

УДК 51-76

МУРМУРАЦИЯ КАК МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ В ПРИРОДЕ

Юхно А.Н.

Учреждение образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»
филиал «Минский радиотехнический колледж»,
г. Минск, Республика Беларусь

Научный руководитель: Романовская Н.И. – преподаватель высшей категории дисциплин
естественно-математического цикла

Аннотация. Статья посвящена одному из удивительных и особо загадочных феноменов живой природы – мурмурации. Принято считать, что это явление в целом наукой понято и изучено, а полученные знания позволили раскрыть основные причины и правила, позволяющие птицам летать скоординированными стаями, образуют при полёте узнаваемые фигуры и поверхности, и они нашли применение в различных направлениях науки и техники.

Ключевые слова: мурмурация, поверхности второго порядка.

Введение. Птицы обладают замечательными умениями, например склонностью к искусной имитации чужих песен и даже человеческой речи, мурмурация (от лат. Murmuratio «бормотание, жужжание») – именно так называют это поведение орнитологи – впечатляет намного больше. Слаженные движения стай, состоящих из тысяч птиц, порой настолько сложны, что кажутся нереальными [1]. Считается, что так они отпугивают хищников и обмениваются информацией о запасах пищи. В наших краях ее можно наблюдать осенью, когда тысячи птиц сбиваются в одну огромную стаю и кружат в небе перед тем, как улететь на юг. Такое стайное поведение встречается не только у птиц, но и у косяков рыб, насекомых и бактерий. В результате в воздухе возникают узнаваемые образы, фигуры и картины.

Основная часть.**Поверхности, образуемые птицами при полёте:**

1. Тор (рисунок 1) – поверхность, образуемая при вращении окружности вокруг не пересекающей её прямой, лежащей в плоскости окружности, и описываемая формулой (1):

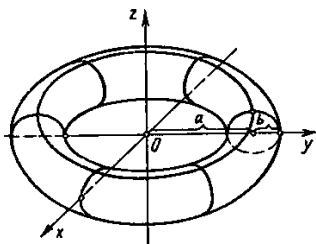


Рисунок 1 – Тор

$$(\sqrt{x^2 + y^2} - R)^2 + z^2 = r^2, \quad (1)$$

Параметрические уравнения (формула 2):

$$\begin{cases} x = (a + b \cos u) \cos v, \\ y = (a + b \cos u) \sin v, \\ z = b \sin u. \end{cases} \quad (2)$$

2. Однополостный гиперболоид (рисунок 2) – поверхность второго порядка, которая описывается формулой (3):

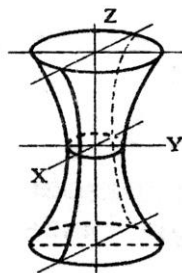


Рисунок 2 – Однополостный гиперболоид

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 - \left(\frac{z}{c}\right)^2 = 1, \text{ где } a, b, c > 0 \quad (3)$$

3. Эллипсоид (рисунок 3) – поверхность второго порядка, определяемая формулой (4):

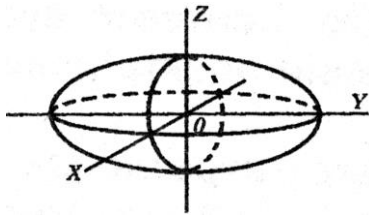


Рисунок 3 – Эллипсоид

$$\left(\frac{x^2}{a^2}\right) + \left(\frac{y^2}{b^2}\right) + \left(\frac{z^2}{c^2}\right) = 1, \quad (4)$$

4. Эллиптический параболоид (рисунок 4) – поверхность второго порядка, простейшее уравнение которой имеет вид (формула 5):

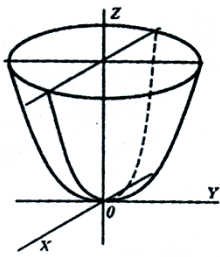


Рисунок 4 – Эллиптический параболоид

$$\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z, \text{ где } p > 0, q > 0, \quad (5)$$

4. Сфера (рисунок 5) – поверхность второго порядка, которая описывается формулами (6), (7), (8):

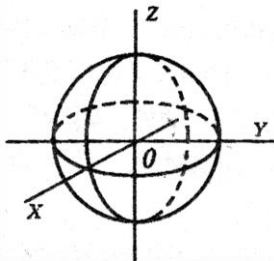


Рисунок 5 – Сфера

$$R^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2, \quad (6)$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3, \quad (7)$$

$$S = 4\pi R^2. \quad (8)$$

5. Лента Мебиуса (рисунок 6) – это замкнутая односторонняя поверхность, параметрическое описание которой имеет вид (формула 9):

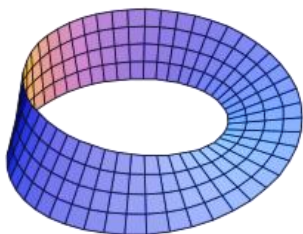


Рисунок 6 – Лента Мебиуса

$$\begin{aligned} x(u, v) &= \left(1 + \frac{v}{2} \cos \frac{u}{2}\right) \cos(u), \\ y(u, v) &= \left(1 + \frac{v}{2} \cos \frac{u}{2}\right) \sin(u), \\ z(u, v) &= \frac{v}{2} \sin \frac{u}{2}. \end{aligned} \quad (9)$$

Еще в 1930-х годах предполагали, что птицы обладают экстрасенсорными способностями [3]. Однако в 1986 году Крейг Рейнольдс – исследователь в области искусственного интеллекта из Массачусетского института технологии (MIT), нашел способ для описания движения каждой из птиц. Его искусственные создания, как и автомобилисты, следовали усвоенным правилам поведения. Придуманый им алгоритм описывает 3 простых правила, которые позволяют птицам летать скоординированными стаями [4]:

1. Сплоченность

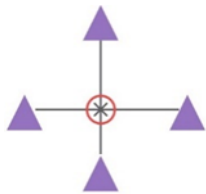


Рисунок 7 – Движение к центру массы стаи

Каждый в стае старается держаться ближе к общему «центру масс» всей стаи. Это необходимо, чтобы все держались вместе и не разлеталась на маленькие части (рисунок 7).

2. Разделение

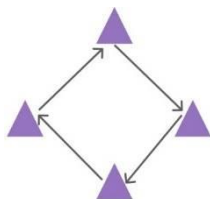


Рисунок 8 – Разделение с соседними птицами стаи

Каждый в стае старается не приближаться к соседним птицам стаи. Если они будут врезаться друг в друга, то все упадут и дальнейшее движение будет невозможно (рисунок 8).

3. Выравнивание скоростей

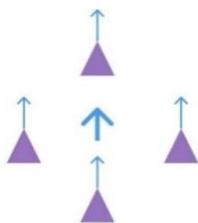


Рисунок 9 – Выравнивание птицами своих скоростей

Каждый в группе старается перемещаться с той же скоростью, что и соседние птицы. Это создает однородность и позволяет стае лететь в одном направлении (рисунок 9).

Виртуальных особей, наделённых вышеперечисленными способностями, Рейнольдс назвал "боидами", по-английски *boids*, что расшифровывается как *bird-oid objects* или объекты, подобные птицам. Результаты первых же симуляций удивили самого создателя: несмотря на простоту лежащих в основе программы алгоритмов, стая на экране выглядела крайне правдоподобно. Как специалист в области компьютерной графики, Крейг Рейнольдс был в первую очередь заинтересован визуальной стороной результатов, созданной им имитации [5].

Недостаток ресурсов компенсировало мастерство программистов и пионеры компьютерной графики в 1987 году создали знаменитый ролик "Stanley and Stella in Breaking the Ice", представленный широкой публике на фестивале SIGGRAPH'87 (рисунок 10):



Рисунок 10 – Фрагмент из ролика "Stanley and Stella in Breaking the Ice"

Начиная с этой стартовой позиции, постепенно возникла целая область моделирования движений животных. Искусственный интеллект, разработанный Крейгом Рейнольдсом, оказал неоценимую услугу мировой компьютерной анимации. Усовершенствованные модели бойцов использовались в таких знаменитых проектах, как "Возвращения Бэтмена" (их использовали для моделирования движения стай летучих мышей), "Король лев", "Горбун из Нотр-Дама" и многих других. Именно они стали одними из первых «разумными» компьютерными персонажами на киноэкране [6].

Технологии, основанные на явлении мурмурации:

Тактика роя беспилотников

Тактика роя помогает дронам избежать уничтожения средствами ПВО точно так же, как мурмурация позволяет стае птиц или рыб спастись от хищников. Бойцам беспилотники



Рисунок 11 – Дроны-камикадзе Fedai

помогают получать данные о местах нахождения огневых точек противника, включая снайперов, о расположении линий обороны (рисунок 11). Часто оператор может не вмешиваться, и они действуют полностью автономно [7].

Килоботы

Разработчики из Гарварда исследуют на этих миниатюрных роботах возможность создания серьезных самоорганизующихся систем, способных выполнять полезные задачи (исследование условий окружающей среды, удаление вредных веществ, исследование территорий после природных и техногенных катастроф). Между собой роботы общаются

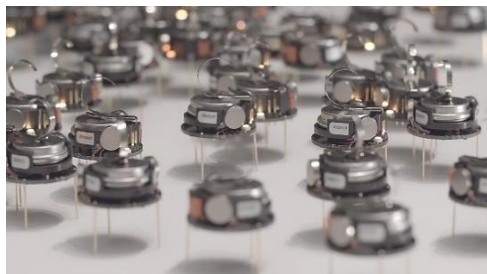


Рисунок 12 – Самоорганизующийся рой из килоботов

посредством инфракрасных сигналов, которые воспринимаются всеми ближайшими соседями робота, испустившего сигнал (рисунок 12).

Каждый из роботов представляет собой устройство диаметром 3 см, которое запитывается от 3,4 В аккумулятора. У роботов есть три ножки с двумя вибромоторами между ножками (ножки не движутся, движение осуществляется за счет моторчиков) [8].

Подводные роботы

Подводные роботы, созданные австралийскими инженерами, тоже управляются из единого центра и могут действовать самостоятельно. Одни измеряют температуру воды на разной глубине, другие берут пробы грунта в нескольких точках (рисунок 13). Как и рыбы, и



Рисунок 13 – Роботы SwarmDiver под водой

птицы во время мурмурации, подводные роботы отслеживают действия друг друга визуально и координируют движения с помощью оптических сенсоров

Военная эта технология заинтересовала тем, что позволяет создавать ложные цели, обманывая противника.

QR-коды с дополнительной информацией:

Почему животные образуют стаи?



Объясняет профессор кафедры математики Мария Р. Д'Орсогна

Может ли тысяча крошечных роботов перехитрить природу?



Крошечные роботы, называемые килоботами, работают вместе, чтобы решать задачи в лаборатории, разработанные инженерами Гарварда

Заключение. Таким образом, сложная хореография мурмурации объясняется относительно простыми действиями на уровне отдельных птиц. Этот вывод интересен не только для биологов, но и для специалистов по информатике и робототехнике [1].

Список литературы

1. Мурмурация скворцов [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://elementy.ru/kartinka_dnya/1126/Murmuratsiya_skvortsov – Дата доступа: 30.03.2022
2. Аналитическая геометрия. Поверхности второго порядка [Электронный ресурс]: учебное пособие / Н.Н.Щипкова, А.Р.Рустанов, С.В.Харитонова; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2013. – Режим доступа: <https://www.docme.su/doc/1332777/167> – Дата доступа: 30.03.2022
3. Мурмурация: удивительное явление природы – воздушный танец птиц [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://foxtime.ru/murmuratsiya-udivitelnoe-yavlenie-prirody-vozdushnyj-tanec-ptic/> – Дата доступа: 30.03.2022
4. Симуляция поведения стаи птиц [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://vk.com/@leksaysdevelopment-simulyaciya-povedeniya-stai-ptic-chast-1> – Дата доступа: 30.03.2022
5. Роевые алгоритмы [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://bourabai.ru/alg/swarm.htm> – Дата доступа: 30.03.2022
6. Легендарные 3D-персонажи: Стэнли и Стелла [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://animationclub.ru/blogs/4024/2663/3d?mobile=0> – Дата доступа: 30.03.2022
7. Роевые БПЛА. Основа войн будущего? [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://naukatehnika.com/roevye-bpla-osnova-vojn-budushhego.html> – Дата доступа: 30.03.2022
8. Kilobots: самоорганизующаяся система из 1024 мини-роботов [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.pvsm.ru/roboty/67546> – Дата доступа: 30.03.2022
9. Can A Thousand Tiny Swarming Robots Outsmart Nature? [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.kqed.org/science/131005> – Дата доступа: 30.03.2022
10. Австралийцы создали подводных роящихся роботов [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://warspot.ru/11663-avstraliytsy-sozdali-podvodnyh-royaschihsya-robotov> – Дата доступа: 30.03.2022

UDC 51-76

MURMURATION AS A MATHEMATICAL MODEL IN NATURE

Yukhno A.N.

*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics
Branch «Minsk Radioengineering College», Minsk, Republic of Belarus*

Romanovskaya N.I. – teacher of the highest category

Annotation. The article is devoted to one of the amazing and especially mysterious phenomenon of nature - murmuration. It is generally believed that this phenomenon has been scientifically understood and studied, and the received knowledge has revealed the main reasons and rules that allow birds to fly in coordinated flocks, to form recognizable shapes and surfaces in flight, and they have found application in various fields of science and technology.

Keywords. murmuration, quadric surfaces