

УДК 621.396.663

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ТОЧНОСТИ КОРРЕЛЯЦИОННО-ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКОГО ПЕЛЕНГАТОРА С ОРТОГОНАЛЬНО ПОЛЯРИЗОВАННЫМИ ПРИЕМНЫМИ КАНАЛАМИ

БАШКОВА М. А., КОЗЛОВ С. В.

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
(г. Минск, Беларусь)*

Аннотация. Изложены основные положения методики для построения информационной матрицы Фишера при совместной оценке комплексной амплитуды, угловых координат и поляризационных параметров источника излучения для пеленгатора с ортогонально поляризованными приемными каналами, размещенными на криволинейной поверхности. Приведены результаты, иллюстрирующие работоспособность методики.

Abstract. The main provisions of the methodology for constructing the Fisher information matrix in the joint estimation of the complex amplitude, angular coordinates and polarization parameters of a radiation source for a direction finder with orthogonally polarized receiving channels located on a curved surface are outlined. The results illustrating the performance of the technique are given.

Постановка задачи

В [1] приведен вариант геометрии антенной системы (АС) в виде множества ортогональных пар диполей или других антенных элементов с приближенно ортогональными поляризациями, размещенных на криволинейной поверхности. По выходным сигналам такой АС потенциально возможно определить вектор $\boldsymbol{\eta} = (A, \varphi, \alpha, \beta, \gamma, \chi)^T$, включающий шесть параметров источника излучения: амплитуду A источника на выходе изотропной приемной антенны при согласованной поляризации, начальную фазу φ , азимут и угол места α, β и поляризационные параметры источника излучения – угол поворота плоскости поляризации γ и сдвиг фаз χ ортогонально поляризованных компонентов электромагнитной волны. Получение оценки $\hat{\boldsymbol{\eta}}$ вектора информационных параметров представляет собой сложную задачу ввиду необходимости перебора по шести параметрам. Представляет интерес оценка потенциальной точности такого пеленгатора [2,3] и анализ статистической взаимосвязи оценок измерения параметров, имея ввиду, что реально используемые алгоритмы оценивания могут лишь приближаться к потенциальной точности.

Основные расчетные соотношения

Вся доступная информация о статистических характеристиках оценок параметров полезного сигнала $\mathbf{y} = (\hat{Y}_1, \hat{Y}_1, \dots, \hat{Y}_N)^T$, где \hat{Y}_n - сигнал на выходе n -го приемного канала АС содержится в функции правдоподобия, которая для данного случая будет иметь вид

$$\ell(\mathbf{y}/\boldsymbol{\eta}) = C|\Phi|^{-1} \exp(-(\mathbf{y} - A e^{j\varphi} \mathbf{f}(\alpha, \beta, \gamma, \chi))^+ \Phi^{-1} (\mathbf{y} - A e^{j\varphi} \mathbf{f}(\alpha, \beta, \gamma, \chi))), \quad (1)$$

где $\mathbf{f}(\alpha, \beta, \gamma, \chi)$ - вектор диаграмм направленности приемных элементов; Φ - диагональная корреляционная матрица собственных шумов приемных каналов с элементами на главной диагонали σ_{ii}^2 ; C – несущественная нормировочная константа.

Неизвестными являются все компоненты вектора $\boldsymbol{\eta}$, то есть имеет место случай совместной оценки нескольких параметров. Комплексная амплитуда $\hat{A} = A e^{j\varphi}$ не представляет непосредственного интереса при оценке и является мешающим параметром. В дальнейшем полагаем для удобства $\sigma_{ii}=1$, что приводит к единичной корреляционной матрице шумов $\Phi = \mathbf{E}$, $|\Phi|=1$ и использования в (1) и последующих выражениях нормированной к среднеквадратическому значению шума амплитуды полезного сигнала.

Корреляционная матрица ошибок совместного оценивания параметров сигналов [2, 3]

$$\mathbf{R} = -\mathbf{I}_\Phi^{-1}, \quad (2)$$

где \mathbf{I}_Φ – матрица Фишера, вычисляемая в точке $\boldsymbol{\eta}_c = (A_c, \varphi_c, \alpha_c, \beta_c, \gamma_c, \chi_c)^T$ истинных параметров сигнала. Нижняя граница для дисперсии оценки параметров полезного сигнала (неравенство Рао-Крамера при совместной оценке параметров сигнала) определяется диагональными элементами матрицы \mathbf{R} .

$$D_i \geq \mathbf{R}_{i,i}. \quad (3)$$

Для рассматриваемого случая матрица Фишера запишется в виде:

$$\mathbf{I}_\Phi = \begin{pmatrix} \overline{\frac{\partial^2 \ln \ell(\boldsymbol{\eta})}{\partial \eta_1^2}} & \overline{\frac{\partial^2 \ln \ell(\boldsymbol{\eta})}{\partial \eta_1 \partial \eta_2}} & \dots & \overline{\frac{\partial^2 \ln \ell(\boldsymbol{\eta})}{\partial \eta_1 \partial \eta_6}} \\ \overline{\frac{\partial^2 \ln \ell(\boldsymbol{\eta})}{\partial \eta_1 \partial \eta_2}} & \overline{\frac{\partial^2 \ln \ell(\boldsymbol{\eta})}{\partial \eta_2^2}} & \dots & \overline{\frac{\partial^2 \ln \ell(\boldsymbol{\eta})}{\partial \eta_2 \partial \eta_6}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{\frac{\partial^2 \ln \ell(\boldsymbol{\eta})}{\partial \eta_1 \partial \eta_6}} & \overline{\frac{\partial^2 \ln \ell(\boldsymbol{\eta})}{\partial \eta_2 \partial \eta_6}} & \dots & \overline{\frac{\partial^2 \ln \ell(\boldsymbol{\eta})}{\partial \eta_6^2}} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где $\ln \ell(\boldsymbol{\eta})$ - логарифм функции правдоподобия (1), а верхняя черта означает операцию вычисления математического ожидания по ансамблю реализаций вектора \mathbf{y} .

Операции вычисления математического ожидания и дифференцирования в (4) являются линейными, следовательно, их можно поменять местами. Для среднего значения логарифма функции правдоподобия с учетом отбрасывания независимых от $\boldsymbol{\eta}$ слагаемых запишем:

$$\begin{aligned} \overline{\ln \ell(A, \varphi, \boldsymbol{\eta}_a)} &= -\overline{\mathbf{y}^+ \mathbf{y}} + \overline{A e^{j\varphi} \mathbf{y}^+ \mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}_a)} + \overline{A e^{-j\varphi} \mathbf{f}^+(\alpha, \beta, \gamma, \chi) \mathbf{y}} - A^2 \mathbf{f}^+(\boldsymbol{\eta}_a) \mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}_a) \sim \\ &\sim 2A \operatorname{Re} \{ e^{j\varphi} \mathbf{y}^+ \mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}_a) \} - A^2 \mathbf{f}^+(\boldsymbol{\eta}_a) \mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}_a). \end{aligned}$$

где $\boldsymbol{\eta}_a = (\alpha, \beta, \gamma, \chi)^T$ - «антенная» составляющая вектора оцениваемых параметров.

Так как $\mathbf{y} = \mathbf{y}_{\text{ш}} + A_c e^{j\varphi_c} \mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}_{ac})$, $\boldsymbol{\eta}_{ac} = (\alpha_c, \beta_c, \gamma_c, \chi_c)^T$, где $\mathbf{y}_{\text{ш}}$ - вектор независимых отсчетов шумов приемных каналов, а для шума $\overline{\mathbf{y}_{\text{ш}}} = 0$, то,

$$\overline{\ln \ell(\boldsymbol{\eta})} \sim 2A_c A \operatorname{Re} \{ e^{j(\varphi - \varphi_c)} \mathbf{f}^+(\boldsymbol{\eta}_{ac}) \mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}_a) \} - A^2 \mathbf{f}^+(\boldsymbol{\eta}_a) \mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}_a). \quad (5)$$

Задавая истинные параметры полезного сигнала $\boldsymbol{\eta}_c = (A_c, \varphi_c, \boldsymbol{\eta}_{ac})^T$, причем ввиду инвариантности обработки относительно начальной фазы можно принять $\varphi_c = 0$, и вычисляя вектор $\mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}_{ac})$ с использованием (5), (4) и (2) находим корреляционную матрицу ошибок оценивания параметров сигнала. Отметим, что дифференцирование по A, φ в (4) может быть выполнено аналитически. Аналитическое дифференцирование по «антенным» параметрам для рассматриваемой геометрии антенной системы существенно затруднено и должно выполняться численными методами.

Результаты апробации методики

Апробация методики проводилась с использованием математической модели выходных сигналов корреляционно-интерферометрического пеленгатора, приведенной в [1]. При вычислении матрицы Фишера использовались рассчитываемые в модели векторы $\mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}_a)$ значений диаграмм направленности приемных элементов при заданных параметрах сигнала $\boldsymbol{\eta}_a$. Вторые производные в (4) вычислялись согласно [4] при шаге по амплитуде $h_A = 0,1A_c$, а для всех остальных параметров, имеющих смысл углов, $h_\varphi = 1^\circ$.

Принимались следующие исходные данные: ортогональные пары вибраторов с длиной плеча 0,2 м были размещены в 6 рядов по азимуту (с равным шагом) и 3 ряда по углу места по

касательной к поверхности полусферы радиусом 1 м; первый ярус приемных элементов размещался под углом места 10° , последующие – с шагом 20° ; длина волны источника излучения составляла 1 м; нормированная амплитуда полезного сигнала изменялась в пределах $A/\sigma_{ш}=3\dots 100$, что соответствует отношению сигнал/шум на выходе изотропной приемной антенны при согласованной поляризации $9,5\dots 40$ дБ.

На рисунках 1,2 приведен вид логарифма функции правдоподобия, полученный при $A/\sigma_{ш}=100$ (сильный сигнал) при изменении каждого их четырех «антенных» параметров при истинных значениях остальных параметров. Рисунок 1 соответствует линейной наклонной поляризации ($\gamma_c = \pi/4, \chi_c = 0$), рисунок 2 – эллиптической поляризации ($\gamma_c = \pi/4, \chi_c = \pi/3$).

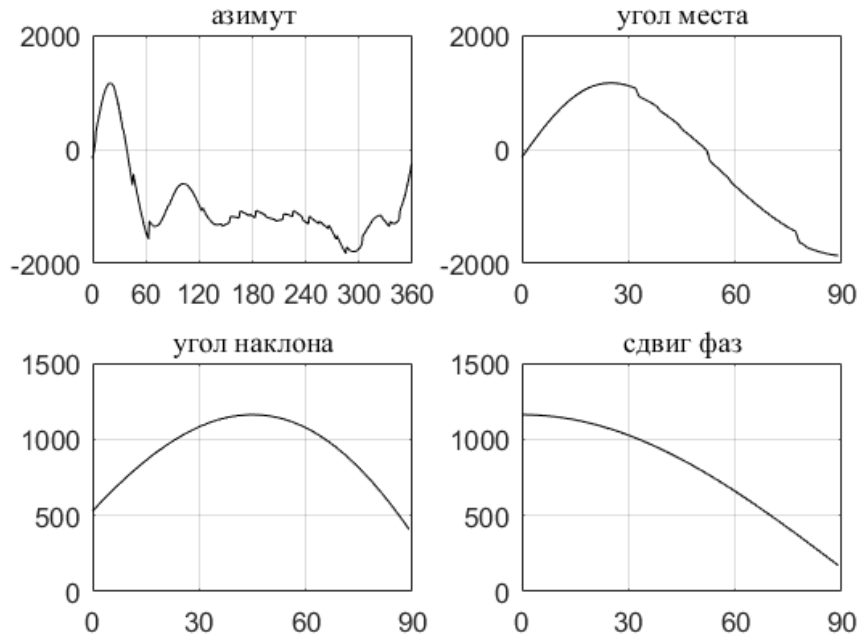


Рис. 1. Вид логарифма функции правдоподобия при линейной наклонной поляризации полезного сигнала

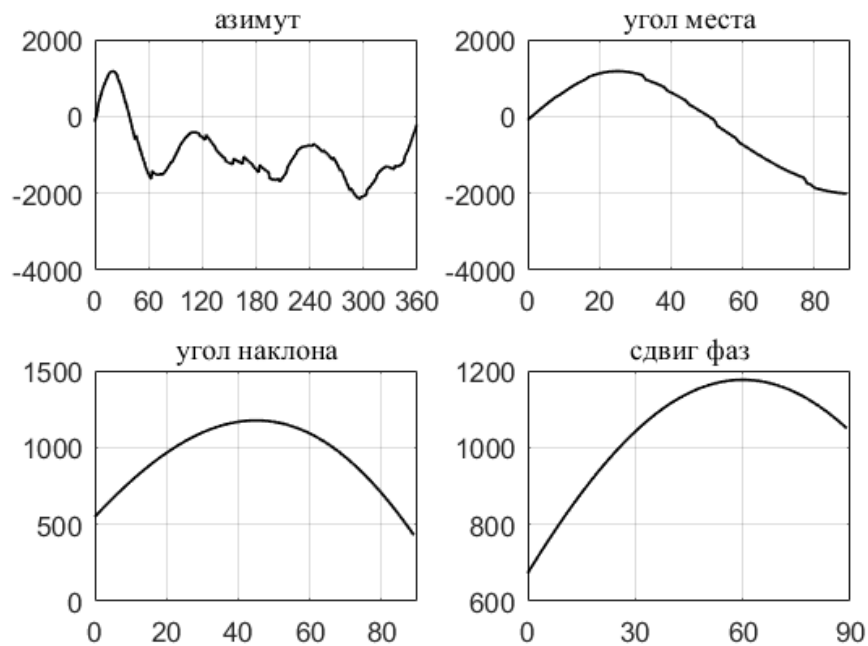


Рис. 2. Вид логарифма функции правдоподобия при эллиптической поляризации принимаемого сигнала

Максимумы решающей статистики соответствуют истинным значениям параметров, угловые координаты и поляризационные параметры определяются верно. Характерным является наличие мелких «зазубрин» на зависимостях решающей статистики от азимута и угла места, что определяется изменением числа и состава видимых приемных элементов при изменении угловых координат. Зависимость решающей статистики от азимута многоэкстремальная, но с четко выраженным глобальным максимумом. Эти обстоятельства усложняют построение алгоритма оценивания информационных параметров, например, градиентным методом. В то же время зависимости решающей статистики от поляризационных параметров имеют один экстремум, что позволяет использовать условную оптимизацию: градиентным методом по поляризационным параметрам и методом перебора по угловым координатам.

На рисунке 3 приведены зависимости среднеквадратических ошибок измерения информационных параметров полезного сигнала от отношения сигнал/шум на выходе изотропного приемного элемента на согласованной поляризации.

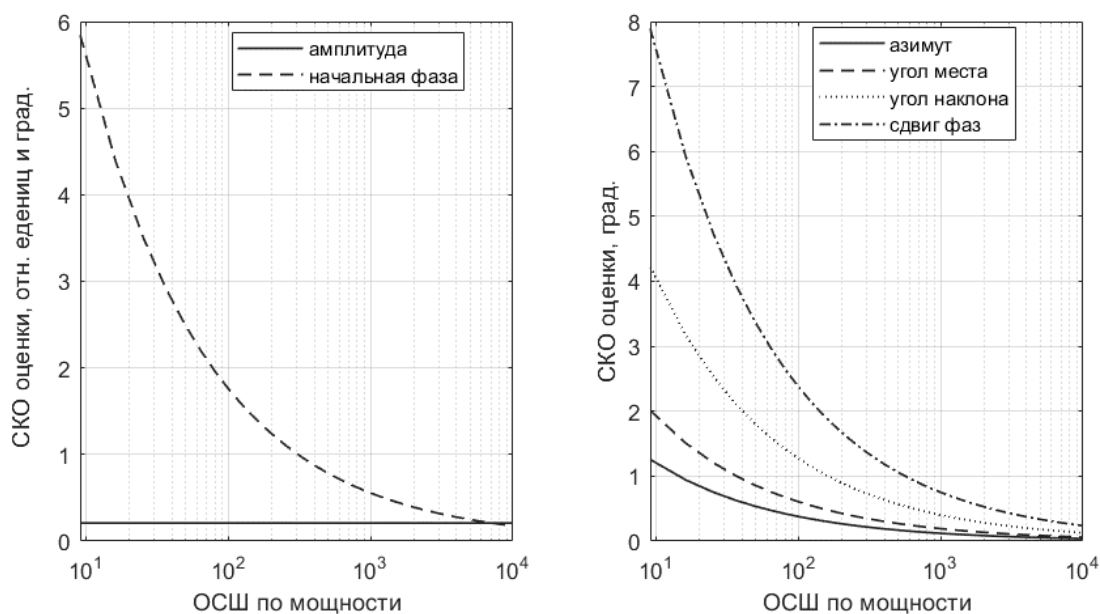


Рис. 3. Зависимости среднеквадратических ошибок оценки параметров полезного сигнала от отношения сигнал/шум по мощности

Отметим, что точность измерения «антенных» параметров полезного сигнала (направления прихода и поляризационных параметров) различна и зависит от отношения сигнал/шум. По графикам можно отметить, что среднеквадратическая ошибка (СКО) измерения угловых координат (азимута и угла места) существенно (в 2-3 раза) меньше, чем СКО измерения поляризационных параметров – угла наклона плоскости поляризации и сдвига фаз ортогонально поляризованных компонент. Отметим, что точность измерения азимута источника полезного сигнала выше, чем угла места, что определяется большими размерами «апертуры» антенной системы в азимутальной плоскости. Самая большая СКО наблюдается при измерении сдвига фаз поляризационных компонент, причем она превышает СКО оценивания угла наклона плоскости поляризации. Указанные закономерности объясняются тем, что одинаковые угловые изменения азимута и угла места вызывают большее изменение фаз и (частично) амплитуд сигналов на выходах приемных элементов, чем аналогичные изменения угла наклона плоскости поляризации и изменение сдвига фаз ортогонально поляризованных компонент электромагнитной волны.

Изменение амплитуды полезного сигнала приведет к соответствующим обратно пропорциональным изменениям СКО оценивания угловых координат и поляризационных параметров. Так, например, при увеличении амплитуды в 10 раз, ошибка оценивания всех «антенных» параметров уменьшится также в 10 раз, что полностью соответствует закономерностям для потенциальной точности измерений [2]. При ОСШ 40 дБ точность измерения начальной фазы сигнала оказывается примерно такой же, как точность измерения «антенных» параметров.

Абсолютная среднеквадратическая ошибка оценивания амплитуды (горизонтальная линия на рисунке 3а) практически не зависит от отношения сигнал/шум (в отличие от относительной ошибки, которая изменяется обратно пропорционально отношению сигнал/шум). Величина абсолютной ошибки при $\sigma_{\text{ш}}^2=1$ определяется весовым усреднением шумов «видимых» для заданного направления наблюдения приемных каналов. Действительно, в данном случае видимыми являются 11 ПЭ по два диполя в каждом, что обуславливает величину средней квадратической ошибки порядка $1/\sqrt{22} \approx 0,22$, что и наблюдается по результатам расчетов.

Коэффициенты корреляции ошибок измерения всех информационных параметров оказываются близкими к нулю. Высокая точность измерения достигается при относительно малых, порядка 10 дБ и менее, отношениях сигнал/шум на выходе изотропного приемного элемента. Такой результат обусловлен тем, что при вычислении решающей статистики происходит фокусировка приемной антенной решетки в направлении на полезный сигнал с соответствующим увеличением энергии полезного сигнала.

Заключение

Разработанная методика совместно с моделью принимаемого сигнала [1] может быть использована при оптимизации технических решений по построению поляризационно-чувствительных пеленгаторов и исследованию их эффективности. Представляет интерес модификация методики для варианта широкополосной приемной системы с учетом качества согласования приемных элементов и входного тракта системы обработки и для варианта обработки, предусматривающего измерениям только фаз сигналов на выходах приемных элементов.

Литература

1. Башкова М.А. Математическая модель входной реализации для корреляционно-интерферометрического пеленгатора с ортогонально поляризованными приемными каналами, размещенными на криволинейной поверхности / М.А. Башкова, С.В. Козлов // в наст. сборнике.
2. Тихонов, В.И. Статистическая радиотехника / В. И. Тихонов. – М.: Сов. радио, 1966. – 678 с.
3. Репин, В. Г. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем / В. Г. Репин, Г. П. Тартаковский. – М.: Советское радио, 1977. – 432 с.
4. Хэмминг Р.В. Численные методы для научных работников и инженеров. – М.: Сов. радио, 1972. – 399 с.