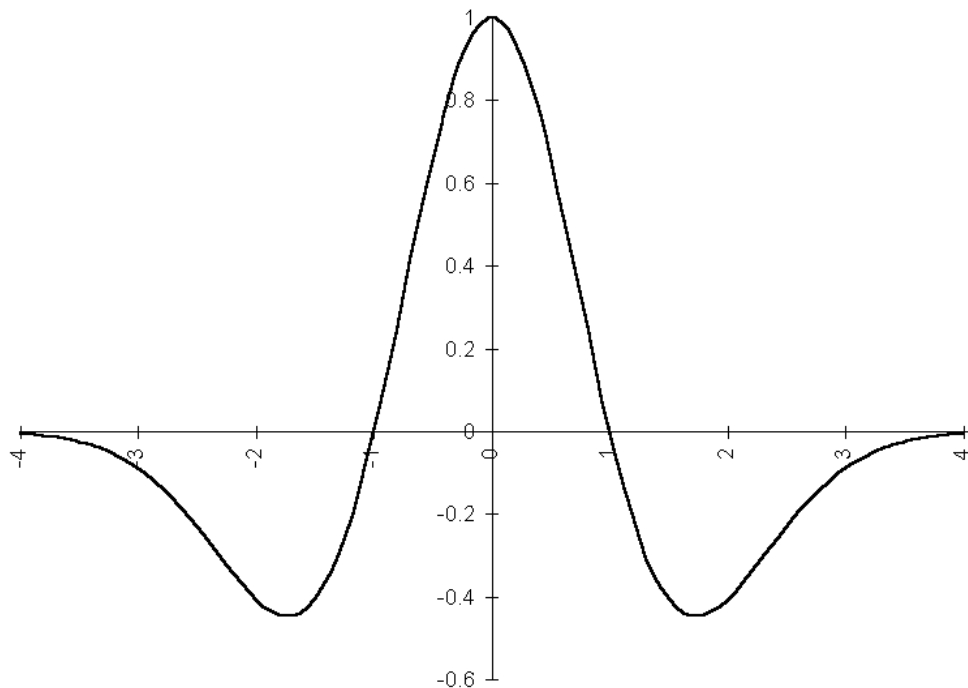


Рисунок 3.1 – Вейвлет «мексиканская шляпа»

Если провести дискретизацию времени (аргумент t) в предположении, что изменение аргумента вейвлета на отрезке -4 до $+4$ будет соответствовать изменению дискретного аргумента n от 0 до N , то тогда в выражения вейвлетов (3.2–3.5) вместо t следует подставить:

$$t = \frac{8(an - b) - 4aN}{aN}. \quad (3.7)$$

Когда $a=1$, $b=0$ и вейвлеты (3.2–3.6) будут определены выражениями:

$$mhat(n) = \left(1 - \left(\frac{8n - 4N}{N} \right)^2 \right) \cdot e^{-\frac{\left(\frac{8n - 4N}{N} \right)^2}{2}}; \quad (3.8)$$

$$wav(n) = \left(\frac{8n-4N}{N} \right) \cdot e^{-\frac{\left(\frac{8n-4N}{N} \right)^2}{2}}; \quad (3.9)$$

$$gaus3p(n) = \left(\left(\frac{8n-4N}{N} \right)^3 - 3 \left(\frac{8n-4N}{N} \right) \right) \cdot e^{-\frac{\left(\frac{8n-4N}{N} \right)^2}{2}}; \quad (3.10)$$

$$gaus4p(n) = \left(\left(\frac{8n-4N}{N} \right)^4 - 6 \left(\frac{8n-4N}{N} \right)^2 + 3 \right) \cdot e^{-\frac{\left(\frac{8n-4N}{N} \right)^2}{2}}; \quad (3.11)$$

$$mor(n) = \cos \left(2\pi \cdot \left(\frac{8n-4N}{N} \right) \right) \cdot e^{-\frac{\left(\frac{8n-4N}{N} \right)^2}{2}}; \quad (3.12)$$

$$n=0 \div N.$$

Тогда в дискретном виде вейвлет-преобразование можно представить выражением:

$$C(N, m) = \sum_{n=0}^N s(n+m) \cdot \psi \left(\frac{8n-4N}{N} \right), \quad m=0 \div L-1, \quad (3.13)$$

где L – число дискретных отсчетов в анализируемой временной реализации исследуемого сигнала.

Вейвлет-преобразование представляет собой вариант цифровой полосовой фильтрации. В связи с этим возникает необходимость определения количества дискретных точек вейвлета N , которое будет соответствовать полосовому фильтру с центральной частотой f_w (частота, на которой цифровой полосовой фильтр имеет максимальный коэффициент передачи).

Экспериментально получены выражения для определения ширины N для некоторых типов вейвлетов [55, 57–58]:

– симметричная волна:

$$N_{wave} = \text{round} \left(1.275 \cdot \frac{f_D}{f_w} \right); \quad (3.14)$$

– «мексиканская шляпа»:

$$N_{mhat} = \text{round} \left(1.816 \cdot \frac{f_D}{f_w} \right); \quad (3.15)$$

– гауссовый 3-го порядка:

$$N_{\text{гаус3p}} = \text{round}\left(2.22 \cdot \frac{f_{\text{д}}}{f_{\text{w}}}\right); \quad (3.16)$$

– гауссовый 4-го порядка:

$$N_{\text{гаус4p}} = \text{round}\left(2.55 \cdot \frac{f_{\text{д}}}{f_{\text{w}}}\right); \quad (3.17)$$

– Морле (действительная часть):

$$N_{\text{мор}} = \text{round}\left(8 \cdot \frac{f_{\text{д}}}{f_{\text{w}}}\right), \quad (3.18)$$

где

$f_{\text{д}}$ – частота дискретизации аналогового сигнала;

f_{w} – частота, на которой цифровой полосовой фильтр, реализуемый вейвлетом, имеет максимальный коэффициент передачи;

round – операция округления.

Для обеспечения единичного коэффициента передачи на центральной частоте вейвлетного цифрового фильтра следует нормализовать вейвлет по амплитуде, применяя следующие формулы [57]:

$$\text{mhat}_{\text{норм.}}(n) = \frac{\text{mhat}(n)}{1.32 \sum_{i=0}^N |\text{mhat}(i)|}; \quad (3.19)$$

$$\text{wave}_{\text{норм.}}(n) = \frac{\text{wave}(n)}{1.32 \sum_{i=0}^N |\text{wave}(i)|}; \quad (3.20)$$

$$\text{гаус3p}_{\text{норм.}}(n) = \frac{\text{гаус3p}(n)}{1.3 \sum_{i=0}^N |\text{гаус3p}(i)|}; \quad (3.21)$$

$$\text{гаус4p}_{\text{норм.}}(n) = \frac{\text{гаус4p}(n)}{1.287 \sum_{i=0}^N |\text{гаус4p}(i)|}; \quad (3.22)$$

$$\text{мор}_{\text{норм.}}(n) = \frac{\text{мор}(n)}{1.287 \sum_{i=0}^N |\text{мор}(i)|}, \quad (3.23)$$

$n=0 \div N$.

Нормализованные вейвлеты подставляются в выражение (3.13) для вычисления вейвлет-коэффициентов исследуемого сигнала.

Полученные вейвлетные функции не содержат постоянной составляющей, и удобны для работы с вибрационными сигналами. При этом следует учитывать, что каждый вейвлет имеет свою амплитудно-частотную характеристику.

Рассмотрим применение вейвлетов при определении параметров вибрационных сигналов применительно к работе систем вибрационного контроля подшипниковых опор турбоагрегатов. Пример вибрационного сигнала такого типа изображен на рисунке 3.2.

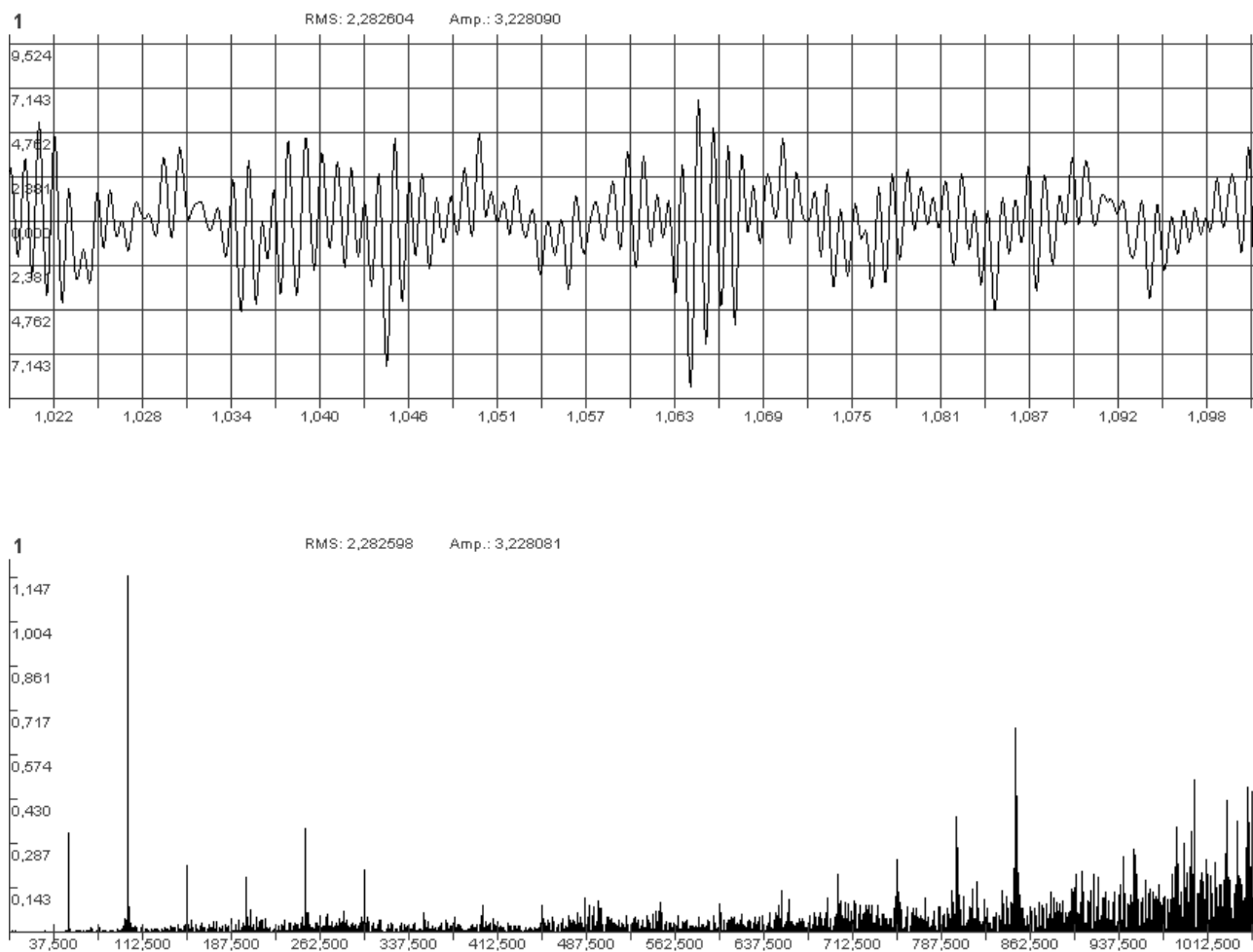


Рисунок 3.2 – Временная реализация и амплитудный спектр вибрационного сигнала, отражающего колебания подшипниковой опоры генератора турбоагрегата в единицах виброускорения (для временной реализации: ось абсцисс – время, c ; ось ординат – виброускорение, m/c^2 ; для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

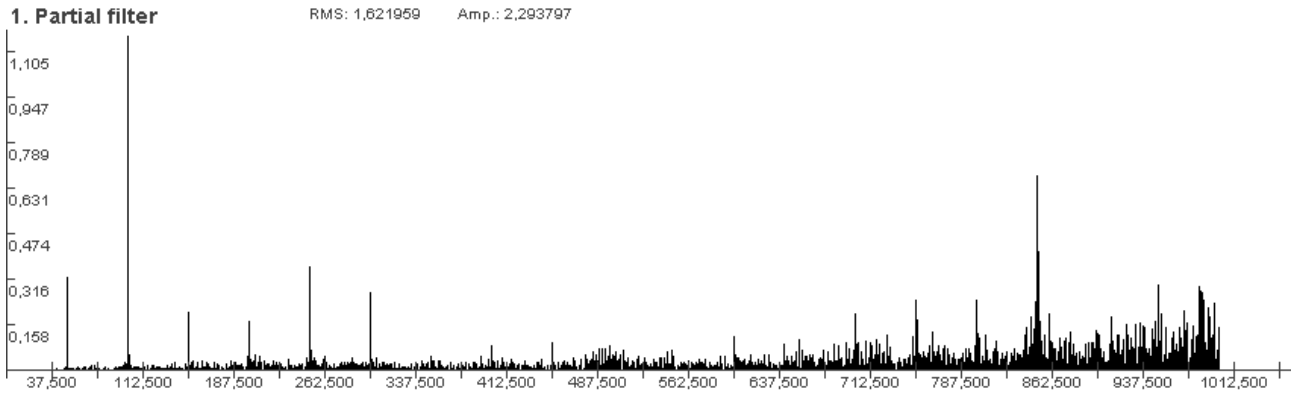
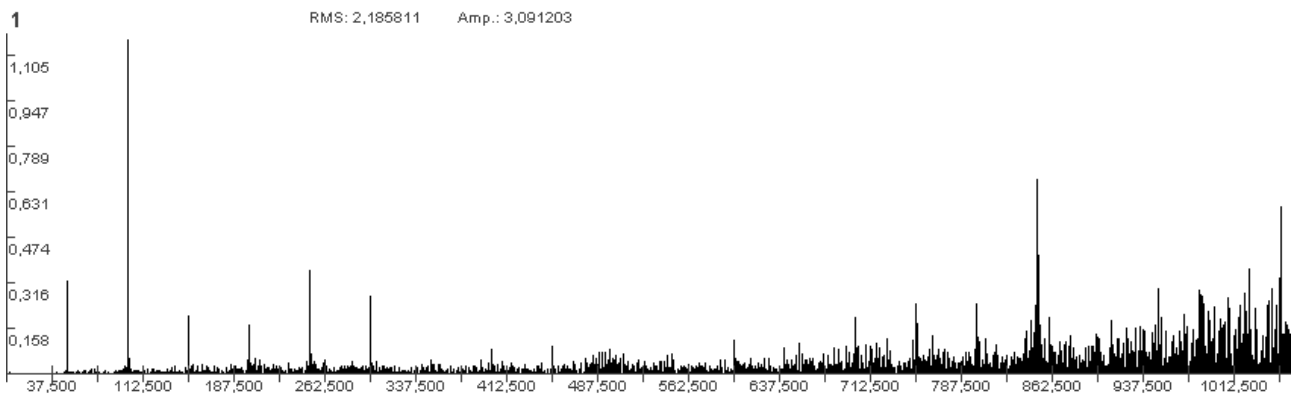
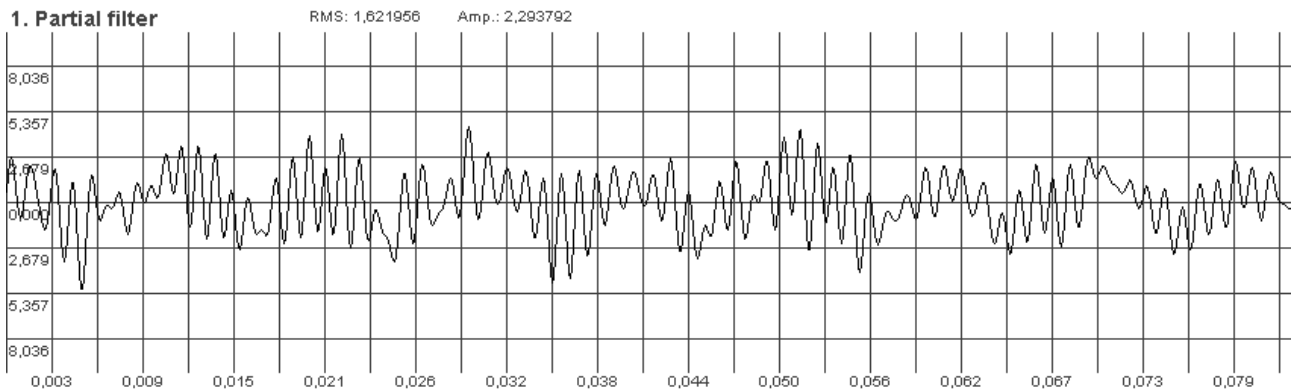
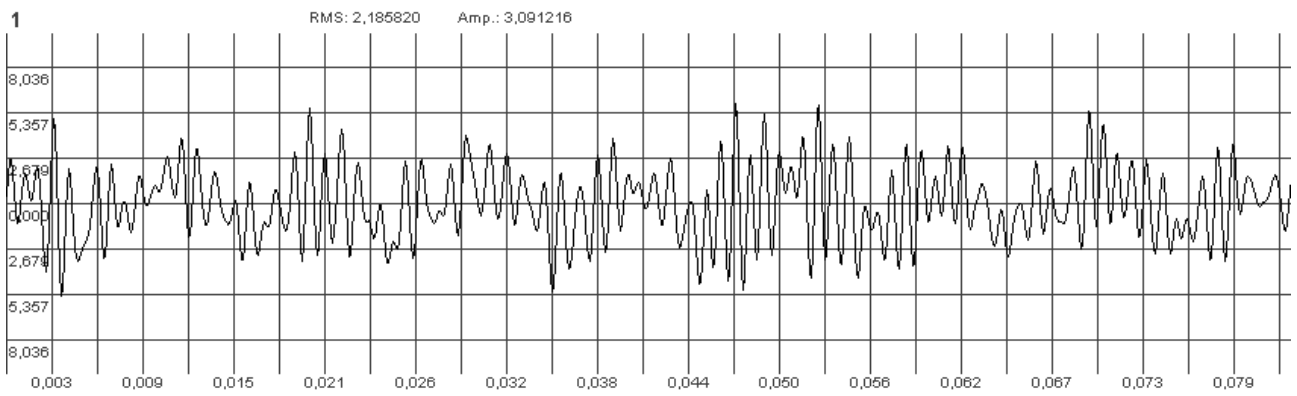


Рисунок 3.3 – Временная реализация и амплитудный спектр исходного исследуемого вибрационного сигнала и сигнала в частотной полосе 10–1000 Гц (для временной реализации: ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброускорение, m/s^2 ; для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, s^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/s^2)

Такие системы вибрационного контроля и мониторинга должны определять СКЗ виброскорости в частотном диапазоне 10–1000 Гц [7, 9–12], иллюстрация показана на рис. 3.3. В качестве первичных преобразователей вибрации в них чаще всего используются пьезоэлектрические датчики, формирующие сигналы, пропорциональные виброускорению. Потому для перехода к единицам виброскорости требуется выполнять операцию интегрирования, которая очень чувствительна к дрейфам постоянной составляющей и низкочастотным колебаниям.

При этом желательно решать задачи технической диагностики [7, 9–12], а для этого требуется определять различные параметры и характеристики вибрационных сигналов.

Проведем экспериментальную оценку возможности использования для выделения компонент вибрационных сигналов вейвлетных функций, которые имеют колоколообразную АЧХ. Будем использовать гауссовы вейвлеты первого и четвертого порядков (формулы 3.8 и 3.11) с центральными частотами АЧХ 25, 50, 100, 400, 800 Гц.

На рисунках 3.4–3.23 представлены результаты обработки вибросигнала гауссовыми вейвлетами первого и четвертого порядков, соответственно.

В таблицах 3.1 и 3.2 приведены результаты по вычислению СКЗ виброускорения и виброскорости после обработки исходного вибросигнала гауссовыми вейвлетами первого и четвертого порядков с центральными частотами АЧХ 25, 50, 100, 400, 800 Гц, а также суммарное значение СКЗ, вычисленное по формуле:

$$w_{\Sigma} = \sqrt{w_{25}^2 + w_{50}^2 + w_{100}^2 + w_{400}^2 + w_{800}^2}, \quad (3.24)$$

где

w_s – СКЗ виброускорения или виброскорости, вычисленное для сигнала после обработки вейвлетом с центральной частотой АЧХ, равной s .

Таблица 3.1 – Параметры вибросигнала при обработке гауссовыми вейвлетами первого порядка

| Значение центральной частоты АЧХ вейвлета, Гц | 25 | 50 | 100 | 400 | 800 | Суммарное значение |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|--------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| СКЗ виброускорения | 0.103 | 0.434 | 0.861 | 0.775 | 2.21 | 2.53 |
| Мощность виброускорения | 0.0106 | 0.1884 | 0.7412 | 0.601 | 4.88 | 6.42 |
| СКЗ виброскорости | 0.334 | 0.94 | 1.43 | 0.616 | 0.455 | 1.9 |
| Мощность виброскорости | 0.112 | 0.884 | 2.04 | 0.38 | 0.21 | 3.62 |

Таблица 3.2 – Параметры вибросигнала при обработке гауссовыми вейвлетами четвертого порядка

| Значение центральной частоты АЧХ вейвлета, Гц | 25 | 50 | 100 | 400 | 800 | Суммарное значение |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|--------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| СКЗ виброускорения | 0.012 | 0.232 | 0.83 | 0.366 | 1.56 | 1.81 |
| Мощность виброускорения | 0.00014 | 0.0538 | 0.689 | 0.134 | 2.43 | 3.31 |
| СКЗ виброскорости | 0.059 | 0.734 | 1.32 | 0.166 | 0.269 | 1.54 |
| Мощность виброскорости | 0.0035 | 0.538 | 1.74 | 0.028 | 0.073 | 2.38 |

Полученные результаты свидетельствуют о том, что вейвлетное преобразование представляет собой вариант нерекурсивной цифровой фильтрации с линейной ФЧХ и АЧХ колоколообразного вида, с более плавным затуханием в сторону высоких частот. Следовательно, можно выбирать в зависимости от частоты вращения ротора и типа механизма набор вейвлетных функций, которые будут выделять вибрационный сигнал в требуемой частотной зоне.

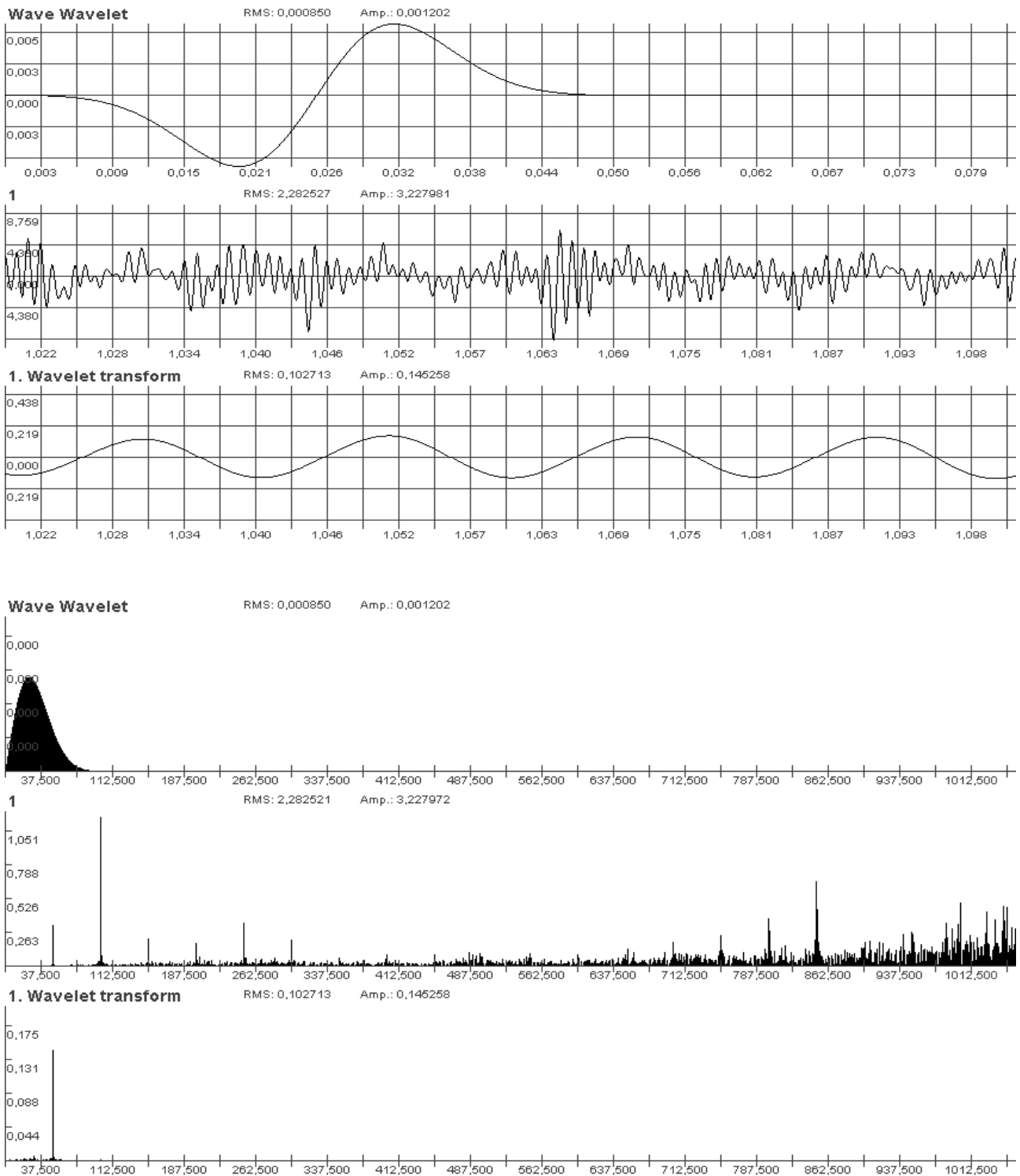


Рисунок 3.4 – Форма гауссового вейвлета первого порядка с центральной частотой 25 Гц, исходный и преобразованный вейвлетом вибросигнал, а также амплитудные спектры этих сигналов (для временной реализации: ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброускорение, m/c^2 ; для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

При этом достигается хорошее подавление сигнала вне полосы пропускания вейвлетной функции. Так для гауссова вейвлета первого порядка подавление сигнала больше чем на 20 дБ достигается на частотах меньше, чем $0,06 f_s$, и более чем на 40 дБ, на частота больше $3,55 f_s$. А для для гауссова вейвлета четвертого порядка подавление сигнала больше чем на 40 дБ достигается на частотах, меньше, чем $0,19 f_s$, и на частотах больше чем $2,2 f_s$. Здесь f_s – центральная частота АЧХ вейвлета. Вид АЧХ вейвлетов представлен на рисунках 3.4–3.8 и 3.15–3.19.

Для исследуемого сигнала в частотной полосе 10–1000 Гц, которая является стандартизованной для оценки интенсивности вибрации многих механизмов с вращательным движением, СКЗ виброускорения – $1,62 \text{ м/с}^2$, а виброскорости – $1,55 \text{ мм}$ (рис. 3.9–3.14). Если сравнить эти значения с суммарными значениями аналогичных параметров, вычисленных для сигналов после обработки вейвлетами, то можно заметить, что результаты после вейвлетных преобразований имеют завышенные значения, так как имеют место перекрытия АЧХ отдельных вейвлетов. Хотя для виброскорости отличия и не столь значительны, особенно после обработки исходного сигнала гауссовыми вейвлетами четвертого порядка, которые имеют более крутые АЧХ. Также понятно, что для вибросигналов, имеющих разный частотный состав, расхождения в этих вычислениях также будут отличаться, но для конкретных механизмов и их режимов работы можно выбрать вейвлеты, применение которых позволит выделить вибрационный сигнал в наиболее значимых частотных диапазонах.

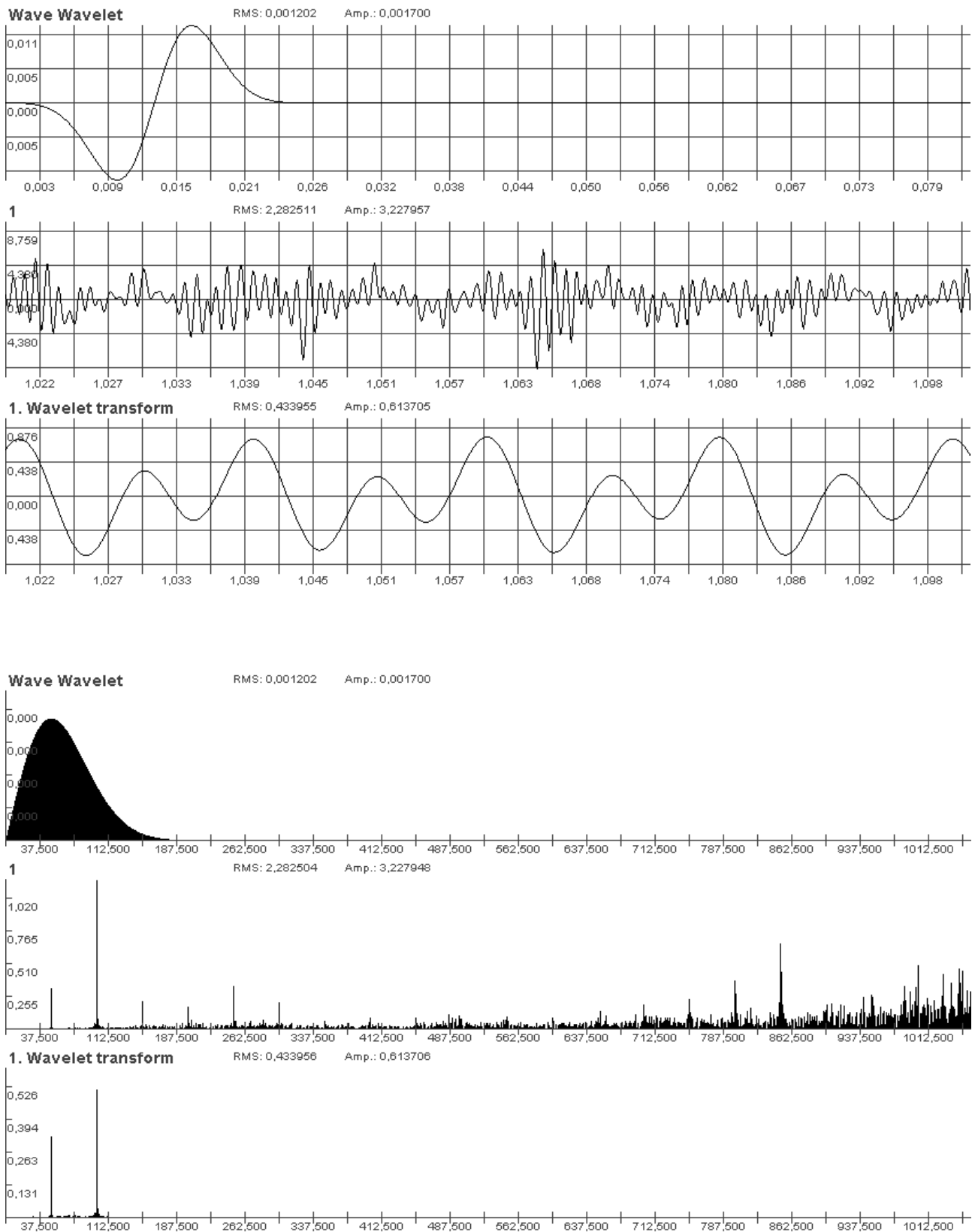


Рисунок 3.5 – Форма гауссового вейвлета первого порядка с центральной частотой 50 Гц, исходный и преобразованный вейвлетом вибросигнал, а также амплитудные спектры этих сигналов
(для временной реализации: ось абсцисс – время, c ; ось ординат – виброускорение, m/c^2 ;
для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

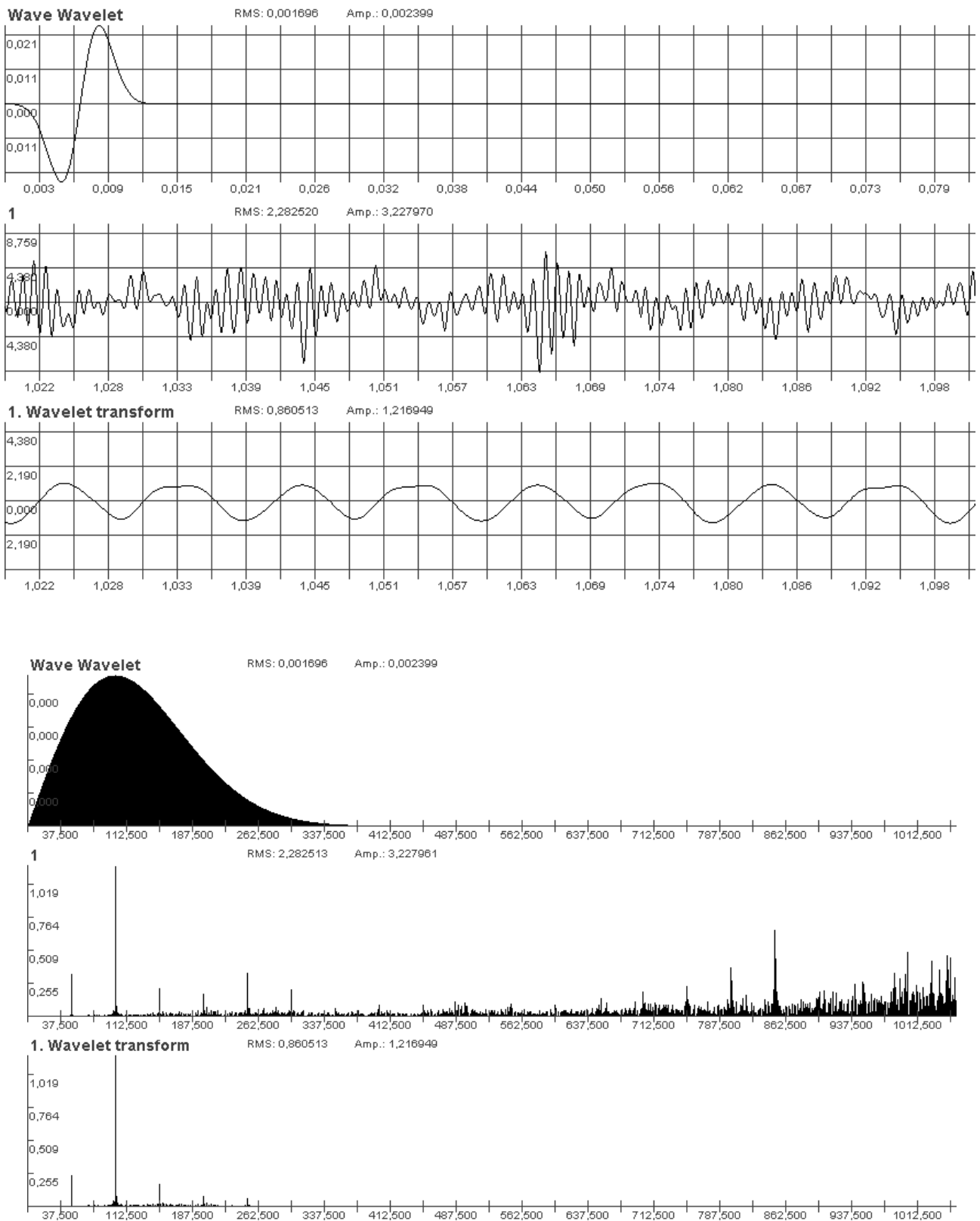


Рисунок 3.6 – Форма гауссового вейвлета первого порядка с центральной частотой 100 Гц, исходный и преобразованный вейвлетом вибросигнал, а также амплитудные спектры этих сигналов

(для временной реализации: ось абсцисс – время, c ; ось ординат – виброускорение, m/c^2 ; для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

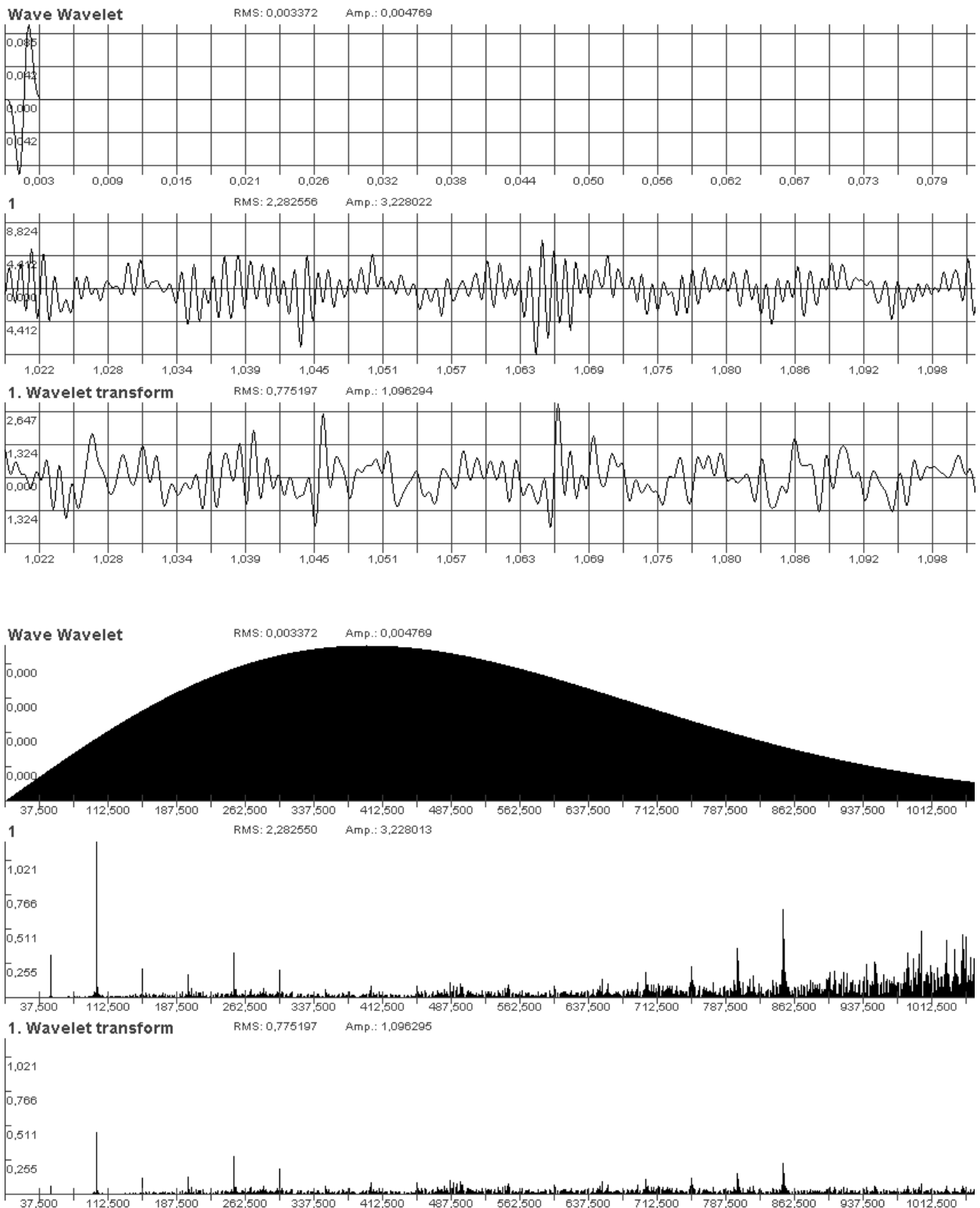


Рисунок 3.7 – Форма гауссового вейвлета первого порядка с центральной частотой 400 Гц, исходный и преобразованный вейвлетом вибросигнал, а также амплитудные спектры этих сигналов
(для временной реализации: ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброускорение, m/s^2 ;
для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, s^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/s^2)

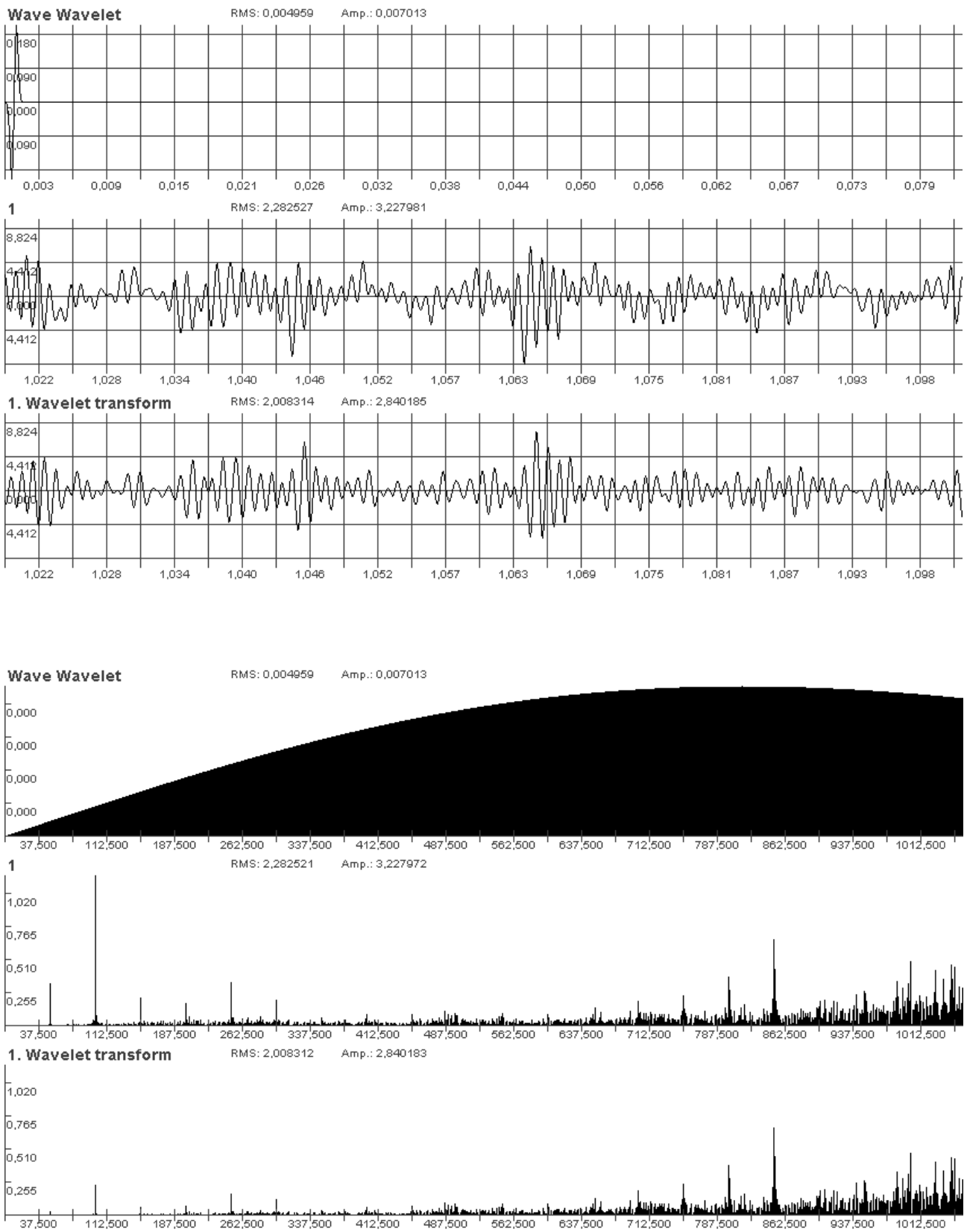


Рисунок 3.8 – Форма гауссового вейвлета первого порядка с центральной частотой 800 Гц, исходный и преобразованный вейвлетом вибросигнал, а также амплитудные спектры этих сигналов (для временной реализации: ось абсцисс – время, c ; ось ординат – виброускорение, m/c^2 ; для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

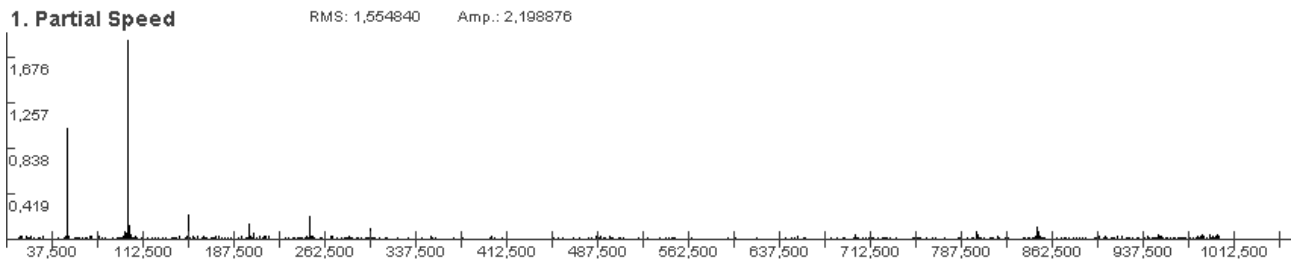
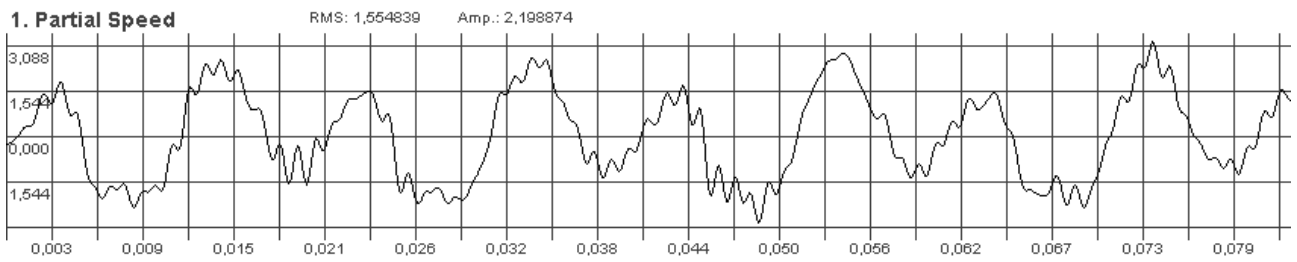


Рисунок 3.9 – Временная реализация и амплитудный спектр исследуемого
 вибрационного сигнала в частотной полосе 10–1000 Гц
 (для временной реализации: ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброскорость, mm/s ;
 для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, s^{-1} ; ось ординат – виброскорость, mm/s)

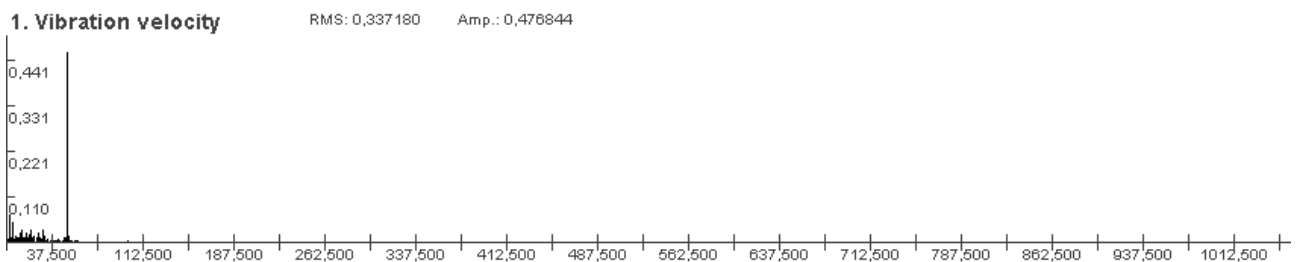
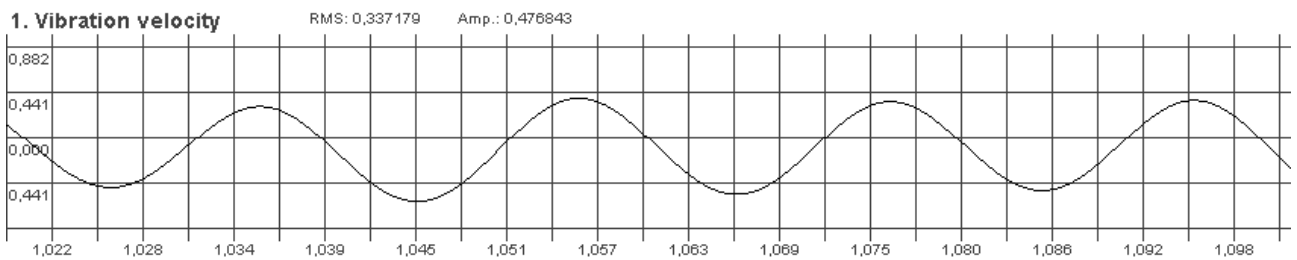


Рисунок 3.10 – Временная реализация и амплитудный спектр вибросигнала после
 обработки гауссовым вейвлетом первого порядка с центральной частотой 25 Гц
 (для временной реализации: ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброскорость, mm/s ;
 для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, s^{-1} ; ось ординат – виброскорость, mm/s)

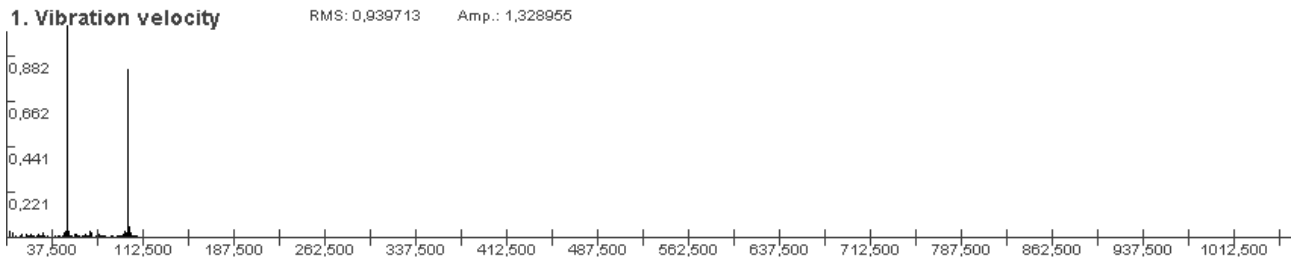
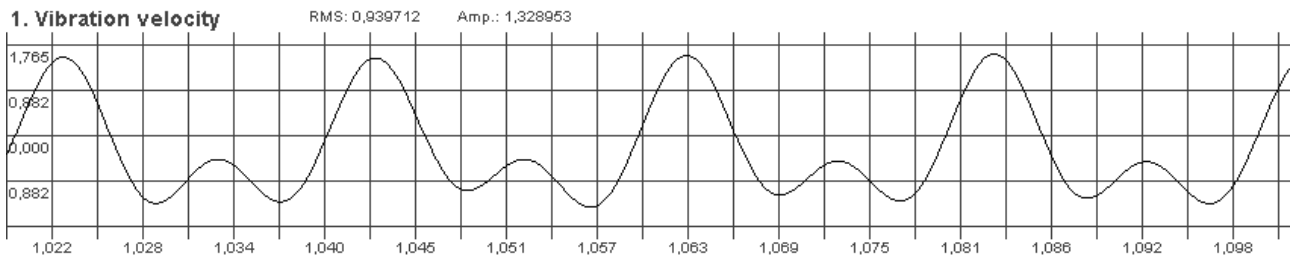


Рисунок 3.11 – Временная реализация и амплитудный спектр вибросигнала после обработки гауссовым вейвлетом первого порядка с центральной частотой 50 Гц (для временной реализации: ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброскорость, mm/s ; для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, s^{-1} ; ось ординат – виброскорость, mm/s)

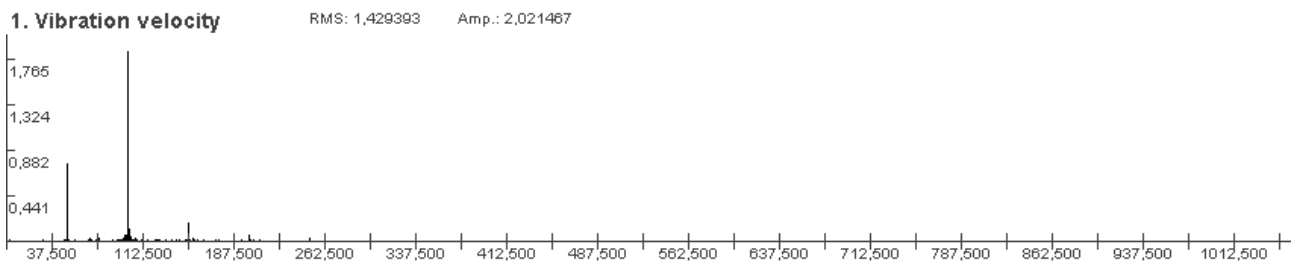
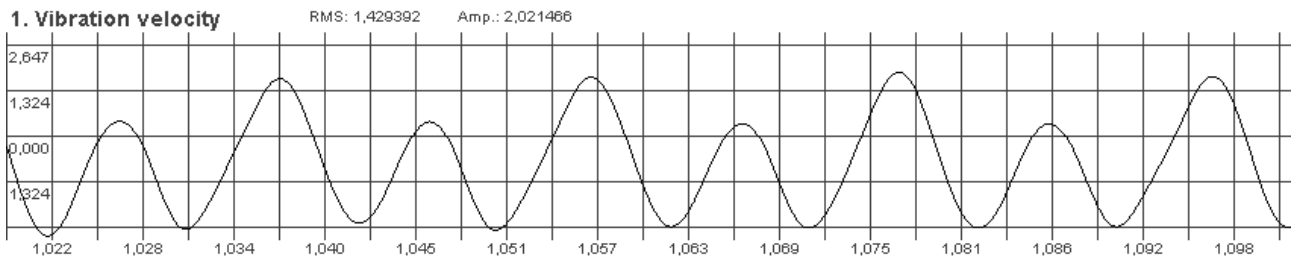


Рисунок 3.12 – Временная реализация и амплитудный спектр вибросигнала после обработки гауссовым вейвлетом первого порядка с центральной частотой 100 Гц (для временной реализации: ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброскорость, mm/s ; для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, s^{-1} ; ось ординат – виброскорость, mm/s)

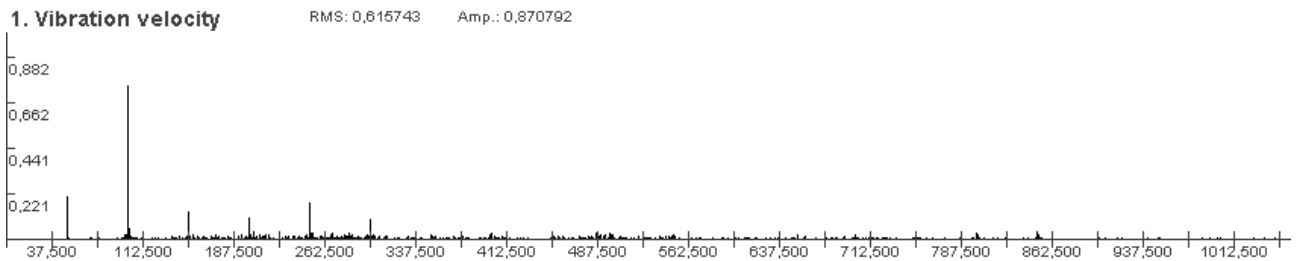
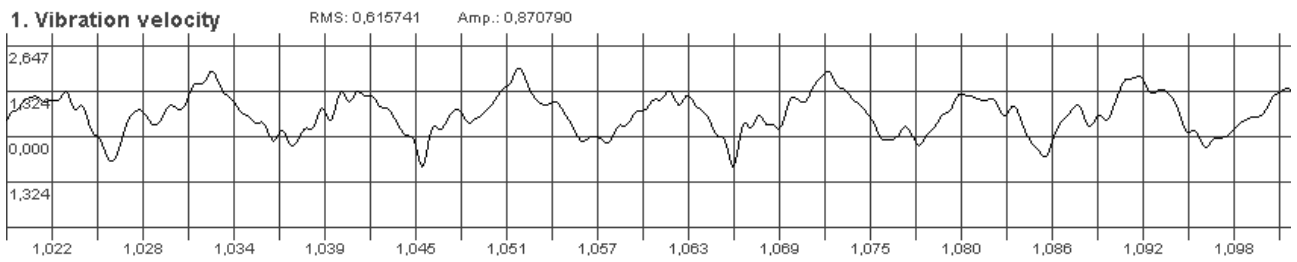


Рисунок 3.13 – Временная реализация и амплитудный спектр вибросигнала после обработки гауссовым вейвлетом первого порядка с центральной частотой 400 Гц (для временной реализации: ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброскорость, mm/s ; для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, s^{-1} ; ось ординат – виброскорость, mm/s)

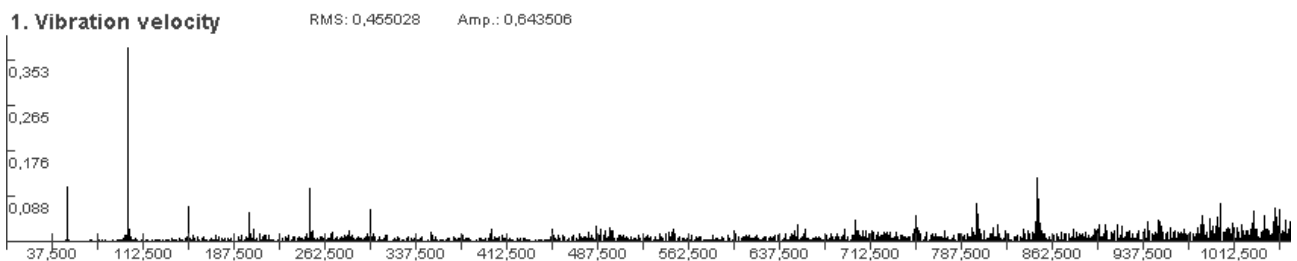
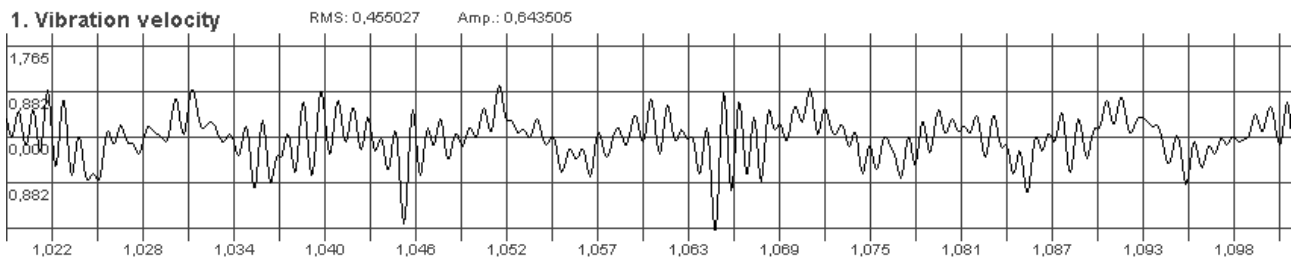


Рисунок 3.14 – Временная реализация и амплитудный спектр вибросигнала после обработки гауссовым вейвлетом первого порядка с центральной частотой 800 Гц (для временной реализации: ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброскорость, mm/s ; для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, s^{-1} ; ось ординат – виброскорость, mm/s)

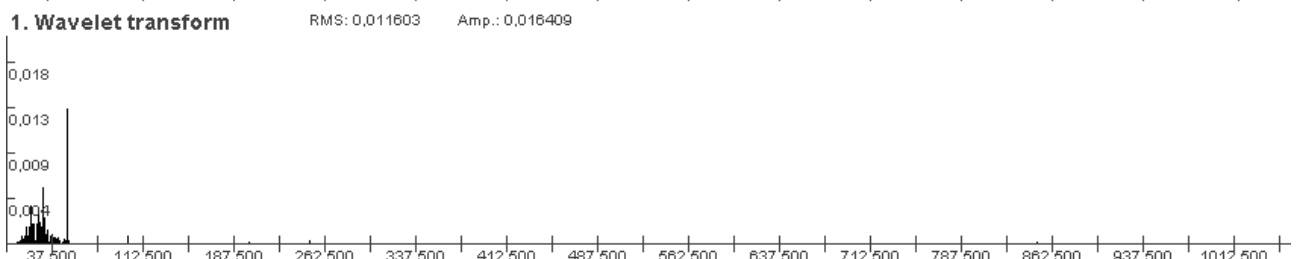
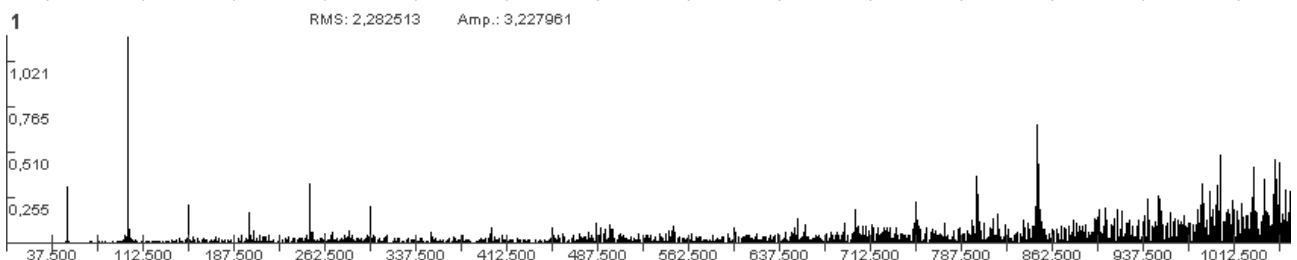
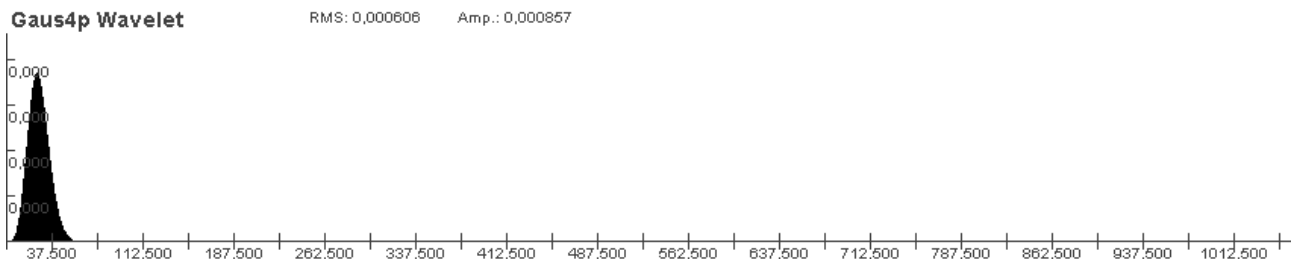
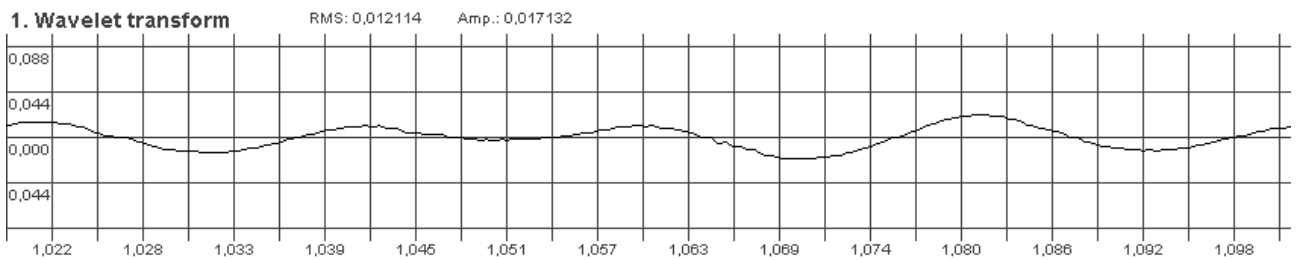
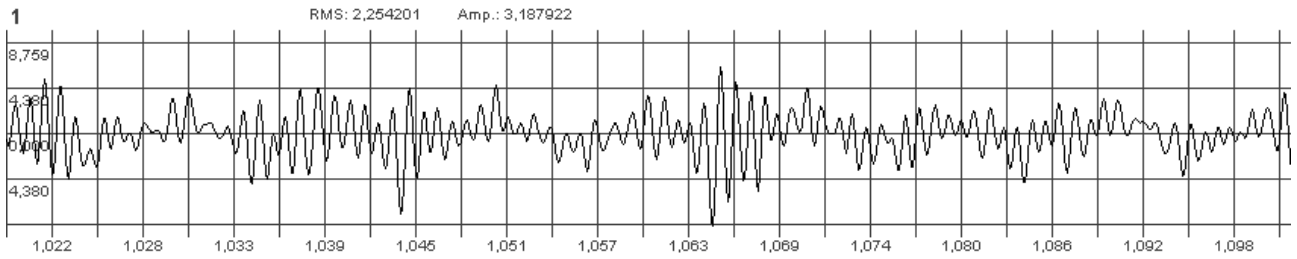
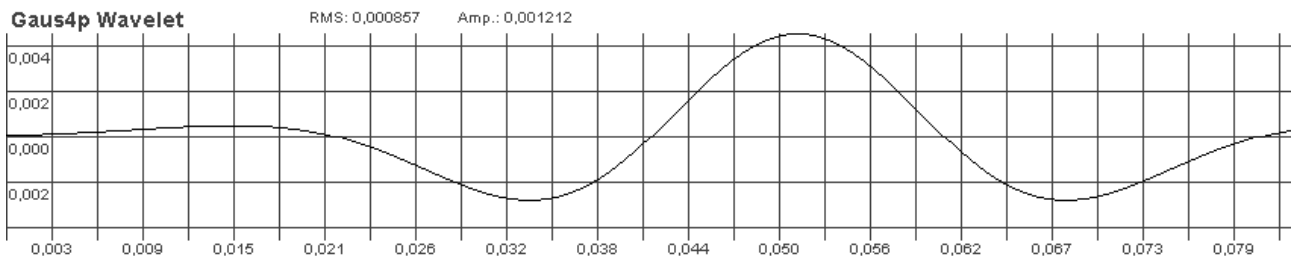


Рисунок 3.15 – Форма гауссового вейвлета четвертого порядка с центральной частотой 25 Гц, исходный и преобразованный вейвлетом вибросигнал, и амплитудные спектры этих сигналов (для временной реализации: ось абсцисс – время, c ; ось ординат – виброускорение, m/c^2 ; для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

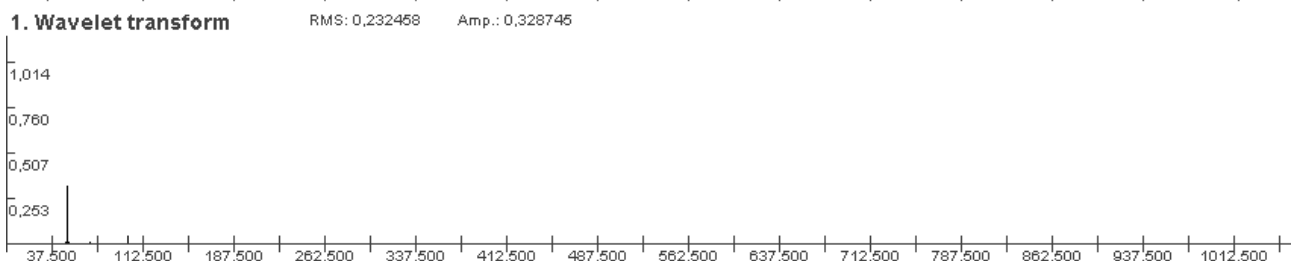
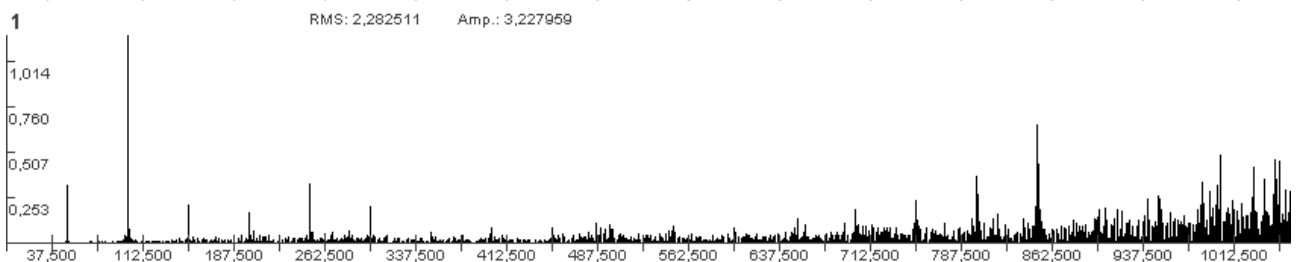
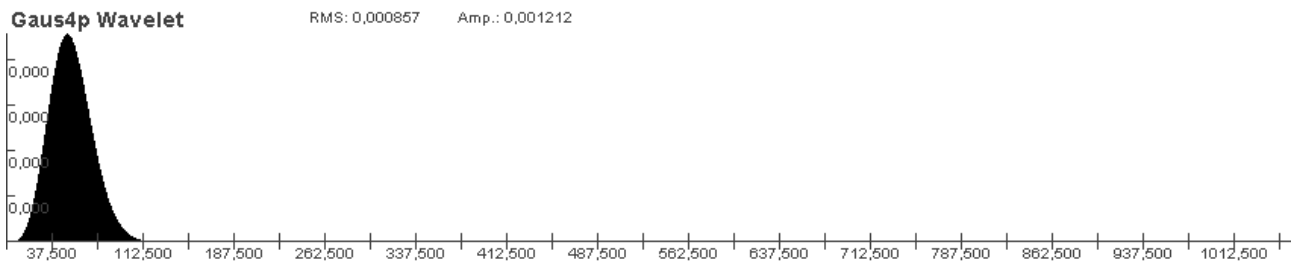
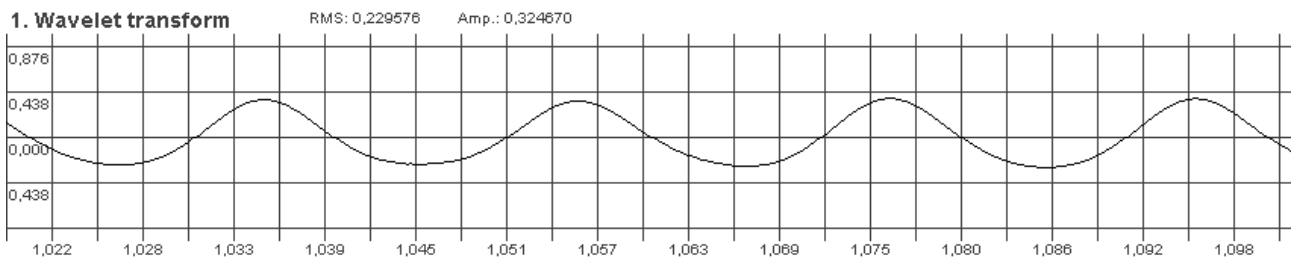
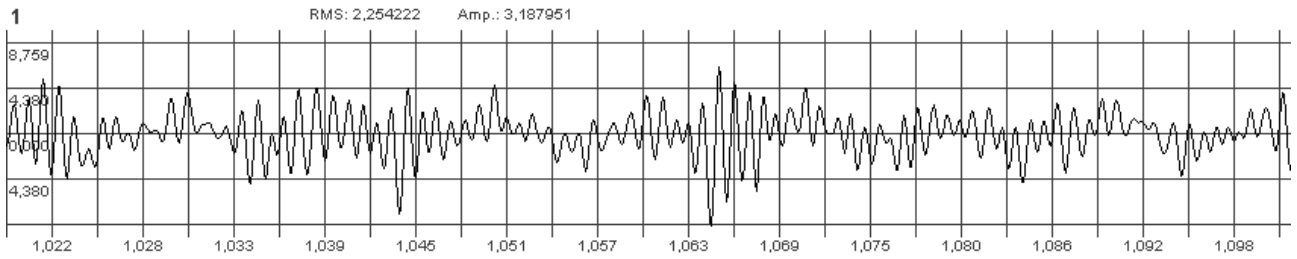
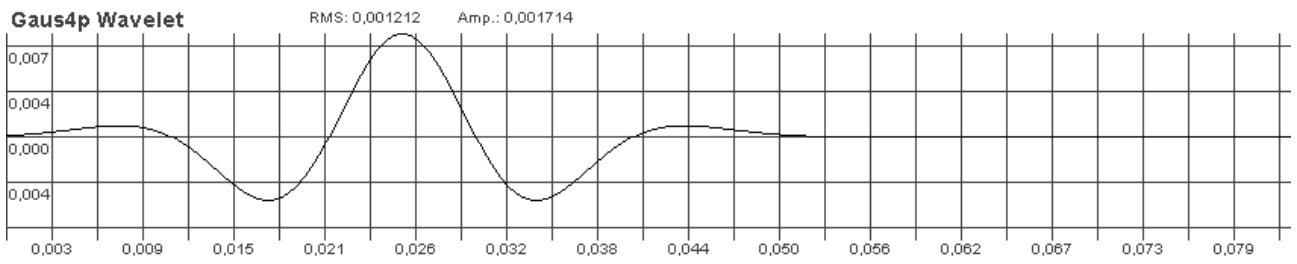


Рисунок 3.16 – Форма гауссового вейвлета четвертого порядка с центральной частотой 50 Гц, исходный и преобразованный вейвлетом вибросигнал и амплитудные спектры этих сигналов (для временной реализации: ось абсцисс – время, c ; ось ординат – виброускорение, m/c^2 ; для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

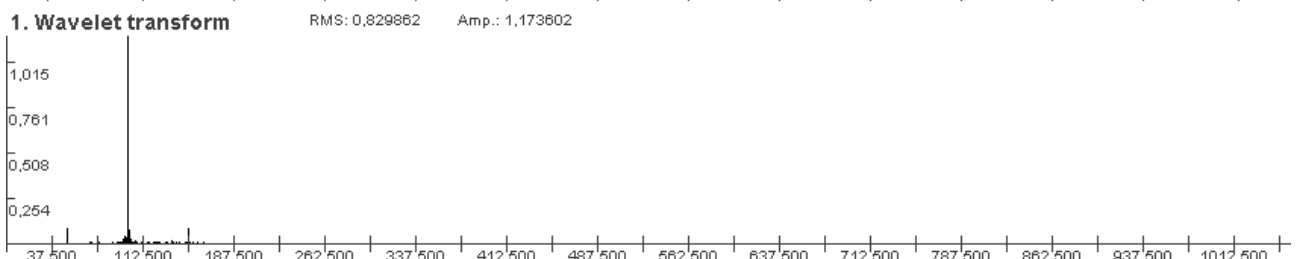
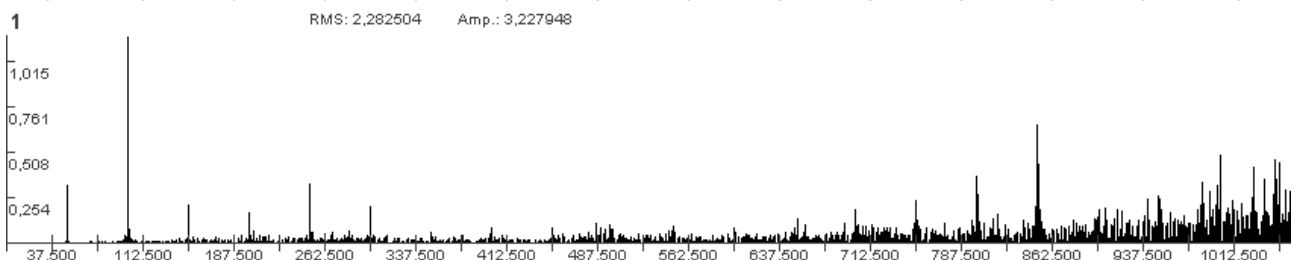
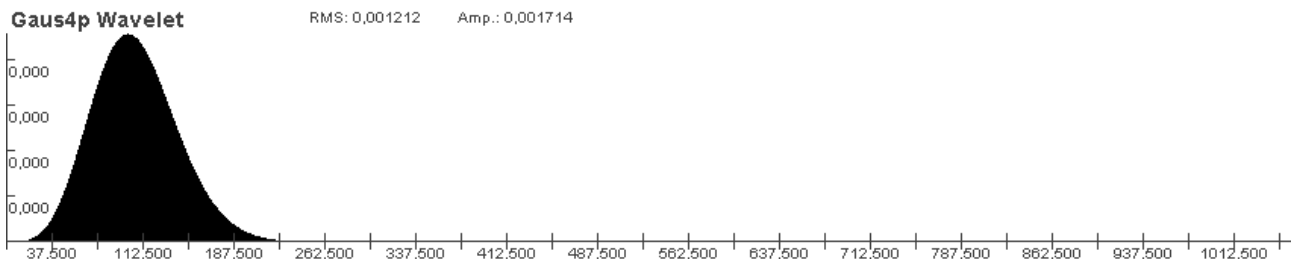
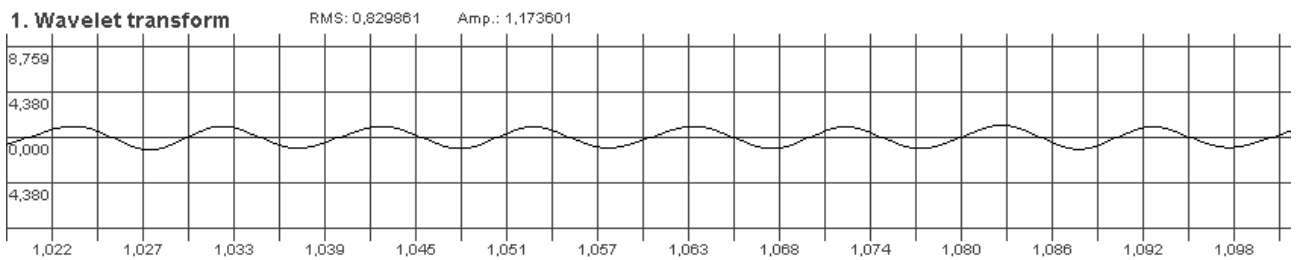
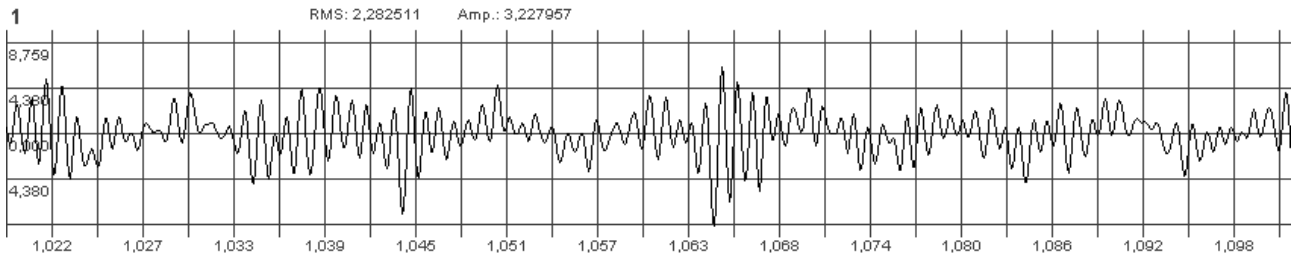
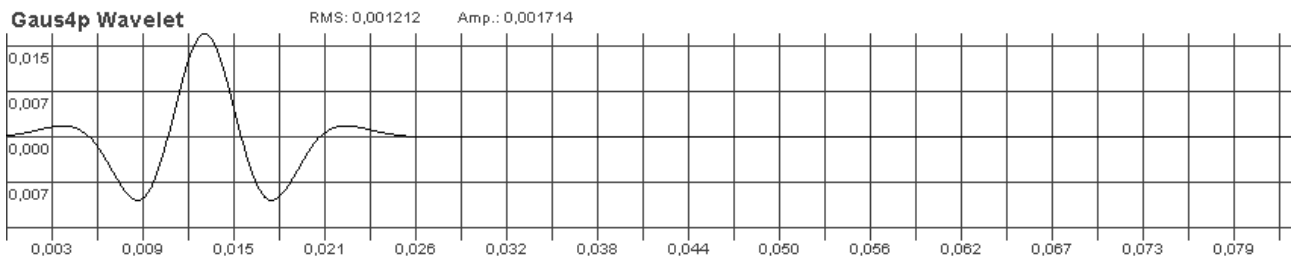


Рисунок 3.17 – Форма гауссового вейвлета четвертого порядка с центральной частотой 100 Гц, исходный и преобразованный вейвлетом вибросигнал и их амплитудные спектры (для временной реализации: ось абсцисс – время, c ; ось ординат – виброускорение, m/c^2 ; для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

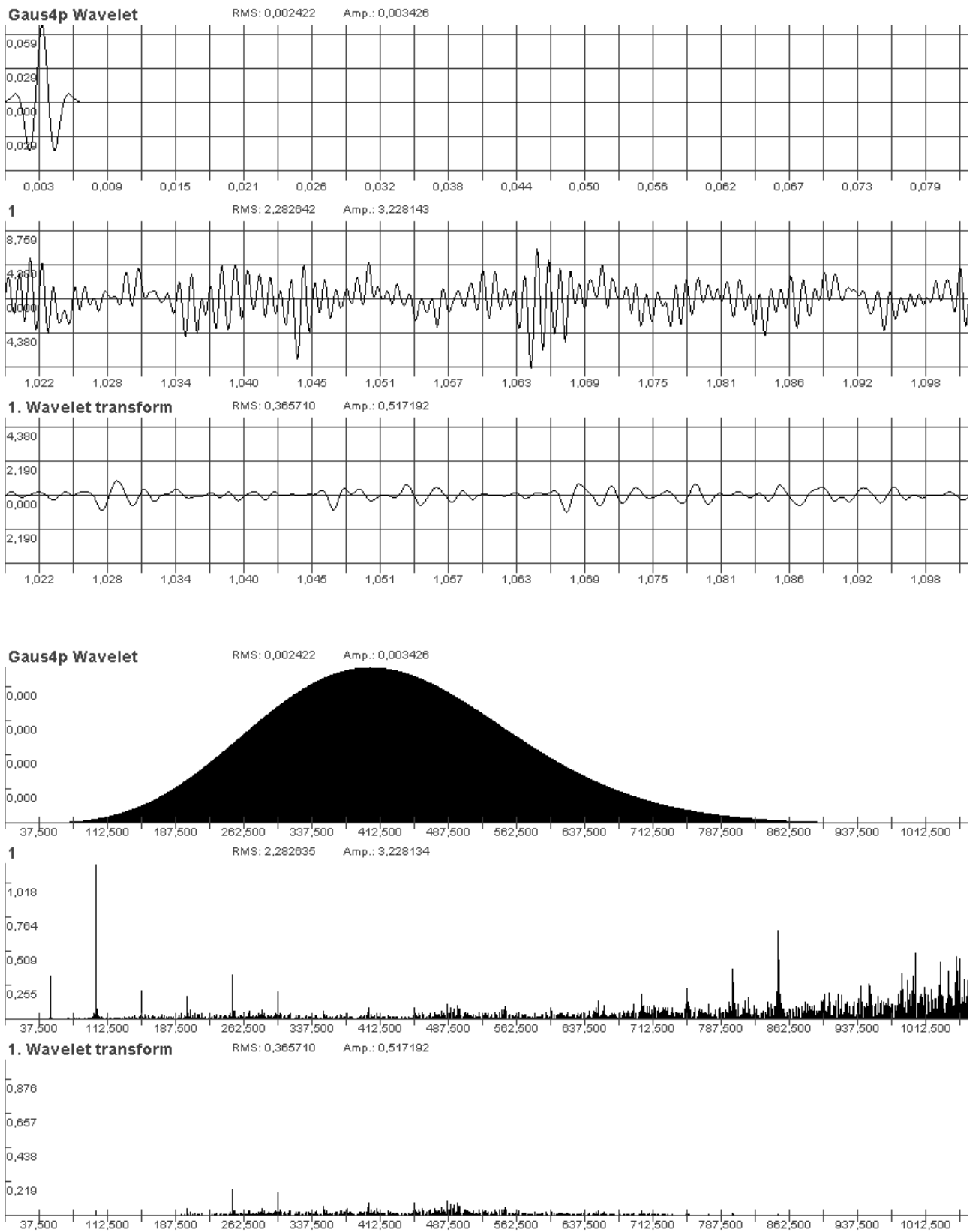


Рисунок 3.18 – Форма гауссового вейвлета четвертого порядка с центральной частотой 400 Гц, исходный и преобразованный вейвлетом вибросигнал и их амплитудные спектры (для временной реализации: ось абсцисс – время, c ; ось ординат – виброускорение, m/c^2 ; для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

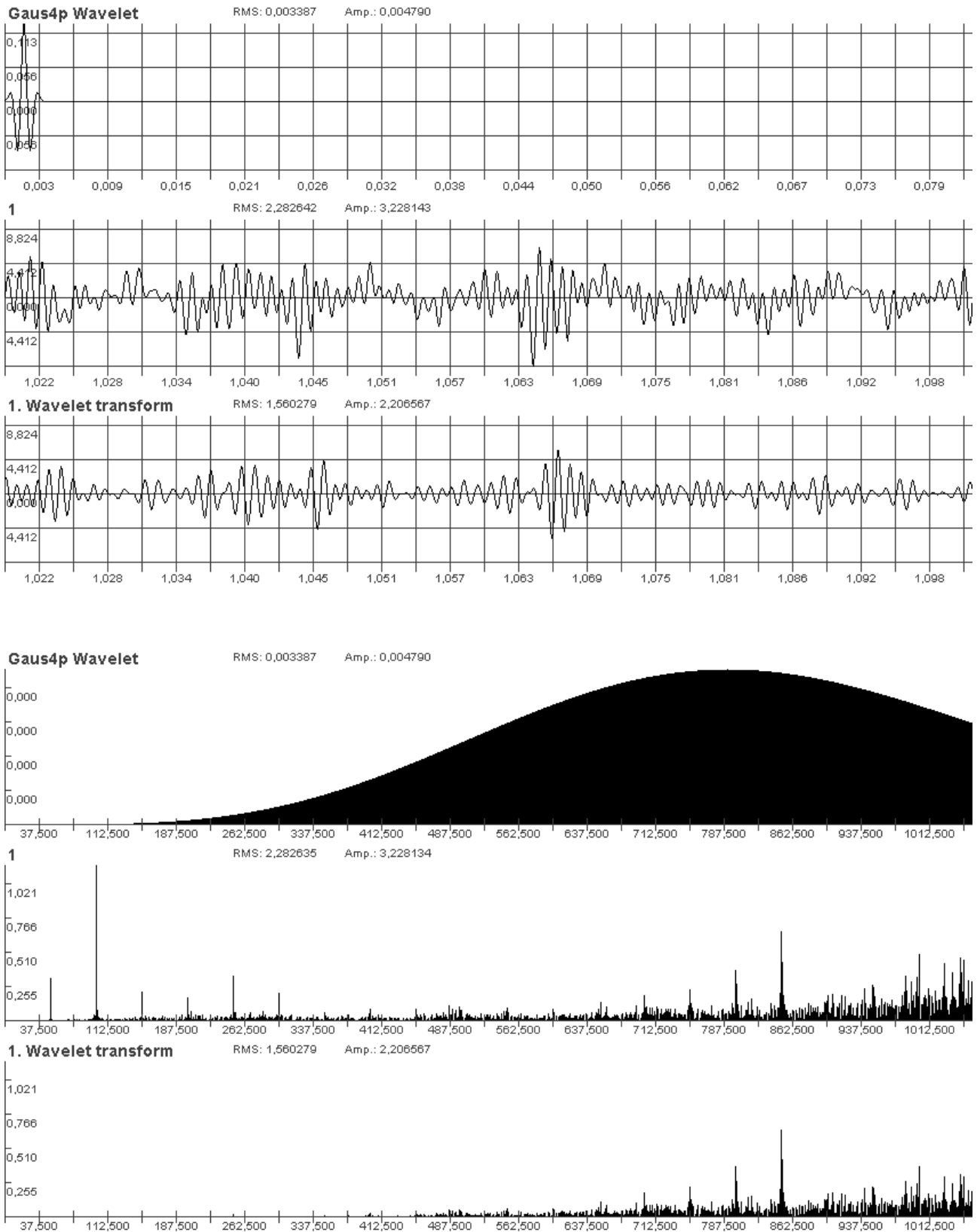


Рисунок 3.19 – Форма гауссового вейвлета четвертого порядка с центральной частотой 800 Гц, исходный и преобразованный вейвлетом вибросигнал и их амплитудные спектры (для временной реализации: ось абсцисс – время, c ; ось ординат – виброускорение, m/c^2 ; для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

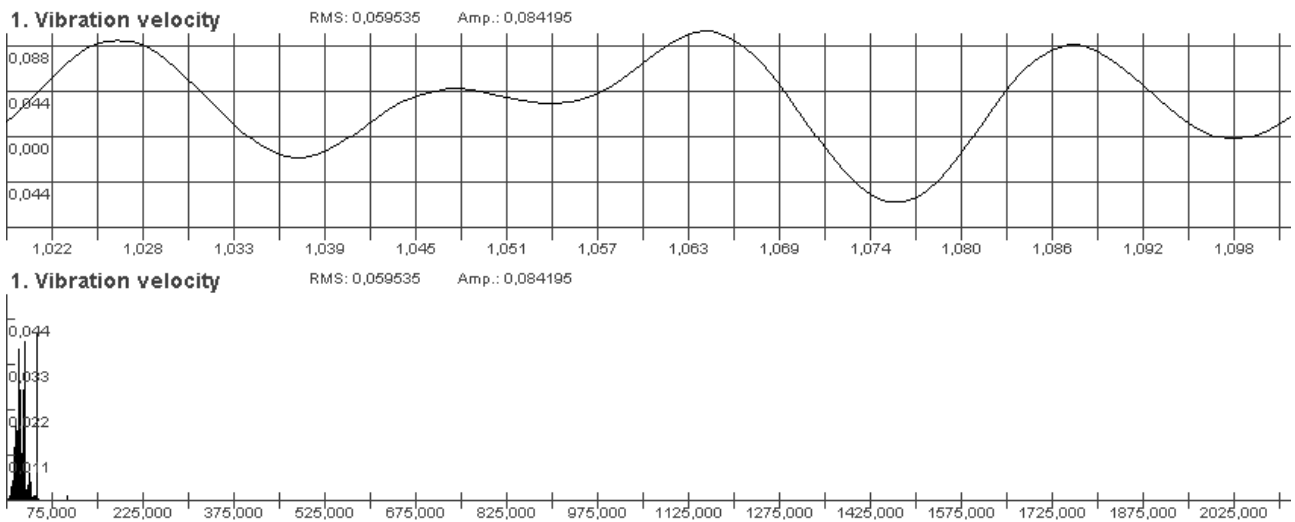


Рисунок 3.20 – Временная реализация и амплитудный спектр вибросигнала после обработки гауссовым вейвлетом четвертого порядка с центральной частотой 25 Гц (для временной реализации: ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброскорость, $мм/с$; для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, $с^{-1}$; ось ординат – виброскорость, $мм/с$)

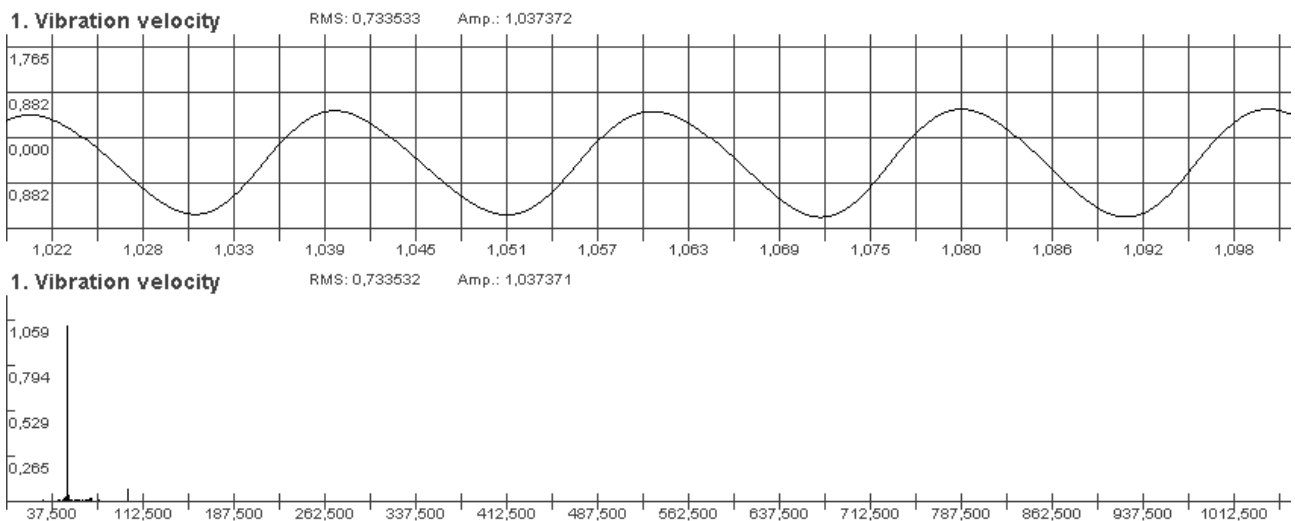


Рисунок 3.21 – Временная реализация и амплитудный спектр вибросигнала после обработки гауссовым вейвлетом четвертого порядка с центральной частотой 50 Гц (для временной реализации: ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброскорость, $мм/с$; для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, $с^{-1}$; ось ординат – виброскорость, $мм/с$)

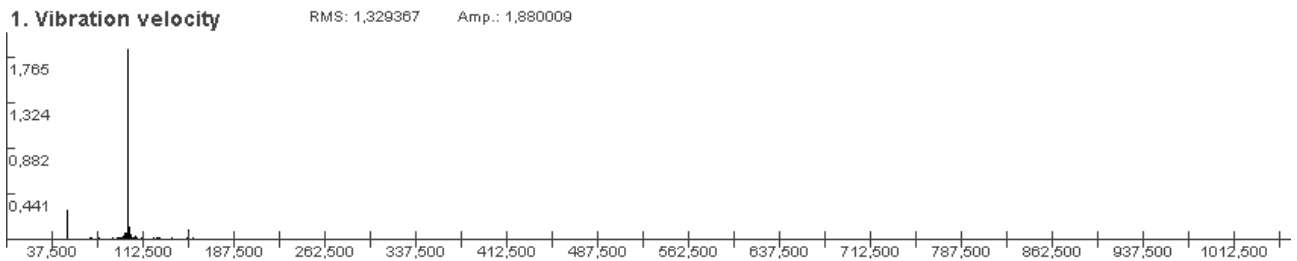
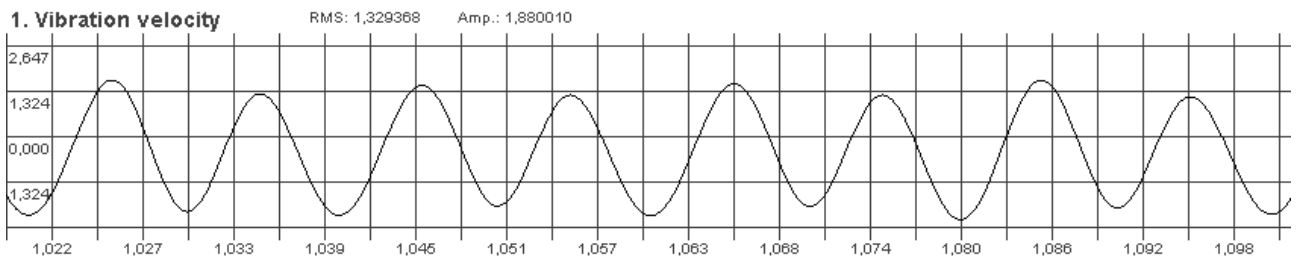


Рисунок 3.22 – Временная реализация и амплитудный спектр вибросигнала после обработки гауссовым вейвлетом четвертого порядка с центральной частотой 100 Гц
 (для временной реализации: ось абсцисс – время, c ; ось ординат – виброскорость, $мм/с$;
 для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброскорость, $мм/с$)

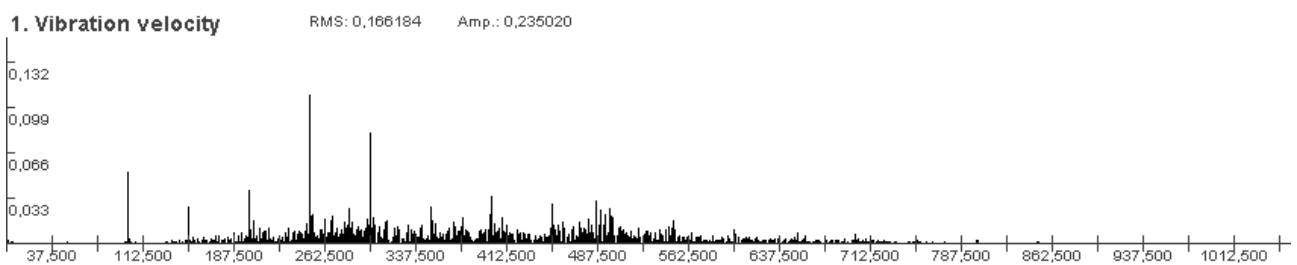
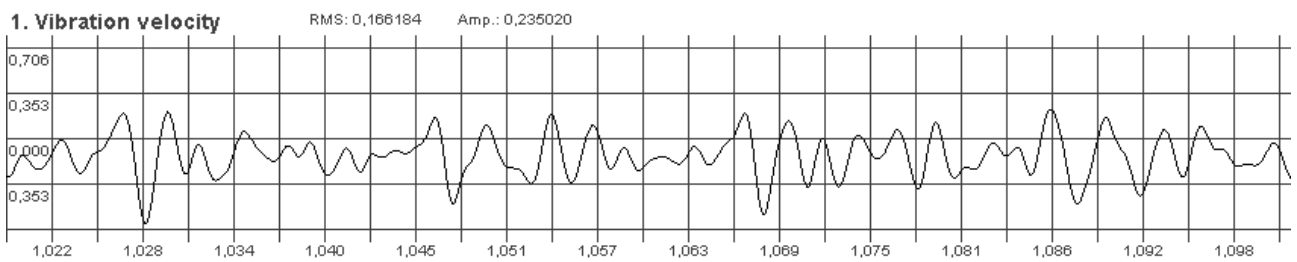


Рисунок 3.23 – Временная реализация и амплитудный спектр вибросигнала после обработки гауссовым вейвлетом четвертого порядка с центральной частотой 400 Гц
 (для временной реализации: ось абсцисс – время, c ; ось ординат – виброскорость, $мм/с$;
 для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброскорость, $мм/с$)

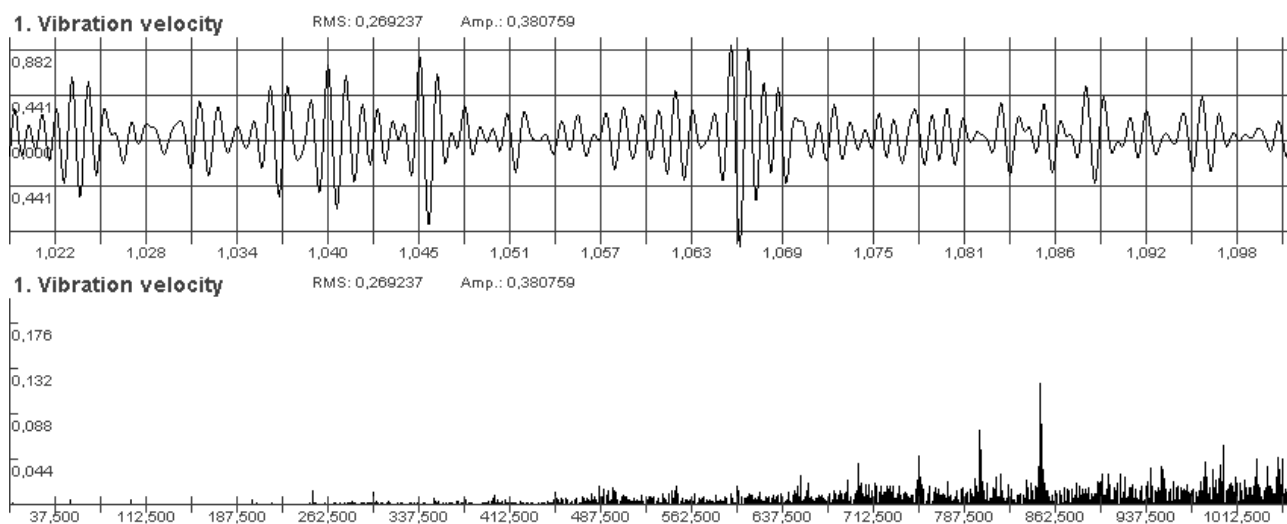


Рисунок 3.24 – Временная реализация и амплитудный спектр вибросигнала после обработки гауссовым вейвлетом четвертого порядка с центральной частотой 800 Гц
 (для временной реализации: ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброскорость, mm/s ;
 для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, s^{-1} ; ось ординат – виброскорость, mm/s)

Анализируя полученные результаты также можно заметить, что в результате вейвлетных преобразований происходит хорошее подавление низкочастотных дрейфов и помех, которые могут вносить существенные погрешности в вычисления СКЗ виброскорости.

В качестве примера, на рисунке 3.25 показаны исходный вибрационный сигнал и его амплитудный спектр, полученный при контроле вибросостояния электродвигателя вентиляционной системы, а на рисунке 3.26 пример определения СКЗ виброскорости для этого вибросигнала в стандартном частотном диапазоне 10–1000 Гц.

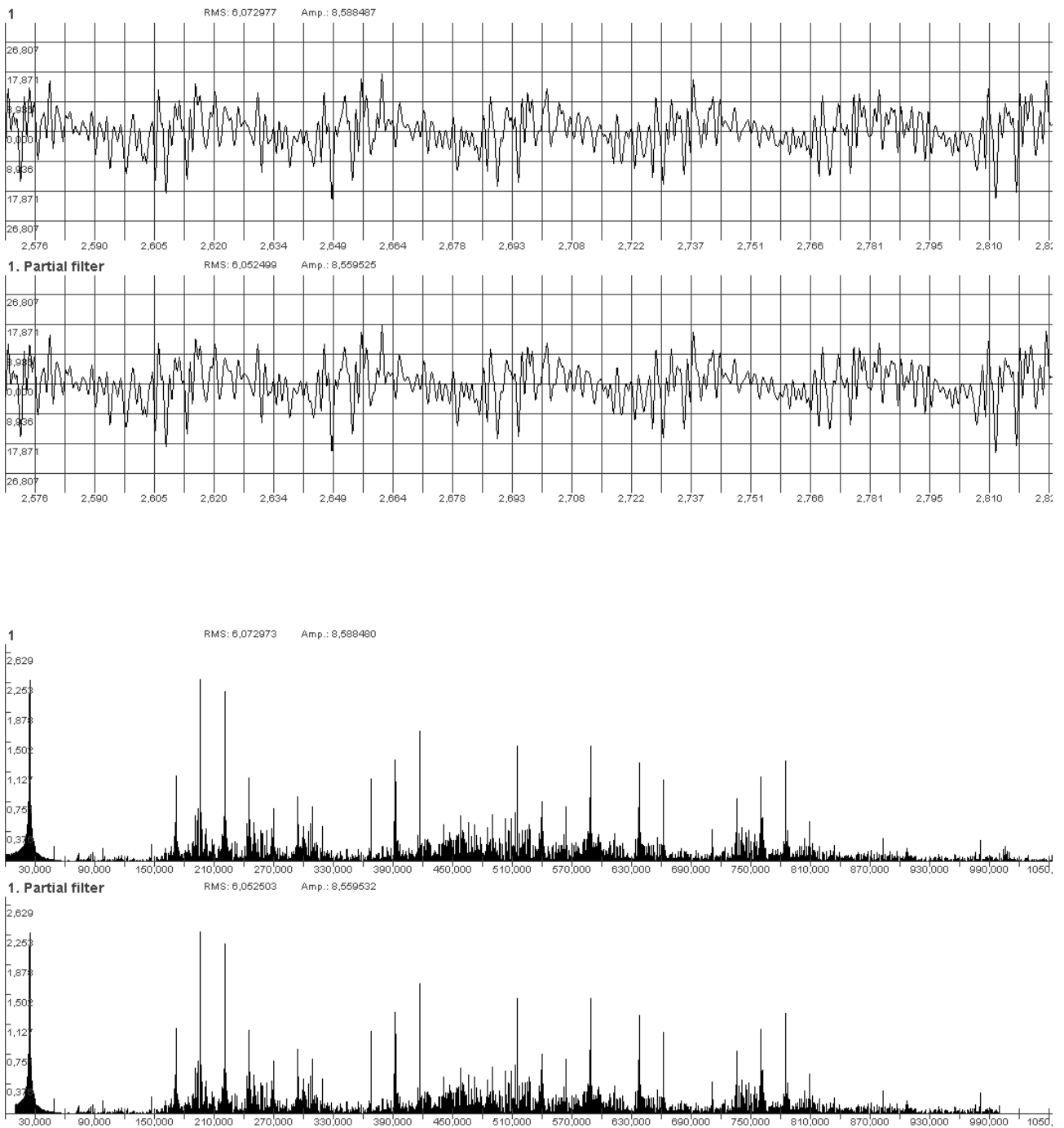


Рисунок 3.25 – Временная реализация и амплитудный спектр исследуемого вибрационного сигнала и этого же вибросигнала в частотной полосе 10–1000 Гц, в исходном сигнале присутствует незначительный дрейф постоянной составляющей (для временной реализации: ось абсцисс – время, c ; ось ординат – виброускорение, m/c^2 ; для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

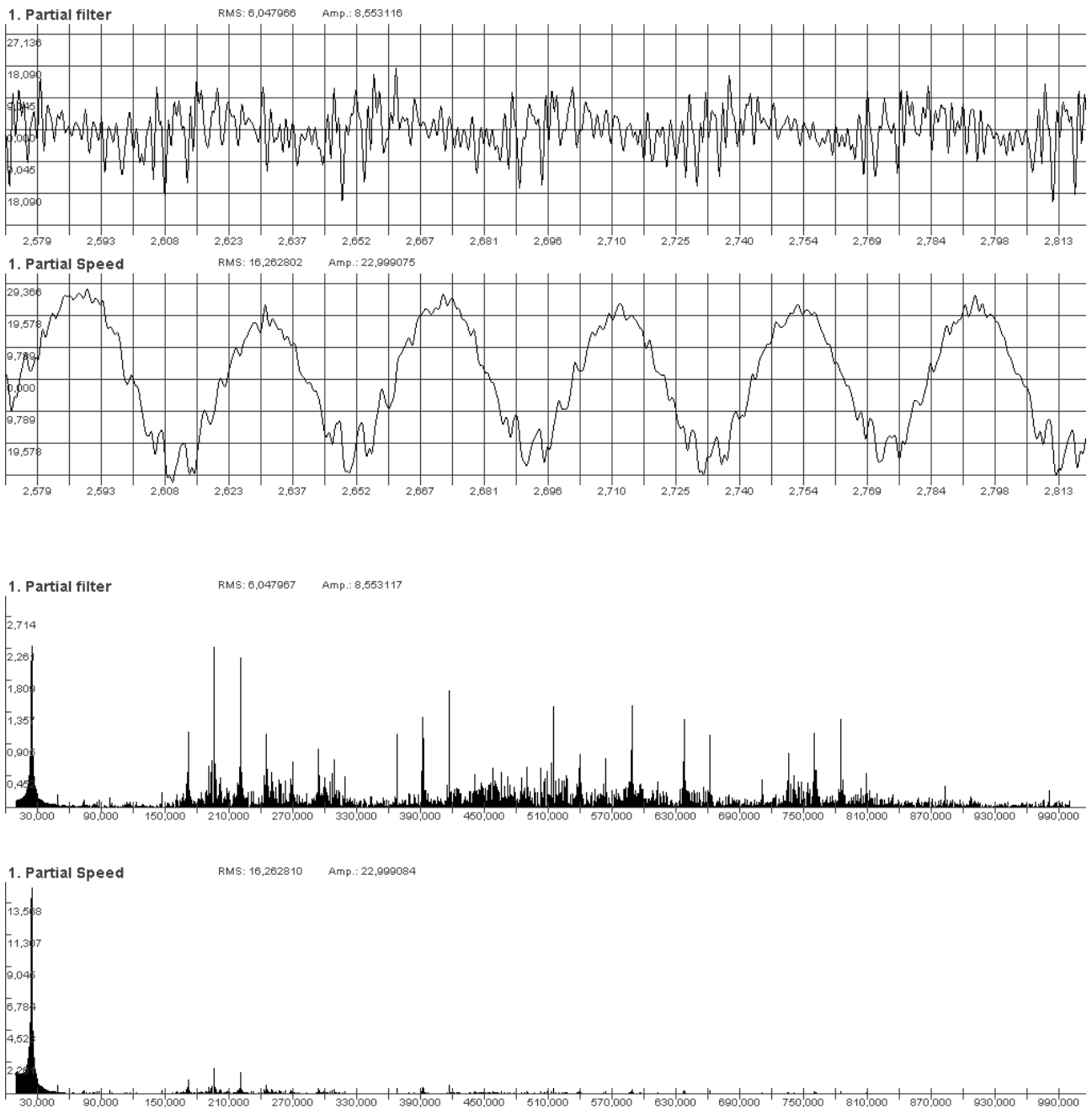


Рисунок 3.26 – Временная реализация и амплитудный спектр исследуемого вибрационного сигнала в частотной полосе 10–1000 Гц в единицах виброускорения и виброскорости (для временной реализации: ось абсцисс – время, c ; ось ординат – виброускорение, m/c^2 ; для временной реализации: ось абсцисс – время, c ; ось ординат – виброскорость, mm/c) (для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2 ; для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброскорость, mm/c)

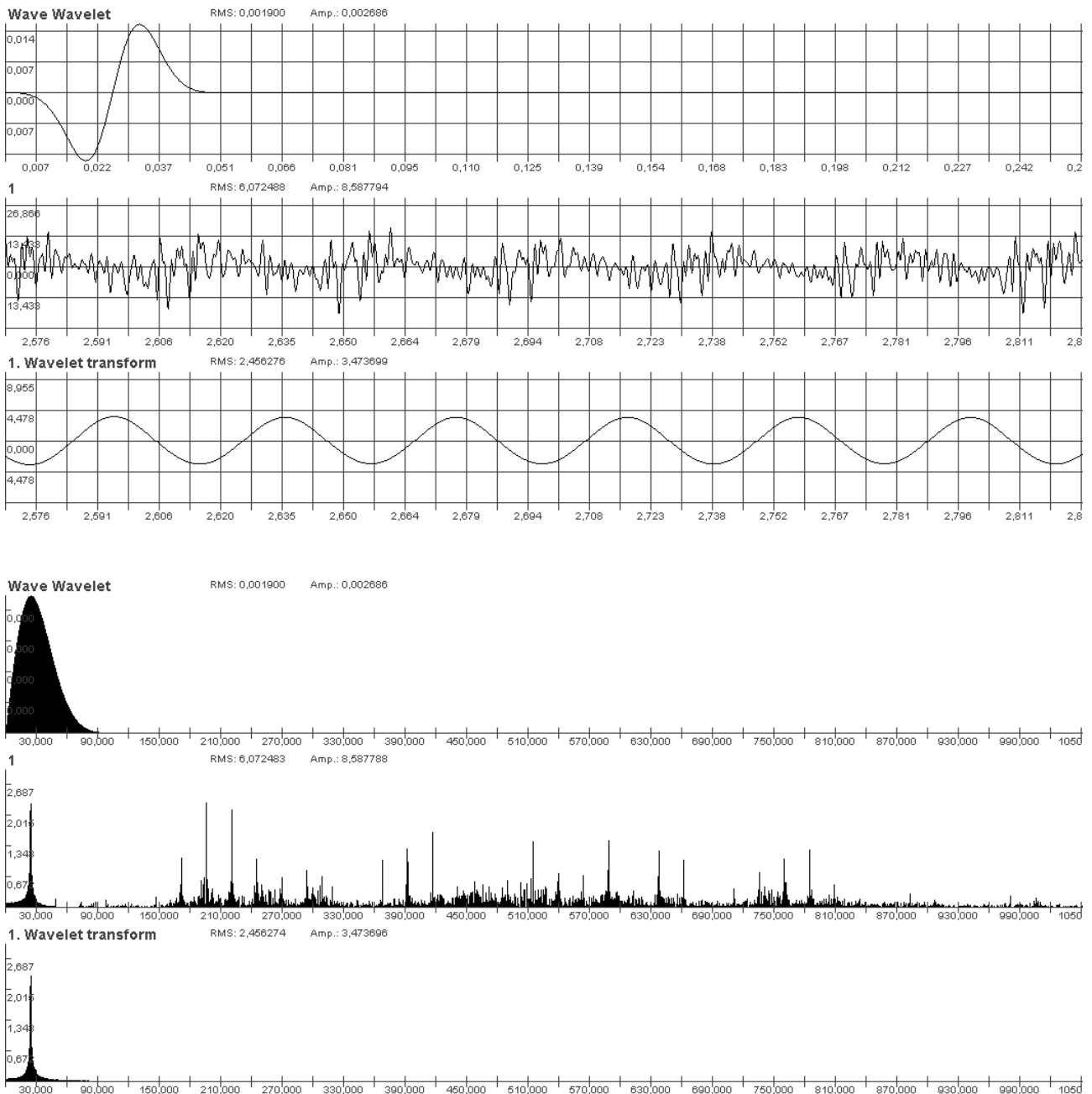


Рисунок 3.27 – Форма гауссового вейвлета первого порядка с центральной частотой 25 Гц, исходного и преобразованного вейвлетом вибросигнала и их амплитудные спектры (для временной реализации: ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброускорение, m/c^2 ; для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

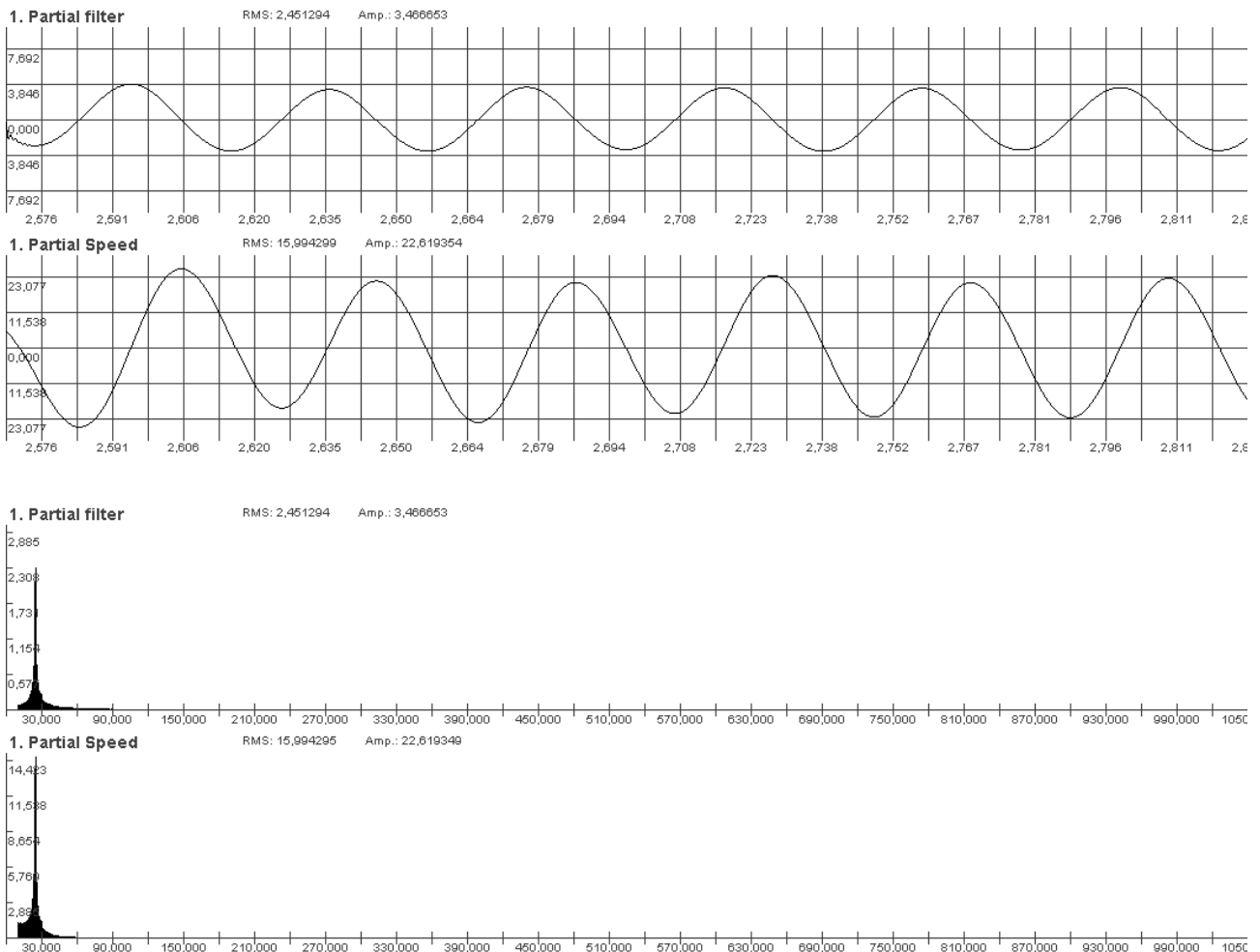


Рисунок 3.28 – Временная реализация и амплитудный спектр исследуемого вибросигнала после преобразования гауссовым вейвлетом первого порядка с центральной частотой 25 Гц в единицах виброускорения и виброскорости
(для временной реализации: ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброускорение, m/s^2 ;
для временной реализации: ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброскорость, mm/s ;
для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, s^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/s^2 ;
для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, s^{-1} ; ось ординат – виброскорость, mm)

Вычисление СКЗ виброскорости проводилось без предварительной вейвлет обработки исходного сигнала (рис. 3.26) и после проведения такой обработки (рис. 3.27–3.28). В качестве обрабатывающего вейвлета применен гауссовый вейвлет первого порядка с центральной частотой АЧХ 25 Гц, которая близка к рабочей частоте вращения приводного вала электродвигателя. Полученные результаты отражены в таблице 3.3.

Изменения СКЗ виброскорости вибросигнала на разных временных интервалах, при его вычислении без предварительной обработки вейвлетом, обусловлены изменениями амплитуд частотных составляющих на частотах менее 20 Гц, причиной которых является медленный дрейф постоянной составляющей вибросигнала.

Таблица 3.3 – Результаты вычисления СКЗ виброскорости

| Без обработки вейвлетом | | С обработкой вейвлетом | |
|--------------------------|-------------------|--------------------------|-------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Момент начала анализа, с | СКЗ виброскорости | Момент начала анализа, с | СКЗ виброскорости |
| 2,38 | 16,05 | 2,38 | 15,9 |
| 2,57 | 16,26 | 2,57 | 16,0 |
| 3,12 | 16,45 | 3,12 | 16,05 |

Если предварительно выполнить вейвлет обработку исходного сигнала (в примере использован гауссовый вейвлет первого порядка), то дрейф постоянной составляющей удаляется и обеспечивается большая стабильность вычисляемых значений. В приложении 7 приведен пример функции, реализующей вейвлет-преобразование.

Выводы.

Выбирая ширину вейвлетной функции можно выделять сигнал в определенной частотной полосе и затем вычислять параметры вибрации для этой частотной полосы. При этом следует учитывать, что частотная полоса, после вейвлетного преобразования может захватывать несколько оборотных составляющих вибрации или информативно значимых спектральных составляющих, присутствующих в исходном сигнале, с разным коэффициентом подавления.

Можно подобрать набор вейвлетных функций по их ширине, которые будут перекрывать некоторый, достаточно широкий, частотный диапазон, и вычислять оценки ряда параметров (например, СКЗ) для всего частотного диапазона на основе значений этих же параметров, полученных после обработки вибросигналов, выделенных отдельными вейвлетами из набора.

При использовании в системах обработки вибросигналов наборов вейвлетных функций следует учитывать, что частотные полосы, выделяемые отдельными вейвлетами, могут перекрываться, причем значительно.

Вейвлетные функции могут быть достаточно эффективными при минимизации влияния медленных дрейфов постоянной составляющей.

3.2 Преобразование Гильберта-Хуанга при исследовании вибросигналов

Под преобразованием Гильберта-Хуанга (Hilbert-Huang transform – ННТ) понимается метод эмпирической модовой декомпозиции нелинейных и нестационарных процессов и Гильбертов спектральный анализ [59]. ННТ представляет собой частотно-временной анализ данных (сигналов) и не требует априорного функционального базиса преобразования. Функции базиса получаются адаптивно непосредственно из данных процедурами отсеивания функций «эмпирических мод». Эмпирические моды по сути являются составляющими анализируемого сигнала в некоторой, опять же эмпирически получаемой, частотной полосе с заранее неопределенной формой АЧХ выделяющего фильтра.

У каждого вибрационного сигнала, отражающего вибрационное состояние механизмов с вращательным движением, имеются локальные экстремумы: чередующиеся локальные максимумы и локальные минимумы с произвольным расположением на временной оси (см. рис. 3.29).

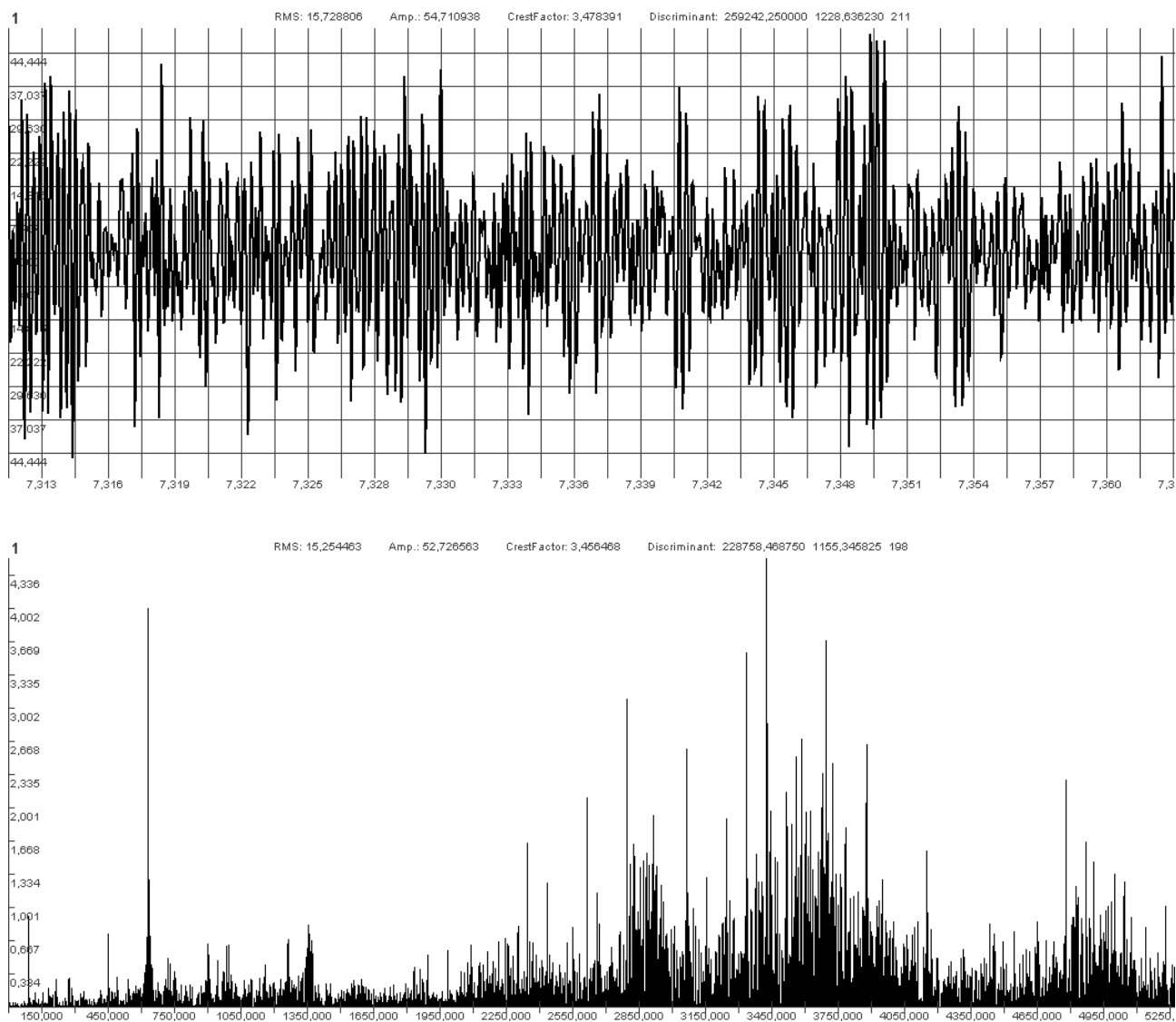


Рисунок 3.29 – Временная реализация и амплитудный спектр вибрационного сигнала (для временной реализации: ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброускорение, m/c^2 ; для амплитудного спектра: ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2 ;))

Каждый, отдельно взятый сигнал будет иметь свое уникальное представление в виде суммы эмпирических мод. Однако, если в процессе исследования вибрационных сигналов, полученных в одной и той же точке механизма, сравнивать соответствующие параметры и характеристики одноименных мод, то можно по результатам сравнения выявить изменение технического состояния исследуемого объекта.

По этим экстремумам с использованием методов аппроксимации можно построить две огибающие сигналов: нижнюю, построенную по точкам локаль-

ных минимумов, и верхнюю, построенную по точкам локальных максимумов, а также функцию «среднего значения огибающих», которой отвечает срединная линия, расположенная в точности между нижней и верхней огибающими.

Модовая декомпозиция сигналов основана на предположении, что любые данные состоят из различных внутренних колебаний. Каждое колебание, линейное или нелинейное, представляет собой модовую функцию, которая имеет экстремумы и нулевые пересечения. Кроме того, колебания в определенной степени «симметричны» относительно локального среднего значения.

Эмпирическая мода – это такая функция, которая обладает следующими свойствами:

- количество экстремумов функции (максимумов и минимумов) и количество пересечений нуля не должны отличаться более чем на единицу;
- в любой точке функции среднее значение огибающих, определенных локальными максимумами и локальными минимумами, должно быть нулевым.

Любую функцию и любой произвольный сигнал, изначально содержащие произвольную последовательность локальных экстремумов, можно разделить на семейство модовых функций и остаточный тренд.

Предположим, что имеется произвольный сигнал $x(t)$. Сущность модовой декомпозиции заключается в последовательном вычислении функций эмпирических мод $y_i(t)$ и остатков:

$$z_i(t) = z_{i-1}(t) - y_i(t), \quad i = 0, 1, 2, \dots, n. \quad z_0(t) = x(t). \quad (3.25)$$

В результате разложения исходный сигнал представляется в виде суммы модовых функций и конечного остатка:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n y_i(t) + z_n(t). \quad (3.26)$$

На рисунках 3.30–3.31 представлено разложение на моды вибрационного сигнала, изображенного на рисунке 2.29.

Алгоритм эмпирической декомпозиции сигнала складывается из следующих операций.

Операция 1. В цифровом сигнале $x(k)$ находятся все его локальные экстремумы, максимумы и минимумы. При этом фиксируются моменты времени, аргументы экстремумов и значения сигнала, функции, в эти моменты времени. Производится отдельная группировка (выделяются пары: аргумент и функции) максимумов и минимумов. Число элементов в массивах максимумов и минимумов не должно отличаться более чем на 1.

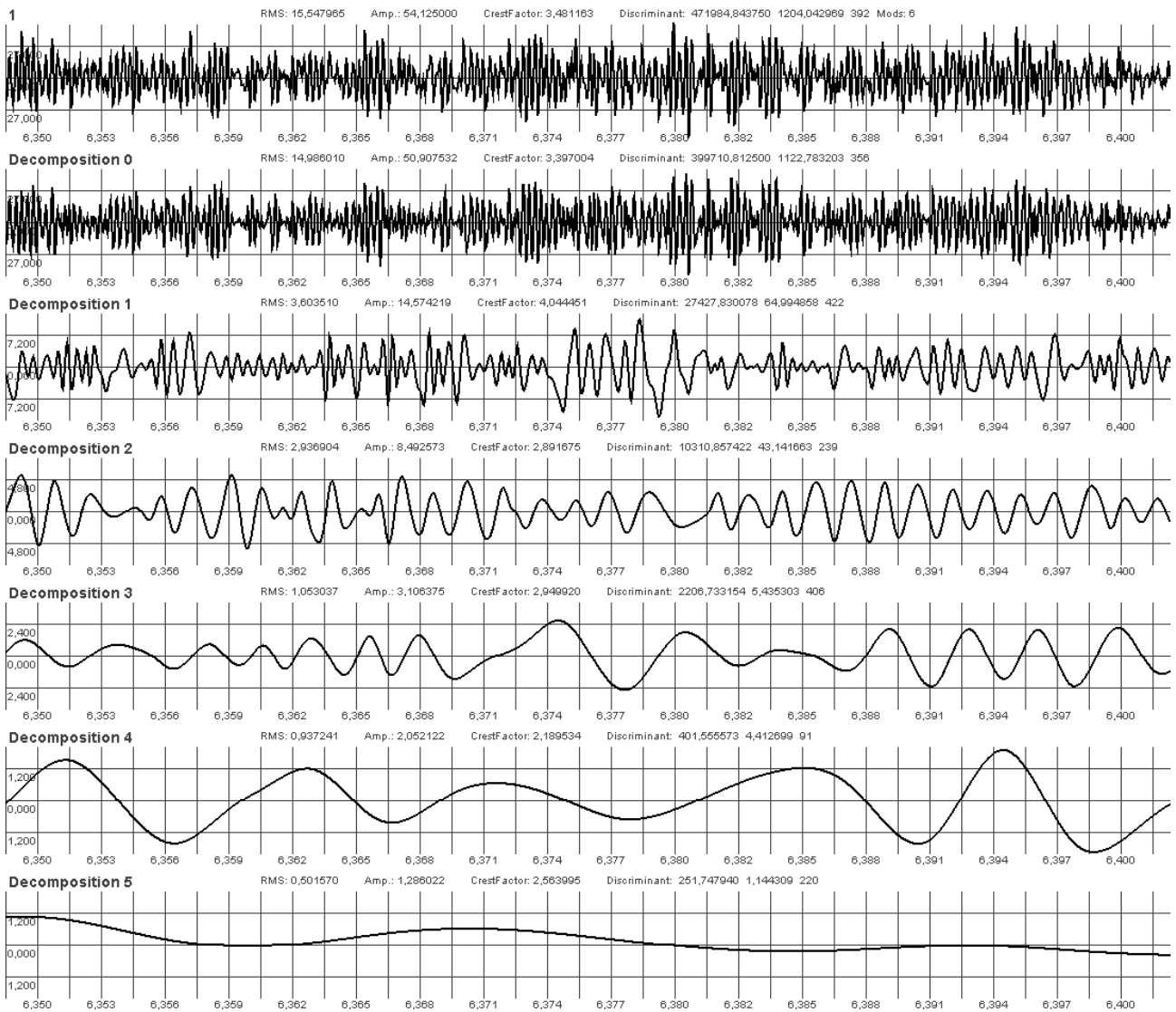


Рисунок 3.30 – Временные реализации исходного вибрационного сигнала, полученные при исследовании вибрационного состояния питательного электронасоса, эмпирические моды и конечный остаток (ось абсцисс – время, с; ось ординат – виброускорение, m/s^2)

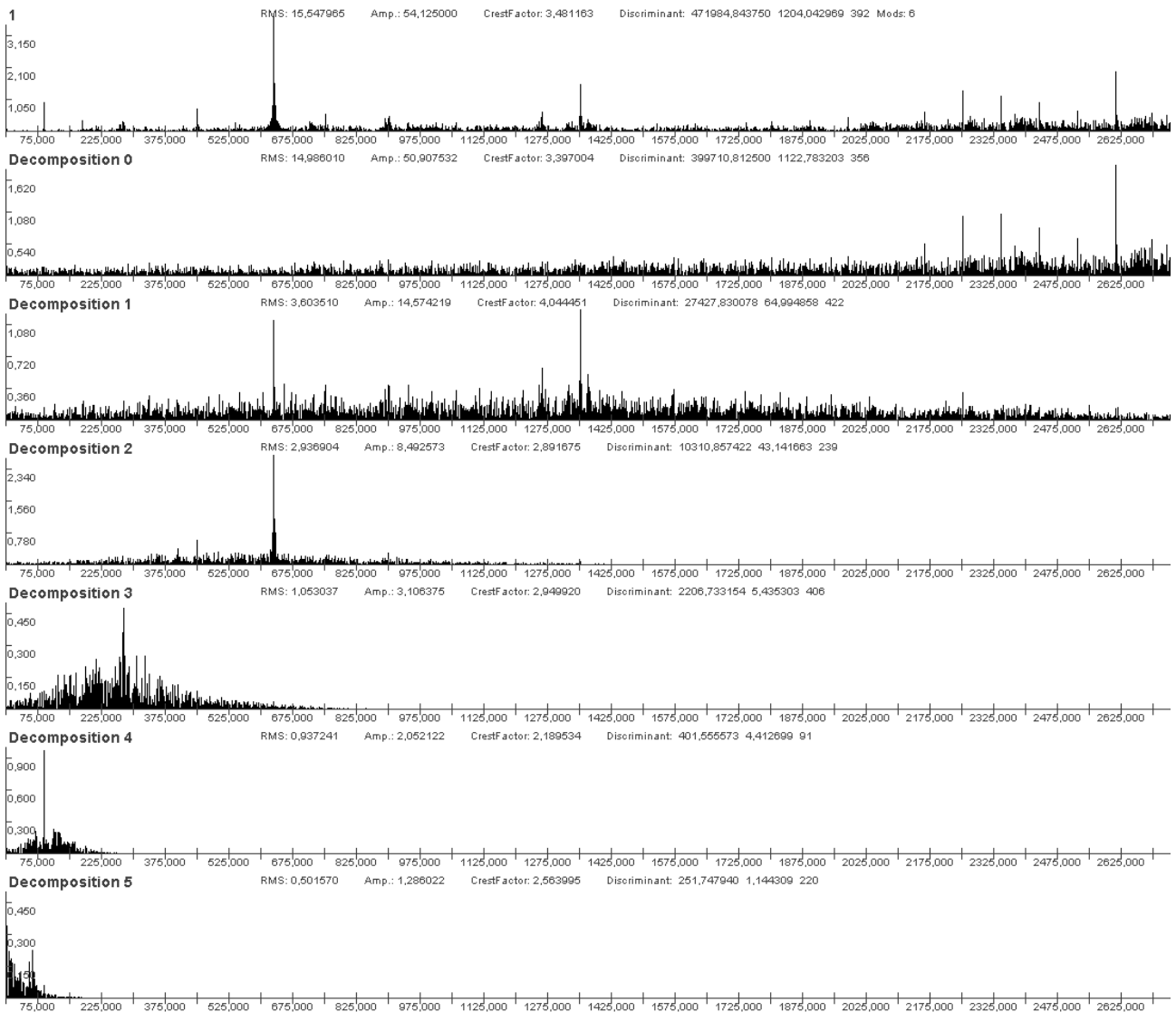


Рисунок 3.31 – Амплитудные спектры исходного вибрационного сигнала, полученные при исследовании вибрационного состояния питательного электронасоса, эмпирических мод и конечного остатка (ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

Операция 2. Применяя аппроксимацию кубическим сплайном (или какой-либо другой способ аппроксимации) по отношению к полученным массивам максимумов и минимумов, вычисляются верхняя – $u_1(k)$, и нижняя – $l_1(k)$, огибающие декомпозируемого сигнала. Затем определяется массив, цифровая функция, средних значений между верхней и нижней огибающими:

$$m_1(k) = \frac{u_1(k) + l_1(k)}{2}, \quad k = 0 \div N - 1. \quad (3.27)$$

Разность между цифровым сигналом $x(k)$ и цифровой функцией $m_1(k)$ дает первую компоненту отсеивания – цифровую функцию $h_1(k)$, которая является первым приближением к первой моде:

$$h_1(k) = x(k) - m_1(k). \quad (3.28)$$

Операция 3. Повторяются операции 1 и 2, где вместо цифрового сигнала $x(k)$ используется цифровая функция $h_1(k)$, и находится второе приближение к первой моде – цифровая функция $h_2(k)$:

$$h_2(k) = h_1(k) - m_2(k). \quad (3.29)$$

Затем выполняется несколько итераций, повторяющих эти операции. На каждой итерации находится следующее значение $h_i(k)$:

$$h_i(k) = h_{i-1}(k) - m_i(k). \quad (3.30)$$

От итерации к итерации цифровая функция $m_i(k)$ стремится к нулевому значению, а функция $h_i(k)$ – к неизменяемой форме.

Возможным критерием останова итераций является задание определенного предела нормализованной квадратичной разности между двумя последовательными операциями приближения, определяемой как:

$$\delta = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{|h_{i-1}(k) - h_i(k)|^2}{[h_{i-1}(k)]^2}. \quad (3.31)$$

В большинстве случаев для выполнения качественного выделения модовой функции достаточно 6–8 итераций. Слишком малое значение критерия останова δ может увеличивать количество итераций и приводить к созданию компоненты, не несущих полезной информации.

Впоследствии был предложен другой, более эффективный критерий останова итераций приближения [60]:

$$\delta = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} |h_{i-1}(k) - h_i(k)|^2}{\sum_{k=0}^{N-1} [h_{i-1}(k)]^2}. \quad (3.32)$$

Однако для сложных и протяженных по количеству дискретных отсчетов сигналов в процессе итераций может изменяться количество выделяемых экстремумов. При этом наблюдаются скачки значения δ в большую сторону, с которых снова возобновляется процесс его уменьшения, а общее количество ите-

раций может увеличиваться до 20–30 без существенного повышения качества отсеивания. Экспериментальные исследования показали, что при исследовании вибрационных сигналов, полученных при исследовании технического состояния механизмов и агрегатов с вращательным движением 6–8 итераций является вполне достаточным [61–64].

Последнее значение $h_i(k)$, из последовательности итераций, принимается за наиболее высокочастотную модовую функцию (моду) $y_1(k) = h_i(k)$ семейства мод, которая является составляющей исходного сигнала $x(k)$. После вычитания моды $y_1(k)$ из сигнала $x(k)$ в нем остаются низкочастотные составляющие:

$$z_1(k) = x(k) - y_1(k). \quad (3.33)$$

Далее, функция $z_1(k)$ обрабатывается как новое значение функции $x(k)$ по аналогичной методике с нахождением второй модовой функции $y_2(k)$. После чего процесс продолжается и находится:

$$z_2(k) = z_1(k) - y_2(k). \quad (3.34)$$

В результате исходный сигнал $x(k)$ можно представить в виде композиции найденных эмпирических мод $y_n(k)$ и остатка $z_n(k)$:

$$x(k) = \sum_{n=1}^M y_n(k) + z_n(k). \quad (3.35)$$

Критерии останова процесса декомпозиции сигнала могут быть следующими:

Остаток $z_n(k)$ не содержит экстремальных точек, т. е. становится либо константой, либо монотонной функцией, из которой больше не может быть извлечено модовых функций.

Остаток $z_n(k)$ на всем интервале исследования сигнала становится несущественным по своим значениям по сравнению с сигналом и не представляет интереса для анализа.

Так как сумма всех модовых функций $y_n(k)$ должна давать исходный сигнал, то можно останавливать разложение тогда, когда достигается заданная относительная погрешность среднеквадратической реконструкции без учета остатка $z_n(k)$.

Остановка декомпозиции сигнала должна происходить при максимальном «выпрямлении» остатка, т. е. превращения его в тренд сигнала по интервалу задания с числом экстремумов не более трех [59]. Даже для данных с нулевым средним значением конечный остаток может отличаться от нуля. Чтобы приме-

нять модовую декомпозицию, центрирования данных не требуется, метод нуждается только в локализациях экстремумов. Извлеченные моды локально симметричны, имеют физически значимые функции мгновенных частот. Каждая следующая мода содержит более низкие частотные составляющие, чем предыдущая (см. рис. 31). Однако наблюдается пересечение частотных полос разных мод. При этом для каждого типа вибрационного сигнала только ему присущие частотные диапазоны эмпирических мод. В качестве примера на рисунках 3.32–3.33 показаны временные функции мод и их амплитудных спектров для вибрационного сигнала, полученного при исследовании вибрационного состояния подшипниковых опор генератора турбоагрегата. Они принципиально отличаются от аналогичной декомпозиции вибрационного сигнала на рисунках 3.30–3.31.

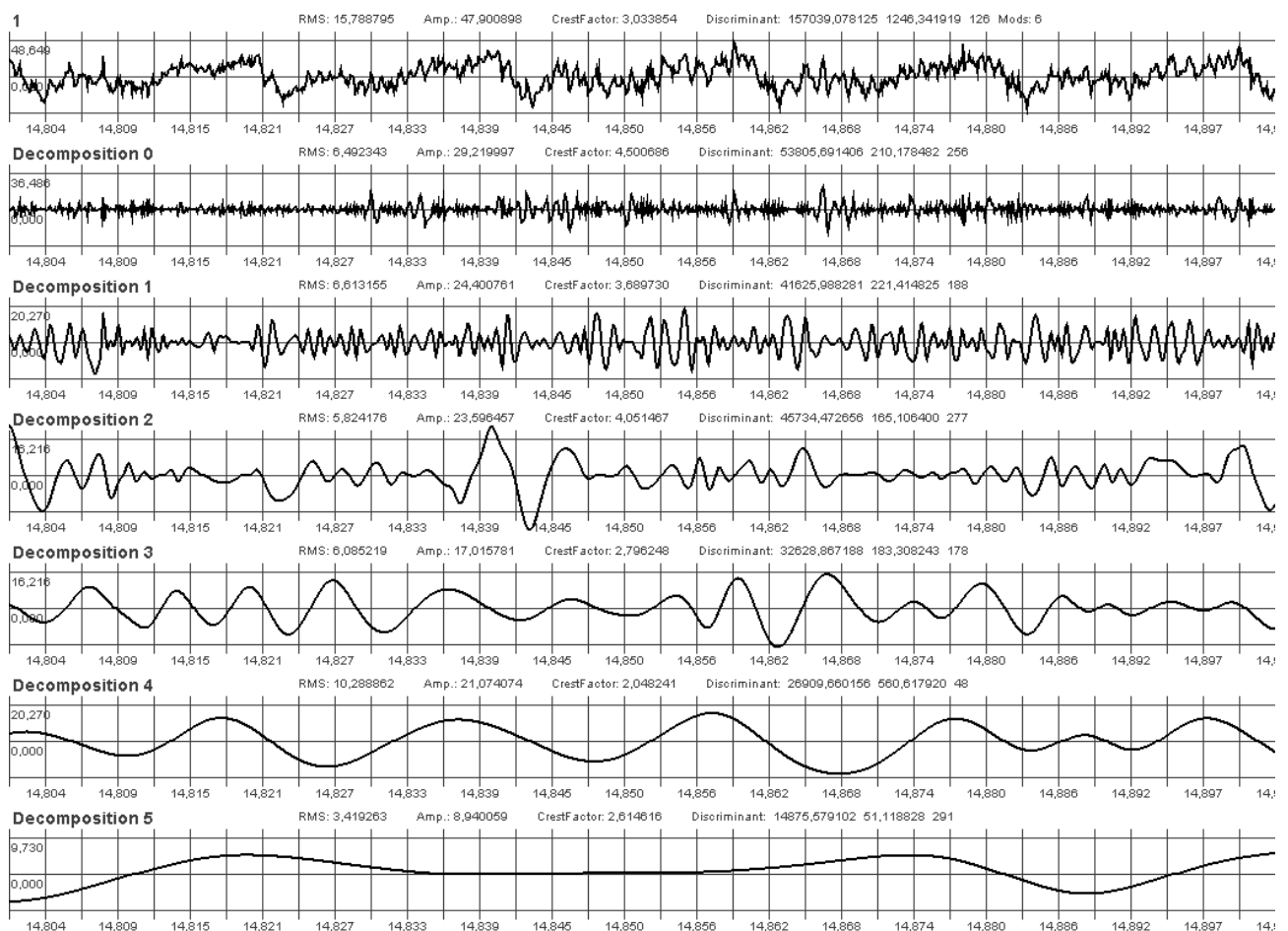


Рисунок 3.32 – Временные реализации исходного вибрационного сигнала, полученные при исследовании вибрационного состояния генератора турбоагрегата, эмпирические моды и конечный остаток (ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

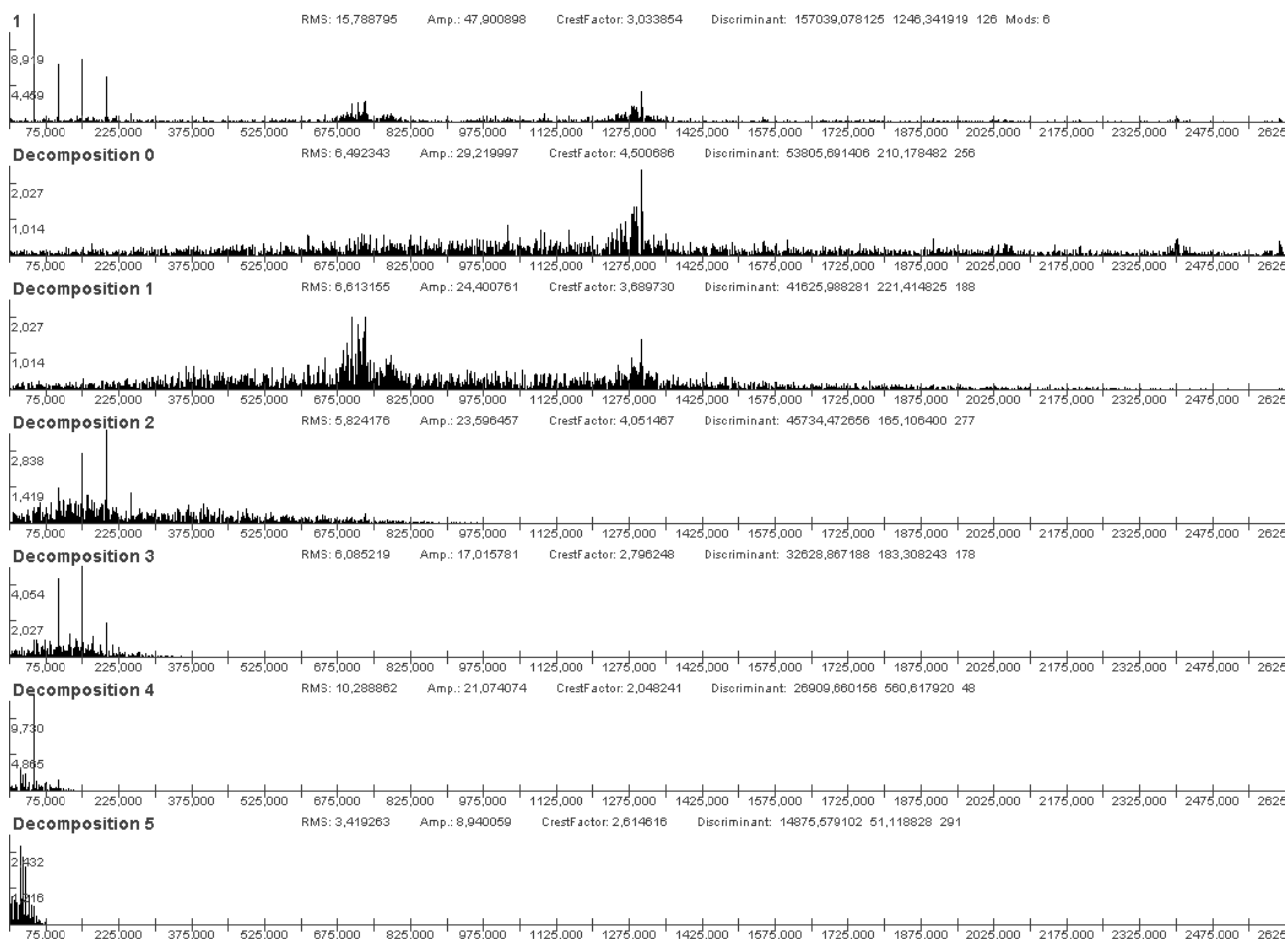


Рисунок 3.33 – Амплитудные спектры исходного вибрационного сигнала, полученные при исследовании вибрационного состояния генератора турбоагрегата, эмпирических мод и конечного остатка (ось абсцисс – частота, s^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/s^2)

При декомпозиции входной сигнал раскладывается по базису, который не определен аналитически, но удовлетворяет всем традиционным требованиям базиса. На основании проверки на модельных и экспериментальных данных [59–64] он является:

- законченным и сходящимся (сумма всех эмпирических мод разложения и остатка равна исходному сигналу и не зависит от критериев останова итераций);
- ортогональным (все моды и остаток ортогональны друг другу);
- адаптивным, так как получается непосредственно из анализируемых данных эмпирическим методом.

Ортогональность базиса может быть проверена скалярным произведением любых пар мод. Сумма всех модовых компонентов, включая остаток, должна реконструировать входной сигнал и может использоваться для определения ошибки декомпозиции. Как правило, наибольшие локальные ошибки декомпозиции наблюдаются на концевых участках исходного массива данных. Для исключения ошибок рекомендуется задавать интервалы начальных и конечных

условий, а сигнал на этих интервалах формировать какой-либо функцией прогнозирования, или продлевать (четно или нечетно) функцией самого сигнала.

В принципе, базис разложения не является единственным. Эмпирический процесс разложения сигнала, в силу своей адаптивности, неуправляем. Разные способы аппроксимаций будут приводить к отличающимся по форме и спектру эмпирическим модам. Даже монотонные составляющие многокомпонентного сигнала при определенном влиянии дестабилизирующих факторов (шумов, вибрационных возмущений, помех) и близких по частоте соседних компонент могут при декомпозиции «перетекать» на отдельных временных интервалах в соседние эмпирические моды.

Однако, при контроле вибрационного состояния конкретного технического объекта во времени, наблюдается близость параметров и характеристик эмпирических мод. Значительное же изменение этих параметров является информативным признаком изменения технического состояния контролируемого объекта.

3.3 Построение траекторий движения подшипниковых опор турбоагрегата

Для понимания сущности вибрационных колебаний достаточно полезны разнообразные модели [13, 39]. Одной из таких моделей является графическое представление траектории движения центра подшипниковой опоры, которая, при наличии коэффициентов чувствительности, может быть пересчитана в траекторию движения центра вала при вращении в обойме подшипника скольжения [65].

Для того, чтобы рассчитать траекторию движения подшипниковой опоры, необходимо одновременно принимать сигналы от двух виброизмерительных преобразователей, установленных в вертикальном и горизонтальном направлении подшипниковой опоры, и сигнал от датчика фазовой метки. Так как исходный вибросигнал от пьезоэлектрических виброизмерительных преобразователей представлен в единицах виброускорения, то для перехода к перемещению его необходимо дважды проинтегрировать.

Сигнал от виброизмерительного преобразователя, контролирующего вертикальное направление подшипниковой опоры, определяет функцию от времени ее колебаний в вертикальном направлении, а сигнал от виброизмерительного преобразователя, контролирующего горизонтально-поперечное направление, – в горизонтальном. При этом считается, что наблюдатель так расположен по отношению к валу, что вал вращается по часовой стрелке. Если синхронизировать момент начала наблюдений от сигнала датчика фазовой метки (метка закреплена на поверхности вала), то сигналы, представляющие виброперемещение, будут определять координаты расположения условного центра подшипниковой опоры, по мере вращения вала. По полученным таким образом координатам и строится траектория движения подшипниковой опоры.

На рисунке 3.34 представлена траектория движения подшипниковой опоры возбудителя турбоагрегата, построенная таким образом для двух оборотов вала.

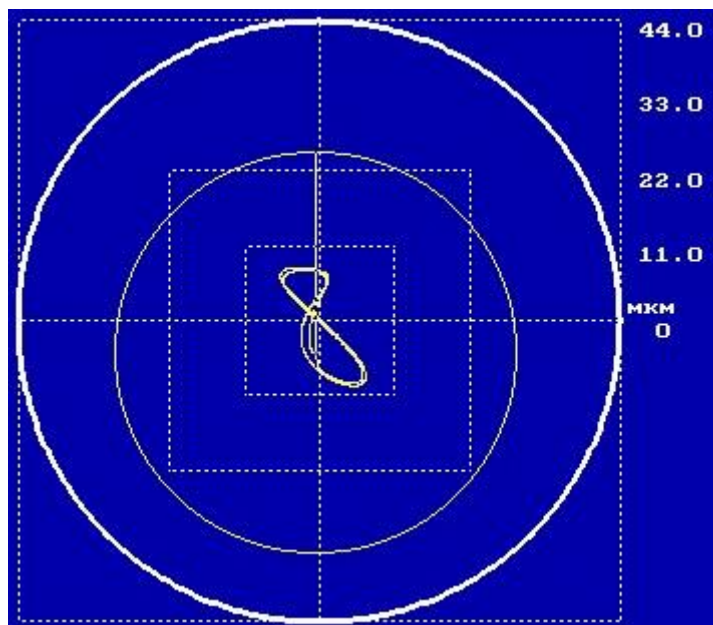


Рисунок 3.34 – Траектория движения подшипниковой опоры возбудителя генератора турбоагрегата для двух оборотов вала (единицы измерения – мкм)

Траектории движения подшипниковых опор можно определить и расчетным способом, на основе измеренных значений амплитудных и фазовых параметров вибрации (см. приложение 8). Эти траектории описываются выражениями:

$$Wert_{i,j} = A_{1Верм,i} \cos\left(\Phi_{1Верм,i} - \frac{2\pi \cdot j}{N}\right) + A_{2Верм,i} \cos\left(\Phi_{2Верм,i} - \frac{4\pi \cdot j}{N}\right); \quad (3.36)$$

$$Gor_{i,j} = A_{1Гор,i} \cos\left(\Phi_{1Гор,i} - \frac{2\pi \cdot j}{N}\right) + A_{2Гор,i} \cos\left(\Phi_{2Гор,i} - \frac{4\pi \cdot j}{N}\right), \quad (3.37)$$

где

N – количество точек, на которые разбивается один оборот вала;

j – номер точки разбиения ($j = 0 \div N - 1$);

$Wert_{i,j}, Gor_{i,j}$ – значения проекции центра i -й подшипниковой опоры для j -й точки разбиения на вертикальное и горизонтальное направления;

$A_{1Верм,i}, A_{2Верм,i}, A_{1Гор,i}, A_{2Гор,i}, \Phi_{1Верм,i}, \Phi_{2Верм,i}, \Phi_{1Гор,i}, \Phi_{2Гор,i}$ – амплитуды и фазы первой и второй обратных вибрационных составляющих в единицах виброперемещения для вертикального и горизонтального направлений i -й подшипниковой опоры.

Максимальный размах колебаний подшипниковой опоры определяется как:

$$R = \max \left\{ \sqrt{\left(Wert_{\max, \epsilon}^2 - Wert_{\max, H}^2 \right) + \left(Gor_{\max, \epsilon}^2 - Gor_{\max, H}^2 \right)}, \sqrt{\left(Wert_{\max, l}^2 - Wert_{\max, n}^2 \right) + \left(Gor_{\max, l}^2 - Gor_{\max, n}^2 \right)} \right\}, \quad (3.38)$$

где

$Wert_{\max, \epsilon}, Wert_{\max, H}, Wert_{\max, l}, Wert_{\max, n}, Gor_{\max, \epsilon}, Gor_{\max, H}, Gor_{\max, l}, Gor_{\max, n}$ – вертикальные и горизонтальные координаты точек траектории, которые находятся на максимальном расстоянии от начала координат, для верхней, нижней, левой и правой полуплоскостей. Траектория представляет собой замкнутую кривую, описывающую форму колебаний подшипниковой опоры в разрезе на плоскости. На рисунке 3.35 показаны траектории движения подшипниковых опор турбоагрегата, построенные таким образом:

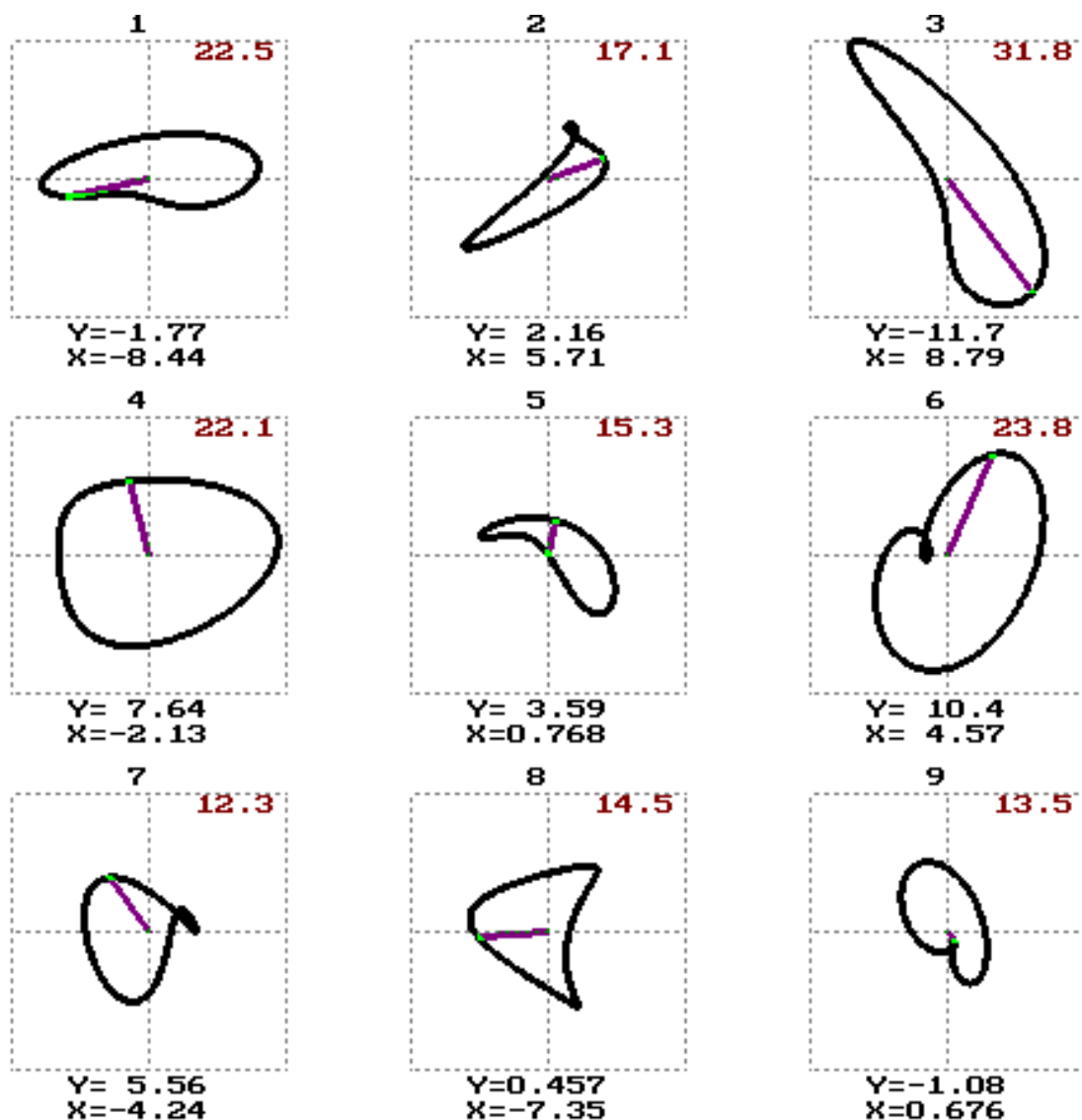


Рисунок 3.35 – Траектории движения подшипниковых опор турбоагрегата (единицы измерения – мкм)

Общее состояние гибкого валопровода можно оценить с помощью динамической модели (рис. 3.36), которая представляет изменение вследствие механических колебаний, проекций центра опоры (выражения 3.36–3.37) на вертикальное и горизонтальное направление при вращении вала. По оси абсцисс представлен в масштабе, в виде расстояний между подшипниковыми опорами, валопровод. Для количественной характеристики вибросостояния валопровода применяются как диапазоны изменения проекций, так и величина излома валопровода для отдельных опор, которая определяется для i -й опоры как высота треугольника (в микронах), вершинами которого являются точки, представляющие собой значения координат положения центра $(i-1)$ -й, i -й и $(i+1)$ -й подшипниковых опор на плоскости или в пространстве.

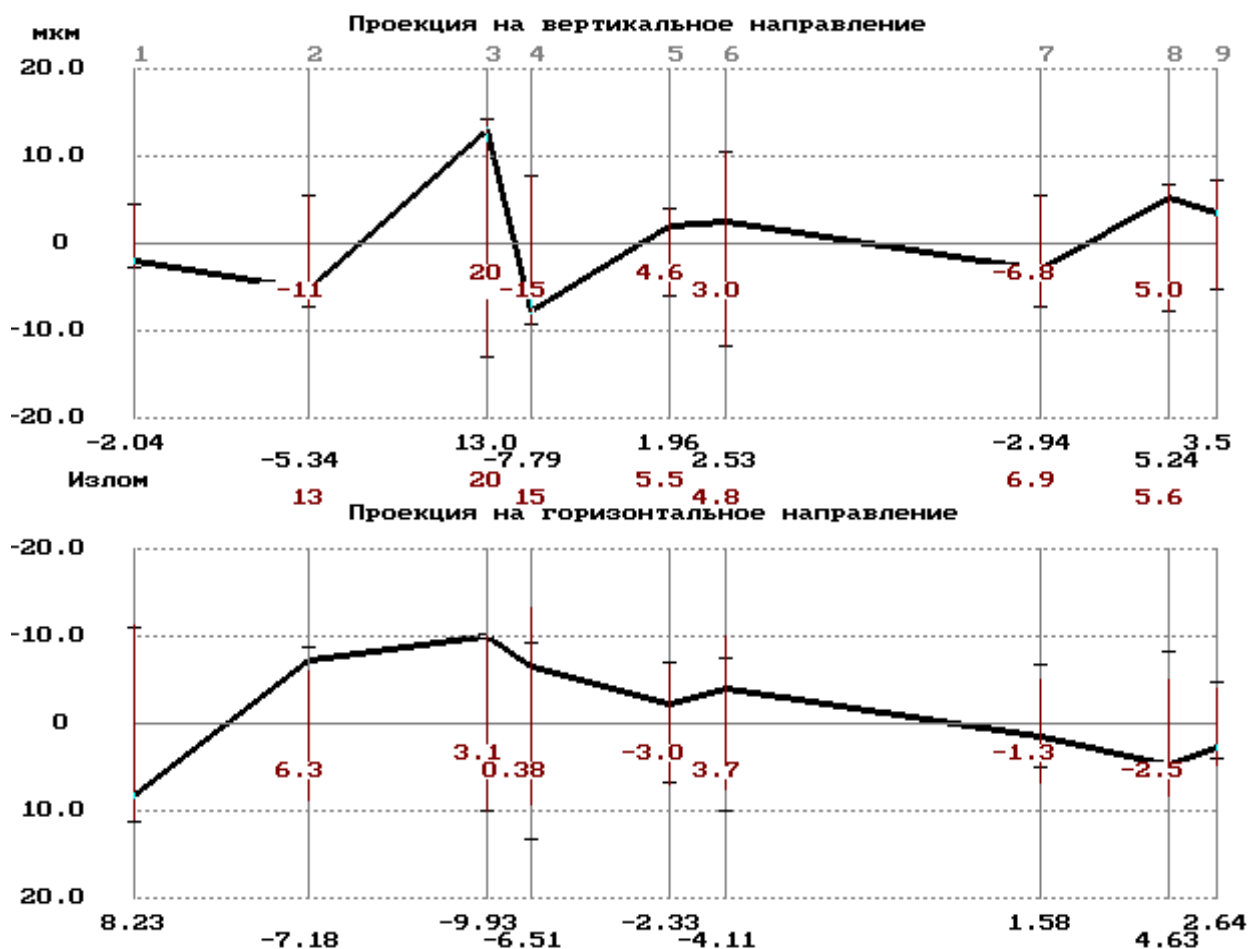


Рисунок 3.36 – Модель вибрационного состояния валопровода турбоагрегата (единицы измерения по оси ординат – мкм)

Если известны коэффициенты чувствительности по амплитуде $S_{A,i}$ и по фазе $S_{\varphi,i}$ для подшипниковой опоры, то колебания подшипниковой опоры можно пересчитать в колебания вращающегося вала:

$$W_{shaft_i,j} = A_{1Bepm,i} S_{A,i} \cos\left(\Phi_{1Bepm,i} + S_{\varphi,i} - \frac{2\pi \cdot j}{N}\right) + A_{2Bepm,i} S_{A,i} \cos\left(\Phi_{2Bepm,i} + 2S_{\varphi,i} - \frac{4\pi \cdot j}{N}\right); \quad (3.39)$$

$$G_{shaft_i,j} = A_{1Гop,i} S_{A,i} \cos\left(\Phi_{1Гop,i} + S_{\varphi,i} - \frac{2\pi \cdot j}{N}\right) + A_{2Гop,i} S_{A,i} \cos\left(\Phi_{2Гop,i} + 2S_{\varphi,i} - \frac{4\pi \cdot j}{N}\right). \quad (3.40)$$

На рисунке 3.37 показаны траектория движения подшипниковой опоры турбоагрегата и траектория движения вала в этой подшипниковой опоре, рассчитанная с использованием формул (3.39–3.40).

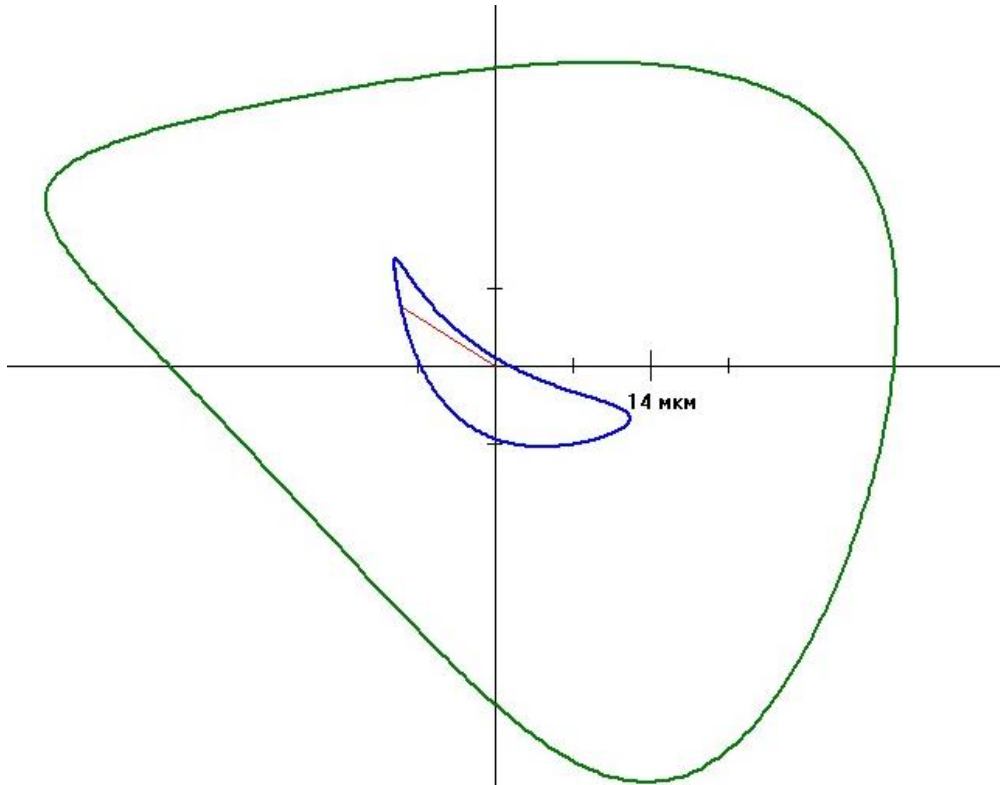


Рисунок 3.37 – Траектория движения подшипниковой опоры турбоагрегата (внутренняя замкнутая линия) и траектория движения вала в этой подшипниковой опоре (внешняя замкнутая линия), единицы измерения – мкм

Амплитуда колебательных перемещений вала в подшипнике скольжения значительно больше, чем колебания массивной подшипниковой опоры.

Визуализация, или предоставление информации о техническом состоянии объекта с использованием разнообразных форм отображения, статических (графики трендов, временных реализаций вибросигнала, частотные и взаимные спектры, траектории движения подшипниковых опор и т. п.) или динамических (модели валопровода, ступенчатые индикаторы, модели движения вала, опор и т. п.), позволяет пользователю проанализировать проблему с разных точек зрения и сформировать более полное представление о вибрационном состоянии контролируемого объекта [66, 67].

3.4. Усреднение вибрационного сигнала во временной области

Вибрационные сигналы имеют разнообразные наборы спектральных составляющих, взаимосвязи между которыми обнаружить не всегда просто. Одним из способов нахождения групп взаимосвязанных спектральных составляющих и является усреднение сигнала во временной области при одинаковой начальной фазе одной из выбранных частотных составляющих. Это действие осуществляется путем сдвига полученных временных реализаций сигнала таким образом, чтобы начальная фаза выбранной частотной составляющей принимала одинаковое значение. Затем производится суммирование сдвинутых сигналов и нахождение их среднего арифметического.

Эта процедура описывается следующими выражениями:

$$x_{k,ycp}(i) = x_{k-1,ycp}(i) - \frac{x_{k-1,ycp}(i)}{k} + \frac{x_k(i+j_k)}{k}, \quad i=0 \div N-1-j_k, \quad (3.41)$$

где

$x_k(i)$, $(i=0 \div N-1)$ – k -я временная реализация сигнала;

$x_{k,ycp}(i)$, $i=0 \div N-1$ – временная реализация, получаемая на k -м шаге усреднения;

k – номер усредняемой временной реализации;

$$j_k = \text{round} \left(\frac{\Delta f \cdot N \cdot \varphi_{f,k}}{f \cdot 360} \right) = \text{round} \left(\frac{f_{\text{д}} \cdot \varphi_{f,k}}{f \cdot 360} \right); \quad (3.42)$$

round – операция округления;

f – частота спектральной составляющей, относительно которой производится усреднение;

Δf – частотное разрешение спектрального анализа;

N – размер реализации в дискретных отсчетах;

$f_{\text{д}}$ – частота дискретизации непрерывного сигнала;

$\varphi_{f,k}$ – начальная фаза, спектральной составляющей частоты f для k -й реализации:

$$\varphi_{f,k} = \text{arctg} \left(\frac{A_{\sin,f,k}}{A_{\cos,f,k}} \right), \quad (3.43)$$

где

$A_{\sin,f,k}$ – амплитуда синусной составляющей частоты f для k -й реализации;

$A_{\cos,f,k}$ – амплитуда косинусной составляющей частоты f для k -й реализации;

$$A_{\sin,f,k} = \frac{2}{N} \sum_{m=0}^{N-1} x_k(m) \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot m \cdot n}{N}\right); \quad (3.44)$$

$$A_{\cos,f,k} = \frac{2}{N} \sum_{m=0}^{N-1} x_k(m) \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot m \cdot n}{N}\right); \quad (3.45)$$

$$n = \frac{f}{\Delta f}. \quad (3.46)$$

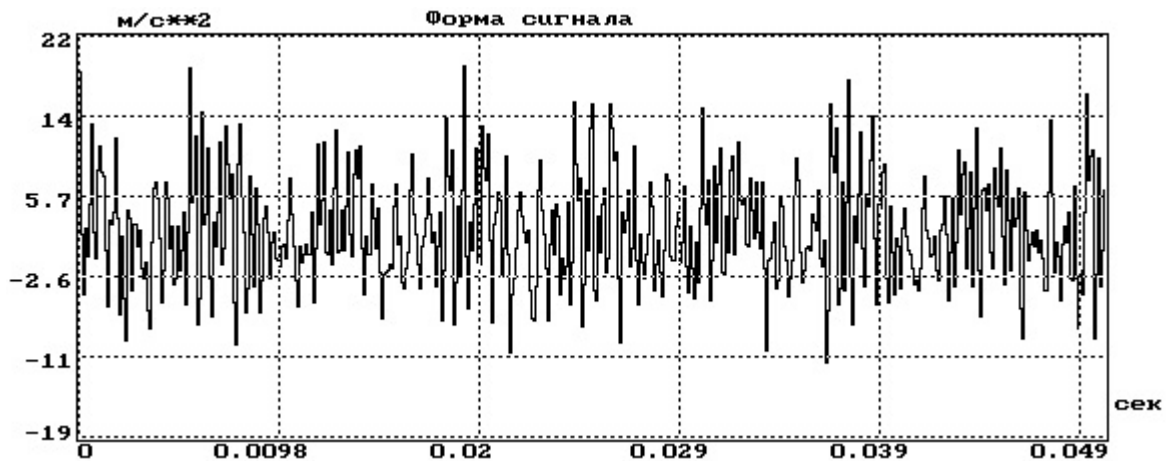


Рисунок 3.38 – Временная реализация исходного вибрационного сигнала (ось абсцисс – время, с; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

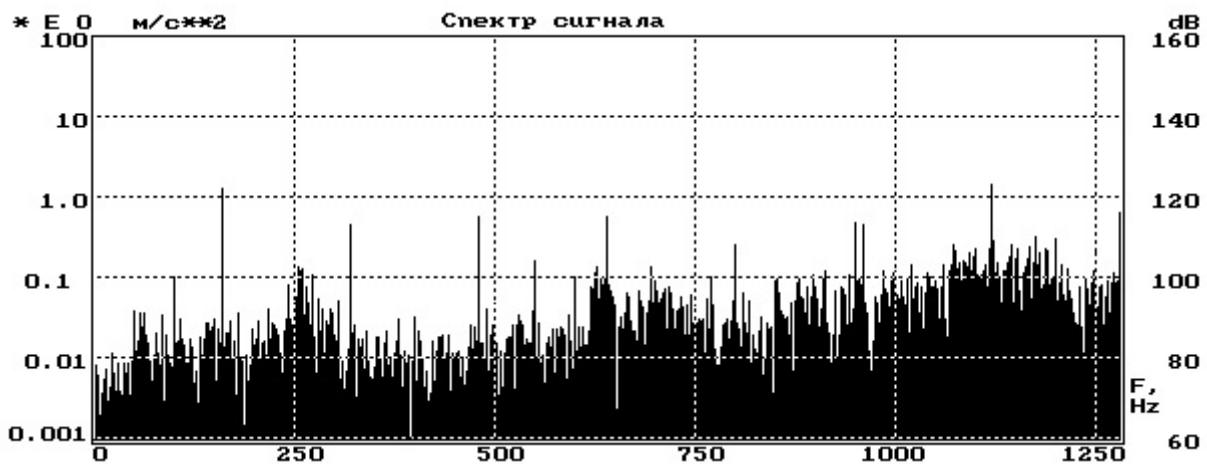


Рисунок 3.39 – Амплитудный спектр исходного вибрационного сигнала (ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)



Рисунок 3.40 – Временная реализация исходного вибрационного сигнала после усреднения во временной области (ось абсцисс – время, s ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)



Рисунок 3.41 – Амплитудный спектр вибрационного сигнала после усреднения во временной области (ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

На рисунках 3.38–3.41 показан пример усреднения во временной области, вибрационного сигнала, выполненный относительно частотной составляющей 160 Гц. Вибрационный сигнал получен при исследовании состояния турбины турбодетандера. Частота вращения приводного вала турбины 160 Гц, которая понижается редуктором до частоты 50 Гц. В результате усреднения подавляются шумоподобные составляющие и составляющие, не синхронизированные с основной гармоникой. Это хорошо отражено на амплитудном спектре (рис. 3.41) усредненного вибрационного сигнала.

ГЛАВА 4

АНАЛИЗ ВИБРАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ, ПОЛУЧАЕМЫХ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЯХ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ

4.1. Решаемая проблема

Значительную часть основных фондов составляют здания и сооружения различного функционального назначения. При длительной эксплуатации вследствие различных природных и техногенных воздействий они подвергаются физическому износу (коррозия, деформация и прогибы, повреждения и разрушения). Для установления причин износа, оценки потерь эксплуатационных качеств и разработки мероприятий по безопасности эксплуатации зданий и сооружений требуется проводить их всестороннее обследование.

Объем проводимых обследований увеличивается с каждым годом, что является следствием ряда объективных факторов. В их числе: физический; переоснащение и реконструкция жилых, общественных и производственных зданий промышленных предприятий; реконструкция малоэтажной старой застройки и надстройка дополнительных этажей; изменение форм собственности и резкое повышение цен на недвижимость, земельные участки; отсутствие инженерно-технической документации давно построенных объектов и др. Особенно важно проведение обследований после различных техногенных и природных воздействий (пожары, взрывы, землетрясения и др.), при реконструкции старых зданий и сооружений, что часто связано с изменением действующих нагрузок, функционального назначения зданий и необходимостью учета современных норм проектирования [68].

Применяющиеся методы мониторинга технического состояния зданий и сооружений, основанные на традиционном обследовании конструкций, выявлении дефектов и последующем отслеживании изменения этих и возникновения новых дефектов, мало пригодны при массовом мониторинге большого числа зданий и сооружений существующих застроек городов в силу их высокой трудоемкости, стоимости и продолжительности выполнения инструментальных работ. В связи с этим актуальны новые технологии мониторинга, позволяющие оценивать напряженно-деформированное состояние конструкций, в частности, основанные на динамических методах [69].

Одной из таких является технология, основанная на использовании метода контроля динамических параметров (периода и логарифмического декремента затухания основного тона собственных колебаний) зданий и сооружений городской застройки. Эта процедура не требует больших финансовых затрат и времени на ее реализацию. Изменение динамических параметров зданий и сооружений однозначно указывает на изменение напряженно-деформированного состояния их конструкций.

При проведении вибрационных испытаний конструкции в режиме свободных колебаний ее возбуждение проводится посредством кратковременного си-

лового воздействия (удара). Преобразование колебаний конструкции в пропорциональный электрический сигнал, используемый для последующей регистрации, осуществляет виброизмерительный преобразователь (датчик). Зарегистрированную временную реализацию вибрационного сигнала в последующем обрабатывают и определяют собственную частоту и логарифмический декремент колебаний.

Вибрационный метод в основном применяют для качественной диагностики конструкций, для чего сравнивают полученные при испытаниях собственную частоту и декремент колебаний с соответствующими эталонными значениями, на основании чего делают вывод о годности изделия. Вместе с тем он может применяться и для количественной оценки прочности, жесткости и трещиностойкости железобетонных конструкций [70].

Для решения задач по исследованию вибрационного состояния конструкций при динамических воздействиях применяется измерительно-вычислительный комплекс «Тембр» [71–73]. Он позволяет фиксировать и сохранять временную реализацию вибрационного сигнала, отражающего колебательный процесс конструкции в точке контроля при динамическом воздействии или в свободном состоянии.

4.2. Исследуемые сигналы

Целью исследования и анализа вибрационных сигналов, представляющих колебания, возбуждаемые при ударном воздействии (см. рис. 4.1), является выявление параметров и характеристик, которые наиболее информативно отражают состояние объекта испытаний, а также определение их количественных значений. Полученные результаты являются основой для определения значений собственных частот конструкций с целью их дальнейшего использования при принятии решений по оценке остаточной устойчивости и жесткости зданий и сооружений.

По форме вибрационные сигналы, регистрируемые при испытаниях конструкций методом динамического воздействия, представляет собой затухающий колебательный процесс, состоящий из нескольких частотных составляющих. Как и любой другой, вибрационный сигнал можно рассматривать в частотной и временной областях. Исходно анализируемый вибрационный сигнал представляется в цифровом виде как массив данных. На рисунках 4.1–4.4 представлены примеры таких сигналов и их амплитудные спектры.

4.3. Математическая модель для определения собственных частот конструкции

По форме результат испытания на динамическое воздействие – затухающее колебание, представляющее собой комбинацию затухающих колебаний нескольких частотных составляющих. Для последующей оценки технических характеристик испытуемой конструкции требуется определить значения собственных частот и логарифмические декременты затухания колебаний на этих частотах.

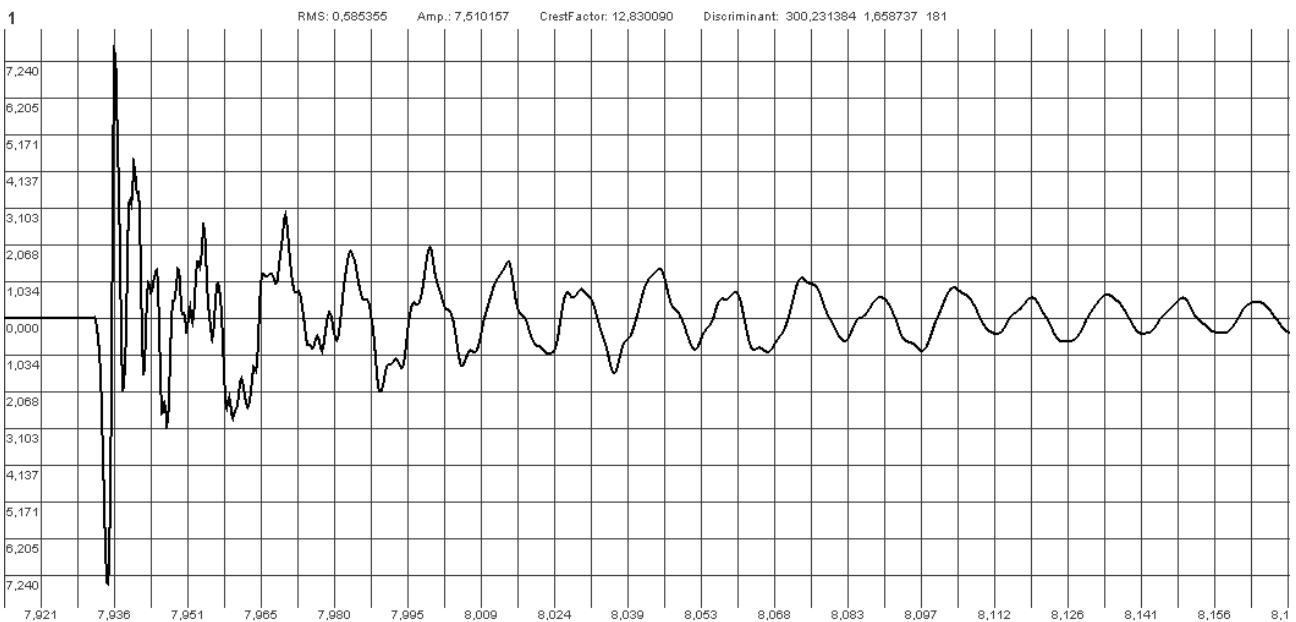


Рисунок 4.1 – Временная реализация отклика испытуемого объекта на динамическое воздействие (ось абсцисс – время, с; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

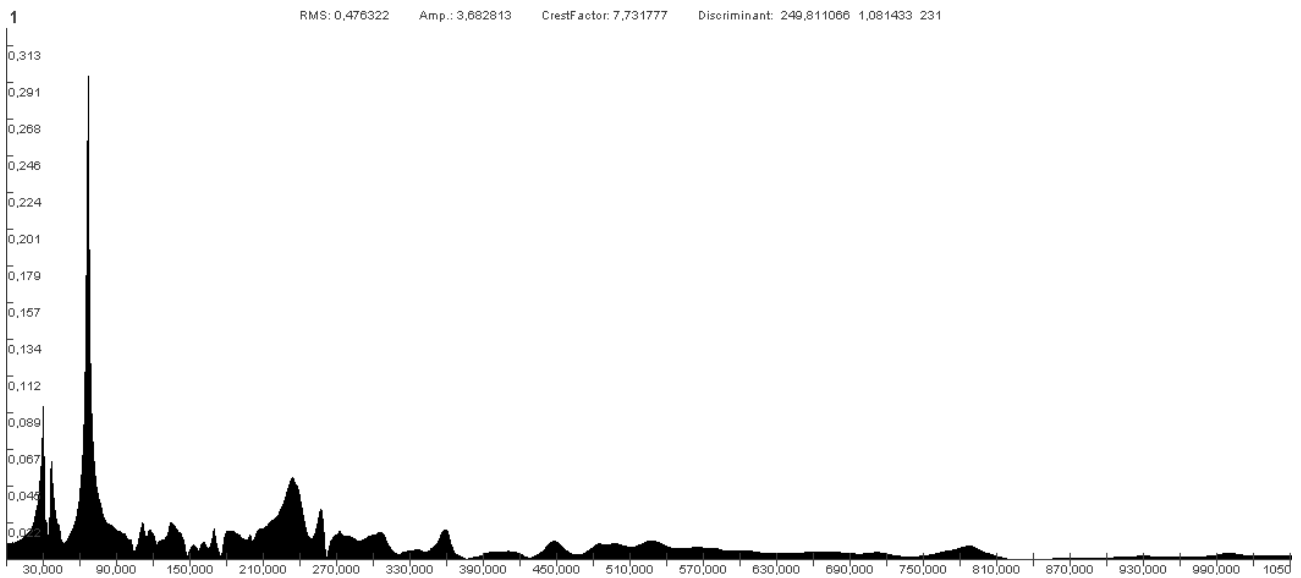


Рисунок 4.2 – Амплитудный спектр отклика испытуемого объекта на динамическое воздействие (ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

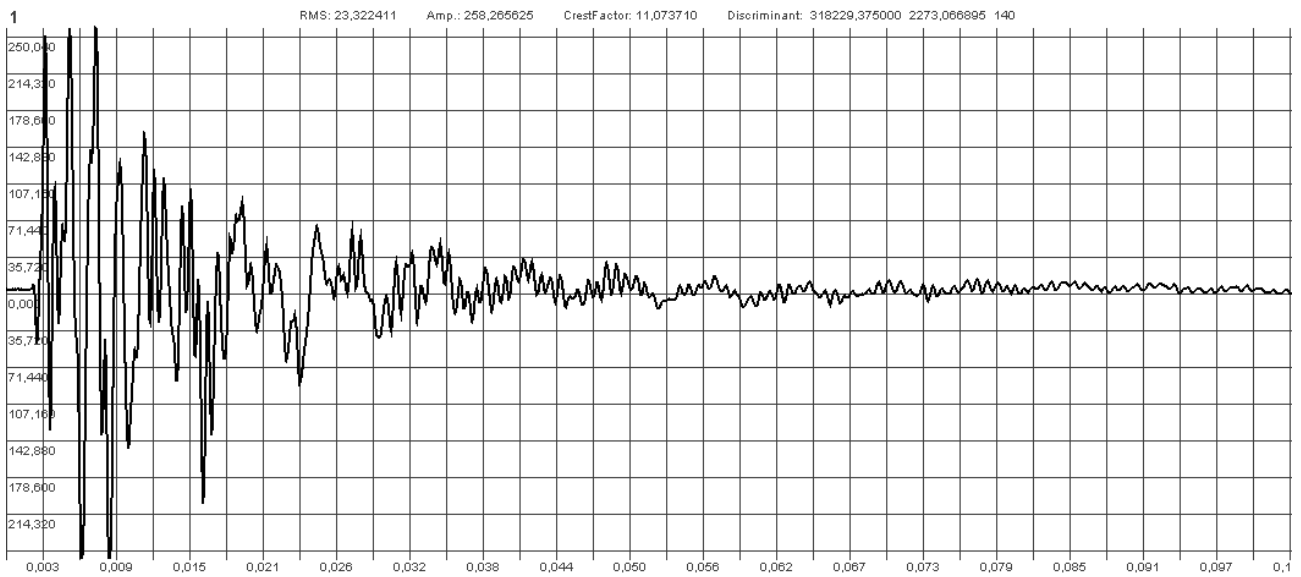


Рисунок 4.3 – Временная реализация отклика испытуемого объекта на динамическое воздействие (ось абсцисс – время, c ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

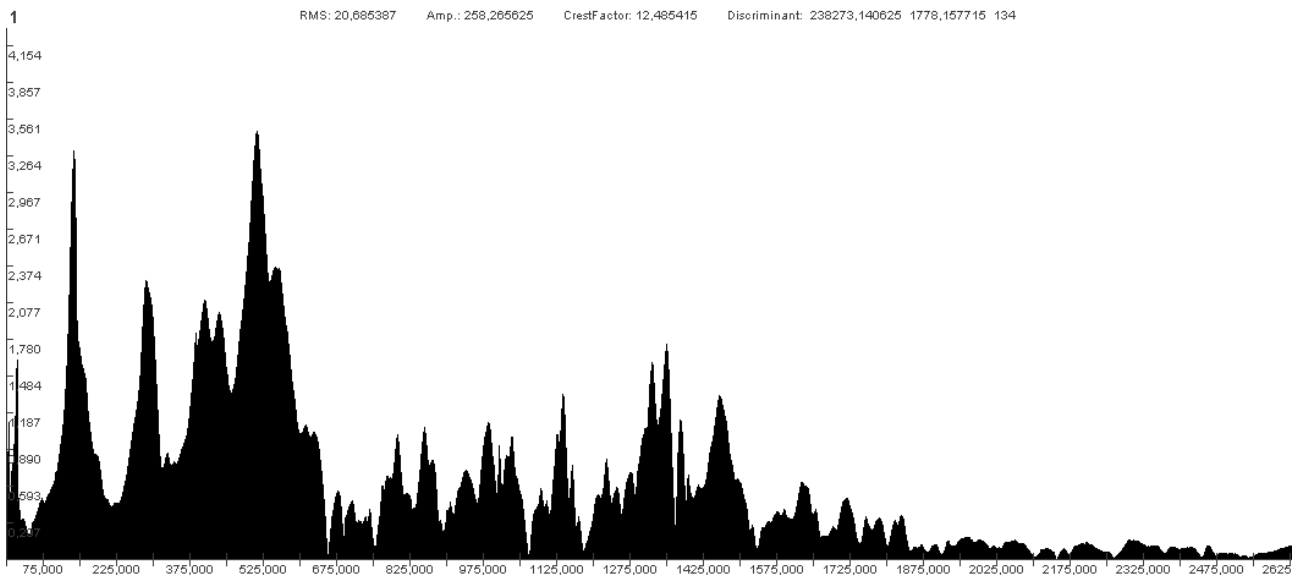


Рисунок 4.4 – Амплитудный спектр отклика испытуемого объекта на динамическое воздействие
(ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

Применение дискретного преобразования Фурье для определения амплитудного спектра такого сигнала на конечном временном интервале позволяет получить только приблизительные значения собственных частот (частоты выраженных по амплитуде спектральных линий). Для более точного определения указанных параметров предлагается представить экспериментальный сигнал в виде математической модели [20, 73–77]:

$$x_m(nt_d) = \sum_{m=1}^M A_m \exp\left(-\frac{nt_d}{\tau_m}\right) \cdot \cos(2\pi f_m nt_d - \varphi_m), \quad (4.1)$$

где

M – количество собственных частот, составляющие которых включаются в аппроксимирующее выражение;

$A_m, f_m, \tau_m, \varphi_m$ – амплитуда, частота, параметр затухания и начальная фаза m -й частотной составляющей;

t_d – интервал дискретизации;

$n = n_{нач} \div n_{нач} + N - 1$;

$n_{нач}$ – номер дискретного отсчета, начиная с которого проводится аппроксимация;

N – количество точек функции, для которых выполняется построение аппроксимирующей функции.

Решаемой задачей является нахождение таких значений $A_m, f_m, \tau_m, \varphi_m$, являющихся параметрами математической модели, при которых на рассматри-

ваемом интервале аппроксимирующая функция наиболее близка к экспериментальному сигналу.

В качестве критерия близости предлагается использовать среднее квадратическое отклонение модельного сигнала от исходного, определяемое выражением:

$$R = \sqrt{\frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^N [x_{\text{исх}}(nt_d) - x_m(nt_d)]^2}. \quad (4.2)$$

При поиске параметров модели ставиться целью минимизация данного критерия. Таким образом, требуется решить оптимизационную задачу. Однако параметры модели связаны между собой неформализованными зависимостями, что существенно усложняет процесс поиска решения.

В качестве параметра, характеризующего скорость затухания возбужденных в конструкции колебаний, используют логарифмический декремент затухания колебаний. Он представляет собой натуральный логарифм отношения смежных амплитуд периодического затухающего колебания [78]:

$$\delta = \ln\left(\frac{A_n}{A_{n+1}}\right) = \ln\left(\frac{\exp\left(-\frac{t_{\text{нач.}}}{\tau}\right)}{\exp\left(-\frac{t_{\text{нач.}} + T}{\tau}\right)}\right) = \ln\left(\exp\left(\frac{T}{\tau}\right)\right) = \frac{T}{\tau}, \quad (4.3)$$

где

T – период затухающих колебаний;

τ – параметр затухания колебаний на данной частоте.

Таким образом, логарифмический декремент затухания для конкретной частоты можно определить, зная её значение и параметр затухания колебаний, вычисляемый при построении модели.

4.4. Несущая способность конструкции

Несущая способность конструкции или сооружения может быть оценена по спектру частот собственных колебаний ω_i , ($i=1,2,3,\dots,n$), по n собственным формам. Оценка снижения несущей способности сооружения на произвольном временном интервале $t \div t + \Delta t$ определяется по разности жесткостей на границах этого интервала, для которого начало эксплуатации, проектные данные – частный случай. В общем случае относительный износ конструктивного элемента для первой частоты собственных колебаний оценивается формулой:

$$\xi_1 = 1 - \left(\frac{\omega_1^{t+\Delta t}}{\omega_1^t} \right)^2. \quad (4.4)$$

Для оценки процента износа эксплуатируемых сооружений текущие значения частот ω_i^t , $\omega_i^{t+\Delta t}$ определяют экспериментально, с помощью спектрального анализа виброграмм. А процент износа определяется средним значением по формам n собственных колебаний объекта [78]:

$$\xi = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i, \quad (4.5)$$

где

$$\xi_i = 1 - \left(\frac{\omega_i^{t+\Delta t}}{\omega_i^t} \right)^2.$$

Среднеквадратическое отклонение частоты D_{cp} при среднем значении ω_{cp}

:

$$D_{cp} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\omega_i - \omega_{cp})^2}, \quad \omega_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \omega_i. \quad (4.6)$$

Резонансные зоны элементов строительных конструкций также можно установить при включении или отключении прилегающего оборудования по характерным всплескам амплитуд на графике амплитудно-частотной характеристики, построенном по результатам измерений вибрации конструкций при наборе (сбросе) номинальной частоты вращения оборудования.

В случае, если к колебаниям промышленного здания не предъявляются требования, определяемые санитарными нормами или технологией производственных процессов, то помимо требований по ограничению колебаний по несущей способности? должны предъявляться требования по ограничению динамических прогибов.

При оценке прочности и выносливости колебания конструкций можно считать безопасными, если наибольшее динамическое перемещение балки, перекрытия и других конструкций, совершающих колебания, связанные с изгибом, не превышает $1/50000$ длины пролета (за вычетом перемещения ее опор). В этом случае при проверке, несущей способности конструкции, можно не учитывать динамических нагрузок. При этом колебания измеряются в той точке конструкции, где их амплитуда наибольшая, и при таком режиме источника вибрации, при котором возбуждаются наиболее интенсивные колебания этой конструкции [79–80].

4.5. Алгоритм определения частоты собственных колебаний и амплитуды соответствующих колебаний по амплитудному спектру

При проведении спектрального анализа с равномерным частотным разрешением производится определение амплитуд спектральных составляющих, которые отстоят друг от друга по частоте на величину, кратную Δf – частотному разрешению анализа. Однако значения собственных частот испытываемой конструкции могут не совпадать с одной из частот, равной $k\Delta f$, где k – целое число. В этом случае при спектральном анализе происходит размывание спектральной составляющей с частотой Ψ по соседним спектральным составляющим. В ряде публикаций рассмотрен способ вычисления амплитуды и частоты спектральной составляющей, которая не кратна частотному разрешению [81, 82].

Последовательность шагов по реализации данного алгоритма следующая:

1. Аналитик, используя специальную программу [83], перемещает указатель на спектральную составляющую, которая, по его мнению, наиболее близка по частоте к одной из собственных частот конструкции. По амплитуде эта спектральная составляющая должна быть больше соседних. Пользователь, используя функциональную клавишу, идентифицирует сделанный выбор.

2. Фиксируется номер выбранной спектральной составляющей m , ее частота $f_m = m\Delta f$ и амплитуда A_m .

3. Сравниваются значения амплитуд A_{m-1} и A_{m+1} спектральных составляющих, находящихся слева и справа от зафиксированной спектральной составляющей.

4. Если A_{m-1} больше A_{m+1} , то это означает, что реальная спектральная составляющая находится в диапазоне $(m-1)\Delta f < \Psi < m\Delta f$ и осуществляется переход к шагу 5, в противном случае к шагу 6.

5. Вычисляются значения частоты Ψ и амплитуды A_Ψ реальной спектральной составляющей по следующим формулам:

$$\zeta = \frac{\Delta f}{1 + \frac{A_m}{A_{m-1}}}; \quad (4.7)$$

$$\Psi = m\Delta f - \zeta; \quad (4.8)$$

$$A_\Psi = A_m \frac{\frac{\pi \cdot \zeta}{\Delta f}}{\sin\left(\frac{\pi \cdot \zeta}{\Delta f}\right)}. \quad (4.9)$$

Осуществляется переход к шагу 9.

6. Если A_{m-1} меньше A_{m+1} , то это означает, что реальная спектральная составляющая находится в диапазоне $m\Delta f < \Psi < (m+1)\Delta f$ и осуществляется переход к шагу 7, в противном случае к шагу 8.

7. Вычисляются значения частоты Ψ и амплитуды A_Ψ реальной спектральной составляющей по следующим формулам:

$$\zeta = \frac{\Delta f}{1 + \frac{A_m}{A_{m+1}}}; \quad (4.10)$$

$$\Psi = m\Delta f + \zeta; \quad (4.11)$$

$$A_\Psi = A_m \frac{\frac{\pi \cdot \zeta}{\Delta f}}{\sin\left(\frac{\pi \cdot \zeta}{\Delta f}\right)}. \quad (4.12)$$

8. Если A_{m-1} равно A_{m+1} , то это означает, что частота выбранной спектральной составляющей m является собственной $\Psi = f_m = m\Delta f$, а амплитуда $A_\Psi = A_m$.

9. Вычисленные значения собственной частоты Ψ и амплитуды A_Ψ отображаются на экране дисплея.

10. Завершение алгоритма.

4.6. Алгоритм определения логарифмического декремента затухания колебаний по временной реализации

Для реализации данного алгоритма требуется временная реализация затухающего колебания, которая отражает изменение колебаний конструкции после воспроизведенного по отношению к ней динамического воздействия. При этом в затухающем колебании должна преобладать одна спектральная составляющая [84].

Последовательность шагов по реализации алгоритма следующая:

1. Пользователь наблюдает на экране временную реализацию затухающего колебания, перемещает курсор и фиксирует его на вершине одной из волн затухающего колебания путем нажатия определенной функциональной клавиши.

2. Определяется значение амплитуды вибрационного сигнала A_1 в зафиксированной точке.

3. Пользователь перемещает курсор в направлении затухания колебаний и фиксирует его на вершине следующей волны путем нажатия определенной функциональной клавиши.

4. Определяется значение амплитуды вибрационного сигнала A_2 в зафиксированной точке.

5. Вычисляется значение логарифмического декремента затухания колебаний по формуле:

$$\delta = \ln \left(\frac{A_1}{A_2} \right). \quad (4.13)$$

6. Вычисленное значение отображается на экране дисплея.

7. Если пользователь желает продолжить вычисление декремента он перемещает курсор в направлении затухания колебаний и фиксирует его на вершине следующей волны путем нажатия определенной функциональной клавиши, в противном случае, переход к шагу 11.

8. Определяется значение амплитуды вибрационного сигнала A_3 в зафиксированной точке.

9. Вычисляется значение логарифмического декремента затухания колебаний по формулам:

$$\delta_1 = \ln \left(\frac{A_1}{A_2} \right); \quad (4.14)$$

$$\delta_2 = \ln \left(\frac{A_2}{A_3} \right); \quad (4.15)$$

$$\delta = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2}. \quad (4.16)$$

10. Вычисленное значение отображается на экране дисплея.

11. Завершение алгоритма.

4.7. Алгоритм определения параметров собственных колебаний по вибрационному сигналу

По форме результат испытания на динамическое воздействие – затухающее колебание, представляющее собой комбинацию затухающих колебаний нескольких частотных составляющих. Для последующей оценки технических характеристик испытуемой конструкции требуется определить значения собст-

венных частот и логарифмические декременты затухания колебаний на этих частотах. [85].

Для определения указанных параметров экспериментальный сигнал представляется в виде математической модели:

$$x_m(nt_D) = A_{\text{ПОСТ}} + \sum_{m=1}^M A_m \exp\left(-\frac{nt_D}{\tau_m}\right) \cdot \cos(2\pi f_m nt_D - \varphi_m); \quad (4.17)$$

$$n = n_{\text{нач}} - n_{\text{нач}} \div n_{\text{нач}} + N - n_{\text{нач}},$$

где

M – количество собственных частот, составляющие которых включаются в аппроксимирующее выражение (не более 8);

$A_m, f_m, \tau_m, \varphi_m$ – амплитуда, частота, параметр затухания и начальная фаза m -й частотной составляющей;

$A_{\text{ПОСТ}}$ – постоянная составляющая, присутствующая в исходном сигнале;

t_D – интервал дискретизации;

$n_{\text{нач}}$ – номер дискретного отсчета, начиная с которого проводится аппроксимация;

N – количество точек функции, для которых выполняется построение аппроксимирующей функции.

Решаемой задачей, является нахождение таких значений $A_m, f_m, \tau_m, \varphi_m$, являющихся параметрами математической модели, при которых на рассматриваемом интервале аппроксимирующая функция наиболее близка к экспериментальному сигналу.

В качестве критерия близости используется среднее квадратическое отклонение модельного сигнала от исходного, определяемое выражением:

$$R = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} [x_{\text{исх}}(n_{\text{нач}} + n) - x_m(nt_D)]^2}. \quad (4.18)$$

При реализации алгоритма для каждого параметра модели исходно задаются: начальное значение; возможный диапазон изменения параметра (максимальное и минимальное значение); шаг изменения параметра. Также задаются: начальная точка временной реализации, начиная с которой исходные данные сравниваются с модельным сигналом, и длина (количество дискретных точек) аппроксимирующей функции, по которым рассчитывается критерий близости. Желательно иметь возможность, используя курсор и функциональную клавишу определять начальную точку реализации, начиная с которой строится модельный сигнал.

Начальные значения амплитуд и частот выбираются на основе значений собственных частот, определенных по спектру сигнала. Минимальное значение

амплитуд принимается равным нулю, а максимальное – в полтора раза больше, чем вычисленное по амплитудному спектру. Минимальные и максимальные значения частот должны быть выбраны таким образом, чтобы не было перекрывающихся поддиапазонов. Минимальное значение параметра затухания равно нулю, а максимальное – выбирается с учетом материала испытываемой конструкции и может находиться в диапазоне 0.5–4. Начальное значение фазы выбирается нулевым, а диапазон ее изменения от минус 3.14 до плюс 3.14. Значение постоянной составляющей принимается равным нулю.

Реализация алгоритма может быть представлена следующей последовательностью шагов:

1. Задание начальных значений параметров математической модели. Для этих целей реализуется специальная таблица задания параметров.

2. Вычисление массива значений модельного сигнала (2) на основе значений параметров модели.

3. Вычисление значения критерия близости (3).

4. Совместное отображение экспериментального и модельного сигналов.

5. Отображение значения критерия близости.

6. Анализ действий пользователя. Пользователь может выполнять следующие действия:

а) установить новое значение шага изменения для конкретного параметра;

б) изменить значение определенного параметра (параметров) модели в сторону увеличения или в сторону уменьшения;

в) установить конкретное значение выбранного параметра модели;

г) инициировать сохранение текущих параметров модели в файл;

д) инициировать сохранение модельного сигнала в файл;

е) инициировать запуск автоматической подстройки параметров модели с целью минимизации значения критерия близости.

ж) инициировать завершение работы алгоритма.

7. Если пользователь инициировал выполнение действия б), то ему предоставляется возможность, используя клавиатуру и манипулятор, задать новое значение шага изменения для выбранного параметра модели. После чего осуществляется переход к шагу 6.

8. Если пользователь инициировал выполнение действия бб), то значение выбранного параметра (параметров) модели, в зависимости от указания пользователя, увеличивается или уменьшается на величину шага изменения. После этого анализируется, находится ли полученное значение в допустимом диапазоне изменения. Если полученное значение находится в допустимых пределах, то значение параметра модели отображается в соответствующем поле, а затем осуществляется переход к шагу 2. Если же полученное значение выходит за границы предела, то значение параметра приравнивается к значению границы, за которую параметр вышел. Значение параметра модели отображается в соответствующем поле, а затем осуществляется переход к шагу 2.

9. Если пользователь инициировал выполнение действия бв), то в соответствующем поле вводится новое значение параметра. После этого анализирует-

ся, находится ли введенное значение в допустимом диапазоне изменения. Если полученное значение находится в допустимых пределах, то значение параметра модели отображается в соответствующем поле, а затем осуществляется переход к шагу 2. Если же полученное значение выходит за границы предела, то значение параметра приравнивается к значению границы, за которую параметр вышел. Значение параметра модели отображается в соответствующем поле, а затем осуществляется переход к шагу 2.

10. Если пользователь инициировал действие бг), то формируется запрос на ввод пользователем имени файла для сохранения параметров модели. После ввода имени файла производится его открытие. Файл для сохранения параметров модели должен иметь специальное расширение (например, trm (тембр, параметры модели)). Если произошла ошибка при открытии файла, то выводится информативное сообщение об этой ситуации и, после подтверждения пользователя, осуществляется переход к шагу б).

При успешном открытии файла производится запись следующих данных:

- TRM1 – аббревиатура файла;
- имя файла экспериментальных данных, для которого строится модель;
- номер начальной точки временной реализации экспериментальных данных, начиная с которой строится модельный сигнал;
- длина (количество дискретных точек) модельного сигнала;
- количество гармонических составляющих модели;
- частота первой гармонической составляющей модели;
- амплитуда первой гармонической составляющей модели;
- параметр затухания первой гармонической составляющей модели;
- начальная фаза первой гармонической составляющей модели;
- частота второй гармонической составляющей модели;
- амплитуда второй гармонической составляющей модели;
- параметр затухания второй гармонической составляющей модели;
- начальная фаза второй гармонической составляющей модели;
- частота k -й гармонической составляющей модели;
- амплитуда k -й гармонической составляющей модели;
- параметр затухания k -й гармонической составляющей модели;
- начальная фаза k -й гармонической составляющей модели.

После записи в файл параметров файл закрывается и осуществляется переход к шагу б).

11. Если пользователь инициировал действие бд), то формируется запрос на ввод пользователем имени файла для сохранения модельного сигнала. После ввода имени файла, производится его открытие. Файл для сохранения модельного сигнала имеет такую же структуру, как и файл экспериментальных данных, поэтому рекомендуется задавать имя файла таким, чтобы оно несло информацию об исходном файле. Если произошла ошибка при открытии файла, то выводится информативное сообщение об этой ситуации и, после подтверждения пользователя, осуществляется переход к шагу б).

При успешном открытии файла производится запись следующих данных:

– заголовочная часть файла, которая повторяет заголовок файла экспериментальных данных и содержит следующие поля:

- а) ТМВ1 – аббревиатура файла;
- б) количество каналов;
- в) размер выборки на один канал;
- г) количество спектральных линий;
- д) частота среза;
- е) частотное разрешение;
- ж) время приема блока данных;
- к) общее время приема данных;
- л) количество принятых блоков (задано пользователем);
- м) размер данных;
- н) число принятых блоков;
- п) максимальное значение принятых данных;
- р) минимальное значение принятых данных;

– данные, полученные при моделировании. При этом значения до точки начала формирования модельного сигнала и после отрезка моделирования устанавливаются в ноль.

После записи файл закрывается и осуществляется переход к шагу 6.

12. Если пользователь инициировал действие бе), то начинается выполнение алгоритма автоматической подстройки параметров модели. После его завершения осуществляется переход к шагу 6.

13. Если пользователь инициировал действие бж), то завершается работа алгоритма.

4.8. Алгоритм автоматического определения параметров собственных колебаний по вибрационному сигналу

Для реализации алгоритма для каждого параметра модели исходно должны быть заданы: начальное значение; возможный диапазон изменения параметра (максимальное и минимальное значение); шаг изменения параметра; начальная точка временной реализации, начиная с которой исходные данные сравниваются с модельным сигналом; длина (количество дискретных точек) аппроксимирующей функции, по которым рассчитывается критерий близости; количество собственных частот (затухающих гармонических составляющих), по которым строится модель; набор параметров модели для которых требуется произвести автоматическую подстройку.

Последовательность шагов, которые реализуют алгоритм, следующая:

1. Выбирается из списка заданных первая гармоническая составляющая, для которой следует найти параметры модели.

2. Выбирается из заданного набора параметров первый параметр p , который относится к исследуемой гармонической составляющей и фиксируется его значение p_0 .

3. Вычисляется значение критерия близости (4.18) для текущих значений параметров модели. Полученный результат обозначим R_0 .

4. Значение выбранного параметра p_0 увеличивается на величину шага изменения этого параметра $p_+ = p_0 + s_p$. Если p_+ превышает заданную верхнюю границу параметра, то p_+ приравнивается к верхней границе.

5. Вычисляется значение критерия близости, когда $p = p_+$, а остальные параметры модели неизменны. Полученный результат обозначим R_+ .

6. Значение выбранного параметра p_0 уменьшается на величину шага изменения этого параметра $p_- = p_0 - s_p$. Если p_- меньше заданной нижней границы параметра, то p_- приравнивается к нижней границе.

7. Вычисляется значение критерия близости, когда $p = p_-$, а остальные параметры модели неизменны. Полученный результат обозначим R_- .

8. Если $R_+ < R_-$ и $R_+ < R_0$, то это означает, что увеличение параметра p приводит к большей близости модельного сигнала к экспериментальному и следует двигаться в направлении увеличения значений параметра p :

а) $R_0 = R_+$;

б) $p_0 = p_+$;

в) $p_+ = p_0 + s_p$. Если p_+ превышает заданную верхнюю границу параметра то p_+ приравнивается к верхней границе;

г) вычисляется значение критерия близости, когда $p = p_+$, а остальные параметры модели неизменны. Полученный результат обозначим R_+ ;

д) если $R_+ < R_0$, то, если p_+ меньше верхней границы параметра, переход к шагу а), в противном случае параметр p принимает значение p_+ и осуществляется переход к шагу 10;

е) если $R_+ \geq R_0$, то это значит, что на данной итерации достигнуто оптимальное значение параметра p . Параметр p принимает значение p_0 и осуществляется переход к шагу 11;

9. Если $R_- < R_+$ и $R_- < R_0$, то это означает, что уменьшение параметра p приводит к большей близости модельного сигнала к экспериментальному и следует двигаться в направлении уменьшения значений параметра p :

а) $R_0 = R_-$;

б) $p_0 = p_-$;

в) $p_- = p_0 - s_p$. Если p_- меньше заданной нижней границы параметра, то p приравнивается к нижней границе;

г) вычисляется значение критерия близости, когда $p = p_-$, а остальные параметры модели неизменны. Полученный результат обозначим R_- ;

д) если $R_- < R_0$, то, если p больше верхней границы параметра, переход к шагу а), в противном случае параметр p принимает значение p_- и осуществляется переход к шагу 10;

е) если $R_- \geq R_0$, то это значит, что на данной итерации достигнуто оптимальное значение параметра p . Параметр p принимает значение p_0 и осуществляется переход к шагу 11;

10. Если $R_+ \geq R_0$ и $R_- \geq R_0$, то это означает, что параметр p имеет оптимальное значение и его изменение приводит к большему отклонению модельного сигнала от экспериментальных данных. Поэтому параметр p остается без изменений.

11. Анализируется список параметров, относящихся к исследуемой гармонической составляющей. Если все параметры для этой составляющей исследованы, то осуществляется переход к шагу 13.

12. Выбирается из заданного набора параметров следующий параметр p , который относится к исследуемой гармонической составляющей и фиксируется его значение p_0 , а затем следует переход к шагу 3.

13. Анализируется список гармонических составляющих модели. Если все гармонические составляющие исследованы, то переход к шагу 15.

14. Выбирается из списка заданных следующая гармоническая составляющая, для которой следует найти параметры модели, а затем переход к шагу 2.

15. Завершение работы алгоритма.

Рассмотренные алгоритмы являются основой для разработки программного обеспечения для решения задач анализа вибрационных сигналов, представляющих реакцию конструкций на динамическое воздействие.

В качестве примера на рисунке 4.5 показан фрагмент затухающего колебания, полученного при динамическом воздействии на исследуемый объект, а на рисунке 4.6 – его амплитудный спектр. На рисунке 4.7 показана аппроксимация экспериментального затухающего колебания гармоническими составляющими.

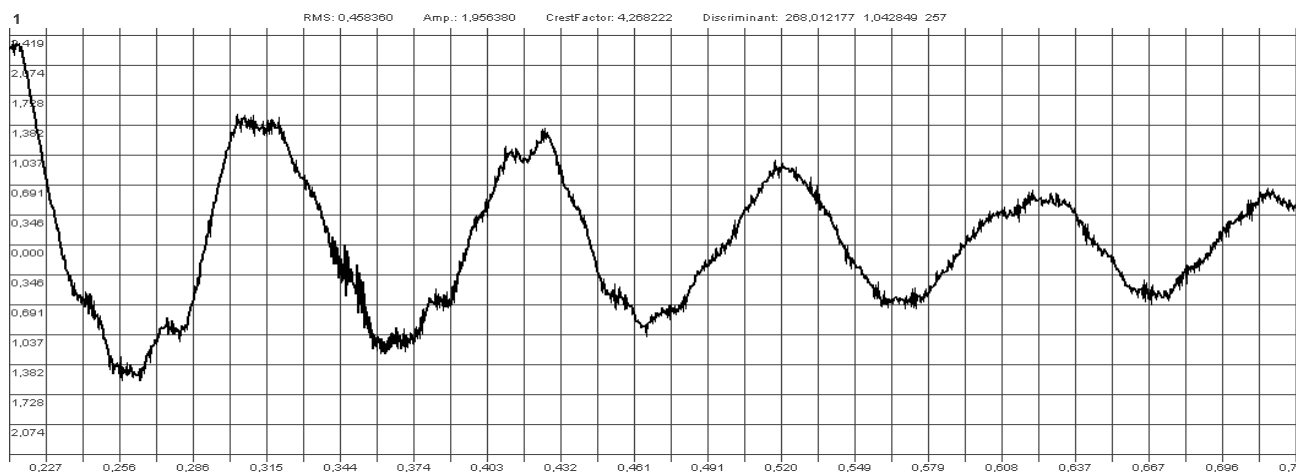


Рисунок 4.5 – Фрагмент временной реализации отклика испытуемого объекта на динамическое воздействие (ось абсцисс – время, с; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

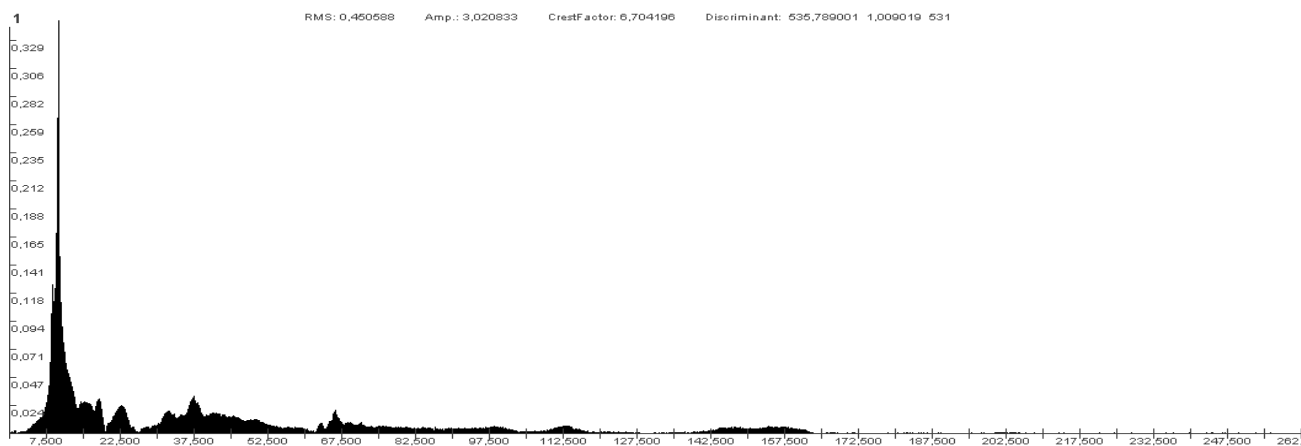


Рисунок 4.6 – Амплитудный спектр фрагмента временной реализации отклика испытуемого объекта на динамическое воздействие (ось абсцисс – частота, c^{-1} ; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

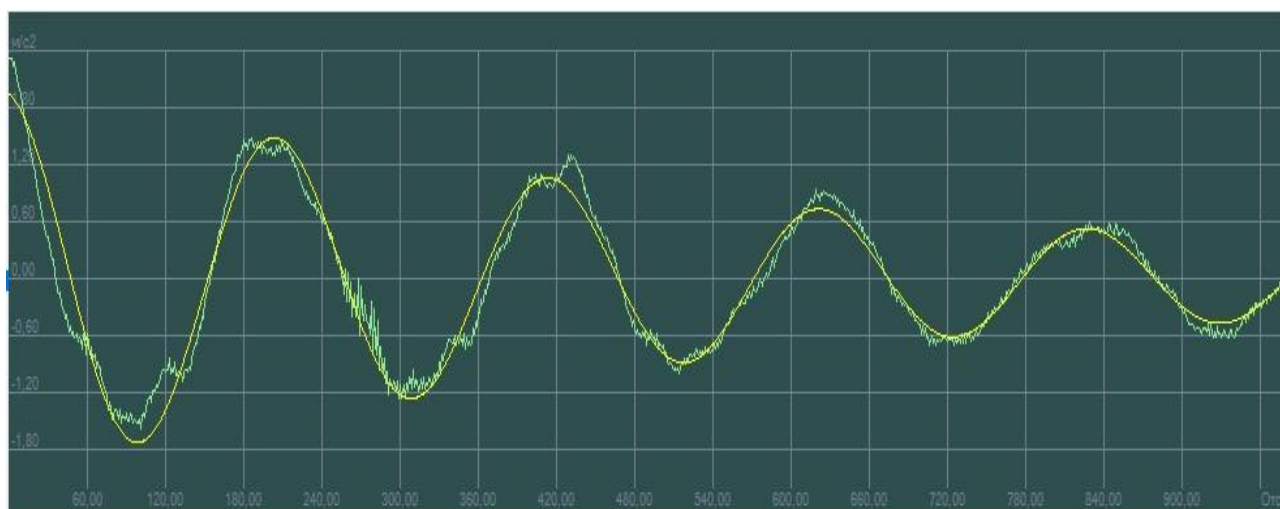


Рисунок 4.7 – Аппроксимация фрагмента временной реализации отклика испытуемого объекта на динамическое воздействие (ось абсцисс – время, с; ось ординат – виброускорение, m/c^2)

Аппроксимирующие гармоники имеют следующие параметры:

- Частотная составляющая № 1:
частота: 9.81 Гц; фаза: 0.16; амплитуда: 1.883.
затухание: 0.36; логарифмический декремент затухания: 0.283.
- Частотная составляющая № 2.
частота: 8.49 Гц; фаза: 0.07; амплитуда: 0.09.
затухание: 100.14; логарифмический декремент затухания: 0.00117.

4.9. Пример экспериментального исследования по определению собственных частот конструкций

Объектом исследований являются две многопустотные плиты (№ 1 и 2) перекрытия безопалубочного формования 2ПТМ 72.15.22 – 9.5 S1400, изготовленные на оборудовании фирмы «Weiler-Italia» (см. рис. 4.8). Плиты изготовлены из бетона класса по прочности на сжатие – С30/37. Класс по условиям эксплуатации – ХС1...ХС3. Марка бетонной смеси по удобоукладываемости – Ж1 ... Ж2. В качестве нижней напрягаемой арматуры принята канатная арматура класса S1400 диаметром 12 мм по ГОСТ 13840 (8 канатов). Армирование верхней зоны – напрягаемая проволока S1400 диаметром 5 мм (4 проволоки). Защитный слой бетона до низа рабочей арматуры равен 35 мм.

Наличие напрягаемой арматуры в верхней зоне призвано обеспечить требуемую трещиностойкость этой части конструкции при передаче усилия обжатия с канатов на бетон. В ходе исследований производилось динамическое (с помощью удара) возбуждение плит и фиксировалась с помощью ИВК «Тембр» временная реализация вибрационного сигнала, которая отражает колебания плиты после возбуждения [14, 24, 86].





Рисунок 4.8 – Общий вид плиты и ее поперечного сечения



Рисунок 4.9 – Стенд для статических испытаний плит, нагружение

Исследования плит методом динамического воздействия проводились до их статических испытаний (нагрузений) (рис. 4.9) и после нагружения.

Результаты исследований приведены на рисунках и в таблице.

На рисунках 4.10–4. 14 представлены графики временных реализаций откликов на динамическое воздействие, полученных в ходе исследований, и их амплитудных спектров.

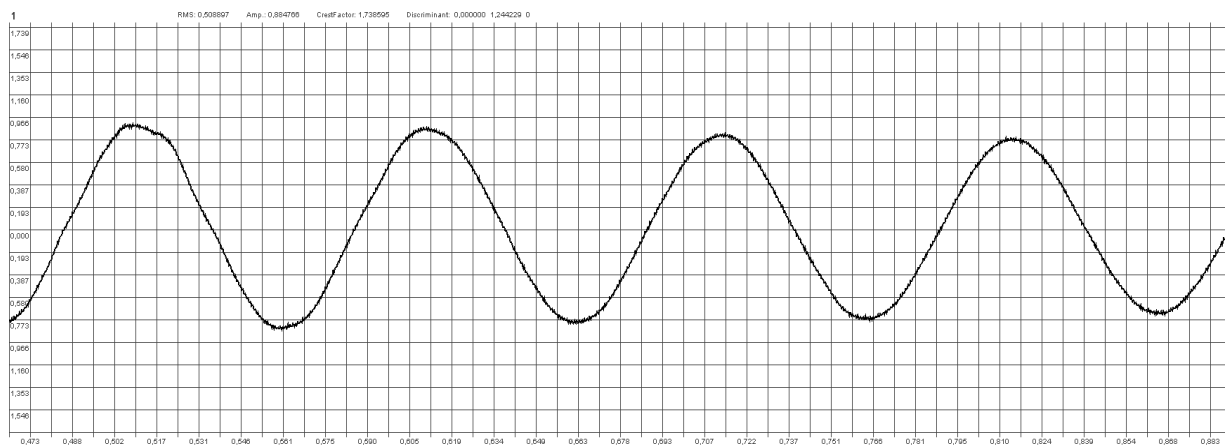
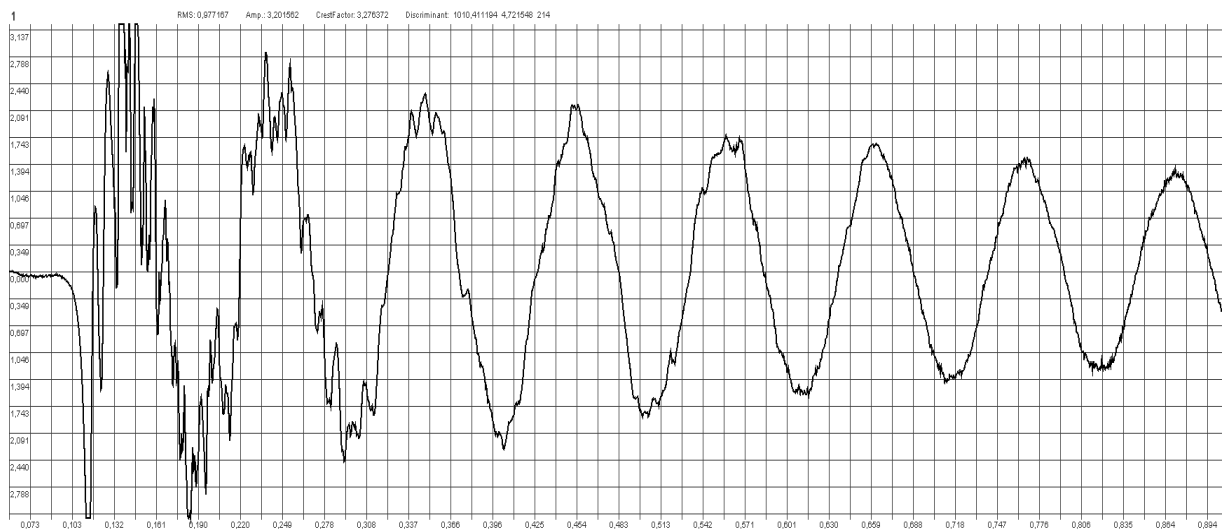


Рисунок 4.10 – Вибрационный сигнал при динамическом возбуждении плиты № 1 до статического нагружения (ось абсцисс – время (с), ось ординат – виброускорение (m/c^2))



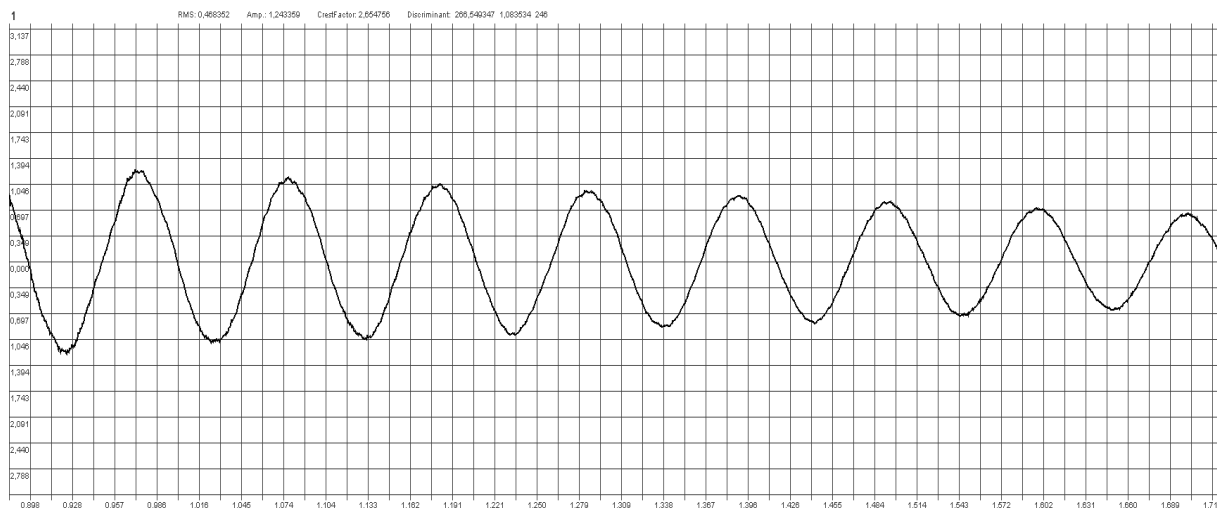


Рисунок 4.11 – Вибрационный сигнал при динамическом возбуждении плиты № 1 после статического нагружения (ось абсцисс – время (с), ось ординат – виброускорение ($м/с^2$))

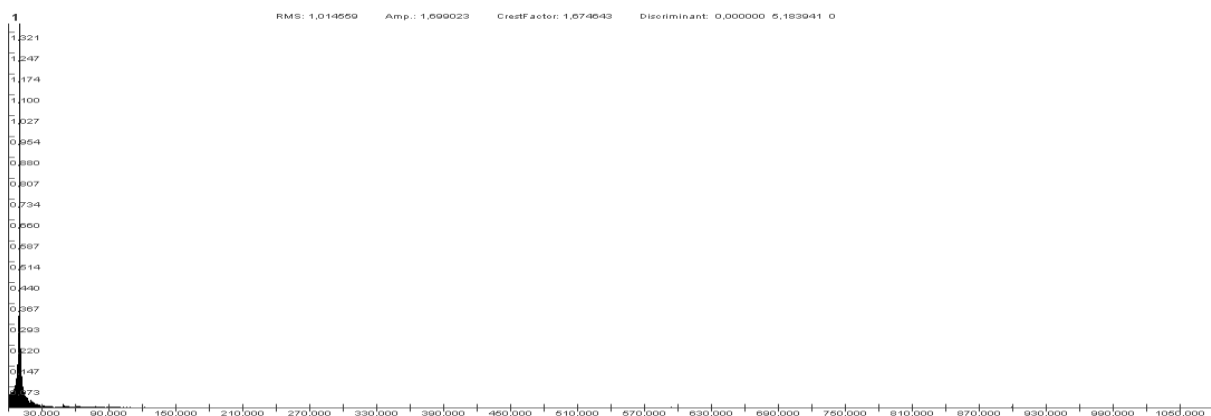


Рисунок 4.12 – Амплитудный спектр вибрационного сигнала, полученного при динамическом возбуждении плиты № 1 до статического нагружения (ось абсцисс – частота ($с^{-1}$), ось ординат – виброускорение ($м/с^2$))

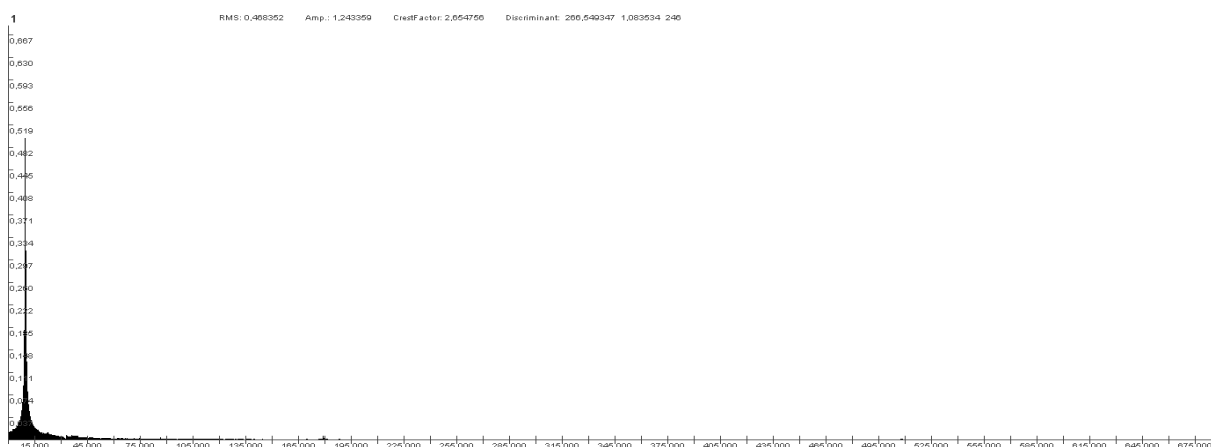


Рисунок 4.13 – Амплитудный спектр вибрационного сигнала, полученного при динамическом возбуждении плиты № 1 после статического нагружения (ось абсцисс – частота ($с^{-1}$), ось ординат – виброускорение ($м/с^2$))

В таблице 4.1 представлены параметры полученных в результате экспериментов вибрационных сигналов

Таблица 4.1 – Параметры затухающих колебаний, при исследовании плит перекрытия

| Состояние плиты | № плиты | Амплитуда ускорения, m/c^2 | Частота, Гц | Параметр затухания | Период, с | Логарифмический декремент затухания |
|-----------------|---------|------------------------------|-------------|--------------------|-----------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| До нагружения | 1 | 0.50 | 10.02 | 1.015 | 0.9985 | 0.098 |
| После | 1 | 0.55 | 9.62 | 0.395 | 0.104 | 0.263 |
| До нагружения | 2 | 0.69 | 9.87 | 2.14 | 0.1013 | 0.047 |
| После | 2 | 0.45 | 9.78 | 0.67 | 0.1023 | 0.152 |

Анализ полученных данных показывает, что изменение состояния конструкции (в данном случае – плиты перекрытия) отражается на параметрах вибрационного импульса, возбуждаемого при динамическом воздействии на конструкцию. В проведенных исследованиях наиболее существенное изменение наблюдается для логарифмического декремента затухания. Для плит, исследованных до статического нагружения, он имеет значительно более низкое значение. Этот параметр характеризует скорость затухания колебаний, возбужденных в конструкции. Затухание колебаний происходит из-за рассеяния (диссипации) энергии, за счет сил внутреннего сопротивления (внутреннего трения), основными факторами которого являются неоднородность структуры материала, наличие микротрещин, трение проскальзывания в соединениях элементов системы и в опорных закреплениях (сухое трение), внутреннее сопротивление основания.

При статических нагружениях плит перекрытия в них появлялись трещины, и хотя, после снятия нагрузки, они закрывались, их наличие, по всей видимости, оказало решающее влияние на скорость затухания возбужденных колебаний.

Вывод. Оценка несущей способности конструкций и сооружений может проводиться путем применения метода динамических воздействий. Его информативным результатом является вибрационный отклик. Используя алгоритмы цифровой обработки вибрационного отклика, вычисляются собственные частоты и декременты затухания для исследуемых конструкций. На основе анализа изменения этих параметров во времени можно делать выводы об изменении свойств конструкций.

ГЛАВА 5

ПРИМЕР МЕТОДИКИ АНАЛИЗА ИЗМЕНЕНИЯ ВИБРАЦИОННОГО СОСТОЯНИЯ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА

Эксплуатация сложных механизмов и агрегатов с вращательным движением предполагает использование штатных систем вибрационного контроля, мониторинга и защиты [7, 13]. В современных системах, решающих эти задачи, может быть реализован режим цифрового магнитофона, функцией которого является непрерывная запись вибрационного сигнала на протяжении длительных интервалов времени (десятки минут, часы и даже сутки) [14, 71, 72]. Это позволяет фиксировать редко возникающие аномальные ситуации и детально их анализировать.

В качестве примера таких исследований рассмотрим анализ вибрационной ситуации, возникающей при работе детандер-генераторного агрегата (ДГА). ДГА состоит из генератора, редуктора, турбодетандера (турбина, функционирующая на основе использования энергии перепада давления природного газа при его дросселировании).



Рисунок 5.1 – Турбодетандер ДГА

При эксплуатации ДГА с помощью штатной системы вибрационного контроля [13] было замечено, что при определенных режимах его работы происхо-

дит скачкообразное изменение среднего квадратического значения виброскорости на турбодетандере (рис. 5.1).

Для выяснения причин возникновения такой ситуации зарегистрирован, а затем проведен анализ непрерывного вибрационного сигнала, возбуждаемого на корпусе турбодетандера во время аварийно-опасных ситуаций.



Рисунок 5.2 – Редуктор и генератор ДГА



Рисунок 5.3 – Изменение СКЗ виброскорости при изменении режима работы турбодетандера

Целью выполненных исследований являлся поиск ответов на следующие вопросы:

- а) К какому частотному диапазону принадлежат вибрационные составляющие, ставшие причиной изменения интенсивности вибрации?
- б) Как быстро происходит изменение вибрационного состояния?
- в) Не стал ли причиной увеличения вибрации какой-либо дефект приводного вала?
- г) Какие способы анализа вибрационных сигналов лучшим образом позволяют выявлять подобные ситуации?

Обработка полученного сигнала выполнена разными способами: усреднение во временной области; вейвлет-анализ; разложение на периодическую и шумоподобную составляющие; полосовой спектральный анализ; преобразование Гильберта-Хуанга.

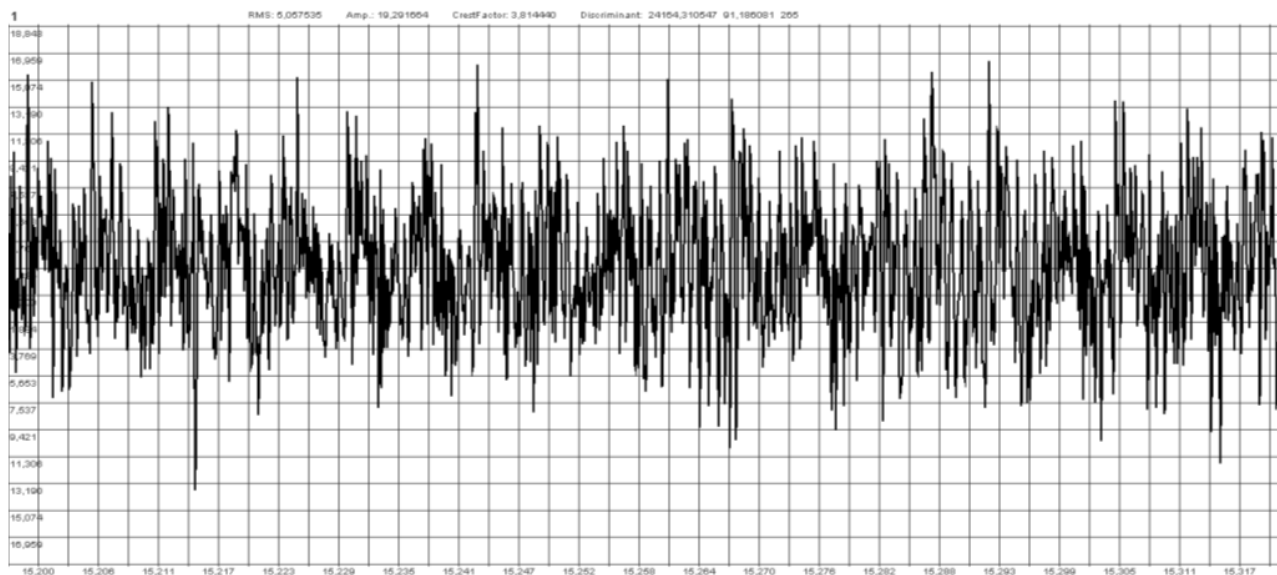


Рисунок 5.4 – Вибрационный сигнал (m/s^2) в точке контроля вертикального направления турбины ДГА для нормального режима работы (ось абсцисс – время, с)

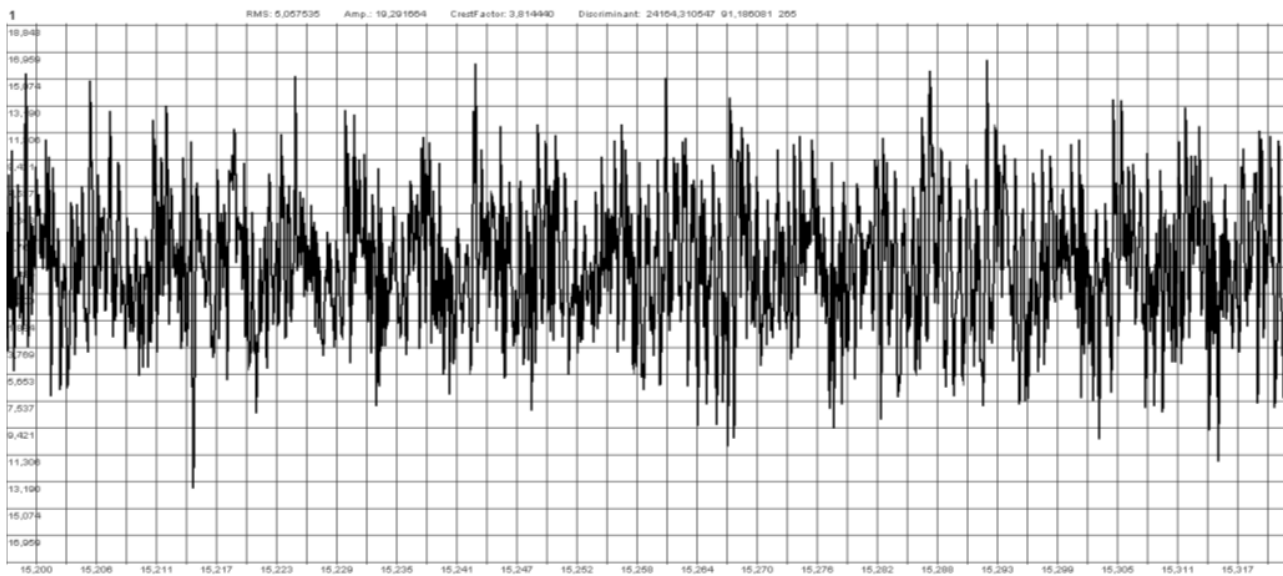


Рисунок 5.5 – Вибрационный сигнал (m/s^2) в точке контроля вертикального направления турбины ДГА для аварийно-опасного режима работы (ось абсцисс – время, с)

На рисунке 5.4 представлен вибрационный сигнал в единицах виброускорения для вертикального направления турбины ДГА в нормальном, а на рисунке 5.5 – аварийно-опасном режимах работы. Опытный специалист в области вибрации может заметить некоторые изменения формы сигнала. При этом, такие параметры как, СКЗ в частотной полосе 10–2000 Гц, пик-фактор, эксцесс, асимптота (рис. 5.6), не претерпели существенных изменений. Однако на амплитудных (рис. 5.7–5.8) и полосовых амплитудных спектрах с шагом 50 Гц (рис. 5.9–5.10) заметны существенные отличия, обусловленные появлением низкочастотной спектральной составляющей.

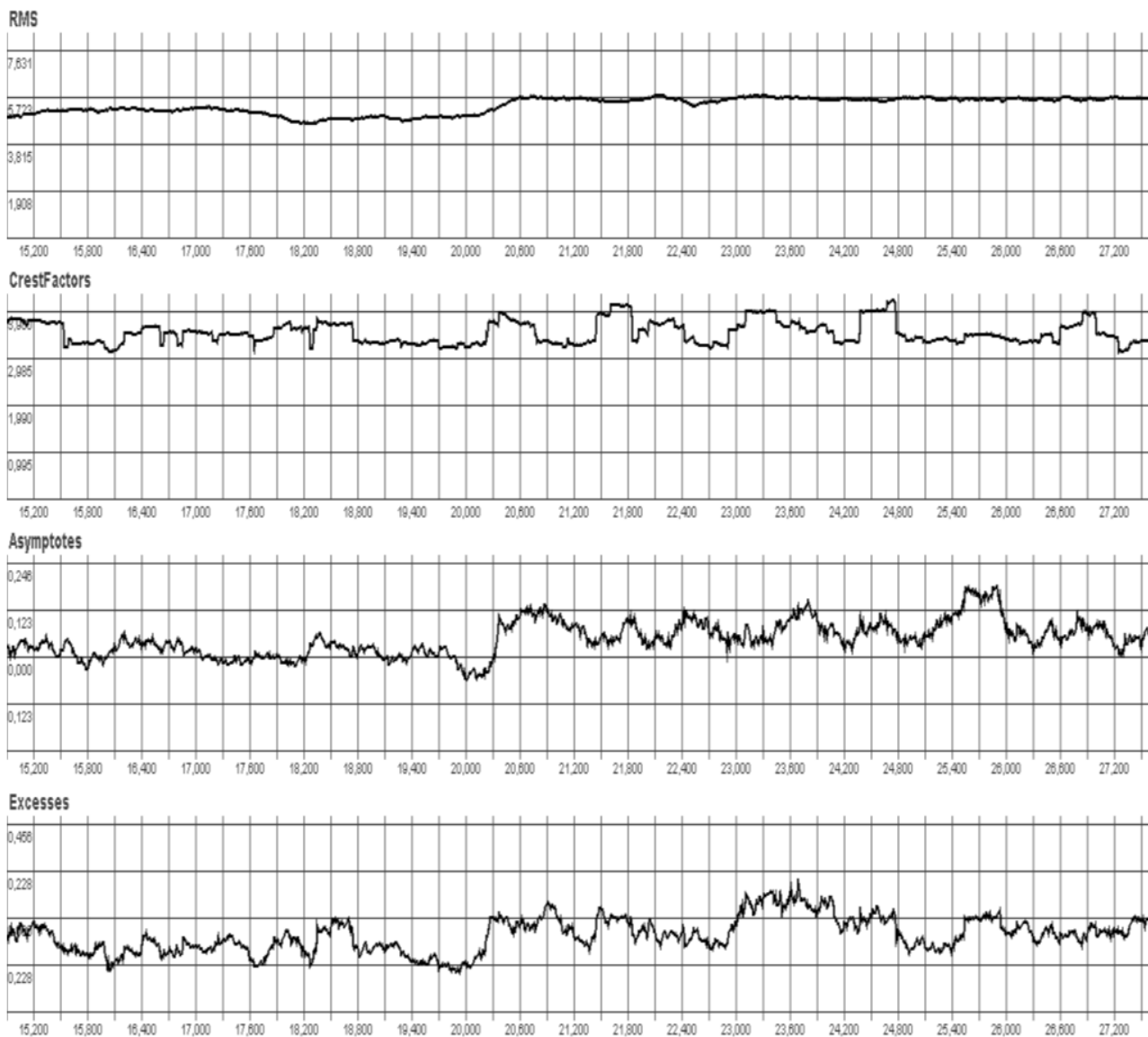


Рисунок 5.6 – Временные тренды параметров: СКЗ; пик-фактор; асимптота; эксцесс исследуемого вибросигнала (m/s^2) при переходе ДГА из нормального в аварийно-опасный режим работы (ось абсцисс – время, с)

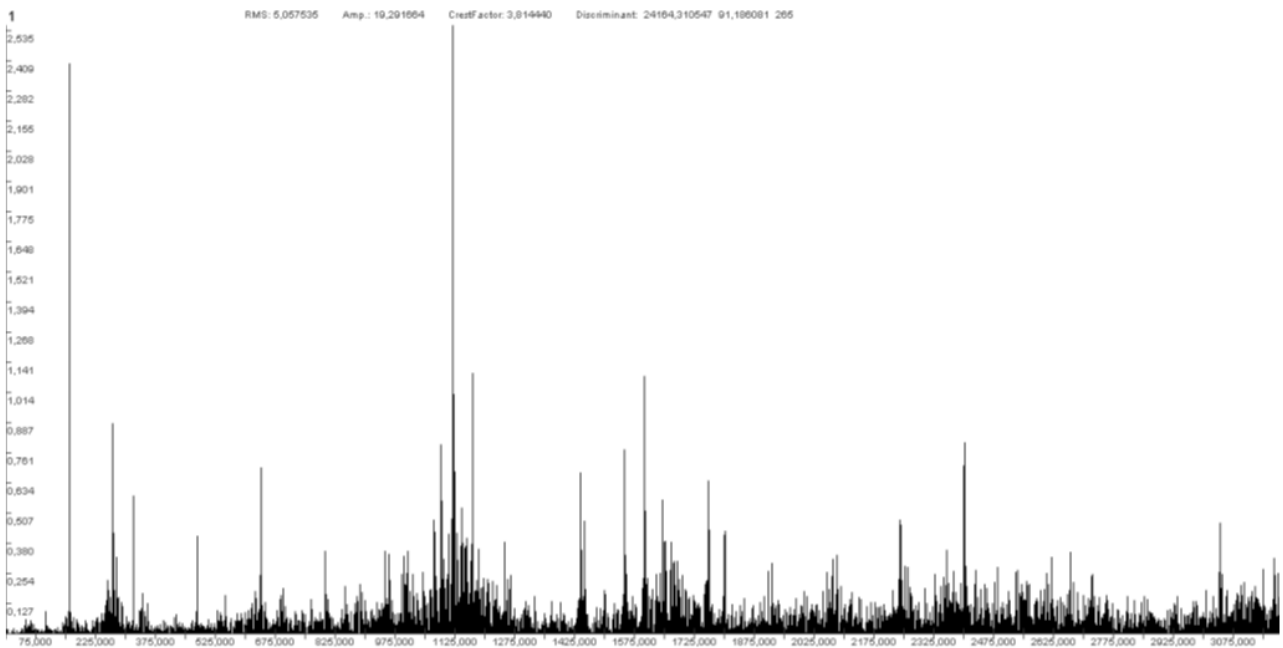


Рисунок 5.7 – Амплитудный спектр вибрационного сигнала (m/c^2) в точке контроля вертикального направления турбины ДГА для нормального режима работы (ось абсцисс – частота, Гц)

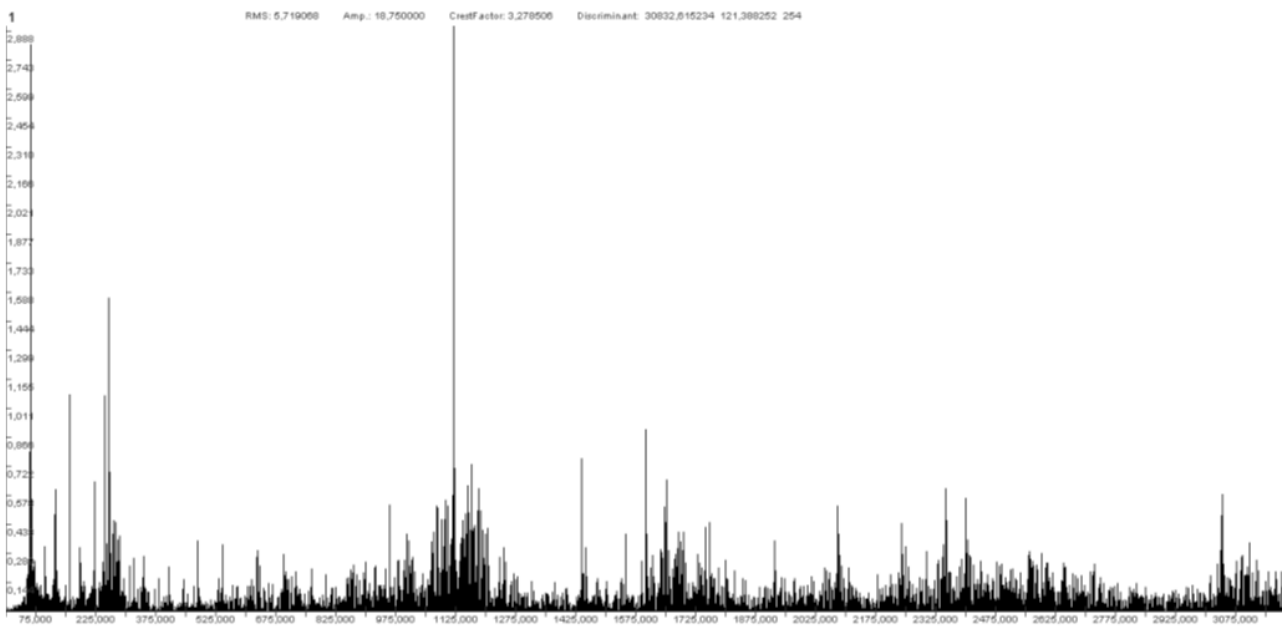


Рисунок 5.8 – Амплитудный спектр вибрационного сигнала (m/c^2) в точке контроля вертикального направления турбины ДГА для аварийно-опасного режима работы (ось абсцисс – частота, Гц)

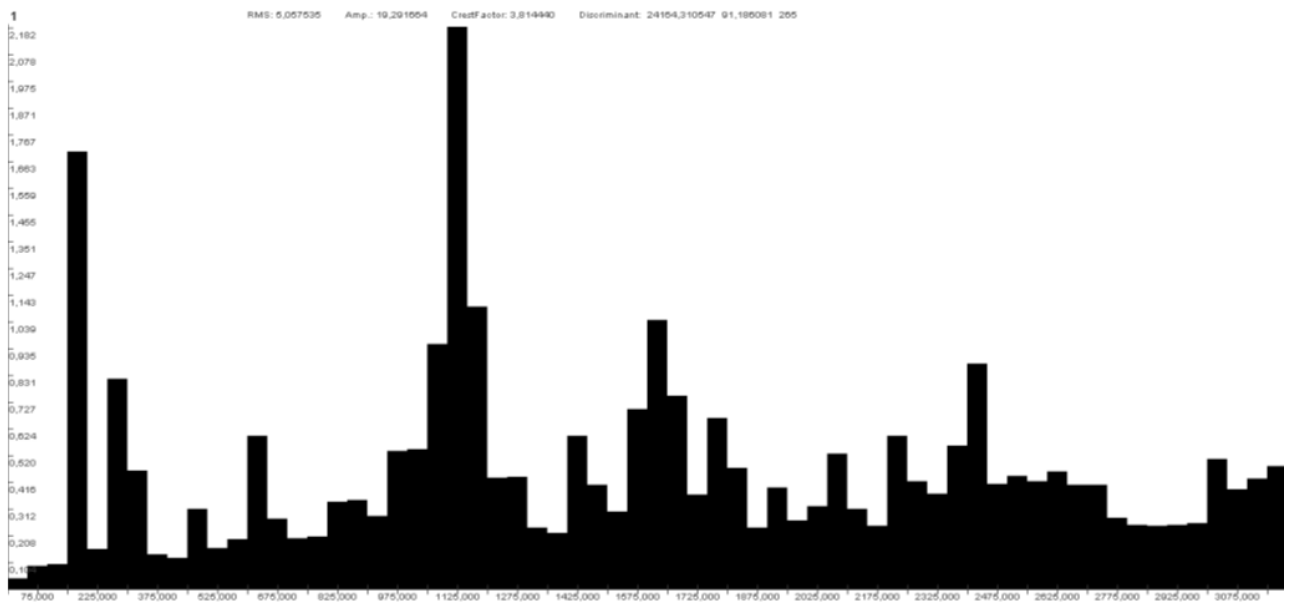


Рисунок 5.9 – Полосовой амплитудный спектр исследуемого вибрационного сигнала (СКЗ) в единицах виброускорения (m/s^2) в точке контроля вертикального направления турбины ДГА для нормального режима работы (ось абсцисс – частота в Гц)

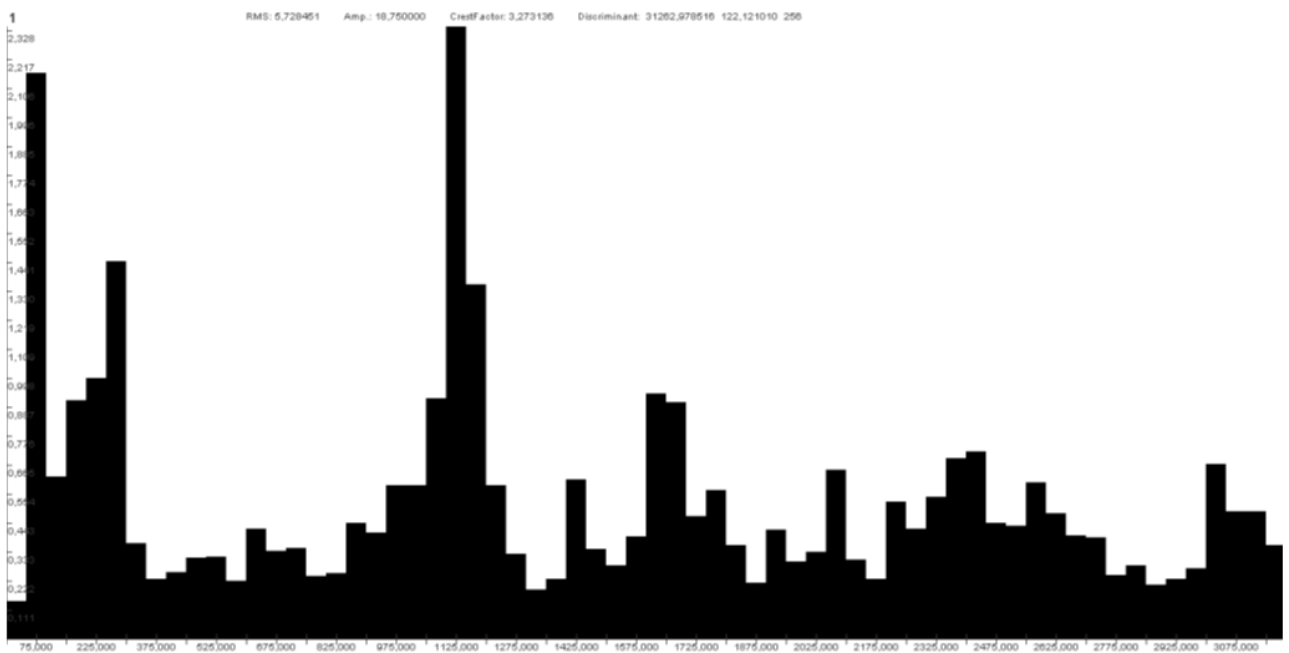


Рисунок 5.10 – Полосовой амплитудный спектр исследуемого вибрационного сигнала (СКЗ) в единицах виброускорения (m/s^2) в точке контроля вертикального направления турбины ДГА для аварийно-опасного режима работы (ось абсцисс – частота в Гц)

Динамика изменения параметров вибрации хорошо отслеживается на временных трендах СКЗ в частотных полосах полосового спектра и амплитуд частотных составляющих, кратных 160 Гц (рис. 5.11). Изменение вибрационного сигнала начинается (момент 17.6 сек.) с уменьшения амплитуды спектральной

составляющей 160 (нижний график). и, соответственно, СКЗ в частотной полосе 150–200 Гц (верхний график). Затем (момент 20 сек.) наблюдается быстрое нарастание СКЗ в частотной полосе 50–100 Гц и амплитуды спектральной составляющей 62 Гц (рис. 5.12).

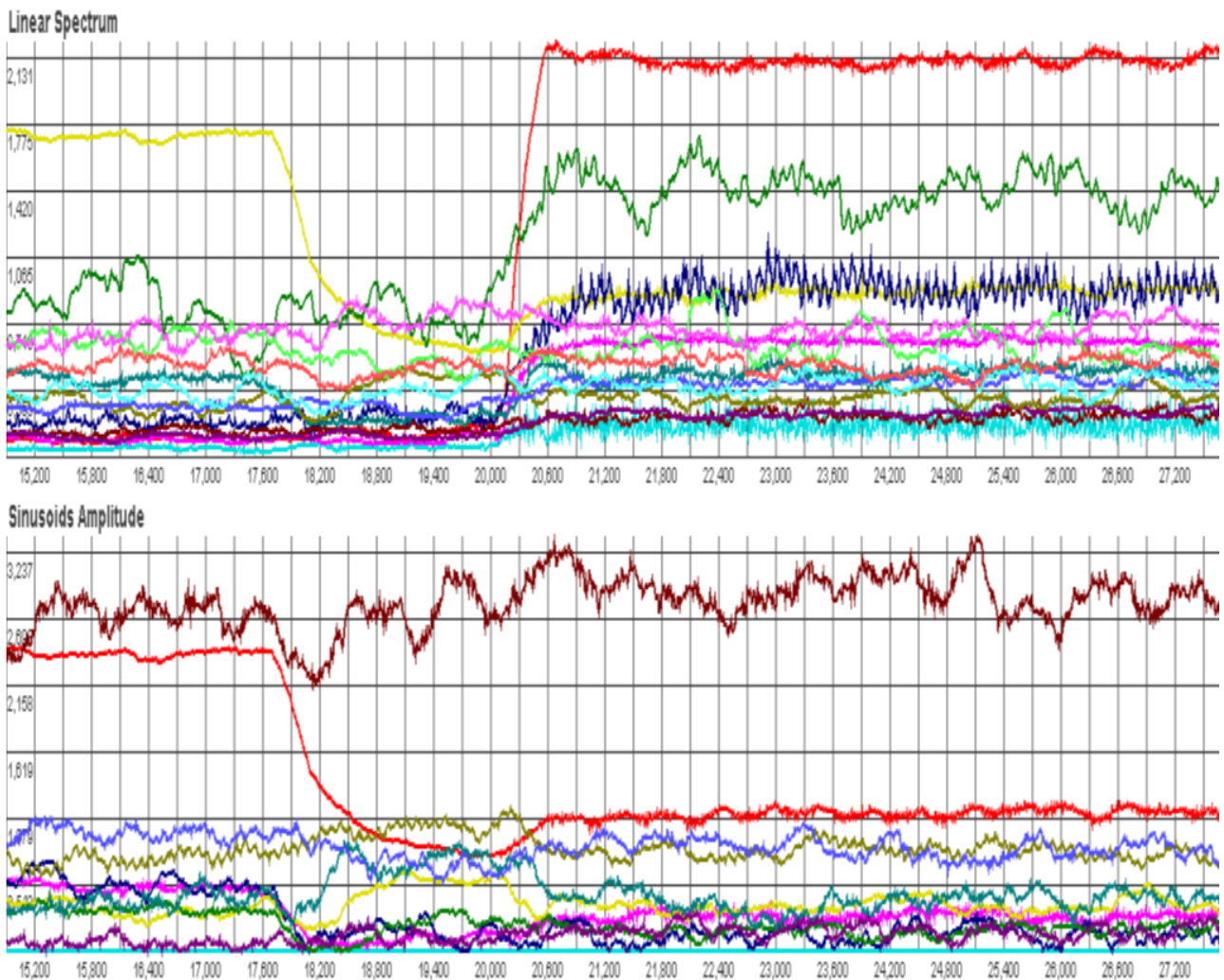


Рисунок 5.11 – Временные тренды СКЗ отдельных полос полосового спектра (верхний график) и амплитуд спектральных составляющих, кратных 160 Гц (нижний график), при переходе ДГА из нормального в аварийно-опасный режим работы

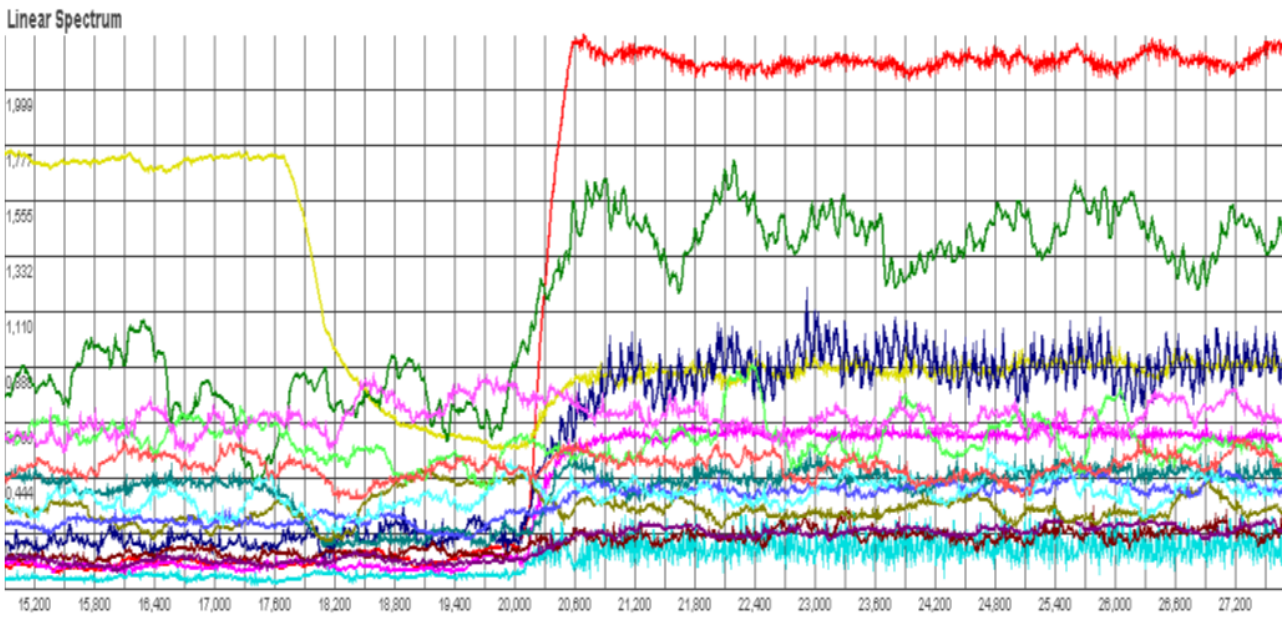


Рисунок 5.12 – Временные тренды амплитуд спектральных составляющих, кратных 62 Гц, при переходе ДГА из нормального в аварийно-опасный режим работы

Интересные результаты получаются при поведении усреднения во временной области исследуемых сигналов.

На рисунке 5.13 изображен вибрационный сигнал, а на рисунке 5.14 его амплитудный спектр, после усреднения вибросигнала во временной области синхронно, относительно частотной составляющей 160 Гц, частоты вращения вала турбины, при нормальном режиме работы ДГА.

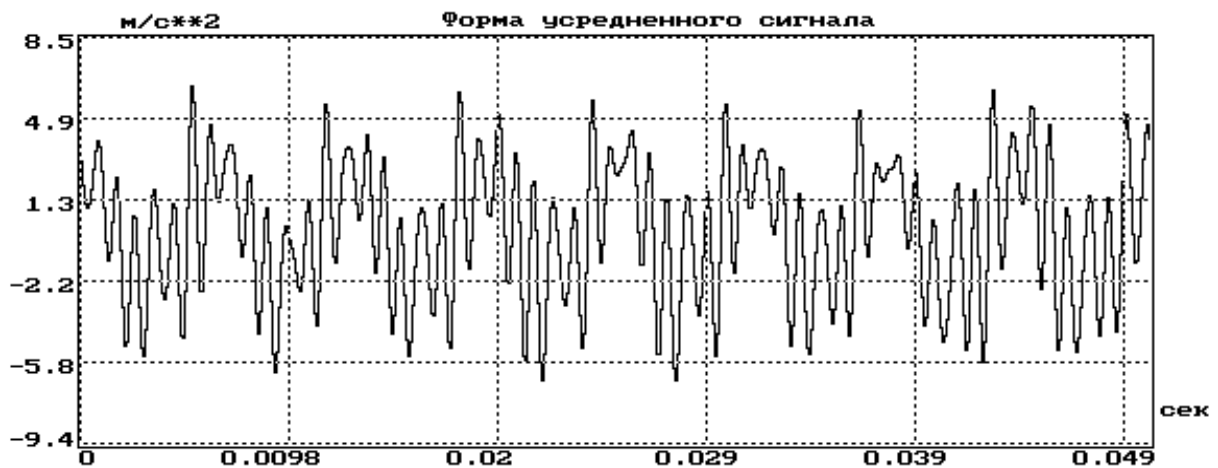


Рисунок 5.13 – Вибрационный сигнал (m/s^2), усредненный во временной области относительно частоты 160 Гц, в точке контроля вертикального направления турбины ДГА для нормального режима работы, (ось абсцисс – время, с)



Рисунок 5.14 – Амплитудный спектр вибрационного сигнала (m/c^2), усредненного во временной области относительно частоты 160 Гц, в точке контроля вертикального направления турбины ДГА для нормального режима работы, (ось абсцисс – частота, Гц)

Легко заметить, что после усреднения вибрационного сигнала во временной области отчетливо проявляется его периодическая структура и подавляются случайные шумы, помехи и, несинхронизированные с частотой вращения, возможно присутствующие, частотные составляющие. Таким образом, подтверждается гипотеза о преобладающем периодическом характере вибрационных колебаний, возбуждаемых на подшипниковых опорах механизмов с вращательным движением.

Вибрационный сигнал для вертикального направления турбины, усредненный во временной области относительно частотной составляющей 160 Гц после возникновения аварийно-опасной ситуации, изображен рисунке 5.15, а на рисунке 5.16 его амплитудный спектр.

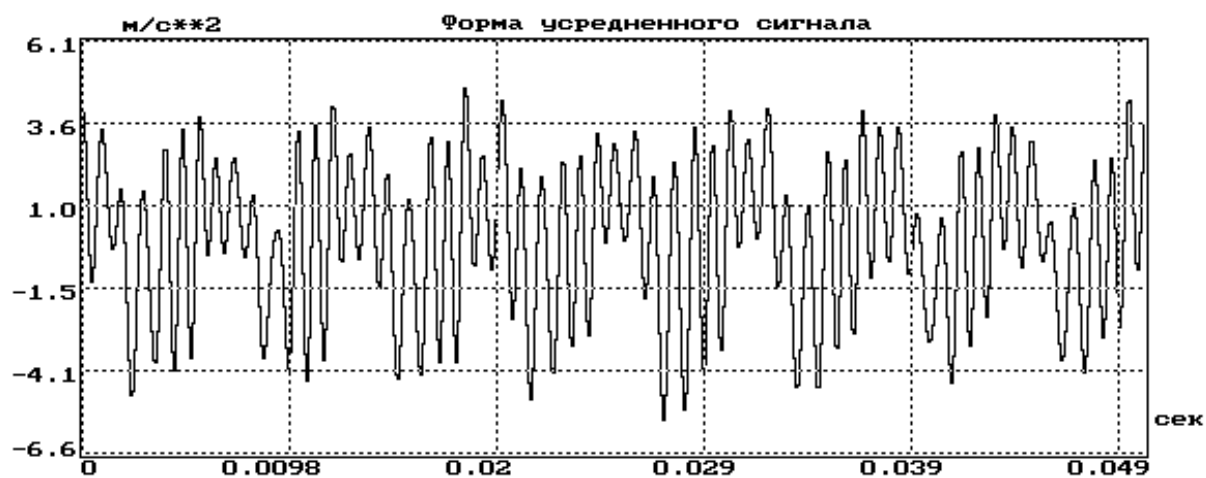


Рисунок 5.15 – Вибрационный сигнал (m/c^2) в точке контроля вертикального направления турбины ДГА для аварийно-опасного режима работы, усредненный во временной области относительно частоты 160 Гц (ось абсцисс – время, с)



Рисунок 5.16 – Амплитудный спектр вибрационного сигнала (m/c^2) ДГА для аварийно-опасного режима работы, усредненного во временной области относительно частоты 160 Гц в точке контроля вертикального направления турбины (ось абсцисс – частота, Гц)

Вибрационный сигнал для вертикального направления турбины, усредненный во временной области относительно частотной составляющей 62 Гц после возникновения аварийно-опасной ситуации, изображен рисунке 5.17, а на рисунке 5.18 его амплитудный спектр.

Полученные результаты показывают, что частотные составляющие, кратные 160 Гц, и частотные составляющие, кратные 62 Гц, абсолютно не взаимосвязаны, так как происходит их взаимное подавление при синхронных усреднениях вибросигналов во временной области относительно этих частот.



Рисунок 5.17 – Вибрационный сигнал (m/c^2) в точке контроля вертикального направления турбины ДГА для аварийно-опасного режима работы, усредненный во временной области относительно частоты 62 Гц (ось абсцисс – время, с)



Рисунок 5.18 – Амплитудный спектр вибрационного сигнала (m/c^2) ДГА для аварийно-опасного режима работы, усредненного во временной области относительно частоты 62 Гц в точке контроля вертикального направления турбины (ось абсцисс – частота, Гц)

Видимое размывание частотных составляющих на амплитудном спектре при усреднении относительно частоты 62 Гц происходит из-за того, что временной интервал анализа выбран не кратным периоду частотной составляющей 62 Гц, а кратным частоте 2.5 Гц.

Более детально структуру вибросигналов можно изучить путем их разложения на периодические и шумоподобные составляющие (рис. 5.19–5.26). Разложение вибросигнала, полученного при нормальной работе турбины (рис. 5.19–5.20), явно выделяет периодическую составляющую, с периодом частоты 160 Гц и шумоподобную. Разложение вибросигнала, полученного при аварийно-опасном режиме работы турбины (рис. 5.21–5.22), разделяет сигнал на периодическую составляющую, с периодом частоты 160 Гц, и остаток – шумоподобная составляющая плюс добавочный компонент. На (рис. 5.23–5.24), представлено разложение аварийно-опасного сигнала на периодическую составляющую, с периодом частоты 62 Гц, и остаток – шумоподобная составляющая плюс периодическая составляющая, с периодом частоты 160 Гц. Полученный остаток далее подвергается разложению на периодическую составляющую, с периодом частоты 160 Гц, и остаток – уже реальная шумоподобная составляющая (рис. 5.25–5.26),

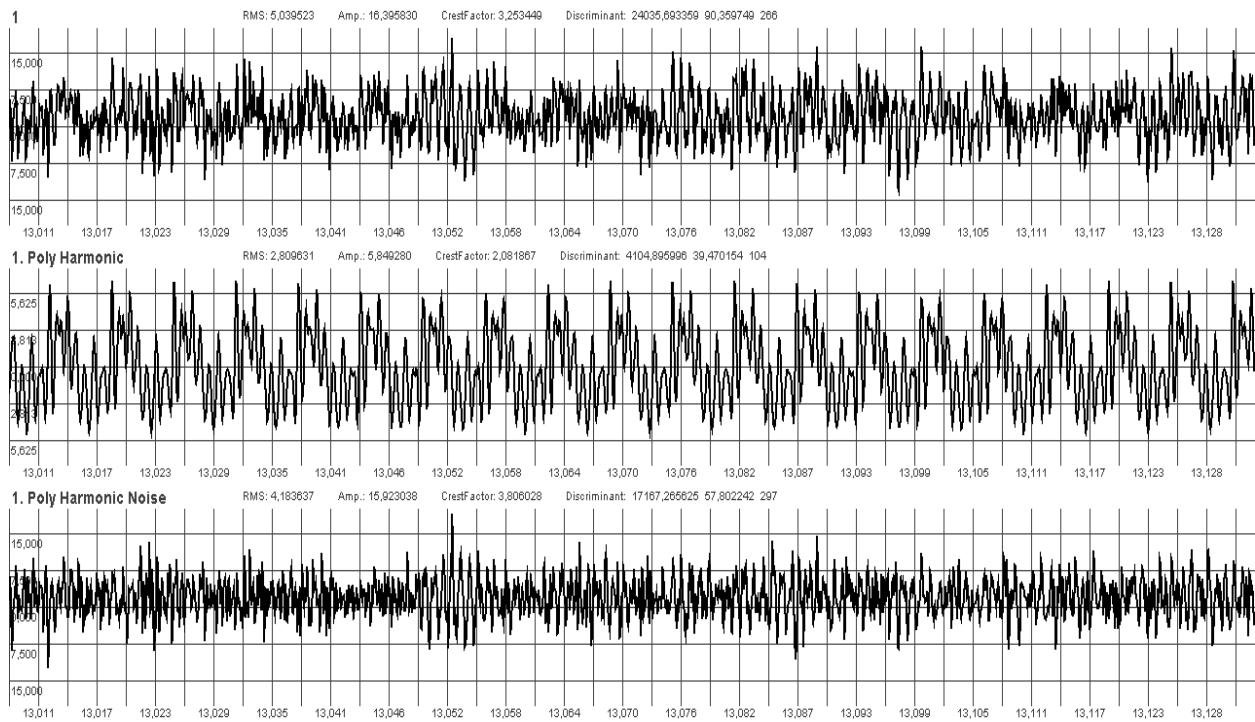


Рисунок 5.19 – Разложение исследуемого вибрационного сигнала (m/c^2) на периодическую, кратную периоду частотной составляющей 160 Гц, и шумоподобную составляющие для нормального режима работы ДГА (ось абсцисс – время, с)

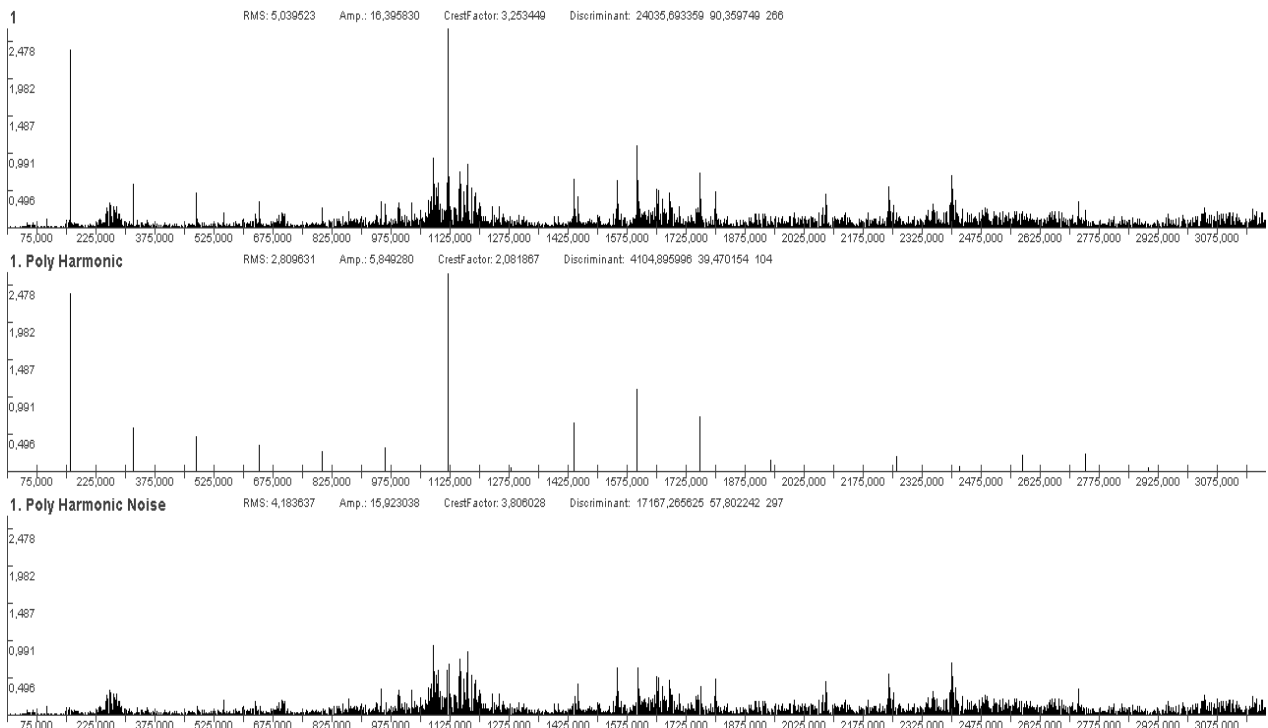


Рисунок 5.20 – Амплитудные спектры исследуемого вибрационного сигнала (m/c^2), периодической, кратной периоду частотной составляющей 160 Гц, и шумоподобной составляющей для нормального режима работы ДГА (ось абсцисс – частота, Гц)

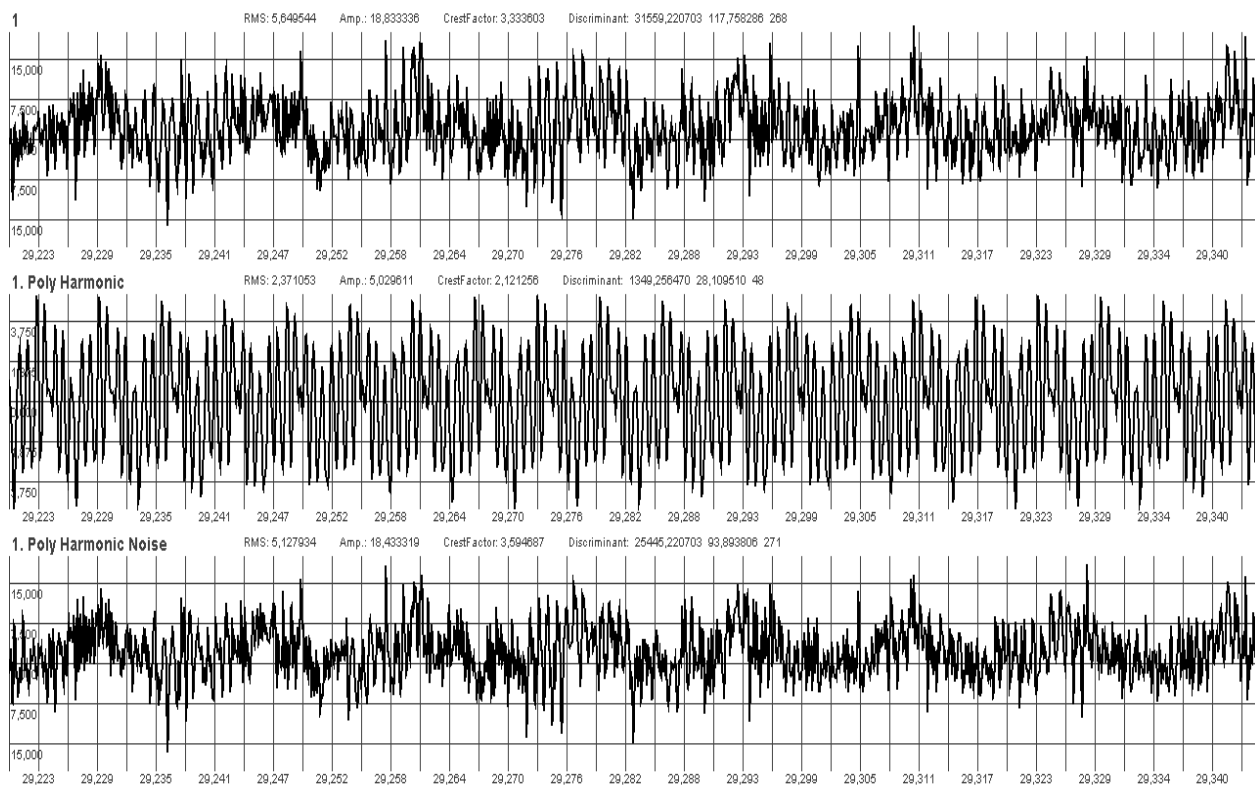


Рисунок 5.21 – Разложение исследуемого вибрационного сигнала (m/c^2) на периодическую, кратную периоду частотной составляющей 160 Гц, и шумоподобную составляющие для аварийно-опасного режима работы ДГА (ось абсцисс – время, с)

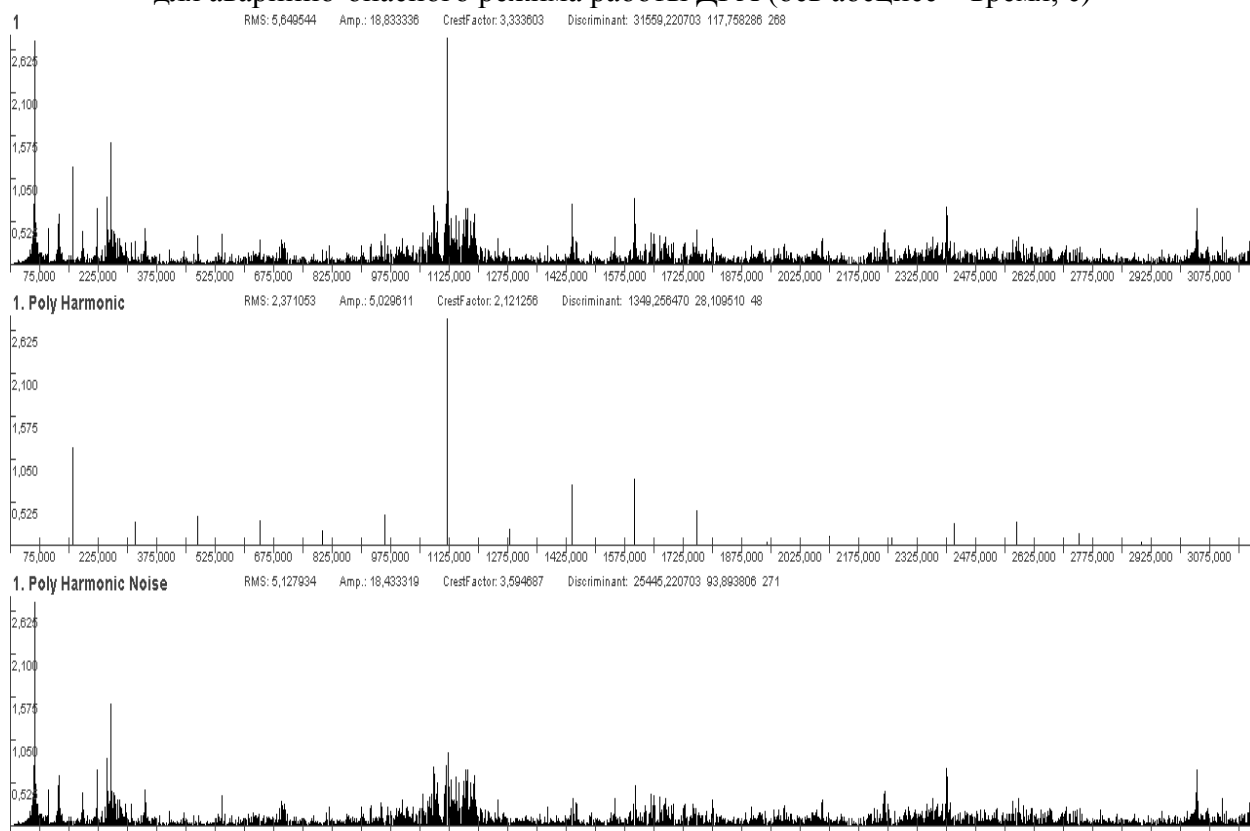


Рисунок 5.22 – Амплитудные спектры исследуемого вибрационного сигнала (m/c^2), периодической, кратной периоду частотной составляющей 160 Гц, и шумоподобной составляющей для аварийно-опасного режима работы ДГА (ось абсцисс – частота, Гц)

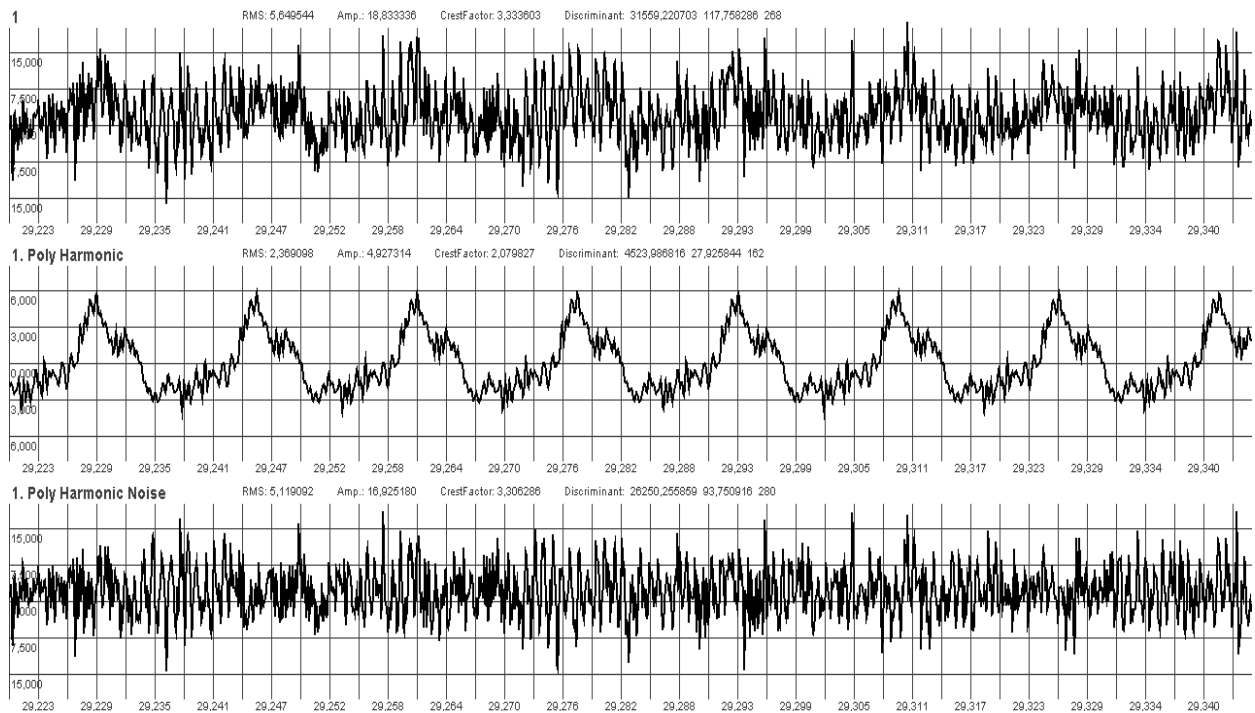


Рисунок 5.23 – Разложение исследуемого вибрационного сигнала (m/c^2) на периодическую, кратную периоду частотной составляющей 62 Гц, и шумоподобную составляющие для аварийно-опасного режима работы ДГА (ось абсцисс – время, с)

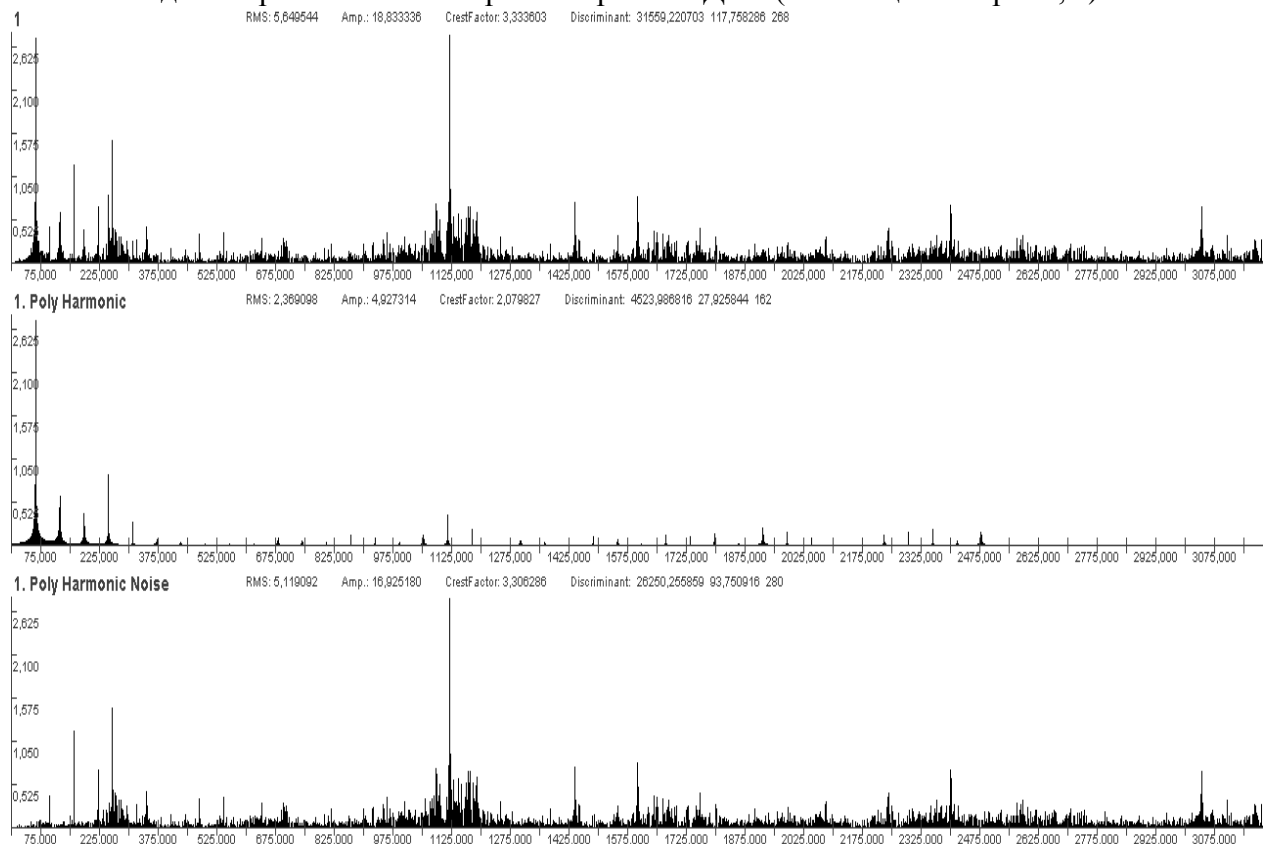


Рисунок 5.24 – Амплитудные спектры исследуемого вибрационного сигнала (m/c^2), периодической, кратной периоду частотной составляющей 62 Гц, и шумоподобной составляющих для аварийно-опасного режима работы ДГА (ось абсцисс – частота, Гц)

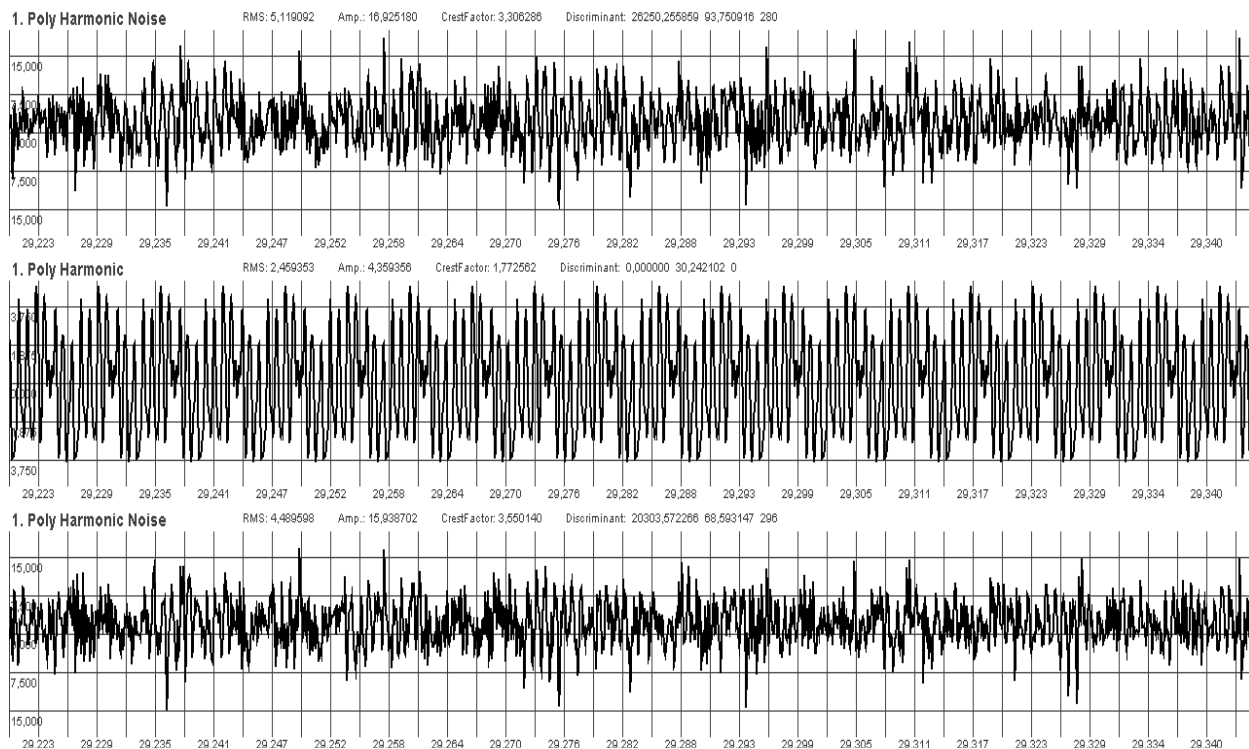


Рисунок 5.25 – Разложение остатка вибрационного сигнала (m/c^2) (рис. 5.23) на периодическую, кратную периоду частотной составляющей 160 Гц, и шумоподобную составляющие для аварийно-опасного режима работы ДГА (ось абсцисс – время, с)

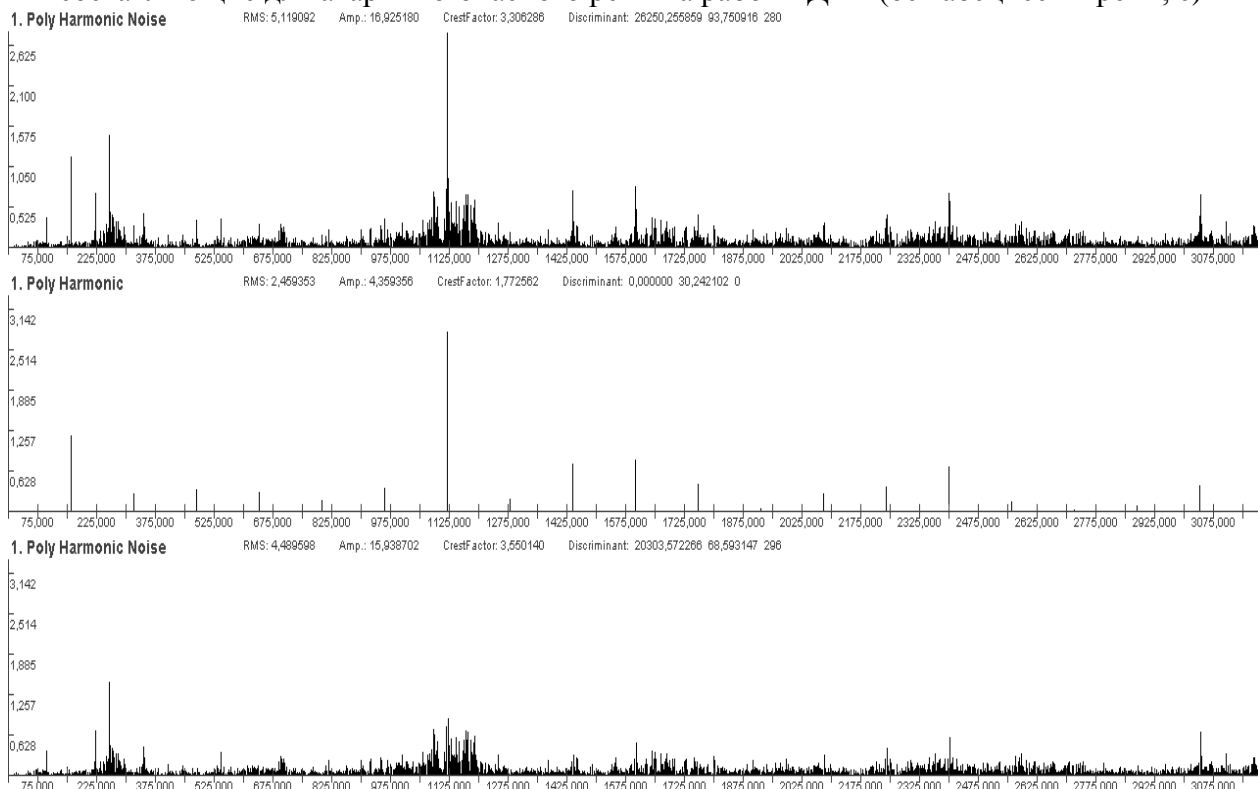


Рисунок 5.26 – Амплитудные спектры исследуемого вибрационного сигнала (m/c^2) периодической, кратной периоду частотной составляющей 160 Гц, и шумоподобной составляющих для нормального режима работы ДГА (ось абсцисс – частота, Гц)

Представленный способ позволяет разделять вибросигнал, а потом исследовать разные компонентные составляющие вибросигналов, отражающих вибрационное состояние механизмов с вращательным движением.

Также интересен и способ разложения вибросигнала на модовые компоненты преобразования Гильберта-Хуанга (рис. 5.27–5.30). Сравнение полученных модовых компонент показывает, что СКЗ четвертой моды для аварийно-опасной ситуации в четыре раза больше, чем СКЗ четвертой моды для нормального режима работы турбины. Таким образом, преобразование Гильберта-Хуанга также может использоваться при исследованиях вибросигналов и выявлять аномальные состояния. Однако, в отличие от спектрального анализа и разложения на частотные полосы, частотный состав мод имеет индивидуальные особенности, для разных вибрационных сигналов.

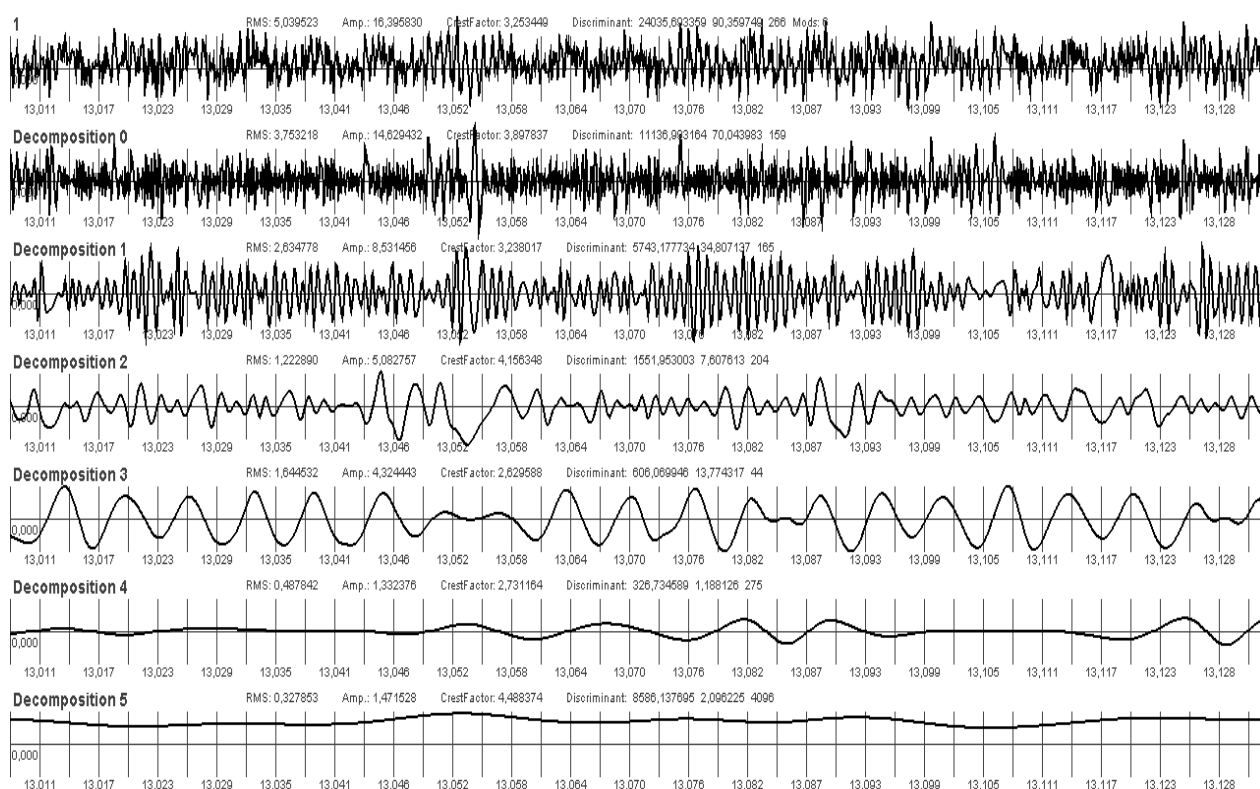


Рисунок 5.27 – Разложение исследуемого вибрационного сигнала (m/c^2) на моды Гильберта-Хуанга для нормального режима работы ДГА (ось абсцисс – время, с)

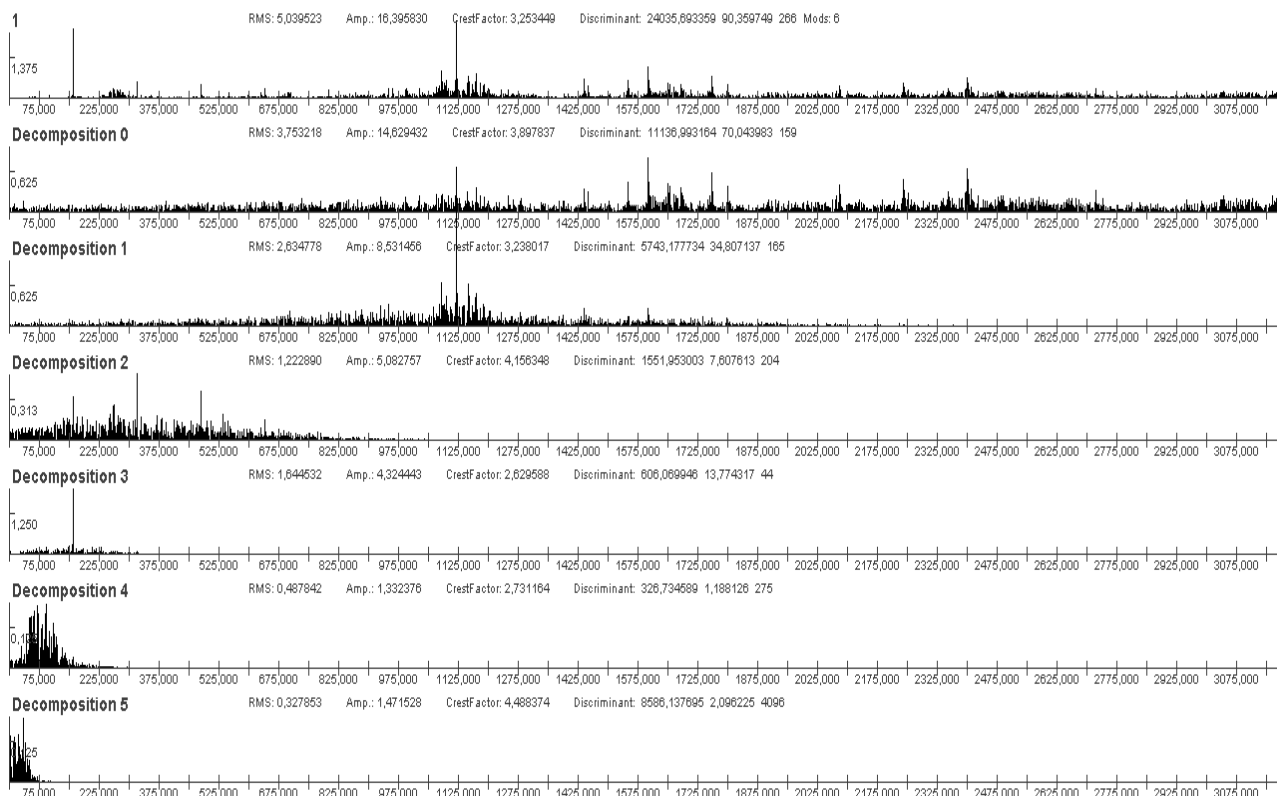


Рисунок 5.28 – Амплитудные спектры исходного вибрационного сигнала (m/c^2) временных реализаций мод Гильберта-Хуанга для нормального режима работы ДГА (ось абсцисс – частота, Гц)

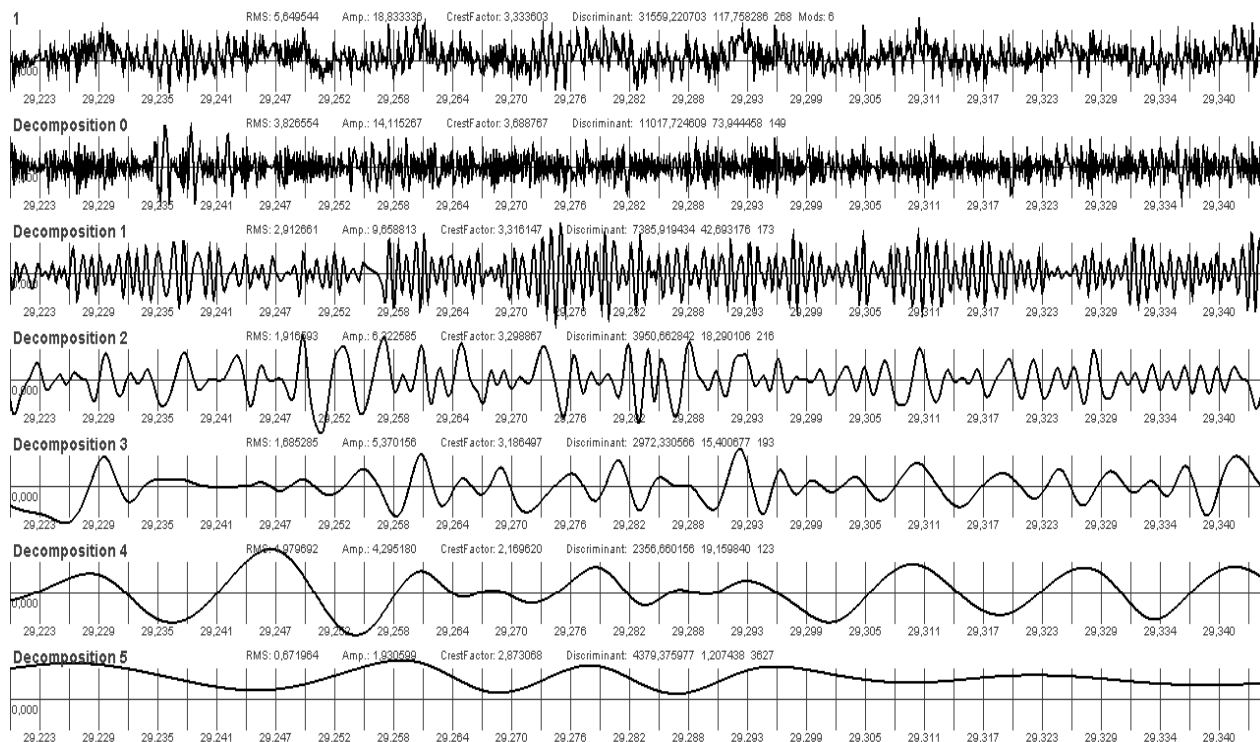


Рисунок 5.29 – Разложение исследуемого вибрационного сигнала (m/c^2) на моды Гильберта-Хуанга для аварийно-опасного режима работы ДГА (ось абсцисс – время, с)

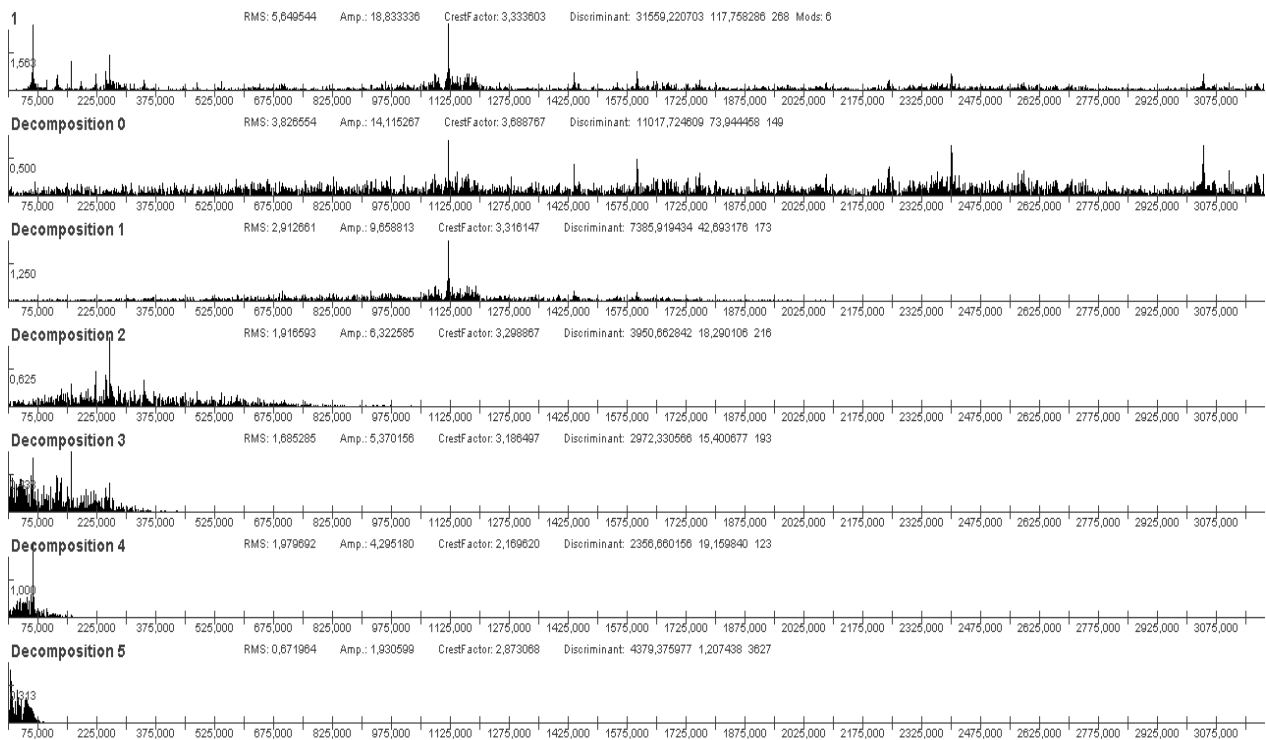


Рисунок 5.30 – Амплитудные спектры исходного вибрационного сигнала (м/с^2) временных реализаций мод Гильберта-Хуанга для аварийно-опасного режима работы ДГА (ось абсцисс – частота, Гц)

Вейвлет-анализ позволяет оценить динамику происходящих процессов (рис. 5.31). Здесь гауссовый вейвлет четвертого порядка с центральной частотой 62 Гц выявляет динамику нарастания амплитуды соответствующей частотной составляющей при развитии аварийно-опасной ситуации. Нарастание амплитуды происходит достаточно быстро. За 0.2 секунды амплитуда спектральной составляющей 62 Гц нарастает от нуля до максимума.

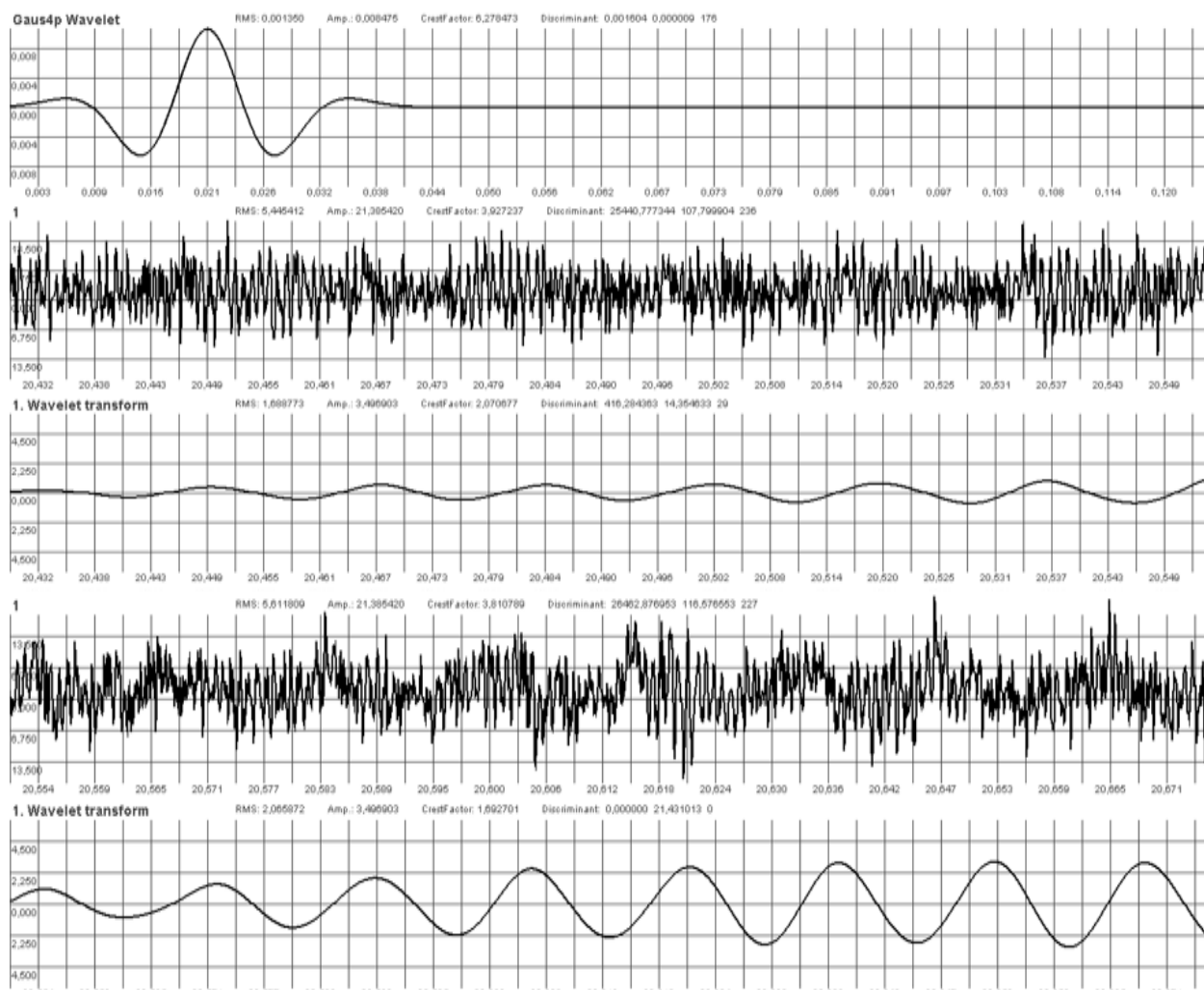


Рисунок 5.31 – Выделение из исходного вибрационного сигнала (m/c^2) Гауссовым вейвлетом 4-го порядка с центральной частотой 62 Гц вейвлет-составляющей при развитии аварийно-опасной ситуации

Таким образом, с помощью предложенного метода обработки достигается возможность разделять вибросигнал: на спектральные составляющие; периодическую и шумоподобную составляющие; моды преобразования Гильберта-Хуанга; компоненты вейвлет-преобразований. А затем исследовать разные составляющие вибросигналов, отражающих вибрационное состояние механизмов с вращательным движением, выявлять аномальные состояния и динамику их изменения.

Численные значения параметров вибрационного сигнала, вычисленные после обработок исходного вибросигнала разными способами приведены в таблицах 5.1–5.3

Таблица 5.1 – Параметры вибрационных сигналов, представленных в единицах виброускорения, на разных этапах развития дефекта

| Момент времени | Параметр | Исходный сигнал | Выделение полигармонической составляющей с гармониками, кратными 160 Гц | | Выделение полигармонической составляющей с гармониками, кратными 62 Гц | | Выделение полигармонической составляющей с гармониками, кратными 160 и 62 Гц | |
|--|------------|-----------------|---|---------------------------|--|---------------------------|--|---------------------------|
| | | | полигармоническая составляющая | шумоподобная составляющая | полигармоническая составляющая | шумоподобная составляющая | полигармоническая составляющая | шумоподобная составляющая |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1. До увеличения интенсивности вибрации | СКЗ | 5.05 | 3.15 | 3.95 | 0.35 | 5.04 | 3.18 | 3.95 |
| | Макс | 18.54 | 6.82 | 14.98 | 0.76 | 18.16 | 7.32 | 14.9 |
| | Мин | -12.67 | -6.9 | -10.78 | -0.89 | -12.41 | -7.27 | -11.07 |
| | Амплитуда | 15.61 | 6.86 | 12.88 | 0.83 | 15.29 | 7.3 | 12.99 |
| | Пик-фактор | 3.09 | 2.18 | 3.26 | 2.35 | 3.03 | 1.92 | 3.29 |
| 2. На начальном этапе изменения характера вибрации | СКЗ | 4.96 | 2.56 | 4.25 | 0.50 | 4.93 | 2.62 | 4.23 |
| | Макс | 16.25 | 5.31 | 13.88 | 0.83 | 16.53 | 5.98 | 14.8 |
| | Мин | -13.31 | -4.50 | -11.38 | -0.93 | -13.74 | -5.24 | -11.38 |
| | Амплитуда | 14.78 | 4.95 | 12.63 | 0.88 | 15.14 | 5.61 | 13.1 |
| | Пик-фактор | 2.98 | 1.91 | 2.97 | 1.77 | 3.07 | 2.09 | 3.91 |
| 3. Появление новой составляющей вибрации | СКЗ | 5.23 | 2.55 | 4.56 | 1.0 | 5.13 | 2.78 | 4.49 |
| | Макс | 16.88 | 4.71 | 16.28 | 2.37 | 15.86 | 7.18 | 17.96 |
| | Мин | -14.23 | -4.54 | -11.6 | -2.34 | -14.52 | -5.99 | -12.06 |
| | Амплитуда | 15.56 | 4.63 | 13.94 | 2.36 | 15.79 | 6.59 | 15.06 |
| | Пик-фактор | 2.97 | 1.81 | 3.06 | 2.36 | 2.96 | 2.37 | 3.35 |
| 4. После увеличения интенсивности вибрации | СКЗ | 5.75 | 2.76 | 5.05 | 2.13 | 5.35 | 3.49 | 4.59 |
| | Макс | 19.4 | 5.36 | 14.79 | 4.10 | 20.06 | 9.05 | 18.13 |
| | Мин | -17.5 | -4.61 | -15.27 | -3.78 | -13.76 | -8.27 | -11.6 |
| | Амплитуда | 18.45 | 4.99 | 15.03 | 3.94 | 16.91 | 8.66 | 14.87 |
| | Пик-фактор | 3.21 | 1.81 | 2.98 | 1.85 | 3.16 | 2.48 | 3.24 |

Таблица 5.2 – Полосовой спектр вибрационных сигналов, представленных в единицах виброускорения, на разных этапах развития дефекта

| Момент времени | СКЗ сигнала | СКЗ в полосе 10-30 Гц | СКЗ в полосе 30-90 Гц | СКЗ в полосе 90-180 Гц | СКЗ в полосе 180-360 Гц | СКЗ в полосе 360-700 Гц | СКЗ в полосе 700-1000 Гц | СКЗ в полосе 1000-1500 Гц | СКЗ в полосе 1500-2000 Гц |
|----------------|-------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 5.05 | 0.04 | 0.1 | 1.73 | 0.79 | 0.81 | 0.99 | 2.86 | 1.89 |
| 2 | 4.96 | 0.02 | 0.09 | 0.65 | 0.94 | 0.72 | 0.91 | 3.17 | 1.69 |
| 3 | 5.23 | 0.07 | 1.32 | 0.79 | 1.39 | 0.76 | 0.98 | 3.19 | 1.73 |
| 4 | 5.75 | 0.1 | 2.14 | 0.98 | 1.85 | 0.81 | 0.97 | 3.25 | 1.61 |

Таблица 5.3 – Полосовой спектр вибрационных сигналов, представленных в единицах виброскорости на разных этапах развития дефекта

| Момент времени | СКЗ сигнала | СКЗ в полосе 10-30 Гц | СКЗ в полосе 30-90 Гц | СКЗ в полосе 90-180 Гц | СКЗ в полосе 180-360 Гц | СКЗ в полосе 360-700 Гц | СКЗ в полосе 700-1000 Гц | СКЗ в полосе 1000-1500 Гц | СКЗ в полосе 1500-2000 Гц |
|----------------|-------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 2.8 | 0.3 | 0.27 | 1.73 | 0.45 | 0.23 | 0.21 | 0.38 | 0.16 |
| 2 | 1.82 | 0.15 | 0.26 | 0.65 | 0.56 | 0.21 | 0.16 | 0.42 | 0.14 |
| 3 | 4.01 | 0.73 | 3.4 | 0.89 | 0.86 | 0.22 | 0.17 | 0.43 | 0.15 |
| 4 | 6.28 | 0.85 | 5.48 | 1.12 | 1.15 | 0.24 | 0.17 | 0.44 | 0.14 |

Таблица 5.4 – СКЗ вибрационных сигналов, представленных в единицах виброускорения и виброскорости, выделенных гауссовыми вейвлетами четвертого порядка, на разных этапах развития дефекта

| Момент времени | Виброускорение | | Виброскорость | |
|----------------|------------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| | центральная частота вейвлета 80 Гц | центральная частота вейвлета 160 Гц | центральная частота вейвлета 80 Гц | центральная частота вейвлета 160 Гц |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 0.12 | 1.74 | 0.22 | 1.73 |
| 2 | 0.086 | 0.69 | 0.19 | 0.67 |
| 3 | 1.01 | 0.88 | 2.6 | 0.94 |
| 4 | 1.75 | 1.14 | 4.55 | 1.34 |

Выполненный анализ позволяет сделать следующие выводы [87–89]:

1. Параметры периодической составляющей с частотами, кратными оборотной частоте 160 Гц, не изменились в большую сторону, а даже немного уменьшились. СКЗ сигнала в единицах виброускорения также изменилось незначительно, но в единицах виброскорости увеличилось примерно в 2,5 раза.

Это свидетельствует о том, что произошло увеличение амплитуд частотных составляющих в низкочастотной области.

2. Полосовые спектры, особенно в единицах виброскорости, позволяют выяснить, в какой частотной зоне или зонах изменилась интенсивность вибрации. Для рассматриваемого случая наиболее существенное увеличение интенсивности вибрации произошло в частотной полосе 30–90 Гц (см. таблицы 5.2–5.3).

3. Оценка динамики изменения интенсивности вибрации в разных частотных зонах может производиться с помощью вейвлет-преобразования. Для этих целей использованы гауссовы вейвлеты четвертого порядка с центральными частотами 160 Гц (оборотная частота) и 80 Гц (половина оборотной частоты). По изменению интенсивности вибрации сигналов, выделяемых вейвлетами, также можно судить о изменении технического состояния объекта (см. таблицу 5.4). В данном случае наиболее значимое изменение интенсивности вибрации наблюдается для сигнала, выделенного вейвлетом с центральной частотой 80 Гц как для виброскорости, так и для виброускорения.

4. Анализируя форму вибросигнала на выходе вейвлета с центральной частотой 62 Гц можно выявить, что изменение вибрационного состояния произошло за временной интервал порядка 0.2 секунды, т. е. очень быстро.

5. Рост общего уровня вибрации, что особенно заметно для сигнала, представленного в единицах виброскорости, произошел за счет появления новых составляющих, кратных составляющей с частотой, примерно равной 62 Гц, что подтверждается параметрами периодической составляющей с компонентами, кратными данной частоте.

6. Усреднение во временной области относительно частоты 62 Гц и частоты 160 Гц подтверждает независимость друг от друга составляющих вибрации, кратных этим частотам.

7. Моды преобразования Гильберта-Хуанга чувствительны к изменению формы вибрационного сигнала.

8. Обнаруженное скачкообразное повышение вибрации не связано с техническим состоянием ротора турбины, так как параметры периодической составляющей вибрации с частотами, кратными частоте вращения ротора, не изменились в большую сторону. В результате, для предотвращения подобных ситуаций было принято решение о выборе режимов эксплуатации турбодетандера, которые не приводят к повышению вибрации.

Таким образом, предлагаемая методика исследования вибрационных сигналов позволяет провести его разноплановый анализ, установить основные причины изменения параметров вибрации, что, в свою очередь, дает возможность принимать решения о проведении мероприятий, направленных на снижение интенсивности вибрации или недопущение ее увеличения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С начала 1990-х лабораторией вибродиагностических систем УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» начаты разработка, внедрение, опытная и промышленная эксплуатация компьютерных систем и комплексов непрерывного вибрационного контроля и мониторинга сложных агрегатов роторного типа, которые формируют временные тренды для 14 вибрационных параметров с временным шагом 1–8 секунд по каждой точке контроля (от 12 до 33 точек) на эксплуатируемом объекте. Созданные компьютерные комплексы по своей сути явились системами больших данных, которые в последующем стали автоматически принимать решения о защитном отключении агрегатов с вращательным движением по индивидуальным вибрационным параметрам. В настоящее время разработаны компьютерные и встраиваемые многоканальные системы, регистрирующие длинные (десятки минут, часы, сутки), реализации вибрационных сигналов, с частотой дискретизации 2–100 кГц, которые непрерывно отражают вибрационное состояние исследуемого механизма в разных режимах работы.

Базовую функциональность таких компьютерных систем и комплексов определяет их математическое и программное обеспечение. В ходе их разработки и промышленной эксплуатации выявлен ряд возмущающих факторов, которые потребовали существенной адаптации классических алгоритмов цифровой обработки сигналов под решаемые задачи для обеспечения требуемых метрологических характеристик, достижения необходимых требований надежности функционирования и достоверности получаемых результатов обработки вибрационных сигналов.

Результатом выполненных работ и исследований стало новое научно-техническое направление – компьютерные системы и комплексы для работы с вибрационными сигналами. Структурно такой комплекс представляет собой первичные виброизмерительные преобразователи, согласующие усилители и каналы передачи данных, аналоговые фильтры для ограничения частотной полосы сигналов, модуль АЦП, подключаемый к компьютеру по стандартному интерфейсу и непосредственно компьютер. Такой подход минимизирует аппаратные затраты и обеспечивает за счет программного обеспечения модифицируемость и расширяемость выполняемых функций, быструю адаптацию к изменяющимся требованиям и решаемым задачам.

В монографии рассмотрены различные методы цифровой обработки вибрационных сигналов с учетом их реальных особенностей. Все предлагаемые алгоритмы апробированы при разработке и эксплуатации систем вибрационного контроля, мониторинга, автоматики защиты в режиме промышленной эксплуатации на действующих объектах. Предлагаемые алгоритмы доведены до уровня программной реализации на языке Си. Область применения разработок – научные исследования, учебный процесс, разработка систем, в основе которых лежат алгоритмы цифровой обработки сигналов различной физической природы для предприятий энергетики, нефтехимии, машиностроения, Министерства чрезвычайных ситуаций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Неразрушающий контроль : справочник. Т. 7. – Кн. 2. Вибродиагностика /Ф. Я. Балицкий [и др.]. – М. : Машиностроение, 2005. – 485 с.
2. Азовцев, Ю. А. Вибрационная диагностика роторных машин и оборудования целлюлозно-бумажных комбинатов : учеб. пособие/ Ю. А. Азовцев, Н. А. Баркова, А. А. Гаузе. – СПб.: СПбГУРП, 2014. – 127 с.
3. Баркова, Н. А. Введение в виброакустическую диагностику роторных машин и оборудования: учеб. пособие / Н. А. Баркова. – СПб. : Изд. центр СПбГМТУ, 2003. – 156 с.
4. Ширман, А. Р. Практическая вибродиагностика и мониторинг состояния механического оборудования / А. Р. Ширман, А. Б. Соловьев. – М., 1996. – 276 с.
5. Барков, А. В. Мониторинг и диагностика роторных машин по вибрации / А. В. Барков, Н. А. Баркова, А. Ю. Азовцев. – СПб. : Изд. центр СПбГМТУ, 2000. – 169 с.
6. Bently, D. E. Fundamentals of Rotating Machinery Diagnostics/ D. E. Bently, C. N. Hatch, B. Grissom. – Canada.: Bently pressurized bearing company, 2002. – 726 p.
7. Гольдин, А. С. Вибрация роторных машин / А. С. Гольдин. – М. : Машиностроение, 1999. – 344 с.
8. Фрэнкс, Б. Укрощение больших данных: как извлекать знания из массивов информации с помощью глубокой аналитики / Б. Фрэнкс; пер. с англ. А. Баранова. – М. : Манн, Иванов и Фербер, 2014. – 352 с.
9. ГОСТ ИСО 10816–1–97. Вибрация. Контроль состояния машин по результатам измерений вибрации на невращающихся частях. Ч. 1. Общие требования. – Введ. 1999–07–01. – Минск. Межгосударственный совет по стандартизации, метрологии и сертификации: ИПК Изд–во стандартов, 1998. Стандартиформ, 2007. – 18 с.
10. ГОСТ 25364–97. Агрегаты паротурбинные стационарные. Нормы вибрации опор валопроводов и общие требования к проведению измерений. – Введ. 1999–07–01. – Минск. Межгосударственный совет по стандартизации, метрологии и сертификации: ИПК Изд–во стандартов, 1998. Стандартиформ, 2011. – 12 с.
11. Бранцевич, П. Ю. Организация и опыт применения систем вибрационного мониторинга и защиты / П. Ю. Бранцевич, С. Ф. Костюк // Достижения физики неразрушающего контрол: сб. науч. тр. / под ред. Н. П. Мигуна. – Минск : Институт прикладной физики НАН Беларуси, 2013. – С. 67–74.
12. Brancevich, P. Organization of the vibration-based monitoring and diagnostics system for complex mechanical system / P. Brancevich, X. Miao, Y. Li // 20th International Congress on Sound and Vibration. Bangkok, Thailand, 7–11 July 2013. – Curran Associates, Inc., NY 12571 USA, – P. 612–619.

13. Бранцевич, П. Ю. ИВК «Лукомль–2001» для вибрационного контроля / П. Ю. Бранцевич // Энергетика и ТЭК. – 2008. – № 12 (69). – С. 19–21.
14. Бранцевич, П. Ю. Методика применения измерительно-вычислительного комплекса «Тембр–М» при оценке вибрационного состояния механизмов и агрегатов / П. Ю. Бранцевич // Информационные технологии. Радиоэлектроника. Телекоммуникации (ITRT–2014) : сб. ст. IV международной заочной науч.-техн. Конференции. – Тольятти: Изд-во ПВГУС, 2014. – С. 55–67.
15. Фор, А. Восприятие и распознавание образов./ А. Фор. – М. : Машиностроение, 1989. – 272 с.
16. Бранцевич, П. Ю. Применение разложения вибрационных сигналов на периодическую и шумоподобную составляющие при исследовании технического состояния механизмов с вращательным движением / П. Ю. Бранцевич, В. Э. Базаревский, С. Ф. Костюк // Механика 2011 : сб. науч. тр. V Белорусского конгресса по теорет. и прикладной механике, Минск, 26–28 окт. 2011 г. : в 2 т. / Объедин. Ин-т машиностроения НАН Беларуси; редкол.: М.С. Высоцкий [и др.]. – Минск, 2011. – Т. II. – С. 27–31.
17. Бранцевич, П. Ю. Способ анализа вибрационных сигналов при исследовании технического состояния механизмов / П. Ю. Бранцевич // Информационные технологии. Радиоэлектроника. Телекоммуникации (ITRT–2012) : сб. ст. II международной заочной научно-технической конференции. Ч. 1 / Поволжский гос. ун-т сервиса. – Тольятти: Изд-во ПВГУС, 2012. – С. 244 – 250.
18. Бранцевич, П. Ю. Применение примеров решений задач вибродиагностики при изучении алгоритмов цифровой обработки сигналов / П. Ю. Бранцевич, В.Э. Базаревский // Исследования наукограда. – 2013. – № 1 (3). – С. 49–55.
19. Вибрации в технике : справочник. Т. 1. Колебания линейных систем / под ред. В. В. Болотина. – М. : Машиностроение, 1978. – 352 с.
20. Анго, А. Математика для электро- и радиоинженеров. / А. Анго, – М. : Наука, 1965. – 780 с.
21. Бранцевич, П. Ю. Разработать алгоритмические методы определения фазовых параметров вибраций роторных агрегатов / БГУИР. – Минск, 1998. – 530 с. – Деп. в БелИСА 30.10.1998, № Д199867. Оpubл. в сб. «Реферативный сборник непубликуемых работ. Отчеты НИР, ОКР, ОТР, депонированные научные рукописи». – Вып. № 11. – С. 64.
22. Бранцевич, П. Ю. Оценка технического состояния механизмов с вращательным движением на основе анализа вибрационных характеристик пусков и выбегов / П. Ю. Бранцевич. – Минск : Четыре четверти, 2021. – 236 с.
23. Бранцевич, П. Ю. Разработать и внедрить комплекс программно-алгоритмических средств непрерывного вибрационного мониторинга опор роторных агрегатов электростанций на базовом образце / П. Ю. Бранцевич. – Минск : БГУИР, 1998. – 92 с. Деп в БелИСА 9.03.1999 г., № Д199920.
24. Бранцевич, П. Ю. Решение задач вибрационного контроля и диагностики механизмов и конструкций с использованием ИВК «Лукомль» и «Тембр» / П. Ю. Бранцевич, Е. В. Бобрук, С. Ф. Костюк, Н. В. Степанчук // Приборо-

строение-2010 : материалы 3-й Международной науч.-техн. конференции. – Минск : БНТУ, 2010. – С. 36–38.

25. Основы цифровой обработки сигналов : курс лекций / А.И. Солонина, Д.А. Улахович, С.М. Арбузов, Е.Б. Соловьева. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 768 с.

26. Лайонс, Р. Цифровая обработка сигналов/ Р. Лайонс. – М. : ООО «Бином-Пресс», 2006. – 656 с.

27. Оппенгейм, А. В. Цифровая обработка сигналов / А. В. Оппенгейм, Р. В. Шафер / пер. с англ. под ред. С.Я. Шацаю. – М. :Связь, 1979. – 416 с.

28. Айфичер, Э.С. Цифровая обработка сигналов : практический подход / Э. С. Айфичер, Б.У. Джервис. – М. : Изд. дом «Вильямс», 2008. – 992 с.

29. Бранцевич, П. Ю. Способ анализа вибрационных сигналов при исследовании технического состояния механизмов / П. Ю. Бранцевич // Информационные технологии. Радиоэлектроника. Телекоммуникации (ITRT-2012) : сб. ст. II Международной заочной научно-технической конференции. Ч. 1 / Поволжский гос. ун-т сервиса. – Тольятти : Изд-во ПВГУС, 2012. – С. 244–250.

30. Бранцевич, П. Ю. Применение примеров решений задач вибродиагностики при изучении алгоритмов цифровой обработки сигналов / П. Ю. Бранцевич, В. Э. Базаревский // Исследования наукограда. – 2013. – № 1 (3). – С. 49–55.

31. Исакович, М. М. Устранение вибрации электрических машин / М. М. Исакович, Л. И. Клейман, Б. Х. Перчанок. – Л. : Энергия. Ленингр. отделение, 1979. – 276 с.

32. Бранцевич, П. Ю. Определение параметров нестационарных вибрационных сигналов / П. Ю. Бранцевич // Алгоритмические и программные средства в информационных технологиях, радиоэлектронике и телекоммуникациях: сб. статей I Междунар. заочной науч.-техн. конф. – Тольятти : Изд-во ПВГУС, 2013. – Ч. 2. – С. 236–243.

33. Фрэнкс, Б. Укрощение больших данных: как извлекать знания из массивов информации с помощью глубокой аналитики / Б. Фрэнкс; пер. с англ. А. Баранова. – М. : Манн, Иванов и Фербер, 2014. – 352 с.

34. Бранцевич, П. Ю. Большие данные в системах вибрационного контроля, мониторинга, диагностики / П. Ю. Бранцевич, Е. Н. Базылев // Неразрушающий контроль и диагностика. – 2016. – № 3. – С. 28–41.

35. Бранцевич, П. Ю. Применение разложения вибрационных сигналов на периодическую и шумоподобную составляющие при исследовании технического состояния механизмов с вращательным движением / П. Ю. Бранцевич, В. Э. Базаревский, С. Ф. Костюк // Механика 2011: сб. науч. тр. V Белорусского конгресса по теорет. и прикладной механике, Минск, 26–28 окт. 2011 г.: в 2 т. / Объедин. ин-т машиностроения НАН Беларуси; редкол.: М. С. Высоцкий [и др.]. – Минск, 2011. – Т. II. – С. 27–31.

36. Brancevich, P. Detection of vibration disturbances during the analysis of long realisations of vibration signals / P. Brancevich, Y. Li // 25-th International

Congress on Sound and Vibration. Hiroshima Calling – Hiroshima, Japan, 8–12 July 2018. – P.n. 701. – P. 1–8, Curran Associates, Inc., USA, 2018. – P. 2736–2743.

37. Бранцевич, П. Ю. Оценка технического состояния механизмов с вращательным движением на основе анализа вибрационных характеристик пусков и выбегов / П. Ю. Бранцевич. – Минск : Четыре четверти, 2021. – 236 с.

38. Бранцевич, П. Ю. Определение параметров нестационарных вибрационных сигналов / П. Ю. Бранцевич // Алгоритмические и программные средства в информационных технологиях, радиоэлектронике и телекоммуникациях: сб. статей I Междунар. заочной науч.-техн. конф. – Тольятти : Изд-во ПВГУС, 2013. – Ч. 2. – С. 236–243.

39. Бранцевич, П. Ю. Модели при определении параметров вибрационного процесса для нестационарного режима работы турбоагрегата / П. Ю. Бранцевич // Наука энергетике 1999–2000: сб. науч. тр. – Минск : Институт тепло- и массообмена им. А. В. Лыкова НАН Беларуси, 2001. – С. 82–88.

40. Зиновьев, А. Л. Введение в теорию сигналов и цепей / А. Л. Зиновьев, Л. И. Филиппов. – М. : Высш. школа, 1975. – 262 с.

41. Бранцевич, П. Ю. Измерительно-вычислительный комплекс «Лукомль-2001». Программа вибрационного контроля. Описание программы. 375.ГЛЮИ. 00001-01 13 01 ЛУ / П. Ю. Бранцевич. – Минск : БГУИР-БЭРН, 1998. – 29 с.

42. Бранцевич, П. Ю. Измерительно-вычислительный комплекс «Лукомль-2001». Программа вибрационного контроля с определением амплитудных и фазовых параметров вибрации. Описание программы. 375.ГЛЮИ. 00002-01 13 01 ЛУ. – Минск : БГУИР-БЭРН, 1998. – 60 с.

43. Бранцевич, П. Ю. Измерительно-вычислительный комплекс «Лукомль-2001». Программа вибрационного контроля подшипниковых опор турбоагрегата в режимах пуска-останова. Описание программы. 375.ГЛЮИ. 00010-01 13 01 ЛУ / П. Ю. Бранцевич. – Минск : БГУИР-БЭРН, 1999. – 64 с.

44. Бранцевич, П. Ю. Измерительно-вычислительный комплекс «Лукомль-2001». Программа вибрационного контроля подшипниковых опор турбоагрегата в режимах нагружения-разгружения и при регламентных испытаниях. Описание программы. 375.ГЛЮИ. 00020-01 13 01 ЛУ / П. Ю. Бранцевич. – Минск : БГУИР-БЭРН, 1999. – 67 с.

45. Лэм, Г. Аналоговые и цифровые фильтры. Расчет и реализация / Г. Лэм, – М. : Мир, 1982. – 592 с.

46. Сиберт, У. М. Цепи, сигналы, системы. Ч. 2 / У. М. Сиберт. – М. : Мир, 1988. – 360 с.

47. Каппелини, В. И. Цифровые фильтры и их применение / В. И. Каппелини, А. Дж. Константинодис, П. Эмилиани. – М. : Энергоатомиздат, 1983. – 360 с.

48. Титце, У. Полупроводниковая схемотехника : справочное руководство / У. Титце, К. Шенк. – М. : Мир, 1982. – 512 с.

49. Гольденберг, Л. М. Цифровая обработка сигналов : справочник / Л.М. Гольденберг, Б.Д. Матюшкин, М.Н. Поляк. – М. : Радио и связь, 1985. – 312 с.
50. Христиан, Э. Таблицы и графики по расчету фильтров / Э. Христиан, Е. Эйзенман – М. : Связь, 1975. – 408 с.
51. Рандалл, Р.Б. Частотный анализ / Р. Б. Рандалл. – Дания, Глострун : К. Ларсен и сын, 1989. – 389 с.
52. Чуи, Ч. Введение в вейвлеты / Ч. Чуи : пер. с англ. – М. : Мир, 2001. – 412 с.
53. Дьяконов, В. П. Вейвлеты. От теории к практике / В. П. Дьяконов. – М. : СОЛОН-Р, 2002. – 448 с.
54. Смоленцев, Н. К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB / Н. К. Смоленцев. – М. : ДМК Пресс, 2008. – 448 с.
55. Бранцевич, П. Ю. Применение усреднения во временной области и вейвлет-анализа для исследования вибрационных сигналов / П. Ю. Бранцевич, В. А. Гузов // Проблемы вибрации, виброналадки, вибромониторинга и диагностики оборудования электрических станций : сб. докл. – М. : ОАО «ВТИ», 2004. – С. 58–66.
56. Brancevich, P. Assessment of mechanism vibration condition based on the intensity of vibration in the wavelet allocated frequency bands / P. Brancevich, Y. Li // 22-nd International Congress on Sound and Vibration. Florence, Italy, 12–16 July 2015. – Curran Associates, Inc., NY 12571 USA. – P. 3609–3616.
57. Бранцевич, П.Ю. Применение вейвлетов при анализе вибрационного состояния механизмов и агрегатов / П.Ю. Бранцевич // Актуальные вопросы машиноведения: сб. науч. тр. : / Объедин. ин-т машиностроения НАН Беларуси; редкол. : С. Н. Поддубко [и др.]. – 2014. – Вып. 3. – С. 220–228.
58. Бранцевич, П. Ю. Анализ длинных временных реализаций с помощью вейвлетов / П. Ю. Бранцевич, Д. В. Носко, О. С. Юревич // Современная радиоэлектроника: научные исследования и подготовка кадров : сб. материалов: в 4 ч. Ч. 2/ под общ. ред. проф. Н. А. Цырельчука. – Минск : МГВРК, 2004. – С. 29–33.
59. Huang, N. E. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis / N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long, V.C. Wu, H. H. Shih, Q. Zheng, N. C. Yen, C. C. Tung, and H. H. Liu. Proceedings of R. Soc. London, Ser. A, 454. – 1998. – P. 903-995,
60. Quek, S. Detecting anomalies in beams and plate based on the Hilbert–Huang transform of real signals / S. Quek, P. Tua, Q. Wang. Smart Materials and Structures 12, 2003. – P. 447–460.
61. Бранцевич, П. Ю. Исследование характеристик вибрационных сигналов / П. Ю. Бранцевич // Прикладные проблемы оптики, информатики, радиофизики и физики конденсированного состояния: материалы шестой Международной науч.-практ. конференции 20–21 мая 2021 г., Минск, Министерство образования Республики Беларусь, НИУ «Институт прикладных физических проблем им. А. Н. Севченко» Белорусского государственного университета; ред-

кол. : В. И. Попечиц (гл. ред.) [и др.]. – Минск : ОДО «Рейплац», 2021. – С. 119–121.

62. Бранцевич, П. Ю. Программное средство обработки длинных реализаций вибрационных сигналов / П. Ю. Бранцевич // BIG DATA and Advanced Analytics = BI DATA и анализ высокого уровня : сб. науч. ст. VII Междунар. науч.-практ. конф. (Республика Беларусь, Минск 19–20 мая 2021 года) / редкол. : В.А. Богуш [и др.]. – Минск : Бестпринт, 2021. – С. 423–437.

63. Brancevich, P. Multifunctional analysis of long realizations of vibration signals / P. Brancevich, Y. Li // 27-th International Congress on Sound and Vibration. Prague, Czech Republic, 11–16 July 2021. – P.n. 1274. – P. 1–8, The International Institute of Acoustics and Vibration, USA, 2021.

https://iiav.org/content/archives_icsv_last/2021_icsv27/content/papers/papers/full_paper_1274_20210518143614839.pdf

64. Бранцевич, П. Ю. Цифровая обработка вибрационных сигналов при оценке технического состояния турбинных агрегатов / П. Ю. Бранцевич, Н. В. Лапицкая // Десятая всероссийская науч.-практ. конф. по имитационному моделированию и его применению в науке и промышленности «Имитационное моделирование. Теория и практика» (ИММОД-2021). Труды конференции (электронное издание), 20–22 октября 2021 г. – Санкт-Петербург : АО «ЦТСС», 2021. – С. 113–119.

65. Бранцевич, П. Ю. Организация и алгоритмы системы вибрационного контроля и оценки технического состояния турбоагрегатов по вибрационным параметрам / П. Ю. Бранцевич, С. Ф. Костюк, Г. Г. Соболев // Проблемы вибрации, виброналадки, вибромониторинга и диагностики оборудования электрических станций: сб. докладов ; под общ. ред. А. В. Салимона. – М.: ВТИ, 2003. – С. 25–29.

66. Бранцевич, П. Ю. Программные средства исследования амплитудно- и фазочастотных параметров вибрационных сигналов / П. Ю. Бранцевич, Е. Н. Базылев // Современные методы и приборы контроля качества и диагностики состояния объектов : матер. 5 Междунар. науч.-техн. конф. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2014. – С. 213–215.

67. Бранцевич, П. Ю. Решение задач вибрационного контроля, мониторинга, оценки технического состояния механизмов и турбоагрегатов с помощью компьютерных комплексов / П. Ю. Бранцевич, С. Ф. Костюк, Е. Н. Базылев // Доклады БГУИР. – 2015. – № 2. – С. 148–152.

68. Гиндоян, А. Г. Вопросы обследования технического состояния зданий и сооружений / А. Г. Гиндоян // Промышленное и гражданское строительство. – 2006. – № 2. – Режим доступа: <http://www.stroinauka.ru/d26dr5713m0rr6098.html>

69. Гурьев, В. В. Мониторинг технического состояния зданий и сооружений / В. В. Гурьев, В. М. Дорофеев // СтройПРОФИль. – 2005. – № 4 (42). – Режим доступа: <http://www.stroy-press.ru/print.php?id=5179>

70. Обследование зданий и сооружений [Электронный ресурс]/ Материалы ООО НИКЦИМ Точмашприбор. – Армавир. 2006. – Режим доступа: www.nikstim.ru.

71. Патент на полезную модель. 4050 Республика Беларусь. Устройство для обработки вибрационных сигналов при динамических испытаниях конструкций и диагностике механизмов с вращательным движением / П. Ю. Бранцевич, И. Е. Ероховец, С. Ф. Костюк, Д. В. Носко, А. Н. Кудряшов, С. Г. Котов, А. И. Дедюля, М. М. Жук; заявлено 28.11.2006; опубл. 30.12.2007, Официальный бюллетень. Изобретения, полезные модели, промышленные образцы. – № 6. – С. 214–215.

72. Бранцевич, П.Ю. Измерительно-вычислительный комплекс «Гембр» для исследования остаточной устойчивости и жесткости строительных конструкций / П. Ю. Бранцевич, М. М. Жук, С. Ф. Костюк, И. Е. Ероховец, Д. В. Носко // Чрезвычайные ситуации: предупреждение и ликвидация: сборник тезисов докладов 4 Международной науч.-практ. конференции / ред. кол.: Э. Р. Бариев [и др.]. – Минск, 2007. – Т. 1. – С. 183–186.

73. Бутенин, Н. В. Введение в теорию нелинейных колебаний / Н. В. Бутенин, Ю.И. Неймарк, П.Н. Фуфаев. – М.: Наука, 1976. – 384 с.

74. Гуляев, В. И. Прикладные задачи теории нелинейных колебаний механических систем / В. И. Гуляев, В. А. Баженов, С. Л. Попов. – М.: Высшая школа, 1989. – 383 с.

75. Бидерман, В. Л. Прикладная теория механических колебаний / В. Л. Бидерман. – М.: Высшая школа, 1972. – 416 с.

76. Бранцевич, П. Ю. Способ определения собственных частот строительных конструкций / П. Ю. Бранцевич, Е. В. Бобрук // Чрезвычайные ситуации: теория, практика, инновации: сб. материалов науч.-практ. конференции. – Гомель: ГИИ, 2008. – Ч. 1. – С. 211–217.

77. Бранцевич, П. Ю. Оценка технического состояния строительных конструкций по результатам анализа отклика на динамическое воздействие / П. Ю. Бранцевич, Е. В. Бобрук, Н. С. Щетько // Чрезвычайные ситуации: предупреждение и ликвидация. – 2010. – № 1(27). – С. 11–23.

78. Босаков, С. В. К теории нелинейных колебаний балок с одной степенью свободы / С. В. Босаков, Н. С. Щетько // Вестник БНТУ. – 2007. – № 3. С. 5–9.

79. Сорокин, Е. С. Динамический расчет несущих конструкций зданий / Е. С. Сорокин. – М.: Стройиздат, 1956. – 303 с.

80. Попов, Н. Н. Динамический расчет ж/б конструкций / Н. Н. Попов, Б. С. Расторгуев. – М.: Стройиздат, 1974. – 208 с.

81. Бранцевич, П. Ю. Алгоритмы определения амплитудных и фазовых параметров вибрации / П. Ю. Бранцевич: Международная науч.-техн. конференция «Новые информационные технологии в науке и производстве» // Материалы конференции. – Минск: БГУИР-Медиум, 1998. – С. 219–222.

82. Бранцевич, П. Ю. Распределенная обработка в измерительно-вычислительном комплексе / П. Ю. Бранцевич // Актуальные проблемы информатики: сб. трудов 6 Международной научн. конф. / под ред. А. Ф. Чернявского и В. В. Бобкова. – Минск: БГУ, 1998. – Ч. 1. – С. 5–11.

83. Бранцевич, П. Ю. Обработка результатов динамических испытаний конструкций / П. Ю. Бранцевич, Е. В. Бобрук, Н. С. Щетько // Чрезвычайные ситуации: предупреждение и ликвидация : сборник тезисов докладов V Международной науч.-практ. конференции : ред. кол. Э. Р. Бариев [и др.]. – Минск, 2009. – Т. 1. – С. 167–169.

84. Бранцевич, П. Ю. Обработка затухающих вибрационных сигналов / П. Ю. Бранцевич, Д. В. Носко, А. А. Павлович, Н. Н. Степанчук // Информационные системы и технологии (IST'2009) : материалы V Междунар. конф.-форума / ред. кол. : Н. И. Листопад [и др.]. – Минск : А. Н. Вараксин (научное издание), 2009. – Ч. 1. – С. 110–111.

85. Бранцевич, П. Ю. Способ определения собственных частот строительных конструкций / П. Ю. Бранцевич, Е. В. Бобрук // Чрезвычайные ситуации: теория, практика, инновации : сб. материалов науч.-практ. конференции. Гомель : ГИИ. 2008. – Ч. 1. – С. 211–217.

86. Бранцевич, П. Ю., Бобрук Е.В., Щетько Н.С. Оценка технического состояния строительных конструкций по результатам анализа отклика на динамическое воздействие / П. Ю. Бранцевич, Е. В. Бобрук, Н. С. Щетько // Строительная наука и техника. – 2010. – № 3. – С. 52–58.

87. Brancevich, P. Detection of vibration disturbances during the analysis of long realisations of vibration signals / P. Brancevich, Y. Li // 25-th International Congress on Sound and Vibration. Hiroshima Calling – Hiroshima, Japan, 8-12 July 2018 –P.n. 701. – pp. 1–8., Curran Associates, Inc., USA., 2018. – pp. 2736–2743. https://iiav.org/content/archives_icsv_last/2018_icsv25/content/papers/papers/full_paper_701_20180511055147287.pdf

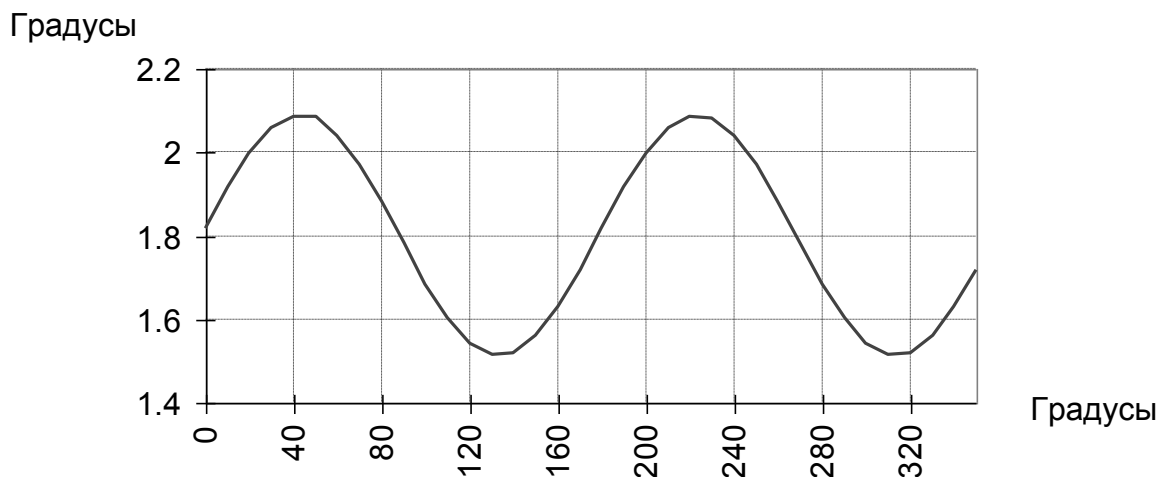
88. Бранцевич, П. Ю. Исследование характеристик вибрационных сигналов / П. Ю. Бранцевич // Прикладные проблемы оптики, информатики, радиофизики и физики конденсированного состояния: материалы шестой Международной науч.-практ. конференции 20–21 мая 2021 г., Минск, Министерство образования Республики Беларусь, НИУ «Институт прикладных физических проблем им. А. Н. Севченко» Белорусского государственного университета ; редкол. : В. И. Попечиц (гл. ред.) [и др.]. – Минск : ОДО «Рейплац», 2021. – С. 119–121.

89. Бранцевич, П. Ю. Программное средство обработки длинных реализаций вибрационных сигналов / П. Ю. Бранцевич // BIG DATA and Advanced Analytics = BI DATA и анализ высокого уровня: сб. науч. статей VII Междунар. науч.-практ. конф. (Республика Беларусь, Минск 19–20 мая 2021 года) / редкол. : В. А. Богуш [и др.]. – Минск : Бестпринт, 2021. – С. 423–437.

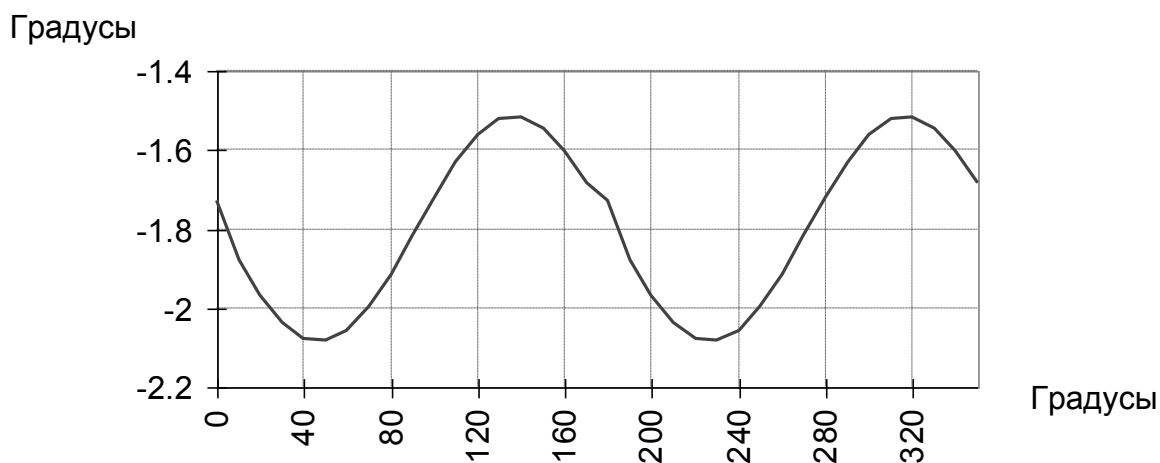
ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1.

Результаты исследования точностных параметров вычисления амплитудных и фазовых параметров гармонических сигналов



а) $N=1$; $K=1$; $L=1$; $\Delta N = -0.01$

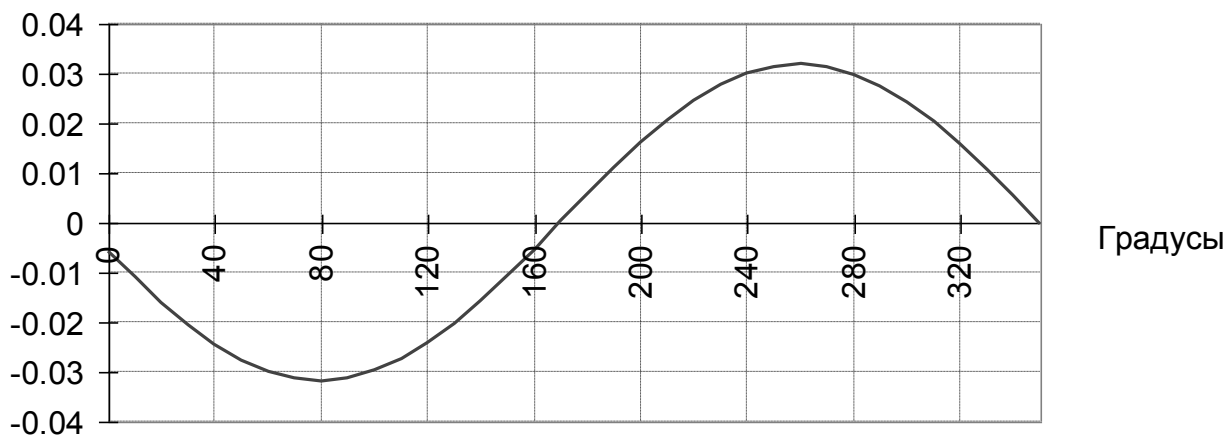


б) $N=1$; $K=1$; $L=1$; $\Delta N=0.01$

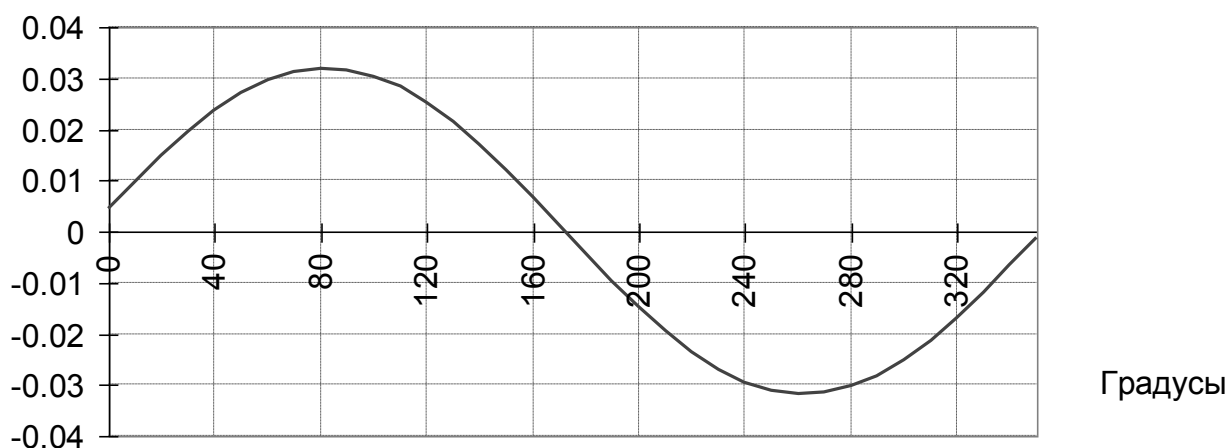
Рисунок П1.1 – Зависимость погрешности вычисления угла от начальной фазы гармонического сигнала

(ось абсцисс – начальная фаза исследуемого гармонического сигнала;
ось ординат – абсолютная погрешность вычисления фазового угла)

N – номер гармоники, для которой вычисляются параметры; K – количество периодов влияющей гармоники на интервале анализа; L – число периодов гармоники на интервале анализа, для которой вычисляются параметры; ΔN – погрешность первой гармоники относительно интервала анализа.

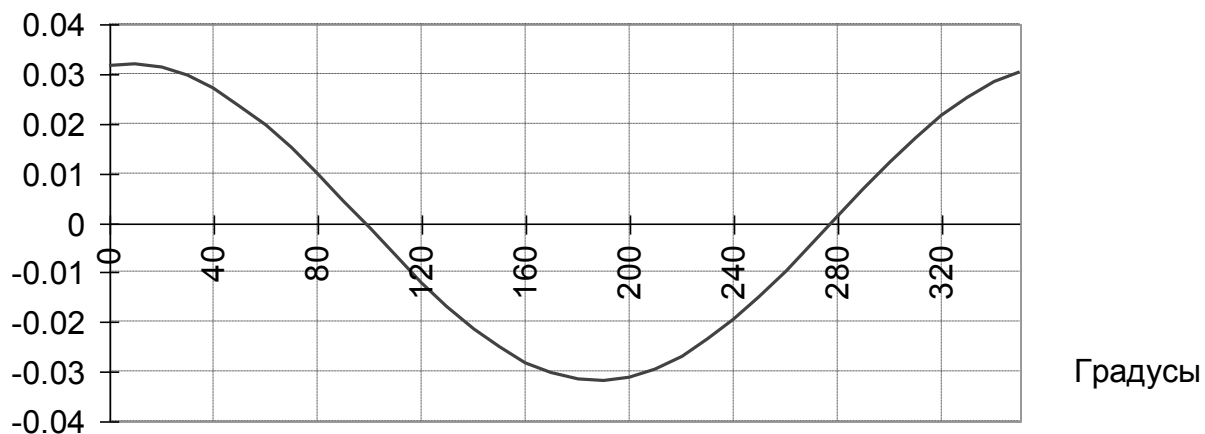


а) $N=1; K=1; L=1; \Delta N = -0.01$

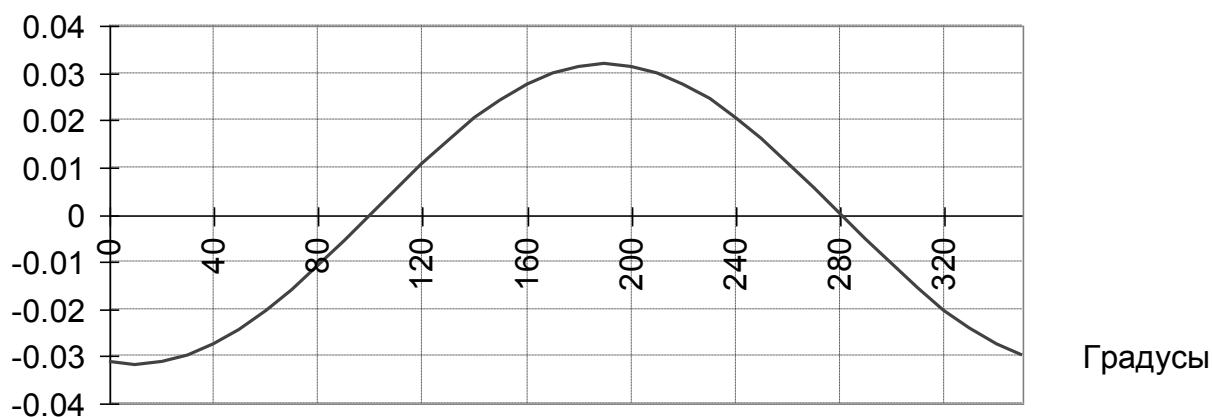


б) $N=1; K=1; L=1; \Delta N=0.01$

Рисунок П1.2 – Зависимость абсолютной погрешности вычисления косинуса от начальной фазы гармонического сигнала
 (ось абсцисс – начальная фаза исследуемого гармонического сигнала;
 ось ординат – абсолютная погрешность вычисления косинуса фазового угла)

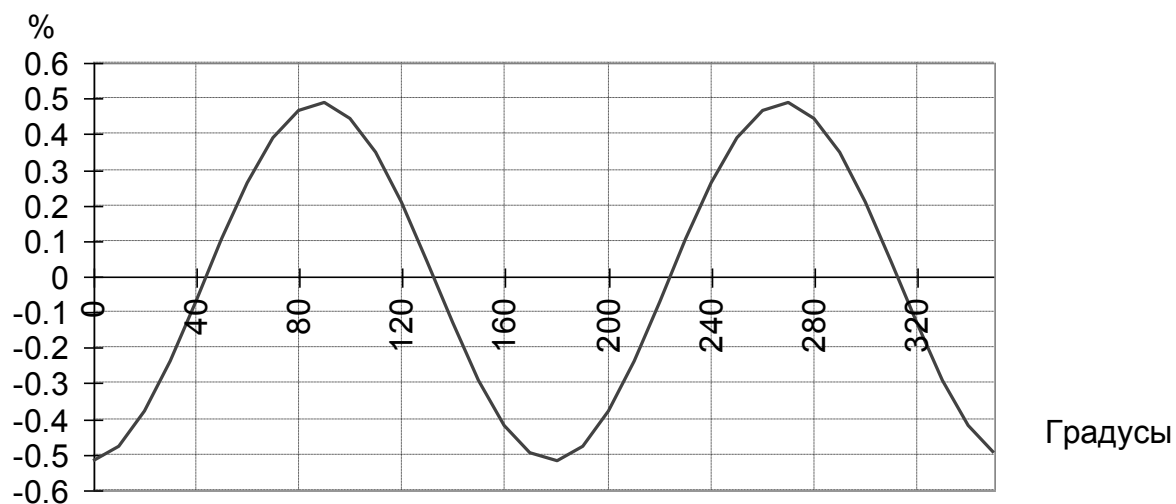


а) $N=1; K=1; L=1; \Delta N = -0.01$

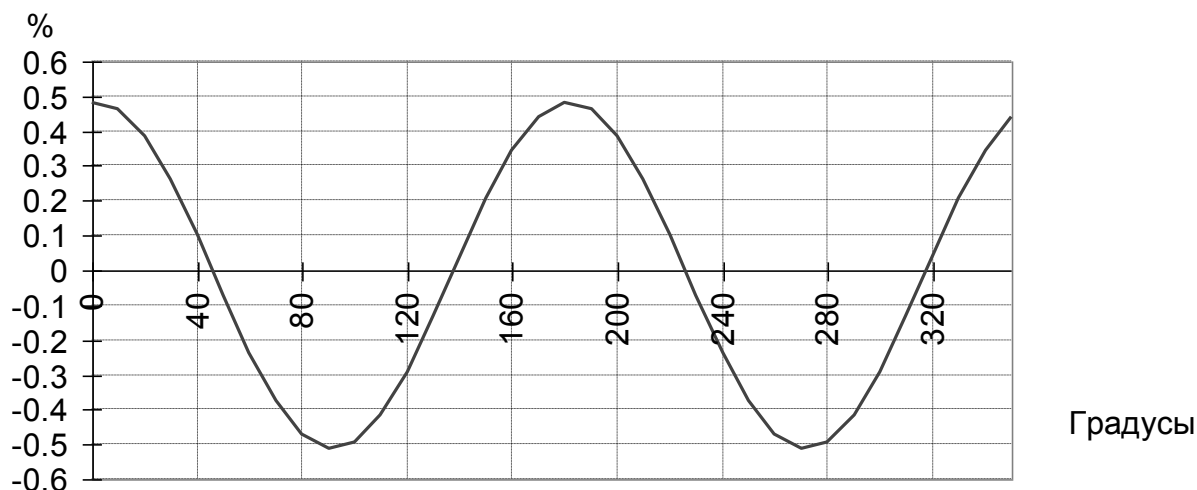


б) $N=1; K=1; L=1; \Delta N = 0.01$

Рисунок П1.3 – Зависимость абсолютной погрешности вычисления синуса от начальной фазы гармонического сигнала
 (ось абсцисс – начальная фаза исследуемого гармонического сигнала;
 ось ординат – абсолютная погрешность вычисления синуса фазового угла)

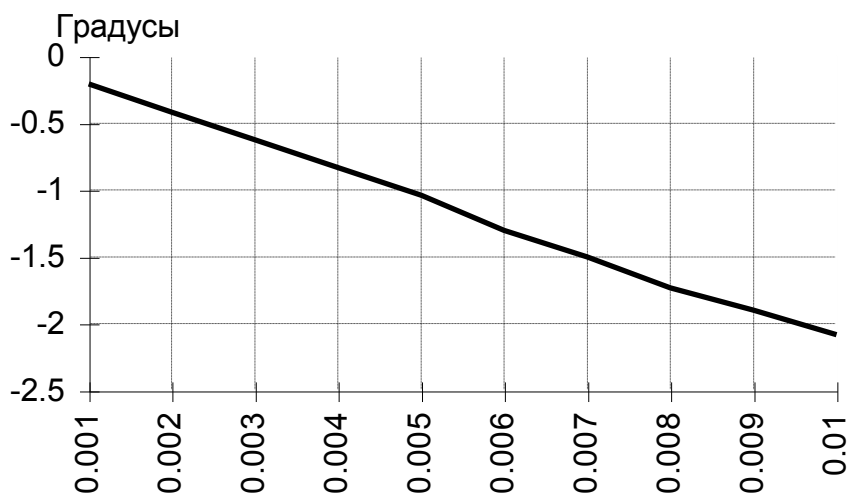


а) $N=1; K=1; L=1; \Delta N = -0.01$



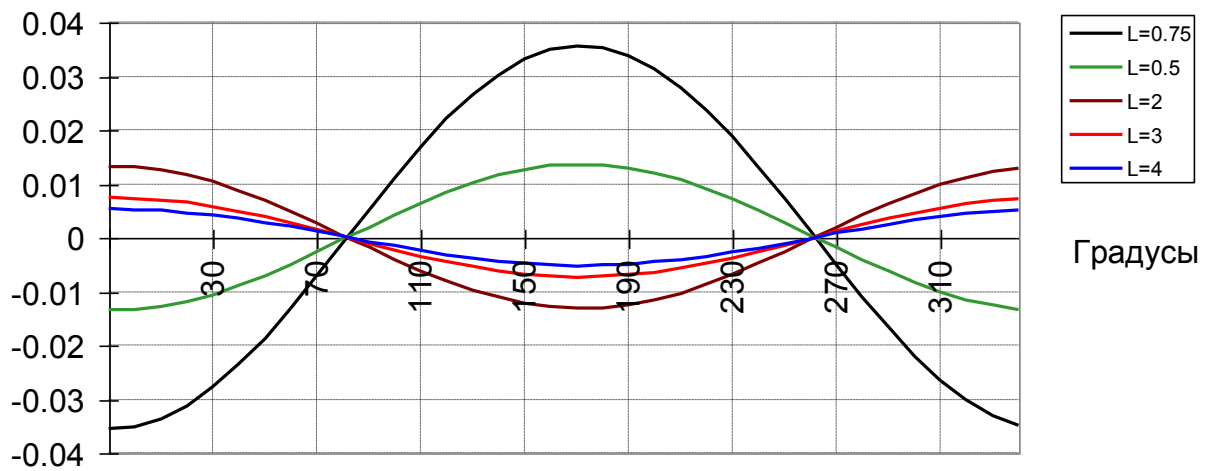
б) $N=1; K=1; L=1; \Delta N=0.01$

Рисунок П1.4 – Зависимость относительной погрешности вычисления амплитуды от начальной фазы гармонического сигнала (ось абсцисс – начальная фаза исследуемого гармонического сигнала; ось ординат – относительная погрешность вычисления амплитуды гармоники)

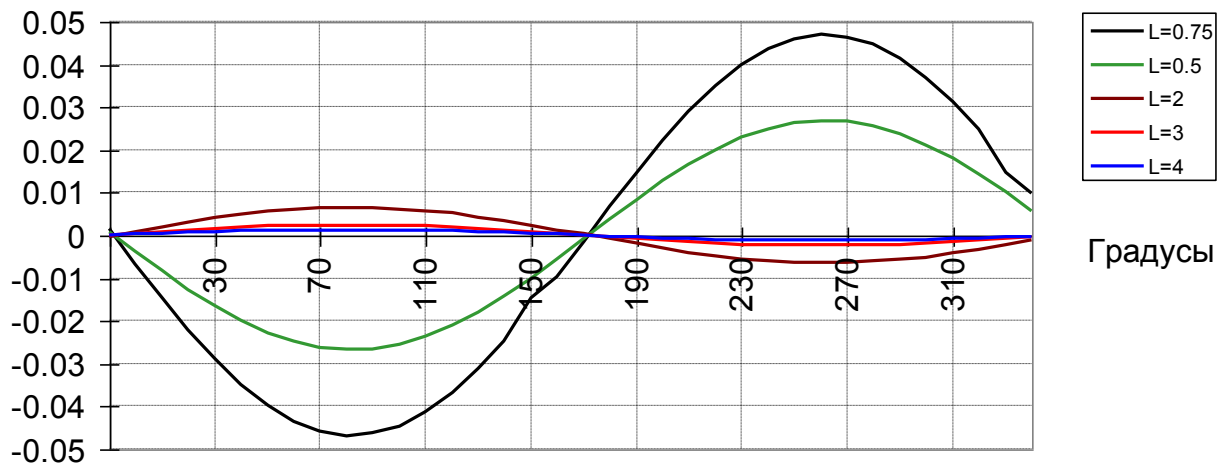


$$N=1; K=1; L=1; \varphi=50^\circ$$

Рисунок П1.5 – Зависимость погрешности вычисления угла от погрешности синхронизации
 (ось абсцисс – погрешность синхронизации;
 ось ординат – абсолютная погрешность вычисления фазового угла)



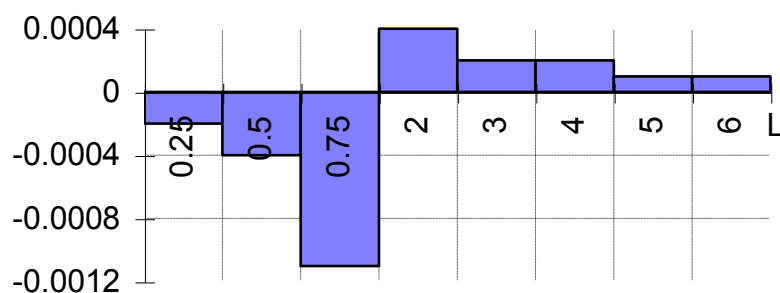
а) косинусная составляющая



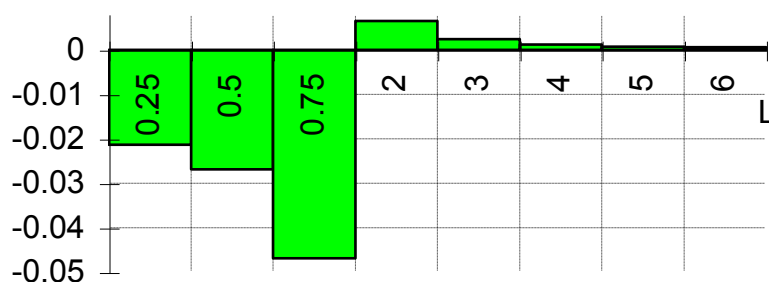
б) синусная составляющая

$$N=1; K=1; \Delta N = 0.01$$

Рисунок П1.6 – Значения амплитуд косинусной и синусной составляющих, выделенных из гармоник, имеющих номер, отличный от основной гармоники (ось абсцисс – начальная фаза исследуемого гармонического сигнала; ось ординат – значения амплитуд гармоник, отличающихся от основной)



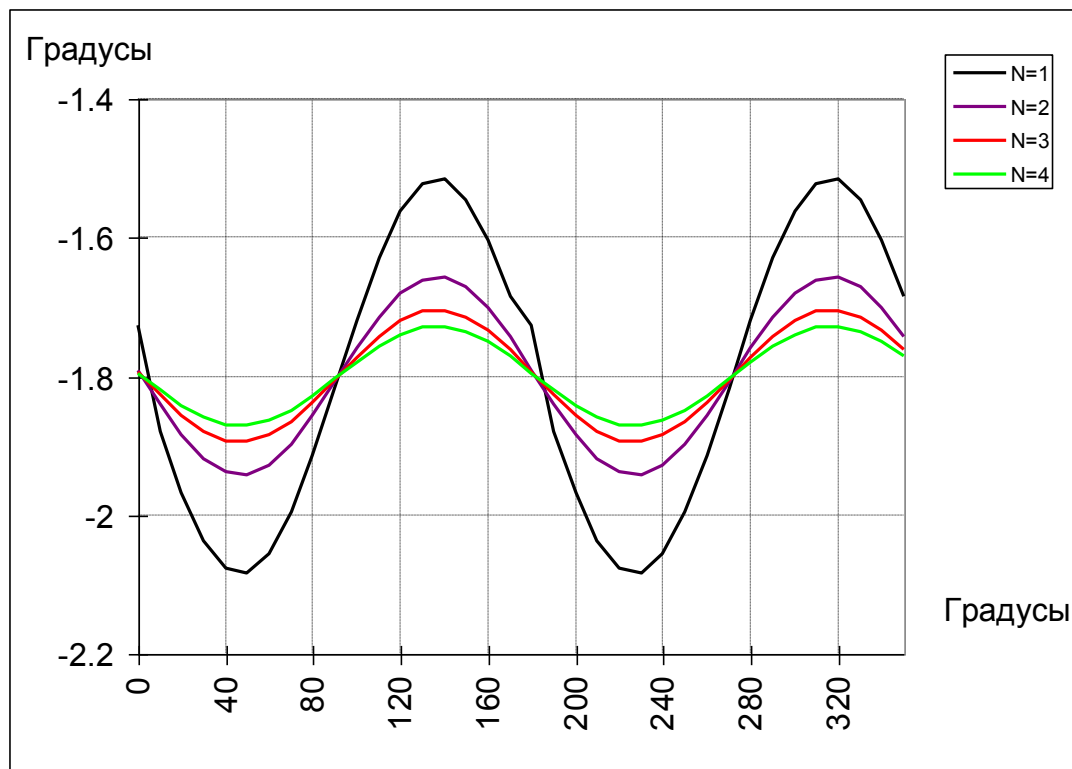
а) косинусная составляющая



б) синусная составляющая

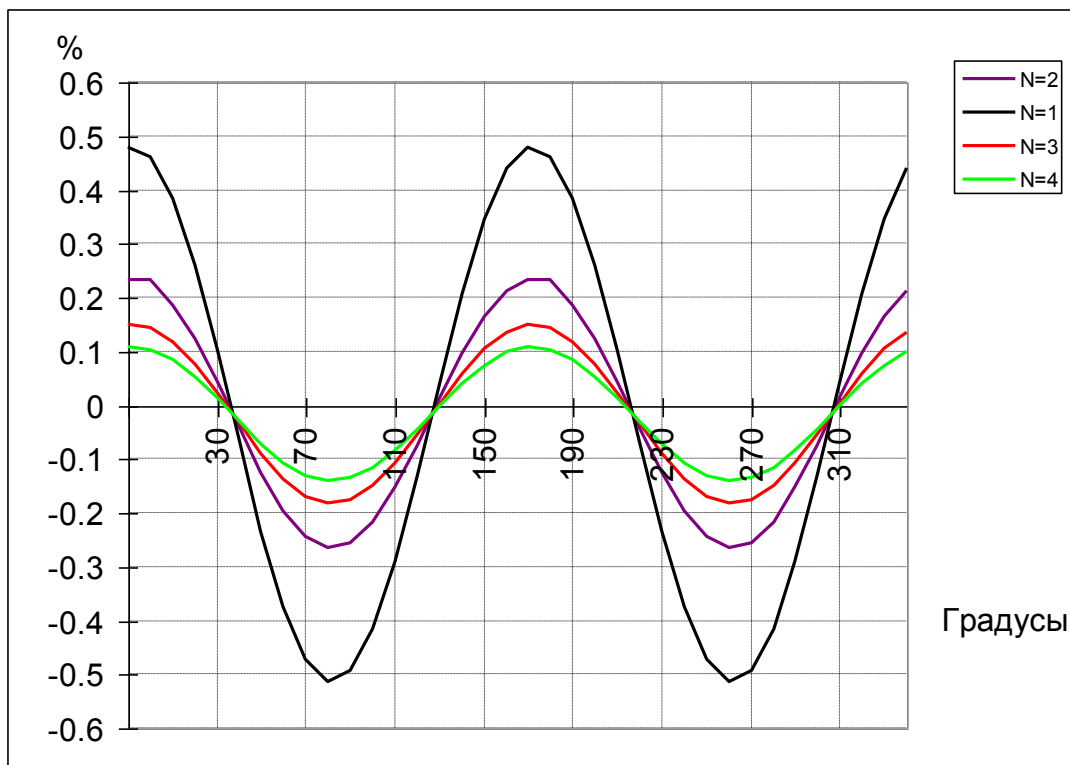
$$N=1; K=1; \Delta N = 0.01; \varphi=90^\circ$$

Рисунок П1.7 – Значения амплитуд косинусной и синусной составляющих, выделенных из гармоник при наличии погрешности синхронизации (ось абсцисс – значения гармоник, отличающихся от основной; ось ординат – значения амплитуд составляющих гармоники, отличающиеся от основной)



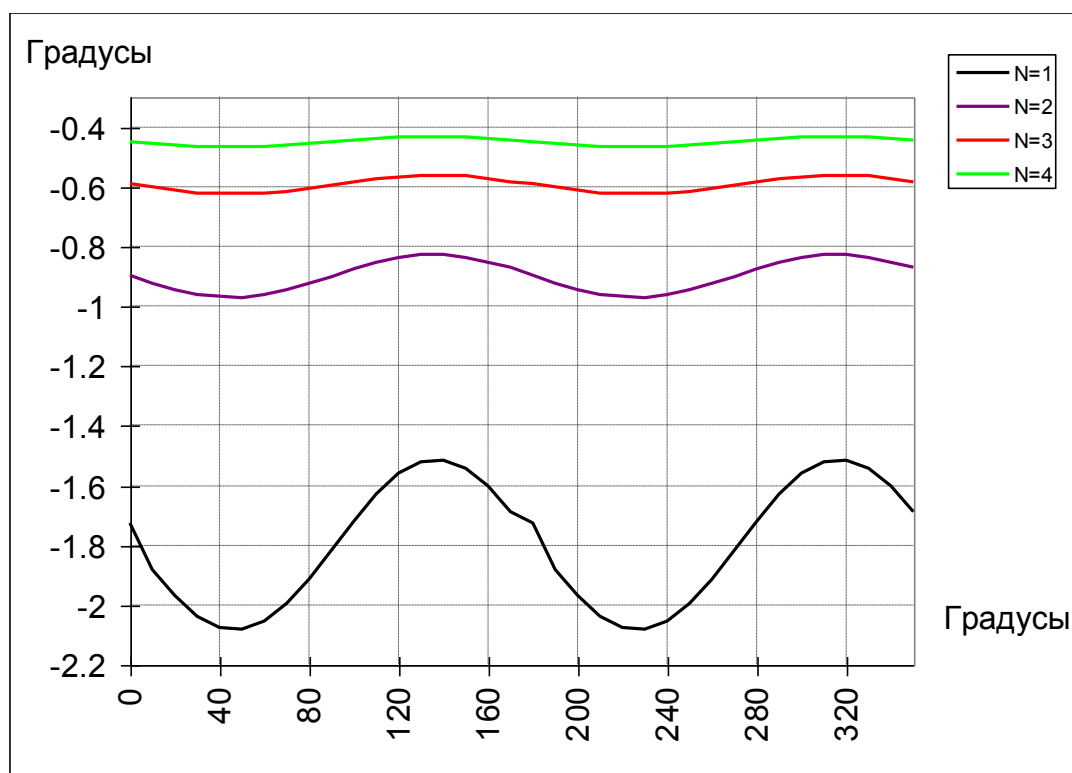
$$K=1; L=1; \Delta N_n = n\Delta N_1; \Delta N_1=0.01$$

Рисунок П1.8 – Зависимость абсолютной погрешности вычисления фазового угла от начальной фазы гармонического сигнала (ось абсцисс – начальная фаза исследуемого гармонического сигнала; ось ординат – абсолютная погрешность вычисления фазового угла)



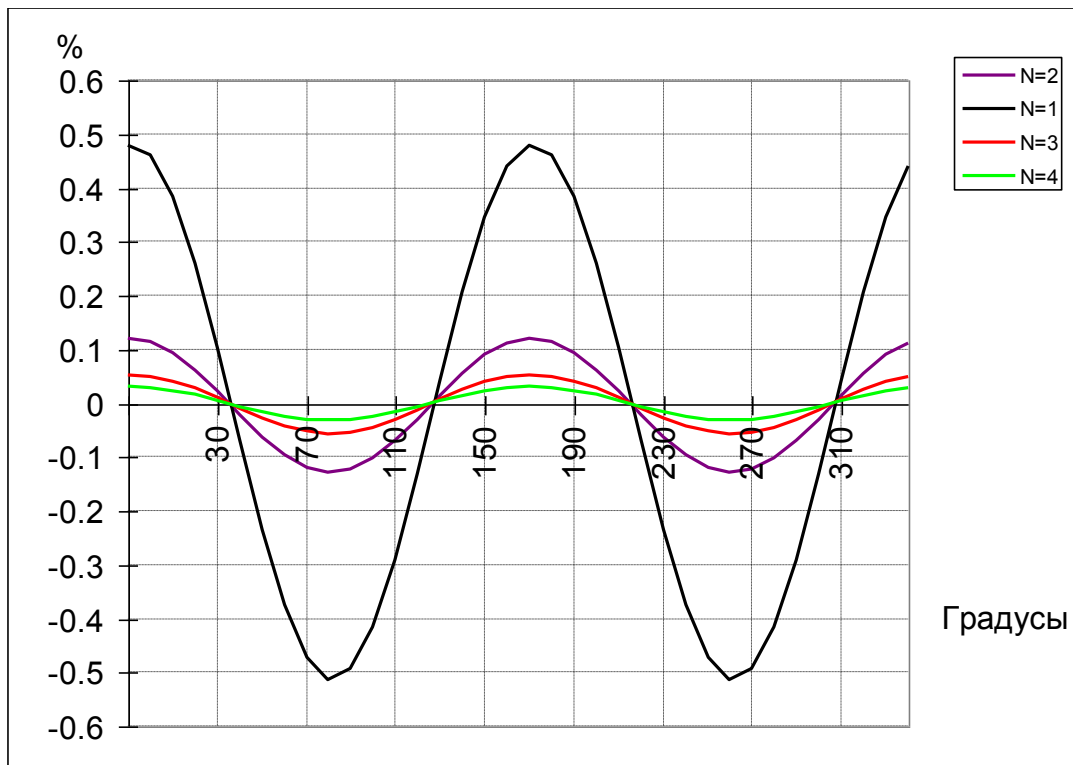
$$K=1; L=1; \Delta N_n = n\Delta N_1; \Delta N_1=0.01$$

Рисунок П1.9 – Зависимость относительной погрешности вычисления амплитуды гармоник от начальной фазы гармонического сигнала (ось абсцисс – начальная фаза исследуемого гармонического сигнала; ось ординат – относительная погрешность вычисления амплитуды гармоники)



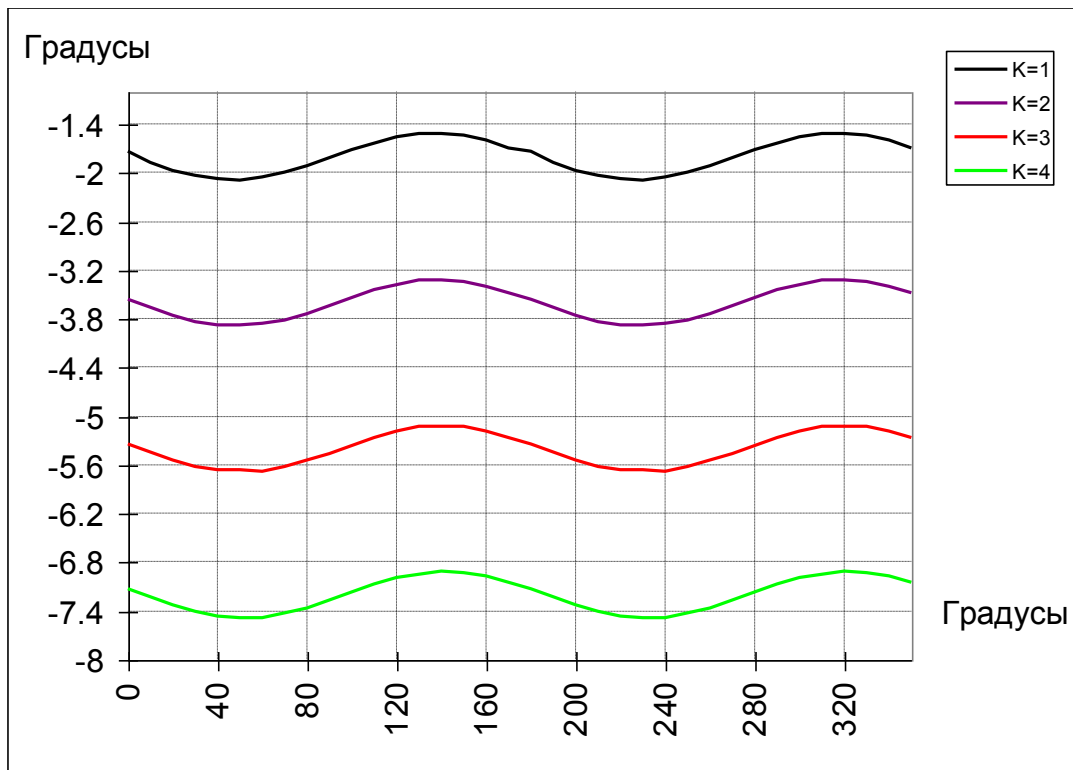
$$K=1; L=1; \Delta N_n = \Delta N_1/n; \Delta N_1=0.01$$

Рисунок П1.10 – Зависимость погрешности вычисления фазового угла гармоник от начальной фазы гармонического сигнала
 (ось абсцисс – начальная фаза исследуемого гармонического сигнала;
 ось ординат – абсолютная погрешность вычисления фазового угла гармоники)



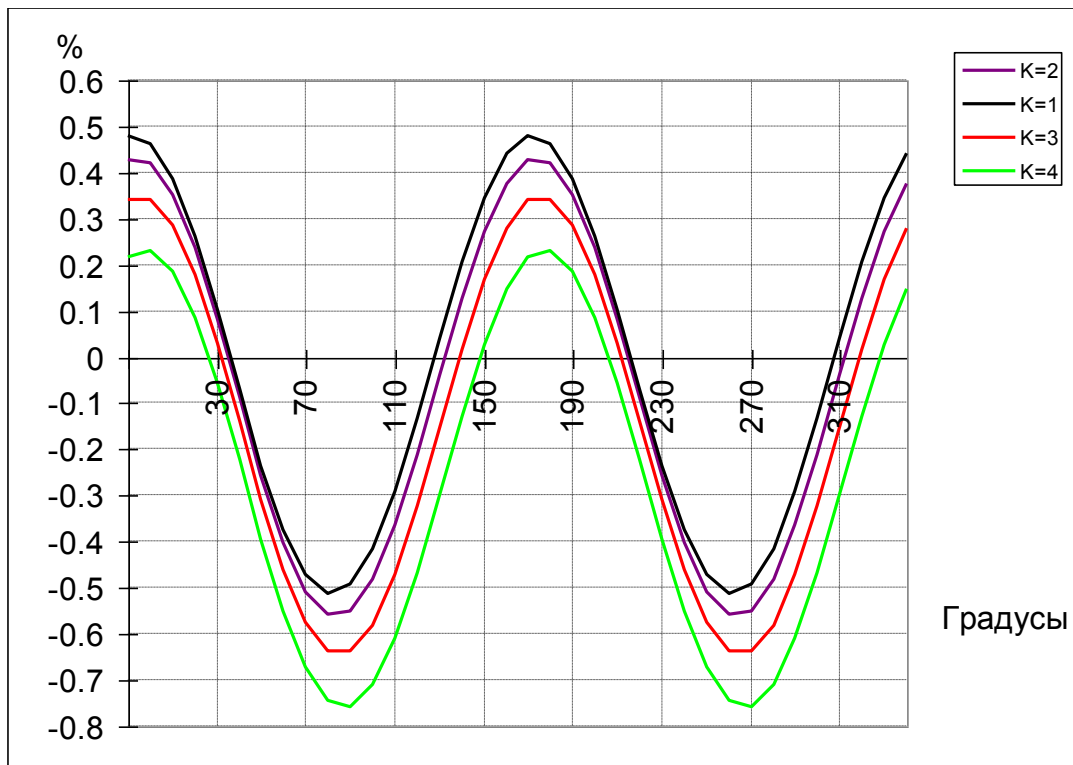
$$K=1; L=1; \Delta N_n = \Delta N_1/n; \Delta N_1=0.01$$

Рисунок П1.11 – Зависимость относительной погрешности вычисления амплитуды гармоники от начальной фазы гармонического сигнала (ось абсцисс – начальная фаза исследуемого гармонического сигнала; ось ординат – относительная погрешность вычисления амплитуды гармоники)



$$L=1; N=1; \Delta N=0.01$$

Рисунок П1.12 – Зависимость погрешности вычисления фазового угла гармоники от начальной фазы гармонического сигнала (ось абсцисс – начальная фаза исследуемого гармонического сигнала; ось ординат – абсолютная погрешность вычисления фазового угла гармоники)



$$L=1; N=1; \Delta N=0.01$$

Рисунок П1.13 – Зависимость относительной погрешности вычисления амплитуды гармоники от начальной фазы гармонического сигнала (ось абсцисс – начальная фаза исследуемого гармонического сигнала; ось ординат – относительная погрешность вычисления амплитуды гармоники)

Приложение 2.

Текст функции БПФ на алгоритмических языках Си и Ассемблер процессора Intel

```

#pragma inline
#include<math.h>
#include<alloc.h>
#define Pi          3.14159265358979324
#define ik_N_Tabl   4096          /* Размер таблицы синуса */
#define ik_N_Tabl_1_4  ik_N_Tabl/4

float *pf_Mas_Sin=0;          /* Таблица синуса */

/* Быстрое преобразование фурье */
/* Одновременное преобразование двух выборок */
/* arr - массив действительной части выборки */
/* arrim - массив мнимой части выборки */
/* n - число отсчетов в выборке */
/* fl -признак 1-БПФ 0-ОБПФ размером 2*N */
/* 2-БПФ 3-ОБПФ размером N */
void fn_VPF(float *arr, float *arrim, int n, int fl)
{
/* -----*/
/* v - номер текущей ступени */
/* nb - число бабочек в группе (цикле) */
/* pok - показатель текущей степени W (exp(2pi*pok/N)) */
/* k - число ступеней БПФ */
/* is - номер элемента в таблице для синуса */
/* icc - номер элемента в таблице для косинуса */
/* st - шаг по показателю степени в группе */
/* ic - счетчик индексов в массиве */
/* sc - шаг по индексу в массиве при переходе от группы к группе */
/* pi - расстояние между индексами массива при выполнении бабочки */
/* СНН - множитель, связывающий размер таблицы синуса с объемом */
/* выборки */
/* -----*/

int СНН;
int i,i1,j,j1;
int icc,is;
int v,ic,st,nb,sc,pi,pok;
int N_4,N_8,N_6;
float Q_IZ_2=0.707107;
float TSIN,TCOS;
float ip;
int k;
N_4=n/4; N_8=n/8; N_6=N_4+N_8;
СНН=ik_N_Tabl/n;

/* k=log10(n)/log10(2);*/

```

```

_asm mov ax,n
_asm mov dx,0
M10:
_asm sar ax,1
_asm jc M11
_asm inc dx
_asm jmp M10
M11:
_asm mov k,dx

for (i=1; i<(n-2); i++) /* Перестановка массива */
{
/*
j=i; j1=0;
for (ic=0; ic<k; ic++)
{
i1=j & 0x0001;
j=j>>1;
j1=j1<<1;
j1|=i1;
}

if (i<j1)
{
ip=arr[j1];
arr[j1]=arr[i];
arr[i]=ip;
ip=arrim[j1];
arrim[j1]=arrim[i];
arrim[i]=ip;
}
*/
_asm mov ax,word ptr i
_asm mov cx,word ptr k
_asm xor dx,dx
am1: /* инверсия индекса */
_asm sar ax,1
_asm rcl dx,1
_asm loop am1
_asm mov ax,word ptr i
_asm cmp ax,dx
_asm jnl am2
_asm shl ax,1
_asm shl ax,1
_asm shl dx,1
_asm shl dx,1
_asm les bx,dword ptr [bp+6] /* адрес массива действительной */
_asm mov cx,bx
_asm add bx,dx
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* нижний элемент в сопроцессор */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,ax

```

```

_asm FLD dword ptr es:[bx] /* верхний элемент в сопроцессор */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в нижний элемент */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,ax
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в верхний элемент */
_asm les bx,dword ptr [bp+10] /* адрес массива мнимой */
_asm mov cx,bx
_asm add bx,dx
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* нижний элемент в сопроцессор */
_asm mov bx,cx
_asm addb x,ax
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* верхний элемент в сопроцессор */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в нижний элемент */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,ax
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в верхний элемент */
am2: ;
}
/* Перестановка массива завершена */
v=0; /* БПФ основной модуль*/
st=n>>1;
nb=1;
sc=2;
pi=1;
/* Первая ступень БПФ */
for(j=0; j<n; j+=2)
{
i=j+1;
/*
ReA=arr[j]; ImA=arrim[j];
ReB=arr[i]; ImB=arrim[i];
arr[j]=ReA+ReB;
arrim[j]=ImA+ImB;
arr[i]=ReA-ReB;
arrim[i]=ImA-ImB;
*/

_asm mov ax,word ptr j
_asm mov dx,word ptr i
_asm shl ax,1
_asm shl dx,1
_asm shl dx,1
_asm les bx,dword ptr [bp+6] /* адрес массива действительной */
_asm mov cx,bx
_asm add bx,ax /* адрес массива действительной ReA */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ReA в сопроцессор */
_asm FST ST(2) /* Копия ReA */

```

```

_asm mov  bx,cx
_asm add  bx,dx          /* адрес массива действительной ReB */
_asm FLD  dword ptr es:[bx] /* ReB в сопроцессор */
_asm FST  ST(2)         /* Копия ReB */
_asm FADDP ST(1),ST(0)  /* ReA+ReB */
_asm mov  bx,cx
_asm add  bx,ax          /* адрес массива действительной ReA */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ReA */
_asm FSUBP ST(1),ST(0)  /* ReA-ReB */
_asm mov  bx,cx
_asm add  bx,dx          /* адрес массива действительной ReB */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ReB */
_asm les  bx,dword ptr [bp+10] /* адрес массива мнимой */
_asm mov  cx,bx
_asm add  bx,ax          /* адрес массива мнимой ImA */
_asm FLD  dword ptr es:[bx] /* ImA в сопроцессор */
_asm FST  ST(2)         /* Копия ImA */
_asm mov  bx,cx
_asm add  bx,dx          /* адрес массива мнимой ImB */
_asm FLD  dword ptr es:[bx] /* ImB в сопроцессор */
_asm FST  ST(2)         /* Копия ImB */
_asm FADDP ST(1),ST(0)  /* ImA+ImB */
_asm mov  bx,cx
_asm add  bx,ax          /* адрес массива мнимой ImA */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ImA */
_asm FSUBP ST(1),ST(0)  /* ImA-ImB */
_asm mov  bx,cx
_asm add  bx,dx          /* адрес массива мнимой ImB */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ImB */
}
nb=nb<<1;
sc=sc<<1;
st=st>>1;
pi=pi<<1;
/* Вторая ступень БПФ */
for (j=0; j<n; j+=4)
{
i=j+2;
/*
ReA=arr[j]; ImA=arrim[j];
ReB=arr[i]; ImB=arrim[i];
arr[j]=ReA+ReB;
arrim[j]=ImA+ImB;
arr[i]=ReA-ReB;
arrim[i]=ImA-ImB;
*/
_asm mov  ax,word ptr j
_asm mov  dx,word ptr i
_asm shl  ax,1
_asm shl  ax,1
_asm shl  dx,1

```

```

_asm shl dx,1
_asm les bx,dword ptr [bp+6] /* адрес массива действительной */
_asm mov cx,bx
_asm add bx,ax /* адрес массива действительной ReA */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ReA в сопроцессор */
_asm FST ST(2) /* Копия ReA */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx /* адрес массива действительной ReB */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ReB в сопроцессор */
_asm FST ST(2) /* Копия ReB */
_asm FADDP ST(1),ST(0) /* ReA+ReB */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,ax /* адрес массива действительной ReA */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ReA */
_asm FSUBP ST(1),ST(0) /* ReA-ReB */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx /* адрес массива действительной ReB */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ReB */
_asm les bx,dword ptr [bp+10] /* адрес массива мнимой */
_asm mov cx,bx
_asm add bx,ax /* адрес массива мнимой ImA */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ImA в сопроцессор */
_asm FST ST(2) /* Копия ImA */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx /* адрес массива мнимой ImB */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ImB в сопроцессор */
_asm FST ST(2) /* Копия ImB */
_asm FADDP ST(1),ST(0) /* ImA+ImB */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,ax /* адрес массива мнимой ImA */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ImA */
_asm FSUBP ST(1),ST(0) /* ImA-ImB */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx /* адрес массива мнимой ImB */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ImB */
}
for(j=1; j<n; j+=4)
{
i=j+2;
/*
ReA=arr[j]; ImA=arrim[j];
ReB=arr[i]; ImB=arrim[i];
arr[j]=ReA-ImB;
arrim[j]=ImA+ReB;
arr[i]=ReA+ImB;
arrim[i]=ImA-ReB;
*/
_asm push si
_asm mov ax,word ptr j
_asm mov dx,word ptr i
_asm shl ax,1
_asm shl dx,1

```

```

_asmshldx,1
_asmshldx,1
_asm lesbx,dword ptr [bp+6] /* адрес массива действительной */
_asm mov cx,bx
_asm add bx,ax /* адрес массива действительной ReA */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ReA в сопроцессор */
_asm FST ST(2) /* Копия ReA */
_asm les bx,dword ptr [bp+10] /* адрес массива мнимой */
_asm mov si,bx
_asm add bx,dx /* адрес массива мнимой ImB */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ImB в сопроцессор */
_asm FST ST(2) /* Копия ImB */
_asm FSUBP ST(1),ST(0) /* ReA-ImB */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,ax /* адрес массива действительной ReA */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ReA */
_asm FADDP ST(1),ST(0) /* ReA+ImB */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx /* адрес массива действительной ReB */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ReB в сопроцессор */
_asm FXCH ST(1)
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx /* адрес массива действительной ReB */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ReB */
_asm mov bx,si
_asm add bx,ax /* адрес массива мнимой ImA */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ImA в сопроцессор */
_asm FST ST(2) /* Копия ImA */
_asm FLD ST(1) /* Копия ReB */
_asm FADDP ST(1),ST(0) /* ImA+ReB */
_asm mov bx,si
_asm add bx,ax /* адрес массива мнимой ImA */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ImA */
_asm FSUBP ST(1),ST(0) /* ImA-ReB */
_asm mov bx,si
_asm add bx,dx /* адрес массива мнимой ImB */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ImB */
_asm popsi
}
nb=nb<<1;
sc=sc<<1;
st=st>>1;
pi=pi<<1;

/* Третья ступень БПФ */
for(j=0; j<n; j+=8)
{
i=j+4;
/*
ReA=arr[j]; ImA=arrim[j];
ReB=arr[i]; ImB=arrim[i];
arr[j]=ReA+ReB;
arrim[j]=ImA+ImB;

```

```

arr[i]=ReA-ReB;
arrim[i]=ImA-ImB;
*/
_asm mov ax,word ptr j
_asm mov dx,word ptr i
_asm shl ax,1
_asm shl ax,1
_asm shl dx,1
_asm shl dx,1
_asm les bx,dword ptr [bp+6] /* адрес массива действительной */
_asm mov cx,bx
_asm add bx,ax /* адрес массива действительной ReA */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ReA в сопроцессор */
_asm FST ST(2) /* Копия ReA */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx /* адрес массива действительной ReB */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ReB в сопроцессор */
_asm FST ST(2) /* Копия ReB */
_asm FADDP ST(1),ST(0) /* ReA+ReB */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,ax /* адрес массива действительной ReA */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ReA */
_asm FSUBP ST(1),ST(0) /* ReA-ReB */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx /* адрес массива действительной ReB */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ReB */
_asm les bx,dword ptr [bp+10] /* адрес массива мнимой */
_asm mov cx,bx
_asm add bx,ax /* адрес массива мнимой ImA */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ImA в сопроцессор */
_asm FST ST(2) /* Копия ImA */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx /* адрес массива мнимой ImB */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ImB в сопроцессор */
_asm FST ST(2) /* Копия ImB */
_asm FADDP ST(1),ST(0) /* ImA+ImB */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,ax /* адрес массива мнимой ImA */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ImA */
_asm FSUBP ST(1),ST(0) /* ImA-ImB */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx /* адрес массива мнимой ImB */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ImB */
}
For (j=2; j<n; j+=8)
{
i=j+4;
/*
ReA=arr[j]; ImA=arrim[j];
ReB=arr[i]; ImB=arrim[i];
arr[j]=ReA-ImB;
arrim[j]=ImA+ReB;

```



```

arr[i]=ReA+ImB;
arrim[i]=ImA-ReB;
*/
_asm push si
_asm mov ax,word ptr j
_asm mov dx,word ptr i
_asm shl ax,1
_asm shl ax,1
_asm shl dx,1
_asm shl dx,1
_asm les bx,dword ptr [bp+6] /* адрес массива действительной */
_asm mov cx,bx
_asm add bx,ax /* адрес массива действительной ReA */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ReA в сопроцессор */
_asm FSTST(2) /* Копия ReA */
_asm les bx,dword ptr [bp+10] /* адрес массива мнимой */
_asm mov si,bx
_asm add bx,dx /* адрес массива мнимой ImB */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ImB в сопроцессор */
_asm FSTST(2) /* Копия ImB */
_asm FSUBP ST(1),ST(0) /* ReA-ImB */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,ax /* адрес массива действительной ReA */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ReA */
_asm FADDP ST(1),ST(0) /* ReA+ImB */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx /* адрес массива действительной ReB */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ReB в сопроцессор */
_asm FXCH ST(1) /* ReA+ImB в вершину стека */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx /* адрес массива действительной ReB */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ReB */
_asm mov bx,si
_asm add bx,ax /* адрес массива мнимой ImA */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ImA в сопроцессор */
_asm FST ST(2) /* Копия ImA */
_asm FLD ST(1) /* Копия ReB */
_asm FADDP ST(1),ST(0) /* ImA+ReB */
_asm mov bx,si
_asm add bx,ax /* адрес массива мнимой ImA */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ImA */
_asm FSUBP ST(1),ST(0) /* ImA-ReB */
_asm mov bx,si
_asm add bx,dx /* адрес массива мнимой ImB */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ImB */
_asm pop si
}

for(j=1; j<n; j+=8)
{
i=j+4;
/*

```

```

ReA=arr[j]; ImA=arrim[j];
ReB=arr[i]; ImB=arrim[i];
ii1=(ReB-ImB)*Q_IZ_2;
ii2=(ImB+ReB)*Q_IZ_2;
arr[j]=ReA+ii1;
arrim[j]=ImA+ii2;
arr[i]=ReA-ii1;
arrim[i]=ImA-ii2;
*/

```

```

_asm push si
_asm mov ax,word ptr j
_asm mov dx,word ptr i
_asm shl ax,1
_asm shl ax,1
_asm shl dx,1
_asm shl dx,1
_asm les bx,dword ptr [bp+6] /* адрес массива действительной */
_asm mov cx,bx
_asm add bx,dx /* адрес массива действительной ReB */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ReB в сопроцессор */
_asm FST ST(1) /* Копия ReB */
_asm les bx,dword ptr [bp+10] /* адрес массива мнимой */
_asm mov si,bx
_asm add bx,dx /* адрес массива мнимой ImB */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ImB в сопроцессор */
_asm FSUB ST(1),ST(0) /* ReB-ImB */
_asm FADD ST(2),ST(0) /* ReB+ImB */
_asm FSTP ST(0) /* удалить ImB из стека */
_asm FLD dword ptr Q_IZ_2 /* Q_IZ_2 в сопроцессор */
_asm FMUL ST(1),ST(0) /* (ReB-ImB)*Q_IZ_2 */
_asm FMULP ST(2),ST(0) /* (ReB+ImB)*Q_IZ_2 и удалить верш стека */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,ax /* адрес массива действительной ReA */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ReA в сопроцессор */
_asm FLD ST(0) /* копия ReA в вершину */
_asm FADD ST(0),ST(2) /* ReA+(ReB-ImB)*Q_IZ_2 */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ReA */
_asm FSUB ST(0),ST(1) /* ReA-(ReB-ImB)*Q_IZ_2 */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx /* адрес массива действительной ReB */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ReB */
_asm FSTP ST(0) /* удалить из вершины (ReB-ImB)*Q_IZ_2 */
_asm mov bx,si
_asm add bx,ax /* адрес массива мнимой ImA */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ImA в сопроцессор */
_asm FLD ST(0) /* копия ImA в вершину */
_asm FADD ST(0),ST(2) /* ImA+(ReB+ImB)*Q_IZ_2 */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ImA */
_asm FSUB ST(0),ST(1) /* ImA-(ReB+ImB)*Q_IZ_2 */
_asm mov bx,si
_asm add bx,dx /* адрес массива мнимой ImB */

```

```

_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ImB */
_asm FSTP ST(0) /* удалить из вершины (ReB+ImB)*Q_IZ_2 */
_asm pop si
}
for(j=3; j<n; j+=8)
{
i=j+4;
/*
ReA=arr[j]; ImA=arrim[j];
ReB=arr[i]; ImB=arrim[i];
ii1=(ReB+ImB)*Q_IZ_2;
ii2=(ImB-ReB)*Q_IZ_2;
arr[j]=ReA-ii1;
arrim[j]=ImA-ii2;
arr[i]=ReA+ii1;
arrim[i]=ImA+ii2;
*/
_asm push si
_asm mov ax,word ptr j
_asm mov dx,word ptr i
_asm shl ax,1
_asm shl ax,1
_asm shl dx,1
_asm shl dx,1
_asm les bx,dword ptr [bp+10] /* адрес массива мнимой */
_asm mov si,bx
_asm add bx,dx /* адрес массива мнимой ImB */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ImB в сопроцессор */
_asm FST ST(1) /* Копия ImB */
_asm les bx,dword ptr [bp+6] /* адрес массива действительной */
_asm mov cx,bx
_asm add bx,dx /* адрес массива действительной ReB */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ReB в сопроцессор */
_asm FADD ST(1),ST(0) /* ImB+ReB */
_asm FSUB ST(2),ST(0) /* ImB-ReB */
_asm FSTP ST(0) /* удалить ReB из стека */
_asm FLD dword ptr Q_IZ_2 /* Q_IZ_2 в сопроцессор */
_asm FMUL ST(1),ST(0) /* (ImB+ReB)*Q_IZ_2 */
_asm FMULP ST(2),ST(0) /* (ImB-ReB)*Q_IZ_2 и удалить верш стека */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,ax /* адрес массива действительной ReA */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ReA в сопроцессор */
_asm FLD ST(0) /* копия ReA в вершину */
_asm FSUB ST(0),ST(2) /* ReA-(ImB+ReB)*Q_IZ_2 */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ReA */
_asm FADD ST(0),ST(1) /* ReA+(ImB+ReB)*Q_IZ_2 */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx /* адрес массива действительной ReB */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ReB */
_asm FSTP ST(0) /* удалить из вершины (ImB+ReB)*Q_IZ_2 */
_asm mov bx,si
_asm add bx,ax /* адрес массива мнимой ImA */

```

```

_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ImA в сопроцессор */
_asm FLD ST(0) /* копия ImA в вершину */
_asm FSUB ST(0),ST(2) /* ImA-(ImB-ReB)*Q_IZ_2 */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ImA */
_asm FADD ST(0),ST(1) /* ImA+(ImB-ReB)*Q_IZ_2 */
_asm mov bx,si
_asm add bx,dx /* адрес массива мнимой ImB */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ImB */
_asm FSTP ST(0) /* удалить из вершины (ImB-ReB)*Q_IZ_2 */
_asm popsi
}
nb=nb<<1;
sc=sc<<1;
st=st>>1;
pi=pi<<1;
for (v=3;v<k;v++)
{
    for(ic=0;ic<n;ic+=sc)
    {
        pok=0;
        i=ic;
        for(j=0;j<nb;j++)
        {
            /*i1=i;*/
            j1=i+pi;
        }
    }
    if (pok==0)
    {
        _asm mov ax,word ptr i
        _asm mov dx,word ptr j1
        _asm shl ax,1
        _asm shl dx,1
        _asm shl dx,1
        _asm les bx,dword ptr [bp+6] /* адрес массива действительной */
        _asm mov cx,bx
        _asm add bx,ax /* адрес массива действительной ReA */
        _asm FLD dword ptr es:[bx] /* ReA в сопроцессор */
        _asm FST ST(2) /* Копия ReA */
        _asm mov bx,cx
        _asm add bx,dx /* адрес массива действительной ReB */
        _asm FLD dword ptr es:[bx] /* ReB в сопроцессор */
        _asm FST ST(2) /* Копия ReB */
        _asm FADDP ST(1),ST(0) /* ReA+ReB */
        _asm mov bx,cx
        _asm add bx,ax /* адрес массива действительной ReA */
        _asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ReA */
        _asm FSUBP ST(1),ST(0) /* ReA-ReB */
        _asm mov bx,cx
        _asm add bx,dx /* адрес массива действительной ReB */
        _asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ReB */
        _asm les bx,dword ptr [bp+10] /* адрес массива мнимой */
    }
}

```

```

_asm mov cx,bx
_asm add bx,ax /* адрес массива мнимой ImA */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ImA в сопроцессор */
_asm FSTST(2) /* Копия ImA */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx /* адрес массива мнимой ImB */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ImB в сопроцессор */
_asm FST ST(2) /* Копия ImB */
_asm FADDP ST(1),ST(0) /* ImA+ImB */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,ax /* адрес массива мнимой ImA */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ImA */
_asm FSUBP ST(1),ST(0) /* ImA-ImB */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx /* адрес массива мнимой ImB */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ImB */
goto M_B;
}
if (pok==N_4)
{
_asm push si
_asm mov ax,word ptr i
_asm mov dx,word ptr j1
_asm shl ax,1
_asm shl dx,1
_asm shl dx,1
_asm les bx,dword ptr [bp+6] /* адрес массива действительной */
_asm mov cx,bx
_asm add bx,ax /* адрес массива действительной ReA */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ReA в сопроцессор */
_asm FST ST(2) /* Копия ReA */
_asm les bx,dword ptr [bp+10] /* адрес массива мнимой */
_asm mov si,bx
_asm add bx,dx /* адрес массива мнимой ImB */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ImB в сопроцессор */
_asm FST ST(2) /* Копия ImB */
_asm FSUBP ST(1),ST(0) /* ReA-ImB */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,ax /* адрес массива действительной ReA */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ReA */
_asm FADDP ST(1),ST(0) /* ReA+ImB */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx /* адрес массива действительной ReB */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ReB в сопроцессор */
_asm FXCH ST(1) /* ReA+ImB в вершину стека */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx /* адрес массива действительной ReB */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ReB */
_asm mov bx,si
_asm add bx,ax /* адрес массива мнимой ImA */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ImA в сопроцессор */

```

```

_asm FST ST(2) /* Копия ImA */
_asm FLD ST(1) /* Копия ReB */
_asm FADDP ST(1),ST(0) /* ImA+ReB */
_asm mov bx,si
_asm add bx,ax /* адрес массива мнимой ImA */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ImA */
_asm FSUBP ST(1),ST(0) /* ImA-ReB */
_asm mov bx,si
_asm add bx,dx /* адрес массива мнимой ImB */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ImB */
_asm pop si
goto M_B;
}
if (pok==N_8)
{
_asm push si
_asm mov ax,word ptr i
_asm mov dx,word ptr j1
_asm sh lax,1
_asm sh lax,1
_asm shl dx,1
_asm shl dx,1
_asm les bx,dword ptr [bp+6] /* адрес массива действительной */
_asm mov cx,bx /* адрес массива действительной ReB */
_asm add bx,dx /* ReB в сопроцессор */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* Копия ReB */
_asm FST ST(1) /* адрес массива мнимой */
_asm les bx,dword ptr [bp+10] /* адрес массива мнимой ImB */
_asm mov si,bx /* ImB в сопроцессор */
_asm add bx,dx /* ReB-ImB */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ReB+ImB */
_asm FSUB ST(1),ST(0) /* удалить ImB из стека */
_asm FADD ST(2),ST(0) /* Q_Iz_2 в сопроцессор */
_asm FSTP ST(0) /* (ReB-ImB)*Q_Iz_2 */
_asm FLD dword ptr Q_Iz_2 /* (ReB+ImB)*Q_Iz_2 и удалить верш стека */
_asm FMUL ST(1),ST(0)
_asm FMULP ST(2),ST(0)
_asm mov bx,cx /* адрес массива действительной ReA */
_asm add bx,ax /* ReA в сопроцессор */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* копия ReA в вершину */
_asm FLD ST(0) /* ReA+(ReB-ImB)*Q_Iz_2 */
_asm FADD ST(0),ST(2) /* из сопроцессора в ReA */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* ReA-(ReB-ImB)*Q_Iz_2 */
_asm FSUB ST(0),ST(1)
_asm mov bx,cx /* адрес массива действительной ReB */
_asm add bx,dx /* из сопроцессора в ReB */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* удалить из вершины (ReB-ImB)*Q_Iz_2 */
_asm FSUB ST(0),ST(1)
_asm mov bx,si /* адрес массива мнимой ImA */
_asm add bx,ax /* ImA в сопроцессор */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* копия ImA в вершину */
_asm FLD ST(0)

```

```

_asm FADD ST(0),ST(2)          /* ImA+(ReB+ImB)*Q_IZ_2 */
_asm FSTP dword ptr es:[bx]   /* из сопроцессора в ImA */
_asm FSUB ST(0),ST(1)         /* ImA-(ReB+ImB)*Q_IZ_2 */
_asm mov bx,si
_asm add bx,dx                 /* адрес массива мнимой ImB */
_asm FSTP dword ptr es:[bx]   /* из сопроцессора в ImB */
_asm FSTP ST(0)                /* удалить из вершины (ReB+ImB)*Q_IZ_2 */
_asm pop si
goto M_B;
}
if (pok==N_6)
{
_asm push si
_asm mov ax,word ptr i
_asm mov dx,word ptr j1
_asm shl ax,1
_asm shl ax,1
_asm shl dx,1
_asm shld x,1
_asm les bx,dword ptr [bp+10] /* адрес массива мнимой */
_asm mov si,bx
_asm add bx,dx                 /* адрес массива мнимой ImB */
_asm FLD dword ptr es:[bx]    /* ImB в сопроцессор */
_asm FST ST(1)                /* Копия ImB */
_asm les bx,dword ptr [bp+6]  /* адрес массива действительной */
_asm mov cx,bx
_asm add bx,dx                 /* адрес массива действительной ReB */
_asm FLD dword ptr es:[bx]    /* ReB в сопроцессор */
_asm FADD ST(1),ST(0)         /* ImB+ReB */
_asm FSUB ST(2),ST(0)         /* ImB-ReB */
_asm FSTP ST(0)                /* удалить ReB из стека */
_asm FLD dword ptr Q_IZ_2     /* Q_IZ_2 в сопроцессор */
_asm FMUL ST(1),ST(0)         /* (ImB+ReB)*Q_IZ_2 */
_asm FMULP ST(2),ST(0)        /* (ImB-ReB)*Q_IZ_2 и удалить верш стека */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,ax                 /* адрес массива действительной ReA */
_asm FLD dword ptr es:[bx]    /* ReA в сопроцессор */
_asm FLD ST(0)                 /* копия ReA в вершину */
_asm FSUB ST(0),ST(2)         /* ReA-(ImB+ReB)*Q_IZ_2 */
_asm FSTP dword ptr es:[bx]   /* из сопроцессора в ReA */
_asm FADD ST(0),ST(1)         /* ReA+(ImB+ReB)*Q_IZ_2 */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx                 /* адрес массива действительной ReB */
_asm FSTP dword ptr es:[bx]   /* из сопроцессора в ReB */
_asm FSTP ST(0)                /* удалить из вершины (ImB+ReB)*Q_IZ_2 */
_asm mov bx,si
_asm add bx,ax                 /* адрес массива мнимой ImA */
_asm FLD dword ptr es:[bx]    /* ImA в сопроцессор */
_asm FLD ST(0)                 /* копия ImA в вершину */
_asm FSUB ST(0),ST(2)         /* ImA-(ImB-ReB)*Q_IZ_2 */
_asm FSTP dword ptr es:[bx]   /* из сопроцессора в ImA */
_asm FADD ST(0),ST(1)         /* ImA+(ImB-ReB)*Q_IZ_2 */

```

```

_asm mov  bx,si
_asm add  bx,dx          /* адрес массива мнимой ImB          */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ImB          */
_asm FSTP ST(0)         /* удалить из вершины (ImB-ReB)*Q_IZ_2 */
_asm pop  si
goto M_B;
}

/* Бабочка, начало*/

is=CHH*пок;
icc=(is+ik_N_Tabl_1_4) % ik_N_Tabl;
TSIN=pf_Mas_Sin[is]; TCOS=pf_Mas_Sin[icc];

/*
ReA=arr[i1]; ImA=arrim[i1];
  ReB=arr[j1]; ImB=arrim[j1];
  ii1=ReB*TCOS;
  ii2=ImB*TSIN;
  ii1-=ii2;
  ii2=ImB*TCOS;
  ii3=ReB*TSIN;
  ii2+=ii3;
  arr[j1]=ReA-ii1;
  arr[i1]=ReA+ii1;
  arrim[j1]=ImA-ii2;
  arrim[i1]=ImA+ii2;
*/
_asm push si
_asm mov  ax,word ptr i
_asm mov  dx,word ptr j1
_asm shl  ax,1
_asm shl  ax,1
_asm shl  dx,1
_asm shl  dx,1
_asm les  bx,dword ptr [bp+10] /* адрес массива мнимой          */
_asm mov  si,bx
_asm add  bx,dx          /* адрес массива мнимой ImB          */
_asm FLD  dword ptr es:[bx] /* ImB в сопроцессор          */
_asm FST  ST(2)         /* Копия ImB          */
_asm les  bx,dword ptr [bp+6] /* адрес массива действительной    */
_asm mov  cx,bx
_asm add  bx,dx          /* адрес массива действительной ReB */
_asm FLD  dword ptr es:[bx] /* ReB в сопроцессор          */
_asm FST  ST(2)         /* Копия ReB          */
_asm FLD  dword ptr TSIN /* TSIN в сопроцессор          */
_asm FLD  dword ptr TCOS /* TCOS в сопроцессор          */
_asm FMUL ST(5),ST(0)   /* ImB*TCOS          */
_asm FMUL ST(4),ST(0)   /* ReB*TCOS          */
_asm FMUL ST(2),ST(0)   /* ImB*TSIN          */
_asm FMUL ST(1),ST(0)   /* ReB*TSIN          */
_asm FADD ST(3),ST(0)   /* ImB*TCOS+ReB*TSIN (ii2)      */
_asm FSUB ST(1),ST(0)   /* ReB*TCOS-ImB*TSIN (ii1)      */
_asm mov  bx,cx

```



```

_asm add  bx,ax          /* адрес массива действительной ReA */
_asm FLD  dword ptr es:[bx] /* ReA в сопроцессор */
_asm FLD  ST(0)          /* копия ReA в вершину */
_asm FSUB  ST(0),ST(2)   /* ReA-ii1 */
_asm mov  bx,cx
_asm add  bx,dx          /* адрес массива действительной ReB */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ReB */
_asm FADDP ST(1),ST(0)   /* ReA+ii1 */
_asm mov  bx,cx
_asm add  bx,ax          /* адрес массива действительной ReA */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ReA */
_asm mov  bx,si
_asm add  bx,ax          /* адрес массива мнимой ImA */
_asm FLD  dword ptr es:[bx] /* ImA в сопроцессор */
_asm FLD  ST(0)          /* копия ImA в вершину */
_asm FSUB  ST(0),ST(2)   /* ImA-ii2 */
_asm mov  bx,si
_asm add  bx,dx          /* адрес массива мнимой ImB */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ImB */
_asm FADDP ST(1),ST(0)   /* ImA+ii2 */
_asm mov  bx,si
_asm add  bx,ax          /* адрес массива мнимой ImA */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ImA */
_asm pop  si
M_B:
                                /* Бабочка завершена */

i+=1;
pok+=st;
    }
}
nb=nb<<1;
sc=sc<<<1;
st=st>>1;
pi=pi<<1;
}
                                /* основная часть БПФ завершена*/

if ( (fl==1) || (fl==2))
{
ip=n;
_asm FLD  dword ptr ip          /* ip в сопроцессор */
for (i=0; i<n; i++)
{
/*arr[i]=ip;
   arrim[i]=ip;*/
_asm mov  ax,word ptr i
_asm shl  ax,1
_asm sh   lax,1
_asm les  bx,dword ptr [bp+10] /* адрес массива мнимой */
_asm add  bx,ax               /* адрес массива мнимой ImA */
_asm FLD  dword ptr es:[bx]   /* ImA в сопроцессор */
_asm FDIVST(0),ST(1)          /* ImA/n */
_asm FSTP dword ptr es:[bx]   /*из сопроцессора в ImA */

```

```

_asm les  bx,dword ptr [bp+6]  /* адрес массива действительной          */
_asm add  bx,ax                /* адрес массива действительной ReA      */
_asm FLD  dword ptr es:[bx]    /* ReA в сопроцессор                    */
_asm FDIVST(0),ST(1)          /* ReA/n                                  */
_asm FSTP dword ptr es:[bx]    /*из сопроцессора в ReA                  */
}
_asm FSTPST(0)                /* очистить стек */
}

/* Разведение спектра */
if (fl<2)
{
  i1=n<<2;
  for (j=1; j<=(n/2); j++)
  {
    i=n-j;
/*
ReA=arr[j]; ImA=arrim[j];
ReB=arr[i]; ImB=arrim[i];
ii1=(ReA+ReB)/2;
ii2=(ImA-ImB)/2;
arr[j]=ii1;
arrim[j]=ii2;
arr[i]=ii1;
arrim[i]=-ii2;
ii1=(ImA+ImB)/2;
ii2=(ReA-ReB)/2;
arr[n+j]=ii1;
arrim[n+j]=-ii2;
arr[n+i]=ii1;
arrim[n+i]=ii2;
*/
_asm push  si
_asm mov  vax,word ptr j
_asm mov  dx,word ptr i
_asm shl  ax,1
_asm shl  ax,1
_asm shl  dx,1
_asm shl  dx,1
_asm FLD1                                /* загрузка 1 в стек сопроцессора      */
_asm FADD ST(0),ST(0)                   /* получить 2                            */
_asm les  bx,dword ptr [bp+6]          /* адрес массива действительной          */
_asm mov  cx,bx
_asm add  bx,ax                        /* адрес массива действительной ReA      */
_asm FLD  dword ptr es:[bx]            /* ReA в сопроцессор                    */
_asm les  bx,dword ptr [bp+10]         /* адрес массива мнимой                  */
_asm mo   vsi,bx
_asm add  bx,ax                        /* адрес массива мнимой ImA              */
_asm FLD  dword ptr es:[bx]            /* ImA в сопроцессор                    */
_asm FLD  ST(0)                        /* копия ImA                             */
_asm mov  bx,si
_asm add  bx,dx                        /* адрес массива мнимой ImB              */
_asm FLD  dword ptr es:[bx]            /* ImB в сопроцессор                    */

```

```

_asm FLD ST(3) /* копия ReA */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx /* адрес массива действительной ReB */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ReB в сопроцессор */
_asm FSUB ST(5),ST(0) /* ReA-ReB */
_asm FADDP ST(1),ST(0) /* ReA+ReB */
_asm FDIVST(0),ST(5) /* (ReA+ReB)/2 */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,ax /* адрес массива действительной ReA */
_asm FST dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора копия в ReA */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx /* адрес массива действительной ReB */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ReB */
_asm FADD ST(2),ST(0) /* ImA+ImB */
_asm FSUBP ST(1),ST(0) /* ImA-ImB */
_asm FDIVST(0),ST(3) /* (ImA-ImB)/2 */
_asm mov bx,si
_asm add bx,ax /* адрес массива мнимой ImA */
_asm FST dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора копия в ImA */
_asm FCHS /* изменить знак в вершине стека */
_asm mov bx,si
_asm add bx,dx /* адрес массива мнимой ImB */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ImB */
_asm FDIVST(0),ST(2) /* (ImA+ImB)/2 */
_asm add ax,i1 /* ax=j+n */
_asm add dx,i1 /* dx=i+n */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,ax /* адрес массива действительной ReA[n+j] */
_asm FST dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора копия в ReA[n+j] */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx /* адрес массива действительной ReB[n+j] */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ReB[n+j] */
_asm FDIVST(0),ST(1) /* (ReA-ReB)/2 */
_asm mov bx,si
_asm add bx,dx /* адрес массива мнимой ImB[n+j] */
_asm FST dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора копия в ImB[n+j] */
_asm FCHS /* изменить знак в вершине стека */
_asm mov vbx,si
_asm add bx,ax /* адрес массива мнимой ImA[n+j] */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора копия в ImA[n+j] */
_asm FSTPST(0) /* очистить вершину стека */
_asm pop si
}
arrim[n]=0;
arr[n]=arrim[0];
arrim[0]=0;

```

/* Формирование спектра длинной выборки */

```

i1=CHH>>1;
for(j=0; j<n; j++)
{
    is=i1*j;

```

```
icc=(is+ik_N_Tabl_1_4) % ik_N_Tabl;
i=j+n;
TSIN=pf_Mas_Sin[is]; TCOS=pf_Mas_Sin[icc];
```

```
/*
ReA=arr[j]; ImA=arrim[j];
ReB=arr[i]; ImB=arrim[i];
ii1=ReB*TCOS;
ii2=ImB*TSIN;
ii1-=ii2;
ii2=ImB*TCOS;
ii3=ReB*TSIN;
ii2+=ii3;
arr[i]=ReA-ii1;
arr[j]=ReA+ii1;
arrim[i]=ImA-ii2;
arrim[j]=ImA+ii2;
*/
```

```
_asm push si
_asm mov ax,word ptr j
_asm mov dx,word ptr i
_asm shl ax,1
_asm shl ax,1
_asm shl dx,1
_asm shl dx,1
_asm les bx,dword ptr [bp+10] /* адрес массива мнимой */
_asm mov si,bx
_asm add bx,dx /* адрес массива мнимой ImB */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ImB в сопроцессор */
_asm FST ST(2) /* Копия ImB */
_asm les bx,dword ptr [bp+6] /* адрес массива действительной */
_asm mov cx,bx
_asm add bx,dx /* адрес массива действительной ReB */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ReB в сопроцессор */
_asm FST ST(2) /* Копия ReB */
_asm FLD dword ptr TSIN /* TSIN в сопроцессор */
_asm FLD dword ptr TCOS /* TCOS в сопроцессор */
_asm FMUL ST(5),ST(0) /* ImB*TCOS */
_asm FMULP ST(4),ST(0) /* ReB*TCOS */
_asm FMUL ST(2),ST(0) /* ImB*TSIN */
_asm FMULP ST(1),ST(0) /* ReB*TSIN */
_asm FADDP ST(3),ST(0) /* ImB*TCOS+ReB*TSIN (ii2) */
_asm FSUBP ST(1),ST(0) /* ReB*TCOS-ImB*TSIN (ii1) */
_asm mov bx,cx
_asm addb x,ax /* адрес массива действительной ReA */
_asm FLD dword ptr es:[bx] /* ReA в сопроцессор */
_asm FLD ST(0) /* копия ReA в вершину */
_asm FSUB ST(0),ST(2) /* ReA-ii1 */
_asm mov bx,cx
_asm add bx,dx /* адрес массива действительной ReB */
_asm FSTP dword ptr es:[bx] /* из сопроцессора в ReB */
```

```

_asm FADDP ST(1),ST(0)          /* ReA+ii1          */
_asm mov  bx,cx
_asm add  bx,ax                 /* адрес массива действительной ReA */
_asm FSTP dword ptr es:[bx]    /* из сопроцессора в ReA          */
_asm mov  bx,si
_asm add  bx,ax                 /* адрес массива мнимой ImA       */
_asm FLD  dword ptr es:[bx]    /* ImA в сопроцессор             */
_asm FLD  ST(0)                 /* копия ImA в вершину           */
_asm FSUB ST(0),ST(2)          /* ImA-ii2                       */
_asm mov  bx,si
_asm add  bx,dx                 /* адрес массива мнимой ImB       */
_asm FSTP dword ptr es:[bx]    /* из сопроцессора в ImB         */
_asm FADDP ST(1),ST(0)          /* ImA+ii2                       */
_asm mov  bx,si
_asm add  bx,ax                 /* адрес массива мнимой ImA       */
_asm FSTP dword ptr es:[bx]    /* из сопроцессора в ImA         */
_asm pop  si
}
}
}
/* Функция БПФ завершена */

/* Функция выделения памяти под массив таблицы синуса */
/* и расчет значений таблицы синуса */
/* Возвращает 1, если распределение прошло успешно */
/* Возвращает 0, если распределение прошло плохо */
int fn_R_Mas_Sin(void)
{
int siz;
int i;
float p;
siz=(ik_N_Tabl)*sizeof(float);
pf_Mas_Sin=(float *)farmalloc(siz);
if (pf_Mas_Sin==NULL) return(0);
/* заполнение таблицы синуса */
p=(2*Pi)/ik_N_Tabl;
for (i=0; i<ik_N_Tabl; i++) pf_Mas_Sin[i]=sin(p*i);
return (1);
}
/* Функция освобождения памяти из под таблицы синуса */
void fn_O_Mas_Sin(void)
{
if (pf_Mas_Sin!=0)
farfree (pf_Mas_Sin);
}

```

Приложение 3.

Программа для иллюстрации применения Быстрого преобразования Фурье

```

#include<stdio.h>
#include<math.h>
#include<conio.h>
#include<float.h>
#include<time.h>
#include<dos.h>
#define Pi 3.1415926535897932384626433832795
#define NTABL 4096
#define NTABL_4 NTABL/4
int ch;
float mass[NTABL];

// Функция БПФ
/* Быстрое преобразование фурье */
/* arr - массив действительной части выборки */
/* arrim - массив мнимой части выборки */
/* ----- */
/* v – номер текущей ступени */
/* nb – число бабочек в группе (цикле) */
/* pok – показатель текущей степени W (exp(2pi*pok/N)) */
/* k – число ступеней БПФ */
/* is – номер элемента в таблице для синуса */
/* icc – номер элемента в таблице для косинуса */
/* st – шаг по показателю степени в группе */
/* ic – счетчик индексов в массиве */
/* sc – шаг по индексу в массиве при переходе от группы к группе */
/* pi – расстояние между индексами массива при выполнении бабочки */
/* ch – множитель, связывающий размер таблицы синуса с размером */
/* выборки */
/* ----- */

void bpf (float *arr, float *arrim, int n)
{
    int i, i1, j, j1;
    int icc, is;
    int v, ic, st, nb, sc, pi, pok;
    float ii1, ii2, ii3;
    float ip;
    int k;
    // Перестановка массива для БПФ с прореживанием по времени
    k = log10(n)/log10(2);
    for (i = 1; i < (n-2); i++)
    {
        j = i; j1 = 0;
        for (icc = 0; icc < k; icc++)
        {
            i1 = j & 0x0001;

```

```

        j = j >> 1;
        j1 = j1 << 1;
        j1| = i1;
    }
    if (i < j1)
    {
        ip = arr[j1];
        arr[j1] = arr[i];
        arr[i] = ip;
        ip = arrim[j1];
        arrim[j1] = arrim[i];
        arrim[i]=ip;
    }
}
v = 0;
st = n>>1;
nb = 1;
sc = 2;
pi = 1;
for (v=0; v<k; v++)
{
    for (ic=0; ic<n; ic+=sc)
    {
        pok = 0;
        i = ic;
        for (j=0; j<nb; j++)
        {
            i1 = ;
            j1 = i+pi;
            is = ch*pok;
            icc = (is+NTABL_4) % NTABL;
            ii1 = arr[j1]*mass[icc];
            ii2 = arrim[j1]*mass[is];
            ii1- = ii2;
            ii2 = arrim[j1]*mass[icc];
            ii3 = arr[j1]*mass[is];
            ii2+ = ii3;
            arr[j1] = arr[i1]-ii1;
            arr[i1]+ = ii1;
            arrim[j1] = arrim[i1]-ii2;
            arrim[i1]+ = ii2;
            i+=1;
            pok+=st;
        }
    }
    Nb = nb<<1;
    sc = sc<<1;
    st = st>>1;
    pi = pi<<1;
}
ip = n;

```

```

for (i=0; i<n; i++)
{
    arr[i] /= ip;
    arrim[i] /= ip;
}
}

// Функция ОБПФ
void obpf (float *arr, float *arrim, int n)
{
    int i, i1, j, j1;
    int icc, is;
    int v, ic, st, nb, sc, pi, pok;
    float ii1, ii2, ii3;
    float ip;
    int k;
    k = log10(n)/log10(2);
    for (i = 1; i < (n-2); i++)
    {
        j = i; j1 = 0;
        for (ic = 0; ic < k; ic++)
        {
            i1 = j & 0x0001;
            j = j >> 1;
            j1 = j1 << 1;
            j1 |= i1;
        }
        if (i < j1)
        {
            ip = arr[j1];
            arr[j1] = arr[i];
            arr[i] = ip;
            ip = arrim[j1];
            arrim[j1] = arrim[i];
            arrim[i] = ip;
        }
    }
    v=0;
    st=n>>1;
    nb=1;
    sc=2;
    pi=1;
    for (v=0; v<k; v++)
    {
        for(ic=0; ic<n; ic+=sc)
        {
            pok=0;
            i=ic;
            for(j=0;j<nb;j++)
            {
                i1=i;
                j1=i+pi;
                is=ch*pok;
            }
        }
    }
}

```



```

        icc=(is+NTABL_4) % NTABL;
        ii1=arr[j1]*mass[icc];
        ii2=arrim[j1]*mass[is];
        ii1+=ii2;
        ii2=arrim[j1]*mass[icc];
        ii3=arr[j1]*mass[is];
        ii2-=ii3;
        arr[j1]=arr[i1]-ii1;
        arr[i1]+=ii1;
        arrim[j1]=arrim[i1]-ii2;
        arrim[i1]+=ii2;
        i+=1;
        pok+=st;
    }
}
nb=nb<<1;
sc=sc<<1;
st=st>>1;
pi=pi<<1;
}

int n;
// Функция вывода на экран значений 16 первых и 16 последних
// элементов массивов со значениями действительной и мнимой части
// обрабатываемых данных
void print (float *arr, float *arrim)
{
    int i, j;
    if (n>16) j = 16; else j = n;
    i = 0;
    printf ("%2d Re%8.3f, Im=%8.3f\n", i, arr[0], arrim[0]);
    for (i=1; i<j; i++)
    {
        printf ("%2d Re%8.3f, Im=%8.3f, %4d Re=%8.3f, Im=%8.3f\n",
                i, arr[i], arrim[i], n-i, arr[n-i], arrim[n-i]);
    }
    getchar();
}

float arr[NTABL];
float arrim[NTABL];
// Главная функция демонстрационной программы
main ()
{
    float p,p1;
    int k, i, j, i1, j1;
    int ind[512], shag[512];
    int kolsost;
    printf ("\nРасчет таблицы синуса");
    p = (2*Pi)/NTABL;
    for (i=0; i<NTABL; i++)
    {

```

```

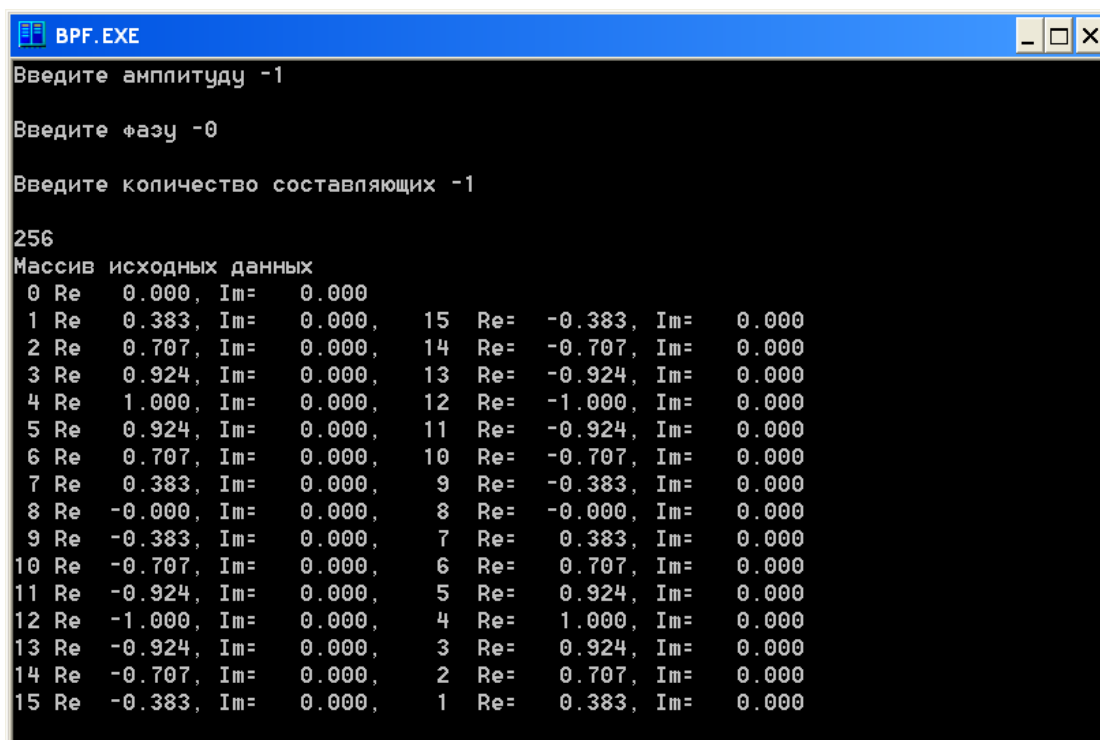
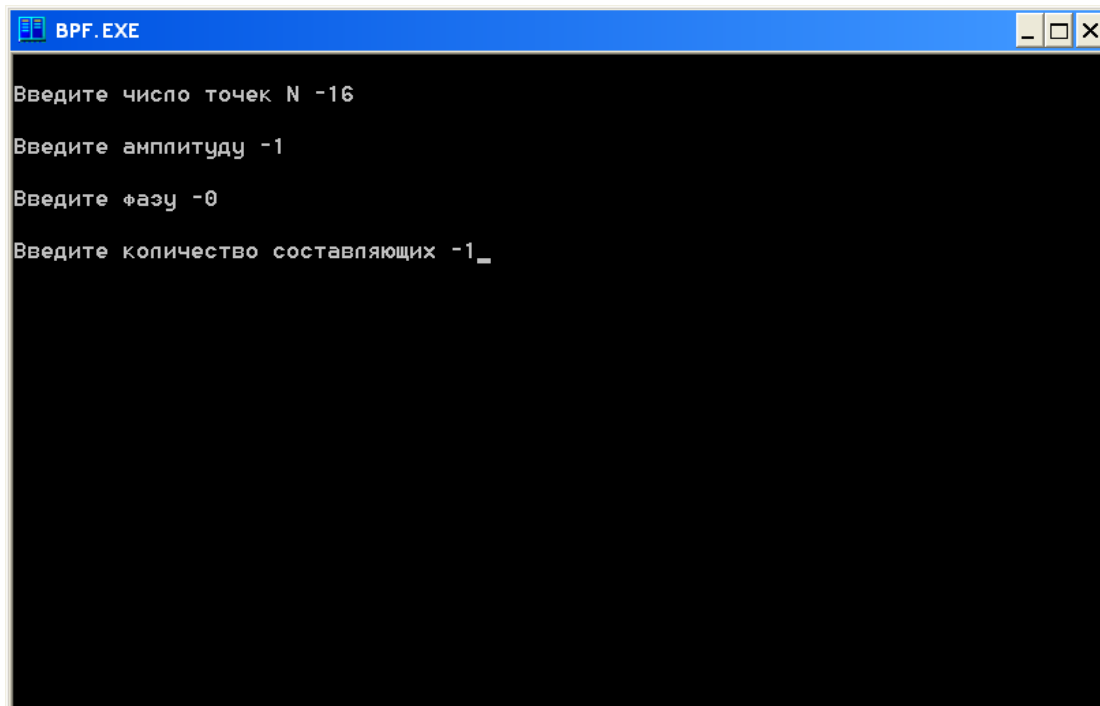
        mass[i] = sin(p*i);
    }
BEG:
    clrscr ();
    for (i=0; i<NTABL; i++)
    {
        arr[i] = 0; arrim[i] = 0;
    }
    printf ("\nВведите число точек N -");
    scanf ("%d", &n);
    if (n<0) goto END;
    printf ("\nВведите амплитуду гармоники -");
    scanf ("%d", &j);
    printf ("\nВведите начальную фазу гармоники -");
    scanf ("%d", &j1);
    printf ("\nВведите количество гармонических составляющих -");
    scanf ("%d", &kolsost);
    ch = NTABL/n; k = j1; i1=0;
    printf ("\n%d",ch);
    for(i=1; i<=kolsost; i++)
    {
        ind[i] = j1; shag[i] = ch*i;
    }
    for (i=0;i<n;i++)
    {
        for (i1=1; i1<=kolsost; i1++)
        {
            k = ind[i1];
            arr[i] = arr[i] + (j*mass[k]);
            ind[i1] = (ind[i1]+shag[i1]) % NTABL;
        }
    }

    printf ("\nМассив исходных данных\n");
    print (arr, arrim);
    bpf (arr, arrim,n);
    printf ("\nБПФ\n");
    print (arr, arrim);
    obpf (arr,arrim,n);
    printf ("ОБПФ\n");

    print (arr,arrim);
    goto BEG;
END:
}

```

Пример работы приведенной программы



```

BPF.EXE
11 Re -0.924, Im= 0.000, 5 Re= 0.924, Im= 0.000
12 Re -1.000, Im= 0.000, 4 Re= 1.000, Im= 0.000
13 Re -0.924, Im= 0.000, 3 Re= 0.924, Im= 0.000
14 Re -0.707, Im= 0.000, 2 Re= 0.707, Im= 0.000
15 Re -0.383, Im= 0.000, 1 Re= 0.383, Im= 0.000

БПФ
0 Re -0.000, Im= 0.000
1 Re -0.000, Im= 0.500, 15 Re= 0.000, Im= -0.500
2 Re -0.000, Im= -0.000, 14 Re= -0.000, Im= 0.000
3 Re -0.000, Im= -0.000, 13 Re= 0.000, Im= 0.000
4 Re -0.000, Im= -0.000, 12 Re= -0.000, Im= 0.000
5 Re -0.000, Im= 0.000, 11 Re= -0.000, Im= 0.000
6 Re -0.000, Im= 0.000, 10 Re= -0.000, Im= -0.000
7 Re -0.000, Im= 0.000, 9 Re= 0.000, Im= 0.000
8 Re -0.000, Im= 0.000, 8 Re= -0.000, Im= 0.000
9 Re 0.000, Im= 0.000, 7 Re= -0.000, Im= 0.000
10 Re -0.000, Im= -0.000, 6 Re= -0.000, Im= 0.000
11 Re -0.000, Im= 0.000, 5 Re= -0.000, Im= 0.000
12 Re -0.000, Im= 0.000, 4 Re= -0.000, Im= -0.000
13 Re 0.000, Im= 0.000, 3 Re= -0.000, Im= -0.000
14 Re -0.000, Im= 0.000, 2 Re= -0.000, Im= -0.000
15 Re 0.000, Im= -0.500, 1 Re= -0.000, Im= 0.500

```

```

BPF.EXE
11 Re -0.000, Im= 0.000, 5 Re= -0.000, Im= 0.000
12 Re -0.000, Im= 0.000, 4 Re= -0.000, Im= -0.000
13 Re 0.000, Im= 0.000, 3 Re= -0.000, Im= -0.000
14 Re -0.000, Im= 0.000, 2 Re= -0.000, Im= -0.000
15 Re 0.000, Im= -0.500, 1 Re= -0.000, Im= 0.500

ОБПФ
0 Re -0.000, Im= -0.000
1 Re 0.383, Im= -0.000, 15 Re= -0.383, Im= -0.000
2 Re 0.707, Im= -0.000, 14 Re= -0.707, Im= -0.000
3 Re 0.924, Im= -0.000, 13 Re= -0.924, Im= 0.000
4 Re 1.000, Im= -0.000, 12 Re= -1.000, Im= 0.000
5 Re 0.924, Im= -0.000, 11 Re= -0.924, Im= 0.000
6 Re 0.707, Im= 0.000, 10 Re= -0.707, Im= 0.000
7 Re 0.383, Im= 0.000, 9 Re= -0.383, Im= -0.000
8 Re -0.000, Im= 0.000, 8 Re= -0.000, Im= 0.000
9 Re -0.383, Im= -0.000, 7 Re= 0.383, Im= 0.000
10 Re -0.707, Im= 0.000, 6 Re= 0.707, Im= 0.000
11 Re -0.924, Im= 0.000, 5 Re= 0.924, Im= -0.000
12 Re -1.000, Im= 0.000, 4 Re= 1.000, Im= -0.000
13 Re -0.924, Im= 0.000, 3 Re= 0.924, Im= -0.000
14 Re -0.707, Im= -0.000, 2 Re= 0.707, Im= -0.000
15 Re -0.383, Im= -0.000, 1 Re= 0.383, Im= -0.000

```

```

BPF.EXE
Введите амплитуду -1
Введите фазу -512
Введите количество составляющих -1
256
Массив исходных данных
0 Re 0.707, Im= 0.000
1 Re 0.924, Im= 0.000, 15 Re= 0.383, Im= 0.000
2 Re 1.000, Im= 0.000, 14 Re= 0.000, Im= 0.000
3 Re 0.924, Im= 0.000, 13 Re= -0.383, Im= 0.000
4 Re 0.707, Im= 0.000, 12 Re= -0.707, Im= 0.000
5 Re 0.383, Im= 0.000, 11 Re= -0.924, Im= 0.000
6 Re -0.000, Im= 0.000, 10 Re= -1.000, Im= 0.000
7 Re -0.383, Im= 0.000, 9 Re= -0.924, Im= 0.000
8 Re -0.707, Im= 0.000, 8 Re= -0.707, Im= 0.000
9 Re -0.924, Im= 0.000, 7 Re= -0.383, Im= 0.000
10 Re -1.000, Im= 0.000, 6 Re= -0.000, Im= 0.000
11 Re -0.924, Im= 0.000, 5 Re= 0.383, Im= 0.000
12 Re -0.707, Im= 0.000, 4 Re= 0.707, Im= 0.000
13 Re -0.383, Im= 0.000, 3 Re= 0.924, Im= 0.000
14 Re 0.000, Im= 0.000, 2 Re= 1.000, Im= 0.000
15 Re 0.383, Im= 0.000, 1 Re= 0.924, Im= 0.000

```

```

BPF.EXE
11 Re -0.924, Im= 0.000, 5 Re= 0.383, Im= 0.000
12 Re -0.707, Im= 0.000, 4 Re= 0.707, Im= 0.000
13 Re -0.383, Im= 0.000, 3 Re= 0.924, Im= 0.000
14 Re 0.000, Im= 0.000, 2 Re= 1.000, Im= 0.000
15 Re 0.383, Im= 0.000, 1 Re= 0.924, Im= 0.000

БПФ
0 Re -0.000, Im= 0.000
1 Re 0.354, Im= 0.354, 15 Re= 0.354, Im= -0.354
2 Re -0.000, Im= 0.000, 14 Re= -0.000, Im= -0.000
3 Re 0.000, Im= 0.000, 13 Re= -0.000, Im= -0.000
4 Re 0.000, Im= 0.000, 12 Re= 0.000, Im= -0.000
5 Re 0.000, Im= 0.000, 11 Re= -0.000, Im= -0.000
6 Re -0.000, Im= -0.000, 10 Re= -0.000, Im= 0.000
7 Re -0.000, Im= -0.000, 9 Re= 0.000, Im= -0.000
8 Re -0.000, Im= 0.000, 8 Re= -0.000, Im= 0.000
9 Re 0.000, Im= -0.000, 7 Re= -0.000, Im= -0.000
10 Re -0.000, Im= 0.000, 6 Re= -0.000, Im= -0.000
11 Re -0.000, Im= -0.000, 5 Re= 0.000, Im= 0.000
12 Re 0.000, Im= -0.000, 4 Re= 0.000, Im= 0.000
13 Re -0.000, Im= -0.000, 3 Re= 0.000, Im= 0.000
14 Re -0.000, Im= -0.000, 2 Re= -0.000, Im= 0.000
15 Re 0.354, Im= -0.354, 1 Re= 0.354, Im= 0.354

```

```

BPF.EXE
11 Re -0.000, Im= -0.000, 5 Re= 0.000, Im= 0.000
12 Re 0.000, Im= -0.000, 4 Re= 0.000, Im= 0.000
13 Re -0.000, Im= -0.000, 3 Re= 0.000, Im= 0.000
14 Re -0.000, Im= -0.000, 2 Re= -0.000, Im= 0.000
15 Re 0.354, Im= -0.354, 1 Re= 0.354, Im= 0.354

ОБПФ
0 Re 0.707, Im= 0.000
1 Re 0.924, Im= -0.000, 15 Re= 0.383, Im= 0.000
2 Re 1.000, Im= 0.000, 14 Re= 0.000, Im= -0.000
3 Re 0.924, Im= -0.000, 13 Re= -0.383, Im= -0.000
4 Re 0.707, Im= 0.000, 12 Re= -0.707, Im= -0.000
5 Re 0.383, Im= 0.000, 11 Re= -0.924, Im= 0.000
6 Re -0.000, Im= 0.000, 10 Re= -1.000, Im= 0.000
7 Re -0.383, Im= -0.000, 9 Re= -0.924, Im= 0.000
8 Re -0.707, Im= 0.000, 8 Re= -0.707, Im= 0.000
9 Re -0.924, Im= 0.000, 7 Re= -0.383, Im= -0.000
10 Re -1.000, Im= 0.000, 6 Re= -0.000, Im= 0.000
11 Re -0.924, Im= 0.000, 5 Re= 0.383, Im= 0.000
12 Re -0.707, Im= -0.000, 4 Re= 0.707, Im= 0.000
13 Re -0.383, Im= -0.000, 3 Re= 0.924, Im= -0.000
14 Re 0.000, Im= -0.000, 2 Re= 1.000, Im= 0.000
15 Re 0.383, Im= 0.000, 1 Re= 0.924, Im= -0.000

```

```

BPF.EXE
Введите амплитуду -1
Введите фазу -1024
Введите количество составляющих -1
256
Массив исходных данных
0 Re 1.000, Im= 0.000
1 Re 0.924, Im= 0.000, 15 Re= 0.924, Im= 0.000
2 Re 0.707, Im= 0.000, 14 Re= 0.707, Im= 0.000
3 Re 0.383, Im= 0.000, 13 Re= 0.383, Im= 0.000
4 Re -0.000, Im= 0.000, 12 Re= 0.000, Im= 0.000
5 Re -0.383, Im= 0.000, 11 Re= -0.383, Im= 0.000
6 Re -0.707, Im= 0.000, 10 Re= -0.707, Im= 0.000
7 Re -0.924, Im= 0.000, 9 Re= -0.924, Im= 0.000
8 Re -1.000, Im= 0.000, 8 Re= -1.000, Im= 0.000
9 Re -0.924, Im= 0.000, 7 Re= -0.924, Im= 0.000
10 Re -0.707, Im= 0.000, 6 Re= -0.707, Im= 0.000
11 Re -0.383, Im= 0.000, 5 Re= -0.383, Im= 0.000
12 Re 0.000, Im= 0.000, 4 Re= -0.000, Im= 0.000
13 Re 0.383, Im= 0.000, 3 Re= 0.383, Im= 0.000
14 Re 0.707, Im= 0.000, 2 Re= 0.707, Im= 0.000
15 Re 0.924, Im= 0.000, 1 Re= 0.924, Im= 0.000

```

```

BPF.EXE
11 Re -0.383, Im= 0.000, 5 Re= -0.383, Im= 0.000
12 Re 0.000, Im= 0.000, 4 Re= -0.000, Im= 0.000
13 Re 0.383, Im= 0.000, 3 Re= 0.383, Im= 0.000
14 Re 0.707, Im= 0.000, 2 Re= 0.707, Im= 0.000
15 Re 0.924, Im= 0.000, 1 Re= 0.924, Im= 0.000

БПФ
0 Re -0.000, Im= 0.000
1 Re 0.500, Im= -0.000, 15 Re= 0.500, Im= 0.000
2 Re 0.000, Im= 0.000, 14 Re= 0.000, Im= -0.000
3 Re 0.000, Im= -0.000, 13 Re= -0.000, Im= -0.000
4 Re -0.000, Im= -0.000, 12 Re= -0.000, Im= 0.000
5 Re 0.000, Im= 0.000, 11 Re= -0.000, Im= -0.000
6 Re 0.000, Im= -0.000, 10 Re= 0.000, Im= 0.000
7 Re 0.000, Im= -0.000, 9 Re= 0.000, Im= -0.000
8 Re -0.000, Im= 0.000, 8 Re= -0.000, Im= 0.000
9 Re 0.000, Im= -0.000, 7 Re= 0.000, Im= -0.000
10 Re 0.000, Im= 0.000, 6 Re= 0.000, Im= -0.000
11 Re -0.000, Im= -0.000, 5 Re= 0.000, Im= 0.000
12 Re -0.000, Im= 0.000, 4 Re= -0.000, Im= -0.000
13 Re -0.000, Im= -0.000, 3 Re= 0.000, Im= -0.000
14 Re 0.000, Im= -0.000, 2 Re= 0.000, Im= 0.000
15 Re 0.500, Im= 0.000, 1 Re= 0.500, Im= -0.000

```

```

BPF.EXE
11 Re -0.000, Im= -0.000, 5 Re= 0.000, Im= 0.000
12 Re -0.000, Im= 0.000, 4 Re= -0.000, Im= -0.000
13 Re -0.000, Im= -0.000, 3 Re= 0.000, Im= -0.000
14 Re 0.000, Im= -0.000, 2 Re= 0.000, Im= 0.000
15 Re 0.500, Im= 0.000, 1 Re= 0.500, Im= -0.000

ОБПФ
0 Re 1.000, Im= 0.000
1 Re 0.924, Im= -0.000, 15 Re= 0.924, Im= 0.000
2 Re 0.707, Im= -0.000, 14 Re= 0.707, Im= 0.000
3 Re 0.383, Im= -0.000, 13 Re= 0.383, Im= 0.000
4 Re -0.000, Im= 0.000, 12 Re= 0.000, Im= -0.000
5 Re -0.383, Im= -0.000, 11 Re= -0.383, Im= -0.000
6 Re -0.707, Im= 0.000, 10 Re= -0.707, Im= 0.000
7 Re -0.924, Im= -0.000, 9 Re= -0.924, Im= 0.000
8 Re -1.000, Im= -0.000, 8 Re= -1.000, Im= -0.000
9 Re -0.924, Im= 0.000, 7 Re= -0.924, Im= -0.000
10 Re -0.707, Im= 0.000, 6 Re= -0.707, Im= 0.000
11 Re -0.383, Im= -0.000, 5 Re= -0.383, Im= -0.000
12 Re 0.000, Im= -0.000, 4 Re= -0.000, Im= 0.000
13 Re 0.383, Im= 0.000, 3 Re= 0.383, Im= -0.000
14 Re 0.707, Im= 0.000, 2 Re= 0.707, Im= -0.000
15 Re 0.924, Im= 0.000, 1 Re= 0.924, Im= -0.000

```

```

BPF.EXE
11 Re 0.166, Im= 0.000, 5 Re= -0.166, Im= 0.000
12 Re -0.000, Im= 0.000, 4 Re= -0.000, Im= 0.000
13 Re -1.248, Im= 0.000, 3 Re= 1.248, Im= 0.000
14 Re -2.414, Im= 0.000, 2 Re= 2.414, Im= 0.000
15 Re -2.014, Im= 0.000, 1 Re= 2.014, Im= 0.000

БПФ
0 Re -0.000, Im= 0.000
1 Re 0.000, Im= 0.500, 15 Re= 0.000, Im= -0.500
2 Re -0.000, Im= 0.500, 14 Re= 0.000, Im= -0.500
3 Re -0.000, Im= 0.500, 13 Re= 0.000, Im= -0.500
4 Re -0.000, Im= -0.000, 12 Re= -0.000, Im= 0.000
5 Re -0.000, Im= 0.000, 11 Re= -0.000, Im= 0.000
6 Re -0.000, Im= -0.000, 10 Re= -0.000, Im= 0.000
7 Re 0.000, Im= 0.000, 9 Re= -0.000, Im= 0.000
8 Re 0.000, Im= 0.000, 8 Re= 0.000, Im= 0.000
9 Re -0.000, Im= 0.000, 7 Re= 0.000, Im= 0.000
10 Re -0.000, Im= 0.000, 6 Re= -0.000, Im= -0.000
11 Re -0.000, Im= 0.000, 5 Re= -0.000, Im= 0.000
12 Re -0.000, Im= 0.000, 4 Re= -0.000, Im= -0.000
13 Re 0.000, Im= -0.500, 3 Re= -0.000, Im= 0.500
14 Re 0.000, Im= -0.500, 2 Re= -0.000, Im= 0.500
15 Re 0.000, Im= -0.500, 1 Re= 0.000, Im= 0.500

```

```
BPF.EXE
11 Re -0.000, Im= 0.000, 5 Re= -0.000, Im= 0.000
12 Re -0.000, Im= 0.000, 4 Re= -0.000, Im= -0.000
13 Re 0.000, Im= -0.500, 3 Re= -0.000, Im= 0.500
14 Re 0.000, Im= -0.500, 2 Re= -0.000, Im= 0.500
15 Re 0.000, Im= -0.500, 1 Re= 0.000, Im= 0.500

ОБПФ
0 Re 0.000, Im= 0.000
1 Re 2.014, Im= -0.000, 15 Re= -2.014, Im= -0.000
2 Re 2.414, Im= 0.000, 14 Re= -2.414, Im= 0.000
3 Re 1.248, Im= -0.000, 13 Re= -1.248, Im= 0.000
4 Re -0.000, Im= 0.000, 12 Re= -0.000, Im= -0.000
5 Re -0.166, Im= -0.000, 11 Re= 0.166, Im= 0.000
6 Re 0.414, Im= -0.000, 10 Re= -0.414, Im= 0.000
7 Re 0.599, Im= 0.000, 9 Re= -0.599, Im= 0.000
8 Re -0.000, Im= -0.000, 8 Re= -0.000, Im= -0.000
9 Re -0.599, Im= 0.000, 7 Re= 0.599, Im= 0.000
10 Re -0.414, Im= 0.000, 6 Re= 0.414, Im= -0.000
11 Re 0.166, Im= 0.000, 5 Re= -0.166, Im= -0.000
12 Re -0.000, Im= -0.000, 4 Re= -0.000, Im= 0.000
13 Re -1.248, Im= 0.000, 3 Re= 1.248, Im= -0.000
14 Re -2.414, Im= 0.000, 2 Re= 2.414, Im= 0.000
15 Re -2.014, Im= -0.000, 1 Re= 2.014, Im= -0.000
```

Приложение 4. Текст функции, определения огибающей сигнала с использованием БПФ

```
#define ik_N_Tabl 4096 // Размер таблицы синуса
#define ik_N_Tabl_1_2 ik_N_Tabl/2
#define ik_N_Tabl_1_4 ik_N_Tabl/4
float f_ArReal[ik_N_Tabl], // массив реальной части
      f_ArMnim[ik_N_Tabl]; // массив мнимой части
int i_OW; // размер массива для обработки

// Функция определения огибающей сигнала, преобразование Гильберта
void fn_Gilbert (float *mas)
{
    int i, i1;
    float p;
    for ( i=0; i < i_OW; i++)
    {
        f_ArReal[i] = mas[i];
    }
    for ( i=0, i1=1; i<i_OW/2; i++, i1+=2)
    {
        f_ArMnim[i] = f_ArReal[i1];
    }
    for ( i=0, i1=0; i < i_OW/2; i++, i1+=2)
    {
        f_ArReal[i] = f_ArReal[i1];
    }
    fn_BPF ( f_ArReal, f_ArMnim, i_OW/2, 1 );
    f_ArReal[0] = 0;
    f_ArMnim[0] = 0;
    f_ArReal[i_OW/2] = 0;
    f_ArMnim[i_OW/2] = 0;

    for ( i = 1; i < i_OW; i++)
    {
        p = f_ArReal[i];
        f_ArReal[i] = f_ArMnim[i];
        f_ArMnim[i] = -p;
    }
    for ( i = i_OW/2+1; i < i_OW; i++)
    {
        f_ArReal[i] = 0;
        f_ArMnim[i] = 0;
    }
    for ( i=1; i < i_OW/2; i++)
    {
        p = f_ArReal[i];
        f_ArReal[i_OW-i] = p;
        p = f_ArMnim[i];
```



```

        f_ArMnim[i] = 0;
        f_ArMnim[i_OW-i] = p;
    }
fn_BPF (f_ArReal, f_ArMnim, i_OW, 3); // ОБПФ длинной реализации
for ( i = 0; i < i_OW; i++)
    {
        mas[i] = sqrt ( pow(f_ArReal[i], 2)+pow(mas[i],2) );
    }
}

```

Приложение 5. Тексты функций, реализующих рекурсивную цифровую фильтрацию

```

float      f_FDiskr; // Частота дискретизации
// Массивы для хранения коэффициентов звеньев цифровых фильтров
float      c1[3], d_1[3];
float      DD1[4], CC1[4];
float      c2[3], d_2[3];
float      DD2[4], CC2[4];
float      c3[3], d_3[3];
float      DD3[4], CC3[4];
// Значения коэффициентов трех звеньев цифрового фильтра Баттерворта 6 порядка
c1[2]=1; c1[1]=1.931852; c1[0]=1;
c2[2]=1; c2[1]=1.414214; c2[0]=1;
c3[2]=1; c3[1]=0.517638; c3[0]=1;
d_1[0]=0; d_1[1]=0; d_1[2]=1;
d_2[0]=0; d_2[1]=0; d_2[2]=1;
d_3[0]=0; d_3[1]=0; d_3[2]=1;

// x - массив входных данных
// y - массив выходных данных
// d - массив коэффициентов D цифрового фильтра
// c - массив коэффициентов C цифрового фильтра
// N - размер массива
fn_Rek_Filtr(float *x, float *y, float *d, float *c, int N)
{
int i;
for (i=0; i<N; i++)
{
y[i]=0;
f_Ar[i]=0; // Вспомогательный массив
}
for (i=0; i<N; i++)
{
f_Ar[i]=x[i];
}
x[N-2]=f_Ar[N-2]=x[N-3] + ( ( x[2] -x[N-3] ) *1.0)/5.0);
x[N-1]=f_Ar[N-1]=x[N-3] + ( ( x[2] -x[N-3] ) *2.0)/5.0);
x[0]=f_Ar[0]=x[N-3] + ( ( x[2] -x[N-3] ) *3.0)/5.0);
x[1]=f_Ar[1]=x[N-3] + ( ( x[2] -x[N-3] ) *4.0)/5.0);
// Первый проход
y[0]=d[0]*f_Ar[0];
y[1]=d[0]*f_Ar[1] + d[1]*f_Ar[0] -c[1]*f_Ar[0];
for (i=2; i<N; i++)
y[i]=d[0]*f_Ar[i] + d[1]*f_Ar[i-1] + d[2]*f_Ar[i-2] - c[1]*y[i-1] - c[2]*y[i-2];
// Второй проход
y[0]=d[0]*x[0] + d[1]*x[N-1] + d[2]*x[N-2] -c[1]*y[N-1] - c[2]*y[N-2];
y[1]=d[0]*x[1] + d[1]*x[0] + d[2]*x[N-1] -c[1]*y[0] - c[2]*y[N-1];

```

```

for (i=2; i<N; i++)
y[i]=d[0]*x[i] + d[1]*x[i-1] + d[2]*x[i-2] - c[1]*y[i-1] - c[2]*y[i-2];
}
// Функция определения фазового сдвига звена рекурсивного фильтра
// Возвращает значение фазового сдвига в градусах
float fn_FazaRF(float f_F, float f_FDiskr, float *C, float *D)
{
float f_Re, f_Im;
float f_Fi1, f_Fi2;
float f_Sin2f, f_Sin4f, f_Cos2f, f_Cos4f;

f_Re=f_F/f_FDiskr;
f_Sin2f=sin(2*M_PI*f_Re);
f_Sin4f=sin(4*M_PI*f_Re);
f_Cos2f=cos(2*M_PI*f_Re);
f_Cos4f=cos(4*M_PI*f_Re);
f_Im=D[1]*f_Sin2f+D[2]*f_Sin4f;
f_Re=D[0]+D[1]*f_Cos2f+D[2]*f_Cos4f;
if (fabs(f_Re)>0) f_Fi1=atan2(f_Im, f_Re);
else if (f_Im>=0) f_Fi1=M_PI/2;
else f_Fi1=-M_PI/2;
f_Fi1=(f_Fi1*360)/(2*M_PI);
f_Im=C[1]*f_Sin2f+C[2]*f_Sin4f;
f_Re=C[0]+C[1]*f_Cos2f+C[2]*f_Cos4f;
if (fabs(f_Re)>0) f_Fi2=atan2(f_Im, f_Re);
else if (f_Im>=0) f_Fi2=M_PI/2;
else f_Fi2=-M_PI/2;
f_Fi2=(f_Fi2*360)/(2*M_PI);
f_Fi2-=f_Fi1;
return (f_Fi2);
}

```

Приложение 6.

Тексты функции, реализующей цифровую фильтрацию с использованием БПФ

```

#define   ik_N_Tabl      4096           // Размер таблицы синуса
#define   ik_N_Tabl_1_2 ik_N_Tabl/2
#define   ik_N_Tabl_1_4 ik_N_Tabl/4
float     f_ArReal[ik_N_Tabl],        // массив реальной части
          f_ArMnim[ik_N_Tabl];        // массив мнимой части
int       i_OW;                       // размер массива для обработки
//      Функция выполнения цифровой фильтрации методом БПФ
void fn_CifrFiltr (float *mas, int i_F_SrNiz, int i_F_SrWerh)
{
Int   i,i1;
float p;
  for (i=0; i<i_OW; i++)
  {
    f_ArReal[i]=mas[i];
  }
  for (i=0,i1=1; i<i_OW/2; i++,i1+=2)
  {
    f_ArMnim[i]=f_ArReal[i1];
  }
  for (i=0,i1=0; i<i_OW/2; i++,i1+=2)
  {
    f_ArReal[i]=f_ArReal[i1];
  }
  fn_BPF (f_ArReal, f_ArMnim, i_OW/2, 1);
  // Цифровая фильтрация */
  for (i=0; i<i_F_SrNiz; i++)
  {
f_ArReal[i]=0;
    f_ArMnim[i]=0;
  }
  for (i=i_F_SrWerh+1; i<i_OW; i++)
  {
    f_ArReal[i]=0;
    f_ArMnim[i]=0;
  }
  for (i=1; i<i_OW/2; i++) //Перестановка в обратном порядке
  {
    p=f_ArReal[i];
    f_ArReal[i]=0;
    f_ArReal[i_OW-i]=p;
    p=f_ArMnim[i];
    f_ArMnim[i]=0;
    f_ArMnim[i_OW-i]=p;
  }
  fn_BPF(f_ArReal,f_ArMnim,i_OW,3); // ОБПФ длинной выборки
  for (i=0; i<i_OW; i++)
  {
    mas[i]=f_ArReal[i];  } }

```

Приложение 7.

Тексты функции, реализующей вейвлет преобразование

```

#define    SDVIG 0
float     *M_VAW;
float     f_F1;
float     f_DeltaF;           // Частотное разрешение спектрального анализа
int       i_TipV;           // Тип вейвлета
int       i_OW;             // Размер массива для обработки

// Функция для выполнения вейвлет-преобразования
void fn_Wavelet (float *mas)
{
int   i, il, j, NN;
float p, N_Sin;
M_VAW = farcalloc (2048,4);

N_Sin = ( i_OW/(f_F1/f_DeltaF) );
if (i_TipV==1)
{
    NN=round ( N_Sin*8 );           // Морле
}
if (i_TipV==2)
{
    NN=round ( N_Sin *1.816);      // Мексиканская шляпа
}
if (i_TipV==3)
{
    NN=round( N_Sin *1.275);       // Антисимметричная волна
}
if (i_TipV==4)
{
    NN=round( N_Sin*2.22 );        // Гауссиан 3-й степени
}
if (i_TipV==5)
{
    NN=round( N_Sin*2.55 );        // Гауссиан 4-й степени
}
If (NN>2048) NN=2048;
for (i=0; i<=(NN+SDVIG); i++)
{
    p=(float) ( (8*(i-SDVIG) ) -4*NN ) / ( ( float ) (NN) );
    if (i_TipV==1) M_VAW[i] = cos( 2*M_PI*p ) * exp(-(p*p)/2 );
    if (i_TipV==2)
    {
        p=p*p;
        M_VAW[i]=(1-p)*exp(-p/2);    // Мексиканская шляпа
    }
    if (i_TipV==3) M_VAW[i]=p*exp( -(p*p)/2 );
    if (i_TipV==4) M_VAW[i]=(p*p*p-3*p)*exp( -(p*p)/2 );
}
}

```

```

        if (i_TipV==5) M_VAW[i]=(p*p*p*p-6*p*p+3)*exp( -(p*p)/2 );
    }
if ( (i_TipOtoabr==1) || (i_TipOtoabr==3) )
{
    p=0;
    for (i=0; i<=(NN+SDVIG); i++)
    {
        p=p+fabs(M_VAW[i]);
    }
if (i_TipV==1)
{
    p/=1.287;          // Морле
}

else if (i_TipV==2)
{
    p/=1.32;          // Мексиканская шляпа
}

else if (i_TipV==3)
{
    p/=1.32;          // Антисимметричная волна
}

else if (i_TipV==4)
{
    p/=1.30;          // Гауссиан 3-й степени
}
else if (i_TipV==5)
{
    p/=1.287; // Гауссиан 4-й степени
}
else p/=1.30;
    for ( i=0; i<=(NN+SDVIG); i++ )
    {
        M_VAW[i]/=p;
    }
    for ( i=0; i<i_OW; i++ )
    {
        p=0;
        for ( i1=0; i1<=(NN+SDVIG); i1++ )
        {
            j=i+i1;
            if (j<i_OW) p=p+mas[j]*M_VAW[i1];
        }
        mas[i]=p;
    }

if ( i_TipOtoabr==3 ) // Детектирование
{
    for (i=0; i<i_OW; i++)
    {
        p=0;

```

```

        for (i1=0; i1<=(N_Sin*0.75); i1++)
        {
            j=i+1;
            if (j<i_OW)
            {
if ( p<fabs(mas[j]) ) p=fabs(mas[j]);
            }
        }
        mas[i]=p;
    }
}
}
else
{
    for (i=0; i<i_OW; i++)
    {
        if ( i<=(NN+SDVIG) ) mas[i]=M_VAW[i];
        else mas[i]=0;
    }
}
farfree (M_VAW);
}

```

Приложение 8. Значения параметров вибрационного состояния турбоагрегата

П Р О Т О К О Л
вибрационного состояния ТГ N 8
Измеряемая величина: виброскорость (мм/с)
Средство измерения: ИВК "Лукомль-2001"

ВЕРТИКАЛЬНОЕ НАПРАВЛЕНИЕ

| | П1 | П2 | П3 | П4 | П5 | П6 | П7 | П8 | П9 |
|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Общий | 1.0 | 1.7 | 3.0 | 2.0 | 1.3 | 3.0 | 1.8 | 1.6 | 1.6 |
| 0.5 об/с | 0.09 | 0.08 | 0.11 | 0.05 | 0.09 | 0.07 | 0.06 | 0.04 | 0.05 |
| Оборот | 2982.2 | 2982.2 | 2982.4 | 2982.3 | 2982.2 | 2982.5 | 2982.2 | 2982.1 | 2982.2 |
| A1 об/с | 0.6 | 1.3 | 2.8 | 1.9 | 0.9 | 1.5 | 1.0 | 1.6 | 0.9 |
| F1 об/с | 185.6 | 135.6 | 280.0 | 63.8 | 5.4 | 21.6 | 121.0 | 320.4 | 213.2 |
| A2 об/с | 0.5 | 0.4 | 0.8 | 0.4 | 0.8 | 2.5 | 1.5 | 0.3 | 1.3 |
| F2 об/с | 81.9 | 123.2 | 353.3 | 4.9 | 223.1 | 244.1 | 191.5 | 241.4 | 201.9 |
| A3 об/с | 0.25 | 0.09 | 0.05 | 0.09 | 0.08 | 0.05 | 0.03 | 0.28 | 0.08 |
| A4 об/с | 0.03 | 0.25 | 0.07 | 0.06 | 0.28 | 0.16 | 0.03 | 0.05 | 0.13 |

ГОРИЗОНТАЛЬНОЕ НАПРАВЛЕНИЕ

| | П1 | П2 | П3 | П4 | П5 | П6 | П7 | П8 | П9 |
|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Общий | 2.6 | 1.9 | 2.3 | 2.5 | 1.6 | 2.1 | 1.4 | 1.9 | 1.2 |
| 0.5 об/с | 0.08 | 0.09 | 0.03 | 0.02 | 0.03 | 0.02 | 0.03 | 0.06 | 0.05 |
| Оборот | 2982.1 | 2982.3 | 2982.1 | 2982.2 | 2982.2 | 2982.2 | 2982.3 | 2982.0 | 2982.4 |
| A1 об/с | 2.2 | 1.1 | 1.7 | 2.3 | 1.4 | 1.4 | 1.2 | 1.1 | 0.8 |
| F1 об/с | 73.8 | 277.7 | 247.2 | 329.7 | 324.7 | 296.3 | 13.2 | 50.7 | 159.0 |
| A2 об/с | 1.0 | 1.4 | 1.5 | 0.6 | 0.6 | 1.6 | 0.7 | 1.4 | 0.8 |
| F2 об/с | 334.1 | 325.3 | 313.7 | 207.1 | 115.4 | 137.4 | 149.3 | 168.3 | 121.2 |
| A3 об/с | 0.67 | 0.14 | 0.10 | 0.22 | 0.22 | 0.17 | 0.12 | 0.39 | 0.34 |
| A4 об/с | 0.53 | 0.03 | 0.08 | 0.04 | 0.18 | 0.17 | 0.02 | 0.44 | 0.15 |

ОСЕВОЕ НАПРАВЛЕНИЕ

| | П1 | П2 | П3 | П4 | П5 | П6 | П7 | П8 | П9 |
|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Общий | 1.9 | 0.9 | 3.4 | 2.9 | 2.4 | 1.8 | 2.6 | 3.2 | 1.5 |
| 0.5 об/с | 0.08 | 0.14 | 0.03 | 0.07 | 0.03 | 0.08 | 0.13 | 0.03 | 0.12 |
| Оборот | 2982.5 | 2982.3 | 2982.3 | 2982.1 | 2982.0 | 2982.4 | 2982.2 | 2982.1 | 2982.6 |
| A1 об/с | 0.3 | 0.8 | 3.4 | 2.8 | 2.1 | 1.6 | 1.8 | 2.9 | 1.4 |
| F1 об/с | 152.5 | 255.3 | 83.2 | 264.9 | 321.7 | 142.7 | 349.7 | 107.3 | 355.8 |
| A2 об/с | 0.8 | 0.2 | 0.1 | 0.2 | 0.8 | 0.7 | 1.8 | 1.2 | 0.2 |
| F2 об/с | 36.8 | 300.9 | 139.3 | 298.3 | 236.9 | 66.9 | 65.9 | 304.5 | 86.6 |
| A3 об/с | 0.83 | 0.04 | 0.03 | 0.12 | 0.30 | 0.15 | 0.09 | 0.08 | 0.04 |
| A4 об/с | 0.48 | 0.18 | 0.07 | 0.09 | 0.18 | 0.15 | 0.04 | 0.06 | 0.03 |

Приведенный уровень вибрации на турбоагрегате 2.86

Научное издание

Бранцевич Петр Юльянович

**ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА
ВИБРАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ**

Ответственный за выпуск *С. Л. Бочкарева*

Редактор *Я. Ю. Данилович*

Подписано в печать 16.05.2022. Формат 70x100 1/16.
Гарнитура «Таймс». Бумага офсетная. Печать цифровая.

Усл. печ. л. 17,26. Уч.-изд. л. 8,37.

Тираж 100 экз. Заказ 85.

Издатель и полиграфическое исполнение
УП «Бестпринт». Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/160 от 27.01.14.
Ул. Филатова, д. 9, к. 1, 220026, г. Минск