

Моделирование гемодинамических характеристик кровотока сонной артерии на основе компьютерной томографии

Д. А. Балюк, аспирант кафедры электронной техники и технологии

E-mail: dan.baliuk@yandex.ru

ORCID ID: 0000-0001-7766-9915

УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», ул. П. Бровки, д. 6, 220013, г. Минск, Республика Беларусь

Н. С. Давыдова, к. т. н., доцент, доцент кафедры инфокоммуникационных технологий

E-mail: davydova-ns@bsuir.by

ORCID ID: 0000-0002-5045-5383

УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», ул. П. Бровки, д. 6, 220013, г. Минск, Республика Беларусь

М. М. Меженная, к. т. н., доцент, доцент кафедры инженерной психологии и эргономики

E-mail: mmmarina@tut.by

ORCID ID: 0000-0001-6770-6591

УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», ул. П. Бровки, д. 6, 220013, г. Минск, Республика Беларусь

М. В. Давыдов, к. т. н., доцент, первый проректор

E-mail: davydov-mv@bsuir.by

ORCID ID: 0000-0003-4218-9465

УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», ул. П. Бровки, д. 6, 220013, г. Минск, Республика Беларусь

Аннотация. Цель работы заключалась в проведение моделирования гемодинамики кровотока и исследовании гемодинамических характеристик кровеносных сосудов. Проведено построение 3D-моделей сонной артерии на основе снимков компьютерного томографа в программном комплексе 3D SLICER. Полученные фантомы моделей промоделированы в программном комплексе FlowVision, методом конечных элементов. Выявлены наиболее опасные патологии геометрии сосудистого русла влияющие на изменение гемодинамических характеристик кровотока. Наибольшую опасность в западании скорости потока в просвете сосуда представляла патология извитости (до 30 %). Патология при образовании аневризмы в незначительной степени влияла на падение скорости (до 8 %). Опасность данной патологии заключалась в повышении давления, оказываемого током крови на стенку аневризмы. Образование атеросклеротических бляшек в просвете сосуда привело к западанию скорости (до 25 %) и повышению давлению в области формирования бляшек.

Ключевые слова: сонная артерия, гемодинамические характеристики, метод конечных элементов, гемодинамика, кровеносные сосуды, аневризма, патология извитости, атеросклероз сосудов

Для цитирования: Балюк Д.А. Моделирование гемодинамических характеристик кровотока сонной артерии на основе компьютерной томографии / Д.А. Балюк, Н.С. Давыдова, М.М. Меженная, М.В. Давыдов // Цифровая трансформация. – 2021. – № 3 (16). – С. 58–68.



© Цифровая трансформация, 2021

Modeling the Hemodynamic Characteristics of the Carrotic Care Blood Based on Computer Tomography

D. A. Baliuk, Graduate Student of the Department of Electronic Engineering and Technology

E-mail: dan.baliuk@yandex.ru

ORCID ID: 0000-0001-7766-9915

Belarusian State University of Informatics and Radio Electronics,
6 P. Brovka Ave, 220013, Minsk, Republic of Belarus

N. S. Davydova, Candidate of Sciences (Technical), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Infocommunication Technologies

E-mail: davydova-ns@bsuir.by

ORCID ID: 0000-0002-5045-5383

Belarusian State University of Informatics and Radio Electronics,
6 P. Brovka Ave, 220013, Minsk, Republic of Belarus

M. M. Mezhennaya, Candidate of Sciences (Technical), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Engineering Psychology and Ergonomics

E-mail: mmmarina@tut.by

ORCID ID: 0000-0001-6770-6591

Belarusian State University of Informatics and Radio Electronics,
6 P. Brovka Ave, 220013, Minsk, Republic of Belarus

M. V. Davydov, Candidate of Sciences (Technical), Associate Professor, First Vice-Rector

E-mail: davydov-mv@bsuir.by

ORCID ID: 0000-0003-4218-9465

Belarusian State University of Informatics and Radio Electronics,
6 P. Brovka Ave, 220013, Minsk, Republic of Belarus

Abstract. The purpose of the work was to conduct modeling of hemodynamics of blood flow and study the hemodynamic characteristics of blood vessels. 3D models of the carotid artery were constructed based on images of a computer tomography in the 3D SLICER software package. The resulting model phantoms are modeled in the FlowVision software package using the finite element method. The most dangerous pathologies of the geometry of the vascular bed affecting the change in the hemodynamic characteristics of the blood flow were identified. The greatest danger in lowering the flow velocity in the lumen of the vessel was the tortuosity pathology (up to 30%). Pathology during the formation of aneurysms to a small extent influenced the decrease in speed (up to 8%). The danger of this pathology was to increase the pressure exerted by the blood stream on the wall of the aneurysm. The formation of atherosclerotic plaques in the lumen of the vessel led to a slowdown (up to 25%) and an increase in pressure in the area of plaque formation.

Key words: carotid artery, hemodynamic characteristics, finite element method, hemodynamics, blood vessels, aneurysm, crimp pathology, vascular atherosclerosis

For citation: Baliuk D.A., Davydova N.S., Mezhennaya M.M., Davydov M.V. Modeling the hemodynamic characteristics of the carrotic care blood based on computer tomography. *Cifrovaja transformacija* [Digital transformation], 2021, 3 (16), pp. 58–68 (in Russian).

© Digital Transformation, 2021

Введение. Причинами нарушения гемодинамики кровотока сосудов головного мозга ишемического характера являются извитость и нарушение геометрии сосудистого русла из-за образования аневризмы, а также формирование атеросклеротических бляшек в просвете артерии [1]. Имеется большое количество методик операционного вмешательства с целью восстановления функционирования данных нарушений. В 1959 году Кваттлбаум, Апсон и Невилл провели первую хирургическую коррекцию [2]. На данный момент важной целью для практической медицины является необходимость прогноза функционирования гемодинамики кровотока сосуда после необходимости проведения хирургического вмешательства.

В настоящее время большое внимание уделяется моделированию тока крови в сосудах человека [3-14]. В работе «Численное исследование влияния патологической извитости артерии на кровоток» [3] проведен анализ с задачей выявить изменения в гемодинамике и напряженно-деформированном состоянии сонной артерии при учете криволинейных параметров материала стенки сосуда. Результаты представлены для модели в норме и с нарушением геометрии (перегибом) внутренней сонной артерии.

В программном комплексе SolidWorks на основе серии изображений, полученных при КТ-ангиографии, созданы трехмерные фантомы геометрии сонной артерии. Имеющиеся фантомы импортированы в конечно-элементный пакет ANSYS, в котором решена трехмерная задача течения кровотока в артерии с податливыми стенками. Исследование коронарных артерий сердца [4] направлено на пояснение механической составляющей процессов формирования атеросклероза. Итоги численных исследований показаны в работе по мере усложнения математической постановки задачи: кровотечение в артериях с гибкими и жесткими стенками. Анализ выявил, что отклонение поля давления к внешнему радиусу артерии ведет к развитию обратных течений, что замедляет нормальный кровоток в просвете сосуда.

В работе [5], в пределах исследования взаимодействия стенки и крови, был проанализирован фантом перистальтического сжатия стенок артерии. Имитация реализовывалась в программном комплексе Comsol Multiphysics 3.5. Моделирование проводилось в несколько этапов. Первоначально реализован двумерный фантом сужающейся артерии: входное сечение

10 мм, радиус выхода 9 мм, длина 100 мм, толщина стенки сосуда 2 мм. Далее фантом был разбит конечно-элементной сеткой, после чего было проведено имитационное моделирование без воздействия на кровь стенки.

Проведен численный анализ трехмерного фантома бифуркации артерии базилярной и мозговых артерий виллизиевого круга в работе «Теоретико-экспериментальное исследование влияния механических факторов на возникновение и патогенез аневризм артерий виллизиевого круга» [6]. Симуляция велась с исследованием упругости стенок и симметрично-асимметричных граничных условий на выходе мозговых артерий. Анализ расчетов показал, что в границах бифуркации в стенке просвета сосуда развиваются области концентрации максимальных касательных напряжений, которые влияют на волокна эластина, что приводит к развитию, а в будущем к разрыву аневризмы.

Работа Иванова Д. В. «Численный расчет плоских моделей артерий с аневризмами» посвящена рассмотрению упрощенных моделей бифуркации базилярной артерии без аневризмы и с ее развитием. Проанализирован характер кровотока в области развития аневризмы и непосредственно в самой аневризме с целью определения влияния гемодинамических характеристик на появление, рост и разрыв аневризм [7]. Максимальный показатель давления крови формируется в области предполагаемого образования аневризмы. Помимо давления в области предполагаемого образования аневризмы действует кинетическая энергия пульсирующего течения. Пульсирующие нагрузки приводят к истощению стенки в области формирования аневризмы.

Методика экспериментального моделирования патологической извитости сонной артерии формируется с созданием фантомов из силиконовых трубок. Фантомы сосудов формируются за счет нанесения жидкого силикона в несколько слоев на восковые дубликаты артерий для создания артерий с эластичными свойствами [8]. Недостатком методики является неадекватность данной модели, поскольку фантом артерии не может воспроизвести реальную. Полученные данные гемодинамических характеристик при использовании искусственного сосуда артерии, могут значительно отличаться от действительности.

Статьи [9 - 12] посвящены численному эксперименту на сонных артериях человека с па

тологических извитостями, реализованные в программном пакете ANSYS. Анализ результатов моделирования показал, что в области изгиба давление крови в поперечном сечении артерии минимально на внутренней стенке артерии, а при приближении к наружной стенке, достигает максимального значения на самой стенке. Для скорости течения кровотока характерна обратная зависимость, за счет разницы давления образуются течения обратной циркуляции (завихрения) [13].

Исследования Б. Язичи [14] и П. С. Щиил [15] посвящены анализу объемного мозгового кровотока с помощью ультразвукографии. Исследования проводились с использованием данных групп людей в возрасте от 20 до 80 лет. Анализ результатов проводился с использованием данных общей, внутренней и наружной сонной и позвоночной артерий. Выявлено значительное сокращение объемного кровотока с возрастом.

Отмечается увеличение диаметра просвета сосуда сонных и позвоночных артерий.

В настоящее время необходимо создание анатомических моделей, геометрия которых максимально приближена к реальным и учитывающим механические свойства материала артерий, а также параметры течения крови исследуемых людей.

Цель работы заключается в проведении моделирования гемодинамики кровотока и исследовании гемодинамических характеристик кровеносных сосудов в программе FlowVision, методом конечных элементов на основе снимков компьютерного томографа.

Основная часть. Методика имитации моделирования гемодинамических явлений в просвете сонной артерии требует построения 3D-твердотельной геометрической модели на основе компьютерной томографии (см. рисунок 1). Основа методики моделирования гемодина-

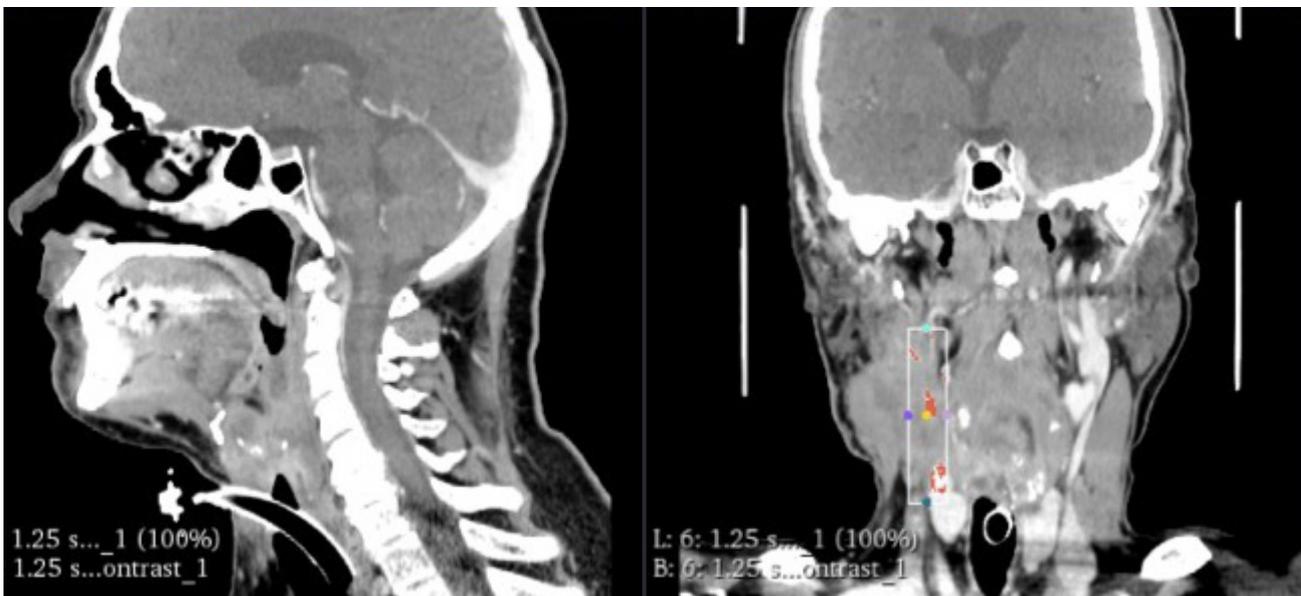


Рис. 1. Снимки компьютерной томографии
Fig. 1. Computed tomography scans

мики кровотока крупных кровеносных сосудов сводится к оценке визуализации физических параметров (скорости и давления) кровотока.

Для реализации метода предложен алгоритм моделирования (см. рисунок 2).

Снимки, полученные при проведении компьютерной томографии, необходимо преобразовать в программном комплексе для просмотра медицинских изображений – 3D SLICER. Он позво-

ляет выбрать необходимый набор структур, для проведения исследования. Для этого задаются контрольные границы исследуемой области для построения 3D-модели. В выбранной области требуется определить по средствам удаления набора структур в зависимости от плотности материала, геометрические границы оболочки моделируемой сонной артерии (см. рисунок 3).

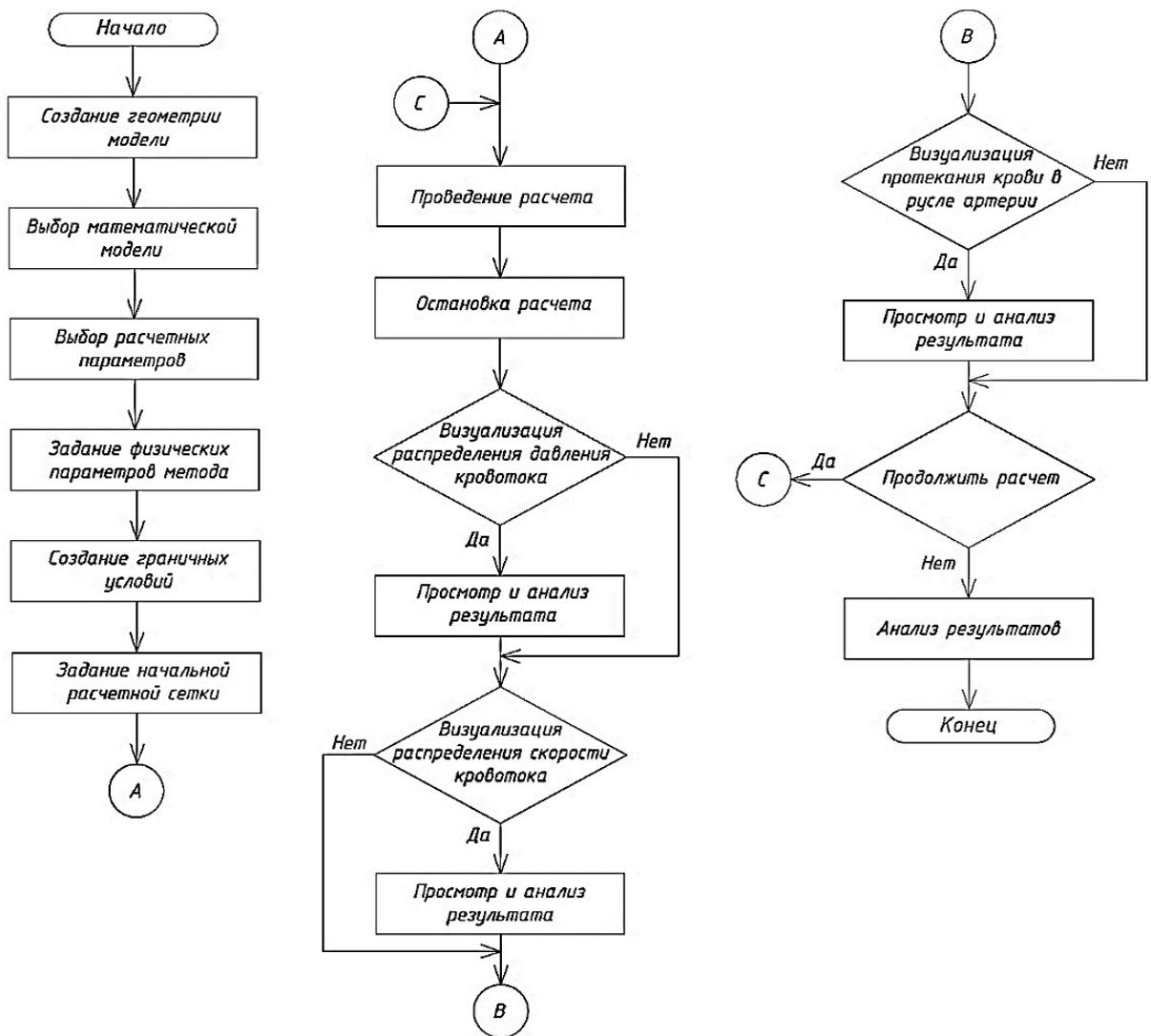


Рис. 2. Алгоритм проведения моделирования гемодинамики крупных кровеносных сосудов
 Fig. 2. Algorithm for modeling hemodynamic of large blood vessels

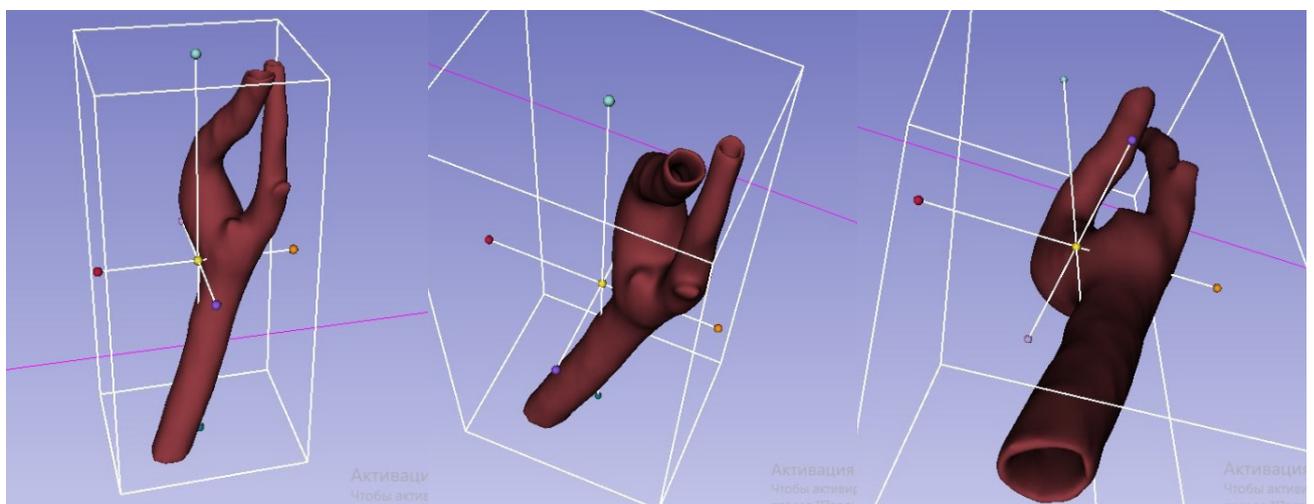


Рис. 3. Результаты построения геометрии сосудистого русла сонной артерии
 Fig. 3. Results of the carotid artery vasculature geometry

Итогом стало построение пятнадцати моделей сосудистого русла сонной артерии с большим количеством разновидностей патологий развития сосудистого русла: без патологии, веретенноидная, мешковидная, мешковидно-веретенноидная, псевдоаневризма, артерия с образованием атеросклеротической бляшки в месте разделения общей сонной артерии, артерия с атеросклеротической бляшкой на внутренней сонной артерии в области каротидного синуса, артерия с атероскле-

ротической бляшкой на внешней сонной артерии, модели сонной артерии с изгибом в 90°–130°, модель сонной артерии с S-образным изгибом, а также модель с патологией петли.

Параметры моделирования гемодинамических явлений в просвете сонной артерии с построением 3D-твердотельной геометрической модели на основе компьютерной томографии представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Параметры моделирования гемодинамических явлений
Table 1 – Parameters for modeling of hemodynamic phenomena

Диаметр, мм	от 6 до 10
Скорость кровотока в сонной артерии, м/с	0,5
Модель	Ламинарная жидкость
Температура, К	310,5
Давление, Па	101000
Плотность, кг/см ³	1050
Молекулярный вес, а. е. м.	66,8
Молекулярная вязкость, Па/с	0,003
Скорость течения на входе, м/с	0,5
Теплопроводность, Вт/м оС	0,6

При методике моделирования имитации гемодинамических явлений в просвете сонной артерии необходимо учитывать: параметры течения крови, характеристики модели материала стенки, а также геометрическую форму, создаваемую сосудам. В качестве фантома жидкости практикуют модель несжимаемой ньютоновской жидкости, а поведение крови в просвете артериального сосуда интерпретируется как ламинарное. Задание постоянных характеристик потока используют сведения из литературных источников [16, 17].

Задаются граничные условия симуляции модели. На входе общей артерии задаем тип граничного условия Вход/Выход (скорость кровотока 0,5 м/с). Тип граничного условия на поверхности сонной артерии – Стенка. Тип границы Стенка, есть твердая поверхность, на которой реализуются условия непротекания и прилипания для переменной Скорость. На выходе сонной артерии (внутренняя и наружная сонная артерии) необходимо задать тип граничного условия Свободный выход. Тип границы Свободный выход представляет собой поверхность, через которую поток выходит из расчетной области – Нулевое давление/Выход. Для расчета программный комплекс FlowVision использует локально адаптивную расчетную сетку. Сначала строится начальная сетка (равномер-

ная или неравномерная), далее задаются критерии адаптации.

Рендеринг полученных результатов расчета представляется по средствам постпроцессора программного комплекса FlowVision.

Отображение моделирования имитации тока крови в просвете сонной артерии с различной патологией развития представлена на рисунках под номером 4.

Рассмотрев среднеобъемную скорость течения кровотока сонной артерии (см. таблица 2), делаем вывод, что формирование вихревого потока, в месте развития аневризмы, недостаточно воздействует на ухудшение среднеобъемной скорости в просвете артерии (4 %). Мешковидно-веретенноидная аневризма образует в большей степени опасность для жизни, ухудшение скорости достигает порядка 8 %.

Геометрическая патология извитости сосудистого русла главным образом снижает объем поступающей крови, необходимой для функционирования головного мозга. Петлеобразная геометрия русла, S-образная и перегиб понижают величину объемного кровотока в районе 30% в сравнении с эталонной артерией, и представляют наибольшую опасность для функционирования головного мозга [18].

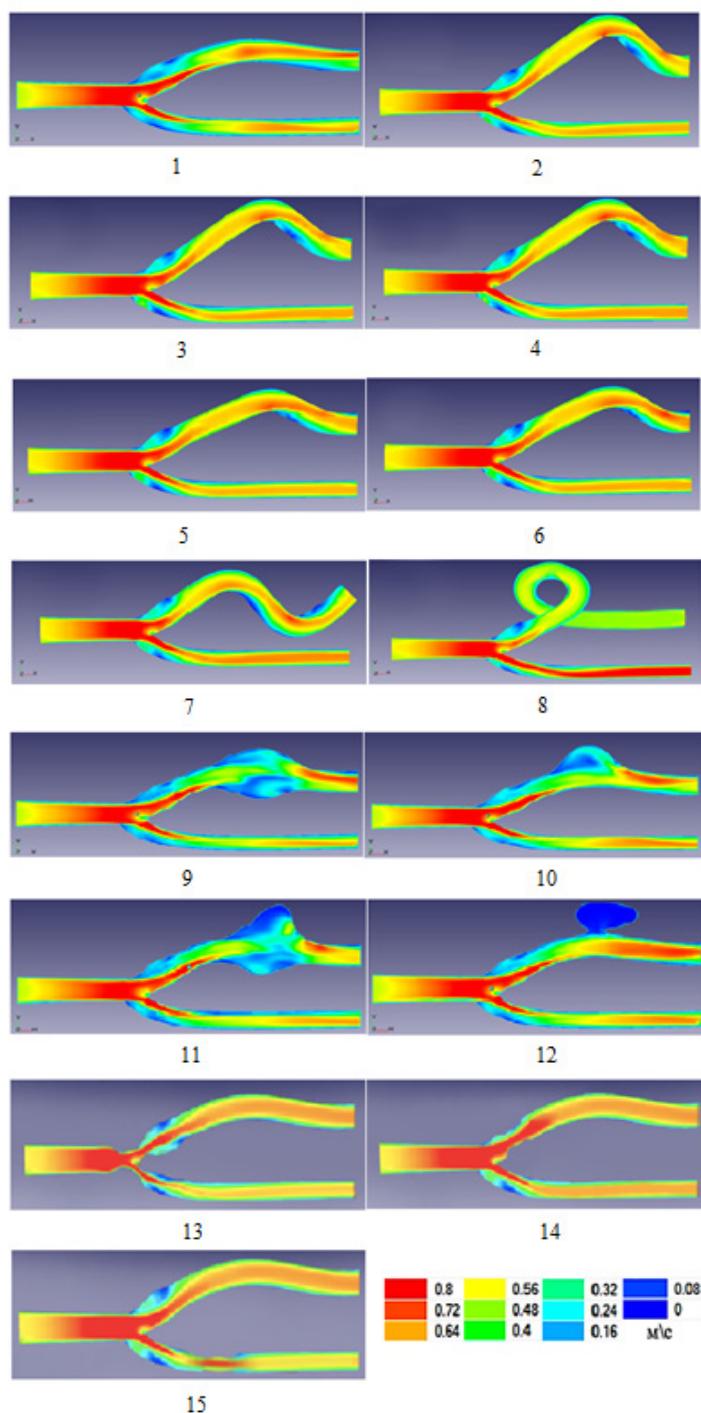


Рис. 4. Результат симуляции формирования скорости кровотока в продольном сечении просвета сосуда: 1 – без патологии; 2 – С-образная патология (угол изгиба 90°); 3 – С-образная патология (угол изгиба 100°); 4 – С-образная патология (угол изгиба 110°); 5 – С-образная патология (угол изгиба 120°); 6 – С-образная патология (угол изгиба 130°); 7 – S-образная геометрия русла; 8 – петлеобразная геометрия русла; 9 – аневризма веретеновидная; 10 – аневризма мешковидная; 11 – аневризма мешковидно-веретеновидная; 12 – псевдоаневризма; 13 – артерия с образованием атеросклеротической бляшки в месте разделения общей сонной артерии; 14 – артерия с атеросклеротической бляшкой внутренней сонной артерии в области каротидного синуса; 15 – артерия с атеросклеротической бляшкой внешней сонной артерии

Fig. 4. Simulation result of blood flow velocity formation in the longitudinal section of the vessel lumen: 1 – no pathology; 2 – C-shaped pathology (bending angle 90°); 3 – C-shaped pathology (bending angle 100°); 4 – C-shaped pathology (bending angle 110°); 5 – C-shaped pathology (bending angle 120°); 6 – C-shaped pathology (bending angle 130°); 7 – S-shaped geometry of the channel; 8 – loop-shaped geometry of the channel; 9 – fusiform aneurysm; 10 – sacciform aneurysm; 11 – bag-shaped and spindle-shaped; 12 – pseudoaneurysm; 13 – artery with the formation of an atherosclerotic plaque at the site of division of the common carotid artery; 14 – artery with an atherosclerotic plaque of the internal carotid artery in the area of the carotid sinus; 15 – artery with atherosclerotic plaque of the external carotid artery

Анализ атеросклеротического изменения геометрии просвета артерии показывает, что в этом случае падение объемного кровотока во внутренней сонной артерии может достигать 25%. Симуляция показала, что снижение кровотока во внутренней сонной артерии прямо про-

порционально увеличению кровотока в наружной сонной артерии. Образование атеросклероза наружной сонной артерии ведет за собой увеличение объемного кровотока внутренней сонной артерии.

Таблица 1 – Параметры моделирования гемодинамических явлений
Table 1 – Parameters for modeling of hemodynamic phenomena

Геометрическая патология	Объемная скорость кровотока во внутренней сонной артерии, %
без патологий	100 (28,31×10 ⁻⁶ м3/с)
аневризма веретеновидная	96 (24,49×10 ⁻⁶ м3/с)
аневризма мешковидная	97 (24,84×10 ⁻⁶ м3/с)
аневризма мешковидно-веретеновидная	92 (23,43×10 ⁻⁶ м3/с)
псевдоаневризма	99 (25,39×10 ⁻⁶ м3/с)
угол изгиба 130°	97 (27,46×10 ⁻⁶ м3/с)
угол изгиба 120°	94 (26,66×10 ⁻⁶ м3/с)
угол изгиба 110°	89 (25,06×10 ⁻⁶ м3/с)
угол изгиба 100°	88 (24,81×10 ⁻⁶ м3/с)
угол изгиба 90°	76 (21,48×10 ⁻⁶ м3/с)
S-образная геометрия русла	74 (21,01×10 ⁻⁶ м3/с)
петлеобразная геометрия русла	72 (20,45×10 ⁻⁶ м3/с)
атеросклероз общей сонной артерии	75 (21,23×10 ⁻⁶ м3/с)
атеросклероз короткого синуса	79 (22,36×10 ⁻⁶ м3/с)
атеросклероз наружной сонной артерии	103 (29,16×10 ⁻⁶ м3/с)

Существенная кривизна линий кровотока в просвете артерии приводит к явной диспропорции распределения скорости в латеральной плоскости сосуда. В силу этого формируется спад касательных напряжений на выпуклой стенке. Развитие извитости формирует положительные условия для создания и установления атеросклероза кровеносных сосудов. Изучение симуляции

гемодинамики кровотока демонстрирует изменение течения со спокойного (ламинарного) в более бурное (турбулентное) с образованием воронок и вихрей. Явно это демонстрируется у артерии с развитием геометрической мешковидной и мешковидно-веретеновидной патологии (см. рисунок 5), что обуславливает понижение среднеобъемного кровотока [19, 20].

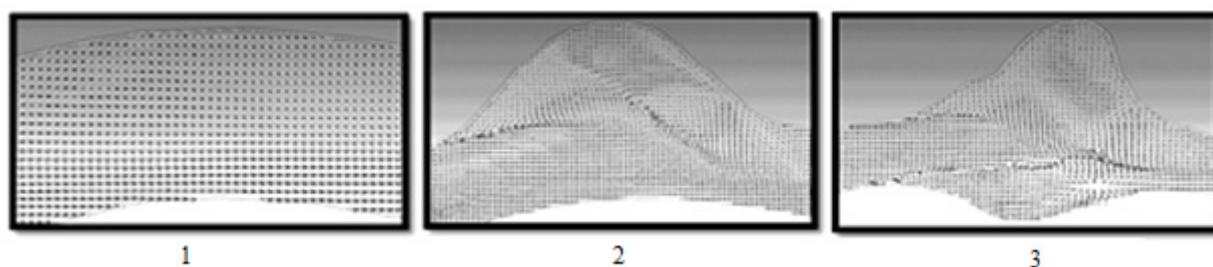


Рис. 5. Вектора направления скорости кровотока в просвете сонной артерии: 1 – без патологии; 2 – мешковидная; 3 – мешковидно-веретеновидная

Fig. 5. Directional vectors of blood flow velocity in the carotid artery lumen: 1 – without pathology, 2 – sacciform, 3 – bag-shaped and spindle-shaped

Отображение моделирования симуляции гемодинамического давления тока крови в просвете сосуда сонной артерии с различной патологией развития геометрии сосудистого русла представлено на рисунках под номером 6.

На базе полученной симуляции распре-

ления давления видно, что отмечается повышение давления тока крови до зоны нарушения геометрии и в зоне нахождения каротидного синуса. Это связано с падением среднеобъемной скорости тока крови из-за изменения геометрии.

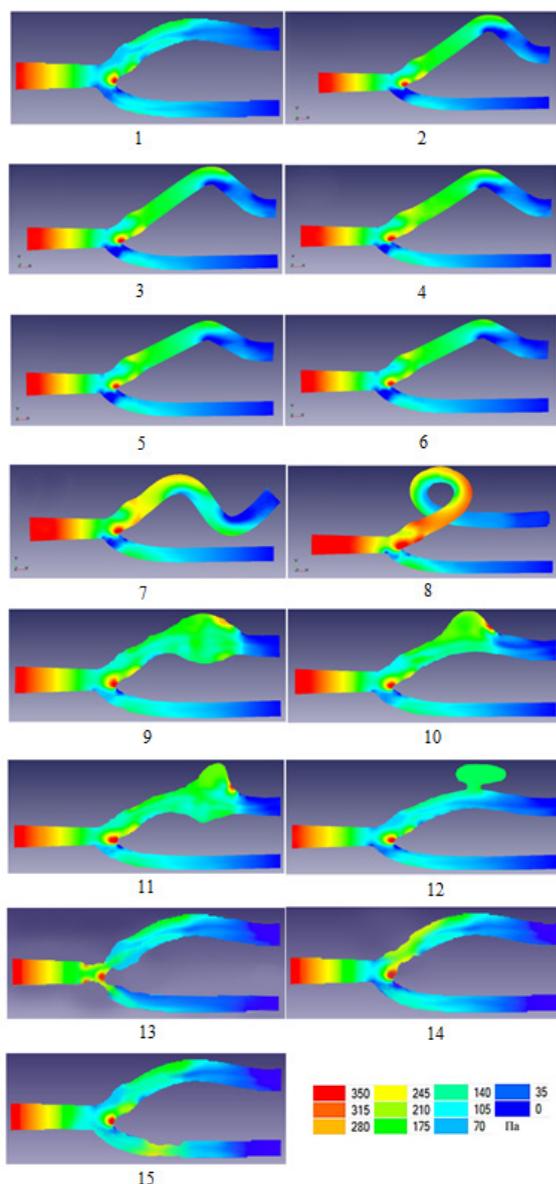


Рис. 6. Результат симуляции формирования давления кровотока в продольном сечении просвета сосуда: 1 – без патологии; 2 – С-образная патология (угол изгиба 90°); 3 – С-образная патология (угол изгиба 100°); 4 – С-образная патология (угол изгиба 110°); 5 – С-образная патология (угол изгиба 120°); 6 – С-образная патология (угол изгиба 130°); 7 – S-образная геометрия русла; 8 – петлеобразная геометрия русла; 9 – аневризма веретеновидная; 10 – аневризма мешковидная; 11 – аневризма мешковидно-веретеновидная; 12 – псевдоаневризма; 13 – артерия с образованием атеросклеротической бляшки в месте разделения общей сонной артерии; 14 – артерия с атеросклеротической бляшкой внутренней сонной артерии в области каротидного синуса; 15 – артерия с атеросклеротической бляшкой внешней сонной артерии

Fig. 5. Simulation result of blood flow pressure formation in the longitudinal section of the vessel lumen: 1 – no pathology; 2 – C-shaped pathology (bending angle 90°); 3 – C-shaped pathology (bending angle 100°); 4 – C-shaped pathology (bending angle 110°); 5 – C-shaped pathology (bending angle 120°); 6 – C-shaped pathology (bending angle 130°); 7 – S-shaped geometry of the channel; 8 – loop-shaped geometry of the channel; 9 – fusiform aneurysm; 10 – sacciform aneurysm; 11 – bag-shaped and spindle-shaped; 12 – pseudoaneurysm; 13 – artery with the formation of an atherosclerotic plaque at the site of division of the common carotid artery; 14 – artery with an atherosclerotic plaque of the internal carotid artery in the area of the carotid sinus; 15 – artery with atherosclerotic plaque of the external carotid artery

При образовании атеросклеротических бляшек наблюдается увеличение оказываемого давления потока крови на область их формирования, что вероятно может привести к разрыву атеросклеротической бляшки. Это опасно тем, что части бляшки попадут с кровью в мелкие сосуды головного мозга, перегородив просвет артерий. Блокировка артерии приводит к полному или частичному падению кровоснабжения зоны головного мозга, питаемому артерией.

Заключение. В данной работе проведена симуляция моделирования гемодинамических явлений в просвете сонной артерии с построением 3D-твердотельной геометрической модели на основе компьютерной томографии методом конечных элементов.

Из анализа результатов следует, что наибольшую опасность в западании скорости по-

тока в просвете сосуда представляет патология извитости (до 30%). Патология при образовании аневризмы в незначительной степени влияет на падение скорости (до 8%). Опасность данной патологии заключается в повышении давления, оказываемого током крови на стенку аневризмы. Образование атеросклеротических бляшек в просвете сосуда приводит к западанию скорости (до 25%) и повышенному давлению в области формирования бляшек.

Дальнейшая работа по моделированию влияния геометрии сосудистого русла конкретного пациента на основные гемодинамические процессы сердечно-сосудистой системы даст возможность реализовать и внедрить новые методы персонализированной медицины для неинвазивной диагностики сердечно-сосудистых заболеваний.

Список литературы

1. Извитости сосудов позвоночника, шеи и мозга: причина, симптомы, лечение [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://sosudinfo.ru/golova-imozg/izvitost-sosudov/>.
2. Quattelbaum, J.K., Upson E.T., Neville R.L.//Ann Sure. 1959. Vol. 150, № 10. P. 824-832.
3. Лужа, Д. Рентгеновская анатомия сосудистой системы/Д. Лужа. – Будапешт: Издательство акад. наук Венгрии, 1973, – 380 с.
4. Щучкина, О. А. 3D моделирование и численный анализ гемодинамики коронарных артерий сердца человека/О. А. Щучкина, И. В. Кирилова//Современные проблемы математики и её приложения в естественных науках и информационных технологиях/отв. ред. Г.Н. Жолткевича. – Х.:Апостроф, 2011. – 120 с.
5. Гуляев, Ю. П. Моделирование гемодинамики крупных кровеносных сосудов с учетом взаимодействия потока крови со стенкой/Ю. П. Гуляев, А. В. Доль//III сессия Научного совета РАН по механике деформируемого твердого тела/отв. ред. Л. Ю. Коссовича. – Саратов:Изд-во Саратовского университета, 2009. – 13 с.
6. Иванов, Д. В. Теоретико-экспериментальное исследование влияния механических факторов на возникновение и патогенез аневризм артерий виллизиевого круга: дис. канд. физ.-мат. наук/Д. В. Иванов. – Саратов : Изд-во Саратовского университета, 2010. – 147 с.
7. Иванов, Д. В. Численный расчет плоских моделей артерий с аневризмами/Д. В. Иванов. – Саратов:Изд-во Саратовского университета, 2011. – 147 с.
8. Способ моделирования патологической извитости внутренней сонной артерии на подопытных животных [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.findpatent.ru/patent/239/2394506.html>.
9. Heilbran, M. P. Overall management of vascular lesions considerent treatable with EIC bypass/M. P. Heilbran. – Neuroswg., 1982.
10. Паулюквичус, А. Р. Прицельная церебральная микроангиография в нейрохирургической клинике/А. Р. Паулюквичус. – М., 1988 г.
11. Иванов, Д. В. Определение механических свойств артерий виллизиевого многоугольника/Д. В. Иванов,, О. А. Фомкина//Российский журнал биомеханики. 2008. – Т. 12, № 4 (42). – С. 75 – 84.
12. Иванов, Д. В. Численное исследование аневризм базилярной артерии: трехмерная постановка/Д. В. Иванов, Е. А. Чесаков, А. А. Макеев//Методы компьютерной диагностики в биологии и медицине 2009.
13. Статистика.Ru – данные Росстат, Госкомстат государственная статистика России [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://statistika.ru/>.
14. Yazici, B. Cerebral blood flow measurements of the extracranial carotid and vertebral arteries with Doppler ultrasonography in healthy adults/B. Yazici, B. Erdogan, A. Tugay// Diagnostic and Interventional Radiology. – 2005. – Vol. 11. – P. 195 – 198.
15. P. Scheel et al.//Stroke. 2000. – Vol. 31. – P. 147 – 150.

16. Ivanov, D. Mechanical properties of Willis circle arteries/D. Ivanov//CMM 2009. Short papers/ed. by M. Kuczma, K. Wilmanski, W. Szajna. – Zielona Gora, 2009. P. 213 – 214.
17. Николаенко, В. Н. Прочностные свойства артерий основания головного мозга взрослых людей 1-го периода зрелого возраста/В. Н. Николенко и др.,//Ангиология и сосудистая хирургия 2008. – Т. 14, № 3. – С. 123–124.
18. Балюк, Д. А. Моделирование и оценка гемодинамических характеристик кровотока сонной артерии при образовании аневризмы/Д. А. Балюк//Доклады БГУИР. 2018 №7 (117). – Минск:БГУИР, 2018. – С. 85 – 89.
19. Балюк, Д. А. Моделирование параметров кровотока (скорости и давления) в зависимости от геометрических параметров сосуда/Д. А. Балюк, И. Ю. Базик, Е. Д. Витковский//Доклады БГУИР. 2016 №7 (101). – Минск : БГУИР, 2016. – С. 110–115.
20. Балюк, Д.А. Моделирование и оценка гемодинамических характеристик кровотока сонной артерии при образовании аневризмы/Д.А. Балюк//Доклады БГУИР. – 2018. – № 7 (117). – С. 58–89.

References

1. Curvature of the vessels of the spine, neck and brain: cause, symptoms, treatment [Electronic resource]. – Access mode: <http://sosudinfo.ru/golova-imozg/izvitost-sosudov/>.
2. Quattrelbaum, J.K., Upson E.T., Neville R.L.//Ann Sure. 1959. Volume 150, No. 10. S. 824-832.
3. Puddle, D. X-ray anatomy of the vascular system/D.A. Puddle. – Budapest: Acad. Sciences of Hungary, 1973, – 380 p.
4. Schuchkina O. A. 3D modeling and numerical analysis of hemodynamics of the coronary arteries of the human heart/O.V. A. Schuchkina, I.V. Kirilova//Modern problems of mathematics and applications in the natural sciences and information technology/ed. ed. G.N. Zholtkevich. – H.: Apostrophe, 2011. – 120 p.
5. Gulyaev, Yu. P. Modeling of hemodynamics of large blood vessels taking into account the interaction of blood flow with the wall / Yu.A. P. Gulyaev, A.V. Dol//III session of the Scientific Council of the Russian Academy of Sciences on the mechanics of a deformable solid/ed. ed. L. Yu. Kossovich. – Saratov: Publishing house of the Saratov University, 2009. – 13 p.
6. pathogenesis of aneurysm of the artery of the willis circle: dis. Cand. Phys.-Math. Sciences/D.V. Ivanov. – Saratov: Publishing house of the Saratov University, 2010. – 147 p.
7. Ivanov D. V. Numerical calculation of flat models of arteries with aneurysms. V. Ivanov. – Saratov: Publishing house of the Saratov University, 2011. – 147 p.
8. A method for modeling pathological extraction of the internal carotid arteries of experimental animals [Electronic resource]. – Access mode: <http://www.findpatent.ru/patent/239/2394506.html>.
9. Heilbran, M.P. General treatment of vascular lesions that can be treated with EIC bypass surgery/M. P. Heilbran. - Neuroswg., 1982.
10. Paulukyavichus, A. R. Aiming cerebral microangiography in a neurosurgical clinic/A.A. R. Paulukyavichus. – M., 1988
11. Ivanov D. V. Determination of the mechanical properties of the artery of the Willis polygon V. Ivanov, O. A. Fomkina// Russian Journal of Biomechanics. 2008. – T. 12, No. 4 (42). - S. 75-84.
12. Ivanov D.V. Numerical study of basilar artery aneurysm: three-dimensional formulation/D.A. V. Ivanov, E. A. Chesakov, A. A. Makeev//Methods of computer diagnostics in biology and medicine 2009.
13. Statistics. Ru - data from Rosstat, Goskomstat state statistics of Russia [Electronic resource]. - Access mode: <http://statistika.ru/>.
14. Yazychi, B. Measurement of cerebral blood flow of extracranial carotid and vertebral arteries using ultrasound dopplerography in healthy adults/B. Yazychi, B. Erdogm, A. Tugay//Diagnostic and interventional radiology. – 2005. – Issue. 11. – S. 195-198.
15. P. Scheel et al.//Stroke. 2000. – Issue. 31. – S. 147-150.
16. Ivanov, D. Mechanical properties of Willis annular arteries/D. Ivanov//CMM 2009. Brief articles/ed. M. Kuchma, K. Wilmanski, V. Shayna. – Zelena Gora, 2009.S. 213-214.
17. Nikolaenko V. N. Strength properties of the artery of the base of the brain of adults of the 1st period of adulthood/V.V. N. Nikolenko et al.,//Angiology and Vascular Surgery 2008. – T.A. 14, No. 3. – S. 123-124.
18. Balyuk D. A. Modeling and assessment of hemodynamic characteristics of the blood flow of the carotid artery during the formation of aneurysm/D.A. A. Balyuk//Reports of BSUIR. 2018 No. 7 (117). - Minsk: BSUIR, 2018. – S. 85-89
19. Balyuk D. A. Modeling of blood flow parameters (speed and pressure) depending on the geometric parameters of the vessel/D. A. Balyuk, I. Yu. Bazik, E. D. Vitkovsky//Reports of BSUIR. 2016 №7 (101). – Minsk: BSUIR, 2016. – S. 110-115
20. Balyuk D.A. Modeling and assessment of hemodynamic characteristics of the blood flow of the carotid artery during the formation of aneurysm/D.A. Balyuk//Reports of BSUIR. – 2018. – No. 7 (117). – S. 58-89.