УДК 331.103.244

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПСИХОФИЗИОЛОГИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ОПЕРАТОРОВ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНЫМИ ТЕХНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

Н.В. ПУШКАРЕВА, В.А. ГУЩО

Белорусский государственный университет информации и радиоэлектроники
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь

Военная академия Республики Беларусь
Независимости, 220, Минск, 220057, Беларусь

Поступила в редакцию 5 мая 2015

Предложена математическая модель деятельности операторов систем управления техническими объектами. Модель позволяет оценивать психофизиологическое состояние операторов при воздействии различных техногенных факторов.

Ключевые слова: ситуативное моделирование, регрессионная модель.

Введение

Для проведения математического моделирования необходимо изучить связь между эффективностью совместной деятельности малой группы операторов (расчеты штабов силовых структур) и некоторой совокупностью психофизиологических (биологических) характеристик участников группы. Поскольку какой-либо априорной (начальной, реальной) информации по сути поставленной задачи у исследователя нет, то объект исследования – малую группу – представим моделью «черного ящика». Это предполагает практически полное отсутствие знаний о возникающих внутригрупповых процессах и характере основных механизмов взаимодействия.

Математическая модель групповой операторской деятельности

Математическое моделирование начинаем с наблюдения за поведением показателей эффективности групповой деятельности при различных значениях биологических (психофизиологических) характеристик операторов. Для этого необходимо, во-первых, определить ограниченный набор совокупности значимых индивидуально-личностных характеристик операторов $X = \{x_i\}$; во-вторых, застабилизировать условия, в которых осуществляются наблюдения $Z = \{z_i\}$; в-третьих, показатель эффективности групповой операторской деятельности Y (предотвратимый ущерб) должен быть количественно измеримым; в-четвертых, необходимо учитывать воздействие случайных техногенных факторов ε. Схематическое изображение модели принимает вид, представленный на рис. 1.

Изменение входных воздействий можно производить по-разному. Во-первых, поочередно изменять каждое из входных воздействий x_i, «заморозив» остальные на каких-то уровнях (значениях); во-вторых, все входные воздействия задавать по случайному закону; в-третьих, изменять одновременно все входные воздействия по какой-то программе.

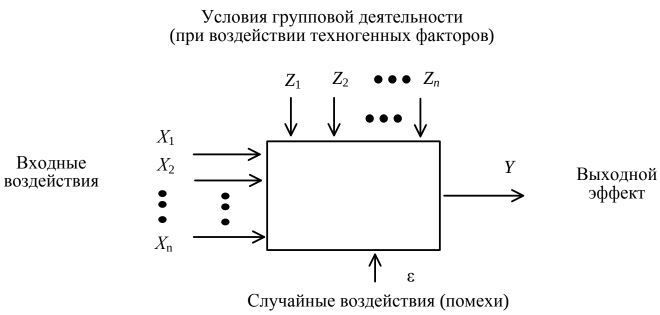

Рис. 1. Модель исследования – «черный ящик»

Первый вариант организации наблюдений неизбежно связан с потребностью большого количества наблюдений и с потерей больших объемов полезной информации, которая заключена в эффектах совместного влияния входных воздействий на выход. Эта информация теряется, так как реакция объекта изучается по изменению каждого в отдельности входного воздействия.

Второй вариант подразумевает фиксацию в какой-то момент времени значений отдельных параметров одновременно для всех входных воздействий x_i и сопоставлении их со значениями выходного эффекта Y. По этим данным строится так называемая регрессионная модель вида

$$Y = b_0 + \sum_{i=1}^{n} b_i \cdot x_i + \sum_{\substack{i=1 \\ j=1}}^{n} b_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \ldots, \qquad (1)$$

где b_i – коэффициенты регрессии (i = 1, 2, …, n), определяемые с помощью аппарата классического регрессионного анализа [1].

Необходимо отметить, что данный вариант схемы организации наблюдений и соответствующий ей способ обработки результатов не обеспечивают коэффициентам регрессии весовых свойств. Величина коэффициента не свидетельствует о степени влияния на выходной эффект Y того входного воздействия x_i, перед которым он стоит в модели, а знак – о направлении влияния (в сторону увеличения или уменьшения выходного эффекта Y), что резко ограничивает круг задач, решаемых с помощью модели. Ее можно использовать только для решения задач параметрического прогноза, и то лишь в пределах области изменений параметров входных воздействий x_i, т.е. задачи интерполяции.

Третий вариант предполагает активное участие исследователя на всех стадиях моделирования, его целенаправленное проведение с хорошо развитой функцией управления всеми наблюдаемыми процессами. Этим требованиям отвечает математическая теория эксперимента или теория планирования эксперимента. Математическая теория эксперимента предлагает большое число вариантов опытов и выбора интервалов варьирования λ_i параметров входных воздействий X_i. Все они не универсальны и не взаимозаменяемы. Для них (например, для трех входных воздействий) вначале составляется таблица условий проведения эксперимента (табл. 1). В нее включаются уровни изменений факторов и интервалы их варьирования. Перевод входных воздействий из натуральной в кодовую форму производится следующим образом:

$$X_i = \frac{X_i - X_{i\delta}}{\Delta X_i}, \qquad (2)$$

где X_i – некоторое (текущее) значение входного воздействия в натуральной шкале измерений; $X_{i\delta}$ – базовое или среднее значение входного воздействия в натуральной шкале измерений; ΔX_i – шаг варьирования i-го воздействия.

Таблица 1. **Условия проведения эксперимента**

Обозначения	X_1 физич. значение	x_1 кодовое значение	X_2 физич. значение	x_2 кодовое значение	X_3 физич. значение	x_3 кодовое значение
Основной уровень X_{0i}	X_{01}	0	X_{02}	0	X_{03}	0
Интервал варьирования λ_i	λ_1	–	λ_2	–	λ_3	–
Верхний уровень $X_{вi}$	$X_{в1}$	+1	$X_{в2}$	+1	$X_{в3}$	+1
Нижний уровень $X_{нi}$	$X_{н1}$	–1	$X_{н2}$	–1	$X_{н3}$	–1

Кодовые значения –1, 0, +1 соответствуют минимальному, базовому и максимальному значениям i-го входного воздействия в натуральной шкале измерений. Это и определяет их названия: нижний, нулевой и верхний уровни воздействия. Входные воздействия могут быть выражены также только в качественной форме (типы темпераментов, психологический климат, направленность сферы мотивации…). Этим воздействиям соответствуют в кодовой форме только 2 уровня: верхний $X_{\text{в}i} = +1$ и нижний $X_{\text{н}i} = -1$, что эквивалентно в натуральной шкале измерений двум градациям качества («плохой-хороший», «холерик-флегматик»…) [2].

Затем составляется матрица планирования эксперимента или план наблюдений – план полного факторного эксперимента (ПФЭ) [2] и результаты измерений. Программа наблюдений по плану ПФЭ (например, для трех входных воздействий) задается ядром матрицы планирования (табл. 2), т.е. комбинацией уровней факторов в каждом опыте. Элементами ядра матрицы являются числа +1 и –1, отображающие значения входных воздействий X_i в кодовой форме x_i. Кодовая форма входных воздействий вводится для удобства исследовательских операций моделирования.

Таблица 2. **План проведения наблюдений по полному факторному эксперименту**

№ входной ситуации (опыта) u	Кодовое обозначение строк	Входные воздействия (факторы) x_i			Отклик (реакция) y_u
		x_1	x_2	x_3	
1	b_0	–1	–1	–1	y_1
2	b_1	+1	–1	–1	y_2
3	b_2	–1	+1	–1	y_3
4	b_1b_2	+1	+1	–1	y_4
5	b_3	–1	–1	+1	y_5
6	b_1b_3	+1	–1	+1	y_6
7	b_2b_3	–1	+1	+1	y_7
8	$b_1b_2b_3$	+1	+1	+1	y_8

Таким образом, элемент каждой клетки ядра матрицы ПФЭ (табл. 2) указывает на каком уровне должно находиться значение входного воздействия. Построчное сочетание этих уровней для всех видов входных воздействий образует входную ситуацию или ситуацию управления, поэтому данное моделирование называется ситуативным. В каждом наблюдении фиксируется реакция (отклик) «черного ящика» на каждую из последовательно формируемых ситуаций. Если сформировать всевозможные сочетания этих уровней, т. е. сделать полный их перебор, то получим максимальное количество N наблюдений. Оно зависит от числа n входных воздействий x_i, где $i = 1, 2, \ldots n$, и может быть подсчитано по формуле $N = 2^n$.

Имея программу изменения входных ситуаций в виде ядра матрицы ПФЭ (табл. 2), приступаем к решению вопроса о реакции (отклике) «черного ящика» на каждую из этих ситуаций. Однако реакция объекта на каждую входную ситуацию не строго определена из-за влияния помех ε. Они не контролируются исследователем и не управляются им. Их происхождение случайное и может быть обусловлено, например, внезапной трансформацией вектора мотивов в группе, колебанием состояний работоспособности операторов. Случайна и точка приложения помех. Действие помех искажает результаты наблюдений. Для нейтрализации этих воздействий выполняются параллельные наблюдения. Они предусматривают многократные (не менее $\gamma = 3$) наблюдения реакции объекта на каждую входную ситуацию и усреднение эффектов групповой деятельности Y. План ПФЭ (табл. 2) дополняется столбцами с этими результатами [3].

После этого проводится проверка однородности разброса дисперсий выходного эффекта по всем входным ситуациям или равноточности измерений с помощью экспериментального критерия Кохрена по формуле

$$G^{\text{Э}} = \frac{\max\limits_u \left[S^2(y_u)\right]}{\sum\limits_{u=1}^{N} S^2(y_u)}.$$

Заключение делается по правилу, если $G^{\text{Э}} \le G^{\text{T}}_{\nu R}$, то измерения во всех опытах равноточны. Если $G^{\text{Э}} > G^{\text{T}}_{\nu R}$, то измерения во всех опытах неравноточны. Величина табличного критерия Кохрена $G^{\text{Т}}_{\nu R}$ определяется [3] при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ ($p = 0{,}95$) или $\alpha = 0{,}01$ ($p = 0{,}99$) и при числах степеней свободы: $\nu = \gamma - 1 = 3 - 1 = 2$, $R = N = 2^n = 2^3 = 8$.

Вычисляется дисперсия $S^2(\overline{y})$ или ошибка (среднеквадратичная) $S(\overline{y})$ эксперимента по формуле

$$S(\overline{y}) = \sqrt{\frac{\sum\limits_{u=1}^{N} S^2(y_u)}{N_\gamma}}.$$

Результаты измерений (наблюдений) представляются в виде регрессионной модели (1). Коэффициенты регрессии $B = (b_0,\ b_1,\ b_2,\ b_3,\ b_{12},\ b_{13},\ b_{23},\ b_{123})$ определяются по матричной формуле

$$B = \frac{1}{N} X^{'} \cdot Y, \qquad (3)$$

где матрица X и вектор-столбец Y для ПФЭ типа $2^N = 2^3$.

Для вычисления коэффициентов b_0, b_i, b_{ij}, $b_{ij\gamma}$ и т.д. необходимо ядро матрицы ПФЭ (см. табл. 2) дополнить вспомогательными столбцами: столбцом фиктивного входного воздействия x_0 и столбцом эффектов взаимодействия типа $x_i x_j$, $x_i x_j x_\gamma$ и т.д. Фиктивное входное воздействие x_0 устанавливается на один единственный уровень, равный +1. Расчет коэффициента b_0 производится по той же формуле (3), что и для b_i. Элементы для столбца эффектов взаимодействия $x_i x_j$ получаются перемножением соответствующих элементов столбцов x_i и x_j, что представлено в табл. 3.

Таблица 3. **Полный план проведения наблюдений по полному факторному эксперименту**

№ вх. ситуации u	Кодовое обозначение строк	Входные воздействия (факторы)								Отклик (среднее значение y_u)
		x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	
1	b_0	+1	–1	–1	–1	+1	+1	+1	–1	y_1
2	b_1	+1	+1	–1	–1	–1	–1	+1	+1	y_2
3	b_2	+1	–1	+1	–1	–1	+1	–1	+1	y_3
4	b_1b_2	+1	+1	+1	–1	+1	–1	–1	–1	y_4
5	b_3	+1	–1	–1	+1	+1	–1	–1	+1	y_5
6	b_1b_3	+1	+1	–1	+1	–1	+1	–1	–1	y_6
7	b_2b_3	+1	–1	+1	+1	–1	–1	+1	–1	y_7
8	$b_1b_2b_3$	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y_8

Формула (3) получена в результате применения метода наименьших квадратов, т.е. чтобы сумма квадратов разностей $\left[(y_{\text{ист}})_u - y_u\right]^2$ между истинным значением отклика в u-м опыте $(y_{\text{ист}})_u$ и его вычисленным значением y_u по уравнению регрессии в u-м опыте была наименьшей

$$\sum_{u=1}^{N} \left[(y_{\text{ист}})_u - y_u\right]^2 = \min.$$

Таким образом, полученные оценки «B» коэффициентов регрессии по формуле (3) являются наилучшими с точки зрения принципа наименьших квадратов. Особые свойства ядра матрицы ПФЭ позволяют, во-первых, обеспечить коэффициентам регрессии свойства весовых и, во-вторых, рассчитать их по формуле

$$b_i = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^{N} x_{ij} \cdot y_u; \qquad (4)$$

где y_u – среднее значение выходного эффекта в некотором u-м опыте; x_{iu} – значение i-го входного воздействия в u-м наблюдении; N – общее число наблюдений.

Например, для получения коэффициента b_{12} столбец x_1x_2 умножается на столбец откликов y: $b_{12} = \frac{1}{8}\; y_1 - y_2 - y_3 + y_4 + y_5 - y_6 - y_7 + y_8$.

Воспользовавшись удобной схемой Иетса [4], вычисляются коэффициенты «B» регрессии для ПФЭ типа 2^n и определяется их ошибка (среднеквадратичная):

$$S(b_i) = \frac{S(\bar{y})}{\sqrt{N}} = S(b_{ij}) = S(b_{ijk}). \qquad (5)$$

Надо отметить, что для всех коэффициентов регрессии «B» ошибка одна и та же (что верно только для ортогонального планирования – каковым является полный или дробный факторный эксперимент). Проверка значимости регрессионных коэффициентов позволяет упростить конечную математическую модель, исключив из нее незначимые входные воздействия, используя критерий Стьюдента.

Для проведения проверки адекватности полученного уравнения регрессии со значимыми членами или его части (например, линейной его части) вычисляется «дисперсия неадекватности». Для определения пригодности полученного уравнения к дальнейшим исследованиям вычисляется экспериментальный критерий Фишера [4].

Полученное уравнение регрессии с кодированными значениями преобразуется в уравнение с натуральными величинами X_i при помощи формулы (1). Границы доверительных интервалов для истинных коэффициентов «β» регрессии определяются из условия:

$$b_i - t_{\alpha;f} S(b_i) \le \beta_i \le b_i + t_{\alpha;f} S(b_i),$$

где $t_{\alpha;f}$ – t-критерий Стьюдента; (1–α) – число-доверительная вероятность (надежность).

Точность вычисления отклика y при использовании регрессии, как интерполяционной формулы, определяется дисперсией предсказанного значения:

$$S^2(\hat{y}) = \frac{S^2(\bar{y})}{N}\left[\sum_{0}^{n} x_i^2 + \sum_{1 \le i < j \le n} \hat{x}_i^2 \hat{x}_j^2 + \sum_{1 \le i < j < k \le n} \hat{x}_i^2 \hat{x}_j^2 \hat{x}_k^2 + \ldots \hat{x}_n^2\right]. \qquad (6)$$

Доверительный интервал для истинного значения отклика имеет вид:

$$\hat{y} - t_{\alpha;f} S(\hat{y}) \le \eta \le \hat{y} + t_{\alpha;f} S(\hat{y}) .$$

Для ПФЭ 2^n областью эксперимента является гиперкуб с вершинами $x_i = \pm 1$, где $i = 1, 2, \ldots, n$ – в n-мерном факторном пространстве (количество вершин 2^n). Например, для ПФЭ 2^3 область эксперимента представляет собой трехмерный куб в трехмерном пространстве. При использовании уравнения регрессии, как интерполяционной формулы, вычисляют отклик y для внутренних (не вершинных) точек куба.

В ходе обсуждения результатов эксперимента производится интерпретация уравнения регрессии, принятие решения для дальнейших действий и оптимизация. Интерпретация уравнения регрессии, т.е. количественная оценка влияния факторов или их взаимодействий по величине коэффициента на отклик, понимается как разность значений отклика y при переходе фактора с нижнего уровня на верхний.

Эти разности называются основными эффектами и обозначаются обычно буквами A, B, C. Например, при ПФЭ типа 2^n для линейной части уравнения регрессии они определяются по формулам:

$A = \beta_1 x_1(+1) - \beta_1 x_1(-1) = 2\beta_1$ – эффект фактора x_1;

$B = \beta_2 x_2(+1) - \beta_2 x_2(-1) = 2\beta_2$ – эффект фактора x_2;

$C = \beta_3 x_3(+1) - \beta_3 x_3(-1) = 2\beta_3$ – эффект фактора x_3.

Эффекты взаимодействий факторов оцениваются по формулам

$BC = \beta_{23} x_{23}(+1)(+1) - \beta_{23} x_{23}(+1)(-1) = 2\beta_{23}$

или (в зависимости от знака уровня 1)

$BC = \beta_{23} x_{23}(+1)(+1) - \beta_{23} x_{23}(-1)(+1) = 2\beta_{23}$.

Аналогично определяются и остальные эффекты взаимодействия:

$AB = 2\beta_{12}$; $AC = 2\beta_{13}$; $ABC = 2\beta_{123}$.

Можно оценить условный эффект любого фактора (например, фактора x_2) при условии, что другой фактор (x_3) находится на своем уровне (например, +1 или –1):

$B(x_3 = -1) = \beta_2(+1) - \beta_2(-1) + \beta_{23}(+1)(-1) - \beta_{23}(-1)(-1) = 2\beta_2 - 2\beta_{23} = B - BC$ или

$B(x_3 = +1) = \beta_2(+1) - \beta_2(-1) + \beta_{23}(+1)(+1) - \beta_{23}(-1)(+1) = 2\beta_2 + 2\beta_{23} = B + BC$.

Заключение

Разработана математическая модель с весовыми коэффициентами для оценки психофизиологического состояния операторов при воздействии различных техногенных факторов. Непосредственное обращение к аналитической форме модели позволяет решить следующие задачи:

– интерполяцию и экстраполяцию выходного эффекта;

– оценку роли (вклада) входного воздействия в выходной эффект;

– определение оптимальных значений входных воздействий, при которых наблюдаются экстремальные значения выходного эффекта;

– ранжирование входных воздействий, т.е. иерархическое расположение их по степени влияния на выходной эффект;

– идентификацию входных воздействий по направлению влияния на выходной эффект (по виду знака коэффициента).

Математическая модель деятельности операторов систем управления техническими объектами позволяет оценить психофизиологические (биологические) параметры операторов при воздействии различных техногенных факторов. Разработанная модель может быть использована как в качестве диагностирующего устройства по подбору в малую группу (экипажи, боевые расчеты) психологически совместимых операторов, так и в качестве тренажера по обучению операторов систем управления техническими объектами.

MATHEMATICAL MODELLING FOR THE PSYCHOPHYSIOLOGICAL CONDITION ESTIMATION OF OPERATORS OF CONTROL SYSTEMS ABOVE DIFFICULT TECHNICAL OBJECTS

N.U. PUSHKAREVA, U.A. HUSHCHA

Abstract

The mathematical model for the psychophysiological condition estimation of operators of control systems above difficult technical objects is offered. The model allows to estimate a psychophysiological condition of operators at influence of various technogenic factors.

Список литературы

1. *Пустыльник Е.И.* Статистические методы анализа и обработки наблюдений. М., 1968.
2. *Козубовский В.М.* К вопросу о применении математической теории экстремального эксперимента к синтезу оптимальных эргатических систем. Минск, 1968.
3. *Козубовский В.М.* Групповая готовность операторов к сложным видам совместной деятельности: Автореф. дисс. ... доктора психологических наук. Киев, 1990.
4. *Гринберг А.С., Горбачев Н.И., Тепляков А.А.* Технологии защиты информационных ресурсов государственного управления. Минск, 2002.