
УДК 511.42

Количество целых точек вблизи поверхностей дискриминантного типа

Н. И. Калоша (Беларусь, г. Минск)
Институт математики Национальной академии наук Беларуси
e-mail: kalosha@im.bas-net.by
А. С. Кудин (Беларусь, г. Минск)
Институт математики Национальной академии наук Беларуси
e-mail: knxd@yandex.ru
М. В. Ламчановская (Беларусь, г. Минск)
Институт информационных технологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники
e-mail: lammv@mail.ru

Number of integer points near surfaces of discriminant type

N. I. Kalosha (Belarus, Minsk)
Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus
e-mail: kalosha@im.bas-net.by
A. S. Kudin (Belarus, Minsk)
Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus
e-mail: knxd@yandex.ru
M. V. Lamchanouskaya (Belarus, Minsk)
Institute of Information Technologies, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics
e-mail: lammv@mail.ru

В метрической теории диофантовых приближений важное значение имеют задачи о распределении дискриминантов и результантов целочисленных многочленов. Так Б. Фолькман [1] использовал оценки для количества целочисленных многочленов с малыми дискриминантами Х. Давенпорта [2] для доказательства кубического случая гипотезы К. Малера [3].

В данной работе мы получаем аналоги указанных теорем для $R_n(Q)$ – количества пар целочисленных полиномов фиксированной степени n и высоты, не превосходящей Q с заданными результантами. Оценки снизу в этой задаче найдены В. Бересневичем, В. Берником и Ф. Гётце [4].

Теорема 1. *Обозначим через $L_n(Q)$ количество пар (P_1, P_2) целочисленных полиномов степени n и высоты $H(P) \leqslant Q$ без общих корней, для результантов $R(P_1, P_2)$ которых справедливо неравенство $0 \neq |R(P_1, P_2)| < Q^{2n-2v}$. Тогда при $0 < v < \frac{1}{2}$ верно неравенство*

$$\#L_n(Q) < c(n)\, Q^{2n+2-2v}.$$

Доказательство теоремы 1 проводится с использованием обобщения теорем из теории трансцендентных чисел. Вводится дополнительный параметр – длина отрезка I, меры $Q^{-\eta}$, $\eta > 0$, на котором целочисленные многочлены $P_1(x), P_2(x)$, $\deg P_i \leqslant n$, $i = 1, 2$, высоты $H(P_i) \leqslant Q$ и $\max(|P_1(x)|, |P_2(x)|) < Q^{-\tau}$, $\tau > 0$. Справедлива следующая лемма.

Лемма 1. *При $\delta > 0$ и $Q > Q(\delta)$ справедливо неравенство*

$$\tau + 1 + 2\sum_{k=1}^{n} \max(\tau + 1 - k\eta, 0) < 2n + \delta.$$

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Volkmann B. The real cubic case of Mahler's conjecture. Mathematika. 1961; 8(1):pp. 55–57.
2. Davenport H. A note on binary cubic forms. Mathematika. 1961; 8(1): pp. 58–62.
3. Koleda D. On the density function of the distribution of real algebraic numbers. Journal de Theorie des Nombres de Bordeaux. 2017; 29(1): pp. 179–200.
4. Beresnevich V., Bernik V., Götze F. Integral polynomials with small discriminants and resultants Advances in Mathematics. 2016; 298: – pp. 393–412.