ОТ СОБЫТИЙНЫХ МНОЖЕСТВ К РАСТЯЖИМЫМ МНОЖЕСТВАМ

Ивашенко В. П.
Кафедра интеллектуальных информационных технологий, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектороники
Минск, Республика Беларусь
E-mail: ivashenko@bsuir.by

В работе предлагаются и рассматриваются элементы алгебры растяжимых множеств как математический аппарат модели унифицированного семантического представления знаний, обеспечивающий интеграцию знаний на базе их денотационной, операционной и игровой семантики.

Введение

Для выражения классическими математическими средствами базовой теоретико- множественной семантики языков модели унифицированного семантического представления знаний (УСПЗ) [1] предлагался аппарат событийных (ситуативных) множеств [1–2]. Однако, этот аппарат не исчерпывал семантику некоторых текстов, обладающих НЕ-факторами [1-3] неоднозначности (становления элемента множества), выраженных кратными обозначениями связок (не)принадлежности ((sc-)мультимножествам).

С целью более полного выражения семантики языков модели УСПЗ (ЯУСПЗ) предлагается обобщить понятие событийного (ситуативного) множества [1-2] до понятия растяжимого множества.

I. Основы алгебры событийных множеств

Рассмотрим событийные множества на множестве элементов $Universe$ и множестве событий $Events$:

$$\Theta = 2^{Events} \times \Psi^{Universe},$$

где

$$\Psi = \nabla \times \left(\Delta^{Events}\right),$$

$$\nabla = \bigcup\nolimits_{p}^{p\in \mathbf{Z}_+} D^{\left(D^{p-1}\right)},$$

$$\Delta = \bigcup\nolimits_{q}^{q\in \mathbf{Z}_+} D^{\left(D^{q-1}\right)},$$

а $D = [0;1]$.

Алгебра событийных множеств включает алгебраические операции:

$$\{\cap_\Theta\} \cup \{\cup_\Theta\} \cup \{\oplus_\Theta\} \subseteq \Theta^{\Theta\times\Theta},$$

которые могут быть выражены:

$$\langle\alpha,\delta\rangle \cap_\Theta \langle\beta,\gamma\rangle = \langle\alpha\cup\beta, \tau\left(\langle\delta,\gamma,\cap_\Psi, Universe\rangle\right)\rangle,$$

$$\langle\alpha,\delta\rangle \cup_\Theta \langle\beta,\gamma\rangle = \langle\alpha\cup\beta, \tau\left(\langle\delta,\gamma,\cup_\Psi, Universe\rangle\right)\rangle,$$

$$\langle\alpha,\delta\rangle \oplus_\Theta \langle\beta,\gamma\rangle = \langle\alpha\cup\beta, \tau\left(\langle\delta,\gamma,\oplus_\Psi, Universe\rangle\right)\rangle,$$

через операции:

$$\{\cap_\Psi\} \cup \{\cup_\Psi\} \cup \{\oplus_\Psi\} \subseteq \Psi^{\Psi\times\Psi}.$$

Последние выражаются через операции:

$$\{\cap_\Delta\} \cup \{\cup_\Delta\} \cup \{\oplus_\Delta\} \subseteq \Delta^{\Delta\times\Delta}$$

и отображения:

$$\{\cap_\nabla\} \cup \{\cup_\nabla\} \cup \{\oplus_\nabla\} \subseteq \left(\nabla^{\left(\Delta^{Events}\right)}\right)^{\nabla\times\nabla}$$

следующим образом:

$$\langle\alpha,\delta\rangle \cap_\Psi \langle\beta,\gamma\rangle = \kappa\left(\langle\alpha,\beta,\cap_\nabla,\tau\left(\langle\delta,\gamma,\cap_\Delta, Events\rangle\right)\rangle\right),$$

$$\langle\alpha,\delta\rangle \cup_\Psi \langle\beta,\gamma\rangle = \kappa\left(\langle\alpha,\beta,\cup_\nabla,\tau\left(\langle\delta,\gamma,\cup_\Delta, Events\rangle\right)\rangle\right),$$

$$\langle\alpha,\delta\rangle \oplus_\Psi \langle\beta,\gamma\rangle = \kappa\left(\langle\alpha,\beta,\oplus_\nabla,\tau\left(\langle\delta,\gamma,\oplus_\Delta, Events\rangle\right)\rangle\right),$$

где

$$\kappa\left(\langle\alpha,\beta,\varphi,\varepsilon\rangle\right) = \langle\varphi\left(\langle\alpha,\beta\left(\varepsilon\right)\rangle\right),\varepsilon\rangle.$$

В свою очередь остальные операции и отображения выражаются через:

$$\{\cap_D\} \cup \{\cup_D\} \cup \{\oplus_D\} \subseteq D^{D\times D},$$

$$\zeta \in \left(\bigcup\nolimits_{p}^{p\in \mathbf{Z}_+} D^{\left(D^{p-1}\right)}\right)^{\left(\mathbf{Z}_+\times D\right)},$$

$$\nu \in \mathbf{Z}_+^{\left(\bigcup_{p}^{p\in \mathbf{Z}_+} D^{\left(D^{p-1}\right)}\right)},$$

$$\mu \in D^{\left(\bigcup_{p}^{p\in \mathbf{Z}_+} D^{\left(D^{p-1}\right)}\right)}$$

следующим образом:

$$\alpha\cap_\nabla\beta = \zeta\left(\left\langle\nu\left(\alpha\right)\cup_{\mathbf{Z}_+}\nu\left(\beta\right), \mu\left(\alpha\right)\cap_D\mu\left(\beta\right)\right\rangle\right),$$

$$\alpha\cup_\nabla\beta = \zeta\left(\left\langle\nu\left(\alpha\right)\cup_{\mathbf{Z}_+}\nu\left(\beta\right), \mu\left(\alpha\right)\cup_D\mu\left(\beta\right)\right\rangle\right),$$

$$\alpha\oplus_\nabla\beta = \zeta\left(\left\langle\nu\left(\alpha\right)\cup_{\mathbf{Z}_+}\nu\left(\beta\right), \mu\left(\alpha\right)\oplus_D\mu\left(\beta\right)\right\rangle\right),$$

где $\cup_{\mathbf{Z}_+} = \max$, и, например, $\cap_D = \min$, $\cup_D = \max$, $\alpha\oplus_D\beta = \left(\alpha\cap_D\left(1-\beta\right)\right)\cup_D\left(\left(1-\alpha\right)\cap_D\beta\right)$.

Причём:

$$\forall\varphi\forall p\left(\left(\varphi\in D^{\left(D^{p-1}\right)}\right)\to\left(\nu\left(\varphi\right)=p-1\right)\right),$$

$$\forall\sigma\forall p\forall\varepsilon\left(\left(\sigma\in D^{p-1}\right)\to\left(\zeta\left(\langle p,\varepsilon\rangle\right)\left(\sigma\right)=\pi\left(\sigma+\langle\varepsilon\rangle\right)\right)\right),$$

$$\forall\sigma\left(\left(\sigma\in\{1\}^{\nu(\chi)-1}\right)\to\left(\mu\left(\chi\right)=\chi\left(\sigma\right)\right)\right),$$

где:

$$\chi\in D^{\left(D^{\nu(\chi)-1}\right)},$$

$$\pi\left(\langle\rangle\right)=1,$$
$$\pi\left(s+\langle e\rangle\right)=e\cdot\pi\left(s\right)+\left(1-e\right)\cdot\left(1-\pi\left(s\right)\right)$$

или в нерекуррентной форме:

$$\pi(s) = \frac{1+(-1)^{\dim(s)} \cdot \sum_{i}^{i\in\mathbf{N}\cup\{0\}} \frac{(-2)^{i}}{i!} \cdot \sum_{m}^{m\in\{s_j|j\}^{i}} \prod_{j}^{m_j} m_j}{2}$$

II. Основы алгебры растяжимых множеств

Растяжимые множества на множестве элементов $Universe$ и множестве событий $Events$:

$$\Xi = 2^{Events} \times \left(\bigcup_{s}^{s\in\square} \Psi^{s}\right)^{Universe},$$

где $\square$ – множество видов вхождений (может быть линейно упорядоченным [5]).

Алгебра растяжимых множеств включает алгебраические операции:

$$\{\cap_\Xi\} \cup \{\cup_\Xi\} \cup \{\oplus_\Xi\} \subseteq \Xi^{\Xi\times\Xi},$$

которые могут быть выражены:

$$\langle\alpha,\delta\rangle \cap_\Xi \langle\beta,\gamma\rangle = \langle\alpha\cup\beta, \tau\left(\langle\delta,\gamma,\cap_\Phi, Universe\rangle\right)\rangle,$$

$$\langle\alpha,\delta\rangle \cup_\Xi \langle\beta,\gamma\rangle = \langle\alpha\cup\beta, \tau\left(\langle\delta,\gamma,\cup_\Phi, Universe\rangle\right)\rangle,$$

$$\langle\alpha,\delta\rangle \oplus_\Xi \langle\beta,\gamma\rangle = \langle\alpha\cup\beta, \tau\left(\langle\delta,\gamma,\oplus_\Phi, Universe\rangle\right)\rangle,$$

где

$$\Phi = \bigcup_{s}^{s\in\square} \Psi^{s},$$

$$\tau\left(\langle\alpha,\beta,\varphi,\sigma\rangle\right) = \left\{\langle\chi, \varphi\left(\langle\alpha(\chi), \beta(\chi)\rangle\right)\rangle \mid \chi\in\sigma\right\},$$

а операции

$$\{\cap_\Phi\} \cup \{\cup_\Phi\} \cup \{\oplus_\Phi\} \subseteq \Phi^{\Phi\times\Phi}$$

– в свою очередь:

$$\alpha\cap_\Phi\beta = \tau\left(\langle\alpha,\beta,\cap_\Psi,\square\rangle\right),$$

$$\alpha\cup_\Phi\beta = \tau\left(\langle\alpha,\beta,\cup_\Psi,\square\rangle\right),$$

$$\alpha\oplus_\Phi\beta = \tau\left(\langle\alpha,\beta,\oplus_\Psi,\square\rangle\right).$$

III. Обобщение растяжимых множеств

Альфа-типизированные шкалированные множества ($Universe = U$):

$$\{\alpha\} \times 2^{Events} \times \left(\bigcup_{s}^{s\in\square_\alpha} \left(\nabla_\alpha \times \left((\Delta_\alpha)^{Events}\right)\right)^{s}\right)^{U}$$

Альфа-типизированные шкалированные множества параметризуют меры принадлежности для событийных (ситуативных) и растяжимых множеств, позволяя рассматривать всевозможные механизмы задания различимых мер.

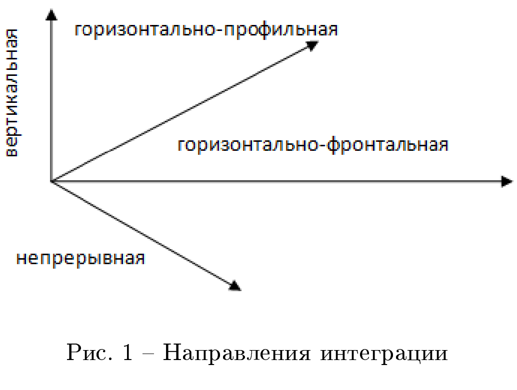

Рис. 1 – Направления интеграции

В интеллектуальных системых важным качеством для их обучения является возможность интеграции знаний и моделей решения задач. Основными видами интеграции являются: вертикальная, горизонтально-фронтальная, горизонтально-профильная и непрерывная интеграция (Рис. 1). Вертикальная интеграция направлена вдоль «часть-целое», непрерывная интеграция направлена вдоль «становления», горизонтальная – вдоль «одновременно», профильная – вдоль рефлексивной семантики, а фронтальная – вдоль проективной.

Решение задач вертикальной интеграции может быть обеспечено средствами модели обобщённых формальных языков [2,4], горизонтально-фронтальная интеграция обеспечивается коммуникацией и средствами унификации (например, ЯУСПЗ) [1]. Горизонтально- профильная и непрерывная интеграция обеспечиваются семантическими средствами используемых языков представления знаний [1-2].

Заключение

Событийные (ситуативные [1-2], L-нечёткие [3]) и предлагаемые растяжимые и альфа- типизированные шкалированные множества направлены на решение задач горизонтально-профильной и непрерывной интеграции в целях возможности формализации не только денотационной, но операционной и игровой семантик [5-7] ЯУСПЗ [1]. В отличие от событийных множеств растяжимые множества позволяют формализовывать средствами ЯУСПЗ процессы адаптации сложных понятий, являющихся аналогами рефлексивных отношений и структур, включающих аналоги множеств с неограниченным числом элементов и\или их вхождений. Развитие предполагает выявление моделей для описания становления структур знаний в процессах интеграции, соответствующих семантических метрик и правил их расчёта.

1. Ивашенко, В. П. Модели и алгоритмы интеграции знаний на основе однородных семантических сетей : дис. ... канд. техн. наук: 05.13.17 / В. П. Ивашенко. -– Минск, 2014. – 152 с.
2. Ивашенко, В. П. Модели решения задач в интеллектуальных системах. В 2 ч. Ч. 1 : Формальные модели обработки информации и параллельные модели решения задач : учеб. метод. пособие / В. П. Ивашенко. -– Минск : БГУИР, 2020. — 79 с.
3. Кофман, А. Введение в теорию нечетких множеств: Пер. с франц. – М.: Радио и связь, 1982. – 432 с.
4. Ивашенко, В. П. От теоретико-множественных моделей к симплициальным моделям языков / В. П. Ивашенко // Карповские научные чтения: сб. науч. ст. -– Минск, 2016. -– Вып. 10, ч. 1. -– С. 248-–253.
5. Conway, J. H. On numbers and games. – AK Peters/CRC Press, 2000. – 242 p.
6. Blass, A. A game semantics for linear logic / A. Blass // Annals of Pure and Applied Logic. – 1992. – 56. – P. 151– 166.
7. Ивашенко, В. П. Операционная семантика многоагентных систем обработки знаний. / В. П. Ивашенко // Информационные технологии и системы 2020 (ИТС 2020). – Минск: БГУИР, 2020. – С. 78–79.