

УДК 537.875.22-047.58

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИНГУЛЯРНЫХ УЗКИХ ПУЧКОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

ЕРОФЕЕНКО В. Т., КОЗЛОВСКАЯ И. С.

Белорусский государственный университет
(г. Минск, Республика Беларусь)

Аннотация. Разработана математическая модель узких пучков электромагнитных волн, распространяющихся в вакууме. Построены сингулярные пучки электромагнитных волн с порядком осевой симметрии $m=1$, характеризующиеся радиусом локализации пучка $R_{\text{пуч}}$, параметром узости пучка n ($n \geq 2$) и коэффициентом ослабления пучка N ($N \geq 2$).

Abstract. A mathematical model of narrow *beams* of electromagnetic waves propagating in vacuum is developed. Singular *beams* of electromagnetic waves are constructed with the order of axial symmetry $m=1$ characterized by the *beam* localization radius $R_{\text{пуч}}$, the *beam* narrowness parameter n ($n \geq 2$), and the *beam* weakening coefficient N ($N \geq 2$).

Пучки электромагнитных волн используются для передачи информации и для воздействия на электронное оборудование технических устройств. Значительное внимание уделяется моделированию пучков с различной геометрической структурой в различных материальных средах: гауссовы [1], оптические [1, 2], сингулярные [2], пучки в специальных средах [1, 3] и другие. Значительное внимание уделяется разработке методов решения задач экранирования полей пучков экранами из различных материалов [4, 5]. В предлагаемой работе исследуется класс сингулярных узких пучков электромагнитных волн, обобщающих гауссовы пучки. Электромагнитное поле пучков представлено в интегральном виде через монохроматические базисные цилиндрические электромагнитные поля [6]. Численно исследована структура поля сингулярного пучка в области локализации пучка в зависимости от параметра узости пучка.

Аналитическое представление узких пучков электромагнитных волн, распространяющихся в вакууме.

Узкий пучок электромагнитных волн, распространяющийся вдоль оси Oz , представим в интегральном виде через базисные цилиндрические поля [6, с.131].

$$\vec{E}_{\text{пуч}}^{(m)}(\vec{\rho}) = \int_0^{\infty} a_{\text{пуч}}^{(m)}(\lambda) \vec{M}_m^{(-1)}(\vec{\rho}; \lambda, k_0) d\lambda, \quad \vec{H}_{\text{пуч}}^{(m)}(\vec{\rho}) = h_0 \int_0^{\infty} a_{\text{пуч}}^{(m)}(\lambda) \vec{M}_m^{(-2)}(\vec{\rho}; \lambda, k_0) d\lambda, \quad z \geq 0, \quad (1)$$

где $a_{\text{пуч}}^{(m)}(\lambda)$ – плотность пучка, $h_0 = \frac{1}{iZ_0}$, $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$,

$$\begin{aligned} \vec{M}_m^{(\mp 1)}(\vec{\rho}; \lambda, k_0) &= \vec{V}_m^{(1)}(\lambda \rho) e^{\mp v_0(\lambda)z} \Phi_m, \quad \Phi_m = \exp(im\varphi), \\ \vec{M}_m^{(\mp 2)}(\vec{\rho}; \lambda, k_0) &= \frac{1}{k_0} (\mp v_0(\lambda) \vec{V}_m^{(2)}(\lambda \rho) + \lambda J_m(\lambda \rho) \vec{e}_z) e^{\mp v_0(\lambda)z} \Phi_m, \\ \vec{V}_m^{(1)}(\lambda \rho) &= \frac{im}{\lambda \rho} J_m(\lambda \rho) \vec{e}_\rho - J'_m(\lambda \rho) \vec{e}_\varphi, \quad \vec{V}_m^{(2)}(\lambda \rho) = J'_m(\lambda \rho) \vec{e}_\rho + \frac{im}{\lambda \rho} J_m(\lambda \rho) \vec{e}_\varphi, \end{aligned}$$

$v_0(\lambda) = \sqrt{\lambda^2 - k_0^2}$ при $k_0 \leq \lambda < \infty$, $v_0(\lambda) = -i\sqrt{k_0^2 - \lambda^2}$ при $0 \leq \lambda \leq k_0$, $0 \leq \lambda < \infty$, $\vec{\rho} = (\rho, \varphi, z)$ – цилиндрическая система координат, $J_m(\cdot)$ – функции Бесселя, $k_0 = \frac{\omega}{c}$, ω – круговая частота поля, c – скорость света, ϵ_0, μ_0 – диэлектрическая и магнитная постоянные.

Для TE –поляризованного пучка (TE –пучка) электрическое поле $\vec{E}_{\text{пуч}}^{(m)}$ (1) параллельно плоскости Oxy , $z = z_0$ – плоскость сечения пучка.

Электромагнитное поле (1) удовлетворяет уравнениям Максвелла

$$\text{rot } \vec{E}_{\text{пуч}}^{(m)} = i\omega\mu_0 \vec{H}_{\text{пуч}}^{(m)}, \quad \text{rot } \vec{H}_{\text{пуч}}^{(m)} = -i\omega\epsilon_0 \vec{E}_{\text{пуч}}^{(m)}.$$

При $m=1$ имеем сингулярный пучок, для которого $a_{\text{пуч}}^{(1)}(\lambda) = iE_0 R_{\text{пуч}} G_n^{(1)}(\lambda)$, где

$$G_n^{(1)}(\lambda) = \frac{8}{n} (\beta_n)^3 (R_{\text{пуч}} \lambda)^2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} (\beta_n R_{\text{пуч}} \lambda)^{2k}}{k!(k+1)!} \Gamma\left(\frac{2k+4}{n}\right), \quad \beta_n = \frac{1}{2\sqrt{\ln(N)}}.$$

Структура сингулярных узких пучков электромагнитных волн в сечении $z=0$ в области локализации.

Электрическое поле сингулярного пучка на плоскости $z=0$ сконцентрировано возле начала координат ($x=0, y=0$) и экспоненциально затухает при $\rho \rightarrow \infty$.

$$\vec{E}_{\text{пуч}}^{(1)} \Big|_{z=0} = \int_0^{\infty} a_{\text{пуч}}^{(1)}(\lambda) \vec{M}_1^{(-1)}(\vec{\rho}; \lambda, k_0) d\lambda = (f_1(\rho) \vec{e}_\rho + f_2(\rho) \vec{e}_\varphi) \Phi_1 \quad (2)$$

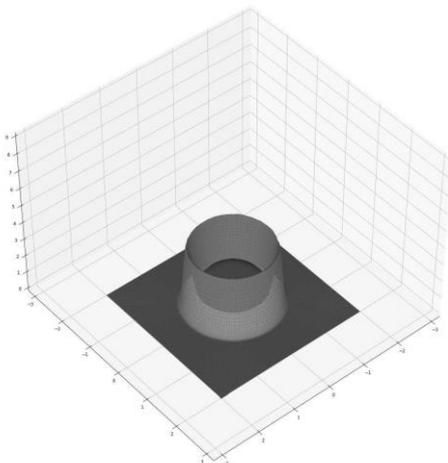
где

$$f_1(\rho) = E_0 \exp(-\ln(N) \bar{\rho}^n), \quad f_2(\rho) = iE_0 (1 - n \ln(N) \bar{\rho}^n) \exp(-\ln(N) \bar{\rho}^n), \quad [E_0] = \frac{B}{M}, \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{R_{\text{пуч}}}, \quad 0 \leq \bar{\rho} < \infty,$$

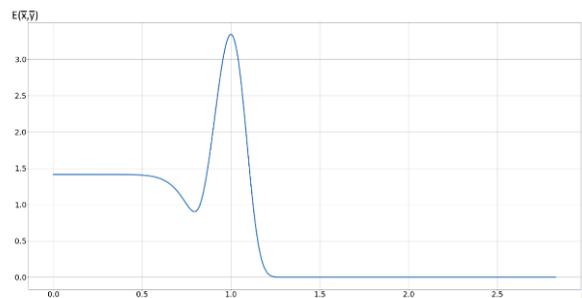
Вычислим модуль $E(\bar{x}, \bar{y})$ электрического поля (2) сингулярного пучка в сечении $z=0$, получим

$$E_1(\bar{x}, \bar{y}) = \left| \vec{E}_{\text{пуч}}^{(1)} \Big|_{z=0} \right| = |E_0| \sqrt{1 + f^2(\bar{\rho})} \exp(-\ln(N) \bar{\rho}^n), \quad (3)$$

$f(\bar{\rho}) = (1 - n \ln(N) \bar{\rho}^n)$, $\bar{\rho} = \sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2}$, \bar{x}, \bar{y} – безразмерные декартовы координаты, $-2 \leq \bar{x} \leq 2$, $-2 \leq \bar{y} \leq 2$.



а)



б)

Рис. 1. Распределение модуля $E_1(\bar{x}, \bar{y})$ (3) напряжённости электрического поля сингулярного пучка в сечении $z=0$ области $-2 \leq \bar{x} \leq 2$, $-2 \leq \bar{y} \leq 2$ для параметров пучка $n=10$, $N=3$.

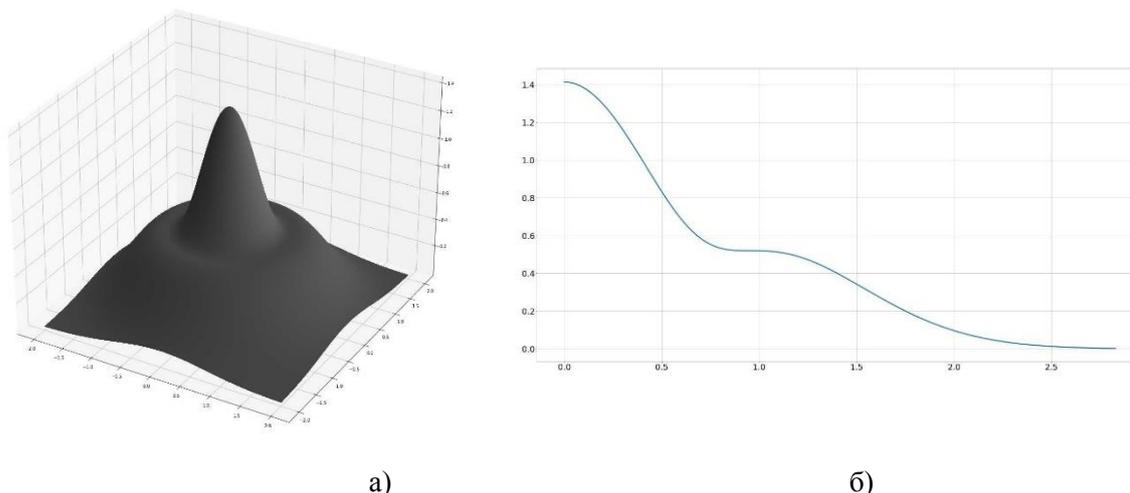


Рис. 2. Распределение модуля $E_1(\bar{x}, \bar{y})$ (3) напряжённости электрического поля гауссова сингулярного пучка в сечении $z=0$ области $-2 \leq \bar{x} \leq 2$, $-2 \leq \bar{y} \leq 2$. для параметров пучка $n = 2$, $N=3$.

На рисунках рис.1а) и рис.2а) изображены области локализации электрического поля в зависимости от параметра узости пучка n ($n=2, n=10$). Для гауссова пучка ($n=2$) поле локализуется в центре пучка. При увеличении параметра n ($n=10$) поле локализуется на поверхности пучка с радиусом $R_{\text{пуч}}$. На рисунках рис.1б) и рис.2б) показано распределение локализации пучка в зависимости от радиальной координаты ρ . В результате математического моделирования показано, что в центре пучка вдоль оси Oz , электрическое поле TE -поляризованного узкого пучка с порядком осевой симметрии $m=0, m=2, 3, \dots$ равно нулю. Для сингулярного узкого пучка ($m=1$) электрическое поле на оси Oz не равно нулю и имеет специфическую особенность.

Список использованных источников

1. Гончаренко, А.М. Оптические гауссовы пучки и солитоны / А.М. Гончаренко. - Минск: Беларуская навука, 2011. – 126 с.
2. Кухарчик, П.Д. Полное внутреннее отражение гауссова светового пучка / П.Д. Кухарчик, В.М. Сердюк, И.А.Титовицкий // Журнал технической физики. – 1999. – Т.69, № 4. – С. 74-79.
3. Панов, В.П. О распространении волновых пучков в средах с изотропной комплексной диэлектрической проницаемостью/ В.П. Панов, В.В. Приходько // Радиотехника и электроника. – 2007. – Т. 52. – № 6. – С. 662-670.
4. Ерофеенко, В.Т. Преобразование пучков электромагнитных волн при прохождении через экран из кирального метаматериала/ В.Т. Ерофеенко, В.Ф. Бондаренко // Информатика. – 2013. – № 1. – С. 5-17.
5. Ерофеенко, В.Т. Краевая задача дифракции пучков электромагнитных волн на плоском экране из биизотропных материалов/ В.Т. Ерофеенко// Известия НАН Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. – 2012. – № 4. – С. 72-79.
6. Ерофеенко, В. Т. Аналитическое моделирование в электродинамике / В. Т. Ерофеенко, И. С. Козловская. – Минск: БГУ, 2010. – 303.